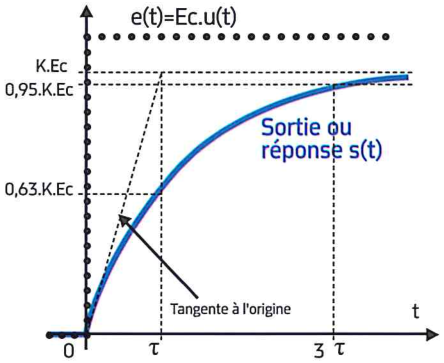
Exercices

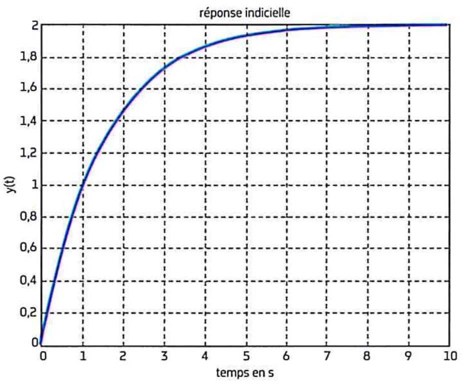
POUR S'ENTRAÎNER

1 Étude des caractéristiques de la réponse indicielle d'un système asservi

Soit le relevé de la réponse indicielle d'un système asservi. On souhaite analyser ses caractéristiques afin de déterminer l'ordre du système étudié.



Réponse indicielle d'un système du premier ordre



Relevé indiciel à analyser

1. Relever graphiquement le gain statique K.
2. Relever la valeur du temps à 95% de la valeur finale.
3. Tracer la tangente à l'origine et en déduire la valeur de τ.
4. En déduire par identification l'ordre du système auquel est appliqué l'échelon à l'entrée.
5. L'équation d'un circuit RC soumise à une tension E peut être mise sous la forme :

$$\frac{E}{R.C} = \frac{du_c(t)}{dt} + \frac{1}{R.C}.u_c(t)$$

La solution générale de cette équation s'écrit :

$$u_c(t) = A.e^{\frac{t}{\tau}} + B$$

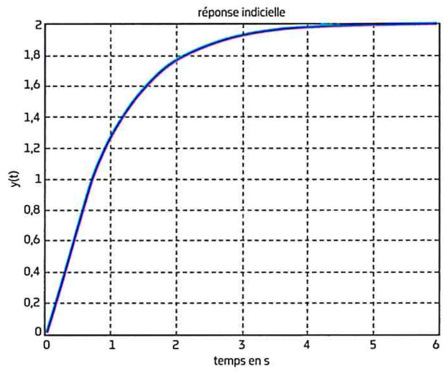
5. a. En posant $t = 0$ et $t = \infty$, établir le système d'équation en fonction de A et B.

5. b. Montrer après résolution de l'équation que l'on peut écrire $u_c(t) = E.(1-e^{\frac{t}{\tau}})$

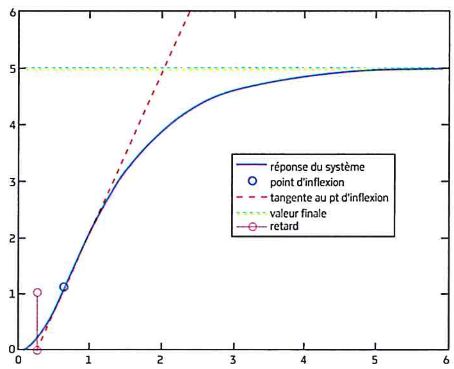
5. c. À partir des données de la réponse indicielle, déterminer les valeurs numériques de la tension appliquée E et de la constante de temps, réécrire l'équation de $u_c(t)$.

2 Amélioration des performances de chauffage une maison à énergie positive

Afin d'améliorer les performances d'une maison à énergie positive, on étudie les caractéristiques de réponse des radiateurs de chauffage dont la réponse indicielle est donnée par le relevé suivant.



La réponse indicielle d'un système asservi du deuxième ordre à un échelon d'amplitude Eo, sans oscillation peut être assimilée à la courbe de réponse d'un système du premier ordre ayant un retard.



Réponse indicielle d'un système du deuxième ordre

On applique une méthode graphique permettant de relever les caractéristiques du radiateur électrique afin de l'inclure dans une boucle de régulation.

Pour cela :

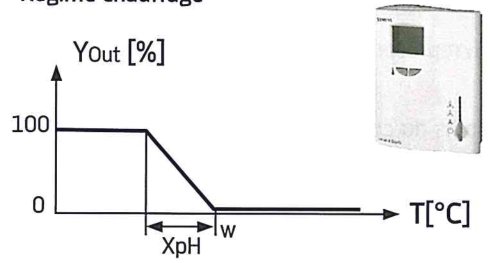
1. Relever graphiquement le gain statique K.
2. Comparer l'évolution de la courbe au alentour de l'origine des axes avec la réponse figure 2 de l'exercice 1.
3. Tracer la tangente au point d'inflexion.
4. En déduire la valeur du retard Tr.
5. En déduire par identification l'ordre du système auquel est appliqué l'échelon à l'entrée.

POUR ALLER PLUS LOIN

3 Régulation de température dans une maison à énergie positive

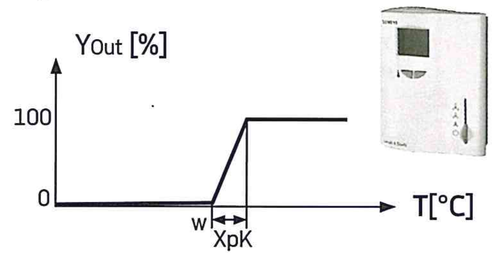
Le radiateur étudié à l'exercice 2 est maintenant intégré dans la régulation de température de la même maison à énergie positive qui comprend le dispositif de régulation suivant :

Régime chauffage



T[°C] Température ambiante
XpH Bande proportionnelle Chauffage
XpK Bande proportionnelle Refroidissement

Régime refroidissement

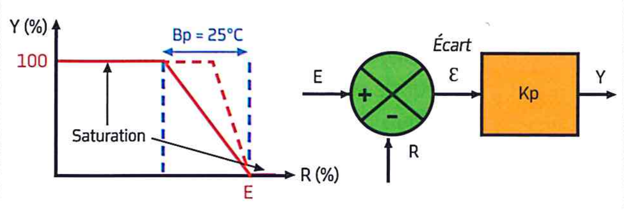


w Consigne de température ambiante
YOut Position d'ouverture

Données constructeur du correcteur

Détermination du gain du régulateur

À partir des informations de la caractéristique du correcteur Y = f(R) on montre que l'on peut modéliser la caractéristique par le schéma fonctionnel suivant :



Caractéristique Y=f(R) du correcteur et schéma fonctionnel associé

1. Donner la signification de Bp.
2. En déduire sa valeur d'après la courbe ci-dessus.
3. Donner la signification de Kp.

Analyse de la chaîne de régulation avec correction proportionnelle

On modélise maintenant le système de régulation à travers le synoptique suivant :

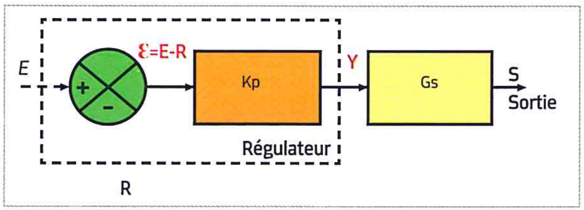


Fig 7 : Régulateur à action Proportionnelle pure

4. Identifier les éléments participant à la chaîne directe et à la chaine de retour.
5. Sur quel élément du système une perturbation (ouverture de porte, fenêtre) agit elle ?
6. On considère que le schéma fonctionnel correspond aux variations des différents signaux ($S = \Delta S$, $E = \Delta E$, etc.)

Déterminer l'expression littérale en fonction de l'entrée E, du gain statique Gs, et de Kp.

7. On relève la réponse du système commandé par le correcteur en boucle ouverte à un échelon de commande Y de +10% :

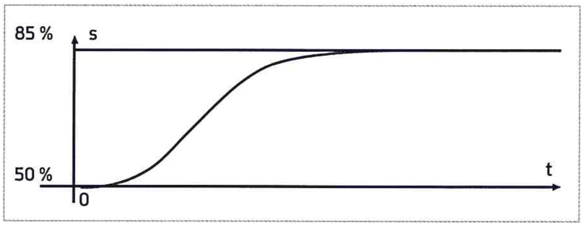


Fig 8 : Réponse indicielle du système en boucle ouverte

8. Déterminer la valeur du gain statique Gs du système de régulation.
9. En observant l'allure de la courbe montrer que le système de régulation peut être assimilé à un système du deuxième ordre. Justifier votre réponse.

4 Robovolc : Étude de l'amortissement passif « *Mass Spring Damper* » (Masse Ressort Amortisseur)

L'équation qui régi ce système d'absorption de choc est régi par l'équation différentielle :

$$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + b \cdot \frac{dx}{dt} + k \cdot x = 0$$

1. Identifier et exprimer les termes de la position, la vitesse, et l'accélération
2. On souhaite se limiter au premier ordre et pour cela on souhaite remplacer $\frac{dx}{dt}$ par v, l'accélération $\frac{d^2x}{dt^2}$ par $\frac{dv}{dt}$, on garde la position x.

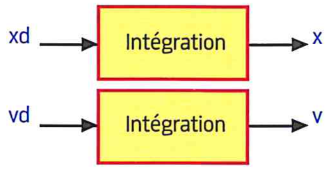
Montrer que l'on peut mettre l'équation sous la forme :

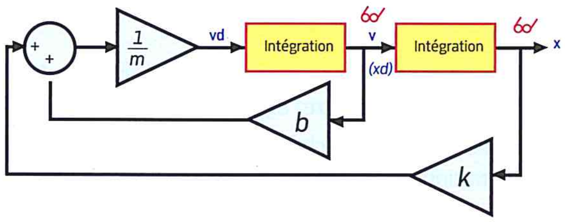
$$m \cdot \frac{dv}{dt^2} + b \cdot v + k \cdot x = 0$$

3. Si on considère que $\frac{dx}{dt}$, Montrer que l'on peut écrire
$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{m}.(b.v + k.x)$$

4. La vitesse et la position sont alors les états du système. On peut modéliser le système de la façon suivante :

$$xd = v \text{ et } vd = -\frac{1}{m}(bv + kx)$$



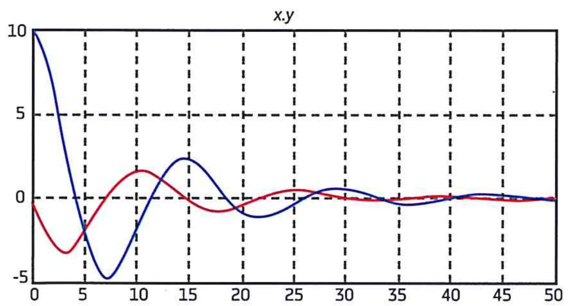


Après initialisation du système avec les conditions suivantes : $v_0 = 0$, $x_0 = 0$, $k = 1$, $b = 1$, $m = 5$. On observe après simulation la vitesse v en bleu et la position x en rouge en fonction du temps (en seconde):

5. Mesurer le déphasage entre la vitesse et la position.

6. Quel est la cause de ce décalage temporel.

7. Observer et interpréter l'amplitude des deux courbes.



8. Établir le modèle mécanique équivalent à l'aide des éléments masse ressort amortisseur.

9. Modélisation électrique du système :

Il apparaît une analogie entre la mise en équation d'un système électrique et mécanique :

$$m.\frac{d^2x}{dt^2} + b.\frac{dx}{dt} + k.x = 0$$

inertie + amortisseur + ressort

et

$$m.\frac{d^2q}{dt^2} + R.\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

induction + résistance + capacité

10. a. Montrer que l'association des éléments électriques R, L et C sont en série.

10. b. Établir le modèle électrique équivalent soumis à une force U.

5 Régulation de l'inclinaison du Segway : Étude du model statique et dynamique.

Mise en situation

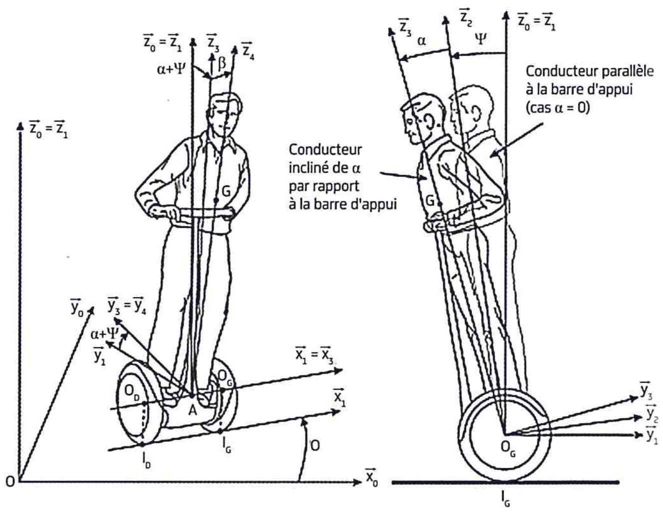
On désigne par Ψ : l'angle d'inclinaison du châssis par rapport à la verticale.

L'asservissement consiste à maintenir cet angle nul.

L'angle α représente l'inclinaison arrière avant du conducteur.

Les besoins du confort doivent satisfaire les conditions du tableau :

Fonction de Service	Critère	Niveau
Donner au conducteur une sensation de stabilité	Temps de réponse de 0 à 5 km/h	1 s maximum
	Dépassement d'inclinaison	< 30%
	Inclinaison du châssis par rapport à la verticale	Nulle à convergence $\lim_{t\to x} \Psi(t) = 0$
Rester insensible aux perturbations provenant de la route	Hauteur de la marche de trottoir franchissable à 5 km/h	5 cm maximum
	Perturbations dues à la route, nature du sol (Pavés, franchissement d'un trottoir, ...)	Plage de fréquences de 0 à 300 Hz



La régulation du Segway

La régulation du Segway est réalisée par un motoréducteur qui permet de délivrer un couple $C_m(t) = K_m u(t)$ où u(t) désigne une grandeur de commande et $K_m = 24N\ m/V$.
Le système mécanique dont les équations ont été déterminées et qui peuvent, dans le cas où l'angle   n'est pas supposé constant, se mettre sous la forme :

$$(D.A - B^2)\frac{d^2x}{dt^2} = 2.(\frac{B}{R} + D)C_m(t) + D.C.x(t)$$

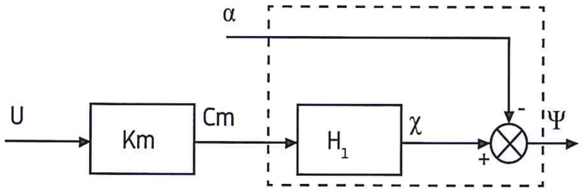
Avec $x(t) = \alpha(t) + \Psi(t)$.

$A = 90\ kg.m^2$
$B = 75\ kg.m$
$C = 750\ kg.m^2$
$D = 125\ kg$
$R = 240\ mm$

Les conditions initiales sont toutes nulles.

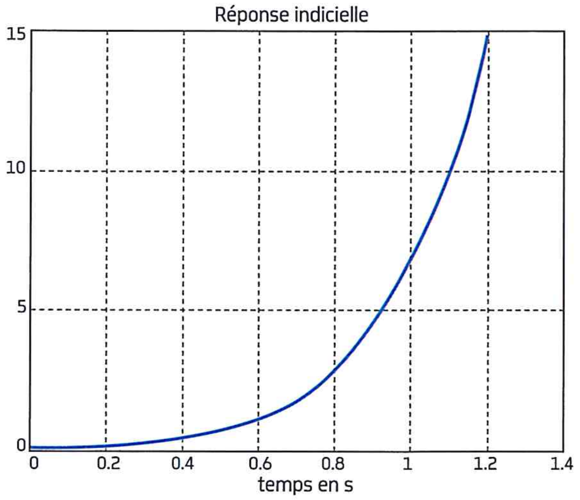
La régulation de l'inclinaison du Segway peut se mettre sous la forme du schéma fonctionnel suivant.

On considère l'étude du système en dynamique et on notera ($\Delta U=U$, $\Delta\alpha = \alpha$, $\Delta Cm=Cm$, $\Delta x=x$, $\Delta\Psi=\Psi$).



1. Établir les expressions de Cm en fonction de U et Km et l'expression de x en fonction de Cm et H1.
2. En déduire l'expression de x en fonction de H1, Km et U.
3. Identifier la nature des parties mécanique et électrique sur le schéma fonctionnel.
4. On montre que la réponse de Ψ(t) peut se mettre sous la forme $\Psi(t) = A.e^{-4,08.t} + B.e^{-4,08.t}$.

Une simulation montre la courbe de réponse indicielle suivante :



À partir de l'expression de Ψ(t), étudier la stabilité du système en faisant tendre t vers l'infini dans l'expression de Ψ(t). Le système est-il stable ou instable.

5. Justifier votre réponse en analysant la réponse indicielle de Ψ(t) ci-dessus.
6. Justifier mécaniquement la stabilité du système en étudiant la position du châssis.