	NOTIONS DE CALCUL OPERATIONNEL	REGULATION
YA	SOMMAIRE	

I - TRANSFORMEE DE LAPLACE

1 - INTEGRALE DE DEFINITION

A une fonction du temps $f(t)$ nulle pour $t < 0$, on associe une fonction de la variable complexe p, notée $F(p)$ dite *TRANSFORMEE DE LAPLACE de f(t)*.

La relation entre $F(p)$ et $f(t)$ est donnée par l'intégrale de LAPLACE.

$$f(t) \xrightarrow{L} F(p) \qquad \text{avec}$$

$$\boxed{F(p) = \int_0^\infty e^{-pt} f(t)\, dt}$$

p : paramètre complexe ou réel
$f(t)$: fonction réelle de t (appelée original)
$F(p)$: transformée de $f(t)$ (appelée image)

2 - MODE D'ECRITURE

2.1 - Transformée d'une fonction

- Au lieu d'écrire que $F(p) = \int_0^\infty e^{-pt} f(t)\, dt$ on écrira

que $\boxed{F(p) = L\left[f(t)\right]}$

- Exemple $L\left[e^{-at}\right] = \dfrac{1}{p+a}$

2.2 - Transformée inverse

- Le but consiste à retrouver l'original $\left(f(t)\right)$ connaissant l'image $\left(F(p)\right)$. Pour cela on utilisera la table des transformées et on écrira :

$$\boxed{f(t) = L^{-1}\left[F(p)\right]}$$

- Exemple : $L^{-1}\left[\frac{a}{p^2}\right] = at$

3 - EXEMPLES DE CALCUL DE TRANSFORMEE

3.1 - Par le calcul

a) *L'échelon* : $f(t) = A$ d'où

$$F(p) = \int_0^\infty e^{-pt}\, A\, dt = A \int_0^\infty e^{-pt} \phi t = A \left[\frac{-e^{-pt}}{p}\right]_0^\infty$$

$$F(p) = A\left[-\frac{1}{p}\,(0-1)\right] = \frac{A}{p}$$

$$\boxed{F(p) = L\,[A] = \frac{A}{p}}$$

b) *L'exponentielle* : $f(t) = e^{-at}$ d'où

$$F(p) = \int_0^\infty e^{-pt}\, e^{-at}\, dt = \int_0^\infty e^{-(p+a)t}\, dt = \left[\frac{-1}{p+a}\, e^{-(p+a)t}\right]_0^\infty$$

$$F(p) = \left[\frac{-1}{p+a}\,(0-1)\right] = \frac{1}{p+a}$$

$$\boxed{F(p) = L\left[e^{-at}\right] = \frac{1}{p+a}}$$

3.2 - Par l'utilisation de la table des transformées

a) $f(t) = te^{-at}$ avec l'aide du tableau annexe 1

$$\boxed{L\left[te^{-at}\right] = \frac{1}{(p+a)^2}}$$

b) $f(t) = u(1-e^{-t/\Theta})$ avec l'aide du tableau annexe 2

$$\boxed{L\left[u(1-e^{-t/\Theta})\right] = \frac{u}{p(1+\Theta p)}}$$

II - PROPRIETES DE LA TRANSFORMEE DE LAPLACE

1 - LINEARITE

- Si $F(p) = L\left[f(t)\right]$ la transformée de $af(t)$ sera égale à :

$$L\left[af(t)\right] = aL\left[f(t)\right] = aF(p)$$

Exemple : $L\left[t\right] = \frac{1}{p^2}$ d'où la transformée de $f(t) = 2t$

$$L\left[2t\right] = 2L\left[t\right] = \frac{2}{p^2}$$

- Transformée d'une somme de fonction

$$L\left[f_1(t) + f_2(t)\right] = L\left[f_1(t)\right] + L\left[f_2(t)\right] = F_1(p) + F_2(p)$$

Exemple : $f(t) = t + e^{-at}$

$$L\left[t + e^{-at}\right] = L\left[t\right] + L\left[e^{-at}\right] = \frac{1}{p^2} + \frac{1}{p+a}$$

2 - DERIVATION EN t

On connaît $f(t)$ et sa transformée $F(p)$, on désire calculer la transformée $\frac{df(t)}{dt}$

$$L\left[f(t)\right] = F(p)$$

$$L\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = \int_0^\infty \frac{df(t)}{dt}\, e^{-pt}\, dt$$

en utilisant l'intégration par parties et en posant :

$u = e^{-pt} \implies du = -pe^{-pt}\, dt$

$dv = \frac{df(t)}{dt}\, dt \implies v = f(t)$

d'où $L\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = uv - \int vdu$

$$L\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = \left[e^{-pt}\, f(t)\right]_0^\infty - \int_0^\infty f(t)\left[-\,pe^{-pt}\right] dt$$

$$L\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = \left[0 - f(o)\right] + p\underbrace{\int_0^\infty f(t)\, e^{-pt}\, dt}_{F(p)}$$

$$\boxed{L\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = pF(p) - f(o^+)}$$

3 - INTEGRATION EN t

On connaît $f(t)$ et sa transformée $F(p)$, on désire calculer la transformée de $g(t)$ avec $g(t) = \int_0^t f(t)\, dt$ et $g(o) = 0$

On pose $G(p) = L\left[\int_0^t f(t)\, dt\right] = L\left[g(t)\right] = \int_0^\infty g(t)\, e^{-pt}\, dt$

en utilisant l'intégration par parties et en posant :

$$u = g(t) = \int_0^t f(t)\, dt \Longrightarrow du = f(t)\, dt$$

$$dv = e^{-pt}\, dt \Longrightarrow v = -\frac{1}{p}\, e^{-pt}$$

d'où $G(p) = uv - \int_0^\infty v\, du$

$$G(p) = \left[g(t)\,.\left(-\frac{1}{p}\, e^{-pt}\right)\right]_0^\infty - \int_0^\infty \left(-\frac{1}{p}\, e^{-pt}\right) f(t)\, dt$$

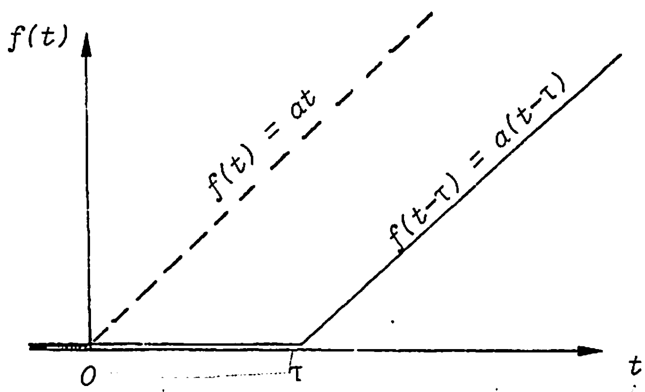
$$G(p) = \left[0 - 0\right] + \frac{1}{p}\underbrace{\int_0^\infty f(t)\, e^{-pt}\, dt}_{F(p)} = \frac{F(p)}{p}$$

$$\boxed{L\left[\int_0^t f(t)\, dt\right] = \frac{F(p)}{p}}$$

D

4 - RETARD OU DECALAGE EN t

On désire calculer la transformée de $f(t)$ retardée de τ soit $(f-\tau)$



→ origine des problèmes de la régulation

$f(t-\tau) = 0$ pour $t < \tau$

Si $L\left[f(t)\right] = F(p)$

$$\boxed{L\left[f(t-\tau)\right] = e^{-\tau p}\,F(p)}$$

Décalage en t => Multiplication par exponentielle en p

Exemples :

$$f(t) = u.Gs\,(1 - e^{-t/\Theta})$$

$$L\left[u.Gs\,(1 - e^{-t/\Theta})\right] = \frac{Gs.u}{(1+\Theta p)p} = F(p)$$

$$f(t-\tau) = u.Gs\left(1 - e^{-\frac{(t-\tau)}{\Theta}}\right)$$

$$L\left[u.Gs\quad 1 - e^{-\frac{(t-\tau)}{\Theta}}\right] = \frac{Gs.u}{(1+\Theta p)p}\,e^{-\tau p}$$

$$L\left[f(t-\tau)\right] = e^{-\tau p}\,F(p)$$

5 - THEOREMES AUX LIMITES

5.1 - Valeur initiale

On peut trouver la valeur initiale ($f(o)$) lorsqu'on connaît $F(p)$ sans avoir à trouver l'original $f(t)$, en utilisant le théorème de la valeur initiale.

On multiplie par p la transformée $F(p)$ et on fait tendre p vers ∞

$$\boxed{\lim_{t = 0} f(t) = \lim_{p \to \infty} p\, F(p)}$$

Le théorème est applicable sans restriction.

5.2 - Valeur finale

Au cours de l'étude d'un système, connaissant sa transformée de LAPLACE et après une excitation d'entrée, si on désire trouver, sans avoir au préalable à calculer l'original ($f(t)$), la valeur finale (régime établi), on multiplie par p la transformée $F(p)$ et on fait tendre p vers 0.

$$\boxed{\lim_{t \to \infty} f(t) = \lim_{p \to 0} p\, F(p)}$$

Le théorème n'est applicable que lorsque les pôles de $F(p)$ sont à partie réelle négative.

III - TRANSFORMATION INVERSE

1 - DEMARCHE PRATIQUE

Il s'agit de retrouver l'original $f(t)$ à partir de l'image $F(p)$.

En pratique, on adoptera la démarche suivante :

- Ecrire $F(p)$ sous la forme de somme de fonctions élémentaires.
- Inverser ces fonctions élémentaires à l'aide de la table des transformées (annexe 1).
- $f(t)$ sera la somme de ces fonctions inversées.

$$\boxed{f(t) = L^{-1}\left[F(p)\right]}$$

2 - EXEMPLES DE CALCULS DE TRANSFORMEES INVERSES

2.1 - Directement avec le tableau

a) $F(p) = \frac{5}{p^4} \Rightarrow f(t) = L^{-1}\left[\frac{5}{p^4}\right] = 5\,L^{-1}\left[\frac{1}{p^4}\right]$

Avec le tableau $\frac{1}{p^n} \rightarrow \frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$ d'où

$$f(t) = \frac{5t^3}{3!} = \frac{5t^3}{6}$$

b) $F(p) = \frac{2}{5p+1}$ Avec le tableau $L^{-1}\left[\frac{1}{p+a}\right] = e^{-at}$

$F(p) = \frac{2}{5}\frac{1}{p+\frac{1}{5}}$ d'où $f(t) = L^{-1}\left[\frac{2}{5}\frac{1}{p+\frac{1}{5}}\right]$

$$f(t) = \frac{2}{5}L^{-1}\left[\frac{1}{p+\frac{1}{5}}\right] = \frac{2}{5}e^{-t/5}$$

c) $F(p) = \frac{3\,e^{-10p}}{p(1+20p)} \Rightarrow F(p) = F_1(p)\,e^{-\tau p}$ d'où

$$f(t) = f_1(t-\tau)$$

Le terme e^{-10p} indique que la fonction est décalée.

$F_1(p) = \dfrac{3}{p(1 + 20p)}$ Avec le tableau

$f_1(t) = L^{-1}\left[\dfrac{3}{p(1 + 20p)}\right] = 3(1 - e^{-t/20})$ mais

$f(t) = f_1(t-\tau)$ Il faut remplacer dans $f_1(t)$ par $t-\tau$

$$f(t) = 3\left(1 - e^{\frac{-(t-10)}{20}}\right)$$

2.2 - Par calcul et tableau

$F(p) = \dfrac{1}{p^2(1 + \Theta p)}$ → recherche de l'original $f(t)$

On fait une décomposition en éléments simples

$$F(p) = \frac{1}{p^2(1 + \Theta p)} = \frac{A}{p^2} + \frac{B}{p} + \frac{C}{1 + \Theta p}$$

Soit $1 = A(1 + \Theta p) + Bp(1 + \Theta p) + Cp^2$

$1 = (B\Theta + C)p^2 + (A\Theta + B)p + A$

Ce qui nous donne 3 équations

$$\begin{cases} A = 1 \\ A\Theta + B = 0 \\ B\Theta + C = 0 \end{cases}$$

De ces 3 équations on tire les valeurs de

$A = 1$; $B = -\Theta$ et $C = \Theta^2$

$F(p) = \dfrac{1}{p^2(1 + \Theta p)} = \dfrac{1}{p^2} - \dfrac{\Theta}{p} + \dfrac{\Theta^2}{1 + \Theta p}$ Avec tableau

$$f(t) = L^{-1}\left[F(p)\right] = L^{-1}\left[\frac{1}{p}\right] - L^{-1}\left[\frac{\Theta}{p}\right] + L^{-1}\left[\frac{\Theta^2}{1 + \Theta p}\right]$$

$$f(t) = t - \Theta + \Theta\, e^{-t/\Theta}$$

$$f(t) = t - \Theta\left[1 - e^{-t/\Theta}\right]$$

IV - ETUDE DES SIGNAUX DE $f(t)$ A PARTIR DE SA TRANSFORMEE

1 - DEFINITION DES POLES ET DES ZEROS

Lorsque la transformée d'une fonction se présente sous la forme $\frac{N(p)}{D(p)}$ les pôles et les zéros sont définis de la façon suivante :

ZEROS : valeurs de p qui annulent le numérateur $N(p) \Rightarrow N(p) = 0$

POLES : valeurs de p qui annulent le dénominateur $D(p) \Rightarrow D(p) = 0$

2 - POLES ET SIGNAUX (si on a une excitation impulsion)

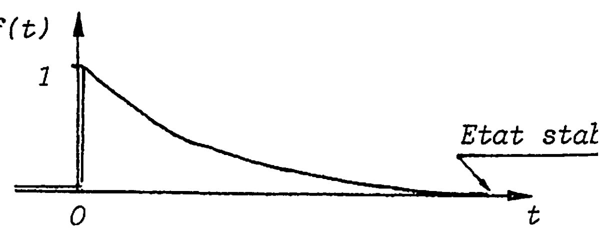
Pôles et zéros déterminent l'allure générale du signal (régime transitoire) mais la valeur finale ne dépend que des pôles (régime établ

2.1 - Exponentielle

a>0

a) $f(t) = e^{-at}$

$$L\left[e^{-at}\right] = \frac{1}{p+a}$$



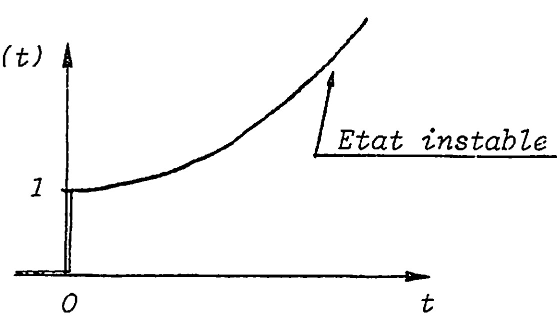
Valeur du pôle $\Rightarrow D(p) = 0 \Rightarrow p+a = 0$

Soit $p = -a$

Pôle réel négatif $\Rightarrow$ Etat stable apériodique

b) $f(t) = e^{at}$

$$L\left[e^{at}\right] = \frac{1}{p-a}$$



Valeur du pôle $\Rightarrow D(p) = 0 \Rightarrow p-a = 0$

Soit $p = a$

Pôle réel positif $\Rightarrow$ Etat instable apériodique

2.2 - Exponentielle multipliée par une sinusoïde

$f(t) = e^{at} \sin \omega t$

$$L\left[f(t)\right] = L\left[e^{at} \sin \omega t\right] = \frac{\omega}{(p-a)^2 + \omega^2}$$

Valeur des pôles

$D(p) = (p-a)^2 + \omega^2 = p^2 - 2ap + a^2 + \omega^2$

$\Delta \quad = 4a^2 - 4(a^2 + \omega^2) = 4a^2 - 4a^2 - 4\omega^2$

$\Delta \quad = -4\omega^2$

$\Delta < 0 \Rightarrow$ racines imaginaires (pôles complexes)

$$p_1 = \frac{2a + \sqrt{-4\omega^2}}{2} = a + j\omega$$

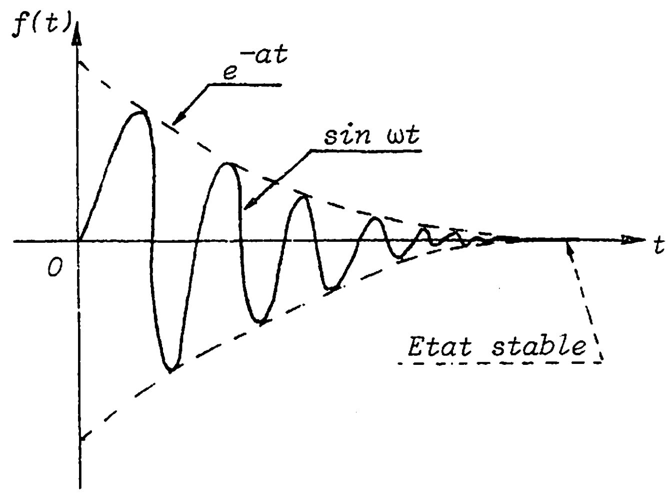
$$p_2 = \frac{2a - \sqrt{-4\omega^2}}{2} = a - j\omega$$

a) Cas où $a < 0$

On a deux pôles complexes conjugués dont la partie réelle est négative

$p_1 = -a + j\omega$

$p_2 = -a - j\omega$

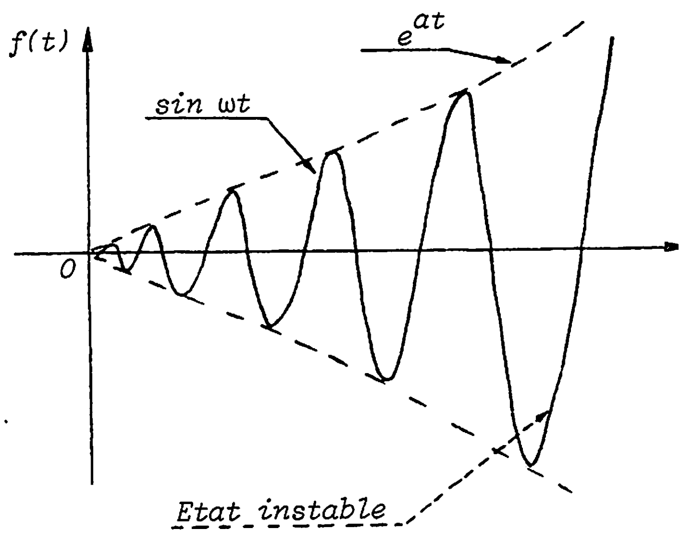


Pôles complexes à partie réelle négative => oscillant stable

b) *Cas où $a > 0$*

On a deux pôles complexes conjugués dont la partie réelle est positive.

$$p_1 = a + j\omega$$
$$p_2 = a - j\omega$$

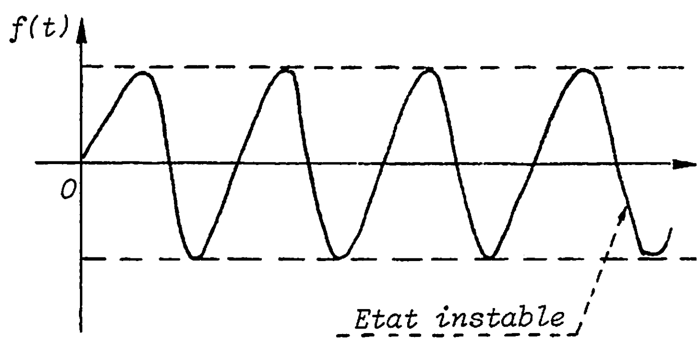


Pôles complexes à partie réelle positive => oscillant instab

c) *Cas où $a = 0$*

On a deux pôles complexes purs

$$p_1 = j\omega$$
$$p_2 = -j\omega$$

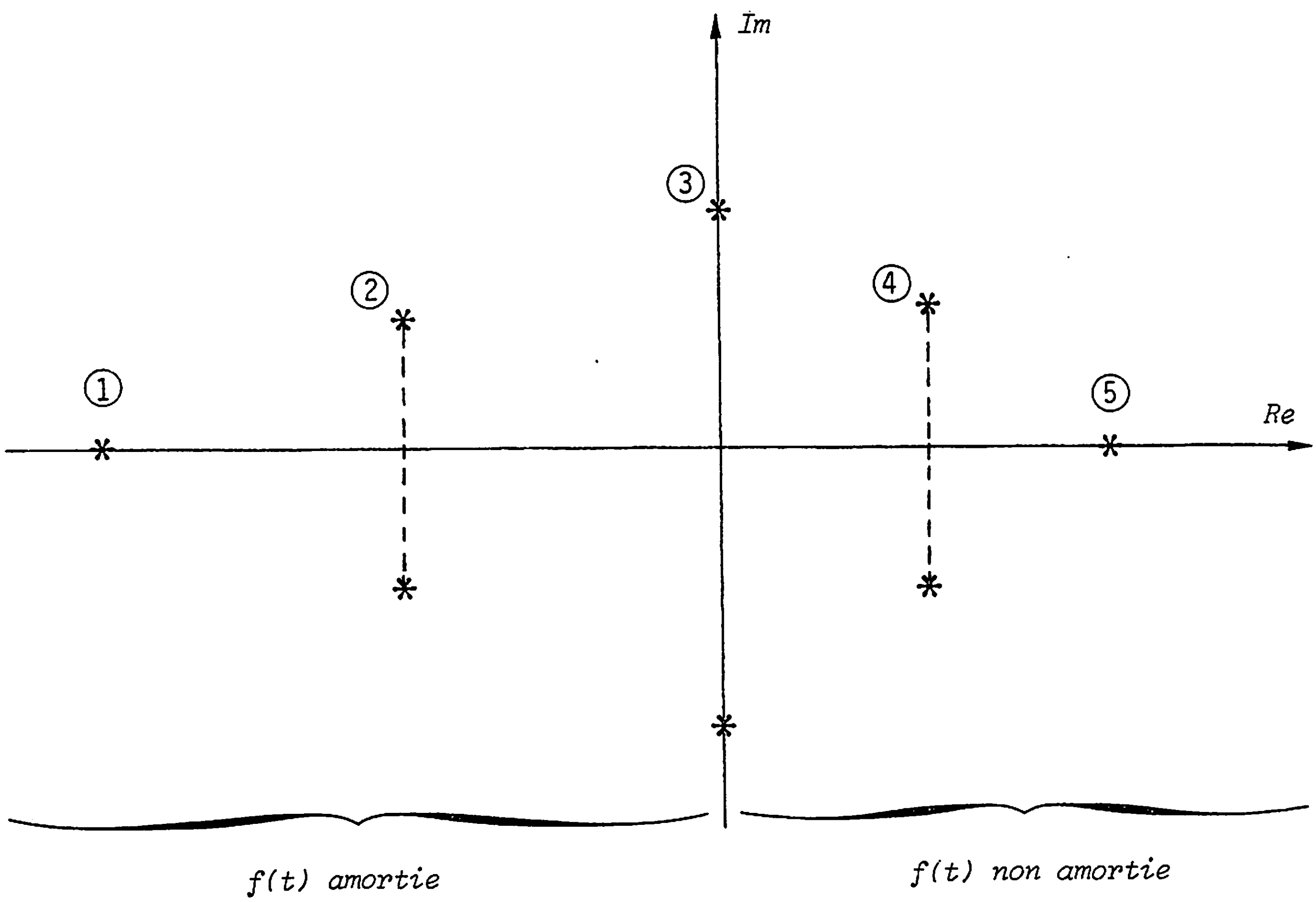


Pôles imaginaires purs => oscillant non amorti (instable)

3 - CONCLUSION

Après une excitation d'entrée, pour que le signal de sortie $f(t)$ revienne à la stabilité, il faut et il suffit que les pôles de la transformée $F(p)$ aient leurs parties réelles négatives.

4 - PLACE DES POLES DANS LE PLAN COMPLEXE



1. Apériodique stable (exponentielle)
2. Oscillant stable (sinusoïde amortie)
3. Oscillant non amorti (sinusoïde) "pompage" régulier
4. Oscillant instable (sinusoïde amplifiée)
5. Apériodique instable (exponentielle)

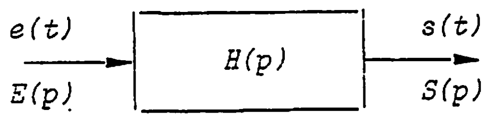
V - TABLE DES TRANSFORMEES

$F(p)$	$f(t)$ pour $t > 0$
1	$\delta(t)$
$\frac{1}{p}$	$u(t)$
$\frac{1}{p^2}$	t
$\frac{1}{p^n}$	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$
$\frac{1}{p+a}$	e^{-at}
$\frac{1}{(p+a)^2}$	$t\ e^{-at}$
$\frac{1}{(p+a)^n}$	$\frac{1}{(n-1)!}\ t^{n-1}\ e^{-at}$
$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$	$\sin \omega t$
$\frac{p}{p^2 + \omega}$	$\cos \omega t$
$\frac{\omega}{(p+a)^2 + \omega^2}$	$e^{-at} \sin \omega t$
$\frac{p+a}{(p+a)^2 + \omega^2}$	$e^{-at} \cos \omega t$
$\frac{\alpha+j\beta}{p+(a+j\omega)} + \frac{\alpha-j\beta}{p+(a-j\omega)} = \frac{2\alpha(p+a) + \beta\omega}{(p+a)^2 + \omega^2}$	$2e^{-at} (\alpha \cos \omega t + \beta \sin \omega t) =$ $2e^{-at} \sqrt{\alpha^2+\beta^2} \sin\left(\omega t + \text{arc tg } \frac{\alpha}{\beta}\right)$
$\frac{\omega}{p^2-\omega^2}$	$sh\ \omega t$
$\frac{p}{p^2-\omega^2}$	$ch\ \omega t$

$F(p)$	$f(t)$ pour $f > 0$
$\dfrac{p \sin \Theta + \omega \cos \Theta}{p^2 + \omega^2}$	$\sin (\omega t + \Theta)$
$\dfrac{ap + b}{p^2 + \omega^2}$	$\sqrt{a^2 + (b/\omega)^2} \cos (\omega t - \text{arc tg } \frac{b}{a})$
$\dfrac{p}{(p + a)^2}$	$(1 - at)\, e^{-at}$
$\dfrac{p}{(p + a)^3}$	$t\, (1 - \frac{at}{2})\, e^{-at}$
$\dfrac{1}{(p + a)\,(p + b)}$	$\dfrac{e^{-bt} - e^{-at}}{a - b}$
$\dfrac{p}{(p + a)\,(p + b)}$	$\dfrac{ae^{-at} - be^{-bt}}{a - b}$
$\dfrac{1}{p(p + a)}$	$\dfrac{1}{a}\,(1 - e^{-at})$
$\dfrac{1}{p(1 + \Theta p)}$	$1 - e^{-t/\Theta}$
$\dfrac{1}{p(p + a)\,(p + b)}$	$\dfrac{1}{ab}\left[1 + \dfrac{be^{-at} - ae^{-bt}}{a - b}\right]$
$\dfrac{1}{(p^2 + \omega^2)^2}$	$\dfrac{1}{2\omega^3}\,(\sin \omega t - \omega t \cos \omega t)$
$\dfrac{p}{(p^2 + \omega^2)^2}$	$\dfrac{t}{2\omega} \sin \omega t$
$\dfrac{p}{(p + a)^2 + \omega^2}$	$e^{-at}\,(\cos \omega t - \frac{a}{b} \sin \omega t)$

PAGES

I - DEFINITION



- Relation liant l'entrée $e(t)$ d'un système à la sortie $s(t)$ de ce système.
- On peut écrire entre $e(t)$ et $s(t)$ une équation différentielle linéai

à coefficients constants du type :

$$a_m \frac{d^m e}{dt^m} + \dots + a_1 \frac{de}{dt} + a_0 e(t) = b_n \frac{d^n s}{dt^n} + \dots + b_1 \frac{ds}{dt} + b_0 s(t)$$

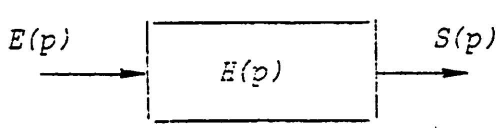
Si ce système est soumis à une autre entrée $e(t)$ (en partant d'un état stable), on peut écrire :

$$(a_m p^m + \dots + a_1 p + a_0)\, E(p) = (b_n p^n + \dots + b_1 p + b_0)\, S(p)$$

La fonction de transfert est définie par :

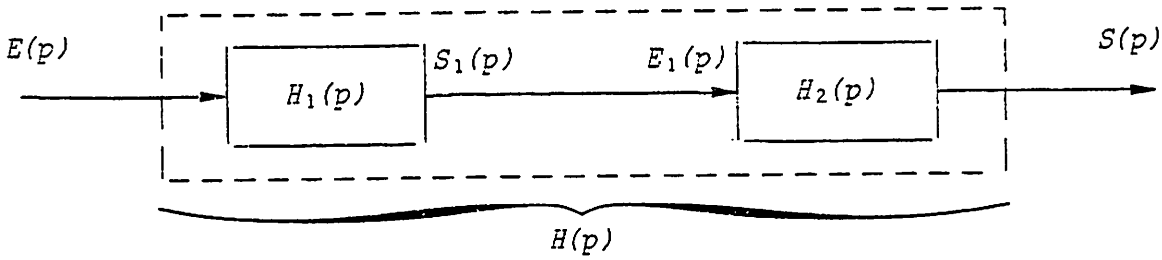
$$\boxed{H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{a_m p^m + \dots + a_1 p + a_0}{b_n p^n + \dots + b_1 p + b_0}}$$

d'où $\boxed{S(p) = E(p) \,.\, H(p)}$



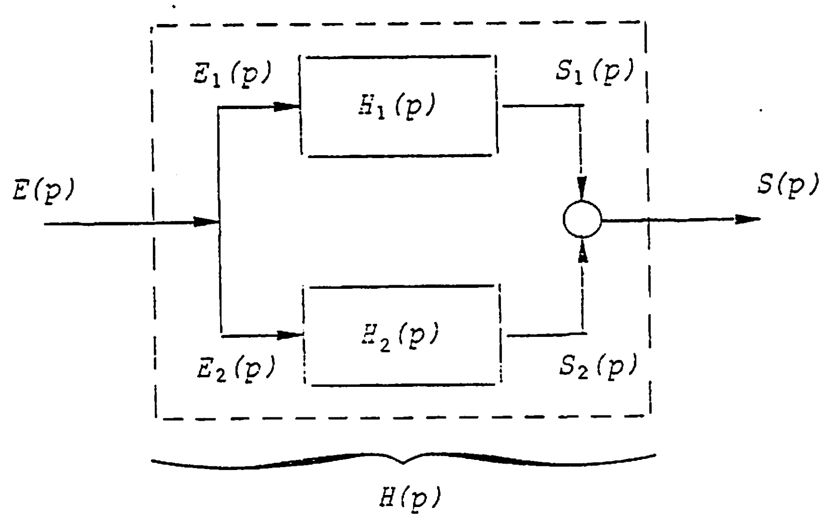
II - ASSOCIATION DES FONCTIONS DE TRANSFERT

II.1 - FONCTIONS DE TRANSFERT "MONTEES" EN SERIE



$$\boxed{H(p) = H_1(p) \cdot H_2(p)}$$

II.2 - FONCTIONS DE TRANSFERT "MONTEES" EN PARALLELE



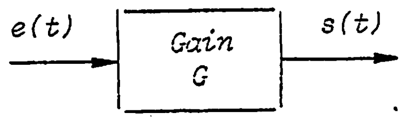
$$\boxed{H(p) = \pm H_1(p) \pm H_2(p)}$$

III - FONCTIONS DE TRANSFERT DES OPERATEURS ELEMENTAIRES

III.1 - FONCTION PROPORTIONNELLE *(P)*

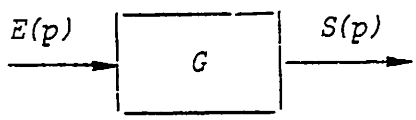
$$\boxed{H(p) = G}$$

- Domaine temporel



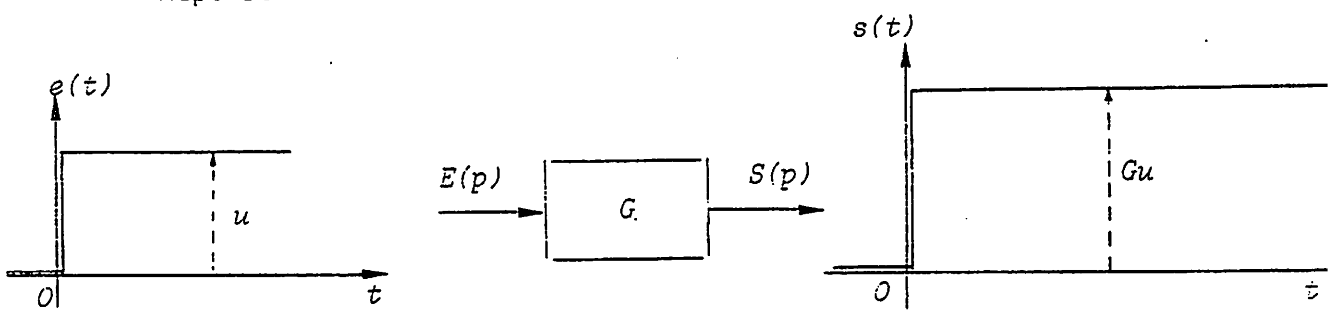
$s(t) = G.e(t)$

- Domaine Laplacien



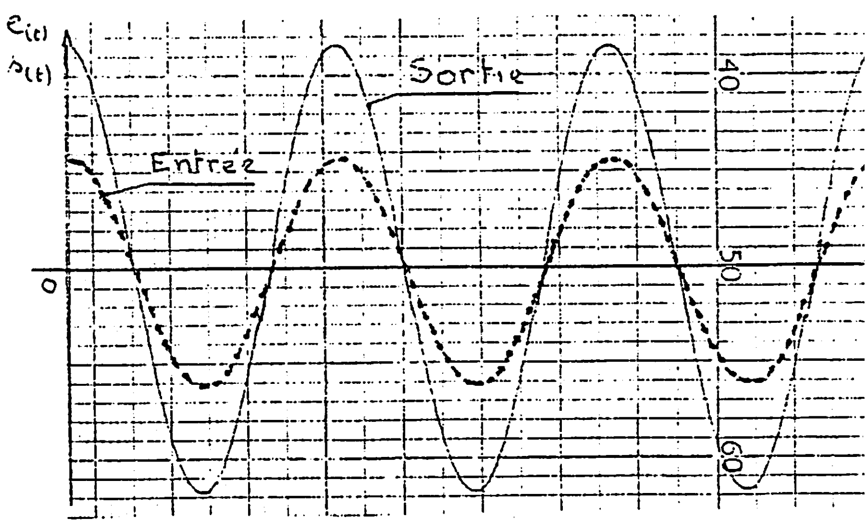
$S(p) = G.E(p)$

- Réponse à un échelon



- Réponse à une excitation sinusoïdale

$e(t) = e_0 \sin \omega t$

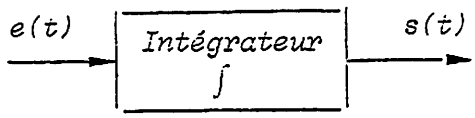


OBSERVATIONS :

III.2 - FONCTION INTEGRALE *(I)*

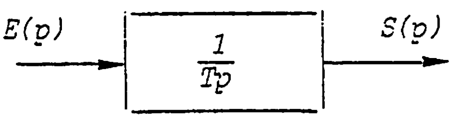
$$\boxed{H(p) = \frac{1}{Tp}}$$

- Domaine temporel



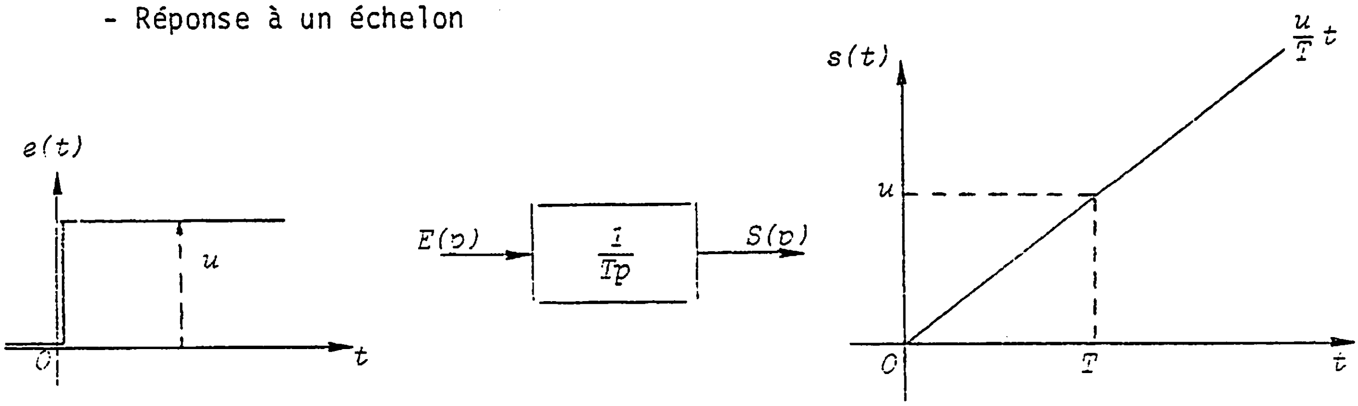
$$s(t) = \frac{1}{T}\int_0^t e(t)\,dt$$

- Domaine Laplacien



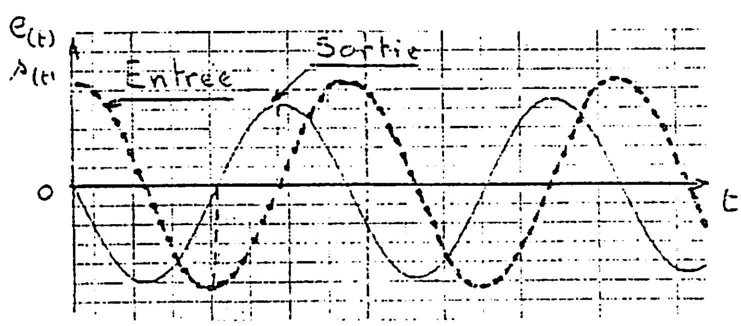
$$S(p) = \frac{E(p)}{Tp}$$

- Réponse à un échelon



- Réponse à une excitation sinusoïdale

$e(t) = e_0 \sin \omega t$



OBSERVATIONS :

III.3 - FONCTION DERIVEE *(D)*

$$\boxed{H(p) = Tp}$$

- Domaine temporel

$$e(t) \longrightarrow \boxed{\text{Dérivateur } \frac{d}{dt}} \longrightarrow s(t)$$

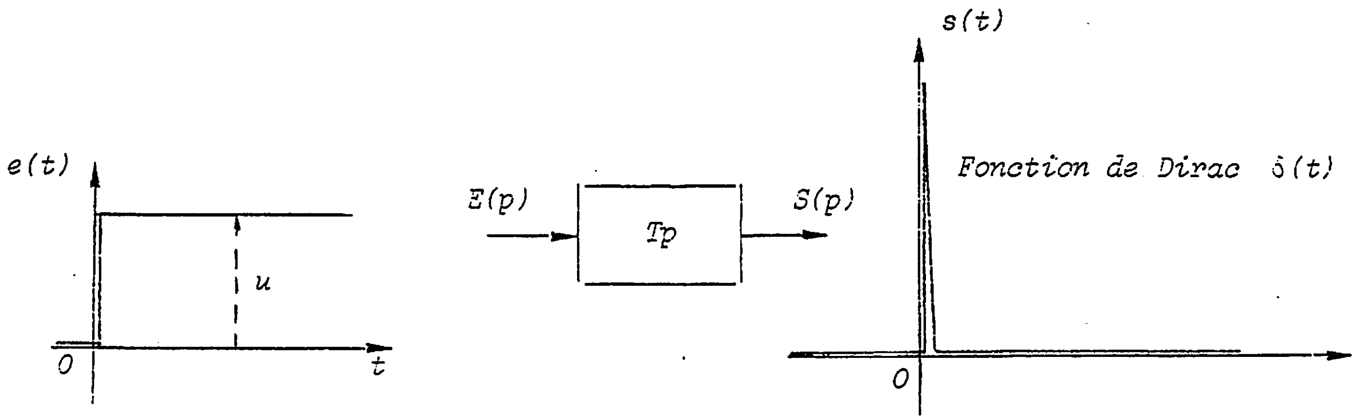
$$s(t) = T\,\frac{de(t)}{dt}$$

- Domaine Laplacien

$$E(p) \longrightarrow \boxed{Tp} \longrightarrow S(p)$$

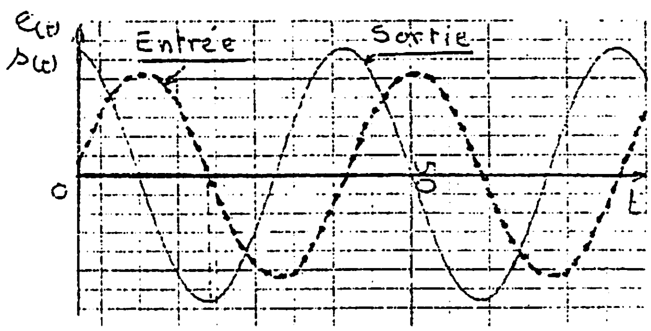
$$S(p) = TpE(p)$$

- Réponse à un échelon



- Réponse à une excitation sinusoïdale

$e(t) = e_0 \sin \omega t$

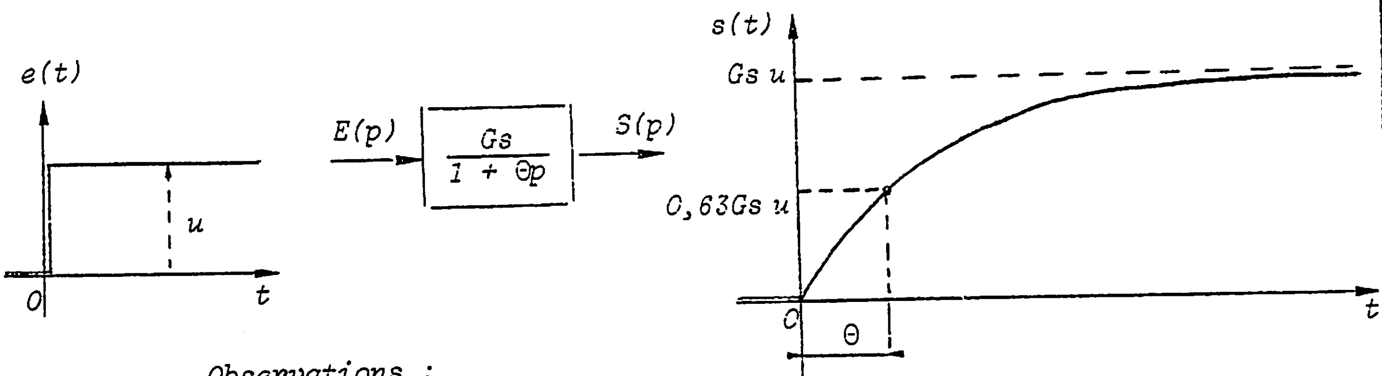


OBSERVATIONS :

IV - FONCTIONS DE TRANSFERT DES OPERATEURS DYNAMIQUES

IV.1 - FONCTION DU PREMIER ORDRE

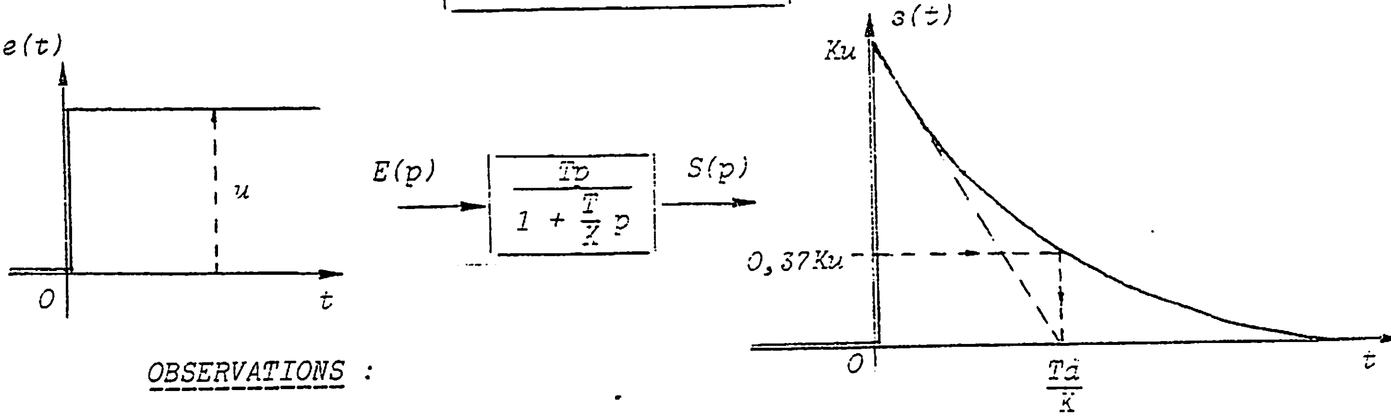
$$\boxed{H(p) = \frac{Gs}{1 + \Theta p}}$$



Observations :

IV.2 - FONCTION DERIVEE FILTREE

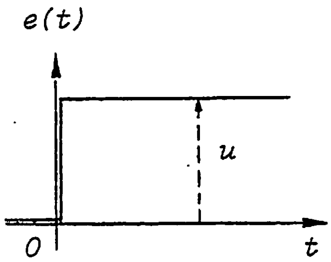
$$\boxed{H(p) = \frac{Tp}{1 + \frac{T}{K}p}}$$

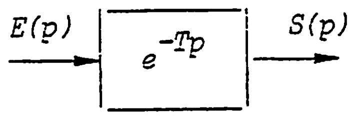


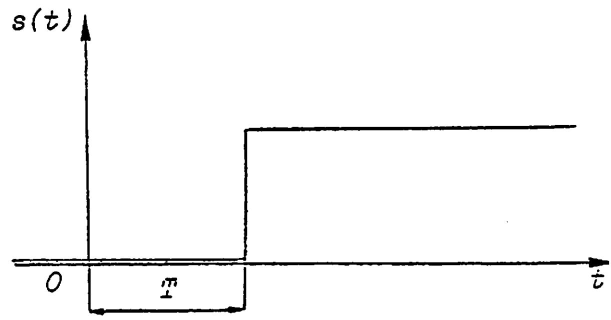
OBSERVATIONS :

IV.3 - TEMPS MORT (ou RETARD)

$$\boxed{H(p) = e^{-Tp}}$$





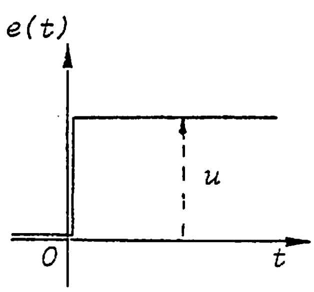


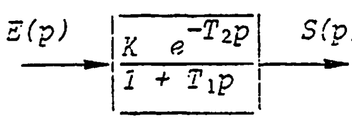
$s(t) = u\ (t-T)$

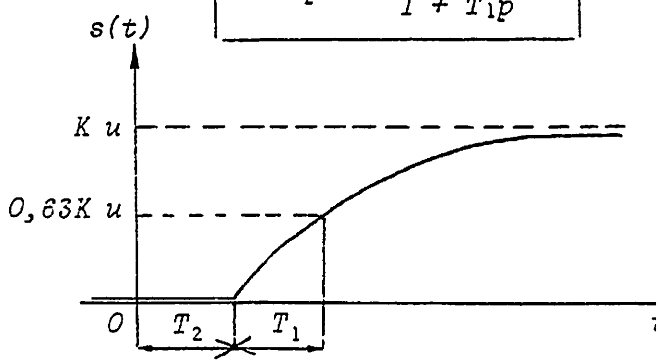
Observations :

IV.4 - FONCTION DU PREMIER ORDRE AVEC RETARD

$$\boxed{H(p) = \frac{K\ e^{-T_2 p}}{1 + T_1 p}}$$



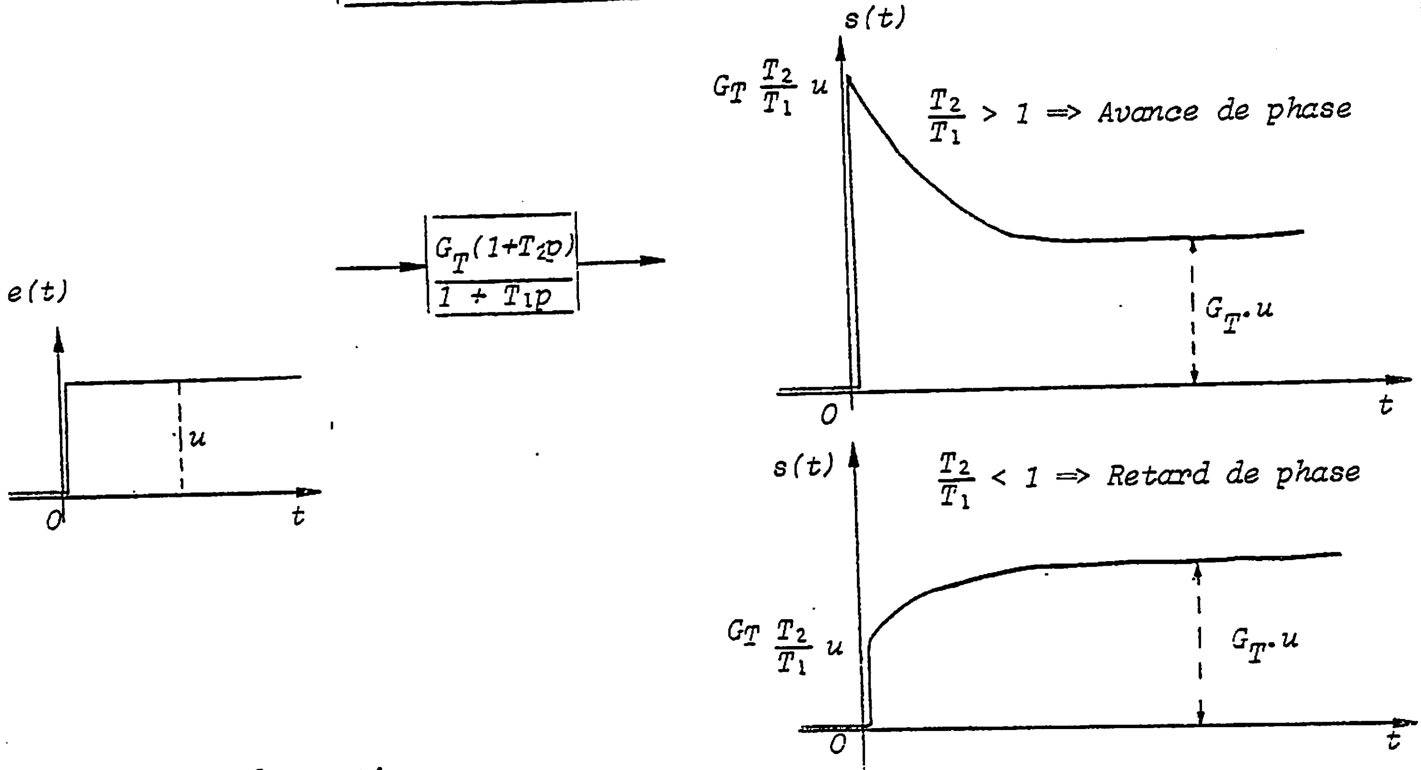




Observations :

IV.5 - AVANCE-RETARD DE PHASE (Relais de tendance)

$$\boxed{H(p) = \frac{G_T\ (1 + T_2 p)}{1 + T_1 p}}$$



Observations :

V - FONCTIONS DE TRANSFERT DES SYSTEMES STATIQUES

V .1 - FONCTION DU PREMIER ORDRE AVEC RETARD

$$\boxed{H_R(p) = \frac{Gs\ e^{-\tau p}}{1 + \Theta p}}$$

Gs : gain statique du procédé

Θ : constante de temps du procédé

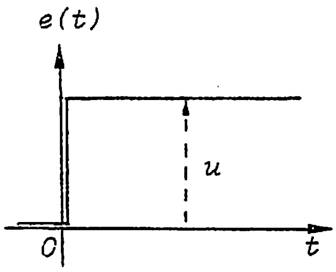
τ : temps mort du procédé

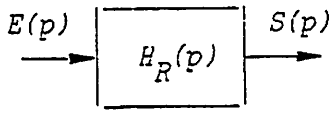
Nota : voir page 7 la réponse à un échelon d'entrée.

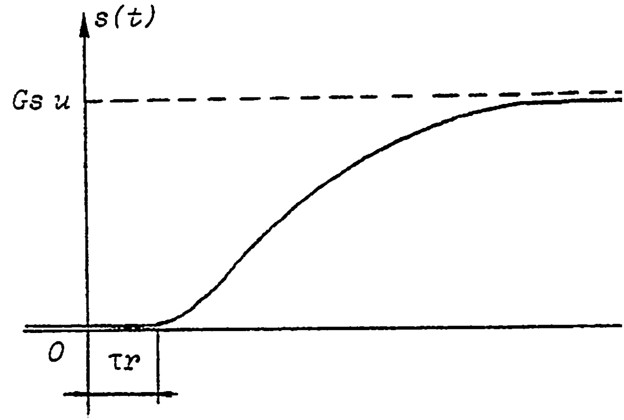
Observations :

V .2 - FONCTION APERIODIQUE DU NIEME ORDRE

$$\boxed{H_R(p) = \frac{Gs\ e^{-\tau r p}}{(1+\Theta_1 p)(1+\Theta_2 p)\ \dots\ (1+\Theta_n p)}}$$







Comme il est impossible de déterminer les différentes constantes de temps Θ_1, Θ_2, ... Θ_n, certains automaticiens ont essayé de choisir un modèle mathématique qui se rapproche de cette fonction de transfert.

$$\frac{Gs\ e^{-\tau r p}}{(1+\Theta_1 p)(1+\Theta_2 p)\ \dots\ (1+\Theta_n p)} \neq$$

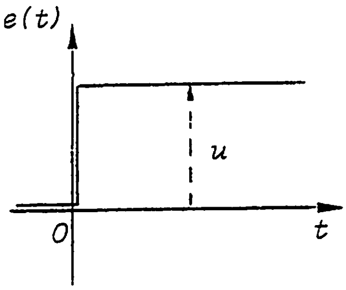
- $\longrightarrow \dfrac{Gs\ e^{-\tau p}}{1+\Theta p}$ *Modèle de Broïda*
- $\longrightarrow \dfrac{Gs\ e^{-\tau p}}{(1+Tp)^n}$ *Modèle de Strejc*
- $\longrightarrow \dfrac{Gs}{(1+Tp)^n}$ *Modèle Strejc-Dav*

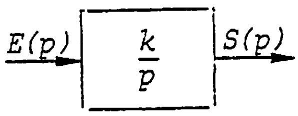
Observations :

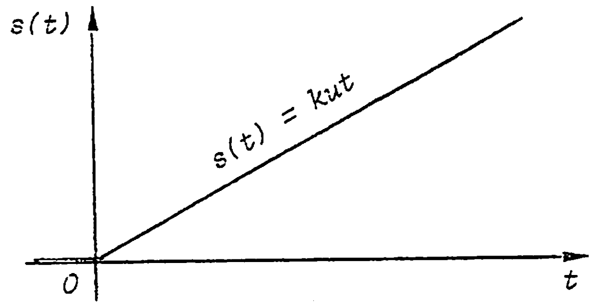
VI - FONCTIONS DE TRANSFERT DES SYSTEMES INSTABLES (INTEGRATEURS)

VI.1 - INTEGRATEUR PUR

$$\boxed{H_R(p) = \frac{k}{p}}$$





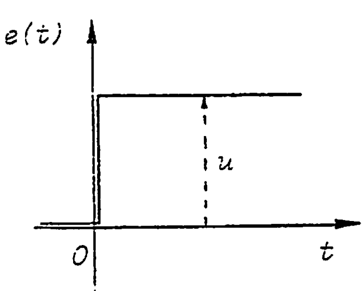


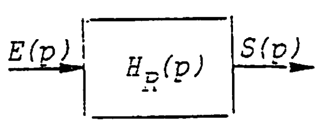
k : coefficient d'intégration du procédé.

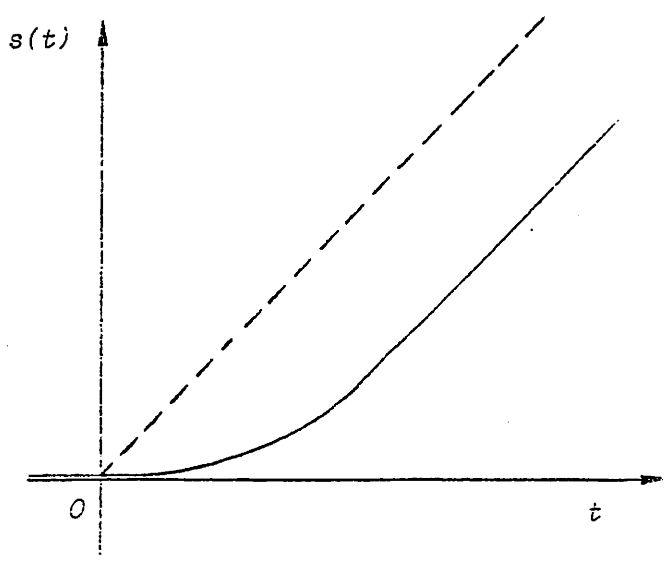
Observations :

VI.2 - INTEGRATEUR DU NIEME ORDRE

$$\boxed{H_R(p) = \frac{k}{p(1+\Theta_1 p)(1+\Theta_2 p)\ldots(1+\Theta_n p)}}$$







Comme il est impossible de déterminer les différentes constantes de temps, on choisit un modèle mathématique qui se rapproche de cette fonction de transfert.

$$\frac{k}{p(1+\Theta_1 p)(1+\Theta_2 p)\ \ldots\ (1+\Theta_n p)} \neq \begin{cases} \longrightarrow \dfrac{k\ e^{-\tau p}}{p} \\[2ex] \longrightarrow \dfrac{k}{p(1+\Theta p)^n} \end{cases}$$

__Observations :__