

Collection ÉLECTROTECHNIQUE

# ACTIONNEURS ÉLECTRIQUES

Principes / Modèles / Commande

Guy GRELLET

Guy CLERC

*Ouvrage publié avec le concours du ministère de l'Éducation nationale,  
de l'Enseignement supérieur et de la Recherche (D.I.S.T.N.B.)*

  
EYROLLES

ÉDITIONS EYROLLES  
61, Bld Saint-Germain  
75240 Paris Cedex 05



Le code de la propriété intellectuelle du 1<sup>er</sup> juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée notamment dans les établissements d'enseignement, provoquant une baisse brutale des achats de livres, au point que la possibilité même pour les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée.

En application de la loi du 11 mars 1957, il est interdit de reproduire intégralement ou partiellement le présent ouvrage, sur quelque support que ce soit, sans autorisation de l'Éditeur ou du Centre Français d'exploitation du droit de Copie, 3, rue Hautefeuille, 75006 Paris.

© Éditions Eyrolles, 1997, ISBN : 2-212-09352-7

*À mon épouse, pour son soutien et son exemple.*

Guy Grellet

*À ma mère, à mon père.*

Guy Clerc

# Préface

Le génie électrique est la branche de la physique appliquée qui regroupe l'ensemble des sciences et des techniques ayant trait à l'électricité et à ses applications. Le génie électrique recouvre donc en particulier, ce qu'il est convenu d'appeler :

- l'électrotechnique,
- l'électronique de puissance,
- l'électronique industrielle,
- l'automatique et l'informatique industrielle,
- la compatibilité électromagnétique, ...

Le volume des connaissances acquises dans chacune de ces disciplines, et *a fortiori* dans l'ensemble, est tel que grande est la tentation de se spécialiser.

La spécialisation est inévitable, quoique souvent excessive du moins en formation initiale, pour les techniciens, aussi supérieurs soient-ils. Mais elle est inacceptable au niveau ingénieur ayant à concevoir des équipements, car les problèmes industriels touchent inévitablement à un grand nombre de techniques et c'est d'ordinaire à la jonction entre techniques voisines que se situent les principales difficultés.

Depuis plusieurs décennies, les enseignants-chercheurs ont compris que ce n'est pas en peaufinant l'électrotechnique classique qu'ils contribueraient au progrès de cette discipline. Les progrès sur les convertisseurs électromécaniques eux-mêmes sont dus aux matériaux et à l'utilisation de l'informatique, par le biais du calcul des champs, qui permet d'optimiser les structures classiques et d'étudier les possibilités que peuvent présenter de nouvelles structures. Mais les principales sources de progrès sur les convertisseurs électromécaniques leur sont extérieures : c'est l'électronique de puissance qui permet de les alimenter de façon à exploiter au mieux toutes leurs possibilités ; c'est l'automatique et l'informatique industrielle qui permettent de commander les ensembles convertisseurs statiques-machines de la façon la mieux adaptée à chaque application.

C'est dire tout l'intérêt que présentent, tant pour l'industrie que pour l'enseignement, les ouvrages « transdisciplinaires ». Dans ceux-ci des universitaires tirent profit de leur expérience pédagogique, de leur recherche et de celle de la communauté scientifique à laquelle ils appartiennent pour présenter le génie électrique dans ce qu'il a de « transversal », c'est-à-dire de commun à plusieurs disciplines.

Ce n'est pas facile car chaque discipline, au fur et à mesure qu'elle progresse tend à créer son propre vocabulaire, à s'appuyer sur ses propres évidences, se rendant ainsi de plus en plus hermétique.

Aussi convient-il de souligner le mérite de Messieurs GRELLET et CLERC qui nous présentent un ouvrage transversal de grande qualité et de haut niveau.

Le titre de cet ouvrage « Actionneurs électriques : principes modèles commandes » indique bien l'objectif de l'étude présentée. D'ailleurs dès le début du premier chapitre, les auteurs précisent bien que par actionneurs ils entendent bien des dispositifs assurant à la fois une conversion d'énergie et une conversion d'information. Cela explique le déroulement de leur étude : après une présentation du principe des divers types d'actionneurs électromécaniques, ils passent à leur modélisation, puis à leurs fonctions de transfert et à celles des convertisseurs statiques associés aux actionneurs ; cela leur permet de traiter de la commande de ces ensembles.

À la lecture de cet ouvrage, trois points m'ont paru particulièrement intéressants :

- Le premier est l'élargissement du domaine traité à l'ensemble des actionneurs électriques. Les auteurs ne se limitent pas aux convertisseurs électromécaniques classiques, moteur à courant continu, moteur triphasé asynchrone ou synchrone. Ils présentent aussi les actionneurs électromagnétiques moins conventionnels, les actionneurs électrodynamiques, les actionneurs réluctants... Ils consacrent de plus un chapitre entier aux micromoteurs piézo-électriques et électrostatiques.
- Le second est de bien rester fidèle à l'objectif initial. La présentation des procédés de commande, même les plus sophistiqués ou mettant en jeu des notions assez abstraites, n'est jamais considérée comme une fin en soi. Elle est toujours appliquée à la commande des actionneurs électriques et les particularités liées à cette application sont bien mises en évidence.
- Le troisième point à souligner est le souci des auteurs de rester près des préoccupations industrielles. D'où des tableaux comparatifs sur les divers types d'actionneurs, sur les divers procédés de commande et leurs domaines privilégiés d'applications. L'ouvrage se termine d'ailleurs par la détermination d'une chaîne d'entraînement à partir de son cahier des charges.

L'ouvrage de Messieurs GRELLET et CLERC est un ouvrage de haut niveau. S'ils partent de rappels supposés aisément accessibles, les auteurs arrivent jusqu'à la présentation des résultats des recherches les plus récentes et indiquent même, par endroits, les recherches en cours.

Malgré les rappels, ce travail me semble donc destiné aux étudiants et aux professionnels ayant les bases communes qu'on donne en IUT Génie Électrique, en Licence EEA ou Génie Électrique ou dans les formations d'Ingénieurs ayant trait à la physique appliquée. En effet au cours des divers chapitres, les auteurs font référence à un certain nombre de résultats supposés connus.

Bien que cet ouvrage soit d'un nombre important de pages, les auteurs n'ont pu arriver au niveau qu'ils atteignent en électrotechnique et en automatique qu'en sautant certaines démonstrations et en abrégant la présentation de certains résultats. Aussi ont-ils renvoyé aux publications correspondantes en indiquant les références directement dans le texte.

Il faut à ce propos rendre hommage à la probité intellectuelle des auteurs qui ne font pas comme s'ils avaient trouvé tout ce qu'ils exposent, mais citent les auteurs auxquels il faut se référer pour approfondir certains points ou trouver les étapes de certaines démonstrations.

L'importante bibliographie jointe à la fin de cet ouvrage valorise d'ailleurs celui-ci.

Cet ouvrage a donné, j'en suis sûr, beaucoup de travail à ses auteurs. Mais ce travail leur a permis d'aboutir à un excellent résultat.

Connaissant le sens du service commun de Messieurs G. GRELLET et CLERC, je souhaite que leur ouvrage constitue pour les professionnels, les étudiants, les enseignants et les chercheurs en génie électrique un outil de travail très utile et très utilisé.

Guy SEGUIER

Université des Sciences  
et Technologies de Lille

# Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier toutes les personnes et les sociétés qui ont rendu cet ouvrage possible. Ce livre s'appuie, entre autres, sur les cours professés par les auteurs, mais aussi, sur une large partie des travaux de recherche de leurs étudiants et de leurs collègues ainsi que sur les remarques de ceux-ci.

Ils tiennent, tout particulièrement, à exprimer leur reconnaissance à Messieurs J.-Y. AULOGE, F. BURET, D. CHOUIER, J.-M. RETIF, G. ROJAT, M. TEISSIER, F. THOLLON, G. THOMAS, Madame X. LIN SHI et M. le Professeur G. SEGUIER pour la relecture de ce livre et les corrections qu'ils y ont apportées. De même un grand merci revient à Mme Ferha SILEM pour la frappe d'une grande partie de cet ouvrage.

Ils remercient aussi Messieurs H. BOURLES, H. BUHLER, G.-A. CAPOLINO, C. FOU-LARD, M. LAJOIE-MAZENC, M. RIVOIRE, Madame PIETRZAK-DAVID, les éditions IEEE ([ZAI 92] et [KIM 93]), Prentice-Hall ([BOSE 86]), EPE 5 ([CASADEI 93]), EPFL/LEME ([BIANCHI 94]), les Presses Polytechniques et Universitaires Romandes ([BUHLER 86]), les techniques de l'ingénieur ([LAJOIE-MAZENC 91A]) et Oxford University Press ([SHASHIDA KENJO 93]) de leur avoir accordé l'autorisation de reproduire et modifier certains passages de leurs ouvrages.

Ils apprécieront vivement les observations de leurs lecteurs de manière à faire vivre cet ouvrage et proposer, éventuellement, une nouvelle édition.

Que Monsieur le Professeur SEGUIER soit enfin tout spécialement remercié pour avoir accepté de préfacier cet ouvrage ; mais si l'honneur de son acceptation nous revient, cette tâche ne lui appartenait-elle pas, pour nous avoir un des premiers, incité à publier nos cours ?

# Avant-propos

Les développements actuels en robotique (machines outils, robots, manipulateurs...) et en variation de vitesse (T.G.V., voiture électrique, entraînements de toute sorte) nécessitent la réalisation d'ensembles machine - alimentation - commande, qui optimisent les performances statiques et dynamiques des machines électriques utilisées en actionneurs. Cette utilisation implique des régimes cycliques de fonctionnement de plus en plus éloignés des services classiques normalisés.

La conception de ces ensembles repose sur une approche pluridisciplinaire qui intègre les bases variées du génie électrique de l'électrotechnique à l'automatique, en passant par l'électronique de puissance et l'informatique industrielle. Ces deux premiers domaines ont fait émerger ces dernières années de nouvelles possibilités tant au niveau des machines qu'au niveau des commandes. Cette complémentarité s'avère nécessaire à l'optimisation des chaînes d'entraînement et à l'amélioration des performances des actionneurs électriques. Elle tend d'ailleurs à se développer dans la communauté scientifique concernée.

Les aimants permanents affirment leurs avantages dans les machines sans balais, les moteurs pas à pas et ceux à réluctance variable élargissent leurs domaines d'application, de nouveaux principes émergent et s'industrialisent comme les moteurs piézo-électriques et le futur se prépare avec les machines électrostatiques miniatures.

L'amélioration des performances dynamiques de ces actionneurs repose sur l'emploi de commandes scalaires ou l'utilisation de commandes vectorielles. Les méthodes modernes de régulation (synthèse  $H_\infty$ , correcteurs adaptatifs...) permettent de compenser les variations paramétriques et les bruits.

Cet ouvrage propose aux étudiants de Maîtrise, DESS et DEA des universités, à ceux des écoles d'ingénieurs, et à leurs anciens en fonction dans l'industrie, les bases nécessaires à la compréhension et à la mise en œuvre des systèmes de commande des actionneurs modernes.

Il présente d'abord les actionneurs et leurs modèles, puis leur fonction de transfert et celles de leurs alimentations et enfin leurs commandes.

L'électronique de puissance n'est pas rappelée, elle est supposée connue ou traitée dans d'autres ouvrages spécialisés.

Le premier chapitre rappelle les connaissances physiques nécessaires au lecteur pour aborder l'étude des actionneurs et leur classification.



Les critères de l'énergie volumique et de la puissance volumique permettent dans ce chapitre une comparaison des différents principes usuels de conversion d'énergie et font apparaître l'intérêt des actionneurs électromagnétiques. Les rappels portent sur les lois fondamentales globales des circuits magnétiques, linéaires ou non, et insistent particulièrement sur les aimants permanents et la notion d'énergie électromagnétique, cœur des conversions correspondantes. Une classification en découle selon la structure ou les performances offertes par ces actionneurs en matière de couple.

Le second chapitre développe les modèles et propriétés intrinsèques des actionneurs électriques classés selon leur structure, de la plus simple, les systèmes à réluctance variable, à la plus complexe, les machines classiques multi-enroulements statoriques et rotoriques.

Le chapitre 3 présente le modèle mathématique général unificateur de ces actionneurs électriques classiques en régime transitoire. Il utilise les transformations de coordonnées de Clarke et de Park et présente les équations dans les trois repères principaux.

Le chapitre 4 aborde en détail les structures et propriétés spécifiques des moteurs pas à pas et à réluctance variable. Ce chapitre traite le régime permanent mais aussi les problèmes dynamiques, qui en limitent le domaine de fonctionnement, liés à l'alimentation séquentielle et discontinue des phases. Il présente aussi les alimentations et commandes adaptées aux nouvelles contraintes.

Le chapitre 5 traite des micromoteurs piézo-électriques et électrostatiques qui nécessitent une modélisation particulière. Il donne les équations de base nécessaires au calcul des performances, les principales caractéristiques de ces machines et expose les technologies émergentes, ou déjà confirmées, avec leurs limites actuelles.

L'étude des régimes thermiques et des modèles associés au chapitre 6 complète la modélisation électromagnétique. Après un rappel des régimes normalisés les plus courants, à savoir : le régime permanent, le régime temporaire et le régime intermittent, il donne les moyens de traiter les cas réels des actionneurs qui travaillent de façon cyclique hors régimes normalisés.

Aussi performant que soit un modèle, il n'est utile que si l'on sait évaluer les paramètres et constantes qu'il contient. Il convient donc de savoir les calculer, les mesurer ou les identifier. Le chapitre 7 rappelle donc les définitions des paramètres et constantes dites de base et donne les méthodes de leur détermination directe ou indirecte par identification. Il définit aussi des constantes de qualité. Ces paramètres permettent alors une comparaison des performances intrinsèques des divers actionneurs et facilite leur choix.

Le chapitre 8 propose une modélisation des machines à courant continu, à courant d'excitation ou d'induit constant, associées à leurs convertisseurs d'alimentation. Redresseurs et hacheurs, en régime statique et dynamique sont modélisés en conduction continue et leur fonctions de transfert sont explicitées.

Le chapitre 9 introduit les fonctions de transfert des machines à courant alternatif à partir des équations d'état de Park. Sur l'exemple de la machine asynchrone alimentée en tension, il expose la méthode d'obtention des équations sous forme canonique et aboutit à la matrice de transfert qui permet de particulariser une fonction de transfert recherchée. Il rappelle également la méthode de linéarisation des équations pour aboutir aux fonctions de transfert en petits signaux autour d'un point de fonctionnement. Il aborde le cas d'une alimentation en courant et

expose le cas de la machine synchrone avec aimant. Il présente ensuite les différents types de modulations de largeurs d'impulsion qui à partir des grandeurs de commande, définissent les séquences de commutation des composants de puissance constituant les convertisseurs statiques alimentant ces actionneurs.

Le chapitre 10 traite du réglage de vitesse à fréquence statorique constante à partir de la tension ou du courant statorique ou par un contrôle du glissement à l'aide des grandeurs rotoriques.

Le chapitre 11 détaille les commandes scalaires qui assurent un contrôle du module du flux. Il définit la notion d'autopilotage et présente les spécificités des commandes en fonction du type des actionneurs et de leurs alimentations.

Les commandes vectorielles qui permettent une régulation indépendante du flux et du couple en régime transitoire sont exposées au chapitre 12. Elles assurent de meilleures performances. Sont successivement présentés le contrôle vectoriel des machines asynchrones alimentées en courant ou en tension, celui des machines synchrones en abordant la réduction de flux dans les machines à aimants et finalement les notions de séparation de mode et de découplage.

Le chapitre 13 donne un aperçu des techniques d'estimation et d'observations des variables non mesurables (flux, couple...). Il décrit les techniques déterministes (observateur de Luenberger) ou reposant sur des critères statistiques (Filtre de Kalman). Ces techniques sont utilisées en particulier pour reconstruire les grandeurs d'état non facilement mesurables (flux, vitesse...) ou suivre l'évolution des paramètres variables (constante de temps rotorique...).

Les synthèses des correcteurs numériques des systèmes linéaires sont abordées au chapitre 14. Celui-ci expose dans une première partie la synthèse des correcteurs analogiques utilisés pour réguler les courants, la vitesse ou la position d'une machine à courant continu et le principe des boucles à verrouillage de phase qui permettent d'atteindre une meilleure précision. La seconde partie effectue une synthèse des différentes techniques de correction numérique. Le lecteur y trouvera les notions de base nécessaires à la compréhension des algorithmes les plus couramment utilisés pour réaliser les régulations et les asservissements des systèmes linéaires ou des systèmes non linéaires linéarisés autour d'un point de fonctionnement.

Les commandes adaptatives utilisées pour prendre en compte les variations de paramètres dans la machine sont présentées au chapitre 15. Celui-ci introduit les principes fondamentaux permettant une meilleure lecture des ouvrages consacrés à ces techniques et leurs applications à la commande des actionneurs électriques. Une attention particulière est apportée à la synthèse des lois de commande respectant des critères de stabilité de systèmes non linéaires.

Finalement le chapitre 16 guide l'utilisateur dans son choix des éléments pour la réalisation d'une chaîne d'entraînement pour un cahier des charges donné.

Une large bibliographie permet d'aller plus loin en renvoyant aux ouvrages de base, aux publications les plus récentes et aux logiciels les plus connus, capables d'aider le concepteur ou l'utilisateur de tels systèmes.



# Sommaire

REMERCIEMENTS .....	VI
NOTATIONS .....	XXIII
<b>Liste des notations</b> .....	XXIII
<b>Définition des angles entre les différents repères quadratiques</b> .....	XVI
<b>Symboles utilisés dans les figures</b> .....	XVII

<b>CHAPITRE 1 • GÉNÉRALITÉS</b> .....	<b>1</b>
1.1. LES BESOINS ET LEUR ÉVOLUTION .....	2
1.2. DÉFINITIONS .....	3
1.3. COMPARAISON DES PERFORMANCES INTRINSÈQUES DES PRINCIPES USUELS DE CONVERSION D'ÉNERGIE EN ÉNERGIE MÉCANIQUE .....	4
1.4. RAPPELS SUR LES CIRCUITS MAGNÉTIQUES .....	6
<b>1.4.1 Équations des circuits magnétiques</b> .....	6
<b>1.4.2 Étude des circuits linéaires</b> .....	10
<b>1.4.3 Circuits ferromagnétiques sans hysteresis</b> .....	14
<b>1.4.4 Aimants permanents</b> .....	15
1.4.4.1 Nature des matériaux durs .....	15
1.4.4.2 Utilisation et fonctionnement d'un aimant permanent .....	16
1.4.4.3 Force magnétomotrice équivalente d'un aimant .....	19
<b>1.4.5 Cas d'excitation alternative sinusoïdale</b> .....	20
1.4.5.1 Pertes par hystérésis .....	21
1.4.5.2 Pertes par courants de Foucault .....	22
<b>1.4.6 Énergie électromagnétique</b> .....	23

1.5 CLASSIFICATION STRUCTURELLE ET FONCTIONNELLE DES ACTIONNEURS ÉLECTRIQUES.....	27
1.5.1 Classification structurelle.....	27
1.5.2 Classification fonctionnelle.....	29

**CHAPITRE 2 • MODÈLES ET PROPRIÉTÉS INTRINSÈQUES  
DES DIFFÉRENTES CLASSES D’ACTIONNEURS ÉLECTROMAGNÉTIQUES 35**

2.1 ACTIONNEURS RÉLUCTANTS.....	36
2.2 ACTIONNEURS ÉLECTRODYNAMIQUES.....	38
2.3 ACTIONNEURS ÉLECTROMAGNÉTIQUES.....	39
2.4 ACTIONNEURS HYBRIDES OU RÉLUCTANTS POLARISÉS.....	40
2.5 ACTIONNEURS CLASSIQUES.....	42

**CHAPITRE 3 • MODÈLE ÉLECTROMAGNÉTIQUE UNIFIÉ  
DES ACTIONNEURS CLASSIQUES 43**

3.1 MACHINE ASYNCHRONE.....	44
3.2 MACHINE SYNCHRONE.....	53
3.3 MACHINES À COURANT CONTINU.....	64

**CHAPITRE 4 • MOTEURS PAS À PAS ET MOTEURS  
À RÉLUCTANCE VARIABLE 67**

4.1 DÉFINITIONS.....	68
4.2 STRUCTURE D’UN ACTIONNEUR PAS À PAS.....	68
4.3 ÉTUDE DE L’ÉLÉMENT MOTEUR.....	70
4.4 CAS DU STATOR À CIRCUIT MAGNÉTIQUE MULTIPLE ( <i>MULTISTACK</i> ).....	75
4.5 ÉTUDE DE L’ALIMENTATION.....	77
4.6 ÉTUDE DE LA COMMANDE.....	79

4.7	ÉTUDE DU FONCTIONNEMENT DYNAMIQUE DE L'ENSEMBLE. DOMAINES DE FONCTIONNEMENT.....	80
4.7.1	Problème d'oscillations en réponse indicielle.....	80
4.7.2	Problème de perte de synchronisme en basse fréquence.....	84
4.7.3	Problème de fréquence limite de démarrage.....	86
4.7.4	Problème d'accélération et de fréquence limite de fonctionnement en régime permanent.....	88
4.7.5	Problème du freinage.....	90
4.8	MOTEUR À RÉLUCTANCE VARIABLE.....	91

## **CHAPITRE 5 • MICROMOTEURS PIÉZO-ÉLECTRIQUES ET ÉLECTROSTATIQUES**

**97**

5.1	PRINCIPE DES MACHINES PIÉZO-ÉLECTRIQUES.....	98
5.2	MODÈLE ET PARAMÈTRES.....	101
5.2.1	Équations de base.....	102
5.3	TECHNOLOGIES DES MOTEURS PIÉZO-ÉLECTRIQUES.....	105
5.3.1	Moteurs à oscillateur.....	105
5.3.2	Moteurs à onde de flexion.....	107
5.4	CARACTÉRISTIQUES PRINCIPALES DES MOTEURS PIÉZO-ÉLECTRIQUES.....	110
5.5	LIMITES TECHNOLOGIQUES ACTUELLES.....	111
5.6	PRINCIPE DES MACHINES ÉLECTROSTATIQUES.....	112
5.7	MODÈLE ET PARAMÈTRES.....	115
5.8	TECHNOLOGIE DES MOTEURS ÉLECTROSTATIQUES.....	118
5.9	CARACTÉRISTIQUES ET LIMITATIONS.....	119

## **CHAPITRE 6 • RÉGIMES ET MODÈLES THERMIQUES DES ACTIONNEURS**

**121**

6.1	LIMITES DE FONCTIONNEMENT D'UN ACTIONNEUR. ÉCHAUFFEMENT ET CLASSES D'ISOLATION.....	122
6.2	MODÈLE THERMIQUE.....	124

<b>6.2.1</b>	<b>Cas du régime permanent (service <math>S_1</math>)</b> .....	124
6.2.1.1	Modèle thermique du corps unique.....	125
6.2.1.2	Remarques.....	127
6.2.1.2.1	<i>Échauffement adiabatique</i> .....	127
6.2.1.2.2	<i>Cas de pertes non constantes</i> .....	128
6.2.1.2.3	<i>Refroidissement d'un corps unique</i> .....	129
6.2.1.3	Échauffement d'un actionneur.....	129
<b>6.2.2</b>	<b>Cas du régime temporaire (service <math>S_2</math>)</b> .....	132
<b>6.2.3</b>	<b>Cas du régime intermittent (service <math>S_3</math>)</b> .....	133
<b>6.2.3</b>	<b>Cas d'un régime cyclique quelconque</b> .....	134
6.2.3.1	Cas du modèle thermique à corps unique.....	134
6.2.3.1.1	<i>Cycle de faible durée</i> .....	134
6.2.3.1.2	<i>Cycle de longue durée</i> .....	136
6.2.3.2	Cas du modèle thermique à deux corps.....	136
6.2.3.3	Cas des machines asynchrones.....	137
6.3	AMÉLIORATION DES CARACTÉRISTIQUES THERMIQUES.....	137
6.4	INFLUENCE DES HARMONIQUES.....	138
6.5	DOMAINES DE FONCTIONNEMENT D'UN ACTIONNEUR.....	139

## **CHAPITRE 7 • PARAMÈTRES ET CONSTANTES DE BASE ÉLECTROMÉCANIQUES DES ACTIONNEURS ÉLECTRIQUES 141**

7.1	DÉFINITIONS.....	142
7.2	CONSTANTES INTRINSÈQUES.....	142
<b>7.2.1</b>	<b>Fonctionnement à flux principal constant</b> .....	142
7.2.1.1	Constante de f.e.m.....	142
7.2.1.2	Constante de couple.....	143
7.2.1.3	Couples de frottement et coefficients d'amortissement.....	144
7.2.1.4	Constantes de temps mécaniques.....	145
<b>7.2.2</b>	<b>Fonctionnement à flux principal variable</b> .....	145
<b>7.2.3</b>	<b>Moment d'inertie</b> .....	146
<b>7.2.4</b>	<b>Résistances</b> .....	147
<b>7.2.5</b>	<b>Inductances</b> .....	147
<b>7.2.6</b>	<b>Rapport de réduction</b> .....	149
7.3	CONSTANTES DE DÉFINITION.....	152
<b>7.3.1</b>	<b>Définitions</b> .....	152

7.3.2	<b>Limites dues à la commutation et à la désaimantation</b> .....	152
7.4	<b>CONSTANTES DE QUALITÉ</b> .....	153
7.4.1	<b>Couple et courant impulsionnels</b> .....	153
7.4.2	<b>Accélération impulsionnelle</b> .....	154
7.4.3	<b>Puissance transitoire</b> .....	154
7.4.4	<b>Constante de temps mécanique électromagnétique</b> .....	155
7.5	<b>PERFORMANCES COMPARÉES DES DIFFÉRENTS ACTIONNEURS</b> .....	156
7.6	<b>DÉTERMINATION DES PARAMÈTRES</b> .....	159
7.7	<b>IDENTIFICATION</b> .....	163
7.7.1	<b>Introduction</b> .....	163
7.7.2	<b>Identification des modèles paramétriques continus</b> .....	167
7.7.2.1	Utilisation de la réponse indicielle.....	167
7.7.2.2	Utilisation de la réponse fréquentielle.....	171
7.7.3	<b>Identification des modèles paramétriques discrets</b> .....	174
7.7.3.1	Méthodes basées sur l'erreur de sortie.....	175
7.7.3.2	Méthodes basées sur l'erreur d'équation.....	177
7.7.3.2.1	<i>Introduction</i> .....	177
7.7.3.2.2	<i>Moindres carrés simples</i> .....	178
7.7.3.2.3	<i>Méthodes des variables instrumentales</i> .....	180
7.7.3.2.4	<i>Méthodes modélisant les perturbations du procédé</i> .....	180
7.7.3.2.5	<i>Méthode du maximum de vraisemblance</i> .....	182

## **CHAPITRE 8 • MODÉLISATION DES ENSEMBLES CONVERTISSEURS STATIQUES-MACHINES À COURANT CONTINU 187**

8.1	<b>INTRODUCTION</b> .....	188
8.2	<b>FONCTION DE TRANSFERT D'UNE MACHINE À EXCITATION CONSTANTE</b> .....	189
8.3	<b>FONCTION DE TRANSFERT D'UNE MACHINE ALIMENTÉE EN COURANT CONSTANT</b> .....	192
8.4	<b>MODÉLISATIONS STATIQUE ET DYNAMIQUE DES CONVERTISSEURS STATIQUES D'ALIMENTATION DES MACHINES À COURANT CONTINU</b> .....	193
8.4.1	<b>Modèle statique et dynamique d'un redresseur en conduction continue</b> .....	194
8.4.2	<b>Modèle statique et dynamique d'un hacheur en conduction continue</b> .....	196
8.4.3	<b>Modélisation des ensembles convertisseurs-machines à courant continu en conduction discontinue</b> .....	198



---

<b>CHAPITRE 9 • FONCTION DE TRANSFERT DES MACHINES À COURANT ALTERNATIF. MODULATION DE LARGEUR D'IMPULSION</b>	<b>199</b>
9.1 MACHINE ASYNCHRONE ALIMENTÉE EN TENSION.....	200
9.2 FONCTIONS DE TRANSFERT EN PETITS SIGNAUX.....	201
9.3 MACHINE ASYNCHRONE ALIMENTÉE EN COURANT.....	206
9.4 MACHINE SYNCHRONE AVEC ET SANS AIMANTS.....	207
9.5 MODULATIONS DE LARGEURS D'IMPULSIONS.....	209
<b>9.5.1 Introduction</b> .....	209
<b>9.5.2 Modulation sinus-triangle</b> .....	211
9.5.2.1 Principe.....	211
9.5.2.2 Propriétés.....	212
<b>9.5.3 Modulation précalculée</b> .....	213
9.5.3.1 M.L.I. monophasée.....	213
9.5.3.2 M.L.I. triphasée.....	216
<b>9.5.4 Modulation vectorielle</b> .....	217
9.5.4.1 Principe.....	217
9.5.4.2 Calcul des temps de commutations.....	217
<b>CHAPITRE 10 • RÉGLAGE DE VITESSE DES MACHINES ASYNCHRONES À FRÉQUENCE STATORIQUE FIXE</b>	<b>223</b>
10.1 INTRODUCTION.....	224
10.2 VARIATION DE LA TENSION STATORIQUE.....	226
10.3 VARIATION DU COURANT STATORIQUE.....	228
10.4 VARIATION DE LA RÉSISTANCE ROTORIQUE.....	230
10.5 CONTRÔLE DU GLISSEMENT PAR REDRESSEUR-ONDULEUR.....	231
10.6 CONTRÔLE DU GLISSEMENT PAR CYCLOCONVERTISSEUR.....	234
<b>CHAPITRE 11 • AUTOPILOTAGE ET COMMANDE SCALAIRE</b>	<b>237</b>
11.1 AUTOPILOTAGE DE MACHINES SYNCHRONES.....	238
11.2 AUTOPILOTAGE DES MACHINES ASYNCHRONES.....	240

11.3	COMMANDE SCALAIRE DES MACHINES ASYNCHRONES .....	242
<b>11.3.1</b>	<b>Introduction</b> .....	242
<b>11.3.2</b>	<b>Alimentation en tension</b> .....	244
11.3.2.1	Introduction .....	244
11.3.2.2	Commande scalaire avec contrôle de la fréquence statorique .....	246
11.3.2.3	Commande scalaire avec autopilotage et contrôle de la fréquence rotorique .....	247
11.3.2.4	Commande scalaire avec autopilotage et régulation de flux et de couple .....	248
<b>11.3.3</b>	<b>Alimentation en courant</b> .....	249
11.4	COMMANDE SCALAIRE DES MACHINES SYNCHRONES .....	254
<b>11.4.1</b>	<b>Introduction</b> .....	254
<b>11.4.2</b>	<b>Alimentation en tension</b> .....	262
11.4.2.1	Contrôle en $V/f$ d'une machine autopilotée .....	262
11.4.2.2	Alimentation par onduleur de tension régulé en courant .....	263
<b>11.4.3</b>	<b>Alimentation en courant des machines synchrones</b> .....	265
11.4.3.1	Caractéristique de la machine autopilotée .....	265
11.4.3.2	Étude des stratégies de commande à $\psi$ constant pour les machines à pôles lisses autopilotées .....	267
11.4.3.3	Contrôle du temps d'application de la tension inverse $t_q$ pour les machines à pôles lisses .....	269
11.4.3.4	Autopilotage sans capteur de position .....	271
<b>11.4.4</b>	<b>Synthèse des résultats sur la commande des machines synchrones</b> .....	274

## CHAPITRE 12 • COMMANDE VECTORIELLE

**275**

12.1	COMMANDE VECTORIELLE DES MACHINES ASYNCHRONES .....	277
<b>12.1.1</b>	<b>Principe</b> .....	277
<b>12.1.2</b>	<b>Machine asynchrone alimentée en courant</b> .....	284
12.1.2.1	Commande indirecte .....	284
12.1.2.2	Commande directe .....	287
<b>12.1.3</b>	<b>Machine asynchrone alimentée en tension</b> .....	289
12.1.3.1	Commande vectorielle .....	289
12.1.3.2	Commande directe du flux et du couple .....	294
12.2	COMMANDES VECTORIELLES DES MACHINES SYNCHRONES .....	297
<b>12.2.1</b>	<b>Principe de la commande vectorielle d'une machine synchrone alimentée en tension et régulée en courant.</b> .....	297

<b>12.2.2 Réduction du flux dans les machines synchrones à aimants</b> .....	300
<b>12.3 SÉPARATION DE MODES, DÉCOUPLAGE</b> .....	303
12.3.1 Séparation de modes.....	303
12.3.2 Découplage.....	305
<b>CHAPITRE 13 • ESTIMATION ET OBSERVATION</b>	<b>311</b>
<b>13.1 ESTIMATEURS UTILISÉS EN BOUCLE OUVERTE</b> .....	312
<b>13.1.1 Introduction</b> .....	312
<b>13.1.2 Estimateur de flux pour une machine asynchrone</b> .....	312
13.1.2.1 Présentation de l'estimation de flux.....	312
13.1.2.2 Estimateur statique.....	315
13.1.2.3 Estimateurs dynamiques.....	315
<b>13.1.3 Estimateur de couple</b> .....	318
<b>13.1.4 Estimateur du glissement, de la vitesse ou de la position</b> .....	319
<b>13.2 OBSERVATEURS DÉTERMINISTES</b> .....	322
<b>13.2.1 Observateur de Luenberger</b> .....	322
<b>13.2.2 Commande par retour d'état avec reconstituteur</b> .....	327
<b>13.2.3 Estimation des paramètres par l'observateur étendu</b> .....	328
<b>13.3 OBSERVATEURS OPTIMISANT UN CRITÈRE STATISTIQUE</b> .....	329
<b>13.3.1 Estimateur standard de Kalman</b> .....	329
<b>13.3.2 Filtre de Kalman étendu</b> .....	332
<b>13.3.3 Estimation des paramètres</b> .....	334
<b>CHAPITRE 14 • ASSERVISSEMENT ET RÉGULATION DES COURANTS, DE LA VITESSE ET DE LA POSITION : APPROCHE LINÉAIRE</b>	<b>339</b>
<b>14.1 INTRODUCTION</b> .....	340
<b>14.2 COMMANDE ANALOGIQUE</b> .....	345
<b>14.2.1 Détermination des régulateurs de courants, de vitesse et de position d'une machine à courant continu par la méthode de l'optimum symétrique</b> .....	346
14.2.1.1 Principe de la méthode.....	346

---

14.2.1.2	Application de la méthode à un actionneur à courant continu.....	349
14.2.1.3	Détermination du régulateur de courant.....	350
14.2.1.4	Détermination du régulateur de vitesse.....	351
14.2.1.5	Détermination du régulateur de position.....	353
14.2.1.6	Réalisation pratique d'un régulateur de Kessler et de son correcteur de zéro.....	354
<b>14.2.2</b>	<b>Asservissement de vitesse par boucle à verrouillage de phase.....</b>	<b>355</b>
14.2.2.1	Principe et circuit de base.....	355
14.2.2.2	Fonction de transfert du détecteur et du filtre.....	356
<b>14.3</b>	<b>COMMANDE NUMÉRIQUE.....</b>	<b>357</b>
<b>14.3.1</b>	<b>Commande analogique pilotée par ordinateur.....</b>	<b>361</b>
<b>14.3.2</b>	<b>Placement de pôles : commande RST.....</b>	<b>363</b>
14.3.2.1	Généralités.....	363
14.3.2.2	Calcul des polynômes R et S.....	364
14.3.2.3	Calcul du polynôme T.....	365
14.3.2.4	Calcul du filtre d'asservissement.....	365
<b>14.3.3</b>	<b>Commande par retour d'état.....</b>	<b>366</b>
14.3.3.1	Représentation d'état.....	366
14.3.3.2	Retour d'état.....	367
14.3.3.3	Calcul du retour d'état dans le cas monovarié.....	367
14.3.3.4	Calcul du retour d'état dans le cas multivarié.....	369
<b>14.3.4</b>	<b>Commande par modèle interne.....</b>	<b>369</b>
14.3.4.1	Généralités.....	369
14.3.4.2	Commande à horizon infini.....	371
14.3.4.3	Commande à horizon fuyant.....	372
<b>14.3.5</b>	<b>Notion de robustesse - commande <math>H_\infty</math>.....</b>	<b>372</b>
14.3.5.1	Bruits et variations de modèle.....	372
14.3.5.2	Définition de la norme $H_\infty$ .....	374
14.3.5.3	Introduction à la robustesse pour les systèmes linéaires monovarié.....	374
14.3.5.4	Représentation des incertitudes.....	375
14.3.5.5	Principe de la méthode.....	376
14.3.5.6	Stabilité robuste.....	377
14.3.5.7	Performance.....	378
14.3.5.8	Calcul des fonctions de pondération.....	379
14.3.5.9	Exemple.....	381

---

<b>CHAPITRE 15 • COMMANDE ADAPTATIVE</b>	<b>385</b>
15.1 INTRODUCTION.....	386
15.2 IDENTIFICATION EN LIGNE DES PARAMÈTRES - ADAPTATION PARAMÉTRIQUE.....	388
15.2.1 Algorithme des moindres carrés récursifs.....	388
15.2.2 Algorithme du gradient.....	391
15.2.3 Adaptation paramétrique par utilisation de sorties auxiliaires.....	392
15.3 COMMANDE PAR MODE DE GLISSEMENT.....	393
15.3.1 Introduction.....	393
15.3.2 Calcul des lois de commande.....	394
15.3.3 Exemples.....	396
15.4 COMMANDE ADAPTATIVE AVEC MODÈLE DE RÉFÉRENCE.....	398
15.4.1 Principe.....	398
15.4.2 Synthèse des commandes.....	398
15.4.2.1 Synthèse d'une commande adaptative avec modèle de référence explicite notée MRAC.....	398
15.4.2.2 Synthèse des lois de commande par la théorie de la stabilité.....	400
15.4.3 Exemple.....	408
15.5 RÉGULATEUR AUTO-AJUSTABLE.....	410
15.5.1 Principe.....	410
15.5.2 Commande indirecte.....	411
15.5.3 Commande directe.....	414

<b>CHAPITRE 16 • DÉTERMINATION DES ÉLÉMENTS D'UNE CHAÎNE D'ENTRAÎNEMENT</b>	<b>415</b>
---	------------

16.1 CAHIER DES CHARGES.....	416
16.2 CHOIX DE L'ACTIONNEUR.....	416
16.3 CHOIX DU RÉDUCTEUR.....	418
16.4 CHOIX DE L'ALIMENTATION.....	420
16.5 CHOIX DE LA COMMANDE.....	421

**ANNEXE 1 • RAPPELS EN AUTOMATIQUE 424**

A1.1 NOTION DE FONCTION DE TRANSFERT.....	424
<b>A1.1.1 Transformée de Laplace</b> .....	424
A1.1.1.1 Définition.....	424
A1.1.1.2 Propriétés.....	424
<b>A1.1.2 Transformée en Z</b> .....	425
A1.1.2.1 Définition.....	425
A1.1.2.2 Propriétés.....	425
<b>A1.1.3 Fonction de transfert</b> .....	426
A1.2 RAPPELS SUR LES VARIABLES D'ÉTAT.....	428
<b>A1.2.1 Commandabilité</b> .....	428
Définitions et théorèmes.....	428
Décomposition selon la commandabilité.....	428
Calcul de la matrice de changement de base $W_c$ (algorithme de Leverrier)...	429
<b>A1.2.2 Observabilité</b> .....	429
Définitions et théorèmes.....	429
Décomposition selon l'observabilité.....	430
Calcul de la matrice de changement de base $W_o$ (algorithme de Leverrier)...	430
<b>A1.2.3 Représentation minimale</b> .....	430
A1.3 RÉGULATEURS P.I. ET P.I.D.....	431
<b>A1.3.1 Les actions</b> .....	431
<b>A1.3.2 Structures</b> .....	432
<b>A1.3.3 Synthèse</b> .....	433
<b>A1.3.4 Circuits</b> .....	437

**ANNEXE 2 • LOCALISATION ET ÉVALUATION DES BRUITS DANS UN ASSERVISSEMENT DE VITESSE D'UNE MACHINE ASYNCHRONE 440**

A2.1 COUPLAGE ÉLECTROMAGNÉTIQUE.....	440
A2.2 NUMÉRISATION.....	441
A2.3 BRUITS SUR LA MESURE DE LA VITESSE.....	442
A2.4 INFLUENCE DE LA MODULATION DE LARGEURS D'IMPULSIONS IMPLANTÉE SUR L'ONDULEUR.....	445
A2.4 INFLUENCE D'UNE MAUVAISE ORIENTATION DU REPÈRE DANS UNE COMMANDE VECTORIELLE.....	445

---

<b>ANNEXE 3 • RAPPELS SUR LES SIGNAUX ALÉATOIRES</b>	<b>447</b>
A3.1 VARIABLES ET VECTEURS ALÉATOIRES.....	447
<b>A3.1.1 Définitions et propriétés</b> .....	447
A3.1.1.1 Signal aléatoire, variable aléatoire.....	447
A3.1.1.2 Propriétés temporelles.....	447
A3.1.1.3 Propriétés statistiques d'une variable aléatoire.....	448
A3.1.1.4 Propriétés statistiques d'un vecteur aléatoire.....	449
A3.1.1.5 Ergodicité.....	451
<b>A3.1.2 Variable aléatoire et Vecteur Gaussien</b> .....	451
A3.2 LOIS DE PROBABILITÉ CONDITIONNELLE.....	451
<b>A3.2.1 Définition</b> .....	451
<b>A3.2.2 Propriétés</b> .....	452
A3.3 SÉQUENCE BINAIRE PSEUDO-ALÉATOIRE.....	452
<b>ANNEXE 4 • HYPERSTABILITÉ</b>	<b>455</b>
A4.1 HYPERSTABILITÉ.....	455
A4.2 FONCTIONS RÉELLES POSITIVES.....	459
INDEX.....	463
BIBLIOGRAPHIE.....	471

# Notations

## Liste des notations

$\alpha_p$	pas angulaire géométrique d'un moteur pas à pas
$\alpha_r$	pas polaire rotor géométrique d'un moteur pas à pas
$\alpha_s$	pas polaire stator géométrique d'un moteur pas à pas
$\alpha_t$	coefficient de transmission thermique
$\phi$	flux magnétique
$\phi_a$	flux d'un aimant
$\phi_m$	flux maximal par pôle
$\hat{x}$	estimation de $x$
$x^*$	consigne $x$
$\rho_t$	résistivité thermique
$\tau_t$	constante de temps thermique
$\tau_m$	constante de temps électromagnétique
$\tau_{mv}$	constante de temps mécanique intrinsèque
$\tau_i$	constante de temps électrique d'induit
$\eta$	rendement d'une machine
$\lambda$	conductivité thermique ou paramètre de Pasek
$\chi$	accélération
$\psi$	angle de commande d'un redresseur compté à partir de l'instant de commutation naturelle ou angle $(\vec{I}, \vec{E})$ d'une machine
$\psi_{dr}$	flux rotorique dans l'axe $d$
$\psi_{ds}$	flux statorique dans l'axe $d$
$\psi_f$	flux d'excitation (field flux)
$\psi_m$	flux d'entrefer (air gap flux)
$\psi_{qr}$	flux rotorique dans l'axe $q$
$\psi_{qs}$	flux statorique dans l'axe $q$
$\omega_m$	pulsation mécanique en rd/s (angle électrique) : $\omega_m = p\Omega$
$\omega_{co}$	pulsation de coupure



$\omega_e$	pulsation statorique en rd/s
$\omega_l$	vitesse lente d'un réducteur coté charge
$\omega_n$	pulsation naturelle
$\omega_r$	pulsation rotorique électrique
$\omega_{sl}$	pulsation de glissement
$\Omega$	vitesse de rotation mécanique
$\theta$	échauffement thermique
$\theta_r$	angle (électrique) entre le rotor et le stator
$\theta_s$	angle (électrique) entre l'axe d et le stator
$\theta_{sl}$	angle (électrique) entre l'axe d et le rotor : $\theta_{sl} = (\theta_s - \theta_r)$
$\zeta$	amortissement
[0]	matrice nulle
[I]	matrice identité
$\delta$	angle entre $V_s$ et $V_f$
$A_p$	accélération impulsionnelle
$A_i$	accélération initiale
$B$	induction magnétique
$C_t$	capacité thermique
$D$	induction électrique ou diamètre
$E$	champ électrique ou f.e.m.
$E_f$	force électromotrice induite dans les enroulements statoriques (valeur efficace)
$F$	force magnétomotrice ou force électrique ou force mécanique
$f_{ech}$	fréquence d'échantillonnage
$G$	ou $G_{\omega m}$ matrice motionnelle d'une machine
$G_t$	conductance thermique
$g$	glissement d'un moteur asynchrone
$H$	champ ou excitation magnétique
$I_d$	courant continu
$i_{dr}$	courant rotorique instantané dans l'axe $d$
$i_{ds}$	courant statorique instantané dans l'axe $d$
$I_f$	courant d'excitation
$I_l$	courant de charge
$I_p$	courant impulsionnel
$i_{qr}$	courant rotorique instantané dans l'axe $q$
$i_{qs}$	courant statorique instantané dans l'axe $q$
$I_s$	courant stator d'une machine à courant alternatif
$J$	densité de courant ou inertie
$J_m$	inertie d'un moteur
$J_l$	inertie d'une charge
$K$	raideur d'un élément piézo-électrique
$K_d$	coefficient d'amortissement électromagnétique

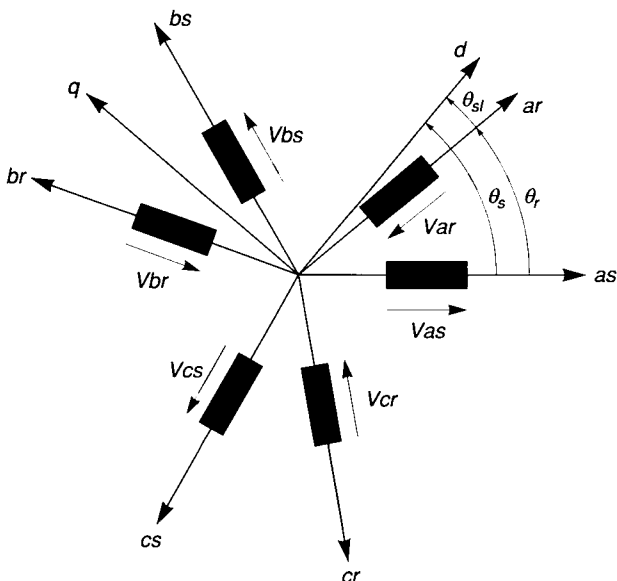
---

$k$	constante de couple et de f.e.m.
$k_b$	coefficient de bobinage
$k_d$	coefficient d'amortissement visqueux intrinsèque
$L_{dm}$	inductance magnétisante sur l'axe $d$
$L_{lr}$	inductance de fuite rotorique
$L_{ls}$	inductance de fuite statorique
$L_m$	inductance magnétisante
$L_{qm}$	inductance magnétisante sur l'axe $q$
$L_r$	inductance cyclique rotorique
$L_s$	inductance cyclique statorique
$m$	nombre de phases stator
$M$	masse
$n$	rapport de réduction
$N_e$	vitesse de rotation synchrone en tr/mn
$N_p$	nombre de pas par tour
$N_r$	vitesse de rotation en tr/mn
$p$	nombre de paires de pôles
$P_e$	pression électrostatique ou polarisation électrique
$P_H$	pression hydropneumatique ou pertes par hystérésis
$P_m$	puissance mécanique ou électromagnétique
$P_t$	puissance transitoire
$2P_r$	nombre de pôles rotor d'un moteur à reluctance
$2P_s$	nombre de pôles stator d'un moteur à reluctance
$Q$	charge électrique
$Q_i$	quantité de chaleur
$R$	réactance magnétique ou résistance électrique ou rayon
$R_r$	résistance rotorique
$R_s$	résistance statorique
$R_t$	résistance thermique
$s$	variable de Laplace
$S_{y p_x}$	fonction de sensibilité de la perturbation $p_x$ vers $y$
$T$	fonction de sensibilité complémentaire
$T_e$	couple électromagnétique
$T_f$	couple de frottement sec
$T_1$	couple développé par la charge
$T_{te}$	couple thermique équivalent
$v_{dr}$	tension rotorique instantanée dans l'axe $d$
$v_{ds}$	tension statorique instantanée dans l'axe $d$
$V_f$	$V_f = -E_f = j\omega\psi_f$ dans une convention récepteur
$V_g$	tension efficace d'entrefer
$v_{qr}$	tension rotorique instantanée dans l'axe $q$

---

- $v_{qs}$  tension statorique instantanée dans l'axe  $q$
- $w$  consigne
- $W_e$  énergie électrique
- $W_m$  énergie électromagnétique
- $W'_m$  co-énergie électromagnétique
- $X_{ds}$  réactance synchrone longitudinale (dans l'axe  $d$ )
- $X_{lr}$  réactance de fuite rotorique
- $X_{ls}$  réactance de fuite statorique
- $X_{qs}$  réactance synchrone transversale (dans l'axe  $q$ )
- $X_r$  réactance rotorique
- $X_s$  réactance synchrone
- $y$  sortie
- $y_c$  consigne associée à  $y$
- $Z_m$  impédance mécanique

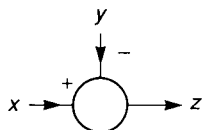
## Définition des angles entre les différents repères quadratiques



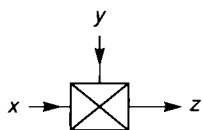
# Symboles utilisés dans les figures



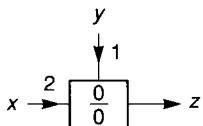
écrêteur



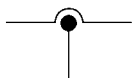
$$z = x - y$$



$$z = x \cdot y$$



$$z = x / y$$



mesure de courant



## Généralités

1.1 • Les besoins et leur évolution	2
1.2 • Définitions	3
1.3 • Comparaison des performances intrinsèques des principes usuels de conversion d'énergie en énergie mécanique	4
1.4 • Rappels sur les circuits magnétiques	6
1.5 • Classification structurelle et fonctionnelle des actionneurs électriques	27

## 1.1 Les besoins et leur évolution

Le travail a toujours fatigué l'homme. Celui-ci n'a eu de cesse et de quête plus persévérante, depuis l'aube des temps, que de trouver des moyens de se faire remplacer pour tous les pénibles travaux nécessaires à sa vie, à son épanouissement et à sa soif de conquête de l'univers qu'il habite.

Il a d'abord trouvé les autres hommes, les esclaves, et les animaux de toutes sortes qu'il a su apprivoiser et a inventé les outils qui utilisaient encore sa force motrice, puis les machines de plus en plus puissantes, de plus en plus rapides, de plus en plus « intelligentes » en les dotant de mémoire et de capacité d'apprentissage, voire d'autonomie. Les machines ont été d'abord purement mécaniques, à base de leviers et de roues, puis hydrauliques et thermiques et enfin électriques.

Dans cette quête l'homme a avancé selon deux directions privilégiées : la coopération et la substitution. La coopération réclame de la versatilité, c'est-à-dire la possibilité d'adaptation à des tâches très différentes, mais n'exigeant aucune autonomie. Par exemple le marteau sert à enfoncer des clous, à casser des noix, voire une boîte crânienne mais ne fait rien de lui-même. Par contre la substitution demande au contraire de l'autonomie puisqu'il s'agit de remplacer l'homme lui-même. On passe du simple niveau de l'énergie, à la mémoire, puis à la décision. Mais pour l'outil, ou la machine, la versatilité est réduite. Par exemple un tour à décolleter est capable de reproduire une suite d'opérations, plus ou moins complexes, mais toujours les mêmes, spécifiques et non évolutives.

D'où le plan ergonomique de la figure 1.1 représentant l'évolution simultanée dans ces deux directions. En fait ces évolutions tendent de nos jours l'une vers l'autre dans les systèmes régulés, asservis, auto-adaptatifs tels que robots, centres d'usinage ou télémanipulateurs, composants les ateliers flexibles et tous les systèmes pilotés par ordinateurs. L'informatique apporte la mémoire, l'apprentissage, et la décision qui manquait au système fournissant l'énergie. On dispose enfin de la tête et des jambes, même si beaucoup reste à faire.

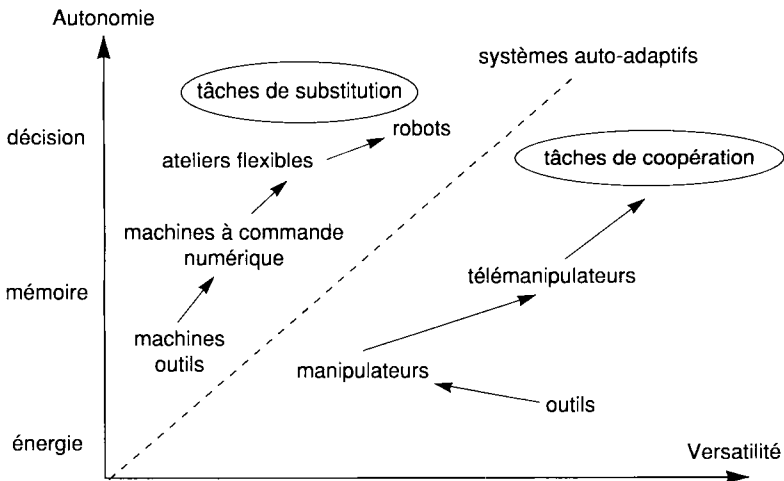


Figure. 1.1. - Plan de l'évolution ergonomique des actionneurs.

Depuis 1970 on assiste à une explosion des applications des servomécanismes électriques (machines outils à commande numérique, robots, manipulateurs, vérins, etc.) dans tous les domaines, y compris l'aéronautique, très exigeante, et le domaine militaire. Cette percée est due à l'apparition de nouveaux actionneurs caractérisés principalement par :

- des constantes de temps électriques et mécaniques beaucoup plus petites que celles des machines classiques par utilisation de structures nouvelles (entrefer axiaux, conducteurs libres, rotors cloches, etc.) ;
- des puissances massiques accrues d'un facteur 10 à 100 ;
- une utilisation croissante d'aimants permanents puissants, comme source d'excitation sans pertes (ferrites puis terres rares) ;
- des alimentations statiques à tension et fréquence variables avec des temps de réponse extrêmement brefs ;
- des méthodes de commande nouvelles et numériques grâce aux microprocesseurs et qui apportent la versatilité voulue.

La formation humaine en micro-informatique et automatique ainsi que la fiabilité croissante des matériels ont fait le reste pour une adoption industrielle quasi générale de nos jours.

Le domaine étant encore très évolutif, rien n'est encore normalisé.

## 1.2 Définitions

On appelle **transducteur** un dispositif qui assure un transfert ou une conversion d'énergie et une conversion ou l'élaboration d'une information. L'information, le signal, prime sur l'énergie. Il y a donc complexification par rapport aux systèmes purement énergétiques.

Un **actionneur électromécanique** est un transducteur qui assure une conversion d'énergie et d'information de la forme électrique à la forme mécanique.

Donc un actionneur électrique se présente sous la forme d'un moteur électrique généralement. Mais selon l'application, l'aspect déterminant pourra être l'énergie ou la qualité du signal (ex : transformation linéaire ou fréquence limite d'utilisation ou temps de réaction spécial, ou mode de fonctionnement spécial, etc.). Donc leur domaine est plus vaste que celui des simples moteurs classiques à cause de l'aspect information et des nouveaux modes de fonctionnement.

Un **capteur électromécanique** est un transducteur qui transforme un mouvement quelconque en information électrique. Il opère une conversion d'énergie mais celle-ci est très faible pour ne pas perturber le phénomène mesuré. Par exemple un générateur électrique à vide pourra être utilisé en capteur puisque sa force électromotrice sera proportionnelle à sa vitesse. Mais en charge (forte énergie), sa tension ne le serait pas.

En fait un actionneur n'opère pas seul, il entraîne une charge, souvent à travers un réducteur, et est alimenté par une source, en général commandée, avec une ou plusieurs chaînes de retour pour la régulation ou l'asservissement des grandeurs principales. La figure 1.2 donne à titre



d'exemple la structure générale d'un actionneur d'axe de robot. La figure 1.3, en schéma bloc, fait apparaître, à titre d'exemple, trois boucles de retour en cascade de cet axe de robot.

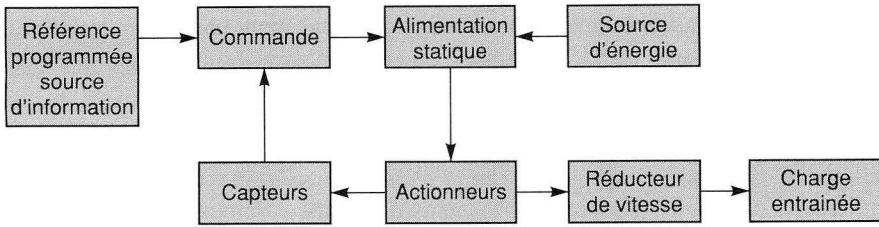


Figure 1.2. - Structure générale d'une commande d'axe de robot.

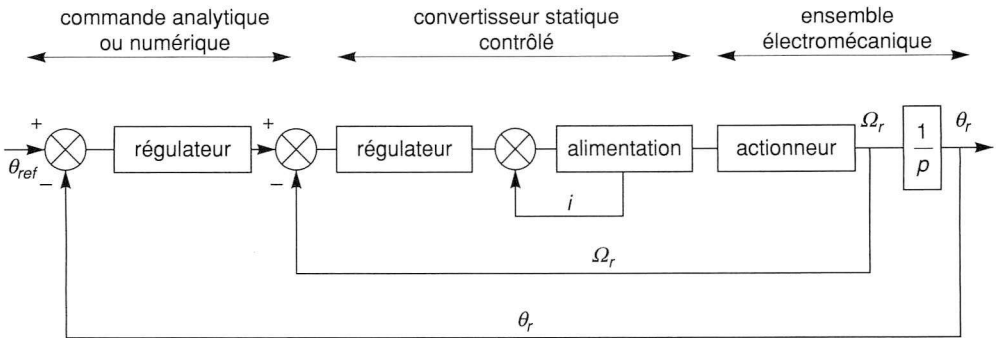


Figure 1.3. - Schéma bloc d'une commande d'axe de robot.

### 1.3 Comparaison des performances intrinsèques des principes usuels de conversion d'énergie en énergie mécanique

Les systèmes les plus courants de production de forces mécaniques sont basés sur l'utilisation :

- soit de la pression hydropneumatique (actionneurs à membranes ou à pistons) ;
- soit de la pression électrostatique (actionneurs à condensateur sous tension électrique) ;
- soit de la pression électromagnétique (actionneurs à circuit magnétique et bobine parcourue par un courant électrique).

Un premier critère de comparaison intéressant est l'énergie volumique disponible dans la partie utile de ces actionneurs. Cette énergie volumique qui s'exprime en  $J/m^3$ , a donc pour dimension  $MT^{-2}L^{-1}$ , elle s'identifie donc à une pression en  $N/m^2$ .

En hydropneumatique la valeur maximale usuelle des pressions utilisées est de l'ordre 400 bar ce qui correspond à une énergie volumique de :  $P_H = 4.10^7 \text{ J/m}^3$ .

En électrostatique cette pression s'exprime par  $\frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$  et dans l'air le champ électrique E maximal supporté, avant claquage, est de l'ordre de  $3.10^6 \text{ V/m}$  ce qui conduit à une énergie volumique de :  $P_e = 40 \text{ J/m}^3$ .

En électromagnétisme cette pression s'exprime par  $\frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0}$  et les inductions courantes dans l'air sont de l'ordre de 1 T. Ce qui donne une énergie volumique de  $P_m = 4.10^5 \text{ J/m}^3$ .

En résumé on obtient :

$$P_H = 10^2 P_m = 10^6 P_e \quad (1.1)$$

Ce qui explique, d'une part l'usage des systèmes hydrauliques et pneumatiques avant celui des systèmes électromagnétiques, étudiés beaucoup plus tard, et d'autre part le peu d'usage des systèmes électrostatiques, aux forces disponibles si faibles. Ces forces sont cependant utilisées dans le déplacement de gouttes de liquide (peinture ou encre), dans un condensateur plan sous haute tension, pour la pulvérisation de peintures en poudre ou la reproduction de documents (photocopieurs).

Un second critère de comparaison peut être utilisé à savoir la rapidité de réponse ou la fréquence maximale du mouvement périodique produit.

En hydropneumatique cette fréquence ne dépasse pas quelques dizaines de Hz ( $f_H < 100 \text{ Hz}$ ). En électromagnétisme on peut atteindre quelques dizaines de kHz ( $f_m < 100 \text{ kHz}$ ) et en électrostatique on peut atteindre quelques centaines de kHz ( $f_e < 1 \text{ MHz}$ ).

En résumé on peut écrire que :

$$f_H = 10^{-3} f_m = 10^{-4} f_e \quad (1.2)$$

Si l'on conjugue les deux critères, pour parler de puissance volumique, alors :

$$P_H f_H = 10^{-1} P_m f_m = 10^2 P_e f_e \quad (1.3)$$

Cette fois ce sont les systèmes électromagnétiques qui l'emportent, d'autant que l'énergie électrique qu'ils requièrent est plus souple d'emploi, très bien distribuée géographiquement et se prête à des commandes et des réglages aisés. Donc, sauf dans le cas de charge très forte à faible fréquence, les actionneurs électriques remplacent les actionneurs hydro-pneumatiques.

### ■ Remarque 1

Il existe d'autres principes de conversion d'énergie qui fournissent de l'énergie mécanique. On peut citer :

- les systèmes magnétostrictifs qui utilisent le fait que certains matériaux magnétiques se contractent ou se dilatent sous l'effet d'un champ magnétique. Par exemple l'alliage  $\text{Tb}_{40}\text{Fe}_{60}$  utilisé avec le  $\text{Sm}_{35}\text{F}_{65}$  en cantilever bimorphe donne une variation de  $500 \mu\text{m}$  sous un champ de  $80 \text{ kA/m}$  ;

- les systèmes électrostrictifs, dits encore piézo-électriques, qui utilisent la variation de dimension de certains matériaux sous l'effet d'un champ électrique ;
- les systèmes thermostictifs, dits à mémoire de forme, qui utilisent la propriété de certains matériaux bimétalliques de retrouver une forme initiale par retour à leur température initiale ;
- les systèmes chimiques qui utilisent les réactions électrochimiques pour actionner une membrane.

Si les systèmes piézo-électriques reçoivent un début d'industrialisation, tous les autres systèmes sont encore au stade de l'étude et ne sont pas industrialisés.

### ■ Remarque 2

Les systèmes électrostatiques, condamnés précédemment, resurgissent grâce aux techniques de microfabrication développées en micro-électronique.

En effet si le champ électrique est limité à  $3 \cdot 10^6$  V/m dans l'air à la pression atmosphérique, la loi de Paschen autorise un accroissement de ce champ à condition que le produit (pression  $\times$  distance des électrodes) diminue. Si cette distance atteint le  $\mu\text{m}$  comme dans les films minces de Si O<sub>2</sub>, E peut atteindre  $200 \cdot 10^6$  V/m et  $P_e = 7 \cdot 10^5$  J/m<sup>3</sup> ce qui est comparable à  $P_m$ .

Les dimensions micrométriques des actionneurs correspondants donnent naissance aux micro-actionneurs électrostatiques de taille, hors tout, millimétrique et submillimétrique. À titre d'exemple on peut donner comme caractéristiques typiques d'un micro-actionneur électrostatique à structure Planar, triphasé, 60 pôles, à capacité variable :

- entrefer 1  $\mu\text{m}$  ;
- épaisseur rotor plat 1  $\mu\text{m}$  ;
- rayon électrode interne 200  $\mu\text{m}$  ;
- rayon électrode externe 300  $\mu\text{m}$  ;
- tension continue 100 V ;
- couple nominal 1  $10^{-7}$  Nm.

Ces actionneurs, encore au stade du laboratoire, devraient trouver leurs applications en horlogerie et en génie biomédical.

L'électromagnétisme aborde aussi cette voie à l'aide des aimants permanents en terres rares et des supraconducteurs à haute température critique.

## 1.4 Rappels sur les circuits magnétiques

### 1.4.1 Équations des circuits magnétiques

Les phénomènes magnétiques dus à des courants ou des aimants sont caractérisés par deux champs décrits par des vecteurs, l'excitation ou champ  $\vec{H}$  (A/m) et l'induction  $\vec{B}$  (T).

Un circuit magnétique est un ensemble de matériaux qui canalise le flux de l'induction produit par une ou des bobines parcourues par des courants et entourant ce circuit ou par des aimants permanents insérés dans ce circuit.

Localement, ces champs de vecteurs satisfont aux lois de Maxwell, qui pour les fréquences rencontrées, se réduisent à :

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= \vec{J} & (1.4) \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0 \\ \vec{J} &= \sigma \vec{E} \end{aligned}$$

et  $B(H)$  caractéristique intrinsèque du matériau.

Sous forme intégrale ces équations traduisent respectivement les lois suivantes :

• **Le Théorème d'Ampère :**

$$\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint_s \vec{J} \cdot d\vec{s} \quad (1.5)$$

Le sens de parcours positif sur le contour ( $c$ ), s'appuyant sur le circuit magnétique, associé à celui des normales à la surface ( $s$ ) qui s'appuie sur ( $c$ ), est donné par la règle du tire-bouchon (figure 1.4).

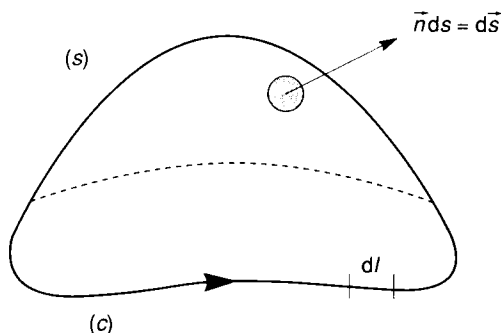


Figure 1.4. - Repère d'application du théorème d'Ampère.

Le contour ( $c$ ) doit être astucieusement choisi pour conduire à une équation simple contenant les inconnues.

• **La loi de Faraday :**

$$e = - \frac{d\phi}{dt} \quad (1.6)$$

relie la f.e.m. induite dans un circuit fermé soumis à la variation temporelle du flux qui la traverse.

• **La conservation du flux** le long d'un « tube de flux » (figure 1.5) sans divergence.

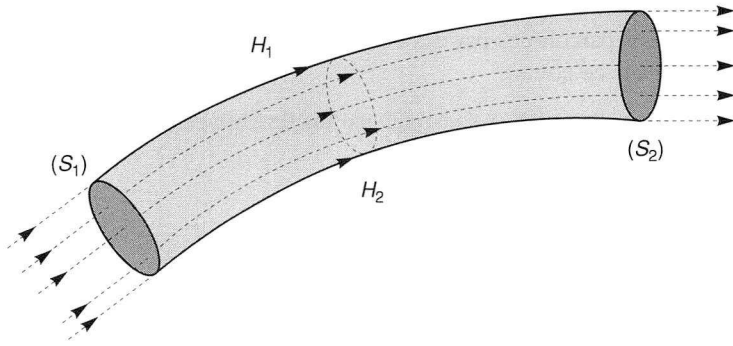


Figure 1.5. - Tube de flux.

Celui-ci est défini comme le volume englobé par l'ensemble des lignes de champ s'appuyant sur une surface donnée ( $S_1$ ). Le flux  $\phi_1$  dans ( $S_1$ ) se conserve et dans une autre section ( $S_2$ ) du tube, qui peut s'évaser, on trouve  $\phi_2 = \phi_1$ . Cette propriété traduit aussi la fermeture des tubes de flux sur eux-mêmes, puisqu'il ne peut y avoir de champ à l'infini.

La quatrième relation traduit la loi d'Ohm qui, sur une portion de conducteur où  $\vec{E}$  et  $\vec{J}$  sont uniformes et continus, donne  $V = RI$  bien connue.

La caractéristique du matériau liant  $B$  et  $H$  est plus ou moins simple selon le type de matériau.

a) **Dans le vide**, et en première approximation dans l'air, les conducteurs et les matériaux non magnétiques :

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

avec  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  H/m.

b) Dans les **matériaux magnétiques linéaires** :

$$\vec{B} = \mu_r \mu_0 \vec{H}$$

$\mu_r$  : perméabilité relative.

$\mu = \mu_r \mu_0$  : perméabilité absolue.

c) Dans les **matériaux magnétiques non linéaires**  $B = B(H)$  mais où  $\vec{B}$  et  $\vec{H}$  sont colinéaires. Les matériaux ferromagnétiques font partie de ce cas de figure et sont très utilisés en électrotechnique et dans les actionneurs électromagnétiques en particulier.

d) Dans le **cas général** :  $B$  et  $H$  ne sont même plus colinéaires ; leur position relative et  $\frac{B}{H}$  sont fonction de l'histoire du matériau et  $\mu$  devient un tenseur ; nous n'étudierons pas ce cas très complexe et peu courant.

### Caractéristique $B(H)$ des matériaux ferromagnétiques

Un matériau vierge de toute aimantation antérieure, soumis à une excitation variant de 0 à  $H_m$ , correspond à un point  $(B, H)$  qui décrit la courbe  $OA$  dite de première aimantation (figure 1.6).

Quand  $H$  varie lentement de  $H_m$  à  $-H'_m$  le point décrit la courbe  $AA'$  qui coupe les axes en  $B_r$ , induction rémanente et  $H_c$  champ coercitif.  $B_r$  et  $H_c$  dépendent de  $H_m$ . Quand  $H$  varie de  $-H'_m$

à  $H_m$  le point  $(B,H)$  décrit  $A'A_1$ . Si  $H$  varie plusieurs fois de  $H_m$  à  $-H_m$  le point décrit un cycle fermé symétrique dit cycle d'hystérésis dont la forme dépend de  $H_m$  (figure 1.7).

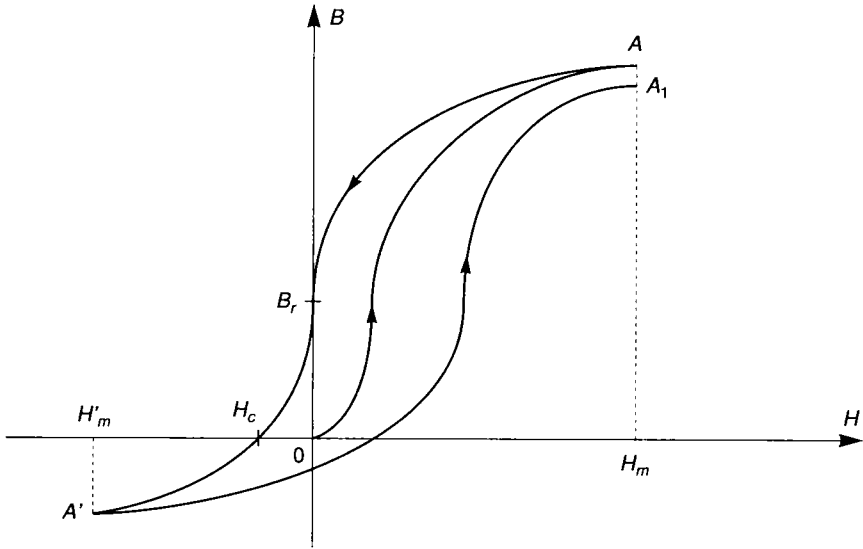


Figure 1.6. - Courbe de première aimantation et cycle d'hystérésis.

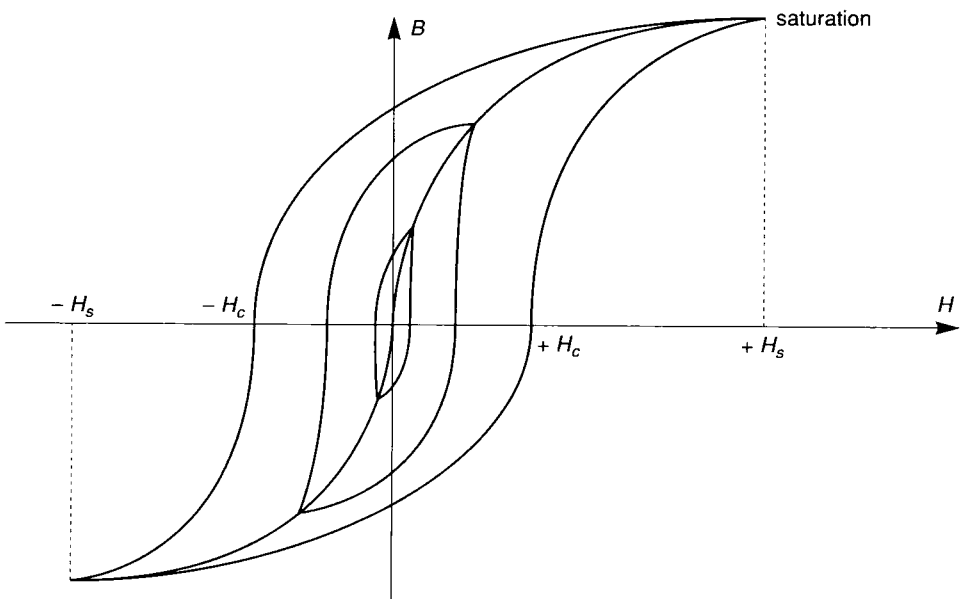


Figure 1.7. - Cycles internes et cycle à saturation.

La relation liant  $H$  et  $B$  dépend donc de l'histoire du matériau.

Souvent l'épaisseur du cycle est négligeable et  $B(H)$  est traduite par une **courbe moyenne** de pente variable présentant un coude de saturation et une asymptote de pente  $\mu_0$ . Au-delà d'une valeur  $H_s$ , dite de saturation, le cycle compris entre  $\pm H_m = \pm H_s$  n'augmente plus. Le cycle à saturation est atteint, tous les autres cycles statiques sont inclus dans celui-ci.

**Nota** :  $B$  dépend aussi des contraintes mécaniques (magnétostriction) et thermiques.

La courbe  $B(H)$  moyenne s'abaisse quand la température s'élève et au-delà d'une température  $\theta_c$  (température de Curie), le matériau perd totalement ses propriétés magnétiques. Ces effets sont négligeables en électrotechnique la plupart du temps.

### Calcul de $B$ et $H$ d'un circuit magnétique

La détermination de  $B$  et  $H$  en tout point d'un circuit magnétique est en général complexe lorsque la géométrie du circuit, les propriétés des matériaux et les excitations sont tout à fait quelconques. Dans ce cas  $B$  et  $H$  ne sont pas uniformes et leurs lignes présentent des formes quelconques:

Dans ce cas le calcul s'opère par intégration numérique des équations locales de Maxwell par une méthode d'éléments finis par exemple.

Mais dans le cas où ces lignes de champ ont une forme simple, due à des circuits à géométrie simple et des matériaux à caractéristique biunivoque, alors les expressions intégrales des équations de Maxwell permettent de résoudre facilement le problème.

Nous nous bornerons à ces circuits, auxquels on peut, la plupart du temps, ramener les circuits des actionneurs électromagnétiques.

Nous considérerons successivement les circuits simples suivants :

- les circuits linéaires :  
 $\mu_r$  est constant et dépend de la nature du matériau et il n'y a ni saturation, ni hystérésis. C'est le cas de l'air mais aussi pratiquement du fer faiblement excité.
- les circuits ferromagnétiques sans hystérésis :  
 $B$  et  $H$  sont colinéaires mais le phénomène de saturation est présent.
- les circuits ferromagnétiques avec aimants permanents.
- les circuits magnétiques avec excitation alternative.

## 1.4.2 Étude des circuits linéaires

L'exemple le plus courant de circuit simple est le circuit homogène élémentaire fermé sur lui-même de section constante  $S$  et de longueur moyenne  $l$  très supérieure à toute dimension transversale de sa section (figure 1.8).

Si  $\mu_r \gg 1$  la surface du circuit peut être considérée comme un tube de flux où celui-ci est entièrement inclus.  $B_{moyen}$  est le même dans toutes les sections et  $H$  aussi.

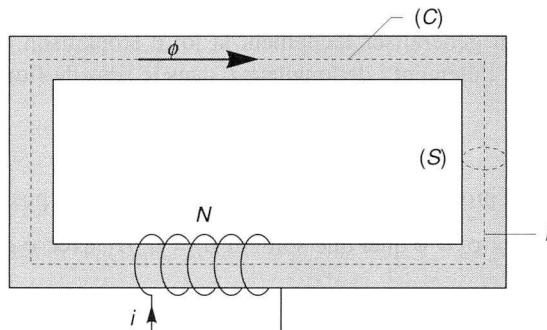


Figure 1.8. - Circuit magnétique élémentaire.

Le théorème d'Ampère donne :

$$\oint_C H dl = H \oint_C dl = Hl = Ni \quad (1.7)$$

$$B = \mu_r \mu_0 \frac{Ni}{l} \quad \text{et} \quad \phi = (\mu_r \mu_0 \frac{S}{l}) Ni = (\mu \frac{S}{l}) Ni \quad (1.8)$$

On pose  $F = Ni$  = force magnétomotrice d'excitation en ampère (ou ampères-tours)

$$\phi = \mathcal{P} F \quad \mathcal{P} : \text{perméance du circuit magnétique,}$$

$$\text{et} \quad F = R \phi \quad R : \text{réductance du circuit magnétique égale à } \frac{1}{\mathcal{P}}.$$

$$\mathbf{F = R\phi \text{ constitue la loi d'Hopkinson}} \quad (1.9)$$

On peut facilement établir une analogie entre circuit magnétique et circuit électrique en faisant correspondre :

- $F$  à une tension ou une f.e.m. électrique  $V$  ;
- $\phi$  à un courant électrique ;
- $R$  à une résistance électrique. (unité  $H^{-1}$  d'après  $\phi = Li$ ) ;
- $\mathcal{P}$  à une conductance électrique. (unité  $H$ ) ;
- $\mu$  à une conductivité électrique ;
- ligne de champ à ligne de courant.

On peut donc donner un schéma électrique équivalent d'un circuit magnétique. Par exemple l'équivalent électrique du circuit de la figure 1.8 est donné figure 1.9.

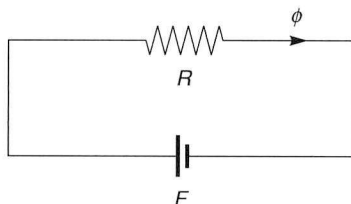


Figure 1.9. - Schéma électrique équivalent du circuit magnétique de la figure 1.8.



Si le circuit n'est pas homogène et comporte des éléments de section constante à  $\mu_{ri} \gg 1$  en série (figure 1.13), on peut généraliser facilement la loi d'Hopkinson, en admettant toujours  $B_{imoyen} = B_i$  constant dans l'élément  $i$  de longueur  $l_i$  dans le sens du flux :

$$F = \sum N_i i_i = \sum H_i l_i \tag{1.10}$$

$F_i = N_i \cdot i_i > 0$  si elle tend à produire un flux de même sens que celui positif choisi.

Pour chaque section  $B_i \cdot S_i = \phi_i = \phi$  quel que soit  $i$  et  $B_i = \mu_i H_i$ , avec  $\phi$  comme inconnue commune, on peut écrire :

$$H_i = \frac{B_i}{\mu_i} = \frac{\phi}{\mu_i \cdot S_i} \Rightarrow \phi \sum \frac{l_i}{\mu_i \cdot S_i} = \sum H_i l_i = F \tag{1.11}$$

Soit 
$$\phi \cdot \sum R_i = F = \phi R_{Totale} \tag{1.12}$$

Les réluctances en série se composent comme les résistances électriques en série. On démontrerait facilement aussi que, sous une même d.d.p. magnétique, des réluctances en parallèle se composent comme des résistances électriques en parallèle et que le flux tend à emprunter le trajet de plus faible réluctance.

De même il est possible de définir, par analogie, des lois générales des circuits magnétiques analogues à la loi des mailles de Pouillet et à la loi des nœuds de Kirchoff.

**Notion de flux de fuite**

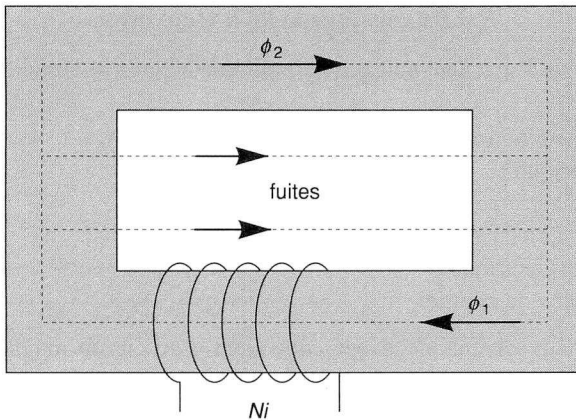


Figure 1.10. - Circuit avec fuites de flux.

Dire que le flux dans un circuit simple est entièrement canalisé par le circuit, suppose en fait que pour le milieu extérieur  $\mu_r = 0$ , c'est-à-dire qu'il ne laisse passer aucun flux et se présente comme un isolant magnétique. Malheureusement on a vu que  $\mu_r$  était toujours très supérieur à 1 et il n'existe donc pas de milieu isolant magnétique. Lorsque l'hypothèse, 1 très supérieur à toute dimension transversale, ne tient plus (figure 1.10), du flux passe dans le milieu ambiant et

si le flux  $\phi_1$  est produit au niveau de l'excitation, seul  $\phi_2$  est présent dans la partie utile du circuit. On dit qu'il y a des fuites  $\phi_1 - \phi_2$  et on pose  $\frac{\phi_1}{\phi_2} = \gamma$ , coefficient d'Hopkinson ;

Les circuits usuels présentent une portion d'air appelée entrefer, dans ce cas et selon l'entrefer  $\gamma$  est compris entre 1,05 et 1,2. Lorsqu'il n'y a pas d'entrefer  $\gamma \approx 1,001$ . Lorsqu'il n'y a pas de saturation,  $\gamma$  est constant, sinon  $\gamma$  croît avec la saturation.

### Lois de passage d'un milieu à un autre

Les lois de Maxwell entraînent à l'interface des milieux une réfraction des lignes de champ (figure 1.11) telle que  $B_{n1} = B_{n2}$  et  $H_{t1} = H_{t2}$ . (1.13)

Si bien que 
$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \quad (1.14)$$

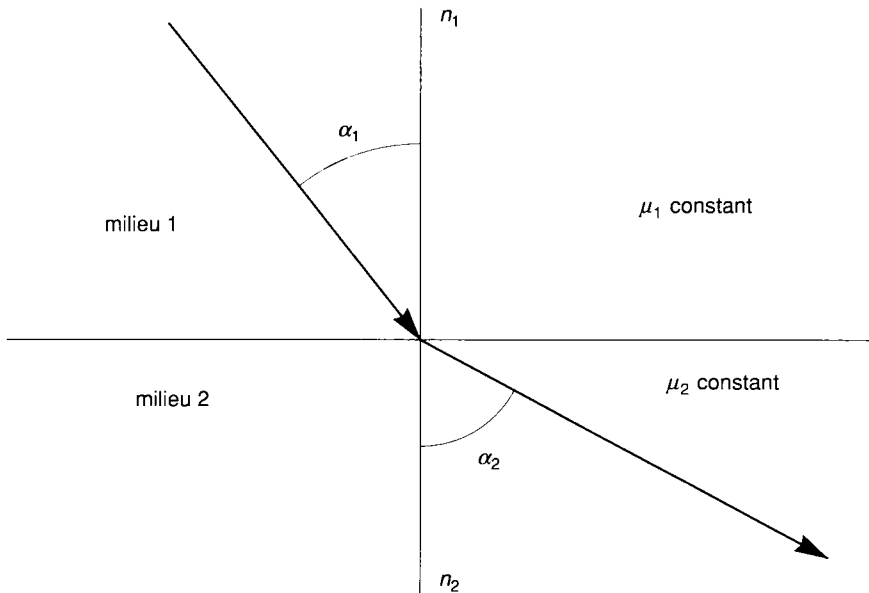


Figure 1.11. - Réfraction d'une ligne de champ.

Si  $\mu_1 \gg \mu_2$  (par exemple dans l'interface fer-air) alors  $\alpha_2 = 0$  et les lignes de champ quittent le fer normalement.

### Cas limite

Si  $\mu_r$  est très grand et tend vers l'infini dans un élément de circuit où  $\phi$  est fini, alors  $B$  est fini mais  $H = \frac{B}{\mu_r \mu_0} = 0$ . Il n'y a aucune d.d.p magnétique  $Hl$  entre les extrémités de cet élément.

On pourra utiliser cette propriété simplificatrice dans les actionneurs électromagnétiques où les circuits fer-air pourront être réduits aux seuls éléments d'air. En effet, à sections égales, la réluctance de 1 mm d'air sera égale à celle de 10 m de fer pour  $\mu_{rfer} = 10^4$ .

### 1.4.3 Circuits ferromagnétiques sans hystérésis

a) Circuit élémentaire homogène à section constante (figure 1.8).

$\phi$ ,  $B$  et  $H$  conservent les mêmes modules en toute section et point du circuit.

Pour  $Ni$  donné  $H = \frac{Ni}{l}$

$B(H)$  donne  $B$ , d'où  $\phi = BS$ .

Inversement si  $\phi$  est donné on calcule  $B$  puis  $H$  et  $Ni$ . À des coefficients d'échelle près les courbes  $B(H)$  et  $\phi(Ni)$  sont les mêmes. On appelle  $\phi(Ni)$  la caractéristique totale du circuit (figure 1.12).

b) Circuit à éléments homogènes de section constante en série (figure 1.13).

Si  $\phi$  est le même partout,  $B$  et  $H$  ne le sont plus  $\oint H \cdot dl = \sum N_i i_i = \sum H_i l_i$  est toujours valable, mais  $R_i(\mu_i)$  donc  $R_i(B_i)$  donc  $R_i(\phi)$ .

On ne peut donc pas calculer  $\phi$  à  $\sum N_i i_i$  donné mais on peut faire l'inverse. Si  $\phi$  est connu

alors  $B_i = \frac{\phi}{S_i}$ ,  $B_i(H_i)$  donnent  $H_i$  et  $\sum H_i l_i = \sum N_i i_i$ . On trace sur un même graphe les courbes  $\phi(H_i l_i)$  de chaque élément dites caractéristiques partielles et on opère ensuite la composition des f.m.m. pour trouver la caractéristique totale  $\phi(\sum N_i i_i)$  du circuit complet.

Cette méthode est dite des caractéristiques partielles (figure 1.14) où  $aM = ab + ac + ad$ .

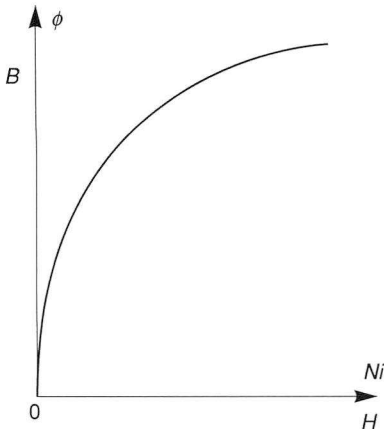


Figure 1.12. - Caractéristique totale du circuit.

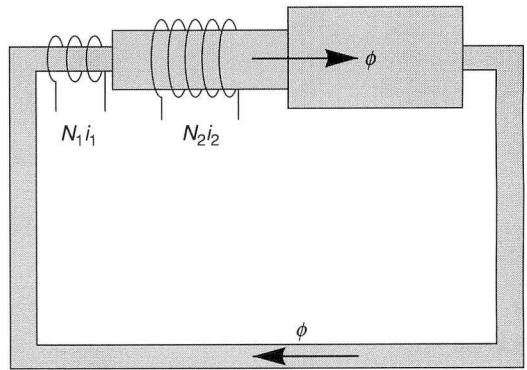


Figure 1.13. - Circuit à éléments homogènes en série.

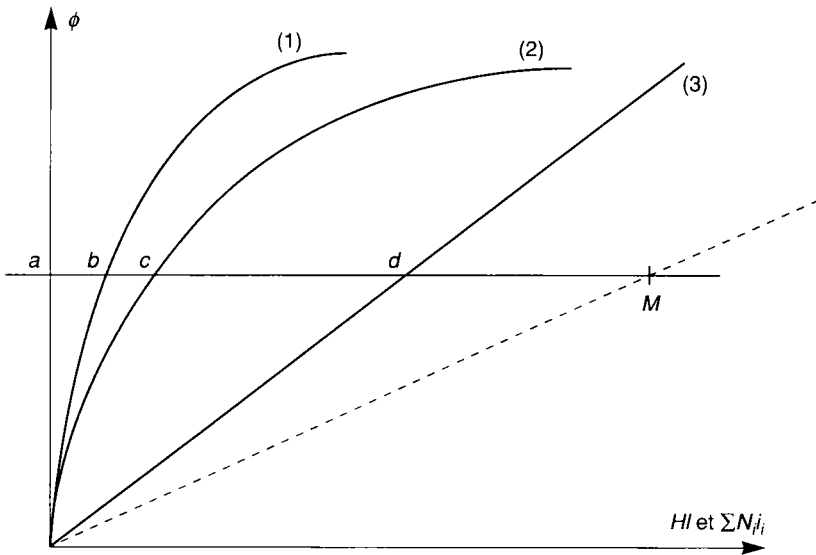


Figure 1.14. - Caractéristiques partielles (-) et caractéristique totale (..) du circuit de la figure 1.13.

On étend facilement cette méthode au cas des éléments en série parallèle soit graphiquement soit à l'aide d'un tableau, commode pour un calcul numérique.

Dans le cas général on décompose le circuit en éléments homogènes de section constante et on fait apparaître leurs d.d.p magnétiques (en tenant compte algébriquement de leur f.m.m.) et on trace les caractéristiques  $\phi(HI)$  de chacun avec  $HI = R\phi \pm Ni$  et on procède ensuite à leur composition (courbes dans un même quadrant pour l'addition des d.d.p. sous un même flux pour les éléments en série, et courbes dans des quadrants symétriques par rapport à l'axe des d.d.p. pour l'addition de flux sous une même d.d.p. pour les éléments en parallèle). On peut aussi raisonner de manière itérative en convergeant progressivement vers la valeur de  $\phi$  désirée.

## 1.4.4 Aimants permanents

Ce sont des matériaux saturables à très forte hystérésis. On dit encore qu'ils sont « durs » par opposition aux matériaux ferro et ferrimagnétiques à cycles étroits appelés encore « doux ».

### 1.4.4.1 Nature des matériaux durs

Si on se restreint aux matériaux utilisés en électrotechnique, les premiers aimants étaient constitués d'alliages à base de Al, Ni, Co, Fe dits « Alnico » moulés à haute température et soumis à des traitements thermiques complexes.

Refroidis sous fort champ, ils deviennent magnétiquement anisotropes avec de meilleures propriétés magnétiques dans le sens de cette induction imposée. S'ils sont laissés isotropes leurs

propriétés sont moins bonnes. Divers matériaux à propriétés plus ou moins intéressantes peuvent aussi fournir une aimantation permanente comme les alliages Pt Co ou Cu Fe Ni.

Sont apparus ensuite les **ferrites** qui sont des céramiques agglomérées sous pression, à base de poudre  $(Fe_2O_3)MeO$ .

Le métal Me, pouvant être Cu, Mn, Zn, Ni, Co, Ba etc. Les plus répandus sont à base de Mn et Zn ou de Zn et Ni. Ils peuvent être isotropes ou non également et sont surtout intéressants par leur forte résistivité (typiquement  $1 \Omega m$ ). Les ferrites constituent la classe la plus importante des matériaux ferrimagnétiques.

Il est connu que les matériaux magnétiques sont constitués de volumes magnétiques élémentaires dits domaines de Weiss liés à la structure du matériau et créés par le champ moléculaire qui oriente les moments magnétiques de leurs atomes voisins dans une même direction.

On représente un tel domaine par son moment global sous forme d'une simple flèche. Spontanément les domaines de Weiss s'orientent de façon quelconque, séparément, ou en s'appariant deux à deux mais en sens inverse. Dans ce dernier cas les moments sont égaux ou non. Sous l'action d'un champ extérieur  $\vec{H}$  ces domaines s'orientent en plus ou moins grand nombre dans le sens de  $\vec{H}$ , d'où la classification qui nous intéresse (figure 1.15).

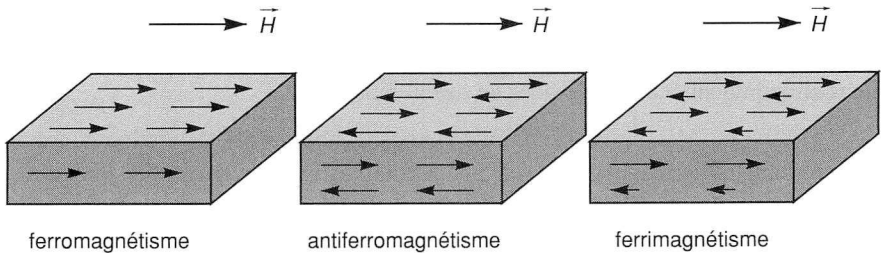


Figure 1.15. - Structure schématique des matériaux ferro et ferrimagnétiques.

Enfin les derniers matériaux durs apparus sont à base de « terres rares » du tableau de classification périodique des éléments et principalement les alliages samarium-cobalt ( $Sm_x Co_y$ ) et fer neodyme bore ( $Fe_x Nd_y B_z$ ).

### 1.4.4.2 Utilisation et fonctionnement d'un aimant permanent

On utilise un aimant comme source de flux en l'insérant en série dans un circuit magnétique. Si on considère le circuit simple de la figure 1.16 où l'aimant est défini par sa géométrie (section  $S_a$ , longueur  $l_a$ ) et sa caractéristique  $B_a(H_a)$  et le circuit, supposé sans fuite, par une partie fer à perméabilité infinie et un entrefer ( $S_e, l_e$ ).

Le problème consiste à trouver  $B_a$  et  $H_a$  dans l'aimant et  $B_e, H_e$  dans l'entrefer où l'on utilise l'induction  $B_e$ .

La conservation du flux indique que

$$\phi_a = B_a S_a = \phi_e = B_e S_e \tag{1.15}$$

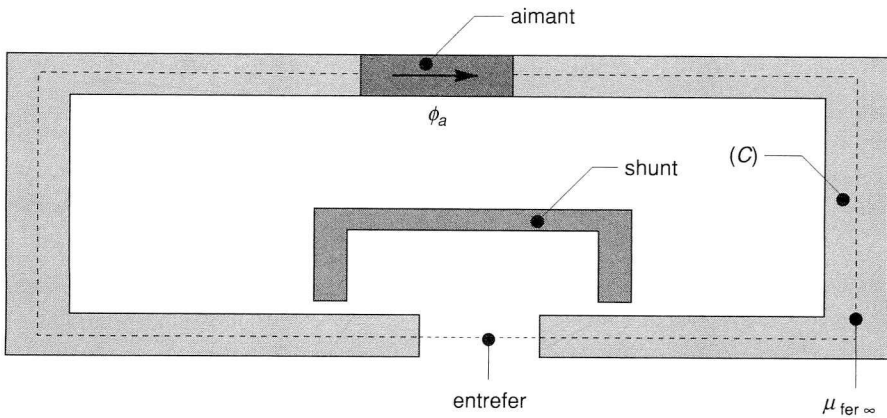


Figure 1.16. - Utilisation d'un aimant permanent.

Le théorème d'Ampère appliqué au contour moyen (c) donne :

$$H_a l_a + H_e l_e = 0 \quad (1.16)$$

en supposant  $H_a$  et  $H_e$  dans le sens du flux  $\phi_a$  de l'aimant.

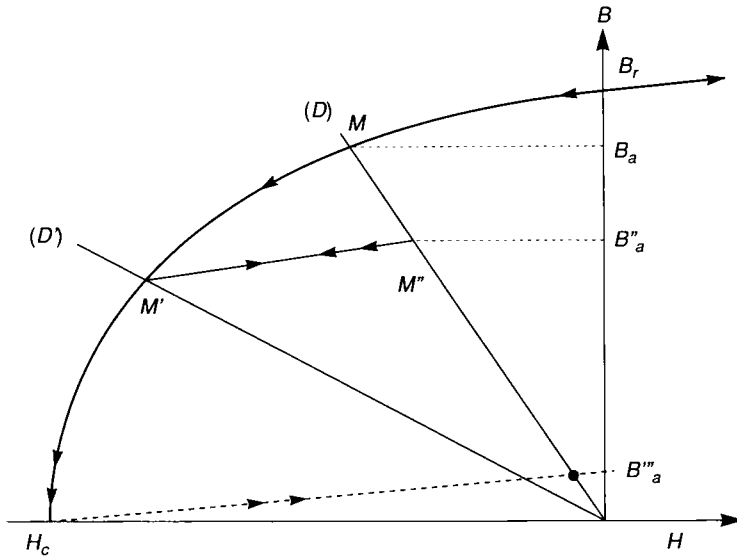
Les caractéristiques des matériaux :  $B_a(H_a)$  de l'aimant et  $B_e = \mu_0 H_e$  de l'air fournissent les équations nécessaires pour trouver les quatre inconnues. Compte tenu de ce que  $B_a(H_a)$  n'est pas explicite, on élimine  $B_e$  et  $H_e$  des trois autres équations pour obtenir une seconde relation  $B_a(H_a)$  qui permet de résoudre graphiquement dans le plan  $(B_a, H_a)$ . Il vient :

$$\begin{aligned} B_a &= -\mu_0 \left( \frac{S_e l_a}{S_a l_e} \right) H_a = -P_e \frac{l_a}{S_a} H_a & (D) \\ &= -P_e \cdot R_a \mu_a H_a \end{aligned} \quad (1.17)$$

Cette équation est celle d'une droite (D), dite d'entrefer qui donne accès à  $B_a$ ,  $H_a$  et donc à  $B_e$ ,  $H_e$ . Elle se situe dans le second quadrant de  $B_a(H_a)$  (figure 1.7) et on peut remarquer que  $H_a$  est toujours négatif ce qui lui vaut le nom de champ de désaimantation et on caractérise alors l'aimant, non pas par son cycle complet, mais seulement par la partie du cycle dans ce second quadrant et correspondant à la valeur du champ rémanent  $B_r$  la plus grande possible (cycle à saturation).

Le cycle est uniquement caractérisé par  $B_r$  et  $H_c$  et les aimants « travaillent » donc à induction variable lorsque la droite (D) varie du fait de la variation possible de la géométrie de l'entrefer.

Mais attention, lorsqu'à partir d'un point de fonctionnement  $M$ , défini par l'intersection des caractéristiques du circuit et de l'aimant, si (D) vient en (D'), sous l'effet d'une augmentation de  $l_e$  par exemple,  $M$  passe en  $M'$  sur  $B_a(H_a)$ . Si l'on revient en (D) par un retour à la valeur initiale de  $l_e$ ,  $M'$  vient alors en  $M''$  sur un cycle mineur, assimilable à une droite de pente égale à celle de la tangente en  $B_r$  à la caractéristique  $B_a(H_a)$ . Ces droites sont appelées « droites de recul ».



**Figure 1.17. - Droite d'entrefer d'un circuit à aimant et point de fonctionnement de celui-ci.**

Si  $(D)$  revient en  $(D')$  alors  $M''$  revient en  $M'$  et si  $(D')$  se couche sur l'axe des champs sous l'effet d'une forte augmentation de  $l_e$  par exemple,  $M'$  suit la caractéristique jusqu'en  $H_c$ , mais si l'on revient ensuite à  $(D)$   $B_a = B_a'''$  est très faible. On dit que l'on a désaimanté l'aimant. Ceci se passe par exemple lorsque l'on démonte le circuit magnétique dans lequel est inséré l'aimant ou lorsque le circuit magnétique comporte un aimant et une bobine d'excitation qui crée un champ opposé à celui de l'aimant.

Pour retrouver l'état initial il faut réaimanter l'aimant à saturation à l'aide d'une bobine d'excitation et d'une forte impulsion de courant magnétisant. Il faut donc en général éviter de démonter un circuit contenant un aimant permanent sauf si on dispose du circuit d'excitation et de l'alimentation correspondante ou si la caractéristique de l'aimant est une droite de  $B_r$  à  $H_c$  auquel cas les droites de recul sont confondues avec la caractéristique elle-même, comme dans le cas des terres rares. C'est pourquoi on aimante les aimants lorsqu'ils sont installés dans leur circuit et non avant montage.

#### ■ Remarques

- Si l'on veut produire une variation de  $B_e$  sans perdre au niveau de l'aimant on peut utiliser un shunt magnétique qui vient dériver une partie ou la totalité du flux au niveau de l'entrefer (figure 1.16).
- L'hypothèse du circuit sans fuite est rarement vérifiée et souvent le flux  $\phi_e$  dans l'entrefer est inférieur au flux  $\phi_a$  de l'aimant, le coefficient d'Hopkinson peut atteindre des valeurs élevées pour ces circuits (typiquement de 1,2 à plusieurs unités).

La figure 1.18 donne les allures des caractéristiques des principaux aimants permanents utilisés.

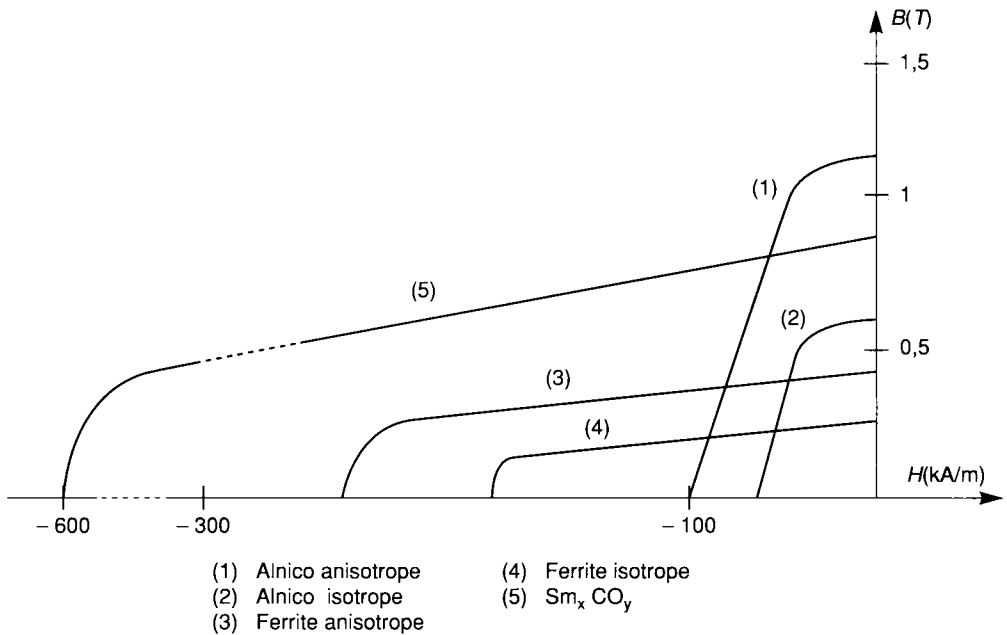


Figure 1.18. - Caractéristiques de divers aimants permanents.

Les fabricants donnent souvent non pas la caractéristique  $B(H)$  mais l'intensité d'aimantation  $M(H)$  telle que  $B = \mu_0(H + M)$  dont l'allure pour le  $\text{Sm Co}_5$  par exemple est donnée figure 1.19.

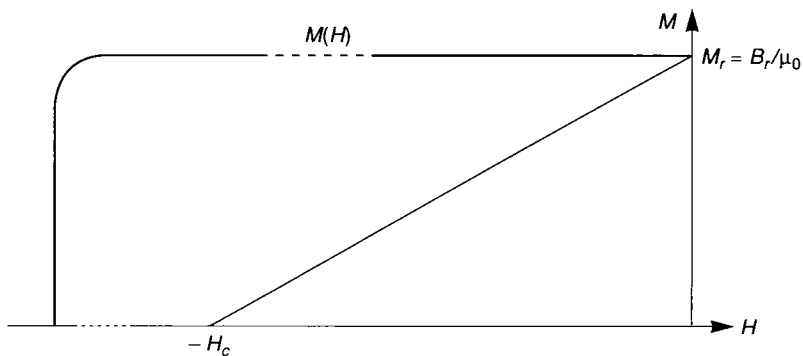


Figure 1.19. - Caractéristiques  $M(H)$  et  $B(H)$  d'un aimant permanent.

### 1.4.4.3 Force magnétomotrice équivalente d'un aimant

En supposant que la caractéristique  $B_a(H_a)$  soit linéaire, et donc d'équation :

$$\begin{aligned} B_a &= \mu_0(H_c + H_a) \\ &= \mu_0 H_a + B_r \end{aligned} \quad (1.18)$$



La droite d'entrefer d'un circuit tel que celui de la figure 1.15 s'écrit :

$$B_a = -\mu_0 \frac{l_a}{l_e} \frac{S_e}{S_a} H_a \quad (1.19)$$

en combinant ces deux dernières équations on obtient  $B_a = -P_e \frac{l_a}{S_a} \left( \frac{B_a}{\mu_0} - H_c \right)$

d'où 
$$B_a \left( 1 + P_e \frac{l_a}{S_a} \frac{1}{\mu_0} \right) = P_e \frac{H_c l_a}{S_a} \quad (1.20)$$

soit avec 
$$\phi_a = B_a S_a \quad (1.21)$$

$$\phi_a (1 + P_e R_a) = P_e H_c l_a \quad (1.22)$$

ou 
$$\phi (R_e + R_a) = H_c l_a \quad (1.24)$$

On obtiendrait la même équation pour un même flux avec un circuit géométriquement identique et de mêmes propriétés magnétiques mais sans aimantation de l'aimant et avec une bobine d'excitation de f.m.m.  $F = Ni = H_c l_a$  f.m.m. équivalente de l'aimant. On peut donc donner un schéma équivalent d'un aimant sous la forme série ou sous la forme parallèle selon la figure 1.20. Bien noter que la longueur  $l_a$  est celle comptée dans la direction de  $H_a$ .

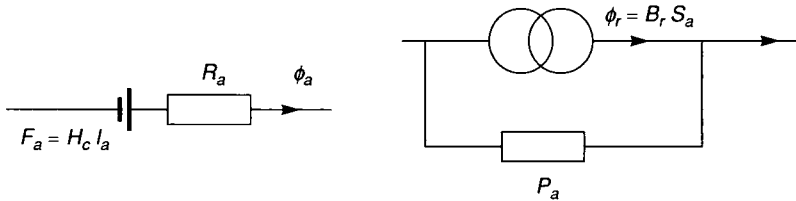


Figure 1.20. - Schémas équivalents d'un aimant permanent.

**Nota :** Le volume d'aimant est donc remplacé par un volume identique non aimanté de perméabilité  $\mu = \mu_a \# \mu_0$  pour les terres rares.

La bobine fictive équivalente ne présente évidemment aucune résistance ni inductance.

## 1.4.5 Cas d'excitation alternative sinusoïdale

Lorsque le courant dans les bobines d'excitation n'est pas continu, mais sinusoïdal, les lois précédentes des circuits magnétiques restent valables à condition d'effectuer des additions vectorielles et non plus algébriques pour les grandeurs magnétiques.

Pendant il apparaît deux phénomènes nouveaux qui engendrent des pertes d'énergie, nécessaires pour faire circuler des flux alternatifs, contrairement au cas d'une excitation continue.

Ces pertes sont les pertes par hystérésis et les pertes par courants de Foucault.

### 1.4.5.1 Pertes par hystérésis

Si l'on considère le circuit de la figure 1.8 où la bobine est considérée comme présentant une résistance  $r$  et  $N$  spires sous la tension sinusoïdale  $u$ , son équation électrique est :

$$u = ri + N \frac{d\phi}{dt} \quad (1.25)$$

Si on admet qu'à l'instant  $t$  le point de fonctionnement du circuit sur sa caractéristique totale  $\phi(i)$  se trouve au point  $A(i, \phi)$  de la figure 1.21, à l'instant  $t + dt$  il sera en  $B(i + di, \phi + d\phi)$  et l'énergie fournie à la bobine sera :

$$ui \, dt = ri^2 \, dt + Ni \, d\phi. \quad (1.26)$$

En plus de l'énergie Joule perdue, le terme  $Ni \, d\phi$  représente l'énergie magnétique stockée dans la bobine et le circuit qui l'enlace.

Cette énergie est représentée, à  $N$  près, par l'aire  $A a b B$  de la figure 1.21.

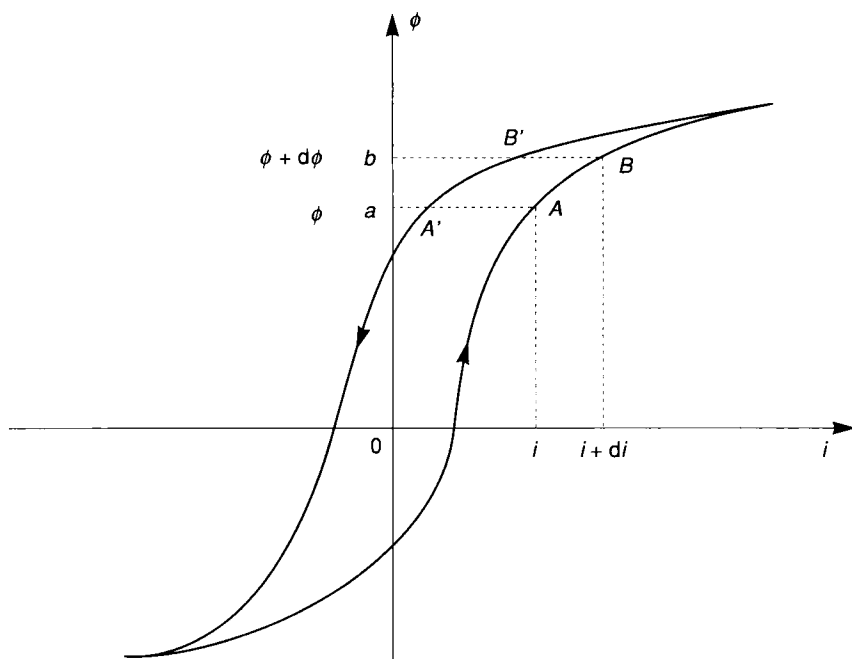


Figure 1.21. - Pertes par hystérésis.

Entre les instants  $t'$  et  $t' + dt'$  lorsque le circuit passe de  $B'$  en  $A'$  pour le même  $d\phi$  l'énergie fournie à la bobine s'écrit :

$$ui' \, dt' = ri'^2 \, dt' - Ni' \, d\phi \quad (1.27)$$

En plus de l'énergie Joule encore perdue, il y a cette fois restitution d'une part de l'énergie magnétique représentée par l'aire  $A' a b B'$  et stockée dans la bobine et le circuit. La différence des deux aires pour le même  $d\phi$  est la partie de cycle d'hystérésis correspondante.

Sur une période complète, un cycle complet est décrit, représentant l'énergie perdue autre que Joule. On dit que le circuit est le siège de pertes par hystérésis. Elles se produisent dans les matériaux présentant ce type de caractéristique et correspondent à un « frottement magnétique » des domaines de Weiss les uns contre les autres qui tendent à suivre la direction du champ à chaque alternance.

On peut exprimer ces pertes sous la forme :

$$P_H = \text{aire du cycle} \times \text{fréquence} \times \text{volume du matériau.}$$

$$P_H = AfV \tag{1.28}$$

L'aire  $A$  étant proportionnelle au carré de l'induction maximale  $B_m$  on exprime aussi ces pertes sous la forme :

$$P_H = k_H f B_m^2 V \quad k_H \text{ dépend du matériau.} \tag{1.29}$$

Ces pertes apparaissent aussi lorsque le matériau tourne dans un champ continu fixe ou qu'un matériau fixe est le siège d'un champ tournant, on parle alors d'hystérésis tournante. Le coefficient  $k_{HT}$  correspondant est alors supérieur à  $k_H$ .

### 1.4.5.2 Pertes par courants de Foucault

Tout matériau conducteur massif soumis à un flux variable de direction fixe ou non est le siège d'un dégagement de chaleur dû aux pertes Joule, de courants dits de Foucault. Les variations de flux engendrent des f.e.m. qui donnent naissance à des courants se fermant dans la masse. On peut donner pour expression de ces pertes :

$$P_f = K_f V e^2 f^2 B_m^2 \tag{1.30}$$

- $K_f$  dépend du matériau.
- $e$  épaisseur du matériau.
- $V$  volume du matériau.

Pour diminuer ces pertes on peut choisir des matériaux à résistivité élevée (ferrites doux) ou les feuilletter parallèlement au flux de façon à diminuer les sections de passage de ces courants. On isole électriquement les tôles (épaisseur de quelques 1/10 mm) entre elles si bien que la section offerte au flux est inférieure à la section mécanique du circuit magnétique du fait de l'épaisseur de l'isolant et du foisonnement des tôles dont la planéité n'est pas parfaite.

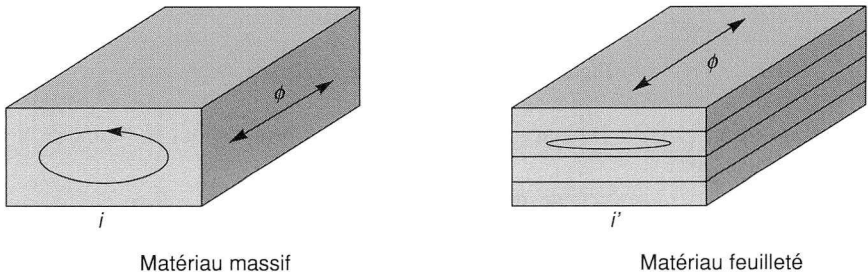


Figure 1.22. - Matériau massif et matériau feuilleté.

La section réelle du fer =  $k$  section mécanique,  $k$  dit coefficient de foisonnement vaut 0,9 en moyenne. On caractérise la qualité des tôles utilisées par les pertes magnétiques totales sous  $B = 1 \text{ T}$  à 50 Hz (ex : 1,6 W/kg).

## 1.4.6 Énergie et coénergie électromagnétique

Considérons un circuit magnétique tel que celui de la figure 1.23 possédant une partie déplaçable et où la bobine est alimentée sous la tension  $u$  et considérée comme sans résistance.

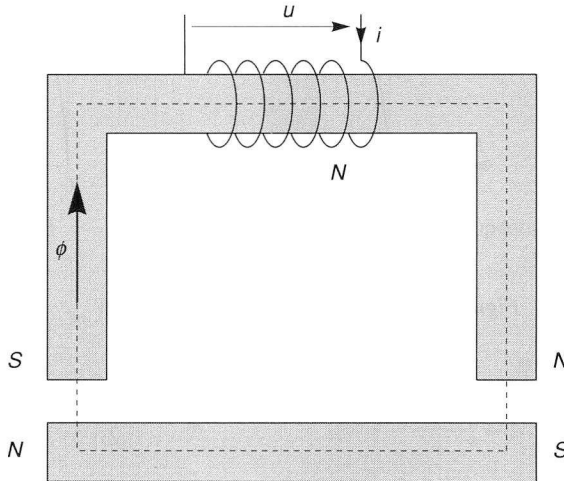


Figure 1.23. - Électro-aimant.

### Cas où aucune énergie mécanique n'est mise en jeu

S'il n'y a pas de mouvement, ni de déformation, l'équation de la bobine s'écrit :

$$u = N \frac{d\phi}{dt} \text{ et } u i dt = Ni d\phi. \quad (1.31)$$

L'énergie électrique fournie à la bobine pendant le temps  $t$ ,  $W_e$ , est telle que

$$W_e = \int_0^t u i dt = \int_0^\phi N i d\phi = \int_0^\phi F \cdot d\phi = \int_0^{N\phi} i d(N\phi) \quad (1.32)$$

On pose  $\int_0^\phi F \cdot d\phi = W_m$  **énergie magnétique** stockée dans le circuit électromagnétique.

Elle est représentée par l'aire de la surface comprise entre la caractéristique magnétique totale du circuit et l'axe  $\phi$  (figure 1.24).

L'aire comprise entre la caractéristique totale et l'axe  $F$  est appelée co-énergie du circuit électromagnétique.

$$W'_m = \int_0^F \phi \cdot dF \tag{1.33}$$

La caractéristique totale montre alors que  $W_m + W'_m = \phi F$ .

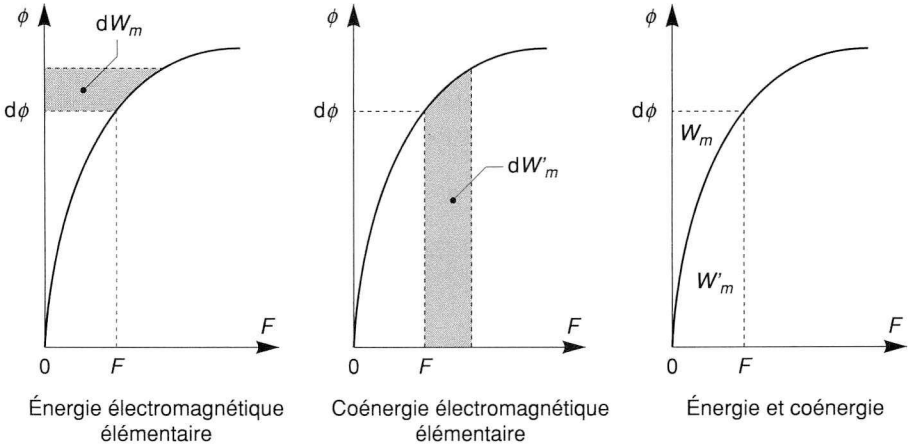


Figure 1.24. - Représentation de  $W_m$  et  $W'_m$ .

Si  $\phi(F)$  est linéaire alors  $W_m = W'_m$

$$W_m = \frac{F\phi}{2} \text{ et si } H \text{ est uniforme dans le circuit alors } W_m = \frac{HIBS}{2} = \frac{1}{2} HB \times \text{volume} .$$

### Cas où de l'énergie mécanique est mise en jeu

Si on essaie d'éloigner la partie déplaçable du reste du circuit, on constate **la présence d'une force** opposée au déplacement. Le flux qui traverse l'entrefer fait apparaître des « pôles » qui par convention sont dit Nord quand il quitte le fer et Sud quand il y entre de l'autre côté.

Ces pôles donnent naissance à cette force d'attraction des pièces métalliques. On peut dire encore que la présence du champ exerce une **pression magnétique** sur les faces d'entrefer en regard et tend à les rapprocher pour conserver un flux maximal.

On appelle **électro-aimant** ce type de circuit, utilisé dans des applications (microphones, contacteurs, freins, relais et actionneurs bien sûr). La bobine peut être remplacée par un aimant permanent ou combiner son action avec celle d'un aimant.

Si le circuit reçoit de l'énergie mécanique pour provoquer un mouvement ou une déformation on peut considérer l'électro-aimant comme un convertisseur d'énergie, élémentaire, et trouver l'expression de la force mise en jeu en admettant pour simplifier, qu'il **n'y a ni hystérésis, ni fuites de flux, ni pertes Joule**.

Dans ce cas on peut écrire que :

$$dW_e + dW_{meca} = dW_m$$

Supposons un déplacement  $dx$  de la force  $f$  dans sa propre direction.

Si la f.m.m.  $F$  et la variable  $x$  sont considérées comme variables indépendantes (i.e.  $x$  et  $i$ ).

On démontre que :

$$dW_m = f dx = - \frac{\partial W'_m}{\partial x}(F, x) dx \quad \text{soit} \quad f = - \frac{\partial W'_m(F, x)}{\partial x}. \quad (1.34)$$

Si  $\phi$  et  $x$  sont considérées comme variables indépendantes, on démontre que :

$$dW_m = f dx = \frac{\partial W_m}{\partial x}(\phi, x) dx \quad \text{soit} \quad f = \frac{\partial W_m(\phi, x)}{\partial x}. \quad (1.35)$$

Si on considère le travail mécanique comme fourni par le circuit, il faudra changer le signe dans les expressions précédentes.

À  $F$  constant on dira que  $f = \frac{dW'_m}{dx}$  donc  $dW_{méca} = f \cdot dx = dW'_m$  (figure 1.25a).

À  $\phi$  constant on dira que  $f = - \frac{dW_m}{dx}$   
donc,  $dW_{méca} = - dW_m$  (figure 1.25b).

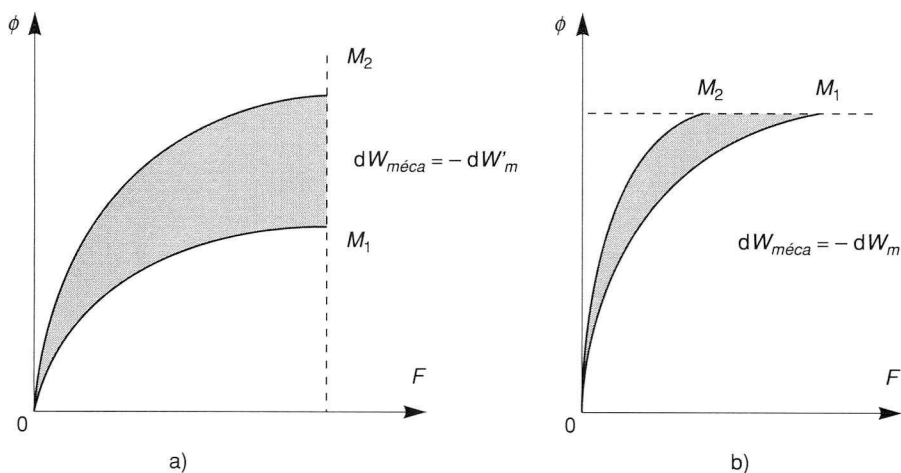


Figure 1.25. - Représentation de la variation d'énergie à  $F$  et  $\phi$  constants.

Pour un déplacement quelconque élémentaire on dira que  $dW_m + dW'_m = 0$

donc  $dW'_m = - dW_m = dW_{méca}$  fournie par le circuit et représentée par la variation d'aire élémentaire correspondante du contour décrit en sens direct.

### Cas particulier usuel important : système linéaire

Si on pose  $\psi = N\phi = Li \quad L(x \text{ seulement}) \quad (1.36)$

(en cas de saturation  $L$  serait en plus fonction du courant  $i$ ).

$$W_e = \int_0^\psi i d\psi = \int_0^\psi \frac{\psi}{L} d\psi = \frac{1}{2} \frac{\psi^2}{L} = \frac{1}{2} Li^2 = W_m \quad (1.37)$$

À  $i$  constant :

$$f = \frac{\partial W_m(i, x)}{\partial x} = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{dx} \quad (\text{formule de Picou}) \quad (1.38)$$

soit encore 
$$f = \frac{1}{2} \psi^2 \frac{d(1/L)}{dx} \quad (1.39)$$

avec  $Ni = \mathcal{R}\phi$ , 
$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}} = N^2 P \quad \text{et} \quad f = \frac{1}{2} \phi^2 \frac{d\mathcal{R}}{dx}. \quad (1.40)$$

Si l'entrefer de l'électro-aimant est plat et de longueur  $x$  et si on admet que  $\mu_{\text{rfer}} \rightarrow \infty$ , seul le volume d'entrefer est à champ non nul et l'énergie  $W_m = \frac{1}{2} BH(S \times x)$  si  $S$  désigne la surface totale d'entrefer.

Sous tension constante le flux de la bobine l'est aussi de même que l'induction et

$$f = \frac{\partial W_m}{\partial x} = \frac{1}{2} BHS = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} S. \quad (1.41)$$

On retrouve l'expression de la pression magnétique

$$p = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} = \frac{1}{2} BH. \quad (1.42)$$

### Généralisation

Si plusieurs bobines et/ou aimants sont couplés sur un circuit magnétique et si  $L_{jp}$  désigne la mutuelle entre les bobines  $i$  et  $p$ , la formule de Picou se généralise en

$$f = \frac{1}{2} \sum_j \sum_p i_j \cdot i_p \frac{dL_{jp}}{dx}$$

pour une translation, avec  $L_{jp} = N_j N_p P_{jp}$  et  $L_{jj} = N_j^2 P_{jj}$

$$f = \frac{1}{2} \sum_j \sum_p N_j N_p i_j i_p \frac{dP_{jp}}{dx} = \frac{1}{2} \sum_j \sum_p F_j F_p \frac{dP_{jp}}{dx}.$$

Il y a donc apparition d'une force, ou d'un couple, dès qu'il y a courant dans une bobine ou aimant permanent c'est-à-dire force magnétomotrice et déformation réelle ou fictive qui donne lieu à variation de perméance réelle ou possible.

### ■ Remarque :

L'équation électrique de la bobine de l'électroaimant précédent s'écrit, si elle présente une résistance  $R$  et étant parcourue par le flux  $\psi = N\phi$  :

$$u = Ri + \frac{d\psi}{dt} = Ri + \frac{d}{dt} (Li)$$

soit  $u = Ri + L \frac{di}{dt} + i \frac{dL}{dt}$  car  $L(i,t)$

La puissance absorbée instantanée s'écrit :

$$ui = Ri^2 + Li \frac{di}{dt} + i^2 \frac{dL}{dt}$$

On reconnaît successivement l'énergie perdue par effet Joule, la variation d'énergie électromagnétique par transformation et celle due à la déformation du circuit magnétique ( $L$  variable)

On peut faire apparaître la variation totale d'énergie électromagnétique en séparant en deux ce dernier terme pour écrire :

$$ui = Ri^2 + \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} Li^2 \right) + \frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{dt}$$

La puissance transformée en puissance mécanique est alors :

$$\frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{dt} = f \frac{dx}{dt} \text{ d'où } f = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{dx} = \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{2} i^2 L \right)$$

Il apparaît donc que le terme de déformation  $i^2 \frac{dL}{dt}$  de l'équation de départ se scinde en deux parties égales, l'une pour se transformer en énergie électromagnétique correspondant à la nouvelle distribution du champ après déformation, par rapport à l'état initial, l'autre se transforme en énergie mécanique.

## 1.5 Classification structurelle et fonctionnelle des actionneurs électriques

### 1.5.1 Classification structurelle

Le domaine étant très évolutif il n'existe pas de normalisation comme pour les machines classiques par hauteurs d'axe et puissances. Mais on peut opérer, pour les actionneurs électromagnétiques, un classement d'après la conception structurelle de la machine c'est-à-dire d'après la disposition relative et la mobilité des excitations, bobinées ou à aimant, et du circuit magnétique.

Toute force ou couple permanent résulte de cinq interactions possibles à savoir :

- interaction courant-courant ;
- interaction courant-circuit magnétique ;
- interaction aimant- courant ;
- interaction aimant- circuit magnétique ;
- interaction aimant-aimant.



Pour les actionneurs, seules les trois premières présentent un intérêt, puisque commandables par un courant.

Il n'y a évidemment pas d'interaction circuit magnétique-circuit magnétique puisque tout est passif.

On distingue ainsi cinq grandes classes d'actionneurs électromagnétiques de structure simple :

- **les systèmes reluctants sans aimant**  
dits encore machines à réluctance variable (M.R.V) où le couple est dû à interaction mutuelle entre la partie fixe (bobines) et la partie ferromagnétique mobile ou déformable.
- **les systèmes électrodynamiques**  
qui comprennent un aimant fixe, un circuit magnétique fixe et une ou plusieurs bobines mobiles. Le flux principal des bobines traverse l'aimant.
- **les systèmes électromagnétiques**  
qui se composent d'une bobine et d'un circuit ferromagnétique fixe et d'un ou plusieurs aimants mobiles.
- **les systèmes reluctants avec aimant**  
sont des M.R.V excitées par aimant, dites encore polarisées ou hybrides vis-à-vis de leurs deux types d'excitation. Ils comprennent une bobine et un aimant fixe avec un circuit ferromagnétique mobile ou en variante un aimant mobile dans un circuit ferromagnétique avec bobines fixes. Mais contrairement aux systèmes électrodynamiques le flux des bobines ne traverse pas l'aimant.
- **les systèmes classiques**  
continus, synchrones ou asynchrones où le couple résulte de l'interaction mutuelle de plusieurs bobinages fixes avec des bobinages (ou des aimants) mobiles.

La table I résume cette classification.

*Table I. Classification des Actionneurs Électromagnétiques.*

Nature des circuits / Système	Bobine	Circuit magnétique	Aimant
M.R.V	fixe	mobile	néant
Électrodynamique	mobile	fixe	fixe
Électromagnétique	fixe	fixe	mobile
M.R.V hybride	fixe	mobile ou fixe	fixe ou mobile
Classique	stator fixe et rotor mobile	stator fixe et rotor fixe ou mobile	néant ou stator fixe ou rotor mobile

*Nota* : les machines homopolaires et à rotor massif, ne seront pas considérées ici.

Par ailleurs les actionneurs électrostatiques et piézo-électriques n'entrent pas dans cette classification. En effet bien que comportant un bobinage pour les piézo-électriques, ces machines ne comportent ni circuit magnétique, ni aimant, puisqu'elles fonctionnent sous champ électrique et non plus magnétique.

## 1.5.2 Classification fonctionnelle

Il est possible de donner une classification fonctionnelle des actionneurs électriques, très liée en fait à leur évolution historique. On peut distinguer chronologiquement.

### Les machines classiques

Elles comprennent :

- les machines à courant continu avec deux bobinages à champs orthogonaux dans l'espace et deux alimentations continues, en excitation séparée, ou une seule alimentation continue en excitation shunt ou série ;
- les machines synchrones avec deux bobinages et deux alimentations dont une continue et une alternative polyphasée ;
- les machines asynchrones avec deux bobinages polyphasés, dont celui du rotor à cage en court-circuit le plus souvent, et une alimentation triphasée, sauf cas particulier des machines monophasées série ou shunt.

Toutes ces machines (figure 1.26) présentent comme propriétés communes :

- un couple sans ondulation ;
- une alimentation en onde pure continue ou sinusoïdale polyphasée ;
- aucun contrôle électronique de vitesse.

Initialement la variation de celle-ci était obtenue avec les machines à courant continu par variation de tension d'induit.

Récemment on a pu étendre les propriétés de ces machines à celles alimentés en courants alternatifs grâce aux tensions et fréquences variables fournies par les convertisseurs statiques.

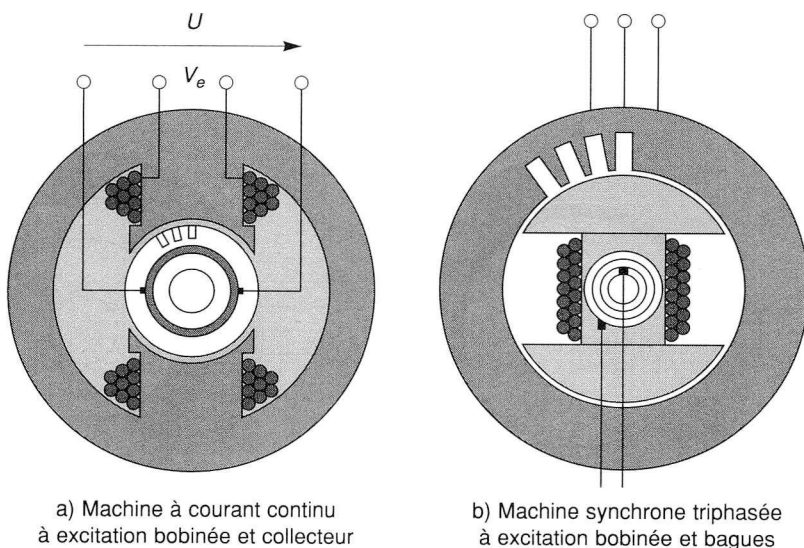
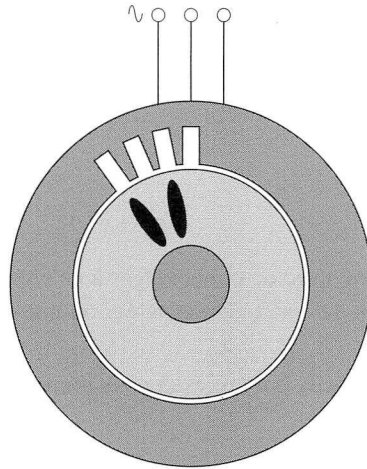


Figure 1.26. - Machines classiques.



c) Machine asynchrone triphasée à cage.

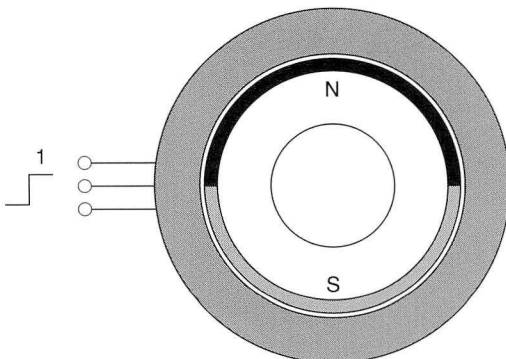
Figure 1.26. - Machines classiques (suite).

### Les machines à aimants, sans balais (Brushless)

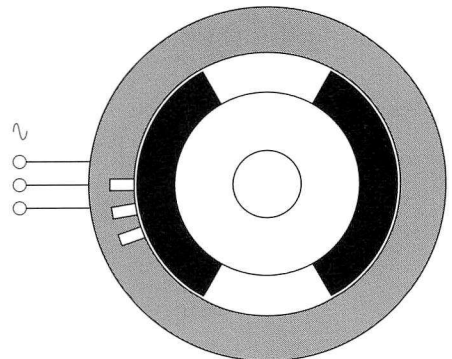
L'excitation, rotorique uniquement est fournie par des aimants. On peut distinguer les machines « sans balais continues » des « sans balais synchrones » (figure 1.27).

Les premières, à pôles lisses, triphasées, utilisent des aimants d'arc polaire de 180 degrés et sont alimentées en étoile par des créneaux de courant à 120 degrés. Elles présentent les propriétés des machines à courant continu. Une variante consiste à utiliser des aimants d'arc polaire 120 degrés et une alimentation en triangle par des créneaux de courant de 180 degrés.

Les secondes à entrefer variable, donc à pôles saillants, utilisent des aimants d'arc polaire de 120 degrés, pour obtenir une induction quasi-sinusoïdale, et sont alimentées en ondes sinusoïdales pures de courant ou de tension et présentent les propriétés des machines synchrones classiques à flux sinusoïdal.



a) Machine sans balais type continu



b) Machine sans balai type synchrone

Figure 1.27. - Machines sans balais (Brushless).

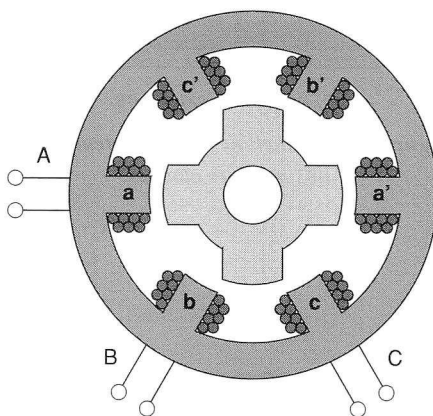
Ces machines présentent comme propriétés communes :

- l'absence de pertes Joule au rotor ;
- un couple constant auquel se superpose une ondulation systématique plus ou moins bien éliminée ;
- une alimentation par convertisseur statique avec synchronisation de l'alimentation des phases à la position du rotor pour éviter le décrochage (auto-pilotage) ;
- une commande de l'alimentation plus ou moins sophistiquée, scalaire ou vectorielle, pour obtenir les propriétés de découplage d'une machine à courant continu et d'excellentes performances dynamiques.

### Les machines pas à pas

Ces machines fonctionnent selon un principe différent des précédentes en ce qui concerne leur alimentation, même si les structures possibles sont celles des quatre premières classes vues précédemment. En effet l'alimentation n'est plus constante mais discontinue sur une phase et commutée cycliquement pour les diverses phases.

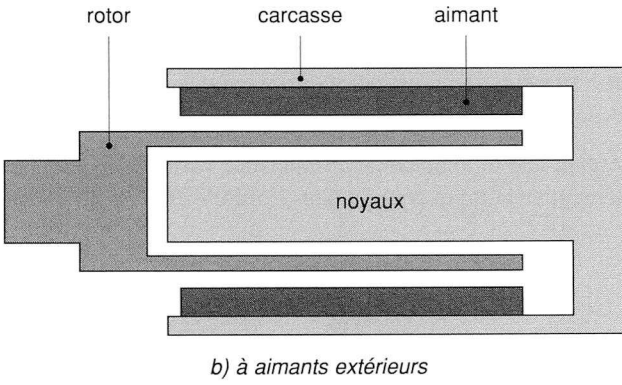
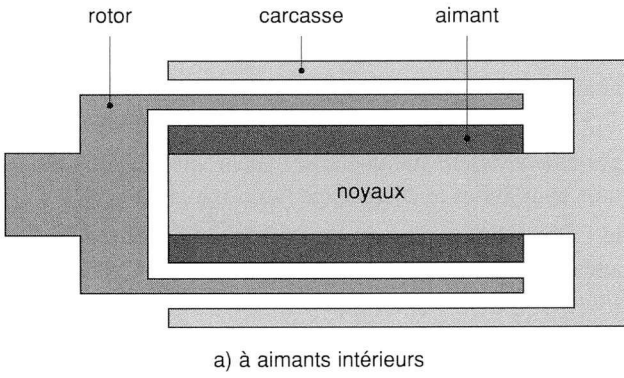
La figure 1.28 représente une telle machine à réluctance variable où les phases  $A.B.C$  sont alimentées séquentiellement en courant continu dans l'ordre  $A.B.C$  ou  $A.C.B$  selon le sens de rotation souhaité.



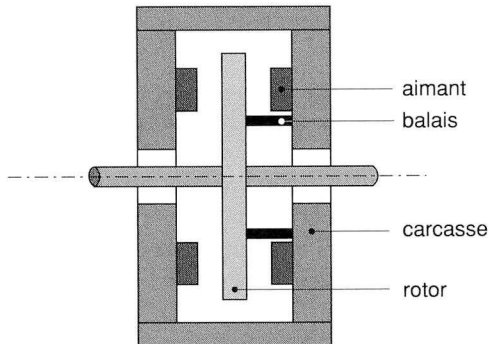
*Figure 1.28. : Machine pas à pas à réluctance variable et alimentation séquentielle.*

Ces machines présentent alors un couple non constant très fortement ondulé en fonction du temps mais peuvent par contre assurer une marche synchrone lorsque la fréquence des séquences d'alimentation est constante ou un positionnement rigoureux lorsque seule une phase est alimentée. Leur stabilité de fonctionnement peut aussi nécessiter un fonctionnement en système à boucle fermée.

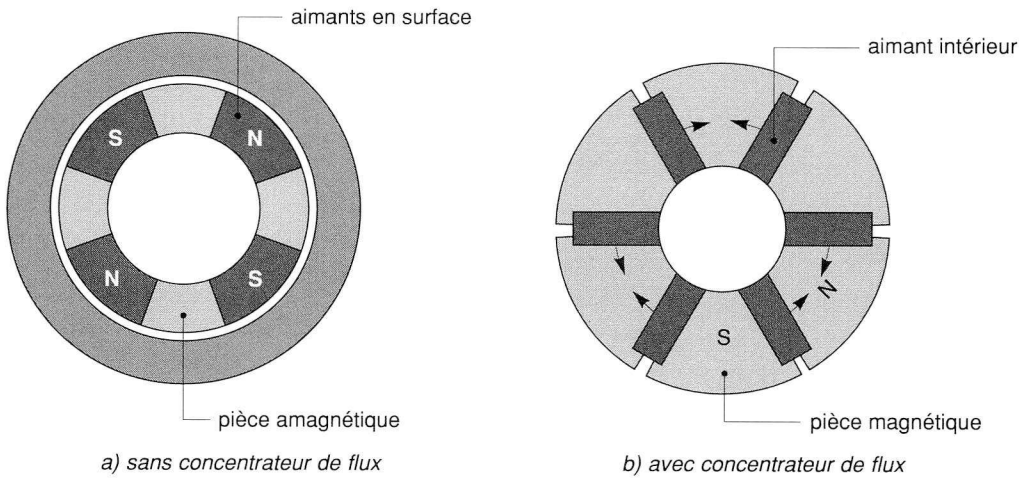
Les figures 1.29, 1.30 et 1.31 montrent diverses structures à aimants et hautes performances en actionneurs électriques.



**Figure 1.29. - Machines à conducteurs libres dits moteurs cloches.**



**Figure 1.30. - Machine à rotor plat et flux axial type axem.**



**Figure 1.31. - Machines sans balais.**



## **Modèles et propriétés intrinsèques des différentes classes d'actionneurs électromagnétiques**

2.1 • Actionneurs reluctants	36
2.2 • Actionneurs Électrodynamiques	38
2.3 • Actionneurs Électromagnétiques	39
2.4 • Actionneurs hybrides ou reluctants polarisés	40
2.5 • Actionneurs classiques	42



## 2.1 Actionneurs réluctants

L'exemple type de l'actionneur réluctant, appelé encore : machine à réluctance variable, est l'électroaimant utilisé dans les relais, les contacteurs, etc. Il se présente sous de nombreuses formes mais comporte toujours une partie fixe appelée noyau et une partie mobile appelée armature. Le noyau peut prendre la forme d'un U, d'un E ou d'un cylindre et l'armature peut être plate, plongeante ou tournante. La figure 2.1 donne des exemples de structures d'électro-aimant.

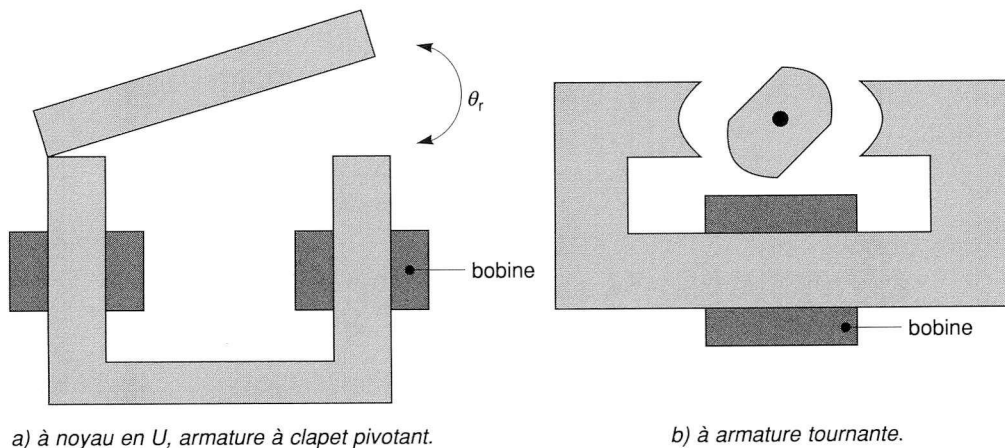


Figure 2.1. - Électroaimants.

Mais des moteurs utilisent aussi le principe de la réluctance variable. La figure 2.2 donne des exemples de moteur oscillant (type rasoir électrique) et de moteur pas à pas. Pour ce dernier l'alimentation séquentielle des phases dans l'ordre A.B.C correspond à un sens de rotation anti-horaire et dans l'ordre A.C.B à un sens de rotation horaire. Le passage de l'alimentation de la phase A à celle de la phase B provoque une rotation élémentaire d'un douzième de tour du rotor appelé : pas élémentaire.

Les équations qui régissent le fonctionnement de ce type d'actionneur, en admettant une seule bobine d'alimentation, ou un découplage magnétique des différentes bobines s'il y en a plusieurs, (en cas de couplage, la généralisation serait immédiate) comprennent :

a) l'équation électrique de la bobine, de la forme :

$$u = ri + \frac{d\psi}{dt} = ri + L \frac{di}{dt} + i \frac{dL}{d\theta_r} \frac{d\theta_r}{dt}$$

puisque la réluctance, et donc l'inductance de la bobine, est fonction de la position de l'armature, elle-même fonction du temps. Le terme  $L \frac{di}{dt}$  est appelé f.c.e.m. de transformation inductive et le terme  $\frac{idL}{d\theta_r} \frac{d\theta_r}{dt} = i \frac{dL}{d\theta_r} \Omega$  est appelé f.c.e.m. de mouvement ou de déformation de

la partie mobile du circuit magnétique.

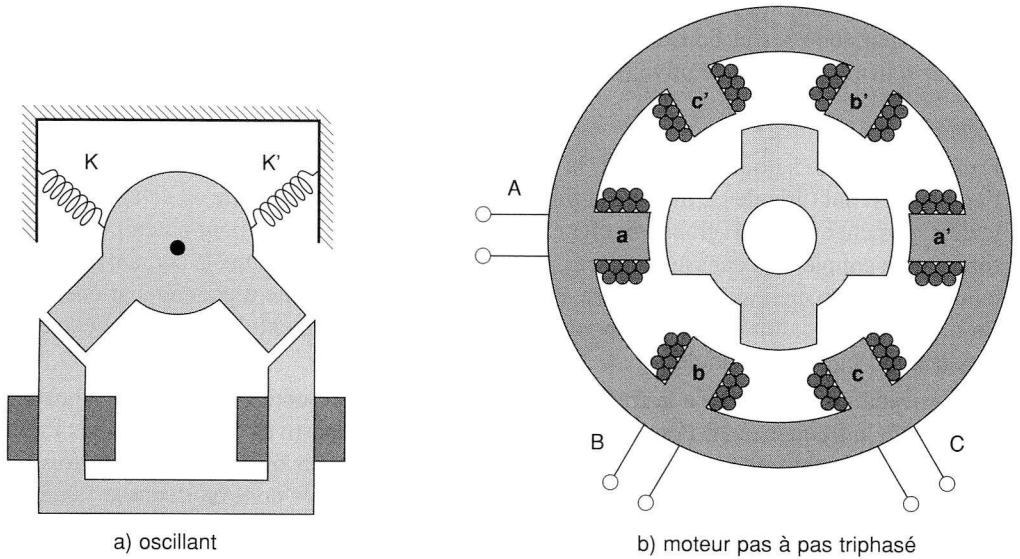


Figure 2.2. - Moteurs à réluctance variable.

b) l'équation mécanique de la partie mobile du système est de la forme :

$$J \frac{d\Omega}{dt} + k_d \Omega + T_f + T_l = T_e$$

où  $k_d$  est le coefficient de frottement visqueux,  $T_f$  le couple de frottement sec,  $T_l$  le couple utile résistant et  $T_e$  le couple électromagnétique.

$$T_e = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{d\theta_r} \text{ comme démontré au chapitre 1.}$$

Ces équations permettent d'obtenir par exemple  $i(t)$  et  $\Omega(t)$  à  $T_l$  et  $u$  donnés.

On peut immédiatement en déduire quelques propriétés intrinsèques. En effet l'expression du couple, si  $\frac{dL}{d\theta_r}$  est constant, devient  $T_e = ki^2$  c'est-à-dire une loi non linéaire qui ne facilite pas la transmission d'information ni le réglage d'un système bouclé.

Par ailleurs le couple  $T_e$  est élevé à courant donné, si  $\frac{dL}{d\theta_r}$  est élevé. Or  $L$  est de la forme

$$N^2 \mu \frac{l}{S}, \text{ et donc } \frac{dL}{d\theta_r} \text{ sera élevé si } \frac{d\mu}{d\theta_r} \text{ l'est. Ceci s'obtient par une forte variation de flux et}$$

donc par passage de la zone linéaire à la zone saturée du circuit magnétique. Ce qui introduit une non linéarité supplémentaire et rend la modélisation analytique plus difficile. De plus ce phénomène entraîne une grande f.c.e.m. de mouvement et donc demande une tension d'alimentation élevée d'autant plus que la vitesse du mouvement est grande.

Enfin le rendement de tels systèmes est généralement faible ce qui fait qu'ils sont réservés aux faibles puissances ou aux régimes non continus.

Par contre ils présentent l'intérêt d'une grande simplicité de conception et de réalisation ce qui fait qu'ils sont robustes et bon marché. Leur modélisation, en régime linéaire est également facile par schéma électrique équivalent.

■ *Remarques :*

- Dans ces circuits, à courant constant, la force d'attraction ou le couple de maintien, lorsque l'entrefer est nul (grande perméance et fort flux) est très supérieure à celle ou celui créé quand le déplacement est grand (grand entrefer et flux faible). Ce qui fait que pour obtenir une même force ou un couple égal dans les deux cas, on diminue, en courant continu, le courant d'alimentation de la bobine en insérant en série avec elle une résistance, dite d'économie d'énergie. En alternatif le courant est réduit spontanément par l'accroissement de l'inductance avec le flux quand l'entrefer s'annule.
- En alimentation alternative à la fréquence  $f$  le couple en  $i^2$  présente l'allure d'une sinusoïde redressée à la fréquence  $2f$ . Pour éviter des oscillations intempestives du système sous l'effet du couple résistant qui devient plus grand que le couple moteur qui s'annule deux fois par période, on sépare le flux du circuit magnétique en deux parties dont on déphase l'une par rapport à l'autre par une bague, dite de Frager, en court-circuit autour d'une section partielle du circuit magnétique au niveau de l'entrefer. La figure 2.3 représente une telle disposition dans un circuit de contacteur.

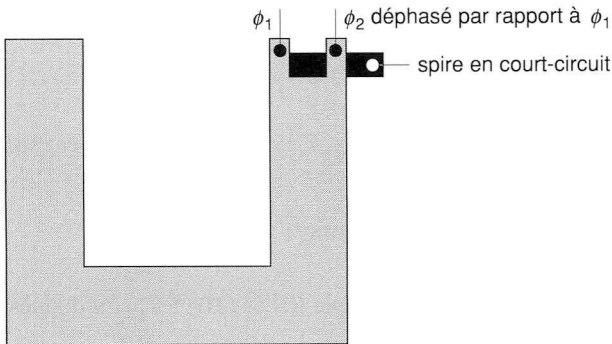


Figure 2.3. - Spire de Frager dans un contacteur.

## 2.2 Actionneurs électrodynamiques

L'exemple type de l'actionneur électrodynamique est le haut parleur (figure 2.4) qui comprend : un aimant permanent de f.m.m.  $F_a$ , une bobine mobile qui transmet son mouvement à la membrane du haut parleur et permet donc la génération de sons par variation de la pression de l'air environnant.

Les équations comprennent ici les termes dus aux deux sources d'excitation. Si la perméance mutuelle aimant-bobine est  $P_{ab}$ , il vient :

$$u = ri + L_b \frac{di}{dt} + i \frac{dL_b}{dt} + N \cdot F_a \frac{dP_{ab}}{dx} \frac{dx}{dt} \quad (2.4)$$

et la force électromagnétique est donnée par :

$$f = \frac{1}{2} \frac{dP_{ab}}{dx} \cdot F_a \cdot Ni + \frac{1}{2} \frac{dP_{aa}}{dx} F_a^2 + \frac{1}{2} \frac{dP_{bb}}{dx} (Ni)^2 \quad (2.5)$$

$P_{aa}$  est indépendante de  $x$ . Par construction, on rend  $P_{ab}$  proportionnelle à  $x$  et la perméance de la bobine invariante avec la position, en réalisant une induction uniforme dans l'entrefer de sorte que la bobine ne subisse pas de variation de flux propre lors de ses déplacements. Seul le premier terme de  $f$  subsiste donc et la force devient proportionnelle au courant, rendant ainsi le système linéaire.

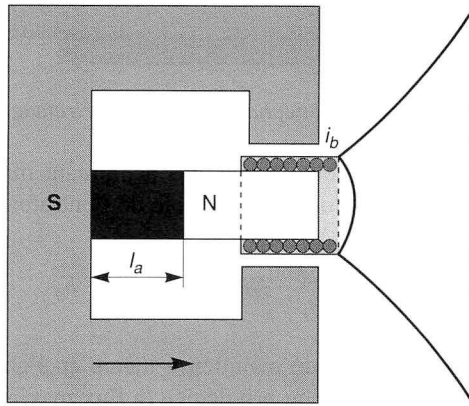


Figure 2.4. - Actionneur électrodynamique.

Par ailleurs l'aimant et l'entrefer rendent le système linéaire magnétiquement avec un flux faible donnant à la bobine une très faible inductance et donc une très faible constante de temps électrique. Sa masse étant également très faible lui confère une constante de temps mécanique également très faible, ce qui fait que le système peut travailler à des fréquences électriques et mécaniques élevées et servir acoustiquement avec une haute fidélité de reproduction.

L'inconvénient majeur vient de la nécessité d'alimenter une bobine mobile et pour un moteur d'avoir un ensemble bagues et balais. Pour les moteurs à courant continu à cloche, l'alimentation se fait par collecteur et les balais sont remplacés par des fils d'argent.

## 2.3 Actionneurs électromagnétiques

L'exemple le plus courant est donné par le moteur pas à pas monophasé représenté dans la figure 2.5.

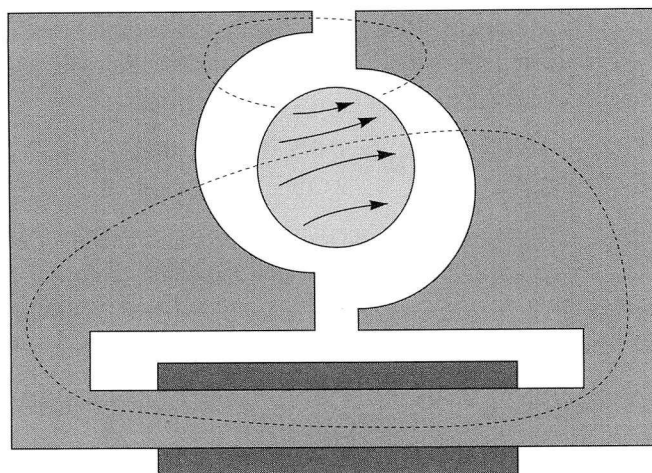


Figure 2.5. - Moteur monophasé pas à pas électromagnétique.

Le couple ne comprend ici que les deux termes dus à l'aimant mobile dont la permanence dépend de la position, étant donné la longueur variable de l'entrefer par rapport à la direction donnée du champ de l'aimant.

$$T_e = \frac{1}{2} \frac{dP_{ab}}{d\theta_r} \cdot Ni \cdot F_a + \frac{1}{2} \frac{dP_{aa}}{d\theta_r} F_a^2 \quad (2.6)$$

Il apparaît ici un couple non nul dit « de maintien » même en l'absence de courant dans la bobine. Le système aura donc une position privilégiée (à flux maximum) au repos en absence d'alimentation puisqu'il est polarisé avec une dissymétrie du circuit magnétique.

Par ailleurs l'entrefer total (aimant plus entrefer) étant important, le flux et la constante de temps électrique de la bobine seront faibles ce qui lui permettra de travailler à des fréquences élevées.

La f.c.e.m. élevée à vitesse élevée permettra un bon rendement également de ces systèmes.

Leur inconvénient majeur réside dans la difficulté à les modéliser car l'aimant ne peut être considéré comme un corps unique homogène macroscopiquement. En effet chaque tube de flux qui le traverse ne traverse ni la même longueur d'aimant ni la même perméance extérieure vue la dissymétrie de l'entrefer réel. Une étude précise de ces systèmes nécessite l'utilisation des méthodes puissantes de calcul de champ.

## 2.4 Actionneurs hybrides ou réluctants polarisés

Les exemples types sont donnés par les moteurs oscillants (figure 2.6) et les moteurs couple et relais polarisés (figure 2.7) où cette fois aucun terme de couple n'est négligeable. Pour un aimant et une bobine les équations deviennent alors, si la bobine est indicée 1 et l'aimant 2.

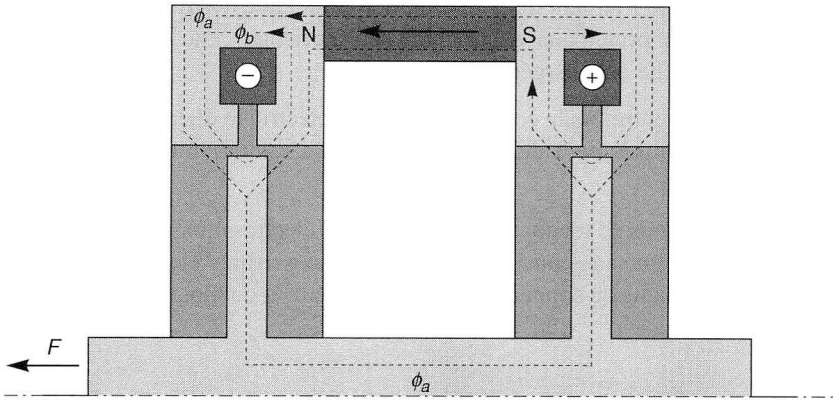


Figure 2.6. - Actionneur oscillant hybride à aimant fixe (compresseur).

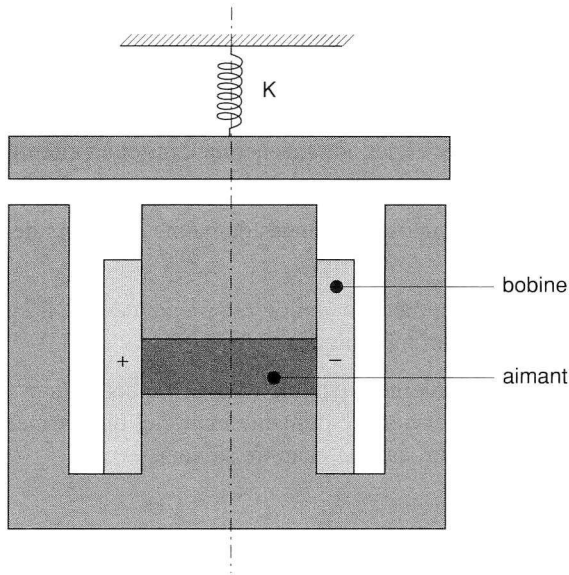


Figure 2.7. - actionneur polarisé de positionnement (serrure électromagnétique).

$$u = ri + \left( L_{11} \frac{di_1}{dt} + i_1 \frac{dL_{11}}{d\theta_r} \frac{d\theta_r}{dt} \right) \quad (2.7)$$

et

$$T_e = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^2 \frac{dL_{ij}}{d\theta_r} i_i i_j \quad (2.8)$$

Toutes les propriétés intrinsèques sont possibles selon la conception. La combinaison des amplitudes, phases et périodicités géométriques des divers termes de couple permet de réaliser des caractéristiques statiques et dynamiques diverses.

Le plus souvent on charge l'aimant de la distribution principale du flux et du couple principal, donc de fournir l'énergie principale, et la bobine sert à orienter cette distribution et impose la position c'est-à-dire qu'elle est chargée de l'information.

Compte tenu des faibles entrefers la constante de temps électrique de la bobine est élevée et ces systèmes sont surtout utilisés pour du positionnement. La saturation éventuelle du fer rend la simulation assez difficile.

Les principales applications se rencontrent sous forme d'électro-aimants polarisés à deux positions stables avec maintien sans courant, comme dans les serrures électromagnétiques et sous forme de systèmes oscillants de sonnerie, compresseurs etc. et de moteurs pas à pas ou moteurs couple d'électrovannes.

## 2.5 Actionneurs classiques

Ceux-ci comprennent toutes les machines classiques synchrones et asynchrones à courant alternatif et les machines à courant continu utilisées en actionneurs. Elles comprennent toutes plusieurs bobinages ou des bobinages et des aimants permanents et un circuit magnétique dont une partie peut être mobile.

Leurs propriétés statiques sont supposées connues de même que leurs descriptions sous forme de quadripôle.

En tant qu'actionneurs, où le régime dynamique est prépondérant, il convient d'écrire leurs équations dynamiques électrique et mécanique.

Afin d'éviter une diversité de traitement pénible et pour rappeler leurs propriétés génériques communes nous allons les aborder dans le domaine matriciel qui permettra une unification et une unité de traitement intéressante dans le chapitre suivant.

## **Modèle électromagnétique unifié des actionneurs classiques**

3.1 • Machine asynchrone	44
3.2 • Machine synchrone	53
3.3 • Machines à courant continu	64



### 3.1 Machine asynchrone

La théorie unifiée des machines électriques classiques, dites encore théorie généralisée, est basée sur la transformation de Park qui rapporte les équations électriques statoriques et rotoriques à des axes perpendiculaires électriquement appelés  $d$ , pour direct, et  $q$ , pour quadrature. Ces deux axes sont utilisés, par exemple, dans la théorie de Blondel des machines synchrones et liés au rotor.

On admettra que les machines sont systématiquement non saturées et sauf mention contraire sans fuites et nous négligerons les harmoniques d'espace ainsi que les pertes fer.

L'axe  $d$  est l'axe polaire et l'axe  $q$  l'axe interpolaire. Par raison de simplicité d'exposé nous allons considérer d'abord une machine asynchrone triphasée bobinée et un système d'axes  $d$  et  $q$  fixes par rapport au stator noté  $ds, qs$ .

Nous traiterons ensuite la machine synchrone puis la machine à courant continu et le cas de systèmes d'axes quelconques.

Mises sous forme matricielle, les équations électriques d'une machine asynchrone triphasée-triphasée, bipolaire pour l'instant, dans leur repère classique (figure 3.1) s'écrivent dans une convention récepteur :

$$V = ZI$$

ou en développant  $V = RI + L(sI) + (sL)I$

$$= \left[ R + Ls + \frac{dL}{d\theta_r} \frac{d\theta_r}{dt} \right] I \tag{3.1}$$

$$= [R + Ls + G \cdot \omega_m] I$$

avec  $s = \frac{d}{dt}$ ,  $G = \frac{dL}{d\theta_r}$ ,  $\omega_m = \frac{d\theta_r}{dt} = \Omega p = \Omega$  s'il y a  $p = 1$  paire de pôles.

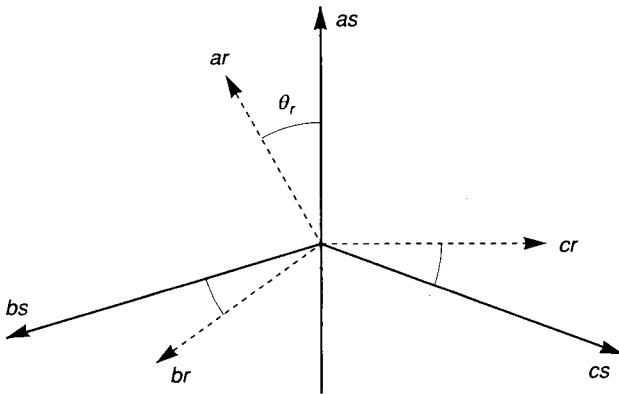


Figure 3.1. - Axes repères classiques  $as\ bs\ cs$  fixes  $ar\ br\ cr$  tournants.

$$V = \begin{bmatrix} V_{as} \\ V_{bs} \\ V_{cs} \\ V_{ar} \\ V_{br} \\ V_{cr} \end{bmatrix} \quad I = \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \\ i_{ar} \\ i_{br} \\ i_{cr} \end{bmatrix}$$

Vecteurs tensions et courants des six enroulements supposés accessibles.

$$R = \begin{bmatrix} R_s & 0 & & & & \\ 0 & R_s & & & & \\ & & R_s & & & \\ & & & R_r & & \\ & & & & R_r & 0 \\ & & & & 0 & R_r \end{bmatrix}$$

matrice résistance des enroulements et  $L_s = \begin{bmatrix} L_{ss} & L_{sr} \\ L_{rs} & L_{rr} \end{bmatrix}$  matrice des inductances telle que :

$$L_{ss} = \begin{bmatrix} \bar{L}_s & \bar{M}_s & \bar{M}_s \\ \bar{M}_s & \bar{L}_s & \bar{M}_s \\ \bar{M}_s & \bar{M}_s & \bar{L}_s \end{bmatrix} \quad L_{rr} = \begin{bmatrix} \bar{L}_r & \bar{M}_r & \bar{M}_r \\ \bar{M}_r & \bar{L}_r & \bar{M}_r \\ \bar{M}_r & \bar{M}_r & \bar{L}_r \end{bmatrix}$$

$$L_{sr} = \begin{bmatrix} \bar{M} \cos \theta_r, & \bar{M} \cos(\theta_r + 240^\circ) & \bar{M} \cos(\theta_r + 120^\circ) \\ \bar{M} \cos(\theta_r + 120^\circ), & \bar{M} \cos \theta_r, & \bar{M} \cos(\theta_r + 240^\circ) \\ \bar{M} \cos(\theta_r + 240^\circ), & \bar{M} \cos(\theta_r + 120^\circ) & \bar{M} \cos \theta_r \end{bmatrix}$$

et  $L_{sr} = L_{rs}^t$

On peut remarquer que la puissance instantanée s'écrit :

$$\begin{aligned} P_i &= I^t V = I^t Z I \\ &= I^t R I + I^t L s I + I^t G I \omega_m \end{aligned} \quad (3.2)$$

où l'on reconnaît successivement les pertes Joule, l'énergie électromagnétique d'induction et la variation d'énergie électromagnétique de mouvement dont la moitié correspond à la modification de l'énergie électromagnétique stockée et la moitié se transforme en énergie mécanique, comme déjà vu à la fin du paragraphe 1.4.6.

On a donc un couple électromagnétique  $T_e$  tel que :

$$T_e \cdot \omega_m = \frac{1}{2} I^t G I \omega_m \quad (3.3)$$

soit  $T_e = \frac{1}{2} I^t G I$

Ce qui permet l'écriture de l'équation mécanique instantanée classique avec l'inertie  $J$  des parties tournantes et un coefficient de frottement visqueux  $k_d$  et un couple de charge résistant  $T_l$  :

$$J \frac{d\Omega}{dt} + k_d \Omega + T_l = T_e \tag{3.4}$$

L'ensemble de ces sept équations, les six du système électrique (3.1) et (3.4) fait apparaître deux difficultés pour la résolution (par exemple le calcul des courants et de la vitesse pour des tensions données).

D'une part l'ordre du système est élevé et d'autre part les matrices  $L$  et  $G$  sont des fonctions de la position  $\theta$ , du rotor et donc du temps. De plus, s'il y a saturation ces matrices dépendent des courants.

On a donc cherché une transformation qui abaisse l'ordre du système et élimine cette dépendance vis-à-vis de  $\theta_r$ .

Pour cela on procède en deux temps avec les hypothèses simplificatrices suivantes, nécessaires pour atteindre nos objectifs :

- les courants homopolaires ne peuvent circuler (pas de neutre utilisé)
- les ondes d'alimentation sont des sinusoïdes pures
- nous raisonnerons sur une machine bipolaire.

**Premier temps : Transformation de Clarke**

L'idée de Clarke repose sur le fait qu'un champ tournant créé par un système triphasé peut l'être aussi, à l'identique, par un système biphasé de deux bobines à  $\pi/2$  dans l'espace, alimentées par des courants à  $\pi/2$  dans le temps, à condition que le champ ou les forces magnétomotrices et la puissance instantanée soient conservés.

On peut donc remplacer le système triphasé de courant  $i_{as}, i_{bs}, i_{cs}$  parcourant  $N$  spires, par un système biphasé  $i_{\alpha s}, i_{\beta s}$  parcourant  $N'$  spires et tel que :

$$\begin{bmatrix} i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \end{bmatrix} = \frac{N}{N'} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix} \text{ et correspondant à la figure 3.2. } \tag{3.5}$$

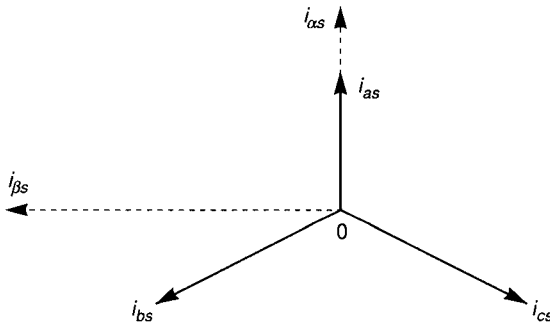


Figure 3.2. - Coordonnées  $i_\alpha, i_\beta$  de Clarke.

Pour obtenir une matrice de passage carrée et donc inversible, on ajoute un courant  $i_{os}$  fictif nul (homopolaire) tel que :

$$i_{os} = \frac{N}{N'} (i_{as} + i_{bs} + i_{cs}) = 0$$

d'après notre hypothèse précédente. En regroupant les équations il vient :

$$I_{o\alpha\beta s} = \begin{bmatrix} i_{os} \\ i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix} = T \cdot I_s \text{ avec } T = \frac{N}{N'} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Pour conserver la puissance instantanée et pouvoir opérer la même transformation sur les tensions que sur les courants,  $T$  doit être orthonormée c'est-à-dire que  $T$  doit vérifier la relation  $TT^t = [I_3]$  (matrice unité d'ordre 3) ou  $T^t = T^{-1}$  ce qui impose un rapport  $\frac{N}{N'} = 1/\sqrt{3}$

On note alors  $T = C^t$  où  $C = T^t$  est la matrice de Clarke telle que :

$$I_{o\alpha\beta s} = C^T I_s = C^{-1} I_s \text{ donc } I_s = C I_{o\alpha\beta s}$$

Les équations de la machine asynchrone triphasée sont alors transformées par la matrice

$$C = \begin{bmatrix} C & [I_3] \\ [I_3] & C \end{bmatrix} \text{ pour transformer le stator et le rotor respectivement.}$$

$V$  devient  $V' = C^{-1} V$ ,  $I$  devient  $I' = C^{-1} I$

Les équations électriques deviennent  $V' = Z' I'$  avec  $Z' = C^{-1} Z C$

La matrice  $Z'$  développée s'écrit, avec les notations :

$$L_s = \bar{L}_s - \bar{M}_s \quad \text{inductance propre cyclique d'une phase stator,}$$

$$L_m = \frac{3}{2} \bar{M} \quad \text{inductance mutuelle cyclique d'une phase stator et d'une phase rotor,}$$

$$L_{Hs} = \bar{L}_s + 2\bar{M}_s \quad \text{inductance cyclique homopolaire stator,}$$

$$L_{Hr} = \bar{L}_r + 2\bar{M}_r \quad \text{inductance cyclique homopolaire rotor.}$$

Si  $L_{ls}$  est l'inductance cyclique de fuite d'une phase stator, alors  $L_s = L_m + L_{ls}$

$$Z' = \begin{bmatrix} R_s + L_{Hs}s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s + L_s s & 0 & 0 & L_m s \cos \theta_r & -L_m s \sin \theta_r \\ 0 & 0 & R_s + L_s s & 0 & L_m s \sin \theta_r & L_m s \cos \theta_r \\ 0 & 0 & 0 & R_r + L_{Hr}s & 0 & 0 \\ 0 & L_m s \cos \theta_r & L_m s \sin \theta_r & 0 & R_r + L_r s & 0 \\ 0 & -L_m s \sin \theta_r & L_m s \cos \theta_r & 0 & 0 & R_r + L_r s \end{bmatrix}$$

En déplaçant la 3<sup>e</sup> ligne et la 3<sup>e</sup> colonne en seconde position on obtient une matrice impédance diagonale qui permet de séparer le système homopolaire, à courants nuls du reste, et de l'éliminer, pour ne garder que les quatre équations utiles en  $\alpha\beta$  que l'on peut écrire :

$$V'_{\alpha\beta} = Z'_{\alpha\beta} I'_{\alpha\beta} \text{ avec } V'_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} V_{\alpha s} \\ V_{\beta s} \\ V_{\alpha r} \\ V_{\beta r} \end{bmatrix} \text{ et } I'_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \\ i_{\alpha r} \\ i_{\beta r} \end{bmatrix}$$

et correspondant à la figure 3.3 qui représente les quatre enroulements auxquels la machine est réduite.

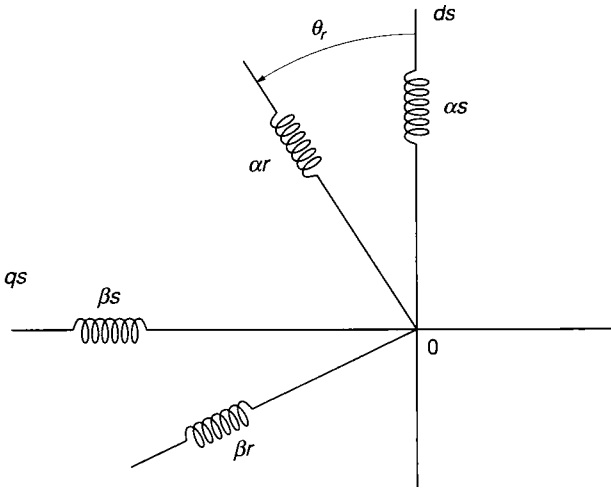


Figure 3.3. - modèle biphasé équivalent de Clarke.

Mais  $Z'_{\alpha\beta}$  contient encore  $\theta_r$  car le rotor biphasé équivalent tourne toujours par rapport au stator. L'axe de la phase a du stator pris pour axe  $\alpha s$  du stator biphasé est appelé axe  $ds$ . L'axe de l'enroulement  $\beta s$  est appelé axe  $qs$ .  $ds$  et  $qs$  sont donc fixes par rapport au stator.

L'équation du couple électromagnétique se transforme également en :

$$T_e = T_e' = \frac{1}{2} I'^t (C'^t G C') I' = \frac{1}{2} I'^t G' I' \quad \text{avec} \quad G' = \frac{dL'}{d\theta_r}$$

L'expression développée donne :

$$T_e' = L_m (i_{\beta s} (i_{\alpha r} \cos \theta_r - i_{\beta r} \sin \theta_r) - i_{\alpha s} (i_{\alpha r} \sin \theta_r + i_{\beta r} \cos \theta_r)) \quad (3.7)$$

Si on pose :

$$i_{dr} = i_{\alpha r} \cos \theta_r - i_{\beta r} \sin \theta_r$$

$$i_{qr} = i_{\alpha r} \sin \theta_r + i_{\beta r} \cos \theta_r$$

alors :

$$L_m (i_{\beta s} i_{dr} - i_{\alpha s} i_{qr}) = T_e \quad (3.8)$$

## Deuxième temps : Transformation de Park

Pour éliminer  $\theta_r$  de  $Z'_{\alpha\beta}$  Park a imaginé de remplacer le rotor tournant de coordonnées  $\alpha r$ ,  $\beta r$  par un rotor fictif équivalent fixe, c'est-à-dire par deux enroulements repérés dans les axes  $ds$  et  $qs$  fixes par rapport au stator. Pour passer des coordonnées  $\alpha r$ ,  $\beta r$  fixes par rapport au rotor, aux nouvelles coordonnées de Park il suffit là encore de conserver la force magnétomotrice et la puissance instantanée.

En projetant les courants  $i_{\alpha r}$  et  $i_{\beta r}$  sur  $ds$  et  $qs$  on obtient les nouvelles coordonnées qui ne sont autres que  $i_{dr}$  et  $i_{qr}$  utilisées précédemment dans (3.8).

Présentées sous la forme matricielle avec l'ordre  $q_r, d_r$ , il vient :

$$I'_r = \begin{bmatrix} i_{qr} \\ i_{dr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \theta_r & \cos \theta_r \\ \cos \theta_r & -\sin \theta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha r} \\ i_{\beta r} \end{bmatrix} = C_p I'_r \quad (3.9)$$

$C_p$  est la matrice de transformation de park, dont les coefficients sont fonction de  $\theta_r$  et qui possède les propriétés suivantes :  $C_p^t = C_p^{-1} = C_p$ . Elle est donc déjà orthogonale et conserve donc la puissance instantanée. Son intérêt vient de ce qu'elle élimine  $\theta_r$  des équations électriques

lorsqu'on l'applique sous la forme d'une transformation globale  $C_{dq} = \begin{bmatrix} [I_2] & [0_2] \\ [0_2] & C_p \end{bmatrix}$  puisque le

stator est déjà fixe dans les axes  $ds$ ,  $qs$ . On peut simplement remplacer les coordonnées  $\alpha s$  et  $\beta s$  par la dénomination plus générale  $ds$ ,  $qs$  et en appliquant  $C_{dq}$  à  $V'_{\alpha\beta} = Z'_{\alpha\beta} I'_{\alpha\beta}$  il vient :

$$V_{dq} = C_{dq} V'_{\alpha\beta}, \quad I_{dq} = C_{dq} I'_{\alpha\beta} \quad \text{et} \quad Z_{dq} = C_{dq}^t Z'_{\alpha\beta} C_{dq}$$

avec  $V_{dq} = Z_{dq} I_{dq}$  telles que :

$$\begin{bmatrix} V_{ds} \\ V_{qs} \\ V_{qr} \\ V_{dr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_s s & 0 & 0 & L_m s \\ 0 & R_s + L_s s & L_m s & 0 \\ -L_m \omega_m & L_m s & R_r + L_r s & -L_r \omega_m \\ L_m s & L_m \omega_m & L_r \omega_m & R_r + L_r s \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i_{qr} \\ i_{dr} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Ces équations très simples correspondent au schéma électrique de la figure 3.4 où tous les enroulements sont fixes par rapport au stator. Mise sous cette forme  $Z_{dq}$  fait apparaître des diagonales faciles à repérer ainsi que les termes f.e.m. de rotation.

On peut remarquer que  $\theta_r$  a disparu de  $Z_{dq}$  mais que le système reste non linéaire du fait de la présence de  $\omega_m$  dans  $Z_{dq}$  qui se trouvent multiplié par un courant. Mais cette dépendance est moins contraignante que celle de  $\theta_r$ .

En effet on retrouve un système linéaire en régime permanent, avec  $\omega_m$  constant, et souvent pour les régimes transitoires on peut dissocier le régime variable électrique du régime variable mécanique compte tenu de la grande différence des constantes de temps, électrique et mécanique.

L'effet de  $C_p$  sur les variables et enroulements  $\alpha r$ ,  $\beta r$  est identique à celui physique d'un ensemble collecteur-balais au rotor. Ceci vaut à ce modèle le nom de machine primitive à collecteur.

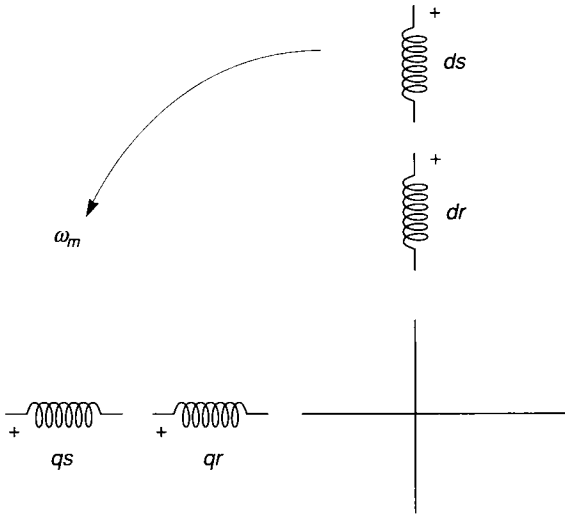


Figure 3.4. - modèle de Park de la machine asynchrone dans les axes  $ds$   $qs$  fixes par rapport au stator.

Pour obtenir le couple électromagnétique dans les nouveaux axes, il suffit de considérer :

$$T_{e\,dq} = \frac{1}{2} I_{dq}' G_{dq} I_{dq} \quad \text{avec} \quad G_{dq} = \frac{d(L_{dq})}{d\theta_r}$$

$$= L_m(i_{qs}i_{dr} - i_{ds}i_{qr})$$

c'est-à-dire que l'on retrouve l'expression précédente (3.8).

On peut aussi utiliser les flux définis par :

$$\begin{aligned} \Psi_{ds} &= L_s i_{ds} + L_m i_{dr} \\ \Psi_{qs} &= L_s i_{qs} + L_m i_{qr} \\ \Psi_{qr} &= L_m i_{qs} + L_r i_{qr} \\ \Psi_{dr} &= L_m i_{ds} + L_r i_{dr} \end{aligned} \tag{3.11}$$

Ce qui donne  $T_{e\,dq} = T_e = \Psi_{ds}i_{qs} - \Psi_{qs}i_{ds} = \Psi_{qr}i_{dr} - \Psi_{dr}i_{qr}$

On peut remarquer que le couple étant une grandeur quadratique, il ne dépend pas du repère dans lequel il est exprimé.

Par contre il est évident que tous les enroulements étant fixes les courants rotoriques fictifs équivalents ont la même pulsation que les courants statoriques.

La transformation de Park opère donc aussi un changement de fréquence et rapporte l'ensemble des équations électriques au stator ce qui permet d'ailleurs de retrouver le schéma équivalent classique monophasé en régime permanent.

En effet en régime permanent, avec alimentation sinusoïdale en tension, équilibrée, directe, les tensions réelles statoriques s'écrivent :

$$\begin{aligned}
 V_{as} &= V_{ms} \cos \omega_e t \\
 V_{bs} &= V_{ms} \cos(\omega_e t - 120) \\
 V_{cs} &= V_{ms} \cos(\omega_e t - 240)
 \end{aligned}
 \tag{3.12}$$

Leurs transformées par la matrice de Clarke donne :

$$\begin{aligned}
 V_{\alpha s} &= 0 \\
 V_{\alpha s} &= \sqrt{\frac{3}{2}} V_{ms} \cos \omega_e t = \sqrt{\frac{3}{2}} V_{as} \\
 V_{\beta s} &= \sqrt{\frac{3}{2}} V_{ms} \sin \omega_e t = -j \sqrt{\frac{3}{2}} V_{as}
 \end{aligned}
 \tag{3.13}$$

Ce qui correspond à un système biphasé équilibré  $(\alpha, \beta)$ . La transformation étant orthogonale la même transformation s'applique aux courants, avec le même facteur  $\sqrt{\frac{3}{2}}$  que pour les tensions.

Ce facteur peut donc être éliminé dans des équations électriques puisqu'il apparaît des deux côtés des égalités.

Les tensions  $V_{\alpha s}, V_{\beta s}$  ne sont pas modifiées par la transformation de Park. Par contre les courants rotoriques (et tensions si elles n'étaient pas nulles) sont transformées en grandeur  $(d, q)$  de même amplitude mais de pulsation passant de la pulsation de glissement  $\omega_r$  à la pulsation statorique  $\omega_e$ . En effet les courants réels rotoriques sont de la forme :

$$\begin{aligned}
 i_{ar} &= I_{mr} \cos \omega_r t \\
 i_{br} &= I_{mr} \cos (\omega_r t - 120) \\
 i_{cr} &= I_{mr} \cos (\omega_r t - 240)
 \end{aligned}
 \tag{3.14}$$

Après transformation de Clarke ils deviennent :

$$\begin{aligned}
 V_{or} &= 0 \\
 V_{\alpha r} &= \sqrt{\frac{3}{2}} I_{mr} \cos \omega_r t \\
 V_{\beta r} &= \sqrt{\frac{3}{2}} I_{mr} \sin \omega_r t
 \end{aligned}
 \tag{3.15}$$

et la transformation de Park donne :

$$\begin{aligned}
 i_{dr} &= \sqrt{\frac{3}{2}} I_{mr} (\cos \omega_r t \cos \theta_r - \sin \omega_r t \sin \theta_r) \\
 i_{qr} &= \sqrt{\frac{3}{2}} I_{mr} (\cos \omega_r t \sin \theta_r - \sin \omega_r t \cos \theta_r)
 \end{aligned}
 \tag{3.16}$$

c'est-à-dire

$$\begin{aligned}
 I_{dr} &= \sqrt{\frac{3}{2}} I_{mr} \cos(\omega_r t + \theta_r) \\
 I_{qr} &= \sqrt{\frac{3}{2}} I_{mr} \sin(\omega_r t + \theta_r)
 \end{aligned}
 \tag{3.17}$$



Or  $\omega_r = g\omega_e$  et  $\theta_r = \omega_m t$  avec  $\omega_m = \omega_e - \omega_r = \omega_e (1 - g)$  d'où

$$I_{dr} = \sqrt{\frac{3}{2}} I_{mr} \cos \omega_e t \quad \text{et} \quad I_{qr} = \sqrt{\frac{3}{2}} I_{mr} \sin \omega_e t \quad (3.18)$$

Les équations électriques dans les axes fixes par rapport au stator correspondent donc à des courants et tensions de même fréquence  $\omega_e$ . L'opérateur  $s$  peut donc dans ce cas être remplacé par  $j\omega_e$  c'est-à-dire :

$$L_s s = j\omega_e L_s = jX_s \quad L_r s = j\omega_e L_r = jX_r \quad L_m s = j\omega_e L_m = jX_m$$

et  $L_m \omega_m = (1 - g)X_m$

En substituant ces valeurs dans l'équation  $V_{dq} = Z_{dq} I_{dq}$  en considérant les valeurs efficaces des courants et tensions, telles que par exemple  $V_s = \frac{V_{ms}}{\sqrt{2}}$ , il vient :

$$\begin{bmatrix} V_s \\ -jV_s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + jL_s X_s & 0 & 0 & jX_m \\ 0 & R_s + jX_s & jX_m & 0 \\ jX_m & (1 - g)X_m & (1 - g)X_r & R_r + jX_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_s \\ -jI_s \\ I_r \\ I_r \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

La première équation se développe en :  $V_s = (R_s + jX_s)I_s + jX_m I_r$  (3.20)

$$V_s = (R_s + jx_s)I_s + jX_m (I_s + I_r)$$

si l'on introduit la réactance cyclique de fuite statorique  $x_s = j\omega_e L_{ls}$ . La seconde équation est identique au coefficient (-j) près et peut donc être abandonnée.

La quatrième équation donne :

$$0 = jX_m I_s - j(1 - g)X_m I_s - j(1 - g)X_r I_r + (R_r + jX_r)I_r$$

et qui se simplifie en :

$$0 = jgX_m I_s + (R_r + jgX_r)I_r$$

soit encore 
$$0 = jX_m (I_s + I_r) + \left( \frac{R_r}{g} + jx_r \right) I_r \quad (3.21)$$

en introduisant  $x_r$  réactance cyclique de fuite rotorique.

La troisième équation est identique au coefficient (-j) près à cette quatrième équation et peut donc également être abandonnée. Ces abandons traduisent simplement que la machine biphasée est équilibrée.

Les équations (3.20) et (3.21) combinées conduisent alors au schéma équivalent classique par phase bien connu.

■ **Remarques :**

- a) On peut obtenir le couple  $T_e$  plus rapidement qu'en dérivant  $L_{dq}$  tirée de  $Z_{dq}$ . En effet on peut démontrer facilement que si  $G_{\omega m}$  est la matrice des coefficients des termes en  $\omega_m$  de  $Z_{dq}$  alors  $T_e = I_{dq}' G_{\omega m} I_{dq}$

- b) Si la machine possède  $2p$  pôles, ses équations électriques s'obtiennent en multipliant les termes en  $\omega_m$  de  $Z_{dq}$  des équations précédentes par  $p$ . Le couple est également multiplié par  $p$  puisque la machine peut être considérée mécaniquement comme  $p$  machines bipolaires en série. La vitesse mécanique devient par contre  $\Omega = \frac{\omega_m}{p}$ .
- c) On obtient les équations pour un fonctionnement en générateur du stator ou du rotor en changeant simplement le signe des courants correspondant, puisque la convention récepteur a systématiquement été adoptée pour l'écriture des équations en fonctionnement moteur au stator et au rotor.
- d) Il est évident que ces transformations peuvent se généraliser à des nombres de phases stator et rotor quelconques.

## 3.2 Machine synchrone

Pour faciliter la comparaison avec la machine asynchrone nous considérerons une machine inversée à excitation continue fixe  $F$  au stator selon la figure 3.5. Par définition, puisque c'est l'axe polaire, l'axe de cet enroulement sera l'axe ds fixe par rapport au stator.

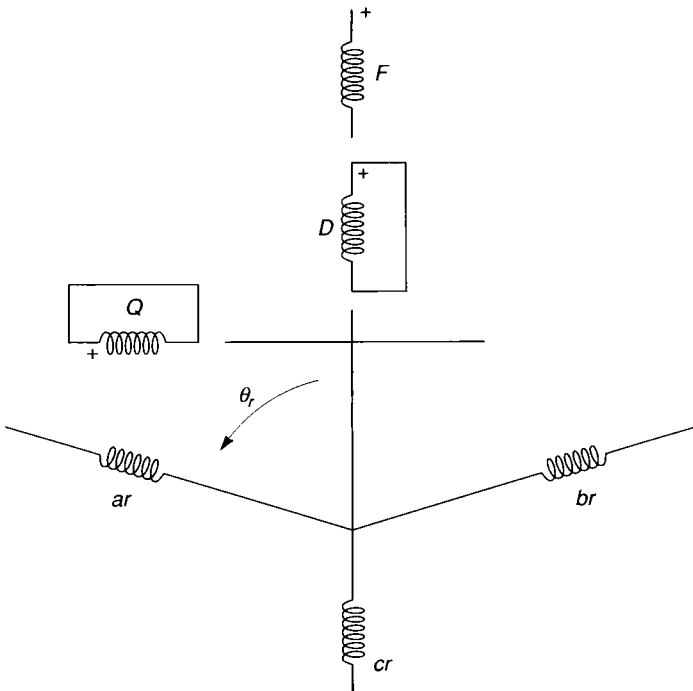


Figure 3.5. - Enroulements de la machine synchrone inversée.

L'amortisseur à cage en court-circuit, complète ou non, est représenté par deux enroulements équivalents en court-circuit et en quadrature  $D$  et  $Q$ , l'un sur l'axe  $ds$  et l'autre sur l'axe  $qs$  en quadrature. Ce qui fait que le stator triphasé de cette machine est déjà rapporté aux axes  $ds, qs$ .

On peut remarquer aussi que les enroulements  $F$  et  $D$  jouent des rôles similaires par rapport aux autres enroulements stator ou rotor si bien que l'on peut en négliger un temporairement, pour le réintroduire en fin de transformation de façon similaire à celui que l'on aura gardé par exemple  $D$ .

Le stator est donc réduit à un stator biphasé dans les axes  $ds, qs$ .

Le rotor est triphasé avec des enroulements  $ar, br, cr$  disposés comme indiqués sur la figure 3.5, c'est-à-dire inverses par rapport à ceux de la machine asynchrone de la figure 3.1 de façon à obtenir, avec des courants équilibrés directs, un champ inverse par rapport au rotor, porté par un rotor tournant direct ce qui fait que ce champ est fixe par rapport au stator, comme celui de l'excitation continue de l'enroulement  $F$  pour permettre l'existence d'un couple constant.

Les enroulements réels  $ar, br, cr$  sont alimentés en courants alternatifs triphasés par un système de bagues et balais.

Les transformations à appliquer successivement aux équations électriques classiques, dans le repère fixe par rapport au stator sont donc :

$$C' = \begin{bmatrix} [I_3] & [0_3] \\ [0_3] & C \end{bmatrix}$$

pour transformer le rotor triphasé en rotor biphasé équivalent qui seul subit en fait la transformation de Clarke, puis en ne gardant que les coordonnées  $D, Q, dr, \beta r$  :

$$C_{dq} = \begin{bmatrix} [I_2] & [0_2] \\ [0_2] & C_p \end{bmatrix}$$

identique à celle utilisée pour la machine asynchrone avec la transformation de Park qui remplace le rotor tournant par un rotor fixe dans les axes  $ds, qs$ . On obtient finalement des équations électriques tout à fait semblables à celles de la machine asynchrone excepté en ce qui concerne les termes de mutuelle qui dépendent de la saillance des pôles si elle existe.

En fait pour obtenir une matrice  $Z_{dq}$  tout à fait analogue à celle de la machine asynchrone, il faut inverser les signes de  $V_{\beta r}$  et  $i_{\beta r}$  c'est-à-dire les connexions aux bornes de l'enroulement  $\beta_r$ . Ceci vient de la position initiale des axes rotoriques réels choisis, par rapport au sens de rotation maintenu identique.

Si on admet cette saillance, comme indiquée sur la figure 3.6 et si on définit les termes de mutuelles classiques :

$$\begin{aligned} M_{aF} &= \bar{M}_F \cos \theta_r, & M_{aq} &= \bar{M}_q \sin \theta_r \\ L_a &= \bar{L}_a + \bar{L}_b \cos 2\theta_r, & M_{bc} &= \bar{M}_a + \bar{M}_b \cos 2\theta_r \end{aligned}$$

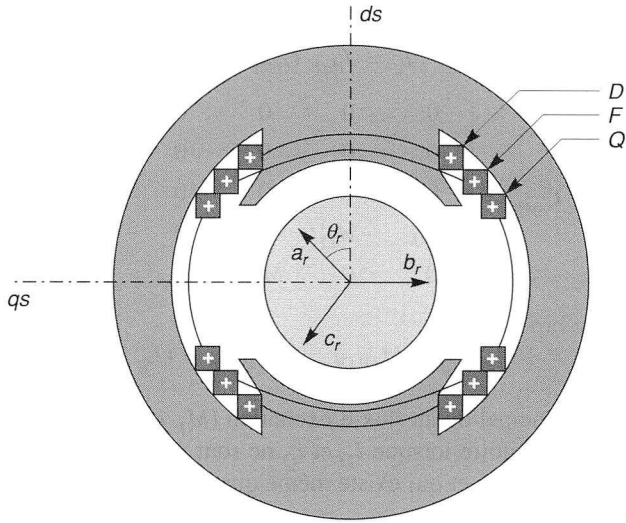


Figure 3.6. - Structure de la machine synchrone à pôles saillants inversée et bipolaire.

et si on pose

$$M_F = \sqrt{\frac{3}{2}} \bar{M}_F, \quad M_Q = \sqrt{\frac{3}{2}} \bar{M}_Q, \quad L_a = \bar{L}_a - \bar{M}_a$$

$$L_b = \frac{1}{2} \bar{L}_b + \bar{M}_b, \quad L_d = L_a + L_b, \quad L_q = L_a - L_b$$

L'équation  $V_{dq} = Z_{dq} I_{dq}$  de la machine synchrone s'écrit :

$$\begin{bmatrix} V_D \\ V_Q \\ V_q \\ V_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_D + L_D s & 0 & 0 & M_D s \\ 0 & R_a + L_a s & M_Q s & 0 \\ -M_D \omega_m & M_Q s & R_r + L_q s & -L_d \omega_m \\ M_D s & M_Q \omega_m & L_q \omega_m & R_r + L_d s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_D \\ i_Q \\ i_q \\ i_d \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

tout à fait semblable à celle de la machine asynchrone mais plus générale. On peut rajouter l'équation de l'enroulement  $F$  supprimé précédemment il vient alors naturellement :

$$\begin{bmatrix} V_F \\ V_D \\ V_Q \\ V_q \\ V_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_F + L_F s, & M_F s, & 0, & 0, & M_F s \\ M_F s \\ 0 & [\text{matrice } Z_{dq} \text{ synchrone précédente}] \\ -M_F \omega_m \\ M_F s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_F \\ i_D \\ i_Q \\ i_q \\ i_d \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

l'équation du couple électromagnétique s'obtient de façon habituelle par :

$$T_e = I_{dqF}' G_{\omega m} I_{dqF}$$

avec dans ce cas

$$G_{\omega m} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -M_F & -M_D & 0 & 0 & -L_d \\ 0 & 0 & M_Q & L_q & 0 \end{bmatrix}$$

d'où pour une machine bipolaire :

$$T_e = -M_F i_F i_q - M_D i_D i_q + M_Q i_Q i_d + (L_q - L_d) i_d i_q$$

On retrouve : le terme principal dû au flux d'excitation ( $M_F i_F$ ), les termes dus à l'amortisseur et qui n'existent qu'en transitoire lorsque  $I_D$  et  $i_Q$  ne sont pas nuls et enfin un terme de réluctance dû à la saillance des pôles et qui existe même quand l'excitation  $i_F$  est nulle.

Ce terme est celui qu'utilisent les machines à réluctance variable où seul le stator tri ou biphasé créé un champ tournant dans lequel est plongé un rotor saillant massif magnétique par exemple. Il n'y a pas d'amortisseur et donc  $i_D = i_Q \equiv 0$ .

*Nota :*

- On remarque que le couple de notre machine est négatif, (puisque les deux termes principaux le sont), cela vient de ce que notre machine est inversée et tourne en sens inverse du champ créé par le rotor.

Pour une machine normale le couple s'écrira donc :

$$T_e = M_F i_F i_q + M_D i_D i_q - M_Q i_Q i_d + (L_d - L_q) i_d i_q$$

- Il est possible de reprendre la notation plus générale ds, qs et dr, qr pour représenter les différentes grandeurs. La correspondance est évidente et pour une machine bipolaire normale  $T_e$  s'écrit :

$$T_e = M_F i_F i_{qs} + M_D i_{qs} i_{dr} - M_Q i_{qr} i_{ds} + (L_{ds} - L_{qs}) i_{ds} i_{qs} \quad (3.24)$$

### Équations de flux et repère quelconque

Il est intéressant aussi d'écrire les équations électriques en utilisant les flux dans chaque enroulement. Ces équations nous seront utiles plus tard pour opérer le contrôle de ces quantités sur les machines alternatives.

Si on utilise les flux totaux (principaux et de fuite) on peut écrire ces équations magnétiques sous la forme générale pour la machine synchrone :

$$\begin{bmatrix} \psi_{ds} \\ \psi_{qs} \\ \psi_{qr} \\ \psi_{dr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ds} & 0 & 0 & M_{ds} \\ 0 & L_{qs} & M_{qs} & 0 \\ 0 & M_{qs} & L_{qr} & 0 \\ M_{ds} & 0 & 0 & L_{dr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i_{qr} \\ i_{dr} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

pour généraliser les équations électriques dans un repère  $dq$  quelconque, on peut, selon les notations de la figure 3.7, poser :

$$\begin{aligned}(\vec{a}_s, \vec{d}) &= \theta_s \\ (\vec{a}_r, \vec{d}) &= \theta_{sl} \\ (\vec{a}_s, \vec{a}_r) &= \theta_r\end{aligned}$$

avec les équations

$$\begin{aligned}\theta_r &= \theta_s - \theta_{sl} \\ \omega_m &= \frac{d\theta_r}{dt} = \frac{d\theta_s}{dt} - \frac{d\theta_{sl}}{dt}\end{aligned}\quad (3.26)$$

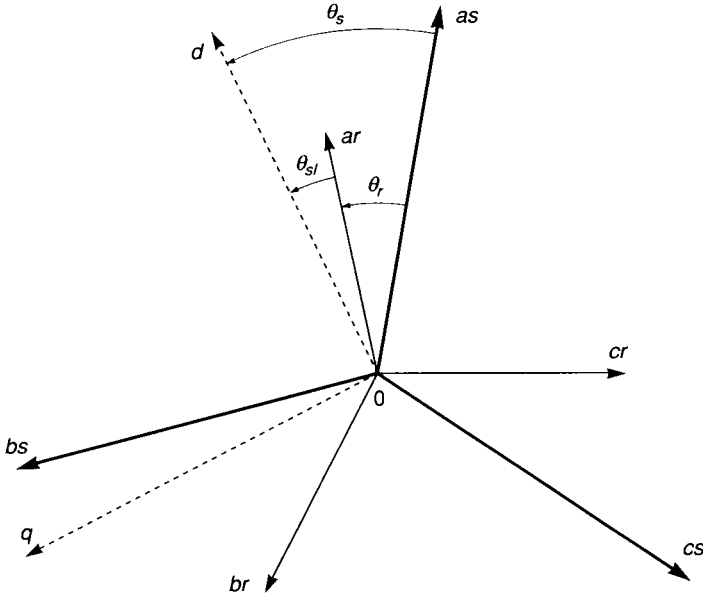


Figure 3.7. - Repère  $dq$  quelconque par rapport au stator.

Les équations électriques s'écrivent alors :

$$\begin{aligned}V_{ds} &= R_s i_{ds} + \frac{d\psi_{ds}}{dt} - \psi_{qs} \frac{d\theta_s}{dt} \\ V_{qs} &= R_s i_{qs} + \frac{d\psi_{qs}}{dt} + \psi_{ds} \frac{d\theta_s}{dt} \\ V_{qr} &= R_r i_{qr} + \frac{d\psi_{qr}}{dt} + \psi_{dr} \frac{d\theta_{sl}}{dt} \\ V_{dr} &= R_r i_{dr} + \frac{d\psi_{dr}}{dt} - \psi_{qr} \frac{d\theta_{sl}}{dt}\end{aligned}\quad (3.27)$$

On peut expliciter les courants en fonction des flux, d'après les équations magnétiques pour n'avoir que les flux comme inconnues, mais c'est rarement intéressant compte tenu du fait que ces flux sont difficilement mesurables sauf dans le cas d'une estimation de flux ou dans la mise en équation des commandes vectorielles dans laquelle une composante de flux est fixée et l'autre annulée.

Parmi tous les référentiels possibles, trois sont particulièrement intéressants.

Le premier est celui qui fixe  $d$  et  $q$  par rapport au stator et déjà utilisé pour présenter les transformations de base.

Dans ce cas  $\theta_s$  est constant ; les termes en  $\frac{d\theta_s}{dt}$  s'éliminent et  $\frac{d\theta_{sl}}{dt} = -\frac{d\theta_r}{dt} = -\omega_m$ .

Ce repère est intéressant lorsque les grandeurs statoriques réelles sont recherchées car il suffit d'opérer la transformation globale inverse  $(C' C_{dq})^{-1}$  sur les grandeurs dans les axes  $dq$  pour les obtenir.

Il est intéressant aussi pour l'étude des transitoires à grande variation de vitesse  $\omega_m$ , quelle que soit la fréquence d'alimentation.

Un second repère intéressant est celui où  $d$  et  $q$  sont fixes par rapport au rotor. Dans ce cas  $\theta_{sl}$  est constant,  $\frac{d\theta_s}{dt} = \omega_m$  et  $\frac{d\theta_{sl}}{dt} = 0$ .

Ce repère est intéressant pour l'observation des grandeurs réelles rotoriques cette fois et lorsque  $\omega_m$  est constant.

Enfin un troisième repère intéressant est celui où  $d$  et  $q$  sont fixes par rapport au champ tournant.

Dans ce cas  $\frac{d\theta_s}{dt} = \omega_e$  pulsation des courants statoriques et  $\frac{d\theta_{sl}}{dt} = \omega_e - \omega_m = g\omega_e$  si  $g$  est le glissement.

Ce repère est intéressant lorsque la fréquence  $f_e$  d'alimentation est constante car les grandeurs transformées dans les axes  $d$  et  $q$  deviennent des constantes, c'est-à-dire des grandeurs continues qu'il est facile de réguler.

En effet considérons notre machine synchrone inversée de départ et les tensions et courants rotoriques formant des suites équilibrées directes telles que :

$$\begin{aligned}
 V_{ar} &= \sqrt{2} V_r \sin \omega_e t \\
 V_{br} &= \sqrt{2} V_r \sin (\omega_e t - 120) \\
 V_{cr} &= \sqrt{2} V_r \sin (\omega_e t - 240) \\
 i_{ar} &= \sqrt{2} I_r \sin (\omega_e t - \varphi) \\
 i_{br} &= \sqrt{2} I_r \sin (\omega_e t - \varphi - 120) \\
 i_{cr} &= \sqrt{2} I_r \sin (\omega_e t - \varphi - 240)
 \end{aligned}
 \tag{3.28}$$

La transformation de Clarke conduit aux suites :

$$\begin{aligned}
 V_{or} &= 0 \\
 V_{\alpha r} &= \sqrt{3} V_r \sin \omega_e t \\
 V_{\beta r} &= -\sqrt{3} V_r \cos \omega_e t \\
 i_{or} &= 0 \\
 i_{\alpha r} &= \sqrt{3} I_r \sin (\omega_e t - \varphi) \\
 I_{\beta r} &= -\sqrt{3} I_r \cos (\omega_e t - \varphi)
 \end{aligned} \tag{3.29}$$

Dans ce cas il apparaît que  $V_{\alpha r}$  et  $i_{\alpha r}$  sont en avance de  $90^\circ$  sur  $V_{\beta r}$  et  $i_{\beta r}$  respectivement. Pour retrouver la position normale de l'enroulement  $\beta$  par rapport à l'enroulement  $\alpha$  vis-à-vis du sens de rotation, selon la figure 3.2, il convient de remplacer les coordonnées  $\beta$  par leurs inverses pour retrouver la situation normale soit pour les tensions par exemple :

$$\begin{aligned}
 V_{\alpha r} &= \sqrt{3} V_r \sin \omega_e t \\
 V_{\beta r} &= \sqrt{3} V_r \cos \omega_e t
 \end{aligned}$$

La transformation de Park conduit alors à :

$$\begin{aligned}
 V_{qr} &= \sqrt{3} V_r \cos(\theta_r - \omega_e t) \\
 V_{dr} &= -\sqrt{3} V_r \sin(\theta_r - \omega_e t)
 \end{aligned} \tag{3.30}$$

et

$$\begin{aligned}
 I_{qr} &= \sqrt{3} I_r \cos(\theta_r - \omega_e t + \varphi) \\
 I_{dr} &= -\sqrt{3} I_r \sin(\theta_r - \omega_e t + \varphi)
 \end{aligned}$$

En régime permanent, avec une vitesse égale à celle du synchronisme et si à  $t = 0$  l'axe de la phase  $a$  fait un angle  $\delta$  constant avec l'axe  $d$ , alors  $\theta_r = \omega_e t + \delta$  et

$$\begin{aligned}
 V_{qr} &= \sqrt{3} V_r \cos \delta \\
 V_{dr} &= -\sqrt{3} V_r \sin \delta \\
 I_{qr} &= \sqrt{3} I_r \cos(\delta + \varphi) \\
 I_{dr} &= -\sqrt{3} I_r \sin(\delta + \varphi)
 \end{aligned} \tag{3.31}$$

Ces courants et tensions sont indépendants du temps donc continus.

Pour une machine non inversée dans un système d'axe tournant à  $\omega_e$  ceci s'applique sans changement puisque les axes fixes par rapport à l'excitation, qui est fixe en machine inversée, deviennent tournants à  $\omega_e = \omega_m$  en machine normale synchrone.



Si cette propriété est utilisée dans l'équation  $V_{dq} = Z_{dq} I_{dq}$  de la machine synchrone, celle-ci se simplifie du fait d'une part de l'annulation des termes en  $\frac{d}{dt}$  portant sur ces grandeurs continues et d'autre part parce que les équations des amortisseurs s'éliminent puisqu'ils n'interviennent pas en régime permanent. Les équations de la machine s'écrivent alors :

$$\begin{aligned} V_F &= R_F I_F \\ V_r \cos \delta &= -\left(\omega_m M_F \frac{I_F}{\sqrt{3}}\right) + R_r I_r \cos(\delta + \varphi) + L_d \omega_m I_r \sin(\delta + \varphi) \\ -V_r \sin \delta &= L_d \omega_m I_r \cos(\delta + \varphi) - R_r I_r \sin(\delta + \varphi) \end{aligned} \quad (3.32)$$

Pour revenir à une machine normale non inversée avec induit au stator, on peut poser :

$$\begin{aligned} -\omega_m \left( M_F \frac{I_F}{\sqrt{3}} \right) &= V_f, \quad R_r = R_s, \quad I_r = I_s, \quad V_r = V_s \\ L_d \omega_m &= X_{ds} \\ L_q \omega_m &= X_{qs}, \end{aligned}$$

on retrouve pour l'armature les équations classiques :

$$\begin{aligned} V_s \cos \delta &= V_f + R_s I_s \cos(\delta + \varphi) + X_{ds} I_s \sin(\delta + \varphi) \\ +V_s \sin \delta &= -X_{qs} I_s \cos(\delta + \varphi) + R_s I_s \sin(\delta + \varphi) \end{aligned} \quad (3.33)$$

Si on pose  $\psi = \delta + \varphi$  ces équations s'écrivent :

$$\begin{aligned} V_s \cos \delta &= V_f + R_s I_s \cos \psi + X_{ds} I_s \sin \psi = V_f + R_s I_{qs} - X_{ds} I_{ds} \\ V_s \sin \delta &= R_s I_s \sin \psi - X_{qs} I_s \cos \psi = R_s I_{ds} - X_{qs} I_{qs} \end{aligned} \quad (3.34)$$

Ce qui correspond au diagramme vectoriel classique de la figure 3.8. pour un fonctionnement moteur, si  $R_s$  est négligée.

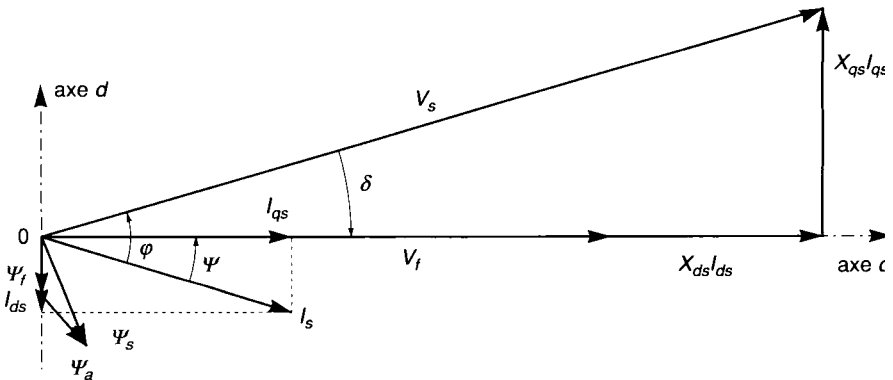


Figure 3.8. - Diagramme de la machine synchrone à pôles saillants en régime permanent moteur.

La figure 3.8 permet d'écrire  $I_s \cos \varphi = I_{qs} \cos \delta - I_{ds} \sin \delta$

La puissance absorbée par la machine qui s'identifie avec la puissance transmise au rotor puisque,  $R_s$  est négligée, de même que les pertes fer, s'écrit :

$$P_a = 3V_s I_s \cos \varphi = 3V_s (I_{qs} \cos \delta - I_{ds} \sin \delta) \quad (3.35)$$

Les équations (3.34) permettent d'écrire avec la convention retenue pour les angles :

$$I_{ds} = -\frac{V_s \cos \delta - V_f}{X_{ds}} \quad \text{et} \quad I_{qs} = -\frac{V_s \sin \delta}{X_{qs}} \quad (3.36)$$

d'où

$$P_a = -\frac{3V_s V_f}{X_{ds}} \sin \delta - 3V_s^2 \frac{X_{ds} - X_{qs}}{2X_{ds} X_{qs}} \sin 2\delta \quad (3.37)$$

Le couple électromagnétique à la vitesse de synchronisme, s'écrit :

$$T_e = \frac{P_a}{\frac{\omega_e}{p}} = -\frac{3p}{\omega_e} \left[ \frac{V_s V_f}{X_{ds}} \sin \delta + V_s^2 \frac{X_{ds} - X_{qs}}{2X_{ds} X_{qs}} \sin 2\delta \right] \quad (3.38)$$

Si l'on pose  $\frac{V_f}{\omega_e} = \psi_f$  et  $\frac{V_s}{\omega_e} = \psi_s$  alors  $T_e$  s'écrit :

$$T_e = -3p \frac{\psi_s \psi_f}{L_{ds}} \sin \delta - \frac{3}{2} p \psi_s^2 \left( \frac{1}{L_{qs}} - \frac{1}{L_{ds}} \right) \sin 2\delta \quad (3.39)$$

Pour exprimer la puissance et le couple en fonction de  $V_f$  et  $\psi$  le diagramme de la figure 3.8 permet d'écrire en projetant sur  $I_s$ , d'une part

$$V_s \cos \varphi = V_f \cos \psi + X_{ds} I_{ds} \cos \psi - X_{qs} I_{ds} \sin \psi$$

d'où :  $P_a = 3V_s I_s \cos \varphi = 3I_s (V_f \cos \psi - X_{ds} I_{ds} \cos \psi - X_{qs} I_{qs} \sin \psi)$

et d'autre part :  $I_{ds} = -I_s \sin \psi$  et  $I_{qs} = I_s \sin \psi$  d'où :

$$P = 3V_f I_s \cos \psi + \frac{3}{2} I_s^2 (X_{ds} - X_{qs}) \sin 2\psi \quad (3.40)$$

et le couple correspondant devient :

$$T_e = 3p \psi_f I_s \cos \psi + \frac{3p}{2} I_s^2 (L_{ds} - L_{qs}) \sin 2\psi \quad (3.41)$$

Expression que l'on peut retrouver directement à partir de l'équation de base du couple :

$$T_e = -M_{Fi} i_{qs} - 2L_b i_{ds} i_{qs}$$

#### ■ Remarque :

Certains auteurs adoptent pour  $\delta$  et  $\psi$  des sens de repérage inverses de ceux retenus ici, ce qui change alors les signes de  $\sin \delta$  et  $\sin 2\delta$  de l'équation (3.39) et redonne une expression de  $T_e$

positive d'une part, par contre les expressions (3.40) et (3.41) prennent des termes de réactance négatifs. De plus la relation entre les angles devient :  $\delta = \varphi + \psi$ . Ces relations sont très utilisées pour la commande.

Dans le cas des machines à pôles lisses  $X_{ds} = X_{qs} = X_s = L_s \omega_e$  appelée réactance synchrone de Ben Eschenburg et les formules précédentes se simplifient respectivement en :

$$p_a = -3 \frac{V_s V_f}{X_s} \sin \delta = 3 V_f I_s \cos \psi \tag{3.42}$$

$$T_e = -3p \frac{\Psi_f \Psi_s}{L_s} \sin \delta = 3p \psi_f I_s \cos \psi \tag{3.43}$$

La puissance réactive s'écrit dans tous les cas  $Q = 3V_s I_s \sin \varphi$  et pour les machines à pôles lisses  $Q = 3V_f I_s \sin \psi + 3X_s I_s^2$ .

Ces différentes expressions sont utilisées pour le contrôle en tension, lorsque  $\psi_s$  apparaît, ou en courant lorsque  $I_s$  est gardé.

Sur la figure 3.8 le flux  $\vec{\psi}_a$  tel que  $\vec{\psi}_s = \vec{\psi}_f + \vec{\psi}_a$  est le flux de réaction d'induit qui vaut  $\Psi_a = L_s I_s$  pour une machine à pôles lisses.

Dans ce cas de figure le schéma équivalent de la machine se réduit à celui de la figure (3.9a) où  $\alpha$  est le rapport de transformation rotor-stator et  $\alpha I_f$  le courant alternatif statorique d'excitation équivalent au courant continu réel d'excitation au rotor.  $\alpha$  est le coefficient classique de Potier.

En transformant ce schéma en celui de la figure 3.9b en faisant apparaître la réactance magnétisante il est facile de voir ainsi les deux modes possibles de fourniture de puissance réactive de cette machine, soit par le rotor avec  $\alpha I_f$  soit par le stator avec  $I_{ds}$ .

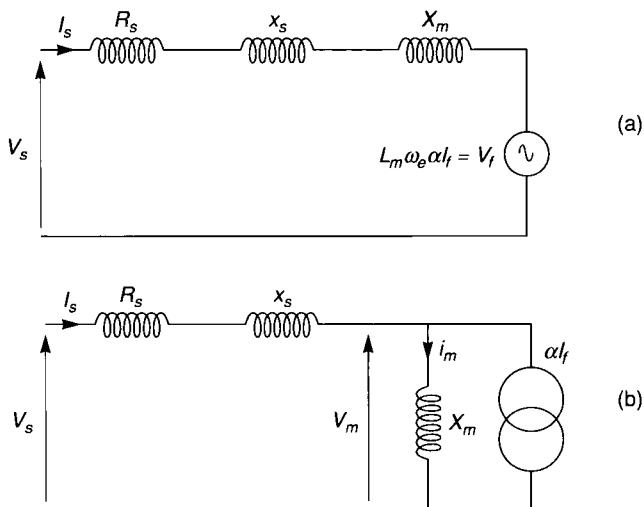


Figure 3.9. - Schémas équivalents de la machine à pôle lisse par phase.

Ce repère permet également de démontrer certaines propriétés et surtout d'opérer un contrôle vectoriel que l'on verra plus loin.

Quel que soit le repère utilisé, la résolution d'un problème demande toujours trois temps :

- la transformation des équations ou le choix de celles-ci dans le repère convenable.
- la résolution dans le repère choisi.
- la transformation inverse pour retrouver des grandeurs réelles, sauf en ce qui concerne le couple bien sûr.

### Expression vectorielle du couple.

Si l'on considère une machine asynchrone bipolaire dans des axes  $d, q$  fixes par rapport au stator, on a vu que le couple électromagnétique s'écrit :

$$T_e = L_m(i_{qs}i_{dr} - i_{ds}i_{qr})$$

En utilisant les équations magnétiques rotoriques on peut exprimer  $i_{dr}$  et  $i_{qr}$  en fonction de  $\Psi_{dr}$  et  $\Psi_{qr}$  et des courants  $i_{ds}$  et  $i_{qs}$ , d'où :

$$T_e = \frac{L_m}{L_r} (\Psi_{dr}i_{qs} - \Psi_{qr}i_{ds})$$

Si  $\vec{i}$  et  $\vec{j}$  sont les vecteurs unitaires portés par les axes  $d$  et  $q$  on peut poser :

$$\vec{\psi}_r = \vec{i}\psi_{dr} + \vec{j}\psi_{qr}$$

$$\vec{I}_s = \vec{i}i_{ds} + \vec{j}i_{qs}$$

et  $T_e$  peut alors s'écrire

$$\vec{T}_e = \frac{L_m}{L_r} \vec{\psi}_r \times \vec{I}_s \quad (3.44)$$

Cette expression est analogue à celle scalaire du couple d'une machine à courant continu où par construction le flux  $\psi_r$  d'excitation est orthogonal au courant  $I_s$  d'induit.

$\vec{I}_s$  et  $\vec{\psi}_r$  sont des vecteurs tournants dans l'espace et non forcément pulsant dans le temps.

### Exceptions

Il existe des cas de figure où la transformation de Park est inopérante pour éliminer  $\theta_r$  de  $Z'_{\alpha\beta}$  parce que l'on ne peut pas respecter une ou plusieurs des hypothèses de base. C'est le cas de l'étude des alternateurs monophasés qui utilisent le neutre en fait et des machines biphasées en régime déséquilibré où des composants homopolaires peuvent exister. C'est aussi le cas des machines homopolaires évidemment.

### 3.3 Machines à courant continu

Comme pour les machines asynchrones et synchrones, il est possible de partir des équations réelles de la machine à courant continu et d'arriver à un système d'équations dans des axes orthogonaux fixes par rapport au stator. La démarche est assez longue. Il est possible aussi d'adopter la démarche inverse, comme le fait C.V. Jones, qui consiste à partir des équations précédentes obtenues pour les machines à courant alternatif dans les axes  $d$   $q$  fixes par rapport au stator par exemple, et de montrer qu'elles s'identifient aux équations classiques de la machine à courant continu.

La machine courante ne possède que deux enroulements en quadrature, l'inducteur et l'induit, il convient donc de ne garder que deux équations du système

$$V''_{dq} = Z''_{dq} I''_{dq}$$

Si les enroulements  $ds$  et  $qr$  sont seuls conservés (Figure 3.10a) il vient :

$$\begin{aligned} V_{ds} &= (R_s + L_s s) i_{ds} \\ V_{qr} &= -\omega_m L_m i_{ds} + (R_r + L_r s) i_{qr} \end{aligned} \quad (3.45)$$

Ce qui correspond aux équations classiques en continu de l'inducteur  $V_e = (R_e + L_e s) i_e$  et de l'induit  $U = E + (R + L s) i$  avec des correspondances évidentes.

Si les enroulements  $qs$  et  $dr$  sont seuls conservés (Figure 3.10b) il vient :

$$\begin{aligned} V_{qs} &= (R_s + L_s s) i_{qs} \\ V_{dr} &= \omega_m L_m i_{qs} + (R_r + L_r s) i_{dr} \end{aligned} \quad (3.46)$$

qui correspond aussi aux mêmes équations classiques. Cependant dans le premier cas la f.e.m. de rotation

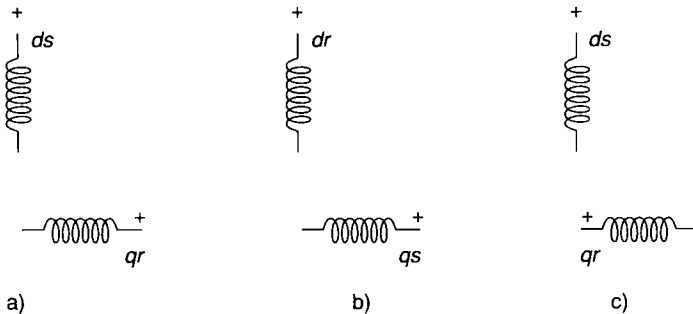


Figure 3.10. - Schémas de la machine à courant continu à deux enroulements.

vaut  $E = -\omega_m L_m i_{ds}$  et dans le second  $E = +\omega_m L_m i_{qs}$

Ceci vient de ce que les deux schémas de la figure 3.10 ne s'identifient pas l'un à l'autre même par une rotation de  $\pi/2$  du premier dans le sens horaire par exemple. Pour éviter d'avoir à pen-

ser à ce signe, selon les enroulements retenus, on impose à l'enroulement  $qr$  un changement de signe du terme de rotation et le schéma correspondant devient celui de la figure 3.10c.

Il est possible de considérer un modèle à quatre équations pour les machines à courant continu si les enroulements de compensation de réaction d'induit et ceux des pôles de commutation sont pris en compte. Les équations deviennent alors strictement identiques à celles d'une machine à courant alternatif mais tous les termes en  $\omega_m$  de la matrice  $Z_{dq}$  sont alors positifs avec notre nouvelle convention.

L'équation du couple électromagnétique devient, dans les deux cas de figure à deux enroulements  $T_e = I' G_{\omega_m} I$  soit  $T_e = L_m i_{ds} i_{qr}$  ou  $T_e = L_m i_{qs} i_{dr}$ .



## Moteurs pas à pas et moteurs à réluctance variable

4.1 • Définitions	68
4.2 • Structure d'un actionneur pas à pas	68
4.3 • Étude de l'élément moteur	70
4.4 • Cas du stator à circuit magnétique multiple ( <i>multistack</i> )	75
4.5 • Étude de l'alimentation	77
4.6 • Étude de la commande	79
4.7 • Étude du fonctionnement dynamique de l'ensemble. Domaines de fonctionnement	80
4.8 • Moteur à réluctance variable	91




## 4.1 Définitions

Un moteur pas à pas est un transducteur électromécanique qui au sens du chapitre I, assure une conversion électromécanique d'information. Celle-ci est donnée sous forme d'impulsions électriques à la machine qui les convertit en mouvement mécanique incrémental, continu ou discret.

L'alimentation électrique n'est donc plus continue mais digitale, impulsionnelle, de caractère synchrone pour opérer une conversion d'information fiable sans erreurs cumulatives.

À une impulsion électrique correspond une avance mécanique élémentaire constante, de translation ou de rotation, appelée « un pas ».

À une suite d'impulsions à fréquence constante correspond une vitesse constante de synchronisme. La vitesse et la position d'une telle machine sont donc contrôlables sans erreur par cette conversion de type nouveau qui permet d'assurer les fonctions classiques de commande, de réglage et d'affichage.

Ce type de moteur est symbolisé par le signe 

Cette conversion d'information s'accompagne bien sûr d'une conversion d'énergie électromécanique mais celle-ci n'est pas la fonction privilégiée pour ces moteurs.

Mais, si la conversion d'énergie est le but recherché et non le contrôle de position ou de vitesse, alors la machine, appelée simplement moteur à réluctance variable, est conçue pour convertir de l'énergie, donc avec un bon rendement, ce qui exige un autopilotage comme on le verra plus loin. Le moteur pas à pas ne nécessite qu'un bon couple de positionnement sans autopilotage. La différence d'utilisation induit une différence de conception bien que les structures de moteur et d'alimentation soient identiques.

## 4.2 Structure d'un actionneur pas à pas

Nous avons déjà vu dans le premier chapitre la classification des principaux actionneurs. Il est évident que parmi tous ceux-ci, trois classes se prêtent bien à une alimentation digitale, à savoir les actionneurs à réluctance variable, les actionneurs électromagnétiques à aimant au rotor, et les actionneurs à réluctance variable polarisés, puisqu'ils ne sont pas basés sur l'utilisation de champs continûment tournants comme les machines classiques et que les actionneurs électrodynamiques nécessitent l'alimentation de bobines en mouvement.

Dans tous les cas le stator comprend  $2P_s$  pôles saillants, appelés encore dents statoriques, toujours bobinés et en général associés diamétralement deux à deux pour former une phase. Chaque pôle porte une bobine de  $N_s$  spires en série, si bien qu'une phase comprend  $2N_s$  spires en série.

L'alimentation n'étant pas continue le flux dans les pôles et les culasses est variable et le circuit magnétique doit donc être feuilleté. Pour éviter des couplages magnétiques entre les différentes phases, chacune peut posséder son propre circuit magnétique indépendant on dit que la machine est « multistack » (figure 4.8), mais le plus souvent les  $m$  phases de la machine sont portées par le même et unique circuit magnétique, la machine est dite alors « single stack » (figure 4.2).

Le rotor est aussi à pôles saillants, jamais bobinés et au nombre de  $2Pr$ , différent de  $2Ps$ , en single stack comme nous le verrons plus loin. Ces machines présentent donc une double saillance systématique.

L'alimentation, avec sa logique de commande, applique une tension, ou un courant, à chaque phase correspondant à une position déterminée. Le couple de la machine étant proportionnel au carré du courant, des créneaux de courant seront donc préférables. L'alimentation des phases est séquentielle, et non plus simultanée comme dans les machines classiques, à champ continûment tournant. Cependant un recouvrement ou même une alimentation simultanée de deux phases peut être nécessaire pour obtenir des performances particulières comme nous le verrons plus loin.

L'alimentation multiphasée comprend autant de phases que la machine, leur nombre peut atteindre 12. Compte tenu des faibles puissances mises en jeu, ces alimentations sont à transistors MOS ou IGBT. La figure 4.1 donne le schéma le plus simple d'alimentation d'une phase, avec diode de roue libre, pour retour à l'état initial démagnétisé de la phase.

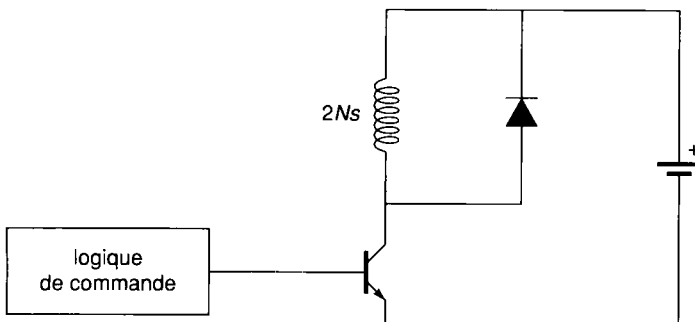


Figure 4.1. - Schéma d'alimentation d'une phase.

La commande assure le séquençage des ordres de commutation des phases en fonction du cycle de travail à réaliser, sans autopilotage, c'est-à-dire sans lien avec la position du rotor puisque la machine est synchrone. L'ensemble commande-alimentation-machine travaille donc en circuit ouvert. Cependant en haute fréquence ou pour obtenir des performances exceptionnelles il peut être nécessaire de travailler en boucle fermée.

Il apparaît à l'évidence que tous ces éléments sont fortement interdépendants et que les performances vont dépendre de l'ensemble du système. Nous allons étudier chacun d'entre eux et voir ensuite le domaine de fonctionnement de l'ensemble du système et surtout ses limites compte tenu de son mode particulier de fonctionnement.

### 4.3 Étude de l'élément moteur

Considérons la figure 4.2 la plus courante de moteur pas à pas, avec un seul circuit magnétique pour les  $m$  phases ( $m = 3$  ici). À partir de la position d'alignement de l'axe de symétrie d'une paire de pôles rotor avec celui des pôles d'une phase stator excitée (a par exemple sur la figure 4.2), si on déplace le rotor d'un coté ou de l'autre, il apparaît un couple de rappel qui ramène le rotor sur la position d'alignement. Cette position correspondant à un flux et une inductance de phase  $L_M$  maximum est stable, elle est dite de détente. Pour une position quelconque du rotor le couple est produit par l'attraction magnétique des pôles rotor les plus proches des pôles stator excités depuis le début de recouvrement mutuel des pôles jusqu'à la position où il y a recouvrement total d'un pôle par l'autre ce qui conduit à un couple nul tant que cette situation dure. C'est-à-dire qu'il y a production de couple sur un arc polaire  $\beta$  égal au plus petit des arcs polaires  $\beta_s$  stator et  $\beta_r$  rotor définis sur la figure 4.2.

L'expression du couple, comme vue au chapitre I, est :

$$T_e = \left. \frac{\partial W'}{\partial \theta_r} \right|_{i=cste} = - \left. \frac{\partial W_m}{\partial \theta_r} \right|_{\psi=cste} \quad (4.1)$$

Si on admet que chaque phase est indépendante, sans mutuelle avec ses voisines, et en l'absence de saturation  $W' = W_m = \frac{1}{2} L(\theta_r) i^2$ , si  $L(\theta_r)$  est l'inductance de la phase alimentée par le courant  $i$ .

Alors

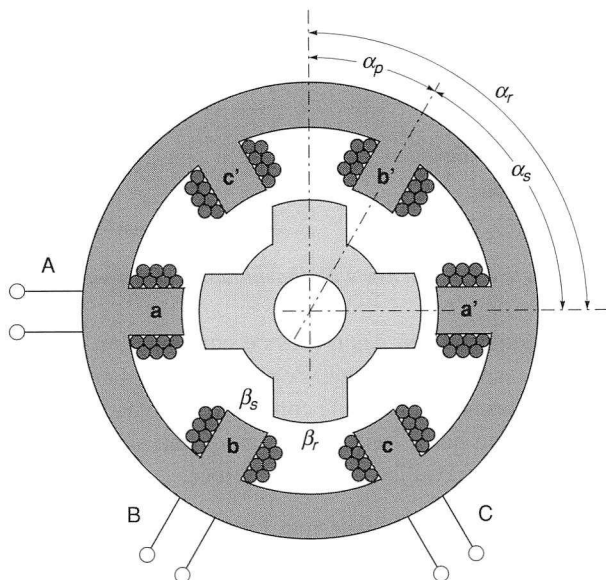
$$T_e = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL(\theta_r)}{d\theta_r} \quad (4.2)$$


Figure 4.2. - Moteur pas à pas à un seul circuit magnétique  $P_s = 6$  et  $P_r = 4$

Il est évident que pour obtenir un démarrage possible, quelle que soit la position du rotor, il faut que le nombre de pôles stator  $2P_s$  soit différent de celui du rotor  $2P_r$ , sinon il existe un risque de position d'alignement simultané pour tous les axes de symétrie polaire conduisant à un couple nul quelle que soit la phase alimentée. Donc la structure single stack impose la relation  $P_s \neq P_r$ .

Pour obtenir une variation d'inductance maximale, l'arc interpolaire du rotor doit être plus grand que l'arc polaire du stator, ce qui assure lors du désalignement des pôles (coïncidence d'un axe de symétrie interpolaire du rotor avec un axe de symétrie polaire du stator) un non recouvrement des surfaces polaires et une inductance de phase minimale  $L_m$ .

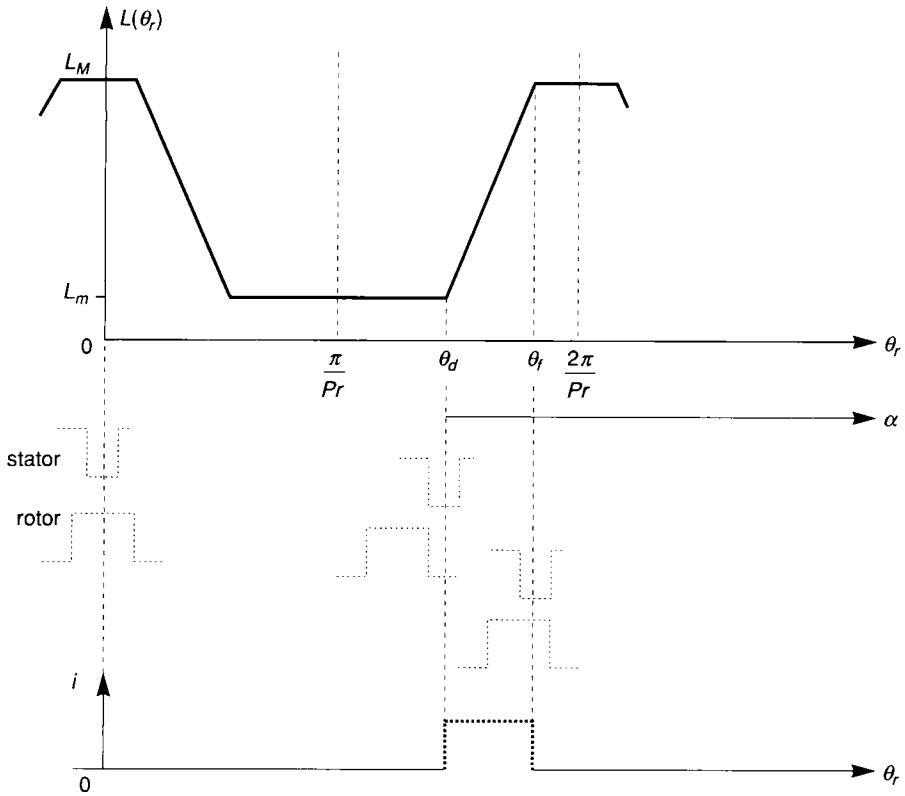


Figure 4.3. - Variation de l'inductance d'une phase sur une période et courant moteur correspondant.

Si on admet de plus qu'il n'y a pas de franges de flux, c'est-à-dire que le champ magnétique n'existe que sous la partie des pôles en recouvrement avec un entrefer  $\epsilon$  constant et que le circuit magnétique présente une perméabilité infinie, alors l'inductance d'une phase, repérée par sa position  $\alpha$  (figure 4.3) peut se mettre sous la forme :

$$L(\alpha) = L_m + (2N_s)^2 \mu_0 \frac{LR}{2\epsilon} \cdot \alpha \quad (4.3)$$

avec  $R$  rayon des pôles rotor et  $L$  longueur axiale de fer de la machine. La figure 4.3 représente cette variation d'inductance idéalisée en fonction de l'angle de repérage de la position du rotor par rapport au stator à partir d'une position d'alignement à  $\theta_r = 0$  et pour  $\alpha$  variant du début du recouvrement en  $\theta_d$  jusqu'à la fin de la variation de recouvrement des pôles  $\theta_p$ , c'est-à-dire sur un écart angulaire égal au plus petit des arcs polaires rotor et stator.

Il est facile de calculer :

$$\theta_d = \frac{2\pi}{Pr} - \frac{\beta_s + \beta_r}{2} \tag{4.4}$$

et

$$\theta_f = \frac{2\pi}{Pr} - \frac{\beta_r - \beta_s}{2} \tag{4.5}$$

Le couple dans ces hypothèses se calcule à partir de l'équation 4.3 dans laquelle il suffit de remplacer  $\alpha$  par  $(\theta_r - \theta_d)$  et d'appliquer la formule (4.2), d'où :

$$Te = \mu_0 \frac{LR}{\epsilon} (Nsi)^2 \sin(\theta_f - \theta_d) \tag{4.6}$$

il est constant et positif si le courant  $i$  de phase est lui-même constant et si ce courant se trouve, comme représenté sur la figure 4.3, synchronisé sur la partie croissante de  $L(\theta_r)$  en admettant des commutations idéales du courant.

La marche en frein est possible si le créneau de courant est synchronisé sur la partie décroissante de  $L(\theta_r)$ , il suffit donc d'un déphasage des créneaux de courant par rapport à la position du rotor.

Dans un fonctionnement continu, chaque phase donne une impulsion de couple sur chaque pôle du rotor par tour. Pour une phase et  $n$  tours par seconde la fréquence fondamentale  $f$  sera donc égale à

$$f = 2Pr.n \tag{4.7}$$

Cette expression est analogue à celle d'une machine synchrone classique qui aurait  $2Pr$  paires de pôles, au lieu de présenter normalement ici une vitesse telle que  $f = Ps.n$  puisqu'il y a  $2Ps$  pôles au stator.

Comme  $2Pr > Ps$  il s'ensuit que la vitesse de rotation du moteur pas à pas est inférieure à celle de la machine synchrone de même stator, alimentée à la même fréquence. Pour une puissance identique, le couple est donc multiplié par le rapport  $\frac{2Pr}{Ps} > 1$ . C'est ce qu'on appelle l'effet vernier dû aux polarités globales différentes du stator et du rotor. Mais il faut remarquer que les polarités sont identiques à chaque instant puisque seuls deux pôles au stator et deux pôles au rotor travaillent simultanément.

Pour obtenir un couple constant sur un tour les  $m$  phases stator sont alimentées séquentiellement. Il y a donc  $2Pr m$  impulsions par tour correspondant à  $2Pr m = N_p$  pas par tour. Le pas angulaire géométrique correspondant vaut donc :

$$\alpha_p = \frac{2\pi}{2Pr m} = \frac{2\pi}{N_p} \text{ et } N_p = 2Pr m \tag{4.8}$$

Par ailleurs, voir figure 4.3 par exemple,  $\alpha_p$  se déduit de la définition des pas polaires, appelés aussi pas dentaires, stator  $\alpha_s = \frac{2\pi}{2Ps}$  et rotor  $\alpha_r = \frac{2\pi}{2Pr}$  selon l'expression

$$\alpha_p = |\alpha_r - \alpha_s| = \left| \frac{\pi}{Pr} - \frac{\pi}{Ps} \right| = \frac{2\pi}{N_p} \quad (4.9)$$

d'où 
$$N_p = \frac{2Ps Pr}{|Ps - Pr|} \quad (4.10)$$

Les équations (4.8) et (4.10) fixent le nombre de pôles stator et rotor à partir du nombre de pas par tour et du nombre de phases. La fréquence géométrique de rotation, c'est-à-dire le nombre de pas par seconde vaut  $f_p = m.f$  d'après les définitions précédentes.

En fait les hypothèses qui ont permis d'obtenir l'expression du couple pour une impulsion représentent le cas idéal, mais la réalité est différente, il existe des franges de flux, une certaine saturation et les commutations ne sont pas instantanées. Le couple, en réalité, présente l'allure donnée sur la figure 4.4 et le fondamental est alors seul considéré. Il est possible aussi de donner à l'entrefer interpolaire une forme telle que l'inductance d'une phase évolue sinusoidalement en fonction de  $\theta$  ou  $\alpha$  si bien que le couple est lui aussi sinusoidal. Pour la suite il sera admis que le couple d'une phase est de la forme :

$$Te = T_M \sin(2Pr \alpha) = T_M \sin\left(\frac{2\pi}{m\alpha_p} \cdot \alpha\right) \quad (4.11)$$

et celui de la phase suivante s'écrira :

$$Te = T_M \sin\left[\frac{2\pi}{m\alpha_p} (\alpha + \alpha_p)\right] = T_M \sin\left[\frac{2\pi}{m} \left(\frac{\alpha}{\alpha_p} + 1\right)\right] \text{ etc.}$$

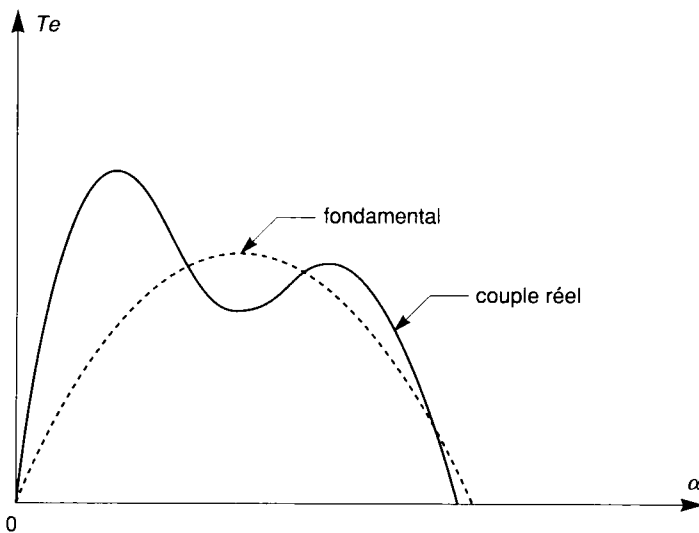


Figure 4.4. - Allure du couple réel et fondamental.

Le couple des différentes phases représenté sur une même figure 4.5 permet de voir l'évolution de la position du rotor pour une suite lente d'impulsions lorsque le couple de charge  $T_1$  est constant. Les différentes positions d'équilibre sont représentées par les points  $M_1, M_2, M_3$  etc. lorsque le couple d'une phase égale le couple de charge. On peut noter un écart de position ( $\theta_2 - \theta_1$ ) du rotor au point  $M_1$  par rapport au cas du couple idéal en créneau qui s'annulerait en  $\theta_2$ . Si on assimile la courbe du couple sinusoïdale à sa tangente à l'origine, cet écart devient inversement proportionnel à la pente de cette tangente (appelée raideur de la courbe de couple) et proportionnel au couple de charge.

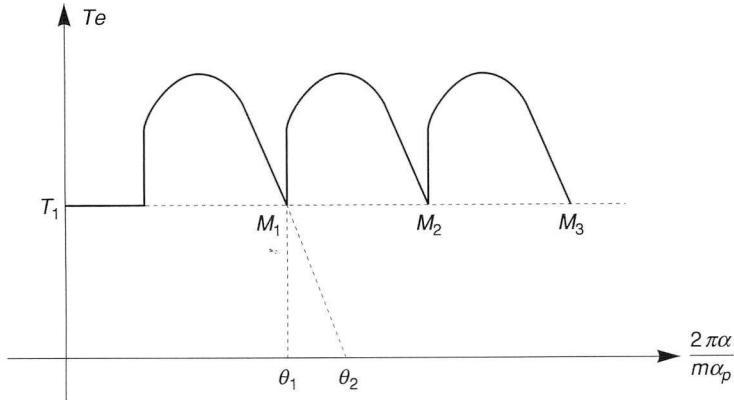


Figure 4.5. - Positions successives  $M_i$  du rotor pour une suite d'impulsions lentes.

Dans le cas d'une série rapide d'impulsions, il y a rotation continue du rotor telle que le couple moyen  $T_{em}$  du moteur égale le couple de charge supposé constant aussi comme l'indique la figure 4.6.

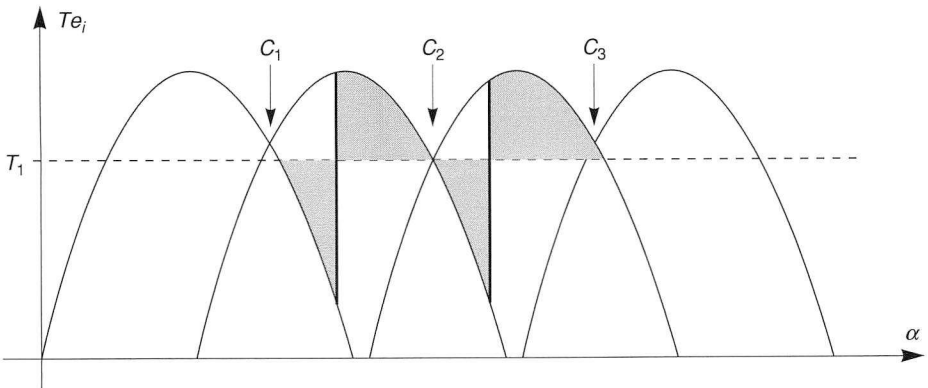


Figure 4.6. - Fonctionnement à vitesse constante.

L'allure du couple instantané est analogue à celle d'une tension d'un redresseur polyphasé commandé avec un retard à la commutation des couples par rapport aux points de « commutation

naturelle »  $C_1, C_2...$  La commutation en ces points conduirait au couple moteur moyen maximum pour un courant donné.

Remarquons que :

- Le signe du couple est indépendant du sens du courant qui peut donc être unidirectionnel. Dans ce cas le flux dans le circuit magnétique est également unidirectionnel et conduit à ne fonctionner que dans le premier quadrant de la courbe  $B(H)$  du matériau magnétique qui présente alors des pertes par hystérésis réduites.
- Pour assurer une rotation uniforme continue, dans les deux sens, il est préférable d'avoir des courbes de couple qui se recouvrent ou se juxtaposent et donc d'avoir un nombre de phases supérieur ou égal à trois pour éviter des zones mortes, à couple nul, entre les créneaux idéaux comme indiqué sur la figure 4.7 correspondant au cas d'une machine biphasée avec  $2Ps = 4$  et  $2Pr = 2$ . Les couples fondamentaux de ces créneaux correspondent à un redressement biphasé avec points de couple nul.

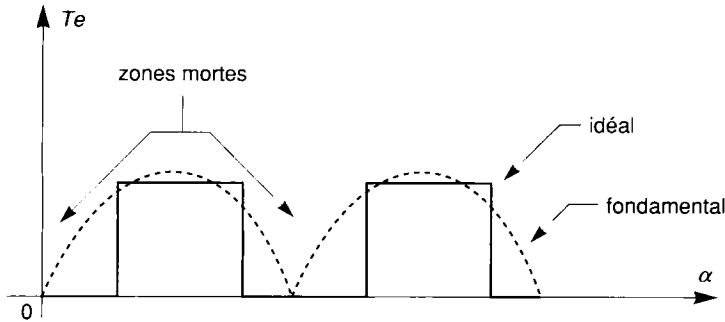


Figure 4.7. - Couples idéal et fondamental d'une machine biphasée.

## 4.4 Cas du stator à circuit magnétique multiple (multistack)

Pour éviter toute interdépendance magnétique des phases, on utilise autant de circuits magnétiques que de phases, empilés sur un même rotor mais décalés mécaniquement l'un par rapport au précédent d'un pas angulaire  $\alpha_p$ . Généralement les polarités stator et rotor sont identiques,

$Pr = Ps$  et  $\alpha_p = \frac{\alpha_r}{m} = \frac{\alpha_s}{m}$  comme indiqué sur la figure 4.8. Mais évidemment le volume est  $m$  fois plus élevé que dans le cas du circuit magnétique unique, ce qui pénalise beaucoup ce type de machine.



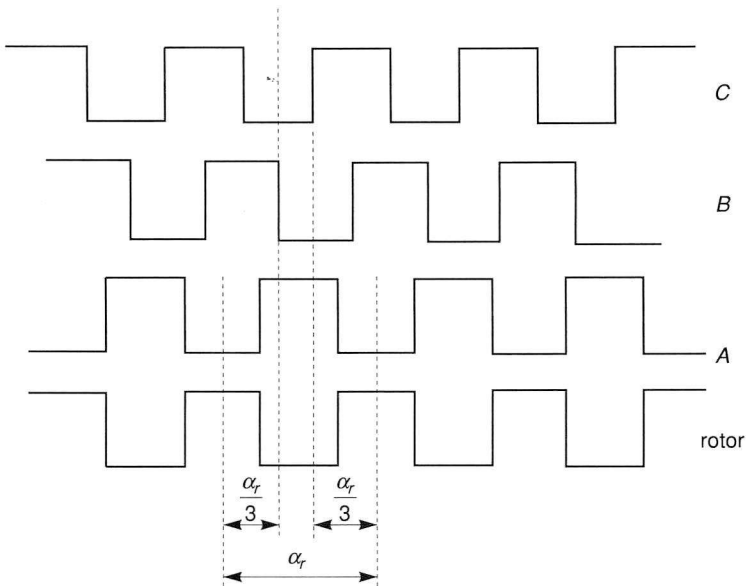
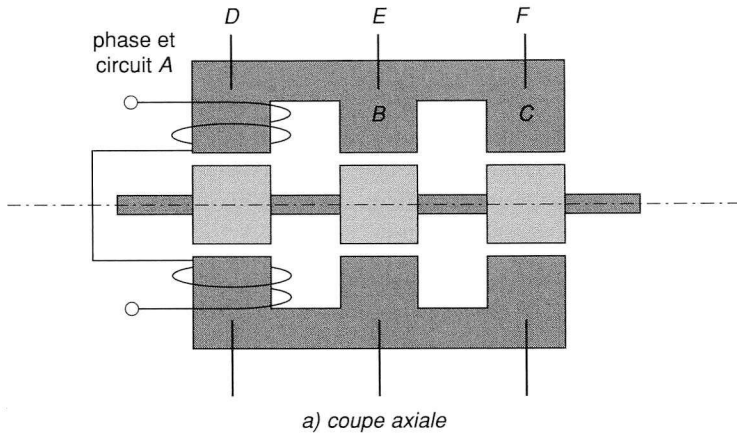


Figure 4.8. - Moteur pas à pas multistack.

Une comparaison des diverses classes de moteurs pas à pas basée sur des critères de performances, stabilité et coût de fabrication, conduit à leur attribuer des plages de meilleure adaptation en fonction du nombre de pas par tour. Il en résulte que :

- les machines électromagnétiques sont préférables pour des faibles valeurs de pas par tour  $N_p$ , typiquement  $2 \leq N_p \leq 24$  indépendamment de l'intérêt de leur couple de maintien.
- Les machines à réluctance variable sont préférables pour des valeurs moyennes de  $N_p$ , typiquement  $12 < N_p < 72$
- Les machines hybrides sont préférables pour les valeurs élevées de  $N_p$  et typiquement  $24 \leq N_p \leq 400$

## 4.5 Étude de l'alimentation

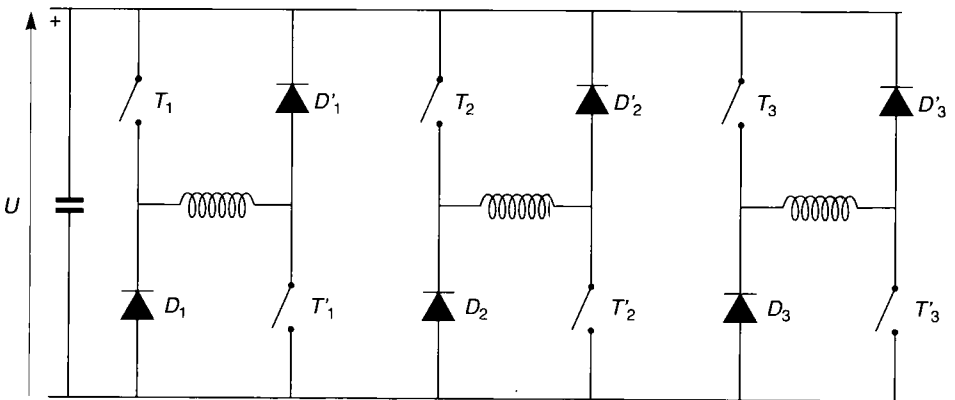
Le rôle de l'alimentation est d'appliquer aux différentes phases, et dans l'ordre de séquence adéquat, une tension pendant un bref intervalle de temps, avec un bon rendement et un échauffement supportable.

La fréquence de fonctionnement peut atteindre quelques kilohertz. L'alimentation doit aussi assurer la coupure du courant dans une charge systématiquement selfique et éventuellement transférer l'énergie électromagnétique restant dans la phase, à l'instant de la coupure, soit dans la phase active suivante en cas de couplage de celles-ci soit dans la source pour récupération. La source d'énergie ne peut être que du type source de tension compte tenu de la nature de la charge de type source de courant.

Le schéma de principe de l'alimentation unipolaire est donné sur la figure 4.1 pour une phase. Pour  $m$  phases il faut  $m$  schémas identiques en parallèle sur la source de tension avec une seule logique de commande qui gère le séquençement. Les interrupteurs de type bipolaire, MOS ou IGBT selon les puissances mise en jeu et les fréquences de travail, sont munis de circuits classiques d'aide à la commutation qui diminuent les contraintes sur les interrupteurs et imposent la constante de temps d'excitation du courant dans la phase.

Pour accroître le gain vis-à-vis de la commande, le montage Darlington s'emploie souvent. Les alimentations bipolaires, par rapport à l'unipolaire précédente, assurent le passage du courant dans une phase dans les deux sens c'est-à-dire qu'elles présentent la structure en pont, comme dans un onduleur, avec des interrupteurs bidirectionnels avec diodes en antiparallèle. Cette structure évite les circuits de roue libre supplémentaires et permet la récupération d'énergie électromagnétique.

Il est possible de récupérer tout ou partie de cette énergie sans structure en pont en insérant chaque phase en série avec deux interrupteurs, selon la figure 4.9 qui correspond au cas d'une machine triphasée. Elle présente l'avantage de protéger les interrupteurs contre le court-circuit franc d'un bras comme cela peut se produire dans un bras de pont d'onduleur.



4.9. - Alimentation avec récupération.

L'alimentation de la phase se fait par fermeture et ouverture simultanée des deux interrupteurs au début et en fin d'un pas. Pendant celui-ci, pour maintenir le courant pratiquement constant

ou dans une fourchette,  $T_1$  ou  $T'_1$ , ou les deux ensemble, hachent le courant grâce à une boucle à hystérésis. Ceci est particulièrement nécessaire à faible vitesse de rotation lorsque la f.e.m. de rotation  $i \omega_m \frac{dL}{d\theta_r}$  est faible et que seule la chute ohmique limite le courant dans la phase.

À vitesse élevée les deux interrupteurs restent fermés pendant tout le pas. En fin de conduction l'énergie électromagnétique stockée dans la phase est renvoyée à la source par les diodes de roue libre. Pour les faibles puissances il est possible d'utiliser une alimentation modulée en largeur d'impulsions et ce quelle que soit la vitesse. Il est possible aussi de réduire le nombre d'interrupteurs et de diodes de récupération de  $(m-1)$  pour chacun des composants selon la figure 4.10.

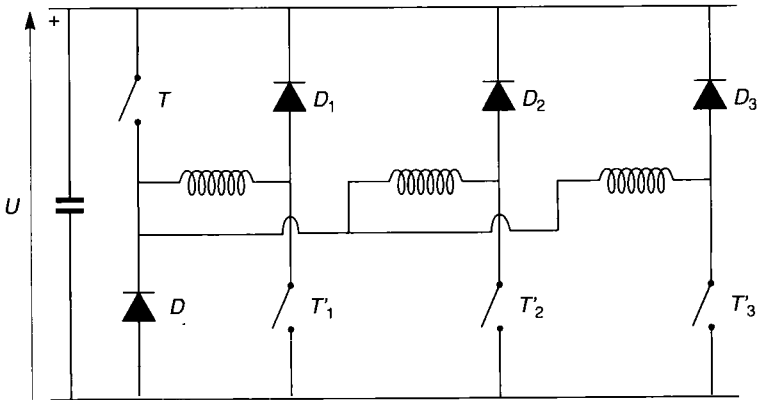


Figure 4.10. - Structure d'alimentation pour faible puissance et nombre de composants réduits.

L'interrupteur  $T$  commun à toute les phases reçoit la commande MLI et les autres interrupteurs  $T'_i$  distribuent la tension  $U$ . L'inconvénient à vitesse élevée vient du peu de temps laissé à la démagnétisation des phases et si ce temps est trop court il se peut que le courant de phase ne soit pas annulé lorsque  $\frac{dL}{d\theta_r}$  devient négatif, ce qui correspond à un fonctionnement en frein.

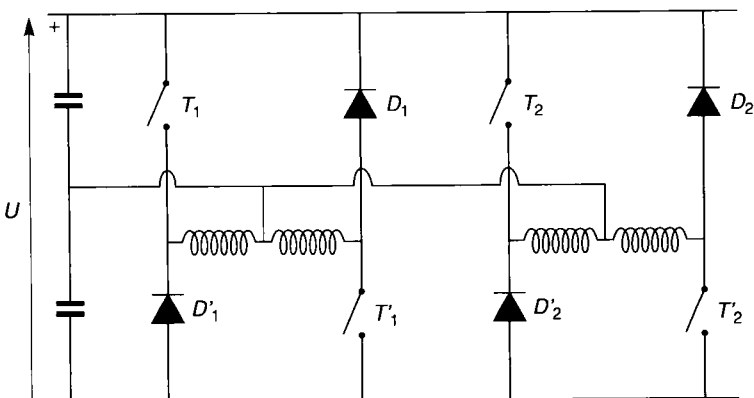


Figure 4.11. - Alimentation pour nombre pair de phases avec source à point milieu.

Il est possible de réduire encore le nombre de composants si le nombre de phases est pair et si elles sont associées deux à deux en transformant la source de tension en source à point milieu selon la figure 4.11 dans le cas de quatre phases.

## 4.6 Étude de la commande

La structure générale de la commande de ces machines comprend une boucle de courant, limitant celui-ci, une boucle de vitesse et la logique de commande avec ou sans autopilotage. Si le schéma d'alimentation de la figure 4.9 sert de référence, on peut dire que la logique de commande ferme les interrupteurs  $T_1, T_2, T_3$  et une logique élaborant la MLI pilote les interrupteurs  $T'_1, T'_2, T'_3$  pour le hachage du courant.

On peut distinguer deux schémas de base, pour une phase, le schéma à contrôle de courant type hystérésis qui assure un couple en créneau et donné figure 4.12, et le schéma à contrôle de tension de type MLI à fréquence fixe de hachage et rapport cyclique variable, donné figure 4.13. La résistance  $R$  commune à toutes les phases sert pour la limitation du courant.

Dans les deux cas la difficulté tient au fait que ces machines pour avoir un bon couple doivent être saturées si bien que la loi du couple en fonction du courant et l'allure de celui-ci en fonction du temps ne sont pas simples, si bien qu'il est difficile de synchroniser la commande avec la partie croissante de l'inductance des phases pour un fonctionnement moteur.

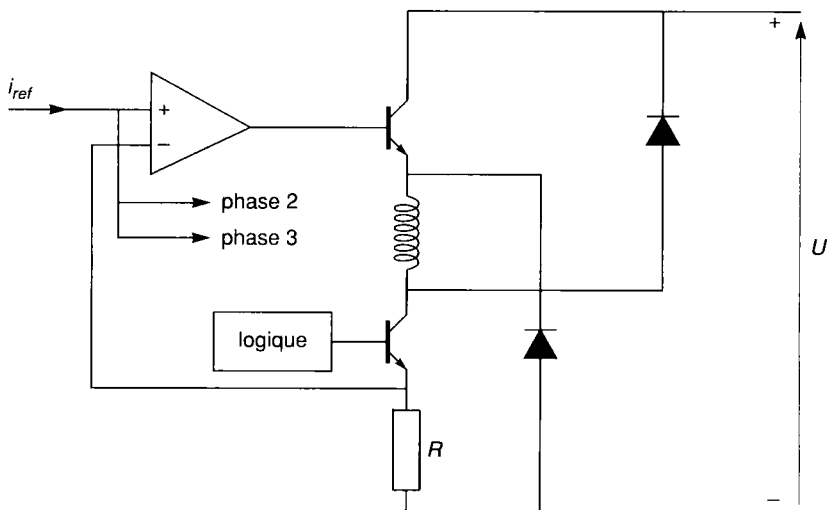


Figure 4.12. - Commande à contrôle de courant type hystérésis.

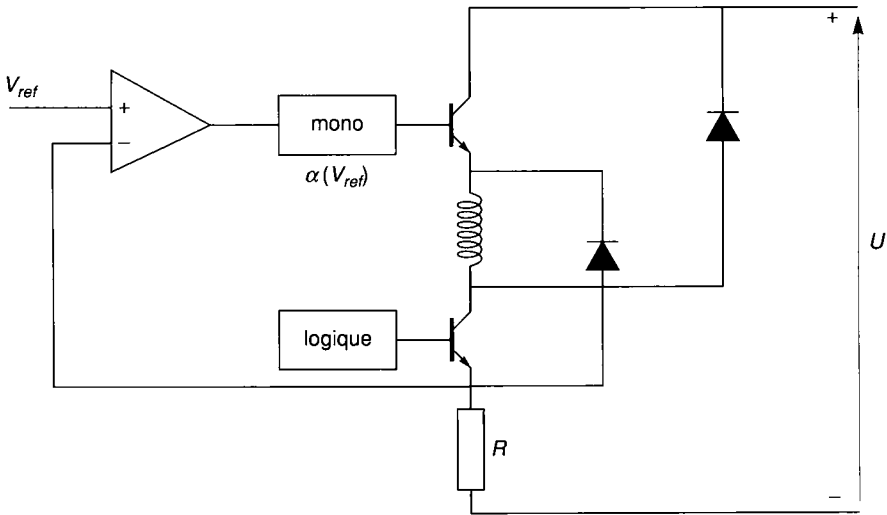


Figure 4.13. - Commande à contrôle de tension.

## 4.7 Étude du fonctionnement dynamique de l'ensemble. Domaines de fonctionnement

La nature impulsionnelle de l'alimentation induit des problèmes spécifiques à ce type de moteur. Il est important de les étudier en fonction de la fréquence des impulsions, pour préciser les domaines de fonctionnement possibles de ces actionneurs.

Pour ce faire nous admettons un certain nombre d'hypothèses simplificatrices. L'alimentation est supposée source de tension idéale et la commande est en boucle ouverte. De plus l'inertie totale  $J$  du système est supposée constante de même que les frottements sous forme de couple  $T_f$ .

Nous prendrons le couple de charge  $T_1$  comme paramètre et la machine de type à réluctance variable comme support d'exemple. Le fait de supposer  $T_f$  constant et de prendre  $T_1$  comme paramètre nous permet d'intégrer  $T_f$  à  $T_1$  qui sera seul considéré par la suite.

### 4.7.1 Problème d'oscillations en réponse indicielle

Lors d'un fonctionnement en basse fréquence avec une avance pas par pas ou lors de l'arrêt sur un pas bien défini, il apparaît des oscillations angulaires autour de la position d'équilibre finale du pas en question, comme indiqué sur la figure 4.14 où l'on passe de la position  $\alpha_A$  à la posi-

tion  $\alpha_B = \alpha_A + \alpha_p$ . La solution  $\alpha(t)$  de l'équation mécanique dynamique n'est pas simple dû au fait que le couple moteur est lui-même une fonction de la position.

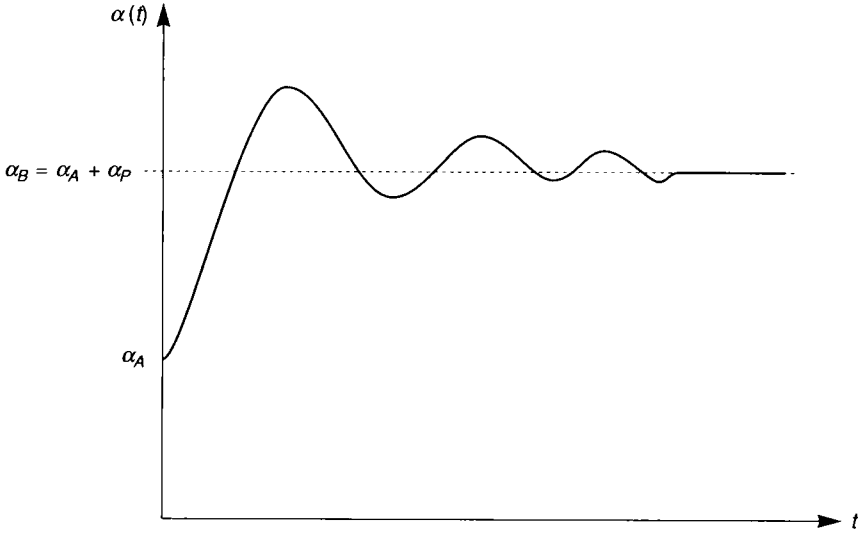


Figure 4.14. - Oscillations en réponse indicielle.

La figure 4.15 représente le couple accélérateur  $\Delta T = T_e - T_l$  quand on suppose  $T_e$  sinusoïdal par phase et que l'on passe de la position d'équilibre  $\alpha_A$  lorsque la phase A cesse d'être alimentée à la position  $\alpha_B = \alpha_A + \alpha_p$  par suite de l'alimentation de la phase B pour une avance d'un pas. L'équation dans ce cas s'écrit compte tenu de nos hypothèses :

$$J \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + (T_l + T_f) = T_m \sin \left[ \frac{2\pi}{m} \left( \frac{\alpha}{\alpha_p} + 1 \right) \right] \quad (4.12)$$

d'où  $\alpha(t)$  de la figure 4.14.

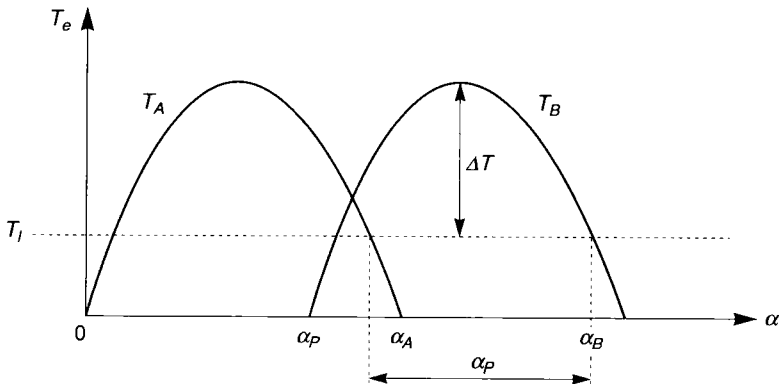


Figure 4.15. - Couple accélérateur lors d'une avance élémentaire.

Le problème posé ici est celui de l'amortissement, voire de la suppression, de ces oscillations qui peuvent être intolérables si leur durée est supérieure à la période de l'alimentation. L'exemple de la tête d'impression d'une machine à écrire fait tout de suite entrevoir les déformations qu'un texte pourrait subir par un écartement fantaisiste des caractères.

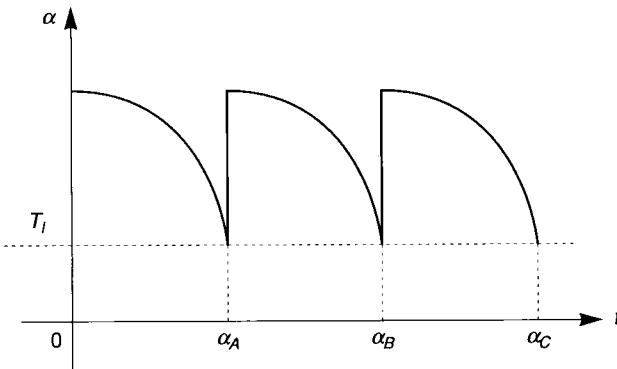
Cet amortissement nécessaire peut être réalisé de diverses manières.

**Mécaniquement** il est possible d'ajouter un frottement sec ou visqueux. Ces solutions sont efficaces mais présentent des inconvénients. Le frottement sec augmente la charge en permanence et augmente les pertes, il est généralement variable au cours du temps par usure et entraîne un écart statique supplémentaire. Le frottement visqueux présente un couple variable avec la vitesse qui pourrait devenir prohibitif aux fréquences élevées d'alimentation, mais se révèle intéressant en très basse fréquence ou en impulsionnel.

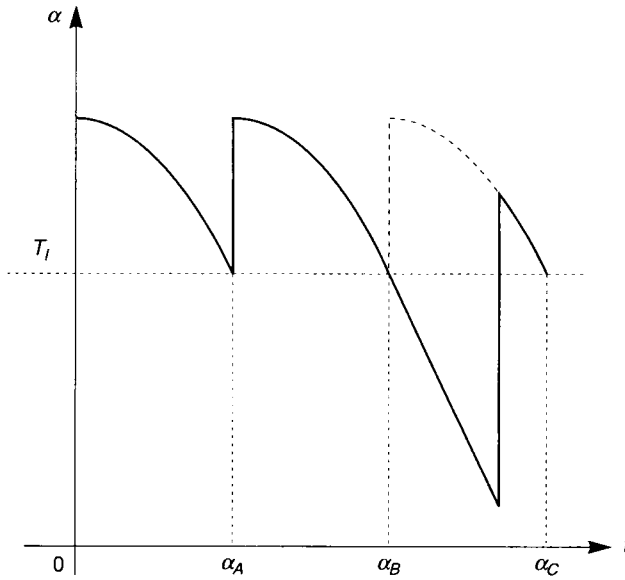
**Électriquement** il est possible de jouer sur la création de courants de Foucault en rendant le rotor massif ou en munissant les pôles de spires en court-circuit qui seront le siège de courants et donc de pertes amortisseuses. Cependant ce système réduit les performances en haute fréquence par accroissement de la constante de temps électrique des phases du stator. Il est possible aussi d'utiliser un second bobinage stator qui serait alimenté en courant continu lorsque  $\alpha$  serait voisin de  $\alpha_B$  pour accroître le couple  $T_B$  en le rapprochant du créneau parfait ce qui éliminerait toute oscillation de  $\alpha$  en  $\alpha_B$ .

Il est possible **d'agir sur la commande**. Par exemple par un retard à la commutation comme indiqué sur la figure 4.16 où pour s'arrêter en  $\alpha_C$  lors de l'alimentation de la phase  $C$  après avoir commuté normalement sur les phases  $A$  et  $B$  précédentes, on profite du couple négatif créé par la phase  $B$  en prolongeant son action en retardant la commutation de la phase  $C$ . La phase  $B$  après avoir accéléré pour passer de  $\alpha_A$  en  $\alpha_B$ , freine pour arriver doucement en  $\alpha_C$  sans oscillation.

Il est possible aussi de modifier la séquence de commande des phases pour amortir l'arrivée en  $\alpha_C$  comme précédemment en imposant une séquence  $ABCBC$ , au lieu de faire  $ABC$  normalement, comme indiqué figure 4.17. Le doublement de la séquence  $BCBC$  fait donner à cette séquence le nom de commande « Bang-Bang » qui rappelle la répétition.



(a) Commande normale



(b) Retard de commutation

Figure 4.16. - Amortissement des oscillations par retard de commutation.

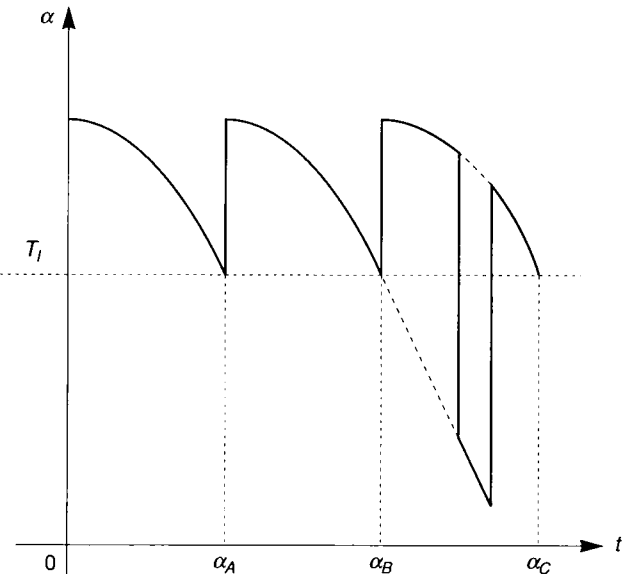


Figure 4.17. - Commande Bang-Bang d'arrêt sur un pas.

Il est possible aussi de modifier la séquence de commande des phases en introduisant dans la séquence une alimentation simultanée des deux phases pour associer les parties de couple posi-



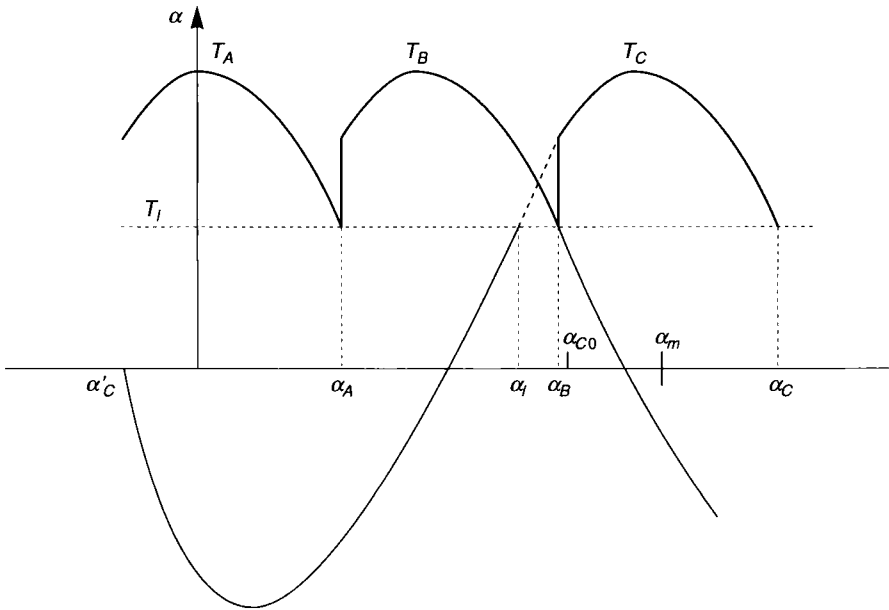
tif de l'une et négatif de l'autre. Dans notre exemple précédent on pourrait par exemple imposer la séquence  $A, B, B + C, C$ .

Ces actions sur la commande sont élégantes et efficaces avec de bons rendements et une bonne reproductibilité. Cependant la qualité de l'amortissement est fonction de l'inertie  $J$  et de la charge  $T_l$ , si bien qu'un asservissement en position est souvent nécessaire, si ces paramètres sont appelés à changer, pour une amélioration constante de l'amortissement.

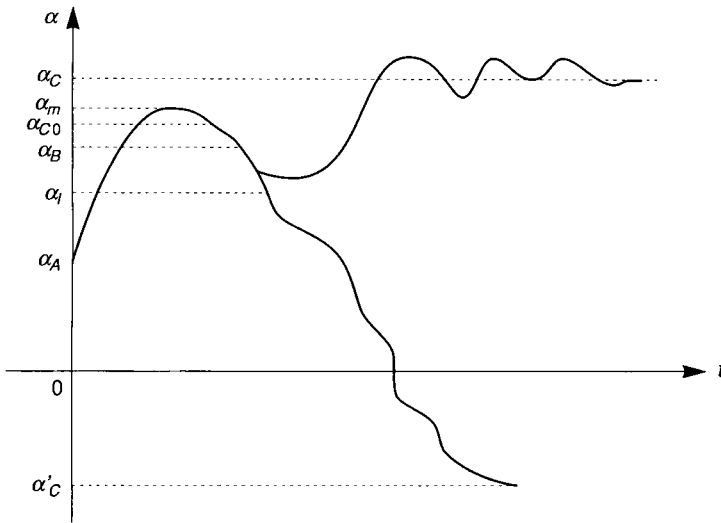
Enfin, il est possible d'agir sur l'amortissement de ces oscillations par action sur les circuits d'aide à la commutation des phases. Par exemple on peut retarder l'extinction de la phase  $B$  quand la phase  $C$  est alimentée par accroissement de la constante de temps de la phase  $B$  en introduisant une inductance supplémentaire dans son circuit d'extinction. Ceci la fait passer en frein pendant que la phase  $C$  est moteur.

## 4.7.2 Problème de perte de synchronisme en basse fréquence

Dans les mêmes conditions que celles de la figure 4.14 lorsque  $\alpha$  oscille autour de  $\alpha_B$ , si la commutation de la phase  $C$  intervient lorsque  $\alpha(t)$  décroît, c'est-à-dire lorsque la vitesse  $\Omega$  du rotor est négative, après un dépassement de la position  $\alpha_B$ , le couple accélérateur  $T_e - T_l$  doit d'abord freiner le moteur jusqu'à l'arrêt, c'est-à-dire vaincre l'énergie cinétique négative acquise. Ensuite si ce couple accélérateur est encore positif dans cette position d'arrêt, le rotor repart dans le bon sens vers  $\alpha_C$ . Mais si ce n'est pas le cas le rotor va continuer à tourner en sens inverse, sous un couple accélérateur négatif pour venir à l'équilibre en  $\alpha'_C$  indiqué sur la figure 4.18 (a). Il y a alors perte de synchronisme.



(a) Allure des couples accélérateurs

(b) évolution de  $\alpha$  avec et sans perte de synchronisme**Figure 4.18. - Commutation de la phase C en vitesse négative lors d'oscillations autour de  $\alpha_B$ .**

Sur la figure 4.18 (a) la commutation de la phase C a lieu en  $\alpha_{co} < \alpha_m$  et le couple accélérateur  $T_e - T_l$  est nul en  $\alpha_i$ .

La condition de synchronisme exige que l'énergie de freinage

$$W_f = \int_{\alpha_i}^{\alpha_{co}} (T_e - T_l) d\alpha$$

soit supérieure à l'énergie cinétique acquise par le rotor en  $\alpha_{co}$  c'est-à-dire  $\frac{J \Omega_{co}^2}{2}$ . L'égalité des énergies définit le  $\alpha_{co}$  limite pour éviter la perte de synchronisme.

Les solutions à ce problème sont les mêmes que celles apportées au problème précédent puisqu'il faut amortir ou éliminer les oscillations. Il est évident qu'il y aura autant de possibilités de perte de synchronisme que de périodes d'oscillation de  $\alpha(t)$  autour de  $\alpha_B$  et ce nombre de périodes sera d'autant plus faible que l'amortissement sera fort pour diminuer l'amplitude des oscillations.

À ces domaines instables correspond, dans le plan  $T_l$  en fonction de la fréquence d'alimentation  $f$ , en régime permanent, une zone d'instabilité délimitée par deux enveloppes, comme indiqué sur la figure 4.19, et qu'il vaut mieux éviter. Cette zone est aussi fonction de l'inertie et des frottements supposés constants ici.

Le couple  $T_{eM}$  est le couple moteur moyen maximum obtenu par commutation des phases aux instants de « commutation naturelle » c'est-à-dire aux intersections des sinusoïdes  $T_e(\alpha)$  de chaque phase.

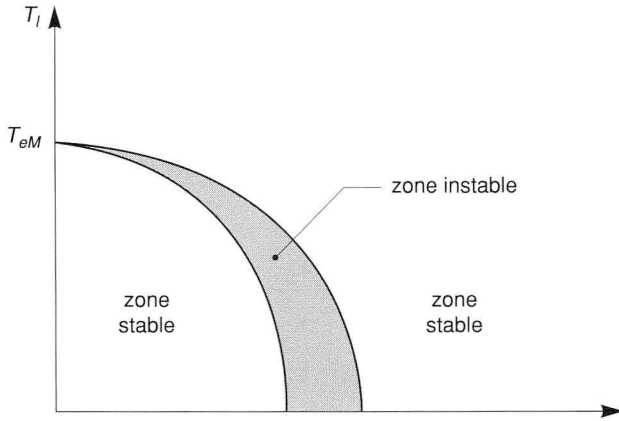


Figure 4.19. - Zone d'instabilité par perte de synchronisme en basse fréquence.

### 4.7.3 Problème de fréquence limite de démarrage

Deux techniques de démarrage sont utilisées usuellement : soit on affiche directement la fréquence correspondant à la vitesse souhaitée, soit on applique une rampe de fréquence qui croît linéairement de zéro à la fréquence souhaitée. Dans les deux cas on souhaite aller vite. Mais si la commutation de la phase *B* par exemple, comme indiqué sur la figure 4.20, intervient après celle de la phase *A* en  $\alpha_2 < \alpha_1$  c'est-à-dire avant que le couple accélérateur  $T_B - T_l$  devienne positif, alors ce couple est négatif et freine le moteur au lieu de l'accélérer, il y a donc là aussi perte de synchronisme à fréquence variable. Il existe donc en fonction de  $T_p, J, T_f$  une fréquence d'alimentation  $f$  limite de démarrage que l'on peut tracer dans le plan  $(T_p, f)$  à  $T_f$  et  $J$  constants. La figure 4.21 donne l'allure de cette caractéristique limite.

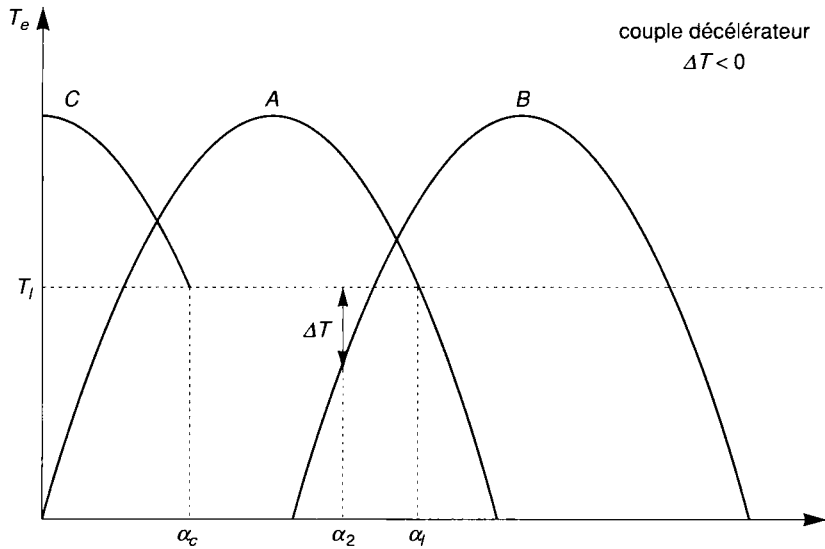
On peut trouver une expression approchée de cette fréquence limite de démarrage sur un pas dans le cas d'une fréquence  $f = f_d$  affichée directement, en considérant que l'équation mécanique simplifiée  $J \frac{d^2\alpha}{dt^2} = T_e - T_l$  peut être intégrée en admettant pour condition initiales

$$\alpha(0) = \frac{d\alpha(0)}{dt} = 0 \text{ et que le couple accélérateur soit pris égal à sa moyenne constante } Tam.$$

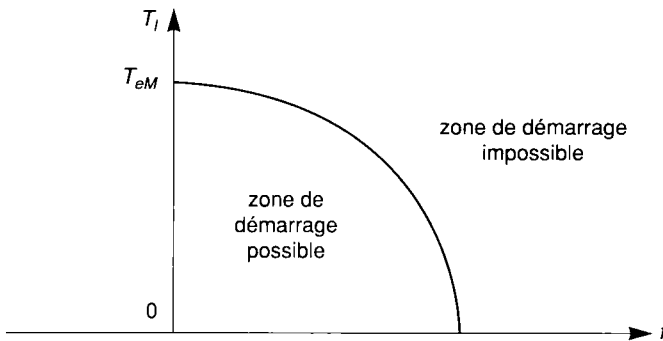
Alors pour faire un pas  $\alpha_p$ , sur la durée  $dt = \frac{1}{f_d}$  l'équation mécanique donne

$$\alpha = \alpha_p = \frac{Tam}{2J} dt^2 = \frac{Tam}{2J} \frac{1}{f_d^2}$$

d'où 
$$f_d = \sqrt{\frac{Tam}{2J\alpha_p}} \tag{4.13}$$



**Figure 4.20. - Commutation précoce au démarrage et perte de synchronisme par fréquence de démarrage trop élevée.**



**Figure 4.21. - Zone de démarrage possible et impossible.**

Pour augmenter cette zone de démarrage possible il est évident que seul un accroissement de  $T_{eM}$  donc de  $T_e(\alpha)$  le permet. Pour ce faire on peut jouer sur l'alimentation en augmentant le courant par une augmentation de la tension d'alimentation jusqu'à atteindre la limite d'échauffement autorisée, si la saturation du circuit magnétique n'intervient pas avant. Mais on peut aussi jouer sur la commande en alimentant deux phases simultanément pour profiter d'un « couple composé » analogue à un redressement de tension composée et dont le couple moyen est supérieur à celui d'une seule phase. Compte tenu des intervalles utilisés, la commande provoque alors la suite d'alimentation des phases suivantes :

$A, A+B, B, B+C, C$ , etc.

### 4.7.4 Problème d'accélération et de fréquence limite de fonctionnement en régime permanent

Lorsqu'un moteur tourne à la vitesse constante  $\Omega_1$  telle que  $T_l = T_e$  moyen ( $\Omega_1$ ) et qu'il doit passer à la vitesse  $\Omega_2 > \Omega_1$ . Il ne pourra le faire que s'il y a une réserve de couple accélérateur moyen c'est-à-dire si  $T_l < T_{eM}$  correspondant à une variation possible d'énergie cinétique sur un pas  $\Delta W_c = (T_{eM} - T_l) \cdot \alpha_p$ .

Cependant lorsque la fréquence d'alimentation devient élevée, les courants dans les phases ne s'établissent pas instantanément à cause de leur constante de temps, l'allure des courbes  $T_e(\alpha)$  des phases s'écarte de la sinusoïde pour devenir celle indiquée sur la figure 4.22. Celle-ci montre à l'évidence que le couple moyen maximum disponible devient  $T'_{eM} < T_{eM}$  et par conséquent la réserve d'accélération diminue, pour devenir même nulle à une fréquence limite absolue  $f_a$  telle que  $T'_{eM}(f_a) = T_b$  correspondant à la vitesse maximale possible de fonctionnement en régime permanent pour  $T_l$  donné. Dans le plan  $T_l(f)$  apparaît donc une courbe qui correspond à cette limite de fonctionnement possible.

Il faut remarquer que cette caractéristique reportée en 5 sur la figure 4.24 est indépendante de l'inertie puisque le régime permanent est seul considéré. Par ailleurs, il est possible de relier la fréquence  $f_a$  à la constante de temps électrique d'une phase, bien que celle-ci ne soit pas constante, puisque son inductance est fonction de la position  $\alpha$  du rotor. On peut cependant définir une constante de temps électrique moyenne  $T_{im}$  correspondant à la montée du courant et donc on peut écrire que  $\frac{1}{f_a} = T_a = 3T_{im}$  correspond à la limite absolue de fonctionnement.

(Si on admet que la montée du courant est réalisée en trois fois la constante de temps comme dans le cas d'une montée exponentielle normale).

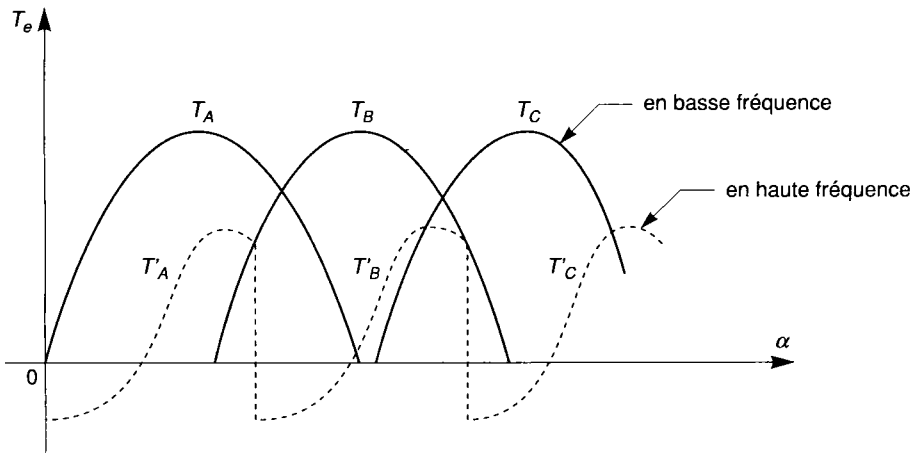


Figure 4.22. - Modification des caractéristiques  $T_e(\alpha)$  avec la fréquence.

Pour augmenter cette zone de fonctionnement plusieurs actions sont possibles qui toutes tendent à réduire  $T_{im}$  réelle ou apparente par action sur le moteur, l'alimentation ou la commande.

Sur le moteur la seule action possible est de choisir celui qui a la plus petite constante de temps. Une diminution de celle-ci pourrait être obtenue par une addition de résistance en série avec chaque phase mais ceci conduirait à réduire le rendement en supposant que l'alimentation garde le même courant.

Par l'alimentation il est possible d'augmenter la tension de celle-ci soit par une source à deux niveaux comme indiqué sur la figure 4.23 soit par accroissement du rapport cyclique si elle est constituée d'un hacheur.

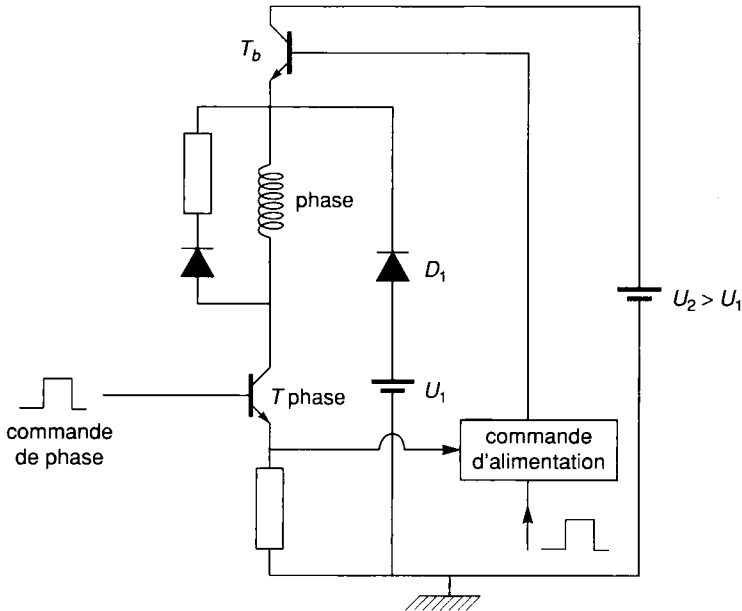


Figure 4.23. - Alimentation à deux niveaux.

La source à deux niveaux de tension, alimente d'abord la phase sous  $U_2$  pour une variation rapide du courant et quand celui-ci atteint le seuil désiré  $i_n$ , il bloque  $U_2$  par le transistor  $T_b$  et  $U_1$  reprend l'alimentation normale à  $i_n$  constant. On démontre facilement que la constante de temps apparente  $T'im = Tim \frac{U_1}{U_2}$  et la constante réelle peut être divisée facilement par un facteur 10.

Avec un hacheur à rapport cyclique variable, la phase est d'abord alimentée en pleine onde sous la tension  $U_2$  pour une montée rapide du courant à sa valeur nominale, puis ce courant est maintenu dans une fourchette de  $i_n \pm \Delta i$  par mesure du courant et adaptation du rapport cyclique à la valeur adéquate pour obtenir  $U_1$ .

La commande du transistor de phase peut être aussi utilisée avec la technique de l'avance à l'allumage pour laisser au courant le temps de monter et éviter aussi l'apparition de couple  $Te$  ( $\alpha$ ) négatifs. Cette avance dépend de la fréquence des impulsions d'alimentation et pour synchroniser les créneaux de tension par rapport à la position du rotor il faut donc un autopilotage de la machine avec un capteur de position et une boucle de retour sur la commande. On peut alors

générer une séquence de démarrage ou d'accélération automatique en assurant la commutation uniquement lorsque le pas en cours est réalisé jusqu'à l'obtention de la vitesse maximale. Si on veut rester en circuit ouvert il faut imposer une rampe de fréquence fonction du temps ou de la position pour rester synchrone.

## 4.7.5 Problème du freinage

Ce problème est un peu symétrique de celui de l'accélération. L'arrêt en un seul pas n'est possible qu'à partir d'une fréquence inférieure à la fréquence limite d'arrêt sur un pas en fonction de  $T_p$ ,  $J$ , et  $T_f$  évidemment et représenté par la caractéristique 3' sur la figure 4.24. À cause de l'effet positif cette fois de  $T_f$  qui s'oppose toujours au mouvement, cette caractéristique délimite une zone d'arrêt possible sur un pas un peu plus grande que celle de démarrage. Reste alors à résoudre le problème de la décélération depuis une fréquence voisine de  $f_a$  en zone 4, jusqu'à une fréquence inférieure à la fréquence limite de démarrage  $f_d$  en zone 1-2-3 ou 3' en visant une position définie à l'avance.

En circuit ouvert un compteur-décompteur compare le nombre de pas parcourus à celui à parcourir et déclenche le freinage à l'instant adéquat. Le dernier pas doit être parcouru lorsque la fréquence correspond à un des domaines 1-2-3 ou 3' ce qui suppose une rampe de diminution de la fréquence fonction de  $\alpha$  à bien définir.

En circuit fermé on retrouve le problème de l'autopilotage précédent en accélération.

Finalement si toutes les caractéristiques précédentes sont rassemblées sur une même figure 4.24 apparaissent alors les domaines de fonctionnement possibles d'un moteur pas à pas avec :

*Zone 1 : stable et démarrage sur un pas possible*

*Zone 2 : instable mais démarrage sur un pas possible*

*Zone 3 : stable et démarrage sur un pas possible*

*Zone 4 : possible et stable si démarrage en zone 1 ou 3*

*Zone 5 : fonctionnement impossible*

*Zone 3' : extension des zones 1 et 3 pour arrêt sur un pas mais zone stable si démarrage en zone 1 ou 3*

Lorsque le système est bouclé en position et vitesse le domaine 4 de la figure 4.24 peut présenter un trou en haute fréquence correspondant à une extension de la zone 5. Cette possibilité vient d'oscillations en basse fréquence de la vitesse autour de la vitesse élevée de fonctionnement. Ces instabilités dynamiques sont provoquées par la réponse fréquentielle du système bouclé aux harmoniques de couple. Ces oscillations peuvent s'amplifier au point de provoquer une perte de synchronisme.

Les remèdes possibles ont été déjà évoqués que ce soit par modification de l'amortissement ou autopilotage. Mais ce dernier est un peu complexe et coûteux et l'amortissement en haute fréquence n'est pas idéal comme on l'a vu. Une solution élégante consiste à opérer un auto-asser-vissement en courant en associant la commutation des phases à une singularité du courant réel facile à détecter et en relation avec la position du rotor. C'est donc un autopilotage sans capteur

de position grâce au courant de phase ou d'alimentation ou d'extinction. Rappelons que l'équation électrique d'une phase de la forme

$$u = ri + L \frac{di}{dt} + i \frac{dL}{d\theta_r} \cdot \omega_m$$

avec  $L(\alpha)$  montre clairement que  $i(\alpha, \omega_m)$ . Le décrochage est ainsi évité et il est indépendant de la charge et de l'inertie. Cependant il faut que cette dépendance de  $\alpha$  et  $\omega_m$  du courant soit bien marquée pour être utilisée. À l'opposé une alimentation par hacheur ne permet pas une telle solution car le courant est cette fois trop haché pour y repérer une singularité intéressante.

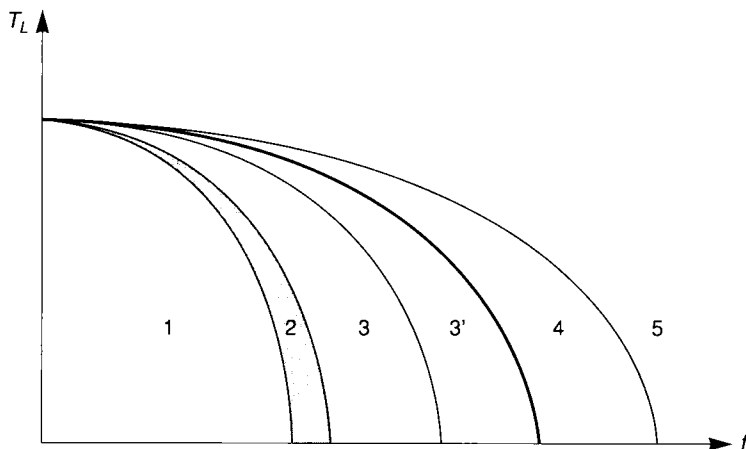


Figure 4.24. - Zones de fonctionnement d'un moteur pas à pas.

## 4.8 Moteur à réluctance variable

Nous avons déjà vu que ces machines possédaient les mêmes structures et alimentations que les moteurs pas à pas, mais qu'elles s'en distinguaient par leur objectif de conversion d'énergie et donc de rendement d'une part et qu'elles étaient systématiquement autopilotées pour en faire des moteurs synchrones d'entraînement, d'autre part.

Leur gamme actuelle de puissance s'étend jusqu'à quelques centaines de kw et donc couvre l'ensemble des petites et moyennes puissances des moteurs. Elles concurrencent les machines sans balais à aimants permanents dans certaines applications. Leur dénomination anglo-saxonne de Switched Reluctance Motor correspond à notre « moteur à commutation électronique » parfois utilisé en lieu et place de MRV.

L'étude des moteurs pas à pas a montré le phénomène de production du couple en absence de saturation. En fait l'inductance d'une phase excitée est fonction de la position du rotor et du courant  $i$  dans la phase  $L(\theta_r, i)$  car le circuit magnétique est généralement saturable.



Pour chaque position du rotor le flux par phase, en fonction du courant  $i$ , prend l'allure donnée figure 4.25 entre deux cas extrêmes correspondant à l'alignement de l'axe de symétrie du pôle rotor avec celui de la phase excitée ( $\theta_r = 0$ ), et au cas où cet axe coïncide avec un axe intermédiaire stator ( $\theta_r = \frac{\pi}{P_r}$ ) c'est le désalignement avec inductance et flux minimum et en général non saturation.

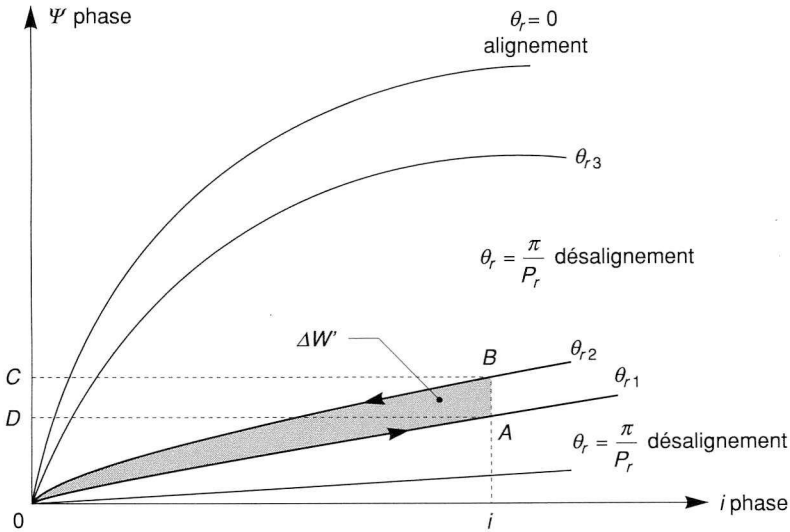


Figure 4.25. - Caractéristiques magnétiques totales d'une phase pour différentes positions du rotor.

Pour une position quelconque du rotor par exemple  $\theta_{r1}$  et un courant  $i$ , la coénergie de la phase

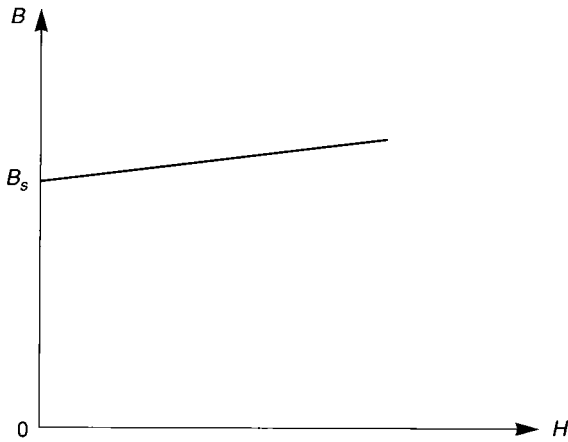
est :  $W' = \int_0^i N\phi di = \int_0^i \psi \cdot di$ . Elle est représentée par l'aire  $OiAO$ . Par dualité l'énergie magnétique de la phase est  $W = \int_0^\psi id\psi$ . Elle est représentée par l'aire  $OADO$ . Le couple à cet instant

est donné par  $Te = \left. \frac{\partial W'}{\partial \theta_r} \right|_i$ . Si on visualise un déplacement élémentaire de  $\theta_r$  de  $\theta_{r1}$  à  $\theta_{r2}$  alors

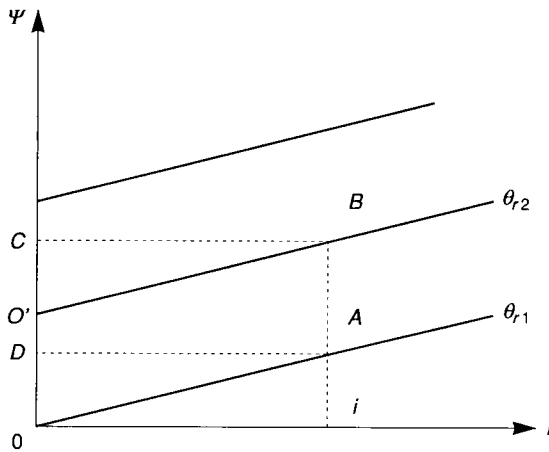
$$Te = \frac{\Delta W'}{\Delta \theta_r} = \frac{\Delta W'}{\theta_{r2} - \theta_{r1}}$$

Si on admet une résistance de phase négligeable l'énergie électrique fournie à la phase pendant ce court déplacement est  $\Delta We = i \cdot \Delta \psi = ui \cdot \Delta t$  représentée par l'aire  $ABCD$ . Alors l'énergie magnétique stockée est  $\Delta W = OBCO - OADO$  et la coénergie  $\Delta W = \Delta Wmeca = Te \cdot \Delta \theta_r = \Delta We - \Delta W$  est représentée par l'aire  $OABO$  hachurée.

Si la saturation est extrême et que le fer présente une caractéristique  $B(H)$  telle que celle de la figure 4.26 (a), il apparaît cette fois que dans le passage de  $\theta_{r1}$  à  $\theta_{r2}$  il vient figure 4.26 (b)  $\Delta W = O'BCO' - OADO = 0$  et par conséquent  $\Delta W = \Delta W_{méca} = \Delta W_e = ABC$ . Toute l'énergie électrique est convertie en énergie mécanique, c'est le cas idéal vers lequel on va tendre pour ces machines qui seront généralement saturées, pour obtenir un bon rendement. On s'en approche avec les machines hybrides avec aimants permanents au rotor. Si on se rapporte à la figure 4.3 on obtient de bonnes machines avec des rapports d'inductances  $\frac{L_M}{L_m} \geq 10$  ce qui exige des entrefers très faibles de quelques dixièmes de mm.



(a) caractéristique  $B(H)$  d'un matériau saturé



(b) Caractéristiques magnétiques de la phase

Figure 4.26. - Caractéristiques par forte saturation du circuit magnétique.

À l'opposé de ce cas extrême, le cas de non saturation totale, avec une courbe  $B(H)$  droite passant par l'origine, les caractéristiques magnétiques de la phase sont aussi des droites passant toutes par l'origine figure 4.27 et cette fois :

$$\begin{aligned} \Delta W' &= OABO = \Delta W_e - \Delta W_m \\ &= \frac{i \cdot \Delta \psi}{2} = \frac{\Delta W_e}{2} \end{aligned}$$

ce qui confère un rendement moitié du précédent et rappelle un résultat déjà connu dans les mêmes hypothèses.

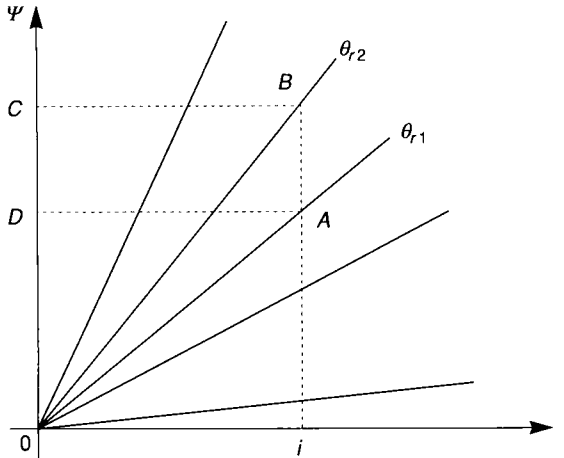


Figure 4.27. - Caractéristiques magnétiques du circuit magnétique non saturé.

Dans le cas général réel, avec courbe  $B(H)$  normalement saturée d'un circuit ferromagnétique, on obtient une énergie  $W'$  sur une demi-période de l'alimentation comme celle représentée sur la figure 4.28 lors d'une alimentation à tension constante. Le courant  $i$  croît d'abord rapidement en position de désalignement, lorsque l'inductance est faible et constante, puis dès le début du recouvrement des pôles rotor et stator cette inductance croissant le courant croit moins vite et peut même décroître. La commutation de la phase suivante est déclenchée en  $B$  avant la position d'alignement pour laisser au courant le temps de décroître vers zéro par le diode de roue libre de l'alimentation. L'évolution se fait alors sur une courbe passant par  $B$  mais non identique à la caractéristique magnétique obtenue par valeurs croissantes du courant à cause de l'hystérésis qui est bénéfique dans ce cas car cela diminue l'énergie  $W$  renvoyée à la source et représentée par l'aire  $DBC$ .  $D$  étant le rémanent du cycle d'hystérésis de sommet  $B$ , point où la caractéristique magnétique par courant décroissant passant par  $B$  rejoint l'axe des  $\Psi$ .

La coénergie  $W'$  transformée en énergie mécanique est représentée par l'aire  $OABDO$ .

Le couple moyen réel à vitesse constante, si toutes les impulsions de courant sont identiques, est  $T_e = W' \times$  nombre d'impulsions par tour. Or chaque phase donne une impulsion par pôle rotor soit  $m.Pr$  impulsions par tour d'où

$$T_e = \frac{m Pr}{2\pi} W' \tag{4.14}^*$$

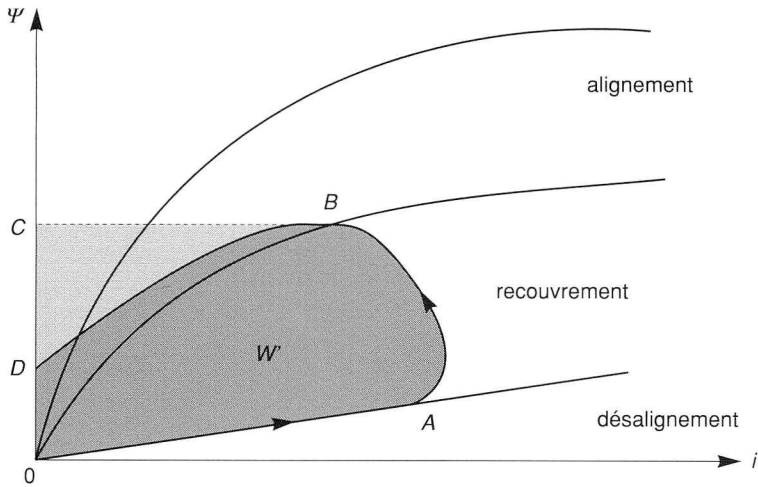


Figure 4.28. - Caractéristiques magnétiques réelles d'une phase et évolution du point de fonctionnement sur une demi-période de la phase.

On peut caractériser la conversion par le rapport  $r = \frac{W'}{W' + W} = \frac{W'}{We}$  analogue à un facteur de puissance généralisé mais qui vaut couramment 0,6 à 0,7 pour ces machines.

Il est possible de faire apparaître autrement le handicap de ces machines en cherchant à exprimer le rapport de la puissance apparente nécessaire à leur fonctionnement à la puissance mécanique utile fournie. Pour cela on exprime l'énergie  $We$  fournie par la source par impulsion comme une fraction  $k$  du produit  $\psi_B i_B$  au point de commutation  $B$  de la figure 4.28. Ce produit, dans notre hypothèse de résistance de phase négligeable, et si on admet une variation linéaire de  $\psi$  entre  $O$  et  $B$  lors de la montée du courant de phase fourni par l'alimentation sous tension  $V$ , vaut  $\psi_B \cdot i_B = \frac{V \cdot Ton}{\omega_m} \cdot i_B$  avec  $Ton$  temps de conduction du transistor de la phase alimentée.

$$\text{D'où} \quad We = k \cdot \frac{V \cdot Ton}{\omega_m} i_B = \frac{W'}{r} \quad (4.15)^*$$

Pour les  $m$  phases la source fournit une puissance apparente maximale

$$S_M = m \cdot V \cdot i_B = m \frac{W'}{r} \frac{\omega_m}{kTon} = \frac{2\pi Te \cdot \omega_m}{k \cdot r Pr Ton} \quad (4.16)^*$$

Si on pose  $Pm = Te \omega_m$  puissance mécanique fournie théorique (les pertes mécaniques des roulements et de la ventilation de même que les pertes fer et Joule ne sont pas prises en compte) et si on admet que  $Pr Ton$  est constant et vaut au maximum  $\pi/2$  alors

$$S_M = \frac{4}{k \cdot r} Pm \quad (4.17)^*$$

\* Ces équations sont reproduites avec la permission d'Oxford University Press.

Les valeurs usuelles de  $k$  et  $r$  étant de 0,7 et 0,6 ceci donne  $\frac{S_M}{P_m} \approx 10$  ce qui paraît énorme.

Heureusement l'effet Vernier compense partiellement ce handicap en permettant une diminution de volume à couple égal et autorise une comparaison à même valeur de Nm/A avec les machines asynchrones et même les machines synchrones sans balais malgré les fréquences plus élevées nécessaires pour une même vitesse ce qui conduit à des pertes fer plus élevées que dans ces machines.

## Micromoteurs piézo-électriques et électrostatiques

5.1 • Principe des machines piézo-électriques	98
5.2 • Modèle et paramètres	101
5.3 • Technologies des moteurs piézo-électriques	105
5.4 • Caractéristiques principales des moteurs piézo-électriques	110
5.5 • Limites technologiques actuelles	111
5.6 • Principe des machines électrostatiques	112
5.7 • Modèle et paramètres	115
5.8 • Technologie des moteurs électrostatiques	118
5.9 • Caractéristiques et limitations	119

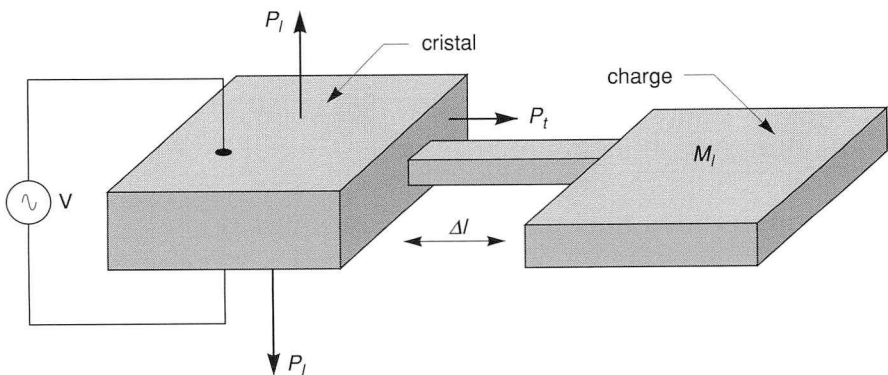
## 5.1 Principe des machines piézo-électriques

Certains matériaux diélectriques, dont certains cristaux comme le quartz, le titanate de barium et des alliages de plomb et oxydes de titane et de zirconium, présentent des propriétés électromécaniques qui lient le champ électrique  $E$  qui leur est imposé, et donc l'induction électrique  $D$  et la polarisation électrique  $P_e$  du matériau, tels que  $D = \epsilon E + P_e$ , à leur pression mécanique interne  $p$  et à la déformation  $\Delta l$  de leur dimensions. Ces matériaux sont dits piézo-électriques.

Une traction ou une compression mécanique entraînant une variation de leur géométrie, provoque un état de polarisation électrique du cristal, entraînant l'apparition d'un champ électrique à ses extrémités. Inversement un tel cristal soumis à un champ électrique est le siège de contraintes internes mécaniques qui modifient sa géométrie. Dans ce dernier cas la contrainte comprend un terme proportionnel au champ, c'est l'effet purement piézo-électrique qui nous intéresse, et un terme proportionnel au carré du champ, c'est l'effet électrostrictif.

Ces propriétés électromécaniques sont en fait extrêmement complexes. Elles présentent des effets longitudinaux avec sens de la déformation parallèle au sens du champ appliqué, et des effets transversaux avec sens de la déformation perpendiculaire au sens du champ appliqué. Par ailleurs ces effets présentent les phénomènes d'hystérésis et de saturation de façon semblable aux phénomènes électromagnétiques des matériaux ferromagnétiques. Aux moments magnétiques et domaines de Weiss, correspondent des domaines électriques avec dipôles électriques orientés.

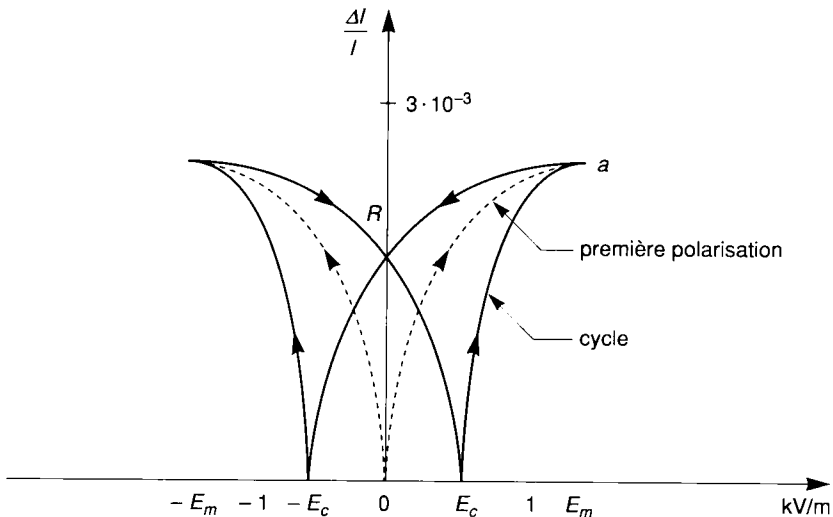
Ces phénomènes électromécaniques peuvent donner lieu à conversion d'énergie électromécanique, avec pertes bien évidemment, si la source de champ débite un courant et si le cristal déplace une masse qui lui est liée rigidement. La figure 5.1 schématise ce nouveau principe de conversion qui peut être utilisé en actionneur compte tenu de ses propriétés spécifiques.



*Figure 5.1. - Principe de conversion d'énergie électromécanique utilisant l'effet transverse piézo-électrique.*

La figure 5.2 montre l'évolution de l'allongement longitudinal relatif d'un matériau piézo-électrique sous l'effet d'un champ électrique alternatif lentement variable. L'effet transverse présenterait une allure semblable.

On reconnaît l'effet de saturation correspondant à l'alignement progressif des dipôles du matériau dans le sens du champ appliqué, à partir d'une première polarisation  $oa$  et le cycle d'hystérésis avec effet de rémanence. Pour annuler cet effet, un champ inverse  $-E_c$ , dit coercitif, doit être appliqué. Si on poursuit l'expérience par application d'un champ négatif jusqu'à  $-E_m$ , le sens d'orientation des dipôles s'inverse jusqu'à nouvelle saturation correspondant à l'allongement maximal. Le champ coercitif correspond à la contraction maximale du cristal qui reste en fait polarisé par une polarisation ou induction électrique rémanente lorsque le champ appliqué est annulé, ce qui correspond à une précontrainte du matériau. Si bien que si le champ appliqué est alternatif et de valeur crête inférieure ou égale à  $E_c$ , l'allongement relatif va décrire une boucle d'hystérésis mineure autour du point de rémanence  $R$ , que l'on assimilera à une droite en première approximation. Selon le sens de la rémanence initiale, cette droite sera de pente positive ou négative, c'est-à-dire que sous l'effet d'un champ positif par exemple, selon le sens antérieur d'évolution, le matériau se contractera ou se dilatera. Pour distinguer *a priori* ce sens d'évolution, on marque d'une flèche le sens de polarisation résiduelle du matériau comme indiqué sur la figure 5.3a. Pour appliquer un champ uniforme sur ces matériaux ils sont montés en sandwich entre deux électrodes conductrices métalliques soudées au matériau.

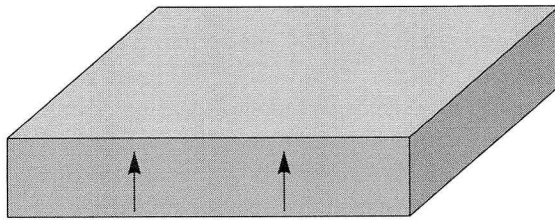


**Figure 5.2. - Allongement relatif longitudinal d'un matériau piézo-électrique en fonction du champ électrique appliqué.**

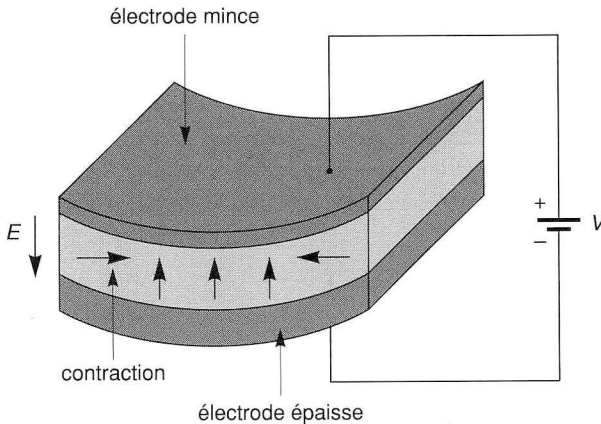
(Reproduit avec la permission d'Oxford University Press).

L'ensemble électrodes-matériau piézo-électrique constitue un élément piézo-électrique. Si ces électrodes sont identiques, c'est-à-dire si elles présentent la même géométrie, l'application d'un champ entraîne une déformation symétrique du matériau. Si celles-ci présentent des épaisseurs très différentes et donc des raideurs différentes, l'effet transverse courbe l'ensemble comme indiqué sur la figure 5.3.b où le champ négatif par rapport à la polarisation initiale contracte le matériau qui se déforme sous l'effet de la dissymétrie des raideurs des électrodes qui tendent à maintenir leur longueur.





(a) direction de la polarisation résiduelle



(b) courbure sous l'effet transverse

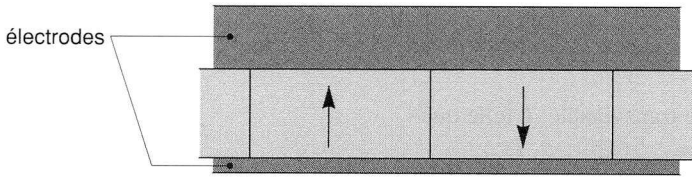
**Figure 5.3. - Polarisation résiduelle et évolution sous champ d'un élément piézo-électrique à électrodes dissymétriques.**

Cet effet transverse peut donc être utilisé à son tour pour une conversion électro-mécanique d'énergie d'un second type soit sous forme d'onde de flexion en associant côte à côte des éléments par paires et polarisés en sens inverse comme indiqué sur la figure 5.4.a. La figure 5.4.b montre comment le champ appliqué provoque la dilatation de l'élément de gauche et en 5.4.c la contraction du même élément sous champ opposé.

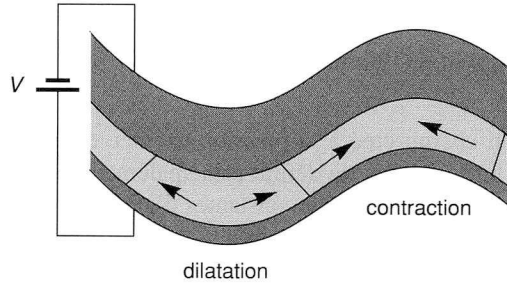
Le motif d'association peut être répété longitudinalement et on obtient un système linéaire, ou sous forme torique et on obtient un moteur tournant, en créant une onde mobile progressive. Pour cela il suffit d'associer deux ensembles d'éléments avec un déphasage spatial de  $90^\circ$  par rapport à leur onde de déformation, et d'alimenter ceux-ci par des tensions sinusoïdales en quadrature dans le temps pour obtenir un système biphasé avec onde progressive longitudinale ou tournante selon la disposition géométrique choisie pour les éléments.

Les deux ensembles associés peuvent être des couronnes superposées ou deux demi-couronnes pourvu que les nœuds des ondes d'une phase coïncident avec les ventres des ondes de l'autre phase.

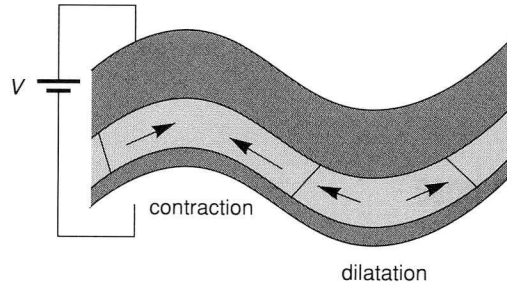
Les machines correspondantes sont dites à ondes de flexion.



(a) structure de base à deux éléments



(b) flexion sous champ positif



(c) flexion sous champ négatif

**Figure 5.4. - Génération d'une onde de flexion.**  
 (Reproduit avec la permission d'Oxford University Press).

## 5.2 Modèle et paramètres

Dans le cadre des hypothèses admises le rapport de l'allongement relatif au champ appliqué, égal à la pente des droites au point  $R$  de la figure 5.2 est appelé constante d'allongement relatif piézo-électrique  $d$  telle que :  $\frac{\Delta l}{l} = \pm d \cdot E$

En fait compte tenu des effets longitudinaux et transversaux cette constante est un tenseur et on définit principalement une constante longitudinale  $d_l$  telle que :

$$\left(\frac{\Delta l}{l}\right)_z = d_t \cdot E_z \quad (5.1)$$

et une constante transversale  $d_t$  telle que :

$$\left(\frac{\Delta l}{l}\right)_x = \left(\frac{\Delta l}{l}\right)_y = d_t \cdot E_z \quad (5.2)$$

si  $E_z$  est la composante selon la direction  $oz$  du champ appliqué.

Les valeurs typiques de  $d_l$  sont de l'ordre de  $3$  à  $6 \cdot 10^{-10} \text{ mV}^{-1}$  et celles de  $d_t$  sont de l'ordre de  $-1,5$  à  $-3 \cdot 10^{-10} \text{ mV}^{-1}$ .

Inversement le rapport du champ créé à la pression exercée est appelé constante de champ. Cette constante est aussi tensorielle et on définit principalement une constante longitudinale  $g_l$  et une constante transversale  $g_t$ , reliées aux constantes d'allongement par les permittivités respectives de même direction selon les expressions

$$g_l = \frac{d_l}{\epsilon_l} \text{ et } g_t = \frac{d_t}{\epsilon_t} \quad (5.3)$$

La permittivité du vide  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Fm}^{-1}$  et les permittivités relatives des matériaux piézo-électriques varient de  $1,1$  à  $5$  pour  $\epsilon_l$  et  $\epsilon_t$  qui sont très voisines.

## 5.2.1 Équations de base

En première approximation, pour une excitation quelconque, les équations électromécaniques couplées d'un élément piézo-électrique monté entre deux électrodes, soumises à un courant  $I$  sous la tension  $V$ , possédant une impédance mécanique  $Z$  et une admittance électrique  $Y$ , dont la masse est mue à la vitesse  $v$  de déformation par la force  $F$ , peuvent se mettre sous la forme :

$$AV - Zv = F \quad (5.4)^*$$

$$YV + Av = I \quad (5.5)$$

Elles correspondent au schéma électrique équivalent de la figure 5.5 obtenu par analogie électro-mécanique où une tension correspond à une force et un courant à une vitesse. Le transformateur parfait de rapport  $A$  illustre la transformation électro-mécanique.

$F$  est la force résultante utile égale à la force électrique créée par le champ, diminuée de la force mécanique de déformation du matériau à la vitesse  $v$ .  $A$  est appelée constante de force, elle est proportionnelle à la constante  $d$  précédente et s'exprime en  $NV^{-1}$ .

$Y$  apparaît comme l'admittance sans déformation ( $v = 0$ ) du matériau contraint et s'identifie à la capacité pure  $C_0$  du diélectrique.

\* Ces équations sont reproduites avec la permission d'Oxford University Press.

$YV$  est le courant capacitif du matériau diélectrique qui modifie sa charge électrique sous l'effet du champ et  $Av$  est le courant utile de déformation du matériau à la vitesse  $v$ . Il s'en déduit que  $A$  peut aussi s'exprimer en  $Cm^{-1}$ . Le courant total  $I$  est fourni par la source d'énergie électrique. L'impédance  $Z_1$  est celle de la charge mécanique entraînée par l'élément piézo-électrique dans le sens de la force utile.

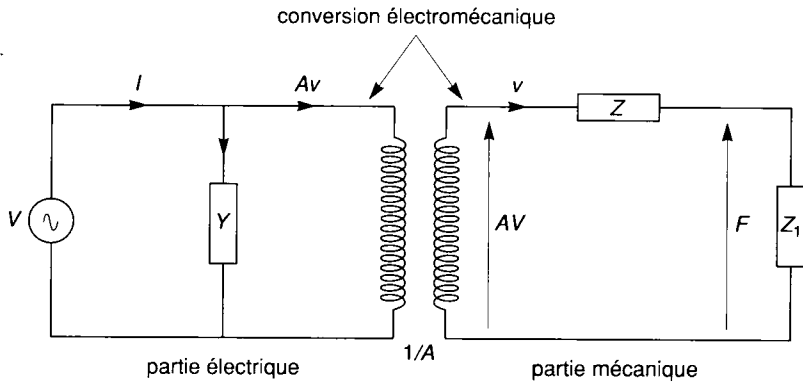


Figure 5.5. - Schéma équivalent au dispositif de la figure 5.1.

À une charge nulle correspond un court-circuit. Il est aussi possible de ne pas utiliser le transformateur parfait dans le schéma équivalent et de ne retenir que le schéma contracté de la figure 5.6a où  $Z_m$  représente l'impédance mécanique motionnelle de l'élément piézo-électrique.

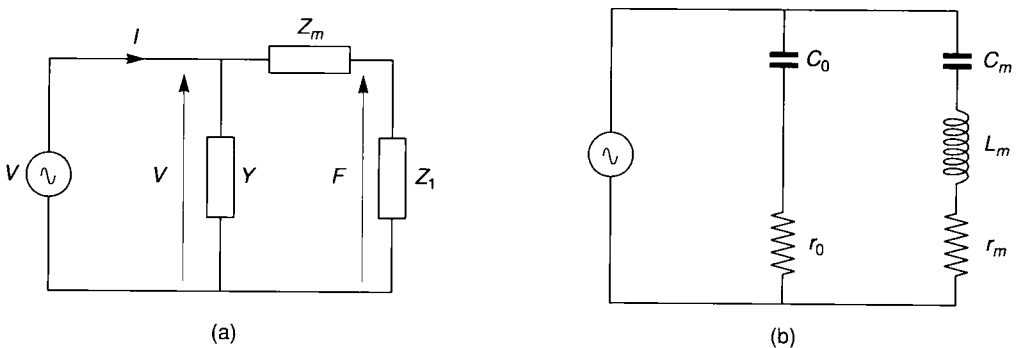


Figure 5.6. - Schéma simplifié (a) et circuit équivalent d'un élément piézo-électrique sans charge (b). (Reproduit avec la permission d'Oxford University Press).

Il est possible aussi de préciser l'impédance  $Z_m$ . En effet dans le cas d'une excitation continue en régime permanent ( $\dot{v} = 0$ ), l'équation (5.4) devient :

$$AV = F \quad (5.6)$$

Or la force exercée sur l'élément de raideur  $K$  entraîne une déformation  $x$  telle que  $F = Kx$  comme pour tout matériau élastique.

De même si l'on impose au matériau une vitesse de déformation  $v = lms^{-1}$  en absence d'alimentation ( $V = 0$ ), l'équation (5.5) devient

$$Av = I \quad (5.7)$$

c'est-à-dire  $A \frac{dx}{dt} = I$  qui s'intègre par rapport au temps en

$$Ax = q \quad (5.8)$$

si  $q$  est une quantité d'électricité, alors (5.6) peut être mise sous la forme :

$$AV = Kx = \frac{K}{A} q \text{ soit } V = \frac{K}{A^2} q \quad *$$

donc de la forme  $q = C_m V$ , ce qui permet de définir la capacité équivalente de l'élément sous la forme :

$$C_m = \frac{A^2}{K} \quad (5.9)*$$

Par ailleurs, dans le cas d'une excitation électrique sinusoïdale imposée, la masse  $m$  de l'élément à charge nulle, est soumise à l'équation de mouvement :

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + Kx = F = AV \quad (5.10)$$

en utilisant (5.8) cette équation s'écrit :

$$\frac{m}{A^2} \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{K}{A^2} q = \frac{F}{A} = V \quad (5.11)$$

équation analogue à celle d'un système  $L, C$  en série sous la tension  $V$ , ce qui permet de définir l'inductance équivalente de l'élément sous la forme :

$$L_m = \frac{m}{A^2} \quad (5.12)*$$

et l'impédance propre  $Z_m$  comme la mise en série de ces deux composants passifs. Il est alors intéressant de profiter de la forme de  $Z_m$  pour amplifier la déformation de l'élément en l'excitant à sa fréquence de résonance :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{L_m C_m} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}} \quad (5.13)$$

On remarque évidemment que l'on retrouve l'expression classique de  $f_0$  en fonction des caractéristiques mécaniques de l'élément.

En fait cette amplification est limitée par un terme d'amortissement du fait de pertes internes dissipant de l'énergie dans l'élément qui vibre. En effet de nombreuses sources de pertes existent. Tout d'abord le diélectrique lui-même soumis à champ alternatif est le siège de pertes diélectriques puisque l'induction  $D$  est fonction non linéaire de  $E$  et présente un effet d'hysté-

\* Ces équations sont reproduites avec la permission d'Oxford University Press.

résis. Aux fréquences usuelles ces pertes peuvent cependant être négligées, sinon il convient d'ajouter en série avec  $C_o$  une résistance  $r_o$  qui en rend compte (figure 5.6b).

Par ailleurs diverses pertes mécaniques naissent dans la masse vibrante ne serait-ce que celles qui correspondent aux cycles mineurs d'hystérésis de l'allongement relatif en fonction du champ, et les forces de frottement aux interfaces matériau piézo-électrique-électrodes. Ces pertes peuvent être regroupées en une seule résistance interne équivalente  $r_m$  en série avec  $C_m$  et  $L_m$  constituant alors l'impédance mécanique motionnelle totale de l'élément. Le schéma équivalent, sans charge, devient alors celui de la figure 5.6b.

## 5.3 Technologies des moteurs piézo-électriques

Les moteurs piézo-électriques sont constitués de deux parties principales, le stator, élément moteur créateur du mouvement et le rotor qui reçoit l'énergie mécanique et la transmet à la charge entraînée.

Les stators les plus courants actuellement sont de deux types, différenciés par l'effet piézo-électrique utilisé.

Le premier type est basé sur l'effet longitudinal et utilise un oscillateur de Langevin qui amplifie les allongements du quartz. Le second type est basé sur l'effet transversal et utilise les ondes de flexion.

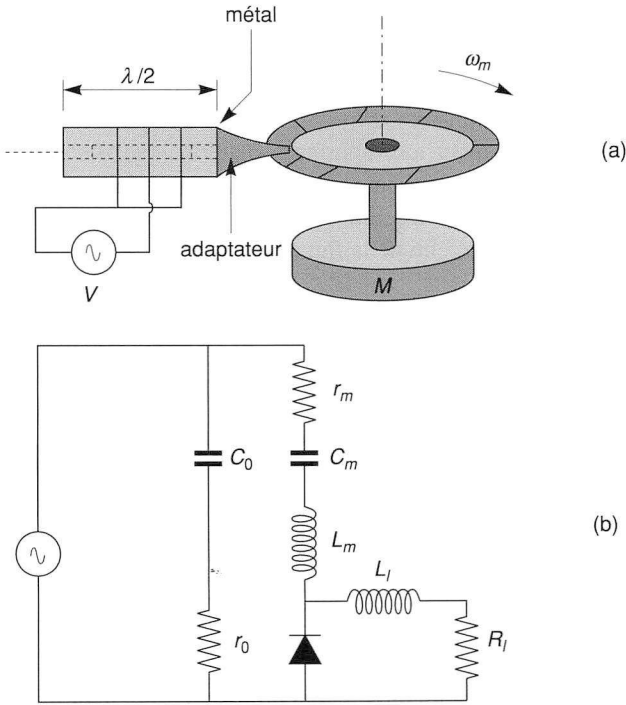
### 5.3.1 Moteurs à oscillateur

L'oscillateur de Langevin associe en série deux éléments piézo-électriques discoïdes creux, à polarisation axiale, pressés l'un contre l'autre par des cylindres métalliques d'extrémité, reliés entre eux par un tirant axial. La longueur totale du dispositif est choisie égale à une demi-longueur d'onde de la fréquence de résonance du matériau piézo-électrique pour amplifier la déformation aux extrémités de l'ensemble.

De plus, une seconde amplification est fournie par un adaptateur d'impédance mécanique, sous forme de pièce mécanique à profil exponentiel, fixée à une des extrémités et de même fréquence propre que celle de l'oscillateur. La figure 5.7 représente cet ensemble associé à un rotor à entraînement par système horloger de rochet pour imposer un mouvement unidirectionnel.

L'amplification de l'allongement initial, de l'ordre de  $0,1 \mu\text{m}$ , par la résonance est de l'ordre de 50 et celle de l'adaptateur de l'ordre de 5 à 10, ce qui permet des élongations finales de l'ordre de  $50 \mu\text{m}$ .

Cet adaptateur joue le rôle de transformateur parfait d'impédance avec un rapport de transformation égal au rapport de ses surfaces d'extrémités. Les amplitudes de déformation sont accrues mais au détriment des forces correspondantes évidemment.



**Figure 5.7. - Schéma de principe d'un moteur à oscillateur parallèle au rotor avec entraînement par rochet (a) et son schéma équivalent (b).**  
 (Reproduit avec la permission d'Oxford University Press).

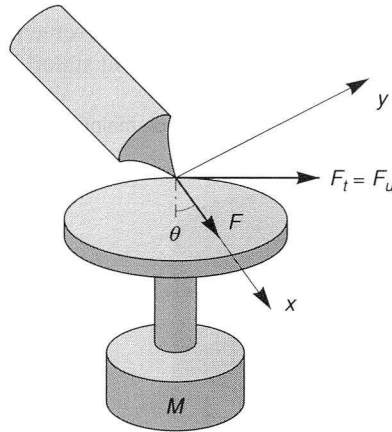
Le système de rochet est schématisé par une diode qui court-circuite la charge lors des contractions de l'oscillateur et transmet l'effort seulement lors des dilatations de celui-ci.

La charge étant généralement inertielle avec frottement peut se schématiser par une inductance et une résistance en série avec l'impédance propre de l'ensemble élément-adaptateur.

Contrairement à cette disposition où l'effort est quasi normal à l'axe de rotation, une autre technologie place l'axe de l'oscillateur quasi parallèle à l'axe de rotation, c'est-à-dire que l'effet est quasi normal au plan du disque rotor de façon à ce que l'extrémité de l'adaptateur provoque un mouvement presque sans glissement lors de sa dilatation et ne touche plus le rotor lors de sa contraction. L'extrémité de l'adaptateur décrit une ellipse dans le plan (x,y) contenant l'axe de l'oscillateur figure 5.8. Lorsque le rotor entre en contact avec l'adaptateur, sous l'effet de la force résistante celui-ci est forcé de s'incurver dans le sens et à la vitesse de la rotation du disque rotor et la composante tangentielle  $F_t$  de la force axiale de l'oscillateur devient la force utile et produit le mouvement.

Si le mouvement de l'extrémité de l'adaptateur sans charge est donné dans le plan (x,y) selon les équations paramétrées :

$$\begin{aligned} x &= X_0 \sin(\omega_m t) \\ y &= Y_0 \sin(\omega_m t + \varphi) \end{aligned} \tag{5.14}^*$$



**Figure 5.8.** - Schéma de principe d'un moteur à oscillateur normal au rotor.  
(Reproduit avec la permission d'Oxford University Press).

la déformation longitudinale de l'extrémité de l'adaptateur durant le contact vaut :

$$\begin{aligned} \Delta l &= X_0 - \Delta \\ &= X_0 - X_0 \sin(\omega_m t_0) - Y_0 \sin(\omega_m t_0 + \varphi) \cdot \operatorname{tg} \theta \end{aligned} \quad *$$

où  $t_0$  est l'instant correspondant au contact adaptateur-rotor, c'est-à-dire à l'intersection du plan du disque rotor et de l'ellipse du mouvement sans charge, et  $\theta$  est l'angle de l'axe de l'oscillateur avec l'axe de rotation.

Alors la force utile s'exprime sous la forme :

$$F_u = d_0 \cdot K_0 \cdot \sin \theta = F \cdot \sin \theta \quad (5.15)*$$

si  $K_0$  est la raideur longitudinale de l'ensemble oscillant.

Le couple instantané s'en déduit pour la durée du contact ainsi que le couple moyen sur la période d'excitation.

Le fonctionnement s'apparente tout à fait à celui des moteurs synchrones de type pas à pas à couple non constant.

Le schéma équivalent complet avec charge complexe pourra être étudié dans l'ouvrage de Sashida et Kenjo.

## 5.3.2 Moteurs à onde de flexion

Le stator utilise cette fois la propagation d'ondes de flexion dues à l'effet transversal pour entraîner par friction un rotor pressé contre lui. Le moteur comporte alors en couches successives (figure 5.9) une couronne de matériaux piézo-électriques de polarité alternée avec leurs électrodes formant un système polyphasé et générant l'onde tournante, une couronne encochée



d'amplification mécanique, servant d'adaptateur, et fixée à la couronne précédente et enfin un rotor annulaire maintenu en pression sur le stator. Le mouvement est assuré par les forces tangentielles aux contacts des crêtes de l'onde de flexion du stator.

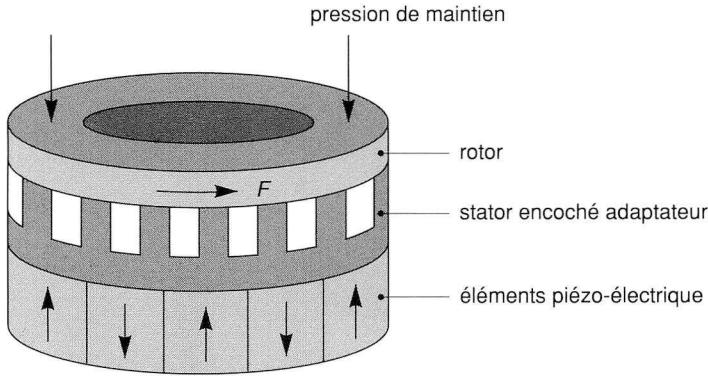


Figure 5.9. - Structure d'un moteur à onde de flexion.

La mise en équation et la solution de ce mouvement est extrêmement complexe compte tenu des deux effets piézo-électriques qui co-existent, des diverses dissipations d'énergie avec friction et glissement et de la complexité de l'ensemble mécanique visco-élastique en présence. La théorie est encore en cours d'élaboration.

La solution classique d'une équation de propagation avec onde incidente et onde réfléchie n'est plus valable. Il apparaît cependant  $n$  modes de vibrations sinusoïdales possibles avec  $m$  ondes complètes sur la périphérie du stator et tels que le nombre de pôles du moteur est  $2m = n$ . Un seul de ces modes est excité par la source d'énergie et entraîne le moteur. La fréquence correspondante est fonction de la géométrie et de la nature des matériaux. Une valeur approchée peut-être donnée par la formule :

$$f_n = \frac{\pi h}{\sqrt{3}\lambda^2} \sqrt{\frac{E_m}{\rho_v}} \tag{5.16}$$

pour un stator de section rectangulaire de hauteur  $h$ , de module de Young unique  $E_m$ , de masse volumique  $\rho_v$ , de diamètre interne  $Di$  et externe  $De$  correspondant à une longueur d'onde  $\lambda$  telle que  $\lambda = \frac{\pi}{2} \frac{De + Di}{m}$  pour les  $m$  périodes de l'onde sur la périphérie moyenne.

Les lecteurs intéressés par de plus amples développements pourront approfondir le sujet dans l'ouvrage de Kenjo et Sashida.

Ceux-ci proposent finalement la méthode du circuit équivalent pour la déduction des caractéristiques de ce type de moteur.

En considérant un moteur biphasé équilibré en régime permanent, un schéma équivalent simplifié par phase peut être donné sous la forme indiquée figure 5.10a, où l'on reconnaît le schéma du matériau piézo-électrique, la charge est représentée par l'ensemble  $C_1, R_f, r_e, R_1$ .

$C_1$  représente la raideur de l'ensemble rotor-charge ;

$R_f$  représente l'ensemble des pertes de frottement et de contact. Elle dépend fortement de la pression de maintien du rotor et de la charge ;

$r_e$  représente les autres pertes mécaniques et  $R_l$  la puissance transmise au rotor.

La masse du rotor et de la charge, figurables par une inductance  $L_l$ , a été omise du fait que dans nos hypothèses la vitesse étant constante les forces d'inerties n'interviennent pas au niveau du rotor.

En fait  $C_l$  est souvent négligeable vis à vis de  $R_f$ . Par ailleurs il est préférable d'améliorer le facteur de puissance du moteur vis à vis de l'alimentation en plaçant en parallèle avec  $C_o$  une inductance  $L_o$  telle qu'il y ait compensation totale de  $C_o$  à la fréquence d'excitation. Le schéma équivalent se simplifie alors selon la figure 5.10b.

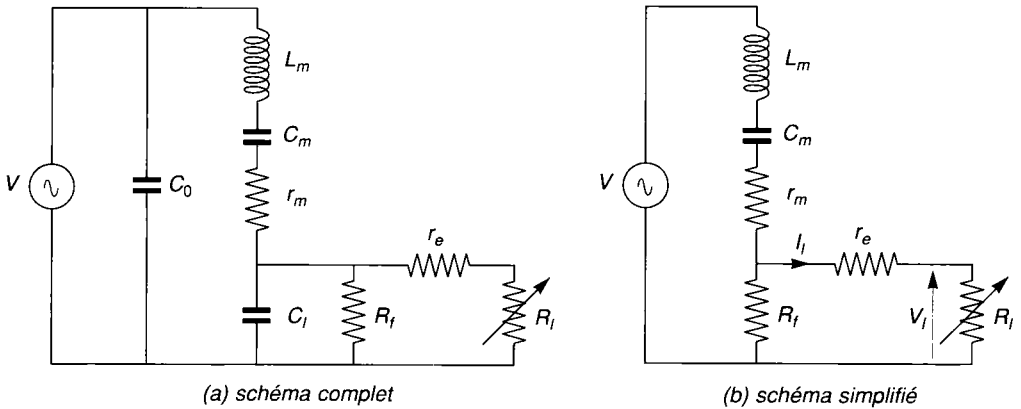


Figure 5.10. - Schémas équivalents par phase d'un moteur biphasé à onde de flexion. (Reproduit avec la permission d'Oxford University Press).

Le courant  $I_l$  et la tension  $V_l$  aux bornes de  $R_l$  sont proportionnels à la vitesse et au couple utile du rotor.

Il est possible de définir pour ce type de moteur une constante de couple analogue à celle de force pour l'oscillateur. En effet pour une phase on peut poser :

$$\frac{T_e}{2} = A_t \cdot V_l \tag{5.17}$$

par ailleurs la conservation de la puissance donne :

$$T_e \omega_m = 2V_l I_l \tag{5.18}$$

d'où  $I_l = A_t \cdot \omega_m$

le lien entre  $A$  et  $A_t$  apparaît immédiatement si le couple est exprimé en fonction du rayon moyen  $Rm$  du rotor et de  $A$ . Il vient directement :

$$T_e = 2R_m \cdot AV_l \text{ d'où } A_t = RmA \tag{5.19}^*$$

\* Cette équation est reproduite avec la permission d'Oxford University Press.

## 5.4 Caractéristiques principales des moteurs piézo-électriques

Les figures 5.11 et 5.12 donnent les allures des variations du couple  $T_e$  en fonction de la vitesse  $\omega_m$  pour différentes fréquences d'alimentation, ainsi que la puissance utile  $P_u$  d'une part et le courant absorbé et le rendement en fonction du couple d'autre part pour un moteur à onde de flexion.

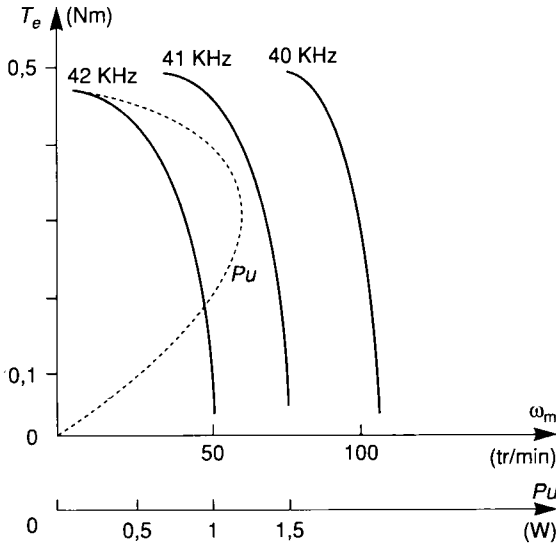


Figure 5.11. - Couple en fonction de la vitesse et de la puissance utile d'un moteur à onde de flexion.  
(Reproduit avec la permission d'Oxford University Press).

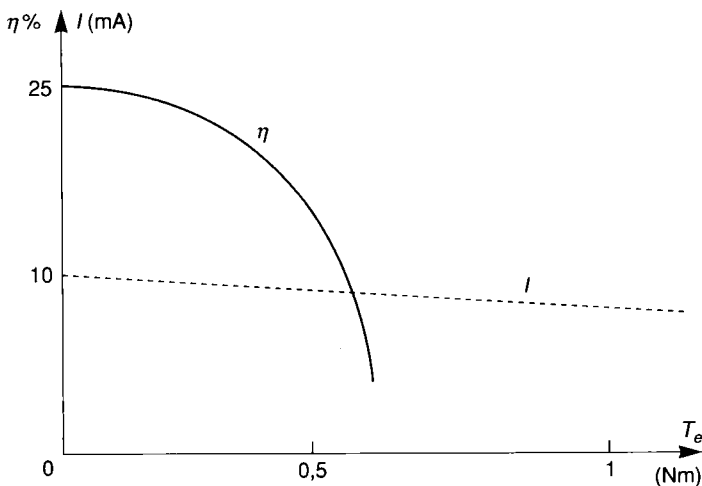


Figure 5.12. - Courant et rendement d'un moteur à onde de flexion.  
(Reproduit avec la permission d'Oxford University Press).

Le facteur de puissance avec compensation est pratiquement constant et de l'ordre de 0,8.

Il apparaît que ce type de machine est intéressant aux basses vitesses à couple élevé, contrairement aux machines à courant continu.

À titre d'exemple la table 5.1 suivante donne quelques valeurs typiques d'un tel moteur.

**Table 5.1**

Diamètre extérieur .....	60 mm
Longueur totale.....	60 mm
Puissance absorbée .....	5 W
Tension d'alimentation .....	100 V
Fréquence de résonance.....	40 kHz
Force de maintien rotor-stator .....	150 N
Couple à l'arrêt.....	0,5 Nm
Nombre d'ondes entières sur la périphérie .....	$m = 9$
Nombre de dents stator.....	72
Puissance utile maximale $Pu_{\max}$ .....	1,6 W
Vitesse optimale à $Pu_{\max}$ .....	85 tr/min
Couple optimal .....	0,3 Nm
Rendement à $Pu_{\max}$ .....	16 %

**Valeur des éléments du schéma équivalent :**

$$L_m = 160 \text{ mH}, C_m = 100 \text{ pF}, r_o = 1\,000 \, \Omega, C_o = 8 \text{ nF}$$

$$R_f = 1\,000 \, \Omega, R_l = 90 \, \Omega$$

Outre leur taille miniature, l'intérêt de ces actionneurs tient aussi au fait qu'ils présentent un couple massique élevé, ne génèrent pas de bruit, étant donné les fréquences de travail ultrasoniques inaudibles utilisées et ils évitent souvent un réducteur de vitesse. Enfin leur structure creuse permet une motorisation sans arbre ce qui peut être utilisé dans les systèmes optiques. La pression de maintien nécessaire au fonctionnement offre un couple de maintien non nul et les constantes de temps électriques et mécaniques sont de l'ordre de la ms.

Le moteur à oscillateur permet d'atteindre des vitesses plus élevées, jusqu'à 3000 tr/min et des rendements de l'ordre de 80 % avec une courbe couple vitesse analogue à celle du moteur à onde de flexion.

## 5.5 Limites technologiques actuelles

L'inconvénient majeur du moteur à oscillateur vient bien évidemment de l'usure rapide des éléments en contact due au frottement lorsqu'au début et en fin de contact l'adaptateur glisse sur le rotor. Ce phénomène limite donc la durée de vie de ces actionneurs. La surface du rotor doit posséder un coefficient de friction élevé pour fournir un contact le meilleur possible et résister à l'abrasion.

De même le matériau piézo-électrique soumis à des contraintes mécaniques alternées est sujet au phénomène de fatigue qui peut provoquer sa rupture.

Cet élément résiste mieux à la compression qu'à la traction, il est donc précontraint par les électrodes pour travailler de façon symétrique, mais quoi qu'il en soit ce phénomène de fatigue impose une vitesse limite.

Le moteur à onde de flexion est lui aussi sujet à friction et usure malgré des amplitudes d'ondes très petites ce qui limite le rendement maximal à 50 % actuellement.

Par ailleurs il existe une tension limite de claquage diélectrique du matériau actif à laquelle correspond une force ou un couple maximal utile supportable.

Les deux phénomènes précédents limitent donc la puissance maximale utile dans le plan force-vitesse ou couple vitesse comme pour les machines classiques.

Enfin, l'effet thermique intervient aussi, comme pour les matériaux magnétiques les matériaux piézo-électriques perdent leurs propriétés au delà du point de Curie voisin de 300°C. Cette limite n'est pas gênante le plus souvent mais le module de Young, étant lui aussi sensible à la température, modifie la fréquence de résonance et affecte le rendement de l'actionneur.

Ces machines trouvent leur application dans les environnements sensibles aux champs magnétiques parasites (résonance magnétique nucléaire, imagerie médicale etc.) puisqu'elles ne génèrent aucun flux parasite, dans les systèmes de mise au point optique et les déplacements élémentaires linéaires ou rotatifs sans bruit puisque les ultrasons des fréquences d'alimentation sont inaudibles.

## 5.6 Principe des machines électrostatiques

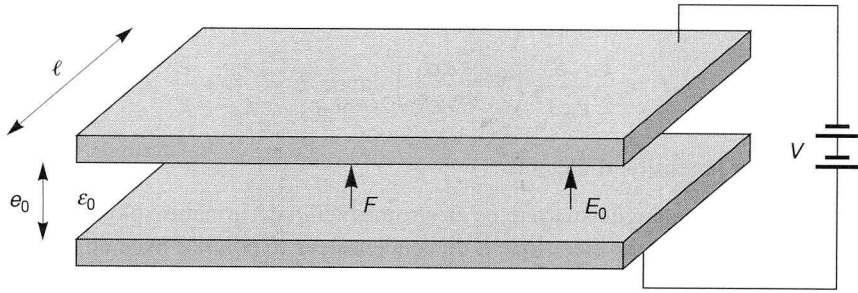
Nous avons vu au chapitre I que les systèmes électromagnétiques créaient des forces par interaction de deux sources de champ magnétique. Ces sources pouvant être des courants, des aimants permanents ou des matériaux ferromagnétiques à aimantation induite. De la même façon, et par dualité, les systèmes électrostatiques créent des forces par interaction de deux sources de champ électrique. Ces sources peuvent être des conducteurs chargés, portés à des potentiels électriques, des matériaux diélectriques possédant une polarisation rémanente et appelés électret ou des matériaux diélectriques à polarisation induite.

Pour obtenir un actionneur il est nécessaire de se garder une grandeur de commande fournie par le potentiel appliqué aux conducteurs, ce qui réduit les interactions intéressantes à trois, à savoir :

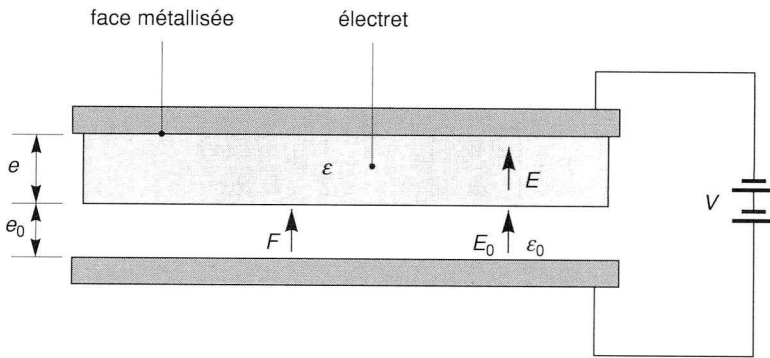
- potentiel / potentiel,                      comme dans un simple condensateur à diélectrique unique figure 5.13 (a).
- potentiel / électret,                        comme dans un condensateur à deux diélectriques en série et dont l'un est un électret, figure 5.13 (b).
- potentiel / matériau diélectrique,      comme dans un condensateur avec deux diélectriques en parallèle et dont l'un est à polarisation induite figure 5.13(c).

La pression électrostatique exercée dans le premier cas sur les armatures du condensateur supposé idéal s'exprime par :

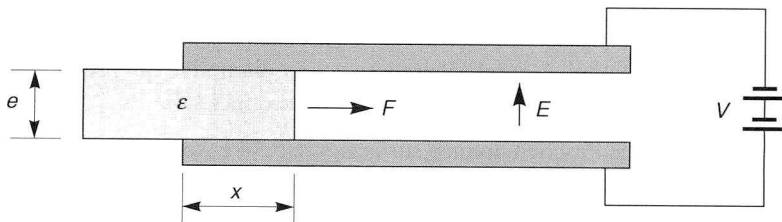
$$p_e = \frac{1}{2} \epsilon_o E_o^2 \text{ d'où une force } F = \frac{1}{2} \epsilon_o E_o^2 S = \frac{1}{2} \epsilon_o \frac{V^2 S}{e_o^2} \quad (5.20)$$



(a) condensateur simple.



(b) condensateur à deux diélectriques en série dont l'un est à polarisation rémanente.



(c) condensateur à deux diélectriques en parallèle dont l'un est à polarisation induite.

**Figure 5.13. - Actionneurs électrostatiques simples illustrant les trois interactions électrostatiques.**

Dans le second cas si  $\sigma_1$  est la densité de la charge électrique répartie sur la face interne de l'électret, on peut écrire que la pression électrostatique vaut  $p_e = \frac{1}{2} \epsilon_o E_o^2$  où  $E_o$  est encore

le champ dans l'air. D'après le théorème de Gauss appliqué sur la face non métallisée de l'électret, soumis au champ  $E$ , il vient :

$$-\varepsilon_o E_o + \varepsilon E = \sigma_1$$

Les conditions aux limites donnent :

$$V + e_o E_o + e E = 0$$

d'où l'on tire la valeur de  $E_o$  et de la force qui prend la forme :

$$F = \frac{1}{2} \frac{S}{\varepsilon_o L^2} \left( V + \frac{e \sigma_1}{\varepsilon} \right)^2 \quad \text{avec } L = \frac{e_o}{\varepsilon_o} + \frac{e}{\varepsilon} \quad (5.21)$$

Le terme  $\frac{e \sigma_1}{\varepsilon}$  est la tension d'électret.

Dans le troisième cas, analogue au système électromagnétique à armature plongeante, le diélectrique solide soumis au champ électrique  $E$  du condensateur se polarise avec un champ de polarisation  $P$ , proportionnel à  $E$  pour être l'objet d'une induction électrique  $D = \varepsilon_o E + P$  qui induit une force qui tend à accroître la coénergie du système en tendant à attirer le diélectrique mobile dans le condensateur. La force correspondante s'obtient par dérivation de la coénergie électrostatique stockée entre les électrodes de capacité  $C(x)$  et d'expression :

$$W_e' = \frac{1}{2} V^2 C(x)$$

d'où la force

$$F = \left( \frac{\partial W_e'}{\partial x} \right)_{V=cte} = \frac{1}{2} V^2 \frac{\partial C(x)}{\partial x} \quad (5.22)$$

avec  $C(x) = \frac{\varepsilon_o}{e} (S - S_x) + \frac{\varepsilon S_x}{e}$

$S_x$  étant la surface du diélectrique dans le condensateur, la force devient :

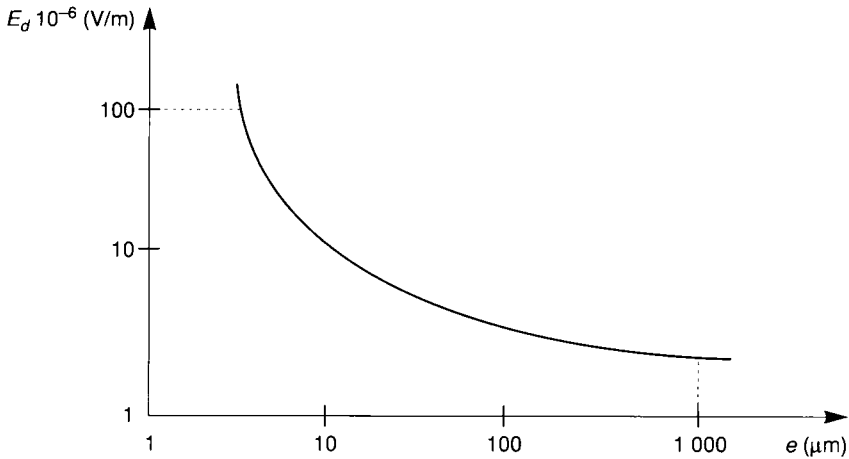
$$F = \frac{1}{2} (\varepsilon - \varepsilon_o) V^2 \frac{\ell}{e} \quad \text{avec } \ell \text{ profondeur du condensateur.} \quad (5.23)$$

Dans tous les cas de figure la force est attractive puisque la tension  $V$  intervient au carré.

Cette tension d'alimentation doit être inférieure à sa valeur disruptive qui provoque le claquage par arc électrique de l'air sous le champ  $E_o$  qui est proportionnel à  $V$ .

Fort heureusement, la loi de Paschen donnée sur la figure 5.14 et représentant les variations du champ disruptif crête  $E_d$  dans l'air entre deux électrodes planes à la pression atmosphérique en fonction de la distance des électrodes, indique que pour des valeurs de cette dernière inférieure à  $4 \mu\text{m}$ ,  $E_d$  peut atteindre des valeurs supérieures à  $200.10^6 \text{ V/m}$  ce qui donne des énergies volumiques comparables à celle des systèmes électromagnétiques.

Par ailleurs l'évolution dimensionnelle comparée des forces dans les actionneurs magnétiques, à échauffement constant, et électriques [E. SARRAUTE 93] montre que, lors d'une miniaturisation, les forces de type électrique diminuent moins vite que les forces de type magnétique. Les actionneurs électriques présentent donc un intérêt dans le domaine micrométrique et peuvent donc donner lieu à réalisation de micro-actionneurs.



**Figure 5.14.** - Loi de Paschen de l'air à la pression atmosphérique.  
*Champ disruptif crête en fonction de la distance des électrodes.*

## 5.7 Modèle et paramètres

Théoriquement comme les actionneurs électromagnétiques, les actionneurs électrostatiques peuvent utiliser le principe de conversion d'énergie électromécanique sous les formes synchrone, à réluctance ou non, et asynchrone.

En effet il est possible de créer un champ tournant électrique  $E$  en réalisant un système d'électrodes polyphasées dans l'espace, alimentées par des tensions polyphasées dans le temps. Par ailleurs le rotor peut être un dipôle électrique de moment  $P$  tournant à la vitesse de synchronisme de  $E$  créant un couple constant

$$T_e = EP \sin \Psi \quad \text{si } \Psi \text{ est l'écart angulaire des deux champs.}$$

Ce dipôle rotorique peut correspondre à une paire d'électrodes de polarités opposées par rapport à une référence commune ou à un électret ou à un diélectrique à polarisation induite et de réluctance diélectrique variable. On retrouve les machines à excitation bobinée ou à aimant permanent ou à réluctance magnétique variable.

Pour réaliser une machine asynchrone électrostatique, il faut un rotor polyphasé à même nombre de pôles que le stator. Par dualité avec les machines électromagnétiques, les bobines en court-circuit du rotor deviennent des condensateurs en parallèle avec des résistances avec une polarisation induite qui donne naissance à un champ polyphasé rotorique glissant par rapport au champ statorique.

Cependant, dans la pratique, les difficultés de réalisation de ces micro-machines sont telles que seules les machines à réluctance diélectrique variable ou dites encore à capacité variable ont vu



le jour. La figure 5.15 donne la coupe d'une telle machine à capacité variable et que l'on pourrait baptiser MCV, sa structure est tout à fait semblable à celle d'une MRV électromagnétique et son fonctionnement est celui d'un moteur pas à pas électrostatique avec alimentation séquentielle des phases statoriques. Cependant pour éviter que le rotor ne se porte à un potentiel fixé par les couplages capacitifs avec les électrodes voisines, ce qui provoque des dysfonctionnements erratiques, des forces axiales de frottement et radiales déséquilibrées, on alimente les électrodes « aller et retour » d'une même phase par des tensions égales mais de signe opposé par rapport au potentiel de référence, ce qui maintient indirectement le rotor au potentiel nul.

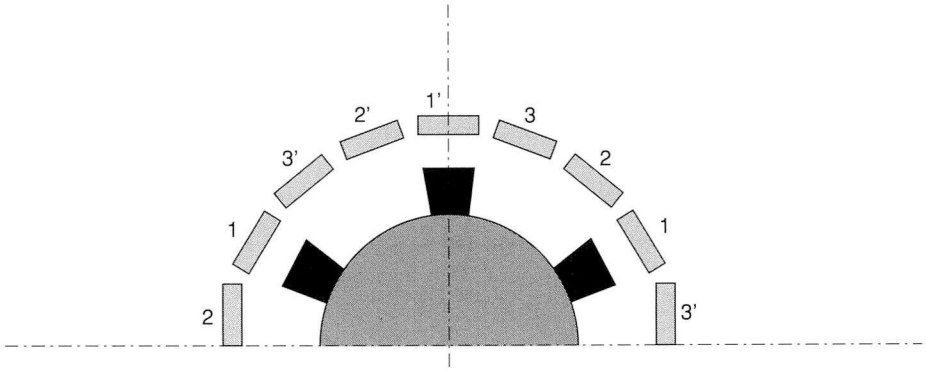


Figure 5.15. - Demi-coupe d'un actionneur électrostatique à réluctance diélectrique variable.

Chaque électrode statorique est reliée à une source de tension extérieure permettant d'imposer un potentiel par rapport à une référence nulle, par exemple la terre ou la masse du moteur.

Le couple développé par une phase attirant les dents rotoriques en regard se déduit de l'énergie électrostatique associée au condensateur à capacité variable correspondant :

$$W_e = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} C(\theta_r) V^2 \quad (5.24)$$

et

$$T_e = \frac{\partial W_e}{\partial \theta_r} = \frac{1}{2} V^2 \frac{\partial C}{\partial \theta_r} \quad (5.25)$$

avec  $C(\theta_r)$  en première approximation de la forme :

$$C = C_o + C \sin(2P_r \theta_r) \quad \text{si } 2P_r \text{ est le nombre de dents rotoriques.}$$

D'où

$$T_e = P_r C V^2 \cos(2P_r \theta_r) \quad (5.26)$$

On retrouve une formulation analogue à celle des machines pas à pas électromagnétiques avec des problèmes analogues statiques et dynamiques.

En fait comme pour ces machines la forme réelle du couple n'est pas sinusoïdale mais là encore on raisonne sur le fondamental du couple de chaque phase.

Pour une machine fonctionnant en mode classique c'est-à-dire en alimentation continue, synchrone ou asynchrone, il est possible de donner un système d'équations analogue à celui des

machines électromagnétiques classiques. En effet, le comportement électromécanique peut être défini par une équation matricielle différentielle avec coefficients de capacité et d'influence reliant les charges aux tensions analogues aux coefficients d'inductance et de mutuelle magnétiques.

Le comportement des systèmes électrostatiques est défini par des relations linéaires entre potentiels et charges sur les conducteurs en présence, les coefficients de liaison étant uniquement fonction de la géométrie du système. La relation matricielle peut s'écrire :

$$Q(t) = C(\theta_r(t)) U(t) \quad (5.27)$$

où  $C(\theta_r(t))$  est la matrice des coefficients d'influence  $C_{ij}$  du conducteur  $j$  sur le conducteur  $i$ , en présence des autres conducteurs, et qui dépend de la position  $\theta_r$  du rotor par rapport au stator. Chaque électrode est fixée au potentiel  $U_i$  par l'intermédiaire d'une source de tension extérieure  $V_i$  en série avec une résistance  $R_i$ .

La loi d'Ohm matricielle donne donc :

$$V(t) = U(t) + R \cdot I(t) \quad (5.28)$$

avec la relation

$$I(t) = \frac{d}{dt} Q(t) \quad (5.29)$$

On obtient par combinaison l'équation sous forme canonique en  $Q$  :

$$\frac{dQ}{dt} = R^{-1} V - R^{-1} C^{-1} Q \quad (5.30)$$

Le couple électrostatique est obtenu par dérivation par rapport à  $\theta_r$  de l'énergie électrostatique soit :

$$T_e = \frac{1}{2} U^t \frac{\partial C}{\partial \theta_r} U \quad (5.31)$$

et l'équation mécanique s'en déduit :

$$J \frac{d\Omega}{dt} + k_d \Omega + C_f + T_l = T_e \quad (5.32)$$

L'ordre de la matrice  $C$  dépend du nombre total d'électrodes et de l'alimentation de la machine. Pour une alimentation triphasée elle est d'ordre 4, en ne considérant qu'un seul groupe de conducteurs au rotor.

Les valeurs des paramètres dépendent bien évidemment de la géométrie et de la technologie de construction utilisée. À titre indicatif voici l'ordre de grandeur des principaux paramètres pour une géométrie rotor de rayon extérieur 50  $\mu\text{m}$  et un entrefer de 1,5  $\mu\text{m}$  pour une machine 12/8 électrodes :

$$\text{Inertie } J = 10^{-20} \text{ m}^2 \text{ kg}$$

$$\text{Capacité stator maximale} = C_{ii} = 10^{-15} \text{ F}$$

$$\text{Coefficient d'influence maximum } C_{ij} = -10^{-16} \text{ F}$$

Pour le couple de frottement sec  $C_f E$ , Sarraute propose une formule fonction du potentiel d'alimentation :

$$C_{f1} + C_{f2} U^2 .$$

$$C_{f1} = 10^{-13} \text{ Nm} \text{ et } C_{f2} = 10^{-16} \text{ Nm} / \text{V}^2$$

Coefficient de frottement visqueux  $k_d = 10^{-16} \text{ Nm} / \text{rd} / \text{s} .$

## 5.8 Technologie des moteurs électrostatiques

La conception de ces machines relève de l'utilisation des processus de micro-fabrication utilisés pour la fabrication des circuits intégrés dans des dimensions millimétriques et submillimétriques.

Les techniques les plus utilisées sont le micro-usinage de surface de silicium et le procédé LIGA. La première auto-assemble des pièces taillées dans du silicium polycristallin alors que le « Lithograph Galvanoformung Abformung » permet de réaliser des pièces métalliques par dépôt électrolytique de nickel, par exemple dans des moules créés par lithographie utilisant un rayonnement synchrotron d'attaque.

L'usinage de silicium dopé au phosphore est encore largement surfacique c'est-à-dire que diverses couches, déposées sur un substrat sont attaquées sélectivement par voie chimique pour créer le rotor, le stator et l'axe de rotation. Une couche de nitrure de silicium réduit les frottements du rotor sur le substrat.

La figure 5.16 montre une telle disposition

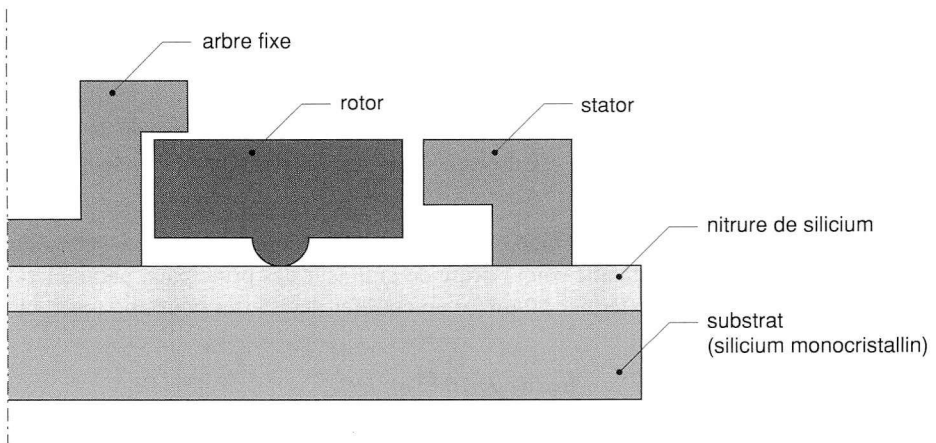


Figure 5.16. - micro-actionneur électrostatique en silicium polycristallin usiné en surface.

Cette technique présente le défaut d'imposer des épaisseurs très faibles (de l'ordre du  $\mu\text{m}$ ) du rotor et stator et donc des couples également très petits. Une amélioration de la technique utilisant des couches métalliques d'or permet d'atteindre des épaisseurs de 100  $\mu\text{m}$ .

Le procédé LIGA permet de faire des épaisseurs plus intéressantes encore de l'ordre de 400  $\mu\text{m}$ .

## 5.9 Caractéristiques et limitations

La principale limite de ces micro-machines vient des frottements du rotor sur le substrat ce qui limite considérablement les vitesses réelles atteintes aujourd'hui par rapport aux vitesses théoriques possibles. La réduction atteint actuellement des valeurs de l'ordre de 4 à 500 fois. Ces frottements sont d'origine solide d'une part mais aussi aérodynamiques du fait des vitesses relativement élevées atteintes avec des « entrefer » très petits. Les frottements solides existent d'une part au niveau de l'axe de rotation sous l'effet de forces radiales non équilibrées qui décentrent le rotor par rapport à son axe théorique de rotation et d'autre part sous le poids du rotor lui-même posé sur le substrat et par les forces d'attraction axiales rotor-substrat dus aux capacités parasites de cet ensemble. Des procédés de lévitation sont recherchés pour diminuer cette composante par utilisation d'un double stator par exemple. Ces frottements entraînent de l'usure et une détérioration rapide du système.

Par ailleurs il n'existe pas de liaison mécanique adaptée à la charge et des recherches par liaison flexible à celle-ci sont en cours, si bien qu'il n'existe pas encore de caractéristique réelle couple-vitesse disponible pour ces machines. Elles devraient présenter des allures semblables à celles des machines correspondantes électromagnétiques avec une chute du couple plus rapide en fonction de la fréquence.

Mais les vitesses théoriques limites de fonctionnement laissent espérer l'accès à des vitesses de l'ordre de 200 000 à 400 000 tr/min pour des fréquences d'alimentation de quelques dizaines de kHz, quand ces problèmes seront résolus !

Les applications horlogères et biomédicales semblent les plus prometteuses pour ces machines de couple extrêmement faible.



## Régimes et modèles thermiques des actionneurs

6.1 • Limites de fonctionnement d'un actionneur. Échauffement et classes d'isolation	122
6.2 • Modèle thermique	124
6.3 • Amélioration des caractéristiques thermiques	137
6.4 • Influence des harmoniques	138
6.5 • Domaines de fonctionnement d'un actionneur	139

## 6.1 Limites de fonctionnement d'un actionneur. Échauffement et classes d'isolation

Les machines électriques classiques sont dimensionnées pour fonctionner selon un régime normalisé indiqué dans leur cahier des charges et mentionné sur leur plaque signalétique. Par régime ou service, on entend allure de fonctionnement en fonction du temps. Plus précisément la norme donne la courbe de charge, c'est-à-dire de puissance utile et donc de pertes en fonction du temps. Les régimes sont désignés par la lettre  $S$  indicée d'un numéro renvoyant à une définition précise du service. Par exemple le service le plus courant  $S_1$  correspond au régime nominal de fonctionnement permanent à vitesse nominale et couple nominal. Le service  $S_2$  dit "temporaire" correspond à un régime avec application d'une charge constante pendant un certain temps suivie d'un repos à l'arrêt jusqu'à retour à la température ambiante de la machine. Il existe une dizaine de régimes cycliques combinant des surcharges, des démarrages, des inversions de sens de rotation, en plus de la charge nominale et de temps ou non de repos. Quel que soit le régime de définition adopté, il correspond à un dimensionnement adapté qui maintient la machine dans des limites de fonctionnement sûres, prévues.

Les régimes de fonctionnement des actionneurs électriques ne sont pas standardisés. Par essence même ils sont essentiellement variables et même s'ils sont le plus souvent cycliques avec temps de travail et temps de repos, ces notions peuvent être variables elles-mêmes. En effet un actionneur au repos peut avoir à maintenir une vitesse non nulle à couple nul, mais peut aussi être à vitesse nulle mais avoir à garder un couple nominal de maintien.

De même sa période de travail peut inclure des accélérations ou décélérations rapides, des charges variables, des vitesses ou des couples maximaux sur de brefs intervalles de temps. De plus lorsque l'application qui lui est confiée est modifiée (flexibilité d'un robot) son cycle de travail peut devenir totalement différent du précédent.

Dans ces conditions de travail, quel que soit son régime de fonctionnement, il est nécessaire de s'assurer que certaines limitations intrinsèques à la machine ne seront jamais dépassées sous peine de réduction de vie, ou de détérioration de caractéristiques, voire de destruction rapide de celle-ci.

Les principales limitations intrinsèques des actionneurs sont celles des machines classiques à savoir :

### Des limites mécaniques :

- de vitesse maximale évitant tout éclatement du rotor ou partie de celui-ci, surtout s'il est hétérogène et de vitesse critique amplifiant les vibrations jamais complètement nulles de l'ensemble en rotation maintenu par une pivoterie (roulement ou palier) de raideur non infinie.
- de couple maximum pouvant induire une rupture d'arbre ou de clavette ou un décollement de rotor plat collé sur son arbre.

### Des limites électriques :

- de tension de claquage des diélectriques des isolants
- de tension de réactance au collecteur des machines à courant continu pouvant amener un court-circuit de celui-ci.

- de surintensités transitoires pouvant endommager, par échauffement brutal adiabatique, les conducteurs électriques jusqu'à leur fusion éventuelle.
- d'échauffement anormal par injection permanente d'harmoniques de courant ne transportant pas d'énergie active mais occasionnant un supplément de pertes Joule.

### Une limite magnétique :

- de désaimantation possible des aimants permanents par réaction d'induit trop forte, même transitoire.

**Une limite thermique** qui est la plus contraignante. En effet quel que soit le régime de fonctionnement d'une machine, le rendement de celle-ci est inférieur à l'unité ; elle est le siège de pertes mécaniques, électriques et magnétiques. On pourra se reporter aux ouvrages spécialisés pour leur détermination et en particulier à l'article des Techniques de l'Ingénieur *D 3450 Volume D3 II* de G. Grellet. Ces pertes provoquent un échauffement des matériaux et en particulier des plus fragiles d'entre eux : les isolants.

Il existe une température limite supportable quasi indéfiniment par chaque type d'isolant. On sépare ceux-ci en classes normalisées et repérées par une lettre de l'alphabet selon la table 6.1 pour les plus utilisées.

À ces températures limites  $\theta_\ell$  on fait correspondre un échauffement moyen noté  $\theta_{moy}$  défini comme l'augmentation moyenne de la température au-dessus de l'ambiante, normalisée à 40 °C. Cet échauffement pour une machine est celui de ses enroulements calculé à partir de la mesure de la résistance de ceux-ci. On peut constater que  $\theta_{moy} + 40 < \theta_\ell$  ; l'écart croissant avec  $\theta_\ell$  tient compte d'éventuels points chauds des enroulements que la méthode de détermination ne peut déceler.

Classes	A	B	F	H	C
$\theta_\ell$ °C	105	130	155	<180	≤180
$\theta_{moy}$ °C	60	80	105	<120	≤120

*Table 6.1 - Classes d'isolation, températures et échauffements limites.*

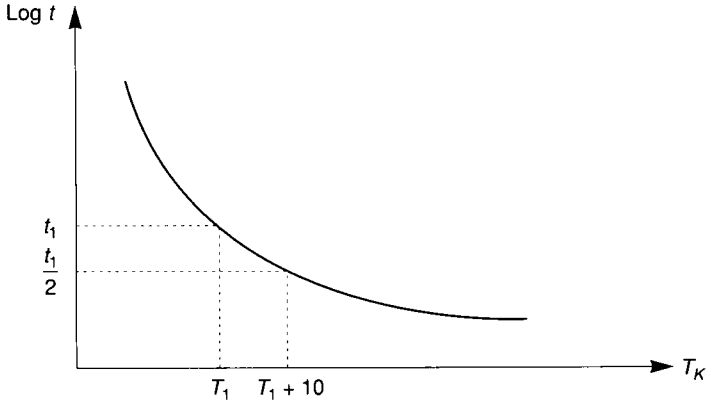
La recherche constante de l'amélioration des caractéristiques des isolants permet actuellement d'aller au delà de ces limites classiques grâce aux progrès de la chimie organique et des techniques d'électro-déposition de particules de mica. Mais la production limitée de ces produits les rend encore très coûteux.

La tenue dans le temps et donc la durée de vie des isolants (qui se confond pratiquement avec celle de la machine sauf incident spécial ou mauvais entretien) est fortement conditionnée par la tension électrique bien sûr, mais aussi par les contraintes vibratoires mécaniques qui dégradent sa texture et par sa température de fonctionnement. Un échauffement élevé vieillit rapidement les isolants qui claquent plus facilement. Le vieillissement correspond à une réaction chimique d'oxydation qui dégrade l'isolant à une vitesse liée à sa température selon la loi d'Arrhenius. La durée de vie  $t$  de l'isolant caractérisée par un seuil de dégradation normalisé est donnée en fonction de la température absolue  $T$  à laquelle ce seuil apparaît, par :



$$\text{Log } t = \frac{a}{T} + b \quad (6.1)$$

correspondant à la figure 6.1.  $a$  et  $b$  sont des constantes fonction du matériau.



*Figure 6.1. - Loi d'Arrhenius. Durée de vie des isolants en fonction de leur température absolue.*

Pour les matériaux usuels dans la gamme des températures normalisées, à un suréchauffement de 10 °C correspond une réduction de 50 % de la durée de vie. La durée de vie d'un actionneur se note en dizaine de milliers d'heures de fonctionnement, comme pour les roulements, et une durée normale se situe au voisinage de 10 000 heures pour les machines à collecteur et 20 000 à 30 000 heures pour les machines sans collecteur. Il est donc vital de savoir prédire l'échauffement d'un actionneur pour vérifier que sa valeur maximale reste en deçà de la limite autorisée ou pour adapter son régime de fonctionnement pour que cette condition soit respectée.

## 6.2 Modèle thermique

Avant d'aborder la modélisation thermique complexe d'un actionneur dans son régime de fonctionnement réel, il est bon de rappeler la modélisation de quelques cas particuliers de corps thermiquement simples dans les régimes principaux normalisés, auxquels la modélisation complexe se rapportera par équivalence thermique.

### 6.2.1 Cas du régime permanent (service $S_1$ )

Dans ce cas de fonctionnement, la charge imposée indéfiniment est constante et nominale. Les pertes sont également constantes en fonction du temps, du moins nous l'admettrons pour l'instant.

### 6.2.1.1 Modèle thermique du corps unique

S'il est possible de considérer l'actionneur comme thermiquement homogène et isotrope, en admettant, en première approximation, que la partie active (fer et cuivre par exemple) constitue un seul corps homogène et isotrope de propriétés thermiques moyennes et que les sources de chaleur se résument à la puissance perdue  $P_a$  diffuse dans la masse du corps, alors l'échauffement  $\theta$  uniforme de ce corps, par rapport à la température ambiante, s'obtient en écrivant que l'énergie perdue pendant le temps  $dt$  sert d'une part à échauffer le corps (quantité de chaleur  $Q_1$ ) et d'autre part à échanger la quantité de chaleur  $Q_2$  avec le milieu ambiant, considéré comme source infinie et donc à température constante.

La température du corps s'obtient en ajoutant l'échauffement à la température ambiante.

On peut écrire :

$$P_a \cdot dt = Q_1 + Q_2 \quad (6.1)$$

Si  $M$  est la masse du corps et  $c$  sa chaleur massique, alors  $Q_1$  s'écrit :

$$Q_1 = M \cdot c \cdot d\theta \quad (6.2)$$

On pose généralement :  $M \cdot c = C_p$ , capacité thermique du corps exprimée en  $J K^{-1}$  ou  $W s K^{-1}$ .

La quantité de chaleur  $Q_2$  est plus complexe à exprimer car les échanges de chaleur avec l'extérieur s'opèrent selon trois processus très différents :

- la conduction, c'est-à-dire par diffusion dans les solides sans déplacement de matière.
- la convection, c'est-à-dire par diffusion au sein d'un fluide avec déplacement de matière.
- le rayonnement, par émission de radiations au sein d'un gaz.

Les lois de ces trois modes d'échange thermique sont différentes. Mais dans la plage de températures considérées, c'est-à-dire pour des échauffements inférieurs à  $250^\circ C$ , ces trois lois, en première approximation, peuvent s'identifier les unes aux autres et prennent la forme :

$$Q_i = S \cdot \alpha_i \cdot \theta \cdot dt$$

où  $S$  est la surface d'échange normale au flux de chaleur et d'échauffement  $\theta$ . Le coefficient  $\alpha_i$  est caractéristique du mode de transmission. La quantité de chaleur  $Q_2$  peut alors s'obtenir en sommant les trois coefficients de transmission pour s'écrire :

$$Q_2 = S \cdot \alpha_t \cdot \theta \cdot dt \quad (6.3)$$

$\alpha_t$  est appelé coefficient total de transmission. On pose généralement :

$$\begin{aligned} S \alpha_t &= G_t && \text{conductance thermique} \\ &= \frac{1}{R_t} && R_t \text{ résistance thermique en } KW^{-1} \end{aligned}$$

De même  $\alpha_t$  peut s'exprimer en fonction de  $\lambda$  la conductivité thermique du corps et de  $\ell$  longueur géométrique de transfert dans le sens du flux thermique, sous la forme :  $\alpha_t = \frac{\lambda}{\ell}$  si bien

que la résistance thermique s'exprime en fonction de la géométrie du corps et de ses caractéristiques thermiques par :

$$R_t = \frac{1}{S \alpha_t} = \frac{1}{\lambda} \frac{\ell}{S} = \rho_t \frac{\ell}{S}$$

si on définit une résistivité thermique  $\rho_t$  analogue à une résistivité électrique.

L'équation (6.1) s'écrit alors :

$$P_a dt = Mc d\theta + S \alpha_t \theta dt \tag{6.4}$$

ou

$$P_a = C_t \frac{d\theta}{dt} + \frac{\theta}{R_t} \tag{6.5}$$

Elle correspond à la loi des nœuds en A du schéma électrique équivalent de la figure 6.2 avec l'analogie électro-thermique évidente :

échauffement  $\theta \Leftrightarrow$  tension  $V$   
 puissance (pertes)  $P \Leftrightarrow$  courant  $I$   
 conductivité  $\lambda \Leftrightarrow$  conductivité  $\sigma$

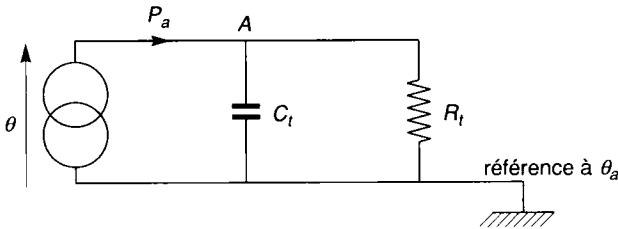


Figure 6.2. - Schéma équivalent thermique du corps unique.

La solution de l'équation (6.5) est classique en admettant que ses coefficients soient constants :

$$\theta(t) = R_t P_a \left( 1 - e^{-\frac{t}{R_t C_t}} \right) \tag{6.6}$$

Elle est représentée sur la figure 6.3.

On pose généralement

$$R_t P_a = \theta_m \tag{6.7}$$

$\theta_m$  échauffement maximal permanent qui ne devra jamais dépasser la valeur correspondant à  $\theta_\ell$  limite des isolants. Cette relation est l'analogue de la loi d'ohm dans notre analogie.

On pose aussi :

$$R_t C_t = \tau_t \quad \text{constante de temps thermique}$$

En fonction des caractéristiques thermiques et géométriques du corps, cette constante s'exprime par la relation :

$$\tau_t = \frac{c}{\lambda} \cdot \frac{M\ell}{S} \quad (6.8)$$

Il apparaît qu'à géométrie égale cette constante de temps est proportionnelle à  $\frac{c}{\lambda} \rho_m$  si  $\rho_m$  est la masse volumique du corps. La table 6.2 donne les valeurs caractéristiques des principaux matériaux rencontrés dans les machines électriques à une température de 40 °C et à la pression atmosphérique.

matériau	$\lambda$ (W·m <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup> )	$c$ (W·s·K <sup>-1</sup> ·kg <sup>-1</sup> )	$\rho_m$ (kg·m <sup>-3</sup> )
cuivre	360	385	8 900
tôle Fe Si	Transversal 1,1 longitudinal 27	460	7 650
air	0,027	1 006	1,1128
eau	0,634	4 170	992
Kapton	0,3	790	1 800

*table 6.2. - Caractéristiques thermiques de quelques matériaux.*

Un bon isolant comme l'air ou le kapton présente une constante de temps élevée au contraire d'un bon conducteur comme le cuivre.

## 6.2.1.2 Remarques

### 6.2.1.2.1 Échauffement adiabatique

Pour une faible durée à partir du début de l'échauffement c'est-à-dire pour un  $\Delta t \leq \tau_t$  on peut admettre que :

$$\theta = \theta_m \frac{t}{\tau_t} = \frac{P_a}{C_t} t \quad (6.9)$$

ce qui revient à confondre l'exponentielle de l'équation (6.6) avec sa pente à l'origine ou encore à ne retenir de l'équation (6.5) que le premier terme c'est-à-dire l'échauffement propre du corps sans échange avec l'extérieur. Cet échauffement est dit adiabatique. Ce mode particulier d'échauffement permet la détermination des pertes  $P_a$  au sein du corps par la mesure de  $\theta(t)$  si la capacité thermique du corps est connue.

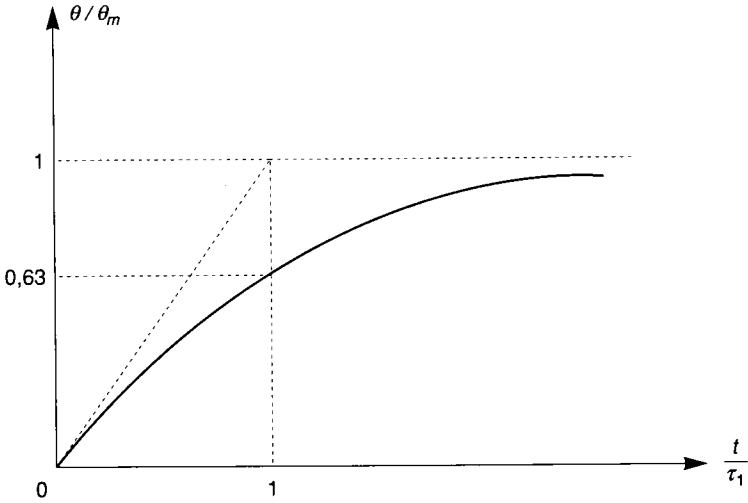


Figure 6.3. - Échauffement d'un corps unique pour un régime permanent.

### 6.2.1.2.2 Cas de pertes non constantes

Souvent dans les machines les pertes dépendent de l'échauffement lui-même. Les mieux connues sont les pertes Joule qui sont les plus importantes dans les actionneurs. Si le courant d'induit par exemple est maintenu constant, sachant que sa résistance à l'ambiante vaut  $R_a$ , pour un échauffement quelconque elle vaudra

$$R = R_a(1 + \alpha \theta) \quad \text{et les pertes} \quad P = P_a(1 + \alpha \theta).$$

L'équation (6.5) devient alors :

$$P_a(1 + \alpha \theta) = C_t \frac{d\theta}{dt} + \frac{\theta}{R_t} \tag{6.10}$$

soit :

$$P_a = C_t \frac{d\theta}{dt} + \left( \frac{1}{R_t} - P_a \alpha \right) \theta$$

si l'on pose :

$$R_t' = \frac{1}{\frac{1}{R_t} - \alpha P_a} = \frac{R_t}{1 - \alpha P_a R_t} = \frac{R_t}{1 - \alpha \theta_m}$$

(ce qui revient à augmenter la résistance thermique pour une même puissance perdue), alors la solution de (6.10) devient :

$$\theta(t) = R_t' P_a \left( 1 - e^{-\frac{t}{R_t' C_t}} \right) \tag{6.11}$$

et la valeur finale de l'échauffement sera :

$$\theta_m' = R_t' P_a = \frac{\theta_m}{1 - \alpha \theta_m} \quad \text{et la constante de temps} \quad \tau_t' = C_t R_t' = \frac{\tau_t}{1 - \alpha \theta_m}$$

ce qui montre que la constante de temps dépend de la température finale d'équilibre que l'on atteindrait si les pertes étaient constantes.

Le cas de pertes diminuant avec la température, comme les pertes fer par exemple, conduirait à des conclusions similaires mais inversées avec un coefficient  $\alpha'$  négatif mais ne poserait pas de difficulté de traitement.

### 6.2.1.2.3 Refroidissement d'un corps unique

La loi de refroidissement d'un corps est identique à celle de son échauffement mais en faisant  $P_a = 0$  évidemment. Cependant les coefficients d'échange et donc la résistance thermique ne restent les mêmes que si les conditions d'échange sont les mêmes que lors de l'échauffement (même ventilation à l'arrêt qu'en marche par exemple).

Si c'est le cas la solution de (6.5) avec  $P_a = 0$  donne :

$$\theta(t) = \theta_m e^{\frac{-t}{\tau_t}} \quad (6.12)$$

Si ce n'est pas le cas, il faut utiliser une autre constante de temps  $\tau_t''$  qui tienne compte des nouvelles conditions d'échange.

## 6.2.1.3 Échauffement d'un actionneur

Une machine réelle est un corps complexe avec solides et fluides, non homogène, non isotrope, avec des sources de chaleurs distribuées non uniformément. Les échanges de chaleur à l'intérieur sont principalement de type conductif dans les solides, rayonnants et convectifs dans les fluides internes et externes entourant ces solides. L'équation générale donnant la distribution de la température d'une partie homogène conductive de la machine par exemple est une équation aux dérivées partielles du second ordre avec terme de diffusion, conditions aux limites dépendant des modes de transfert et coefficients fonction de la température.

La solution complète pour l'ensemble des milieux constituant la machine ne peut donc être numérique. Ces méthodes découpent la machine en blocs élémentaires homogènes multiples et discrétisent dans l'espace et le temps l'équation de chaque bloc avec respect des conditions aux limites. La méthode d'intégration des éléments finis a donné lieu à l'émergence de logiciels puissants d'intégration tel MODTHERM qui peut traiter plusieurs milliers de blocs élémentaires et donner une distribution très fine des températures. La méthode des différences finies utilise les notions de résistance, capacité thermique et de source élémentaire de chaleur déjà vues et conduit à un réseau électrique équivalent bi ou tridimensionnel dont il suffit de trouver la température des nœuds par analyse nodale.

Cette approche peut se simplifier avec une discrétisation plus ou moins fine. Elle a donné lieu également à l'émergence de logiciels puissants tel ESACAP qui peut traiter 200 ou 700 nœuds

selon la version. L'utilisation de logiciels réclame cependant une bonne formation et demande un certain temps d'étude pour obtenir la solution d'un problème malgré une amélioration considérable des préprocesseurs qui facilitent l'entrée des nombreuses données géométriques et physiques nécessaires à la solution.

Pour un utilisateur qui ne possède pas de tels outils et qui n'est intéressé que par une solution approchée rapide et des valeurs limites moyennes des températures des parties principales, il est possible de ne considérer qu'un très petit nombre  $N$  de blocs de forme simple considérés comme homogènes et isotropes avec un seul mode de transfert global et une uniformité de la source de chaleur si elle existe, et de les modéliser séparément. Chaque bloc  $i$  répondra à une équation de la forme :

$$P_i = C_{ii} \frac{d\theta_i}{dt} + G_{ia} \theta_i + \sum_1^N G_{ik} (\theta_i - \theta_k) \quad (6.13)$$

qui prend en compte les conductances globales d'échange avec l'extérieur et chaque autre bloc  $k$ .

La solution générale en supposant les conductances constantes, est de la forme :

$$\theta_i(t) = \sum_1^N \theta_{im} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_{ii}}} \right) \quad (6.14)$$

que l'on peut obtenir par résolution du réseau électrique analogue correspondant.

Pour les actionneurs compte tenu de leur faible taille généralement, il est possible de pousser la simplification à l'extrême et de ne considérer que deux cas de figure.

– **Si la machine est de construction classique**, avec circuit magnétique d'induit, on peut admettre que les constantes de temps thermiques moyennes de l'induit et de l'inducteur sont du même ordre de grandeur et que l'on peut schématiser la machine par un seul corps. Les développements du paragraphe 6.2.1. s'appliquent alors sans restriction.

Le résultat approché sous-estime l'échauffement de l'induit et sur-estime celui de l'inducteur. Le résultat peut être amélioré en effectuant deux calculs en supposant pour l'un un échange avec l'extérieur purement radial et pour l'autre un échange purement axial et en faisant la moyenne des deux résultats. Ceci permet de prendre en compte les différences de conductivité dans les deux directions ainsi que l'effet des cavités d'extrémité.

– **Si la machine est à induit sans circuit magnétique** (conducteurs libres des induits à cloche ou rotors plats par exemple) alors les constantes de temps thermiques moyennes d'induit et d'inducteur sont très différentes et la discrétisation ne peut se réduire qu'à deux blocs, l'induit d'une part et l'inducteur et la carcasse d'autre part. Ces machines étant la plupart du temps à courant continu à excitation par aimant permanent seules les pertes Joule d'induit  $P_J$  sont conséquentes et les équations des deux blocs s'écrivent :

pour l'induit 
$$P_J = C_{ii} \frac{d\theta_i}{dt} + G_{ie} (\theta_i - \theta_e) \quad (6.15)$$

pour l'inducteur 
$$0 = C_{ie} \frac{d\theta_e}{dt} + G_{ea} \theta_e + G_{ei} (\theta_e - \theta_i) \quad (6.16)$$

Elles correspondent au schéma équivalent de la figure 6.4 avec les deux nœuds  $M$  et  $N$  et  $G_{ie} = G_{ei}$ .

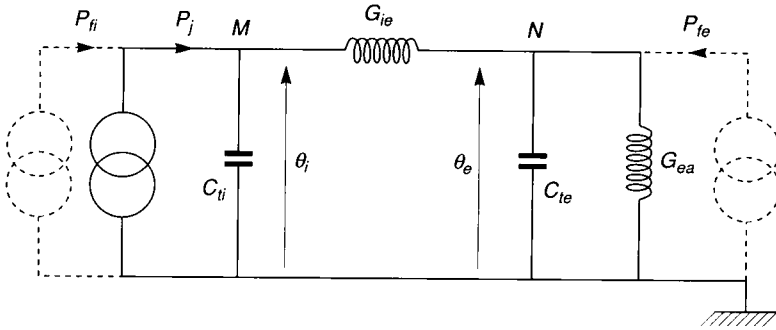


Figure 6.4. - Schéma équivalent donnant l'échauffement d'un actionneur fermé à deux corps avec pertes Joule d'induit uniquement.

Si la machine est ventilée avec passage d'air dans l'entrefer l'échange avec l'extérieur sera traduit par une conductance  $G_{ia}$  en parallèle avec  $C_{ti}$ . S'il existe des pertes fer, celles d'induit  $P_{fi}$  s'ajoutent à  $P_j$  et celles de l'inducteur  $P_{fe}$  créent une source en parallèle avec  $C_{te}$  et  $G_{ea}$ .

Le régime permanent donne  $\theta_{im} = P_j \cdot (R_{ie} + R_{ea})$  et en transitoire la solution correspond, en transformée de Laplace, à :

$$\theta_i(s) = P_j \frac{C_{te} s + G_{ie} + G_{ea}}{C_{ti} C_{te} s^2 + s [C_{ti} (G_{ie} + G_{ea}) + C_{te} G_{ie}] + G_{ie} G_{ea}}$$

soit :

$$\theta_i(s) = P_j (R_{ie} + R_{ea}) \frac{1 + s \tau_3}{(1 + s \tau_1)(1 + s \tau_2)}$$

Si l'on pose :

$$R = R_{ie} + R_{ea}$$

$$R_1 = R(\tau_3 - \tau_1)/(\tau_2 - \tau_1)$$

$$R_2 = R(\tau_2 - \tau_3)/(\tau_2 - \tau_1)$$

alors :

$$\theta_i(t) = \theta_{im} \left( 1 - \frac{R_1}{R} e^{-\frac{t}{\tau_1}} - \frac{R_2}{R} e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right) \quad (6.17)$$

Cette réduction à deux corps peut s'utiliser aussi pour les machines classiques et donne évidemment de meilleurs résultats que la réduction extrême à un seul corps.

Les résistances et capacités thermiques sont données généralement par le constructeur. En absence de données, il convient de les calculer à partir de la géométrie et des propriétés physiques des matériaux et du sens supposé des échanges thermiques. Les résistances s'ajoutent bien évidemment en série et les capacités en parallèle par rapport à ce sens de transfert.



## 6.2.2 Cas du régime temporaire (service $S_2$ )

Ce régime est caractérisé par l'application d'une charge constante sur un intervalle de temps  $t_1$  fini suivi d'un repos conduisant au retour à la température ambiante. La figure 6.5 indique la charge et donc les pertes constantes sur  $t_1$  et l'évolution de l'échauffement correspondant sous cette énergie  $Pt_1$ .

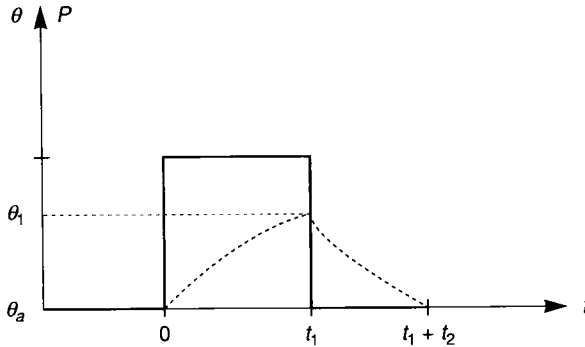


Figure 6.5. - Régime temporaire — pertes... échauffement.

Si le cycle se répète, on peut définir un facteur de marche ou rapport cyclique  $\frac{t_1}{t_1 + t_2} = \frac{t_1}{T}$  avec  $T$  période d'un cycle.

Il est évident que ce régime peut admettre une charge supérieure à la charge nominale puisque  $t_1$  est fini. Cependant la charge maximale admissible  $P_m$  et sa durée d'application  $t_{1m}$  sont limitées par la température maximale  $\theta_1 = \theta_m$  autorisée sous l'apport d'énergie  $P_m \cdot t_{1m}$ .

Dans le cas d'un corps unique ces valeurs seront liées par l'équation

$$\theta_m = P_m \cdot R_t \left( 1 - e^{-\frac{t_{1m}}{\tau_t}} \right)$$

que l'on peut écrire en remplaçant  $R_t$  par  $\theta_m/P_a$  de l'équation (6.7) :

$$\theta_m = \theta_m \frac{P_m}{P_a} \left( 1 - e^{-\frac{t_{1m}}{\tau_t}} \right)$$

d'où :

$$t_{1m} = 2,3\tau_t \text{ Log} \frac{P_m}{(P_m - P_a)}$$

durée de surcharge maximale admissible pour la charge  $P_m$ . On pourrait de même déduire la surcharge maximale admissible  $P'_m$  pour une valeur  $t_{1m}$  fixée à l'avance.

### 6.2.3 Cas du régime intermittent (service $S_3$ )

Ce régime cyclique est caractérisé par l'application d'une charge constante sur des durées  $t_1$  séparées de repos de durée  $t_2$  sans retour à la température ambiante. En régime thermique établi le refroidissement sur  $t_2$  est égal à l'échauffement sur  $t_1$  comme indiqué sur la figure 6.6.

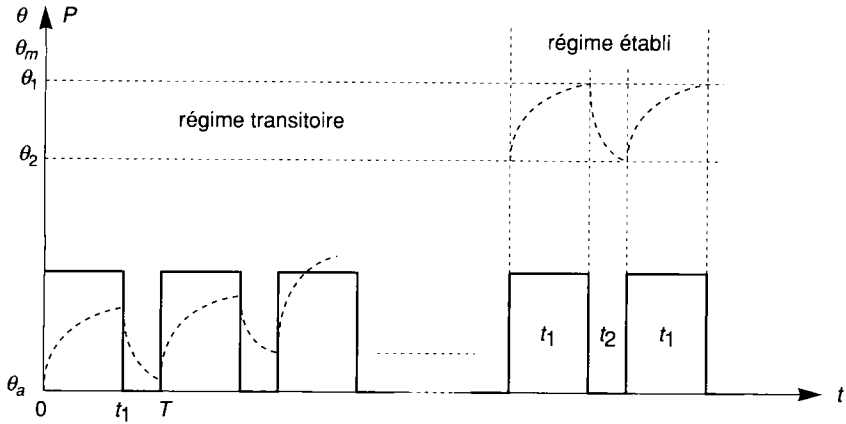


Figure 6.6. - Échauffement en régime intermittent — pertes... échauffement.

En régime établi, et en admettant l'hypothèse d'un seul corps, pendant la durée d'échauffement  $t_1$  la loi de variation de celui-ci est donnée par la loi du régime  $S_1$  soit :

$$\theta - \theta_2 = (\theta_m - \theta_2) \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_t}} \right) \quad (6.18)$$

Pendant le refroidissement sur  $t_2$ , en admettant des conditions d'échanges identiques à celles sur  $t_1$ , la loi devient :

$$\theta = \theta_1 e^{-\frac{t}{\tau_t}} \quad (6.19)$$

En faisant  $\theta = \theta_1$  et  $t = t_1$  dans (6.18) et  $\theta = \theta_2$  et  $t = t_2$  dans (6.19) et en éliminant  $\theta_2$  il vient :

$$\theta_1 = \theta_m \frac{1 - e^{-\frac{t_1}{\tau_t}}}{1 - e^{-\frac{T}{\tau_t}}} \quad (6.20)$$

Dans ce cas également on peut admettre une surcharge à condition de faire  $\theta_1 = \theta_m$  comme précédemment. Les constructeurs donnent pour ce cas des abaques de surcharges admissibles en fonction de  $\frac{T}{\tau_t}$  pour divers facteurs de marche.

## 6.2.3 Cas d'un régime cyclique quelconque

Les actionneurs travaillent le plus souvent de façon cyclique mais avec des charges et donc des pertes variables pendant le temps de travail. Souvent ces cycles sont définis par le profil cinématique  $T_e(t)$  et  $\omega_m(t)$  souhaité pour l'application. Il convient alors d'en déduire le profil de pertes correspondant pour déterminer l'échauffement maximal. Ce profil n'étant pas assimilable directement à un des services étudiés précédemment on s'y rapporte cependant par la définition de service  $S_1$  ou  $S_3$  équivalents. La base de l'équivalence utilisée est le couple électromagnétique efficace, thermiquement équivalent au profil réel de couple c'est-à-dire qui donne le même échauffement.

### 6.2.3.1 Cas du modèle thermique à corps unique

#### 6.2.3.1.1 Cycle de faible durée

Si le cycle de travail est de faible durée par rapport à la constante de temps thermique, par exemple  $\frac{T}{\tau_t}$  inférieur à 5 voire 10 %, et qu'il n'y a qu'un cycle de travail, ou retour à la température ambiante après cycle de travail, comme indiqué sur la figure 6.7.

Alors on peut définir un régime temporaire équivalent avec un couple thermique équivalent constant, rapporté à la durée du travail  $T$ , qui est le couple électromagnétique efficace. Par définition ce couple vaut :

$$T_{ie} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T T_{ei}^2(t) dt}$$

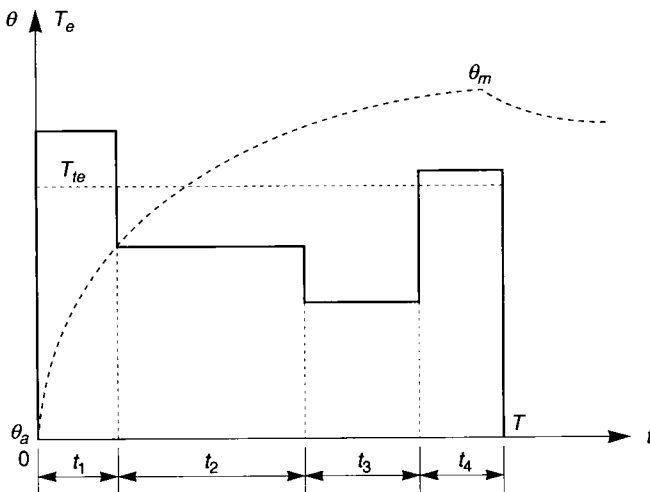


Figure 6.7. - Couple thermique équivalent pour un cycle de travail et échauffement quand  $T/\tau_t$  faible.

$T_{ei}(t)$  est constant en général sur l'intervalle de temps  $T_i$  (s'il ne l'était pas, il suffirait de calculer le couple efficace correspondant sur cet intervalle et d'utiliser cette valeur à la place du couple réel). Si bien que :

$$T_{ie} = \sqrt{\frac{\sum_1^N T_{ei}^2 t_i}{T}} \quad (6.21)$$

avec

$$\sum_1^N t_i = T$$

$T_{ei}$  comprend l'ensemble des couples de l'équation mécanique c'est-à-dire le couple utile, les couples de frottement et ceux d'accélération ou de décélération. Ce qui veut dire qu'il inclut tous les couples de pertes et représente donc toutes celles-ci.

Pour obtenir les pertes correspondantes, on admet en première approximation, puisque les pertes Joule sont prépondérantes, que le couple électromagnétique équivalent est proportionnel au courant d'induit équivalent tel que :

$$T_{ie} = k \cdot i_{ie}$$

$k$  est la constante de couple que l'on étudiera au chapitre suivant.

Les pertes équivalentes constantes sur  $T$ , toutes mises sous forme Joule, valent donc :

$$P_{Je} = R \cdot i_{ie}^2 = \frac{R}{k^2} T_{ie}^2$$

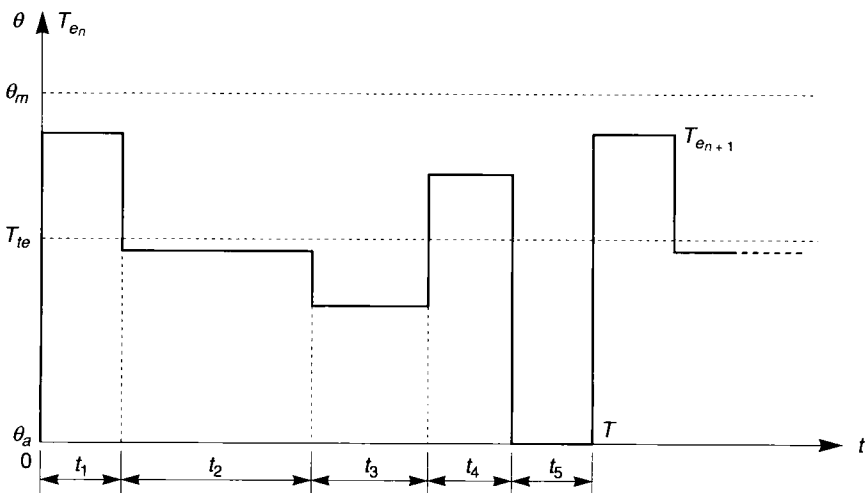


Figure 6.8. - Couple thermique équivalent pour  $N$  cycles de travail avec repos court en régime établi quand  $T/\tau_J$  faible.

L'échauffement, pouvant être considéré comme adiabatique, s'en déduit par

$$\theta_m = \frac{P_{Je}}{C_t} T = R_t P_{Je} \frac{T}{\tau_t} = \theta_{me} \frac{T}{\tau_t}$$

$\theta_{me}$  étant l'échauffement que l'on atteindrait en régime  $S_1$  avec des pertes  $P_{Je}$ .

Si il y a  $N$  cycles de travail identiques au précédent (figure 6.8) avec un temps de repos  $t_5 \leq T$ , on remplace le régime réel par un régime  $S_1$  thermiquement équivalent en considérant un couple thermique équivalent sur tout le cycle, y compris le temps de repos. En régime établi, avec les mêmes approximations que précédemment, l'échauffement maximal sera donné par  $\theta_m = R_t P'_{Je} = \theta'_{me}$ .

Mais  $\theta'_{me}$  sera inférieur à  $\theta_{me}$  à cause du temps de repos, mais la formule de calcul de  $T_{ie}$  reste valable.

### 6.2.3.1.2 Cycle de longue durée

Si le cycle de travail est de longue durée par rapport à la constante de temps thermique, le régime thermique n'est plus adiabatique pour un seul cycle mais on peut définir un régime temporaire équivalent normal. Dans le cas de  $N$  cycles identiques on définit alors un régime intermittent  $S_3$  équivalent avec couple thermique équivalent sur la durée de travail.

*NOTA* : Cette méthode d'approche exagère en général les échauffements trouvés surtout quand les pertes mécaniques sont élevées à fortes vitesses.

### 6.2.3.2 Cas du modèle thermique à deux corps

La figure 6.4 représente un tel modèle. Compte tenu de la grande différence des deux constantes de temps thermiques induit et inducteur-carrosse, on admet généralement qu'en régime établi l'ensemble inducteur-carrosse est en régime thermique  $S_1$  et l'induit en régime thermique  $S_3$ .

Si le facteur de marche est  $f_m = \frac{t_1}{T}$  pour ce régime, les pertes constantes équivalentes en régime  $S_1$  pour l'inducteur vaudront  $f_m P_J$  et conduiront à un échauffement  $\theta_e = R_{ea}(f_m P_J)$  constant et l'échauffement à travers la résistance  $R_{ie}$  vaudra selon l'équation (6.20) :

$$\theta_{ie} = (R_{ie} P_J) \left( \frac{1 - e^{-\frac{t}{\tau_{ii}}}}{-T} \right) \quad (6.22)$$

avec  $\tau_{ii}$  constante thermique de l'induit seul.

L'échauffement de l'induit vaudra alors  $\theta_i = \theta_{ie} + \theta_e$ .

Selon G. Lacroux qui s'est particulièrement penché sur les machines à courant continu, dans les régimes  $S_3$  il convient de distinguer les constantes de temps thermiques à l'arrêt et en rotation autoventilée, particulièrement pour les machines à rotor plat qui offrent un grand brassage d'air interne. La résistance  $R_{iev}$  en rotation vaudrait par rapport à celle à l'arrêt  $R_{ie0}$

$$R_{iev} = R_{ie0} \frac{1}{1 + a\sqrt{v_p}}$$

où  $v_p$  est la vitesse périphérique de l'induit et  $a$  une constante comprise entre 0,2 et 0,5. Il est facile alors de démontrer que dans ce cas la dernière valeur de  $\theta_{ie}$  doit être remplacée par

$$\theta_{iev} = (R_{iev} P_J) \left( \frac{1 - e^{-\frac{-t_1}{\tau_{iv}}}}{1 - e^{-\frac{-t_1}{\tau_{iv}}} - e^{-\frac{-t_0}{\tau_{io}}}} \right) \quad (6.23)$$

avec

$$\tau_{iv} = R_{iev} C_t$$

$$\tau_{io} = R_{ie0} C_t$$

$t_1$  et  $t_0$  les durées de travail et de repos respectivement.

### 6.2.3.3 Cas des machines asynchrones

Les modèles précédents conviennent bien aux machines à courant continu et aux machines synchrones à courant alternatif où les pertes sont bien localisées. Mais ils conviennent beaucoup moins bien pour les machines asynchrones où les pertes Joules sont fortement réparties entre induit et inducteur et où les pertes fer statoriques ne sont pas toujours négligeables surtout en fréquences variables élevées. Le modèle à deux corps s'impose, avec complexification, et mieux encore un traitement par schéma plus complexe est une garantie de résultats fiables.

## 6.3 Amélioration des caractéristiques thermiques

Lors de la conception d'une machine la simulation peut révéler une insuffisance des caractéristiques thermiques. Il est alors possible d'y remédier en jouant sur la géométrie et les propriétés jusqu'à ce que l'échauffement maximum calculé soit inférieur à la limite supportable.

Pour une machine existante le problème est totalement différent. Les machines sont classées thermiquement en deux types. Le type fermé correspond à l'absence de ventilation interne. Le refroidissement s'opère uniquement par la carcasse. Le type ventilé où le refroidissement s'effectue naturellement par la carcasse et par une ventilation interne à travers l'entrefer.

Pour les machines fermées la norme impose une température de surface de carcasse maximale de 75 °C au titre de la protection humaine. Ceci correspond environ à un échange naturel de 15 W par degré par mètre carré de surface de carcasse. Si la machine chauffe exagérément pour le service demandé il faut donc accroître la surface d'échange par l'ajout d'ailettes ou de picots. Ces solutions permettent d'atteindre 50 W / °C m<sup>2</sup>. Si ce remède est encore insuffisant il convient d'augmenter la ventilation de la carcasse. Une solution extrême consisterait à utiliser des tubes à eau soudés sur la carcasse ou une chemise d'eau avec circulation de celle-ci et refroidissement à l'extérieur.

Pour les machines ventilées la solution la plus efficace consiste à augmenter le débit d'air interne. Pour fixer les idées on peut admettre un échauffement de l'air de 10 °C et des vitesses d'air de 50 à 100 m/s. Dans ces conditions un débit d'air de 1 ℓ/s évacue 11 W. Par comparaison le même débit d'eau, pour un même échauffement du fluide mais des vitesses de 10 à 30 m/s, évacue 41,8 kW, c'est-à-dire près de 4 000 fois plus ! Mais les problèmes de mise en service sont d'un autre ordre aussi et cette solution est réservée aux grosses machines.

Pour une ventilation externe de la carcasse on admet que l'échauffement moyen de l'air n'est que de 5 °C.

Il est évident que pour les actionneurs à vitesse essentiellement variable et à couple souvent nominal à l'arrêt, la ventilation doit être assurée par un moteur extérieur à vitesse fixe, on dit que la machine est moto-ventilée par opposition à l'auto-ventilation.

## 6.4 Influence des harmoniques

Lorsque les ondes de courant ou de tension ne sont pas pures (courant continu ondulé d'un redresseur ou d'un hacheur, alimentation en créneaux de tension ou de courant d'un onduleur) mais contiennent des harmoniques, ceux-ci augmentent les pertes Joule et fer fondamentales d'une part et le courant maximum d'autre part.

La présence des harmoniques est caractérisée par deux facteurs : le facteur de forme qui quantifie la déformation par rapport à l'onde pure et le facteur de crête qui quantifie la valeur maximale. Par définition ces facteurs valent respectivement pour un courant  $i$  par exemple :

$$f_f = \frac{\sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}}{\frac{1}{T} \int_0^T |i| dt} = \frac{\text{valeur efficace du courant}}{\text{valeur moyenne du courant redressé}} = \frac{I_{eff}}{|i_0|} \quad (6.24)$$

et 
$$f_c = \frac{i_{max}}{|i_0|} \quad (6.25)$$

En continu  $|i_0| = i_0$  et les pertes Joule sont de la forme :

$$P_J = RI_{eff}^2 = Ri_0^2 (f_f)^2$$

L'augmentation peut atteindre facilement 50 à 70 % pour les systèmes classiques sans inductance de lissage. Le facteur de crête intervient pour la commutation des machines à collecteur car il accroît la tension de commutation en multipliant le courant normalement commuté.

En alternatif on introduit en plus le taux d'harmoniques qui quantifie la distorsion par rapport à la sinusoïde pure de fondamental efficace  $I_1$  par exemple, et défini par :

$$\tau = \frac{I_{eff} - I_1}{I_1} \quad (6.26)$$

où

$$I_{eff} = I_1 \sqrt{1 + \sum_2^{\infty} \frac{I_n^2}{I_1^2}}$$

On pose alors  $I_{eff} = I_1 \cdot f_D$  avec  $f_D$  facteur de distorsion et  $\tau = f_D - 1$ .

Les pertes Joule dans ce cas sont de la forme :

$$P_J = RI_{eff}^2 = RI_1^2 \cdot f_D^2$$

$f_D$  peut atteindre lors d'alimentation en créneaux de courant, des valeurs de même ordre de grandeur que  $f_f$  précédent.

Pour les harmoniques des tensions alternatives trois effets sont à considérer. Tout d'abord l'accroissement des pertes fer statoriques peut être tel qu'il faille déclasser la machine, et pour des créneaux à 180 ou 120 degrés classiques le déclassement atteint couramment 1,8. C'est-à-dire qu'un moteur de 1,8 kW ne sera utilisé qu'à hauteur de 1 kW.

De plus les courants harmoniques générés vont augmenter les pertes Joule. Cependant si la machine est correctement adaptée, avec des inductances de fuites suffisamment élevées pour étouffer ces harmoniques, pour lesquels le glissement est voisin de 1, cette augmentation est inférieure à 10 % des pertes normales.

Enfin les tensions maximales, liées au facteur de crête, font vieillir plus rapidement les isolants des bobinages qui sont plus contraints électriquement que normalement.

## 6.5 Domaines de fonctionnement d'un actionneur

Pour résumer l'ensemble des contraintes limites de fonctionnement d'une machine fonctionnant en actionneur à vitesse variable, les constructeurs indiquent dans le plan couple-vitesse les zones de fonctionnement à ne pas dépasser pour un régime donné réel ou équivalent.

La figure 6.9 donne un exemple avec zones de régime  $S_1$  et  $S_3$  et des limites maximales de vitesse et de couple ainsi que de commutation normale et transitoire.

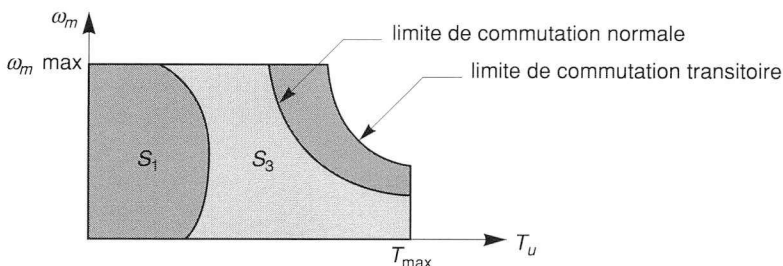
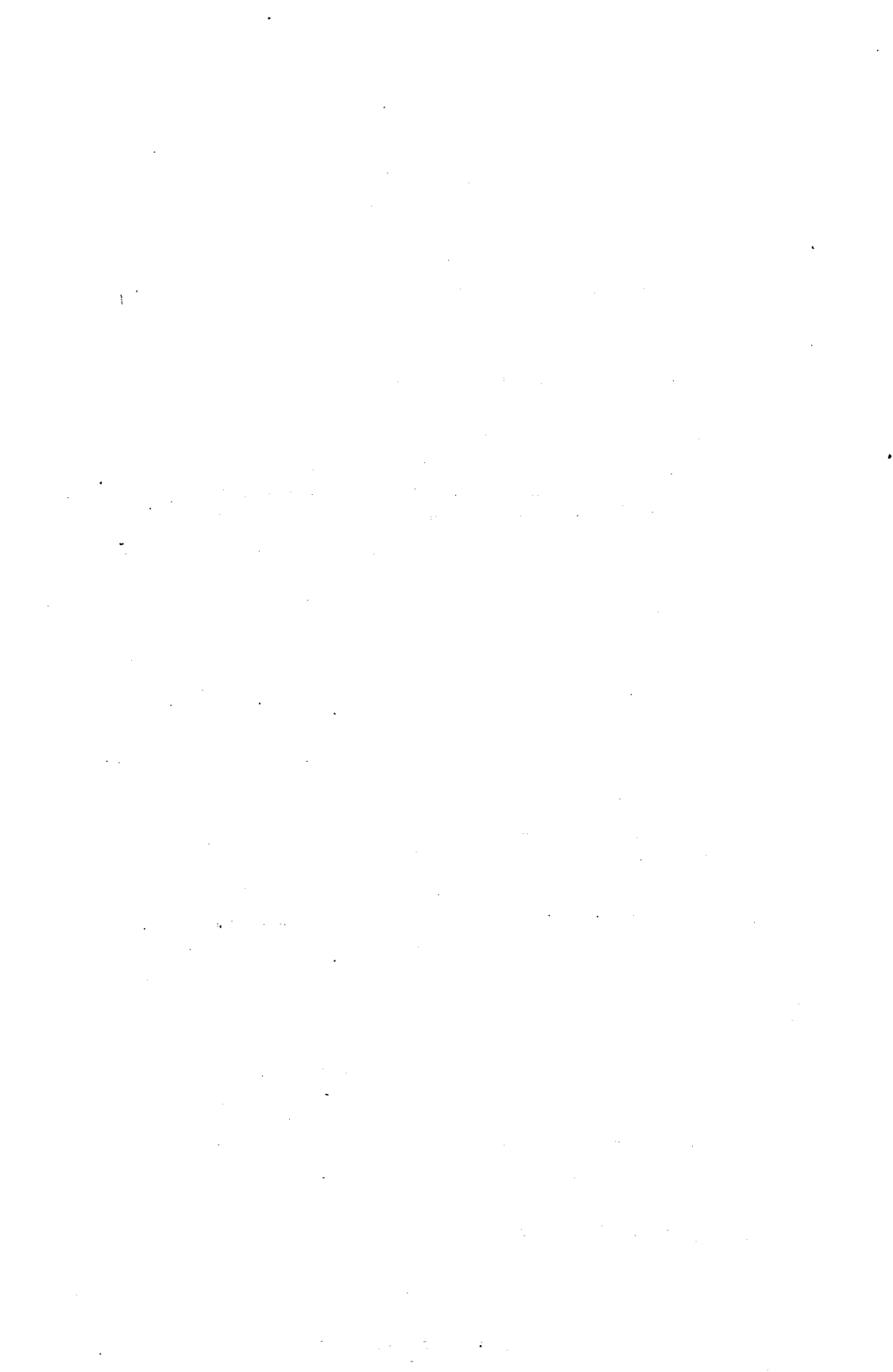


Figure 6.9. - Domaines de fonctionnement d'un actionneur.





## **Paramètres et constantes de base électromécaniques des actionneurs électriques**

7.1 • Définitions	142
7.2 • Constantes intrinsèques	142
7.3 • Constantes de définition	152
7.4 • Constantes de qualité	153
7.5 • Performances comparées des différents actionneurs	156
7.6 • Détermination des paramètres	159
7.7 • Identification	163

## 7.1 Définitions

La prévision des performances statiques et dynamiques des actionneurs nécessite la résolution du système d'équations fournies par les modèles étudiés précédemment. Ces équations comportent des variables à calculer ou imposées (courants, tensions, vitesse, couple de charge etc.) et des paramètres (résistances électriques, inductances propres ou mutuelles, inertie, coefficients de frottement, capacités thermiques etc.) qui doivent être connus pour que la résolution soit possible. Ces paramètres peuvent être constants ou non (variation de la résistance électrique avec la température ou d'une inductance avec l'état magnétique plus ou moins saturé du circuit magnétique correspondant) mais ils sont principalement fixés par la géométrie et la nature des matériaux constituant l'actionneur. Ils sont alors appelés constantes de base intrinsèques, car peu dépendantes du fonctionnement.

Par différence l'ensemble des valeurs nominales de fonctionnement, pour un régime donné, constituera l'ensemble des constantes de définition de l'actionneur.

Enfin, pour faciliter la comparaison entre actionneurs du point de vue des performances dynamiques, des grandeurs significatives ont été choisies et constituent ce que l'on appelle des constantes de qualité.

## 7.2 Constantes intrinsèques

La présentation de ces constantes est simplifiée si l'on considère la machine à courant continu.

Mais le passage au cas des machines à courant alternatif ne pose pas de problème majeur si l'on se rapporte aux équations du chapitre 3, en remontant le fil des transformations.

### 7.2.1 Fonctionnement à flux principal constant

#### 7.2.1.1 Constante de f.e.m.

L'équation d'induit (3.45) et la figure 3.10c montrent que la f.e.m. à vide :  $V_{qr} = \omega_m L_m i_{ds}$  qui s'écrit plus simplement, avec les notations classiques :

$$U = \omega_m L_m i_e = E = \omega_m \psi_e \quad (7.1)$$

avec :  $i_e$  courant d'excitation  
 $L_m$  inductance mutuelle stator rotor.

Cette f.e.m., s'exprime aussi en fonction du flux maximum par pôle  $\phi_m$ , du nombre de pôles  $2P$ , du nombre de voies d'enroulement  $2a$  (nombre de circuits en parallèle du bobinage induit), et du nombre  $n$  de conducteurs de l'induit, sous la forme :

$$E = 2P \frac{\omega_m}{2\pi} \frac{n}{2a} \phi_m \quad (7.2)$$

Dans le cas d'un fonctionnement à courant d'excitation  $i_e$  constant et nominal, que l'on appellera **premier mode de fonctionnement**, alors  $\phi_m$  ou  $\Psi_e$  peut être considéré comme constant et l'on pose :

$$E = k_e \omega_m \quad (7.3)$$

avec :

$$k_e = \psi_e = \frac{nP\phi_m}{2\pi a} \quad (7.4)$$

appelé **constante de f.e.m.** dont l'unité est le Weber ou plus couramment le  $V \cdot s \cdot rd^{-1}$ , parfois donnée par les constructeurs en Volt pour 1 000 tr/min.

### 7.2.1.2 Constante de couple

Par ailleurs en charge lorsque  $i_{qr} = I$  n'est pas nul, la conversion d'énergie électromécanique au niveau de l'entrefer permet d'écrire :

$$\begin{aligned} T_e \omega_m &= E_c i_{qr} = E_c I \\ &= \omega_m (L_m)_c i_e I \end{aligned}$$

$E_c$  et  $(L_m)_c$  étant la f.e.m. et l'inductance mutuelle en charge, dont les valeurs peuvent différer de celles à vide, du fait de la présence du flux d'induit créé par le courant de charge  $I$ . On dit qu'il y a réaction d'induit, qui déforme la distribution du flux d'excitation à vide et donc modifie, en la diminuant quelque peu, la valeur de la mutuelle  $L_m$  à vide.

$$T_e = (L_m)_c i_e I = k_c I \quad (7.5)$$

avec :

$$k_c = (L_m)_c i_e = (\Psi_e)_c \quad (7.6)$$

appelé **constante de couple** dont l'unité est le  $Nm \cdot A^{-1}$ .

Si la réaction d'induit est nulle, parce que compensée, ou négligeable comme dans le cas des machines modernes à aimants permanents, alors il est évident que  $k_e = k_c = k$ . On admettra cette égalité par la suite.

Pour les machines à courant alternatif la relation  $E(\omega_m)$  par phase est celle bien connue de Kapp :

$$E = 4,44 N_s k_b \phi_m \frac{\omega_m}{2\pi} \quad (7.7)$$

avec  $N_s$  nombre de spires en série par phase,  $k_b$  coefficient de bobinage.

Pour la constante de couple la relation (3.44) montre qu'à flux constant aussi les machines à courant alternatif donnent lieu à une telle définition. En particulier si  $\Psi_r = \Psi_{dr}$  et si  $i_{ds}$  est maintenu constant alors  $T_e = k_c i_{qs}$  comme dans les machines à courant continu. Cette situation correspond à la commande vectorielle développée au chapitre 12. Dans les autres cas de figure il est possible de définir une telle constante à condition que les caractéristiques  $T_e(I)$  soient linéaires ce qui restreint le domaine à la partie stable des caractéristiques dans le cas de la machine asynchrone.



$$T_l = \left( \frac{k}{R} U - C_f \right) - \left( \frac{k^2}{R} + k_d \right) \omega_m \quad (7.13)$$

$$= T_d - K_d \omega_m$$

avec  $I_d$  et  $T_d$  courant et couple de démarrage ( $\omega_m = 0$ ) et  $K_d$  coefficient d'amortissement électromagnétique.

Ce terme n'a pas reçu de définition officielle, mais la présence du flux ( $k = \Psi_e$ ) et de la résistance électrique conduit à cette appellation.

Les caractéristiques  $I(\omega_m)$  et  $T_l(\omega_m)$  précédentes sont des droites et la pente de cette dernière  $K_d = \frac{\Delta T_l}{\Delta \omega_m}$  amortit d'autant mieux l'influence sur  $\omega_m$  d'une variation de charge qu'elle est élevée.

Si la résistance  $R$  est grande, ou si l'alimentation de l'induit présente une impédance élevée, ou encore en l'absence de flux d'excitation,  $K_d = K_{d\infty} \# k_d$  très petit vis-à-vis de  $K_d \left( \frac{k_d}{K_d} \approx 10^{-4} \text{ couramment} \right)$ . Il n'y a plus d'amortissement électromagnétique mais seulement un amortissement intrinsèque, indépendant des conditions de fonctionnement, d'où le nom de  $k_d$ .

### 7.2.1.4 Constantes de temps mécaniques

En régime dynamique, l'équation mécanique développée s'écrit :

$$J \frac{d\omega_m}{dt} + k_d \omega_m + C_f + T_l = \frac{k}{R} u$$

Elle fait apparaître une constante de temps

$$\tau_m = \frac{J}{K_d} \# \frac{RJ}{k^2} \quad (7.14)$$

dite constante de temps électromagnétique.

Dans le cas de l'amortissement intrinsèque  $\tau_m$  devient  $\tau_{mV} = \frac{J}{k_d}$  très supérieure à  $\tau_m$  et appelée constante de temps mécanique intrinsèque.

## 7.2.2 Fonctionnement à flux principal variable

Pour les machines excitées par un bobinage et non par un aimant permanent, le flux d'excitation principal,  $\Psi_e$  ou  $\phi_m$  peut ne pas être maintenu constant et donc donner lieu à un **second mode de fonctionnement**.

L'idée première qui vient à l'esprit, par opposition avec le premier mode de fonctionnement serait de fixer la tension d'induit de la machine à courant continu par exemple et de faire varier

ce flux  $\phi_m$  comme dans les variateurs classiques, où l'on utilise le premier mode à tension variable jusqu'à la vitesse nominale et où l'on maintient la tension constante ensuite mais en « défluxant » la machine pour atteindre des vitesses plus élevées.

Cependant pour les actionneurs qui peuvent avoir à maintenir une position donnée, avec couple non nul, ce mode de fonctionnement n'est pas possible. En effet d'après (7.2)

$$\omega_m = \frac{E 2\pi a}{Pn \phi_m} = (U - RI) \frac{2\pi a}{Pn \phi_m}$$

Pour obtenir  $\omega_m = 0$  il faudrait que  $\phi_m$  devienne infini ce qui n'est pas possible.

Par ailleurs lors d'opérations à couple constant, d'après (7.5)  $T_e = (\psi_e)_c I$  si  $(\psi_e)_c$  diminue fortement,  $I$  augmente beaucoup et peut devenir prohibitif.

On préfère donc, pour second mode de fonctionnement, alimenter l'induit à courant  $I$  constant et faire varier le flux principal  $\phi_m$  par le courant d'excitation, ou la composante d'axe directe dans le cas de la machine asynchrone.

Si on admet de plus qu'il n'y a pas saturation du circuit magnétique on peut alors poser  $\phi_m = li_e$  et le couple électromagnétique devient alors lui aussi proportionnel à  $i_e$  avec une nouvelle constante de couple  $K_c$  fonction de  $I$  telle que :

$$T_e = K_c i_e$$

et ceci quelle que soit la vitesse.

En régime permanent le couple de charge devient :  $T_e = K_c i_e - C_f - k_d \cdot \omega_m$

La pente de la courbe couple-vitesse n'est plus que  $k_d$  il n'y a plus d'amortissement électromagnétique et une stabilité de fonctionnement très détériorée par rapport au premier mode de fonctionnement puisqu'à une faible variation de  $T_l$  correspondra une forte variation de  $\omega_m$ .

### 7.2.3 Moment d'inertie

Pour un actionneur électrique la rapidité de réponse en vitesse à une consigne variable est une qualité fondamentale. Or celle-ci dépend fortement du couple d'inertie qui s'oppose à toute variation de vitesse.

Ce dernier est tributaire du moment d'inertie qu'il sera nécessaire de minimiser ou du moins d'adapter à la réponse souhaitée.

Pour un cylindre homogène, tournant autour de son axe, ce moment par rapport à cet axe vaut

$$J = M \frac{R_0^2}{2} \text{ où } M \text{ est la masse du cylindre et } R_0 \text{ son rayon extérieur.}$$

Pour un rotor réel non homogène (tôle Fe Si, cuivre, isolant..) on peut admettre en première approximation que le système est homogène compte tenu des densités voisines du fer et du cuivre. Ceci revient à homogénéiser le rotor avec une masse volumique moyenne  $\rho_m$  définie par l'équation :

$$M = \text{Volume total} \times \rho_m = \sum V_i \rho_i$$

avec  $V_i$  et  $\rho_i$  volume et masse volumique du matériau  $i$

Si ceci n'est pas acceptable du fait de la forte hétérogénéité, alors  $J$  sera déterminé par la formule générale

$$J = \iiint_V \rho r^2 dv \quad (7.15)$$

## 7.2.4 Résistances

Les résistances des enroulements d'excitation ou de phase des machines à courant alternatif ne posent pas de problème particulier hormis la correction en température toujours nécessaire, selon la formule  $R = R_o(1 + \alpha\theta)$ . Généralement  $R$  est donnée pour la température ambiante  $\theta_a$  et  $\alpha$  pour le cuivre vaut  $1/234,5$ . Si bien que pour la température  $\theta$  et pour une valeur  $R_a$  correspondant à  $\theta_a$

$$R_\theta = R_a \frac{234,5 + \theta}{234,5 + \theta_a} \quad (7.16)$$

Pour les machines à courant continu il convient d'ajouter à cette résistance du bobinage, celles des balais et du collecteur. De plus le contact balais (graphite ou métallique) - cuivre du collecteur fait apparaître une chute de tension  $\Delta U_b$  dépendant principalement de la densité de courant sous les balais et généralement donnée par le constructeur,  $1,5 \text{ V}$  à  $2 \text{ V}$ , pour le courant normal de fonctionnement à pleine charge. Pour les deux lignes de balais, on ajoutera donc un terme  $2\Delta U_b/I$  aux résistances précédentes.

## 7.2.5 Inductances

L'équation (1.40) rappelle que l'inductance d'un bobinage est le produit du carré de son nombre de spires par la perméance du circuit magnétique emprunté par son flux. Les perméances rencontrées dans les machines électriques diffèrent notablement selon que le trajet du flux comporte un entrefer faible ou non, car c'est lui qui fixe principalement le niveau de la perméance totale.

Les inductances des machines asynchrones et les inductances directes des machines synchrones ou d'excitation des machines à courant continu seront donc élevées. Elles sont sujettes aussi au phénomène de saturation compte tenu du grand trajet du flux dans le fer. Par contre les inductances transverses des machines synchrones normales ou d'induit des machines à courant continu seront faibles et constantes compte tenu du grand trajet aérien de leurs perméances.

Dans le cas de machines synchrones à aimants permanents on peut trouver  $X_q > X_d$ .



Les inductances principales des machines à courant alternatif sont souvent divisées en inductances mutuelles et inductances de fuites, correspondant au flux qui n'entoure que le bobinage générateur lui-même sans entourer les conducteurs de l'autre armature.

Le phénomène de saturation n'affecte pas les deux termes de la même façon. Les inductances mutuelles correspondant au flux principal sont saturées par un niveau élevé de tension, la formule de Kapp (7.7) le montre clairement. Au contraire les flux de fuites sont saturés par un niveau élevé de courant. Ce phénomène est donc particulièrement sensible dans les machines asynchrones, sous fort glissement, où les courants sont très supérieurs au courant nominal. Ces phénomènes de saturation seront à prendre en compte, au besoin, pour affiner les modèles électromagnétiques en faisant intervenir les caractéristiques magnétiques des matériaux utilisés soit analytiquement soit numériquement.

Si la géométrie de la machine et les propriétés de ses matériaux sont connues, il est possible de déterminer ses inductances non saturées par des formules classiques. Pour tenir compte de la saturation, analytiquement la méthode la plus utilisée est celle du réseau de perméances, qui associe aux équations électriques du schéma équivalent, les équations magnétiques matricielles données par la loi d'Hopkinson généralisée, à condition de connaître ou d'estimer les trajets des divers flux en présence.

Le logiciel CAMICASE de l'UCBL utilise cette technique. Numériquement la détermination du champ magnétique par un logiciel d'éléments finis comme flux 2D donne accès à tous les flux et donc aux inductances.

En ce qui concerne leur mesure, ces inductances se déduisent d'essais synthétiques à vide et en court-circuit, avec les erreurs entraînées par la non reproduction fidèle de l'état magnétique de la machine en marche normale.

Pour la machine asynchrone la réactance mutuelle s'obtient par un essai à vide, la valeur trouvée est d'autant meilleure que la vitesse est proche du synchronisme. La mesure de la puissance réactive  $Q_0$  et du courant  $I_0$  sous la tension nominale donne accès à la réactance cyclique totale par phase :  $(X_m + x_1) = \frac{Q_0}{3I_0^2}$ .

Un essai à rotor bloqué, sous tension réduite, pour ne pas dépasser le courant supportable, donne de même la somme des réactances de fuites  $x_1 + x'_2$  ramenée au stator. On admet que ces fuites se répartissent également entre rotor et stator ce qui détermine complètement  $X_m$  et les réactances de fuites nécessaires au schéma équivalent. Cet essai donne également accès à la résistance rotorique ramenée au stator  $R'_2$  par la mesure de la puissance active  $P_{cc}$  déduction faite des pertes Joule stator dues au courant  $I_{cc}$  de court-circuit, grâce à  $R_1$  déterminée par une mesure en courant continu :  $R'_2 = \frac{P_{cc}}{3I_{cc}^2} - R_1$ .

Pour les machines synchrones à rotor bobiné, on procède à la détermination de  $X_d$  et  $X_q$  par un essai de glissement. Le circuit inducteur étant ouvert on alimente le stator sous la tension réduite par phase  $V$  (de l'ordre de  $V_n/3$ ) et à la fréquence normale en entraînant le rotor à une vitesse proche du synchronisme.

Le glissement du rotor par rapport au champ stator fait apparaître pour celui-ci successivement les impédances directes et en quadrature. Le courant stator va donc fluctuer. Sa valeur minimale

$J_{min}$  correspond à la position de réactance maximale et donne pour une machine normale.  $X_d = V/J_{min}$ , et sa valeur maximale  $J_{max}$  correspond à  $X_q = V/J_{max}$ .

Pour un moteur à aimant,  $X_d$  est le rapport de la f.e.m. à vide au courant de court-circuit triphasé permanent sans neutre lorsqu'il est entraîné en alternateur, en admettant une résistance par phase négligeable.

Dans le cas de machine avec saillance et si on ne peut l'entraîner en alternateur, il est possible d'alimenter le stator en alternatif monophasé à rotor bloqué, l'axe de la phase  $A$  étant calé sur l'axe  $d$  (axe d'un pôle). Le stator monté en étoile, sorties des phases  $B$  et  $C$  reliées impose alors un flux d'axe  $d$  également et l'impédance mesurée est bien d'axe  $d$ .

Sans bouger le rotor ni toucher au neutre, on alimente ensuite les phases  $B$  et  $C$  en série qui imposent alors un flux d'axe  $q$  et l'impédance mesurée est d'axe  $q$ . Mais le flux des aimants polarise le circuit magnétique et fausse les mesures par rapport à celles que l'on cherche sans flux d'aimants.

Pour éviter cet effet de polarisation, il est possible pour  $X_d$  de procéder comme indiqué précédemment, avec essais en alternateur, et pour  $X_q$  il est possible de réaliser un essai en charge, en alternateur ou en moteur, et de tracer le diagramme de fonctionnement par phase correspondant, en faisant apparaître les quantités  $X_d I$  et  $X_q I$  à condition de mesurer le déphasage  $\varphi$  du courant sur la tension simple et surtout l'angle interne  $\theta$ . Celui-ci s'obtient avec deux machines calées sur le même arbre avec coïncidence de leurs axes  $d$  et dont l'une reste à vide pour donner la phase  $\theta$  de la f.e.m. par rapport à la tension simple de l'autre machine et permettre ainsi de fixer la position des axes  $d$  et  $q$ . Cette méthode est malheureusement lourde mais donne de très bonnes valeurs. On se reportera aux ouvrages spécialisés pour plus de détails. Les logiciels de calcul de champ, permettent de prédéterminer ces valeurs également, avec une bonne précision, lorsque l'on dispose des éléments nécessaires au calcul à savoir la géométrie et la nature des matériaux, dont la bonne courbe  $B(H)$  du circuit magnétique.

## 7.2.6 Rapport de réduction

Les moteurs électriques sont dimensionnés par le couple qu'ils ont à fournir (le volume du rotor étant directement proportionnel à celui-ci). Par ailleurs la vitesse de rotation des charges est souvent faible. Un entraînement direct imposerait donc un moteur volumineux peu économique. La vitesse du moteur est alors choisie supérieure à celle de la charge pour diminuer son volume, mais il est nécessaire alors d'interposer entre eux un réducteur de vitesse, défini par son rapport de réduction  $n$ , vitesse rapide d'entrée sur vitesse lente de sortie, et son rendement  $\eta$ .

Les réducteurs présentent soit des axes parallèles constitués de pignons à denture droite ou hélicoïdale montés sur des arbres parallèles soit des axes orthogonaux avec pignons et vis sans fin. Chaque couple de pignons constitue un étage d'engrènement,  $n$  croît et  $\eta$  décroît avec le nombre d'étages. Pour un étage et des rapports de réduction inférieurs à 10 et des couples  $< 1\,000$  Nm le rendement est voisin de 90 %. Dans les mêmes conditions et pour deux étages et des rapports  $n \leq 100$ ,  $n$  est voisin de 85 %. Ce rendement peut être amélioré grâce au système épicycloïdal où chaque étage comprend un pignon d'entrée à denture extérieure entraînant deux pignons identiques appelés satellites reliés par un bras à l'arbre de sortie, ceux-ci engrenent sur la denture inté-

rieure d'une partie fixe dite planétaire. Le couple transmis est donc reparti sur deux dentures et le rendement s'en trouve amélioré. La figure 7.2 donne le schéma de principe de ce système.

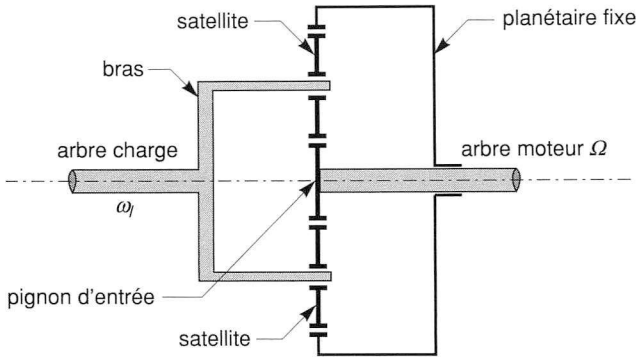


Figure 7.2. - Schéma de principe d'un train de réduction épicycloïdal.

Si  $n_d$  est le rapport des nombres de dents du planétaire et du pignon d'entrée  $n = \frac{\Omega}{\omega_l} = \frac{n_d}{n_d - 1}$ .

La transmission d'un mouvement de rotation avec réduction peut également se faire par poulies et courroie lisses ou crantées, pour éviter tout glissement lorsque le rapport de réduction est très élevé. Ce système permet de déporter le poids du moteur de l'axe de la charge.

Ces réducteurs modifient l'équation mécanique du moteur en ce sens qu'ils rapportent le couple de charge et l'inertie de celle-ci, et celle propre du réducteur, au niveau du moteur avec modification selon les formules suivantes.

La conservation des puissances permet d'écrire si  $T_m$  est le couple de charge  $T_l$  rapporté côté moteur, et  $\omega_l$  la vitesse lente de la charge :

$$T_l \omega_l = \eta T_m \Omega$$

d'où :

$$T_m = T_l \frac{\omega_l}{\Omega} \frac{1}{\eta} = T_l \left( \frac{1}{n\eta} \right) \quad (7.17)$$

La conservation de l'énergie cinétique permet d'écrire, si  $J_l$  est l'inertie de la charge et du pignon réducteur côté charge et  $J_m$  la valeur correspondante rapportée côté moteur.

$$J_l \omega_l^2 = \eta J_m \Omega^2$$

d'où :

$$J_m = J_l \frac{\omega_l^2}{\Omega^2} \frac{1}{\eta} = J_l \left( \frac{1}{\eta n^2} \right) \quad (7.18)$$

Cette dernière formule modifie énormément le couple d'inertie. À titre d'exemple l'inertie d'un petit moteur  $J = 10^{-2} \text{ m}^2 \text{ kg}$  est vue dans la charge à travers un réducteur de rapport  $n = 200$  et de rendement 0,8 comme  $J_l = J \times 0,8 \times (200)^2 = 320 \text{ m}^2 \text{ kg}$ , c'est celle d'un cylindre de rayon extérieur 1 m pesant 640 kg !

Outre le mouvement de rotation il existe des cas de mouvement de translation à réaliser, à partir du mouvement de rotation du moteur. Le réducteur comprend alors soit un système pignon-vis sans fin ou crémaillère soit un ensemble vis-écrou ou vis à bille. Dans ce dernier système un roulement à cage hélicoïdale à faible frottement se substitue à celui des filets ou des dents. Les billes arrivées en fin de cage sont ramenées à l'entrée de celle-ci par un guide extérieur à la vis. Le rendement en est très amélioré et les dimensions de ces vis peuvent atteindre la dizaine de mètres tout en gardant une excellente précision, sans jeu. Mais bien évidemment ce système est plus onéreux que les autres.

La relation qui lie les vitesses de rotation  $\Omega$  et de déplacement  $V$  est immédiate en utilisant le pas  $p$  de la vis en écrivant la conservation de la vitesse au contact. En effet, par définition du pas, qui est le déplacement de l'écrou le long de l'axe pour un tour de la vis :

$$p \cdot \frac{\Omega}{2\pi} = V \text{ soit } \Omega = 2\pi \frac{V}{p} \quad (7.19)$$

Pour rapporter côté moteur le couple de la charge et son inertie, on utilise encore les deux lois de conservation de la puissance et de l'énergie cinétique.

À la force de charge utile  $F_l$ , parallèle au mouvement, augmentée d'une éventuelle force de frottement  $F_f$  due à la masse  $M$  à déplacer sous l'accélération  $\gamma$ , et d'expression générale  $F_f = M \cdot \gamma \cdot f$  où  $f$  est le coefficient de frottement, il correspond sur l'arbre moteur un couple de charge  $T_m$  tel que :

$$T_m \Omega \eta = (F_l + F_f) \frac{p}{2\pi} \frac{1}{\eta} \quad (7.20)$$

À la masse entraînée correspond une inertie ramenée côté moteur  $J_m$  telle que  $J_m \Omega^2 \eta = MV^2$  d'où :

$$J_m = M \left( \frac{p}{2\pi} \right)^2 \quad (7.21)$$

Pour le système pignon-crémaillère si  $D$  est le diamètre du pignon la relation des vitesses devient :

$$\frac{\Omega}{2\pi} \cdot \pi D = V \text{ d'où } \Omega = \frac{2V}{D} \quad (7.22)$$

Le couple ramené côté moteur vaut :

$$T_m = (F_l + F_f) \cdot \frac{D}{2} \frac{1}{\eta} \quad (7.23)$$

et l'inertie ramenée

$$J_m = M \left( \frac{D}{2} \right)^2 \quad (7.24)$$

Le système bielle - manivelle bien connu est aussi utilisé pour transformer un mouvement de rotation en déplacement rectiligne alternatif. Son étude est plus complexe et nous renvoyons aux ouvrages spécialisés de mécanique.

Enfin il est possible d'associer en cascade plusieurs de ces systèmes de réduction, le calcul des charges et inerties ramenées coté moteur se fait sans difficulté en utilisant les lois de conservations des vitesses au contact, des puissances et des énergies cinétiques.

## 7.3 Constantes de définition

### 7.3.1 Définitions

Ces constantes sont en fait l'ensemble des valeurs normales ou extrêmes de fonctionnement qui président au dimensionnement de la machine. Ce sont donc les performances nominales et maximales exigées de la machine pour un régime bien défini et des performances limites à ne pas dépasser.

Pour les machines à fonctionnement classique ce sont principalement les valeurs indiquées sur la plaque signalétique à savoir puissance utile nominale  $P_n$ , tension nominale d'alimentation  $U_n$ , courant nominal  $I_n$ , vitesse nominale  $\Omega_n$ , fréquence nominale d'alimentation  $f_n$  et régime de fonctionnement correspondant. Le plus souvent il s'agit du régime  $S_1$  éventuellement des régimes  $S_2$  ou  $S_3$  les plus courants.

En fait les actionneurs sortent le plus souvent des cadres normalisés des régimes  $S_x$  et travaillent essentiellement en régime variable de vitesse et de charge. Il est donc préférable de donner une aire de fonctionnement possible par type de service plutôt qu'un point dans le plan couple-vitesse. Généralement les constructeurs y reportent également les valeurs limites à ne pas dépasser pour rester sous garantie.

Celles-ci peuvent être d'origines mécanique, électrique, thermique et magnétique comme cela a déjà été vu au début du chapitre 6.

Mécaniquement la vitesse maximale permise ou survitesse est de  $1,2 \Omega_n$  sauf indication contraire. Mais celle-ci peut être limitée par la première vitesse critique de résonance ou la tenue en commutation. De plus un couple maximal peut être imposé par un décrochage possible ou la fixation du rotor sur l'arbre.

La figure 6.9 donne un tel domaine avec quelques limites absolues pour une machine à courant continu à collecteur.

### 7.3.2 Limites dues à la commutation et à la désaimantation

Pour les machines à collecteur lorsqu'un balai contacte deux lames ou plus, il met en court-circuit les sections correspondantes du bobinage dont le courant doit passer de  $+\frac{i}{2a}$  à  $-\frac{i}{2a}$  sur un intervalle de temps très court. L'inductance de ces sections crée donc une tension de la

forme  $l \frac{di}{dt} = e_c$  dite tension de réactance ou de commutation.

Cette tension est proportionnelle au courant commun  $i$ , donc au couple électromagnétique et à la vitesse de rotation  $\Omega$ . On dit qu'il lui correspond une puissance de commutation qui est aussi un critère de qualité de la machine. Pour une machine donnée, pour que la commutation ne devienne pas nuisible par arrachement de cuivre du collecteur par électroérosion avec étincelles rouges caractéristiques sous et à la sortie des balais. Cette valeur se traduit donc dans le plan couple utile-vitesse par une caractéristique « limite de commutation » au-delà de laquelle le collecteur est détérioré. Sans pôles de commutation cette tension vaut 0,5 à 0,7 volt avec balais graphités et 0,3 à 0,7 volt avec balais métalliques.

Avec pôles de commutation chargés d'annuler cette tension celle-ci peut atteindre 4 à 5 V.

Les machines à conducteurs libres dans l'entrefer présentent de très faibles tensions de réactance du fait de leurs faibles inductances de commutation.

Par ailleurs une seconde limite en courant, et donc en couple, peut intervenir pour les machines à aimants permanents par risque de désaimantation. En effet nous avons vu au paragraphe 1.4.4.2 qu'une désaimantation pouvait se produire si la droite d'entrefer venait à se déplacer sous l'effet d'une f.m.m. produite par un bobinage et se soustrayant à celle de l'aimant. En reprenant la détermination de l'expression de cette droite d'entrefer mais en incluant au niveau du théorème d'Ampère une f.m.m.  $NI$  négative, cette expression devient :

$$B_a = - \left( H_a - \frac{NI}{l_a} \right) \mu_0 \frac{S_e l_a}{S_a l_e}$$

Il y a donc translation de cette droite vers les valeurs négatives de  $H$  d'une quantité  $NI/l_a$ , qui démagnétise totalement la machine si elle atteint la valeur  $H_c$ . Dans le plan  $\Omega(T_u)$  interviendra donc une limite supplémentaire correspondant à un couple maximal comme indiqué sur la figure 6.9.

## 7.4 Constantes de qualité

Pour faciliter la comparaison entre actionneurs, du point de vue des performances dynamiques, quatre grandeurs théoriques ont été choisies et appelées constantes de qualité. Il s'agit de valeurs idéales qui n'offrent parfois pas grand intérêt pratique. Elles s'appliquent principalement aux machines à courant continu et aux machines synchrones autopilotées de caractéristiques semblables.

### 7.4.1 Couple et courant impulsionnels

Le couple impulsionnel  $T_p$  est le couple maximum à l'arrêt admissible sans détérioration magnétique, thermique ou mécanique. Il lui correspond un courant impulsionnel  $I_p = T_p/k$ .

Ce couple est inférieur au couple de démarrage normal pour la plupart des machines et ce d'autant plus que la puissance est élevée. Il n'est malheureusement pas indiqué généralement la durée d'application possible de ces valeurs, ce qui n'en fait que de simples limites absolues. Certains constructeurs fixent arbitrairement  $T_p$  à  $5T_n$  ce qui rend encore cette valeur plus sujette à caution.

## 7.4.2 Accélération impulsionnelle

Cette accélération  $A_p$  est celle que l'on obtiendrait, avec une machine idéale à vide, démarrant sous l'effet de son couple impulsionnel. Ceci suppose donc qu'il n'y ait ni frottements ni pertes autres que Joule et aucune charge entraînée. Le couple impulsionnel n'aurait alors qu'à vaincre l'inertie propre du moteur, si bien que par définition :

$$A_p = \left( \frac{d\Omega}{dt} \right)_0 = \frac{T_p}{J} \text{ en rd/s}^2 \tag{7.25}$$

Cette accélération impulsionnelle subit les mêmes réserves que celles liées au couple correspondant. Les valeurs usuelles sont comprises entre 1 000 et 1 000 000 rd/s<sup>2</sup>.

## 7.4.3 Puissance transitoire

Appelée encore « taux de montée en puissance » ou « facteur de mérite » cette constante est définie par :

$$P_t = A_p \cdot T_p = \frac{T_p^2}{J} \tag{7.26}$$

Elle diffère totalement de la puissance nominale de la machine et s'exprime en kW/s. Les valeurs usuelles sont comprises entre 100 et 10 000 kW/s selon le type de machine. On peut exprimer cette « puissance » en fonction du courant impulsionnel et de la constante de temps mécanique électromagnétique  $\tau_m$  d'après (7.14)

$$P_t = \frac{k^2}{J} I_p^2 \# \frac{RI_p^2}{\tau_m} \text{ soit } P_t \cdot \tau_m \# RI_p^2$$

Il apparaît alors que cette « puissance transitoire » est la puissance maximale admissible perdue par effet Joule rapportée à la durée  $\tau_m$ . Cette notion semble donc mieux définie que les précédentes.

Cependant comme le paragraphe suivant va le montrer cette grandeur est elle-même une grandeur théorique puisqu'elle suppose admissible le couple de démarrage sous tension nominale, au lieu du couple impulsionnel, une machine sans pertes autres que Joule et qu'elle dépend de la température par l'intermédiaire de la résistance  $R$  et de la constante de couple  $k$ . En effet cette dernière suppose  $\phi_m$  (flux maximum par pôle) constant c'est-à-dire un courant d'excitation

constant. Or généralement c'est la tension d'excitation  $V_e$  qui est fixée si bien que l'échauffement de la machine diminue le courant d'excitation et donc  $\phi_m$  et donc  $k$ .

## 7.4.4 Constante de temps mécanique électromagnétique

Pour définir cette grandeur il faut considérer le démarrage de la machine sous un échelon de tension  $U$ , à flux constant dans les conditions idéales suivantes :

la machine est supposée sans pertes autres que Joule, à vide et son inductance d'induit est négligeable. Alors  $T_l = C_f = k_d = L = 0$  et ses équations se réduisent à :

$$T_e = ki = J \frac{d\Omega}{dt}$$

$$U = Ri + k\Omega$$

On en déduit

$$\Omega = \frac{U}{k} \left( 1 - e^{-t/(RJ/k^2)} \right)$$

Si on pose

$$\Omega_0 = \frac{U}{k} \text{ et } \tau_m = \frac{RJ}{k^2}$$

Alors  $\Omega = \Omega_0 \left( 1 - e^{-t/\tau_m} \right)$  et la courbe exponentielle fait apparaître que  $\Omega = 0,63\Omega_0$  à  $t = \tau_m$  et  $\Omega = 0,95\Omega_0$  à  $t = 3\tau_m$  (figure 7.3) que l'on définira comme durée théorique du démarrage.

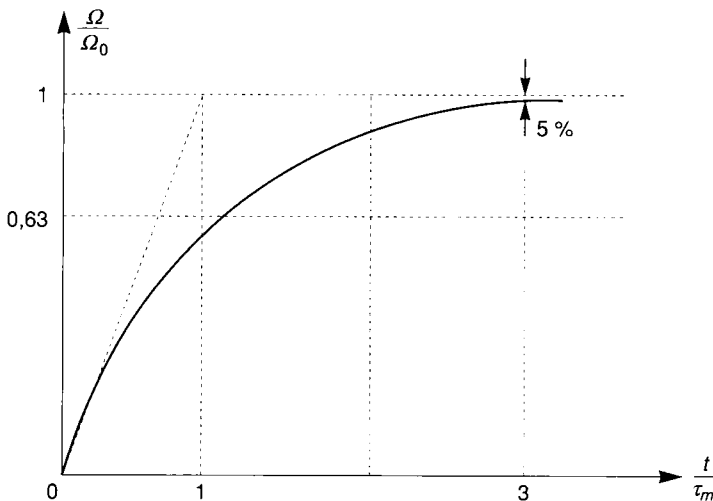


Figure 7.3. - Démarrage d'une machine idéale sous un échelon de tension.  
Définition de  $\tau_m$ .



La pente à l'origine de la courbe  $\left(\frac{d\Omega}{dt}\right)_0 = \frac{\Omega_0}{\tau_m} = A_i$ , accélération initiale, met en évidence que pour caractériser du point de vue dynamique mécanique une machine,  $\tau_m$  ne suffit pas seule, car il faut préciser  $\Omega_0$  ou  $U$ . C'est pourquoi l'accélération initiale  $A_i$  est un meilleur critère de comparaison de deux machines. Pour que le courant et le couple soient supportables cette accélération initiale théorique doit être remplacée par l'accélération impulsionnelle et la constante de temps mécanique correspondante devient alors  $\tau_{im} = \frac{\Omega_0}{A_p} = \Omega_0 \frac{J}{T_p} > \tau_m$  ce qui nous replonge dans l'imprécision initiale.

L'usage veut que l'on conserve le critère  $\tau_m$  fonction de grandeurs bien définies ( $R, J, k$ ), il suffit d'y adjoindre la vitesse  $\Omega_0$  pour que la principale ambiguïté disparaisse.

## 7.5 Performances comparées des différents actionneurs

Les figures 7.4 à 7.8 donnent pour les principaux types de machines concernées les valeurs usuelles de  $A_p$ ,  $\tau_m$ ,  $P_p$ ,  $J$  et le couple massique en fonction du couple nominal à 3 000 tr/min.

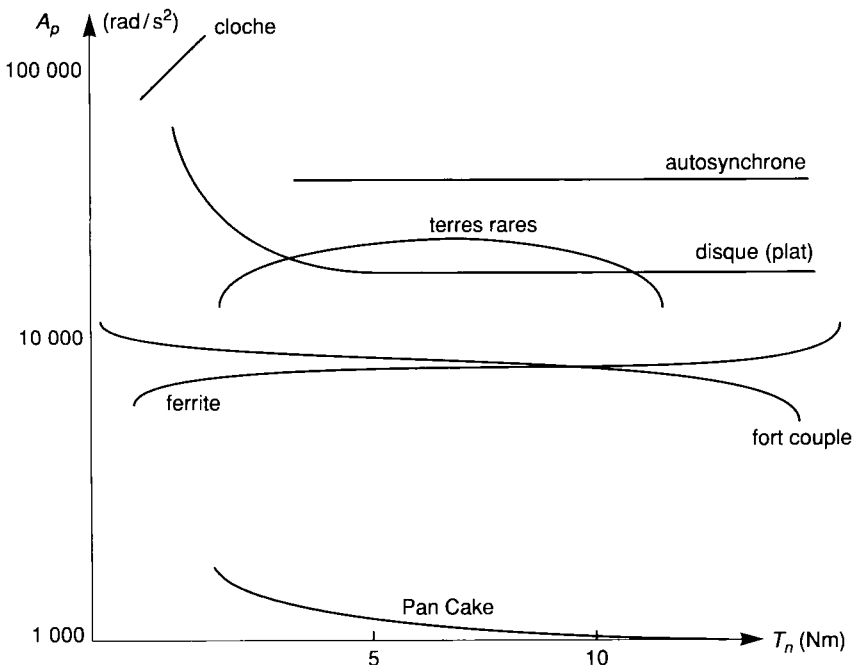


Figure 7.4. - Accélération impulsionnelle.

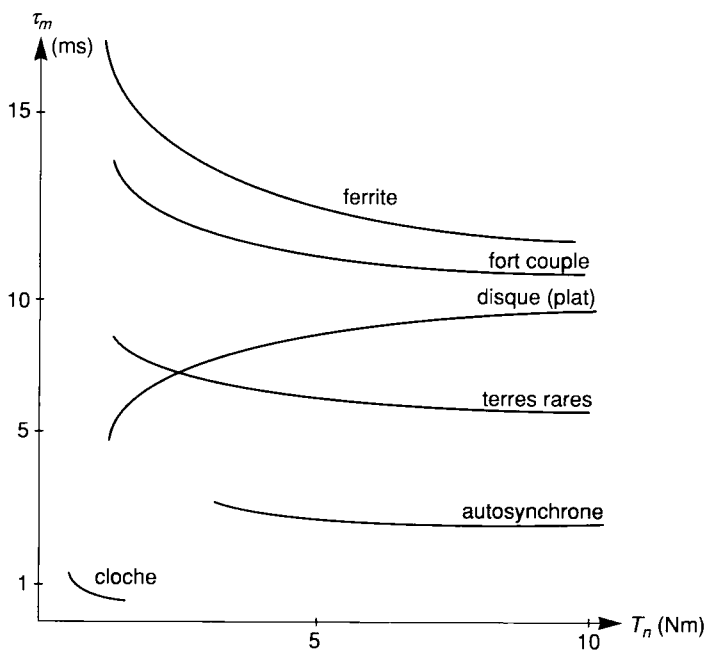


Figure 7.5. - Constante de temps mécanique.

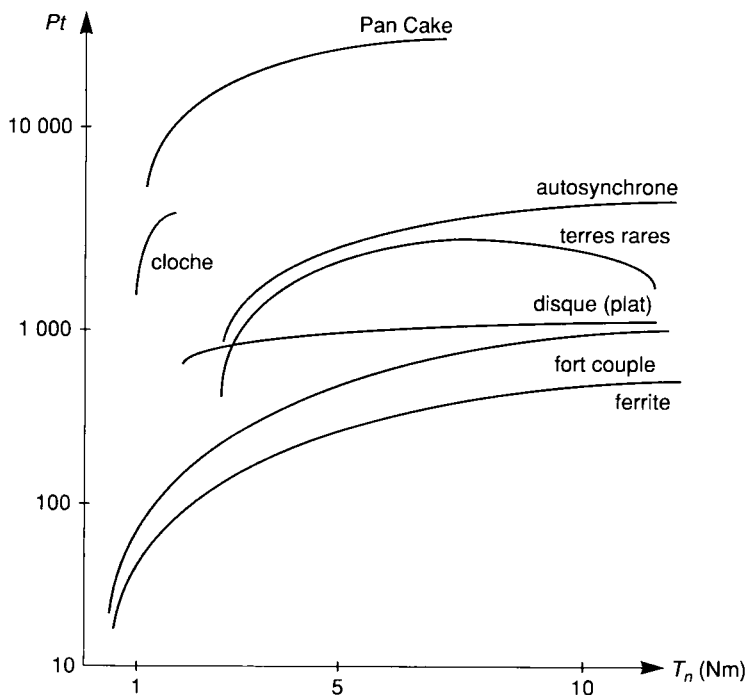


Figure 7.6.- Puissance transitoire (facteur de mérite).

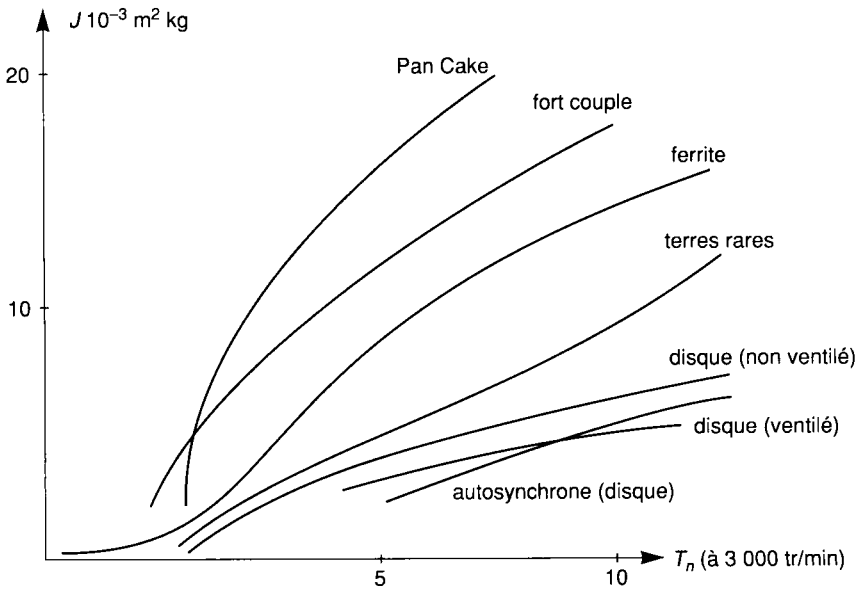


Figure 7.7.- Inertie.

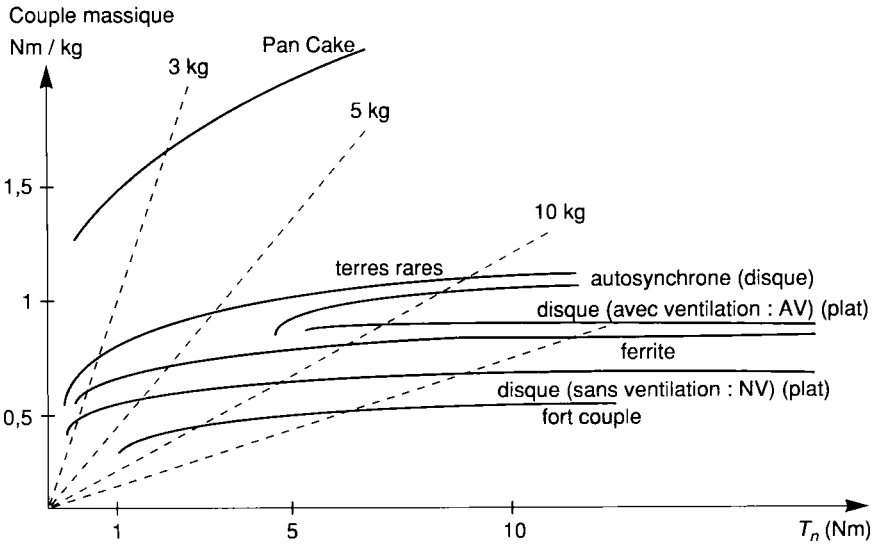


Figure 7.8. - Couple massique de différents types de moteur.

## 7.6 Détermination des paramètres

Pour une machine neuve les paramètres sont généralement fournis par le constructeur sous forme de « feuille de données » complète comme celle représentée dans la table 7.1.

données	Unités	Valeurs
Couple maximal	N · m	32,0
Couple nominal	N · m	4,9
Tension	V	165
Courant	A	4,0
Vitesse nominale	tr/mn	1 000
Vitesse maximale	tr/mn	1 200
Constante de couple	N · m/A	1,32
Constante de FEM	V/1000 tr/mn	139
Résistance à chaud	Ohms	4,76
Inductance	mH	2,8
Inertie	kg · m <sup>2</sup>	0,0024
Constante de Tps méc.	ms	6,2
Poids	kg	12,0
10 <sup>3</sup> coef. frottement visqueux	mN / (rd/s)	1,6
Couple frot. sec.	mN	0,25
Rendement		0,86
Cst tps therm rotor carcasse	s	300
Cst de tps therm. carcasse-ambi.	s	3400
Résistance thermique rotor-carcasse	°C/W	0,4
Résistance therm. carcasse-ambi.	°C/W	0,4

**Tableau 7.1.- Feuille de données d'un moteur à flux axial à aimants permanents pour alimentation en courant continu pur. Ambiance 40 °C - Isolation classe F.**

Pour une machine sans feuille de données et sans plan qui permettrait de calculer ces grandeurs, la seule façon d'avoir accès aux constantes est de recourir à des essais électromécaniques et thermiques.

Un essai d'échauffement en régime permanent permettra de déterminer la ou les constantes de temps thermiques.

La difficulté principale de mesure des températures au rotor, où il n'est pas pensable de loger des sondes thermiques, peut être contournée par la mesure des températures au refroidissement, à l'arrêt, à condition de maintenir à l'identique les conditions de refroidissement et d'extrapoler la courbe jusqu'à l'instant initial d'arrêt.

Pour les autres constantes les méthodes mises au point sur les machines classiques peuvent s'utiliser. À l'arrêt, l'alimentation en courant alternatif puis en courant continu nominal permet d'avoir accès pour chaque bobinage à sa résistance, son inductance et aux mutuelles inductances.

Les inductances de fuite ne peuvent être obtenues avec précision que par des essais en court-circuit. Sinon leur détermination par différence d'une inductance propre et de la mutuelle correspondante est possible, mais avec une marge d'erreur considérable, compte tenu du fait que l'inductance de fuite s'obtient par différence des deux termes de valeurs voisines. Ces constantes donnent accès aux constantes de temps électriques.

Il est possible, toujours à l'arrêt, d'enregistrer la montée exponentielle du courant en fonction du temps en réponse à un échelon de tension et d'en déduire la constante de temps correspondante.

Ces constantes de temps montrent en particulier que pour un induit le courant de démarrage et le couple correspondant ne peuvent être appliqués instantanément.

L'enregistrement de la montée en vitesse, en admettant les hypothèses du paragraphe 7.4.4, lors d'un démarrage à vide conduit à l'obtention de la constante  $\tau_m$ . Celle-ci peut également être obtenue par l'enregistrement de la montée du courant, qui dans ces hypothèses vaut

$$i = \frac{U}{R} e^{-t/\tau_m} \text{ puisque l'inductance d'induit est supposée nulle.}$$

Il est possible aussi, dans les mêmes hypothèses d'alimenter la machine par un échelon de courant  $I = I_d \frac{U}{R}$  ce qui revient à un échelon de couple également.

Les équations  $J \frac{d\Omega}{dt} = kI$  et  $U = RI + k\Omega$  imposent :

$$\Omega = \frac{kI}{J} t = \frac{Uk}{RJ} t = \frac{U}{k\tau_m} = \Omega_0 \frac{t}{\tau_m} = A_i$$

Pour  $\Omega = \Omega_0$  alors  $t = \tau_m$

On peut remarquer que dans ce cas d'alimentation la montée en vitesse à  $\Omega_0$  se fait trois fois plus vite que dans le cas d'un échelon en tension.

La détermination des constantes  $k_d$  et  $C_f$  se fait par l'intermédiaire de deux essais à vide à vitesses différentes c'est-à-dire sous tensions différentes (ou à fréquences différentes en alternatif). La mesure des puissances et des courants absorbés et des vitesses permet par l'écriture des équations de base de séparer les deux constantes sans difficultés. Pour une bonne précision il est nécessaire que le rapport vitesses choisies soit de l'ordre de 2.

La détermination de l'inertie  $J$  peut s'obtenir, sans démonter la machine, par deux essais de ralentissement à vide, hors tension à partir de la vitesse nominale  $\Omega_0$ , comme indiqué sur la figure 7.9 et pour deux inerties différentes. Il faut pouvoir ajouter à l'inertie propre du moteur une inertie connue  $J_1$  voisine de  $J$  de préférence comme celle par exemple d'un cylindre homogène massif. On ne peut appliquer la méthode de Routin classique étant donnée la rapidité habituelle du ralentissement pour les actionneurs qui déforme beaucoup la courbe surtout vers les basses vitesses. Mais en mesurant les durées de ralentissement pour passer dans les deux cas de la vitesse  $\Omega_0$  à la vitesse  $\Omega_0/10$  il est facile d'en déduire  $J$ .

En effet l'équation mécanique se réduit dans ce cas à :

$$J \frac{d\Omega}{dt} + K_D \Omega + C_f = 0 \text{ avec } \Omega(0) = \Omega_0 \quad (7.27)$$

L'intégration de cette équation conduit à démontrer que, pour la même vitesse  $\frac{\Omega_0}{10}$ , le rapport  $\frac{J}{t}$  est constant d'où l'on tire :

$$J = J_l \frac{t_1}{t_2 - t_1}$$

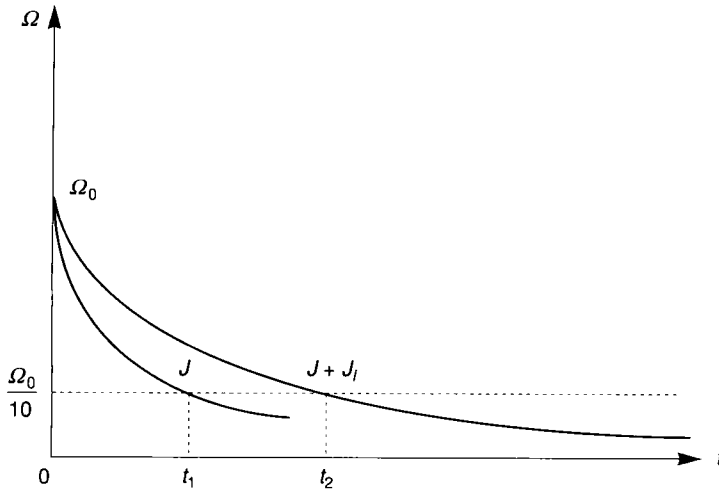


Figure 7.9. - Détermination de l'inertie par ralentissement avec inertie additionnelle.

Dans le cas où le flux d'excitation est nul  $K_D$  devient  $k_d$  dans (7.27). Il est possible aussi d'obtenir  $J$  indirectement par  $\tau_m \# \frac{RJ}{k^2}$  en déterminant  $k$  puisque  $R$  est connu. Enfin si la machine est démontable les méthodes mécaniques classiques type pendule permettent d'obtenir  $J$ .

La constante  $k$  s'obtient facilement dans le cas de machines à aimant permanent en mesurant la f.e.m. aux bornes de la machine entraînée en génératrice et la vitesse correspondante. Si la machine est utilisée en moteur, il suffit de retrancher de la tension à vide les chutes résistive et éventuellement inductive et aux balais pour obtenir la f.e.m. à vide cherchée.

Pour les machines du type à courant continu, une méthode globale d'identification du modèle dynamique peut être également utilisée. Elle est proposée par Pasek. Son intérêt vient de ce qu'elle permet une détermination des constantes pour des conditions de fonctionnement proches des conditions d'utilisation en charge et non à vide. Elle permet donc de prendre en compte la saturation et la réaction d'induit pour l'inductance d'induit et le courant de charge pour  $R$ .

Pasek fait cependant une approximation en supposant dans une première approche que  $k_d = C_f = 0$ . Il suppose connu un point de fonctionnement permanent en charge nominale par exemple pour lequel on peut écrire :

$$U_0 = RI_0 + k\Omega_0 \text{ et } kI_0 = T_0$$

Il considère ensuite la réponse à un échelon de tension d'induit  $\Delta U$  en charge tel que :  $U_1 = U_0 + \Delta U$  et  $\Delta I = I_1 - I_0 = 0$

Les variations temporelles du courant d'induit et de la vitesse sont représentées sur la figure 7.10 et définissent les valeurs utiles.

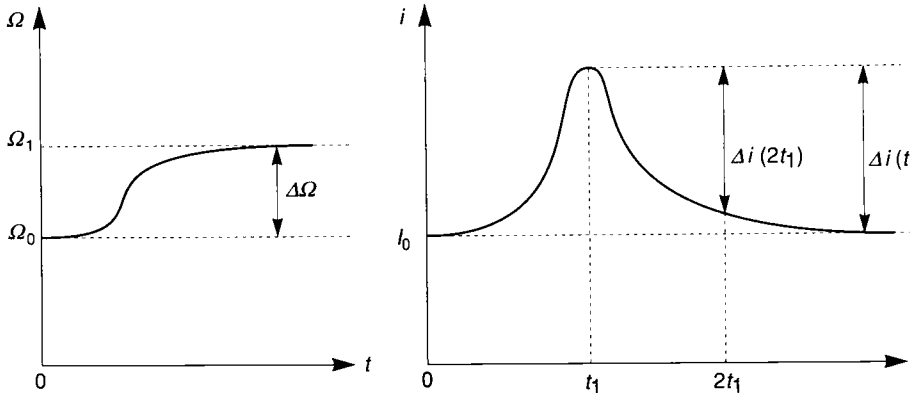


Figure 7.10. - Réponses à un échelon de tension en charge pour la détermination des constantes.

Les équations précédentes permettent d'écrire :  $U_1 = RI_0 + k\Omega_1$  d'où  $\Delta U = k\Delta\Omega$

La mesure de  $\Delta\Omega$  entraîne la connaissance de  $k$ . Pasker cherche ensuite les constantes de temps d'induit  $\tau_i$  et mécanique  $\tau_m$  sous la forme  $\tau_i$  et  $\tau_m = \lambda\tau_i$ .

Mais il passe par l'intermédiaire de deux constantes de temps intermédiaires  $T_1$  et  $T_2$  telles que :

$$T_1 = \frac{2\tau_i}{1 + \alpha} \text{ et } T_2 = \frac{2\tau_i}{1 - \alpha} \text{ avec } \alpha = \sqrt{1 - \frac{4}{\lambda}}$$

la réponse à un échelon, étudiée en fonction des deux paramètres  $\lambda$  et  $\tau_i$ , fait apparaître les relations suivantes, en utilisant les notations de la figure 7.10 :

$$\frac{t_1}{\tau_i} = \frac{1}{\alpha} \text{Log} \frac{1 + \alpha}{1 - \alpha} = h(\lambda)$$

$$\frac{T_1 + T_2}{T_1} e^{-t_1 / \tau_i} = \frac{\Delta i(2t_1)}{\Delta i(t_1)} = \frac{\Delta i(t_1) \cdot R}{\Delta U} = g(\lambda)$$

Le tracé des abaques  $g(\lambda)$  et  $h(\lambda)$  sur la figure 7.11 permet alors la détermination des constantes cherchées. En effet le rapport des  $\Delta i$  mesurés donne  $g(\lambda)$  et donc  $\lambda$  d'après l'abaque. Cette valeur reportée sur  $h(\lambda)$  donne le rapport  $\frac{t_1}{\tau_i}$  et donc  $\tau_i$  d'où  $\tau_m = \lambda\tau_i$ .

La relation  $\frac{\Delta U}{R} = \frac{\Delta i(t_1)}{g(\lambda)}$  donne  $R$  d'où l'on déduit l'inductance d'induit avec  $\tau_i$ .

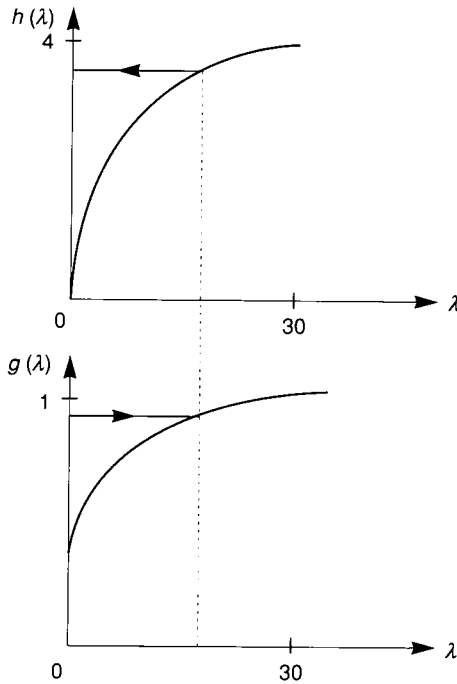


Figure 7.11. - Abaques de Pasek pour la détermination des constantes de base.

La valeur approchée de  $\tau_m$  valant  $\frac{RJ}{k^2}$  fournit  $J$  sans essai de ralentissement. La difficulté dans ce cas vient de la possibilité de créer cet échelon de tension si l'on ne dispose pas d'alimentation à tension variable, mais une résistance série qui peut être court circuitée donne de bons résultats. La méthode a été perfectionnée par Lord et Hwang qui ne négligent plus  $k_d$ , mais ils n'apportent pas de modification notable aux résultats précédents compte tenu de la faible valeur de cette constante.

## 7.7 Identification

### 7.7.1 Introduction

Cette partie présente les principes de base de l'identification des modèles paramétriques des procédés.

Une procédure d'identification fait intervenir quatre protagonistes interdépendants :

- un modèle de représentation constitué de relations mathématiques décrivant l'évolution des



variables du processus ou un modèle de connaissance établi à partir d'une interprétation physique des phénomènes mis en jeu (Modèle de Park...),

- la nature des perturbations présentes sur la chaîne d'acquisition et le processus,
- les signaux de test,
- l'algorithme d'estimation paramétrique.

Le choix de ces différentes composantes est dicté par une connaissance préalable du système à identifier et de l'environnement de mesure. Ces contraintes conduisent à la définition de la procédure d'identification. Effectuée pour permettre la synthèse des correcteurs, elle se décompose en quatre étapes :

- choix de la structure du modèle,
- génération des signaux de test et acquisition des entrées/sorties,
- estimation des paramètres du modèle,
- validation de la structure et des valeurs des paramètres.

Dans le cas de systèmes linéaires, le modèle peut être décrit par :

- une équation différentielle pour les systèmes continus ou une équation récurrente pour les systèmes discrets,
- une fonction ou une matrice de transfert en  $s$  (continu) ou en  $z$  (discret),
- une équation d'état.

### Choix du modèle

Le choix de sa structure dépend de l'application et du type de correction. Ainsi, un modèle d'état sera retenu pour une correction par retour d'état. Par contre, une synthèse fréquentielle des correcteurs requiert une représentation des fonctions de transfert dans le plan de Black. Mais pour une classe donnée de modèles, de nombreuses questions restent en suspens. Quel doit être l'ordre du modèle ? le nombre de zéros ? la valeur du retard ? Doit-on modéliser les perturbations ?

Apportons quelques éléments de réponses [BORNE 92 B][LANDAU 93].

#### ■ Le nombre de pas de retard

Pour les processus linéaires discrets  $\frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}$ , les retards sont modélisés par le transfert  $z^{-d}$

d'où :

$$B(z^{-1}) = z^{-d} B^*(z^{-1}) \text{ avec } B^*(z^{-1}) = \sum_{j=0}^n \hat{b}_j z^{-j} \quad (7.28)$$

Il peut être donné par une analyse structurelle du système et de sa commande (commande à pas retardé) ou par une première phase de l'estimation paramétrique.

Dans ce cas, la présence de retards se traduit par les premiers coefficients de  $B(z^{-1})$  quasiment nuls (par rapport aux suivants).

On se fixe un ordre de  $B$  suffisamment élevé et un retard initial  $d = d_0$  a priori sous évalué. On identifie  $B$ . Si  $|\hat{b}_j| < 0.15 |\hat{b}_{d_0+1}|$  pour  $j$  de 0 à  $d_0$ , on considère que les  $\hat{b}_j$  sont nuls de 0 à  $d_0$  et on factorise  $z^{-d_0+1}$ . On incrémente  $d$  ( $d = d + 1$ ).

On itère l'opération. Le nouveau test porte sur  $|\hat{b}_j| < 0.15 |\hat{b}_{d+1}|$  pour  $j$  de 0 à  $d$ . En fait, on recherche le plus petit indice  $d$  tel que

$$|\hat{b}_j| < 0.15 |\hat{b}_{d+1}| \text{ pour } j \text{ de } 0 \text{ à } d. \quad (7.29)$$

### ■ Le nombre de zéros et de pôles

La détermination du degré des polynômes  $A$  (degré  $n_A$ ) et  $B$  (degré  $n_B$ ) peut être effectuée en suivant l'évolution de la variance de l'erreur de prédiction  $e = y - \hat{y}$  :

$$\sigma = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e_i^2 \text{ avec } N \text{ nombre de mesures.} \quad (7.30)$$

La courbe  $\sigma(n)$  décroît en fonction du nombre de paramètres  $n$ . L'introduction de nouveaux coefficients n'amène pas d'information supplémentaire, l'augmentation de  $n$  au-delà de  $n_A+n_B$  se traduit par un coude sur  $\sigma(n)$  et même, parfois, une remontée du critère. Il faut tester l'évolution du critère pour une augmentation de  $n_A$  ou de  $n_B$  (en conservant  $n_A \geq n_B$ ).

### Envoi des signaux de test et acquisition

Les signaux de test sont déterministes (échelon, sinusoïde...) ou « stochastiques » (bruit blanc, Séquence Binaire Pseudo Aléatoire notée SBPA ou Séquence Ternaire Pseudo Aléatoire notée STPA). La construction d'une SBPA est présentée en annexe 3. Le choix de ces signaux dépend de l'algorithme utilisé, de la bande passante et de la nature du processus ainsi que des bruits présents. Leur amplitude doit être suffisante pour exciter le système dans son domaine de fonctionnement (le circuit magnétique des machines électriques étant utilisé dans le coude de quasi-saturation de la courbe  $B(H)$ , leur caractéristique n'est pas linéaire). Elle ne doit pas être trop grande pour éviter de le saturer. Ainsi la SBPA sera créée autour du point nominal de fonctionnement de la machine.

$$U = U_{\text{nominal}} + \Delta U_{SBPA} \text{ avec } \Delta U_{SBPA} = \pm 20 \% U_{\text{nominal}} \quad (7.31)$$

pour rester supérieure au bruit.

La composante continue est ensuite retirée en entrée et en sortie. Le modèle est identifié autour d'un point de fonctionnement. On peut être aussi amené à effectuer une mise à l'échelle des entrées et des sorties pour améliorer la convergence de l'algorithme d'identification.

**Les signaux de test doivent être suffisamment riches** pour exciter tous les modes propres du procédé. Leur spectre doit comporter au moins  $2n$  points si le procédé est d'ordre  $n$  (une sinusoïde contribuant au spectre pour 2 points  $f_0$  et  $-f_0$ , il suffit d'exciter le système par  $n$  sinusoïdes présentant des périodes distinctes). La SBPA ou la STPA sont particulièrement bien adaptées. Encore faut-il correctement les dimensionner. Leur spectre doit recouvrir celui du procédé. La longueur de la séquence doit être suffisante pour pouvoir négliger la composante continue. La période de la séquence  $(2^n - 1)T_{ech}$  doit être supérieure à la plus grande des constantes de temps du système et la période d'échantillonnage  $T_{ech}$  doit être largement inférieure à la plus faible des constantes de temps du procédé.

En pratique, on prend souvent pour fréquence d'échantillonnage de la SBPA un sous-multiple de celle de la commande de manière à générer un créneau suffisamment long pour accéder au gain statique du système.

Il convient enfin d'intercaler un filtre d'antirepliement entre le dispositif d'acquisition et le procédé pour éliminer la partie du spectre au-delà de la moitié de la fréquence d'échantillonnage du procédé  $f_{ech}$  (respect du théorème de Shannon). Si l'acquisition effectue un suréchantillonnage du signal  $fa = n \cdot fech$ , le filtre d'antirepliement peut être numérique [LANDAU 93]. On utilise une moyenne glissante  $\left( y_k = \frac{u_k + u_{k-1} + \dots + u_{k-n+1}}{n} \right)$  ou tout autre filtre numérique.

### ■ Choix de l'algorithme

En présence de bruits, certains algorithmes d'identification peuvent amener un biais sur les paramètres (c'est-à-dire  $\lim_{\text{Nombre de mesures} \rightarrow +\infty} \theta_{estim} \neq \theta_{rel}$ ). Un estimateur biaisé (par exemple, dans certains cas, les moindres carrés simples ou récursifs) introduit une erreur systématique. Il doit donc être manié avec précaution.

Chaque algorithme possède ses propres spécificités. Certains donnent une estimation de la nature des perturbations, d'autres tirent profit des caractéristiques du bruit (maximum de vraisemblance...), d'autres enfin effectuent une décorrélation des mesures et des résidus  $E_N$  ( $E_N = Y_N - H_n \theta$  où  $Y_N$  est le vecteur construit à partir des sorties,  $\theta$  celui défini par les paramètres recherchés et  $H_N$  la matrice des mesures).

La nature des perturbations présentes peut orienter le choix. La connaissance de leurs propriétés statistiques (voir annexe 3) permet l'utilisation d'algorithmes optimaux au sens de critères stochastiques (maximum de vraisemblance...). Nous verrons par la suite qu'une meilleure connaissance des perturbations conduit à des corrections plus performantes (synthèse robuste  $H_\infty$  au chapitre 14 ou commande adaptative au chapitre 15).

### ■ Validation de la structure et des valeurs des paramètres

Elle doit être effectuée sur des données différentes de celles utilisées par l'identification.

La validation de la structure repose sur des critères minimalisés par les procédures d'identification. Lorsque la méthode utilise un blanchiment des erreurs de prédiction (elles doivent tendre vers un bruit blanc), on teste les fonctions d'autocorrélation des erreurs de prédiction (qui théoriquement sont nulles). Lorsqu'elle effectue une décorrélation entre les erreurs de prédiction et les observations, on calcule les fonctions d'intercorrélations.

Toutes les méthodes seront exposées pour des processus mono-entrée mono-sortie représentés par leur fonction de transfert. Cependant la plupart de ces algorithmes possèdent des variantes multi-entrées mono-sortie. En tout état de cause, pour les systèmes linéaires multi-entrées (si c'est possible et si l'on dispose d'un peu de temps devant soi...), il suffit de répéter la procédure d'identification pour chacune des entrées, toutes les autres étant nulles.

Le cas des systèmes modélisés directement dans l'espace d'état sera abordé avec la méthode du maximum de vraisemblance et les filtres de Kalman (au chapitre 13). Toutefois, le passage d'un modèle sous forme de fonction de transfert à un modèle d'état est toujours possible.

## 7.7.2 Identification des modèles paramétriques continus

### 7.7.2.1 Utilisation de la réponse indicielle

Il s'agit de calculer les paramètres d'un modèle, dont on se fixe *a priori* la structure, à partir de la réponse indicielle.

#### ■ Système sans intégrateur

La structure retenue est :

$$P(s) = k_p e^{-T_r s} P_N(s) \text{ avec } P_N(s) = \frac{1}{(1 + \tau s)^n} \quad (7.32)$$

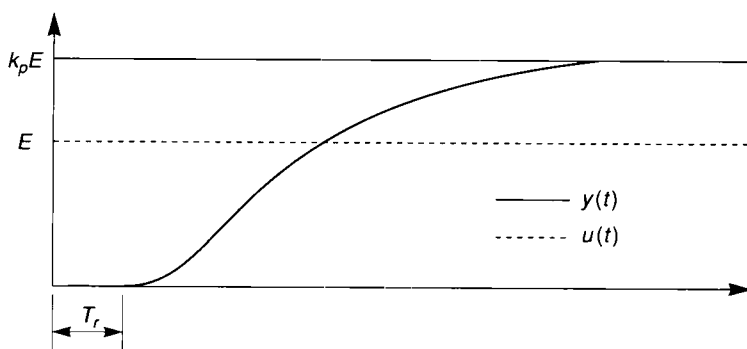


Figure 7.12.- Réponse indicielle sans intégrateur.

Une lecture directe de la courbe donne le gain statique  $k_p$  et le retard  $T_r$ .

#### ■ Méthode Strejc en boucle ouverte sans intégrateur

Étudions la réponse de  $P_N$  à un échelon unitaire :  $y_n(t)$

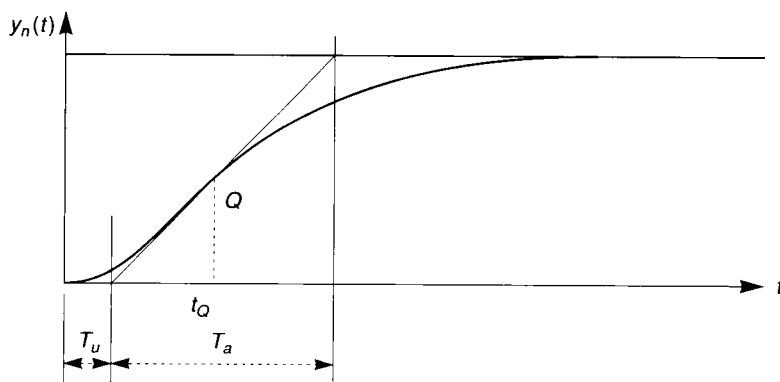


Figure 7.13.- Modèle de Strejc sans intégrateur.

La réponse, établie par récurrence avec  $y_n(t) = y_{n-1}(t) - \frac{t^{n-1}}{\tau^{n-1}(n-1)!} e^{-\frac{t}{\tau}}$ , est donnée par :

$$y_n(t) = 1 - \left( \sum_{k=1}^n \frac{t^{k-1}}{\tau^{k-1}(k-1)!} \right) e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ avec } 0! = 1 \quad (7.33)$$

La pente de la tangente au point d'inflexion est la valeur de la dérivée de  $L^{-1}\left(\frac{1}{(1 + \tau s)^n}\right)$  soit

$$\frac{1}{\tau^n} e^{-\frac{t}{\tau}} \frac{t^{n-1}}{(n-1)!} \text{ au point où sa dérivée seconde } \frac{t^{n-2}}{\tau^n(n-1)!} \left(n-1 - \frac{t}{\tau}\right) e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ s'annule.}$$

Le point d'inflexion a pour abscisse :

$$t_Q = (n-1)\tau \quad (7.34)$$

et la tangente en ce point est :

$$\frac{1}{T_a} = \frac{e^{-(n-1)}}{\tau} \frac{(n-1)^{n-1}}{(n-1)!} \quad (7.35)$$

La valeur de la fonction en ce point est donnée par :

$$y_Q = 1 - \left( \sum_{k=1}^n \frac{(n-1)^{k-1}}{(k-1)!} \right) e^{-(n-1)} \text{ pour } n > 1 \quad (7.36)$$

D'où :

$$\frac{T_a}{\tau} = \frac{(n-1)!}{(n-1)^{n-1}} e^{n-1} \quad (7.37)$$

$$\frac{T_u}{\tau} = \frac{t_Q}{\tau} - y_Q \frac{T_a}{\tau} \quad (7.38)$$

Ce qui permet d'établir le tableau suivant :

$n$	$\frac{T_a}{\tau}$	$\frac{T_a}{\tau}$	$\frac{T_u}{T_a}$
1	1	0	0
2	2.718	0.282	0.104
3	3.695	0.805	0.218
4	4.463	1.425	0.319
5	5.119	2.100	0.410

Tableau 7.2 - Calcul des paramètres du modèle de Strejc - identification en boucle ouverte.

Pour identifier un système se rapprochant de cette structure (réponse apériodique), il faut :

- Mesurer  $\frac{T_u}{T_a}$
- Prendre la valeur de  $n$  correspondant au ratio immédiatement inférieur
- Calculer  $\tau$  avec  $\frac{T_a}{\tau}$
- Calculer la nouvelle valeur de  $T_u'$  avec  $\frac{T_u}{\tau}$ 
  - En déduire le retard  $T_r = T_u - T_u'$

**ATTENTION :** Cette méthode est très sensible aux perturbations.

■ **Méthode Strejc en boucle fermée sans Intégrateur [GUYENOT 89]**

Le système corrigé est représenté sur la figure 7.14.

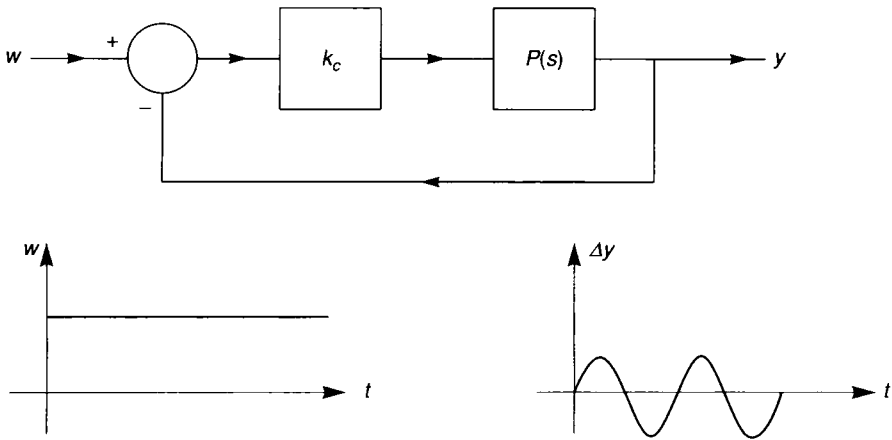


Figure 7.14. - Identification en boucle fermée.

$k_c$  est ajustée pour amener le système à la limite de l'instabilité. Soit  $T_0$  la fréquence d'oscillation et  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$  la pulsation correspondante. Posons  $k_0 = k_c k_p$ .

Dans ce cas :  $k_c P(j\omega) = \frac{k_c k_p e^{-T_r j\omega}}{(1 + \tau j\omega)^n} = -1$  et donc :

$n$  est solution entière de 
$$k_0 = \frac{1}{\left(\cos\left(\frac{\pi}{n}\right)\right)^n} \tag{7.39}$$

$$\tau = \frac{T_0}{2\pi} \sqrt{(k_0)^{\frac{2}{n}} - 1} \tag{7.40}$$

$$T_r = \frac{T_0}{2} \left( 1 - n \frac{\arctg \left( \sqrt{\left( k_0 \right)^{\frac{2}{n}} - 1} \right)}{\pi} \right) \quad (7.41)$$

**ATTENTION** : Il ne peut y avoir instabilité si le système est sans retard et d'ordre inférieur ou égal à 2.

**Système avec intégrateur**

Il représente, par exemple, le transfert couple - position d'une machine électrique où les dynamiques électriques sont supposées infiniment rapides.

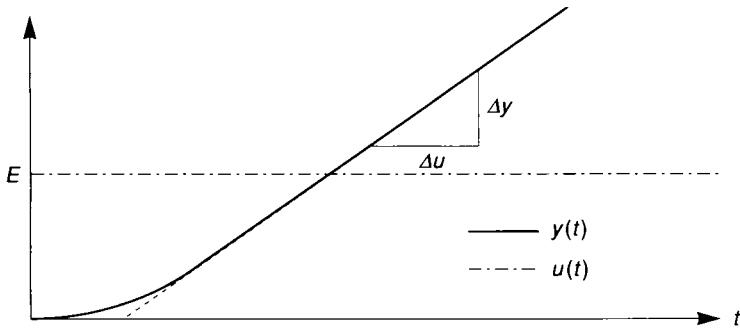


Figure 7.15.- Réponse indicielle avec intégrateur.

Le gain en vitesse est donné par  $k_v = \frac{\Delta y}{\Delta u} \frac{1}{\Delta t}$

■ Identification en boucle ouverte avec intégrateur

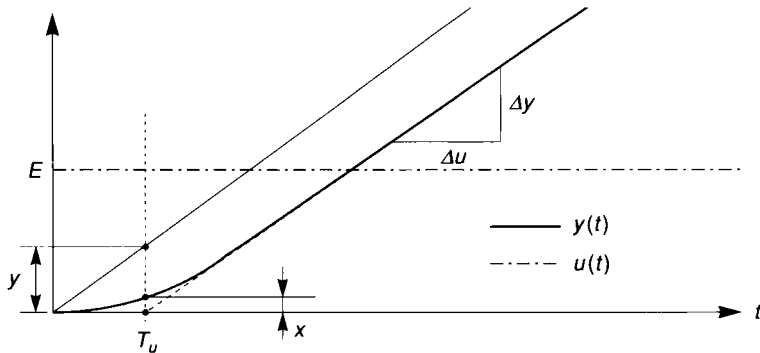


Figure 7.16.- Identification en boucle ouverte d'un système avec intégrateur.

On considère un modèle du type  $P(s) = \frac{k_v}{s} \frac{1}{(1 + \tau s)^n}$

Le système est soumis à un échelon de consigne. La réponse est enregistrée.

On détermine les paramètres du modèle à l'aide du tableau suivant :

$n$	$x/y$
1	0.368
2	0.271
3	0.224
4	0.195
5	0.175

Tableau 7.3 - Calcul des paramètres du modèle avec intégrateur- identification en boucle ouverte.

La constante de temps est donnée par :  $\tau = \frac{T_u}{n}$

### ■ Identification en boucle fermée avec intégrateur

On reprend le même modèle que précédemment. En amenant le système à la limite de l'instabilité

(  $k_p P(j\omega) = \frac{k_c k_p}{j\omega(1 + \tau j\omega)^n} = -1$  ), on obtient les paramètres :

n est solution entière de 
$$k_0 \frac{T_0}{2\pi} = \frac{1}{\left(\cos\left(\frac{\pi}{2n}\right)\right)^n} \tag{7.42}$$

on en déduit 
$$\tau = \frac{T_0}{2\pi} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2n}\right) \tag{7.43}$$

## 7.7.2.2 Utilisation de la réponse fréquentielle

Le système est excité par un signal sinusoïdal très pur (pilote par quartz) dont on fait varier la fréquence. On enregistre le gain en dB et la phase en degrés.

Cette fonction est réalisée par les analyseurs de réseau ou les impédancemètres vectoriels.

Les résultats obtenus peuvent être directement exploités pour réaliser une synthèse fréquentielle (voir chapitre 14) ou utilisés pour retrouver les coefficients d'une fonction de transfert représentée sous forme rationnelle

$$P(s) = \frac{B(s)}{A(s)} \text{ [Borne 92B].}$$



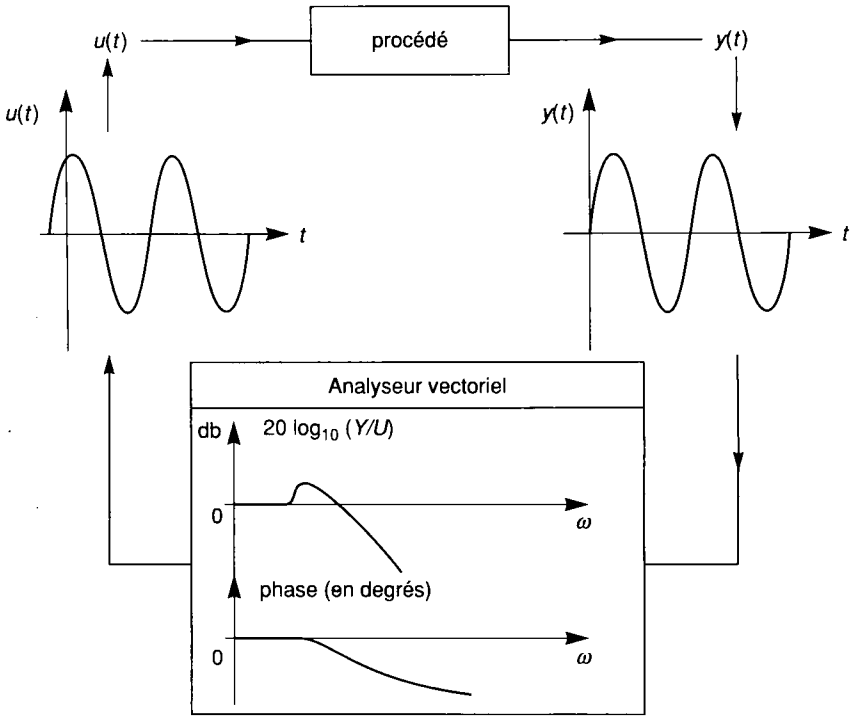


Figure 7.17. - Identification fréquentielle.

Dans ce cas, il convient de résoudre le système obtenu en identifiant partie réelle et partie imaginaire de  $P(j\omega)$  et de sa forme expérimentale  $\left| \frac{Y}{U} \right|_{\omega_i} \cos \varphi_{\omega_i}$  et  $\left| \frac{Y}{U} \right|_{\omega_i} \sin \varphi_{\omega_i}$ .

Cette méthode est difficile à mettre en œuvre sur les actionneurs électriques. Il faut, en effet, disposer d'une alimentation sinusoïdale de puissance très pure et à fréquence variable.

Cette technique admet plusieurs variantes. Il est possible par exemple d'exciter le procédé avec un signal très riche spectralement et de faire une transformée de Fourier rapide :

$$P(j\omega) = \frac{\int_0^{+\infty} y(t) \exp(-j\omega t) dt}{\int_0^{+\infty} u(t) \exp(-j\omega t) dt} \tag{7.44}$$

Nous allons présenter, dans le chapitre suivant, les méthodes d'identification utilisables avec des modèles paramétriques discrets. Mais elles sont exploitables pour des modèles paramétriques continus avec un filtrage des entrées et des sorties [SASTRY 89].

En effet, considérons un système mono-entrée / mono-sortie donné par sa fonction de transfert

$$P(s) = \frac{\alpha_{n-1}s^{n-1} + \dots + \alpha_0s^0}{s^n + \beta_{n-1}s^{n-1} + \dots + \beta_0s^0} \cdot \alpha_i \text{ et } \beta_i \text{ sont les paramètres recherchés.}$$

On choisit un filtre  $\frac{1}{F(s)} = \frac{1}{s^n + f_{n-1}s^{n-1} + \dots + f_0s^0}$  stable.

On construit :  $F_T = \frac{1}{F(s)} \begin{bmatrix} 1 \\ \dots \\ s^{n-1} \end{bmatrix}$

Notons  $\theta^T = (\alpha_0 \dots \alpha_{n-1} \ f_0 - \beta_0 \dots f_{n-1} - \beta_{n-1})$  vecteur des paramètres du procédé et  $\hat{\theta}^T = (\hat{\alpha}_0 \dots \hat{\alpha}_{n-1} \ f_0 - \hat{\beta}_0 \dots f_{n-1} - \hat{\beta}_{n-1})$ , le vecteur estimé. L'erreur sur les paramètres est  $\Phi = \hat{\theta} - \theta$ .

Notons  $\hat{\alpha}^T = (\hat{\alpha}_0 \dots \hat{\alpha}_{n-1})$  et  $\hat{\beta}^T = (f_0 - \hat{\beta}_0 \dots f_{n-1} - \hat{\beta}_{n-1})$ . La structure de l'identificateur est donnée par la figure suivante :

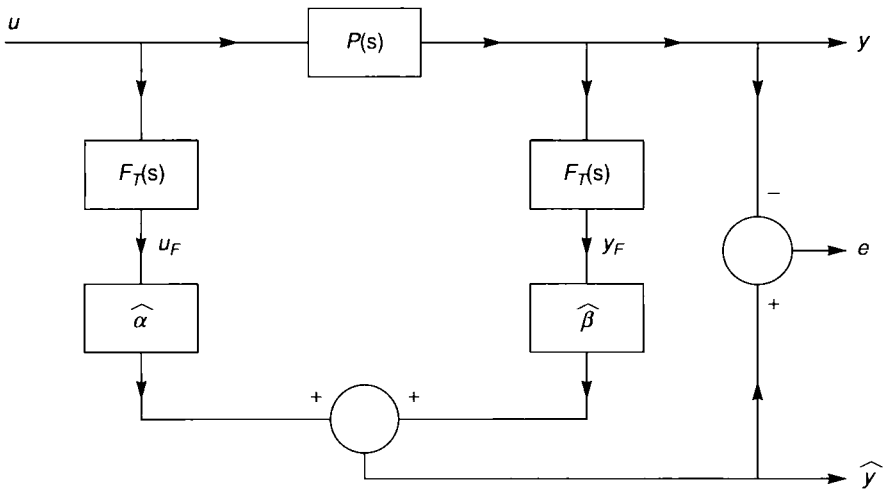


Figure 7.18. - Identification paramétrique d'un système continu.

L'erreur entre la sortie estimée et la sortie réelle est reliée à  $\Phi$  par

$$e = \hat{y} - y = \Phi^T H_F + \varepsilon \text{ avec } H_F^T = (U_F^T \ Y_F^T) \tag{7.45}$$

où  $\varepsilon$  est un terme exponentiellement décroissant.

Plusieurs algorithmes permettent alors de déterminer le vecteur  $\hat{\theta}$  « optimal » à partir d'une équation du type (7.45). Citons pour l'exemple le filtre de Kalman (chapitre 13) ou l'algorithme du gradient (chapitre 15).

D'autres approches sont utilisées. À titre d'exemple, nous présentons une méthode pour estimer les paramètres d'une machine asynchrone [BOUSSAK 92][TOUHAMI 94].

Dans un référentiel lié au stator, le transfert courant statorique / tension statorique d'une machine asynchrone munie d'une commande vectorielle indirecte avec orientation de flux sur l'axe  $d$  est de la forme :

$$G(p) = \frac{I_s(s)}{V_s(s)} = \frac{b_1s + b_0}{s^2 + a_1s + a_0} \tag{7.46}$$

où  $V_s = v_{ds} + jv_{qs}$  et  $I_s = i_{ds} + j \cdot i_{qs}$  avec  $j^2 = -1$ ,  $a_i$  et  $b_i$  sont des coefficients complexes dépendant des paramètres de la machine et de la vitesse de rotation.

On peut alors écrire :

$$y_k = H_k^T \theta \tag{7.47}$$

avec le vecteur de mesures :  $H_k^T = \left[ -\frac{di_s}{dt} \quad -i_s \quad \frac{dv_s}{dt} \quad v_s \right]$

et le vecteur de paramètres :  $\theta = [a_1 \quad a_0 \quad b_1 \quad b_0]^T$ .

Les dérivées premières et secondes sont obtenues par un filtrage numérique (voir section 14.3.1) des mesures des courants et tensions statoriques effectuées à vitesse constante (ou lentement variable).

On peut alors, par exemple, estimer les paramètres par la méthode des moindres carrés récursifs (voir chapitre 15.2.1).

### 7.7.3 Identification des modèles paramétriques discrets

Nous supposons que le système modélisé est linéaire et ne possède qu'une seule entrée et une seule sortie. Il est représenté par [NAJIM 88][ BORNE 92B][LANDAU 93] [KHELIF 94] :

$$A(z^{-1})y_k = z^{-d} \frac{B(z^{-1})}{F(z^{-1})} u_k + \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})} e_k \tag{7.48}$$

où  $e_k$  désigne un bruit blanc.

On pose :

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{na} z^{-na}$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_{nb} z^{-nb} \text{ avec } b_0 \text{ non nul}$$

$$C(z^{-1}) = 1 + c_1 z^{-1} + \dots + c_{nc} z^{-nc}$$

$$D(z^{-1}) = 1 + d_1 z^{-1} + \dots + d_{nd} z^{-nd}$$

$$F(z^{-1}) = 1 + f_1 z^{-1} + \dots + f_{nf} z^{-nf}$$

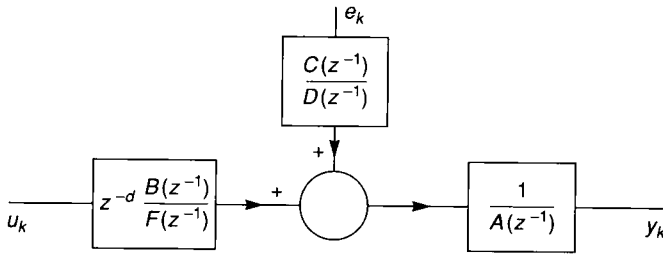


Figure 7.19. - Structure du modèle du procédé et de ses perturbations.

Le vecteur de paramètres  $\theta$  recherché est donné dans le cas le plus général par :

$$\theta = [ a_1 \dots a_{na} \ b_0 \dots b_{nb} \ c_1 \dots c_{nc} \ d_1 \dots d_{nd} \ f_1 \dots f_{nf} ]^T \quad (7.49)$$

La contribution de la perturbation à la sortie mesurée  $y_k$  est modélisée par le filtrage linéaire

$$\frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})A(z^{-1})} \text{ d'un bruit blanc } e_k.$$

$A(z^{-1})$  facteur commun apparaissant dans le modèle de perturbation et dans celui du système représente un couplage entre leurs dynamiques.

Cette structure très générale donne cinq variantes décrites dans le tableau page suivante.

Sans nuire à la généralité du problème et pour simplifier les notations, le retard  $z^{-d}$  sera désormais intégré dans le quintuplé (A, B, C, D, F).

### 7.7.3.1 Méthodes basées sur l'erreur de sortie

Ces méthodes tendent à minimiser un critère portant sur l'erreur entre les sorties respectives du système  $y_k$  et du prédicteur  $\hat{y}_k$ .

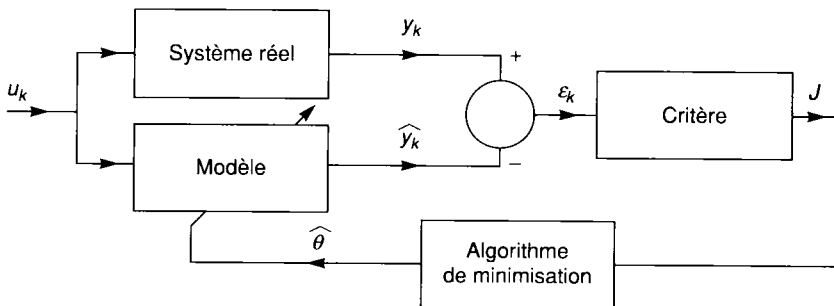


Figure 7.20. - Méthode basée sur l'erreur de sortie.

L'erreur est une fonction non linéaire des paramètres à identifier. Dans le cas particulier où la perturbation est un bruit blanc :  $A(q) = C(q) = D(q) = 1$

Modèle	Schéma	Équation
ARX Auto Régressive à entrée eXogène		$y_k = z^{-d} \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} u_k + \frac{1}{A(z^{-1})} e_k$ $C(z^{-1}) = D(z^{-1}) = 1$ $F(z^{-1}) = 1$
DARX Doublement Auto Régressive à entrée eXogène		$A(z^{-1}) y_k = z^{-d} B(z^{-1}) u_k + \frac{1}{D(z^{-1})} e_k$ $C(z^{-1}) = 1$ $F(z^{-1}) = 1$
ARMAX Auto Régressive à Moyenne Ajustée et à entrée eXogène		$A(z^{-1}) y_k = z^{-d} B(z^{-1}) u_k + C(z^{-1}) e_k$ $D(z^{-1}) = 1$ $F(z^{-1}) = 1$
DARMAX Doublement Auto Régressive à Moyenne Ajustée et à entrée eXogène		$A(z^{-1}) y_k = z^{-d} B(z^{-1}) u_k + \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})} e_k$ $F(z^{-1}) = 1$
BJ Box-Jenkins		$y_k = z^{-d} \frac{B(z^{-1})}{F(z^{-1})} u_k + \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})} e_k$ $A(z^{-1}) = 1$

Tableau 7.4. - Modèle du procédé et des perturbations.

Le modèle devient :

$$y_{M_k} = \frac{B(q)}{F(q)} u_k + \varepsilon(k) \quad (7.50)$$

L'équation du prédicteur :

$$\hat{y}_k = -f_1 \hat{y}_{k-1} - \dots - f_{n_f} \hat{y}_k + b_0 u_k + \dots + b_{n_b} u_{k-n_b}$$

Soit, sous forme condensée :

$$\hat{Y}(k/\theta) = F(k, \theta) \theta$$

avec :

$$h_k(q) = [-\hat{y}_{k-1}, \dots, \hat{y}_{k-n_f}, u_k, \dots, -u_{k-n_b}] \quad \text{et} \quad \theta = [f_1, \dots, f_{n_f}, b_0, \dots, b_{n_b}]^T$$

L'erreur d'identification a pour expression :

$$e_k = Y_k - \hat{Y}_k(q) = Y_k - h_k(q)q \quad (7.51)$$

### Critère d'optimisation

Le critère d'optimisation est, en général, une fonction

$$J = \sum_{k=1}^N (\varepsilon_k)^2 = \sum_{k=1}^N (\hat{y}_k - y_k)^2 \quad (7.52)$$

Il s'agit de trouver le vecteur de paramètres  $\hat{\theta}$  minimisant cette fonction  $J$  de l'erreur.

### Mise en œuvre de la procédure d'identification

#### ■ Initialisation

**Première possibilité :** Les  $n_f$  premières valeurs de la sortie du modèle sont initialisées par les  $n_f$  premières mesures correspondantes. Le critère s'applique à partir de  $k = n_f + 1$ .

**Deuxième possibilité :** L'état initial du modèle ( $\hat{y}_1 - \dots - \hat{y}_{n_f}$ ) est une inconnue.

Il faut alors déterminer sa valeur et le vecteur  $\hat{\theta}$ . L'ordre du problème est augmenté.

#### ■ Minimisation du critère

L'erreur quadratique étant non linéaire, sa minimisation fait appel à la programmation non linéaire. On utilise soit une méthode analytique du type gradient (voir chapitre 15) ou Newton-Raphson, soit une recherche directe (Algorithme de Hooke et Jeeves...), soit enfin une méthode stochastique (algorithme génétique, algorithme du recuit simulé...)

Ces méthodes sont détaillées dans de nombreux ouvrages d'analyse numérique.

## 7.7.3.2 Méthodes basées sur l'erreur d'équation

### 7.7.3.2.1 Introduction

L'équation du prédicteur est :

$$\hat{y}_k = -a_1 y_{k-1} - \dots - a_{n_a} y_{k-n_a} + b_0 u_k + \dots + b_{n_b} u_{k-n_b} \quad (7.53)$$

Dans ce cas, il utilise les sorties réelles du procédé (et non plus les sorties estimées aux pas précédents).

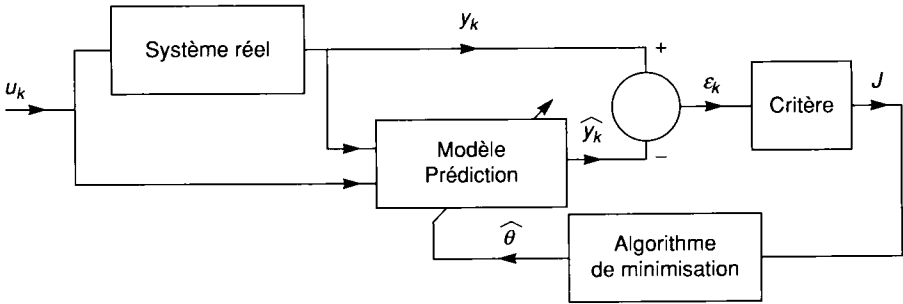


Figure 7.21. - Utilisation de l'erreur de prédiction.

Une illustration simple de ce principe peut être donnée dans le cas d'une perturbation auto régressive ( $F(z^{-1}) = C(z^{-1}) = D(z^{-1}) = 1$ ). Ce modèle est connu sous l'appellation « ARX » (auto régressif à entrée exogène) et la méthode sous le nom de « moindres carrés simples ».

Comme nous le montrerons par la suite, dans la majorité des cas, la méthode des moindres carrés appliquée à l'erreur d'équation (prédiction) engendre une erreur asymptotique (biais) sur l'estimation des paramètres. Afin de contourner cette situation (éliminer le biais), deux approches sont possibles :

1. Opérer un changement sur le modèle de perturbation (généralisation du cas ARX)
2. Introduire une variable opératoire permettant la décorrélation entre les observations et la perturbation (méthode des variables instrumentales).

### 7.7.3.2 Moindres carrés simples

Supposons le système modélisé par :

$$y_{M_k} + a_1 y_{M_{k-1}} + \dots + a_{n_a} y_{M_{k-n_a}} = b_0 u_k + \dots b_{n_b} u_{k-n_b} \quad (7.54)$$

Le prédicteur correspondant est donné par :

$$\hat{y}_k = -a_1 y_{k-1} - \dots - a_{n_a} y_{k-n_a} + b_0 u_k + \dots b_{n_b} u_{k-n_b} \quad (7.55)$$

Notons que la sortie à l'instant k est estimée à partir des mesures de la sortie **réelle** aux instants  $k - n_a \dots k - 1$  et des entrées aux instants  $k - n_b \dots k$  avec  $n_b \leq n_a$ . Dans la plupart des cas,  $b_0 = 0$  mais nous conserverons ce coefficient pour effectuer nos démonstrations.

L'erreur de prédiction est :

$$e_k = y_k - \hat{y}_k \quad (7.56)$$

Le principe de la méthode des moindres carrés simples est de rechercher le vecteur de paramètres minimisant le critère :

$$J = \sum_{i=n_a}^{n_a+N} (e_k)^2 \quad (7.57)$$

L'équation 7.55 peut s'écrire :  $\hat{y}_k = h_k \hat{\theta}_k$  (7.58)

avec  $h_k = [-y_{k-1} \dots -y_{k-n_a} \quad u_k \dots u_{k-n_b}]$  vecteur des mesures à l'instant  $k$

et  $\hat{\theta}_k = [a_1 \dots a_{n_a} \quad b_0 \dots b_{n_b}]^T$  vecteur des paramètres estimés.

Posons  $H_N = \begin{bmatrix} h_{n_a} \\ \dots \\ h_{n_a+N} \end{bmatrix}$ ,  $Y_N = \begin{bmatrix} y_{n_a} \\ \dots \\ y_{n_a+N} \end{bmatrix}$  et  $E_N = \begin{bmatrix} e_{n_a} \\ \dots \\ e_{n_a+N} \end{bmatrix}$  et donc  $Y_N = H_N \theta$

Or  $J = \sum_{i=n_a}^{n_a+N} (e(k))^2 = \sum_{i=n_a}^{n_a+N} (y_k - h_k \theta)^2 = (Y_N - H_N \theta)^T (Y_N - H_N \theta)$  (7.59)

Donc on a un extremum si :

$$\left( \frac{\partial J}{\partial \theta} \right) = 0 \Rightarrow -2H_N^T (Y_N - H_N \hat{\theta}_N) = 0 \quad (7.60)$$

avec  $\hat{\theta}_N$  vecteur paramètre estimé avec  $N$  mesures.

On obtient un minimum pour  $\left( \frac{\partial^2 J}{\partial \theta^2} \right) > 0 \Rightarrow H_N^T H_N > 0$  ce qui est en général le cas.

Le vecteur de paramètres estimés est donné de manière explicite par :

$$\hat{\theta}_N = [H_N^T H_N]^{-1} H_N^T Y_N \quad (7.61)$$

### Calcul du biais

Désignons  $\theta$  le vecteur de paramètres réels et  $\hat{\theta}_N$  le vecteur de paramètres estimés (avec  $N$  mesures). Le biais de l'estimateur est donné par  $b = \mathbf{E}(\hat{\theta}) - \theta$ .

Remarque :  $\mathbf{E}(\cdot)$  désigne l'espérance mathématique ou moyenne statistique. On se reportera à l'annexe 3 pour plus de renseignements.

Le biais est donné par :  $b = \mathbf{E}\left( [H_N^T H_N]^{-1} H_N^T E_N \right)$ . (7.62)

Donc si  $E_N$  n'est pas une séquence centrée ( $\mathbf{E}(E_N)$  est non nul) ou si les matrices  $H_N$  et  $E_N$  sont corrélées ( $\mathbf{E}(H_N^T E_N) \neq 0$ ), cet estimateur est biaisé.



**7.7.3.2.3 Méthodes des variables instrumentales**

Pour éliminer le biais sur l'estimation des paramètres, il est possible de décorréler le vecteur d'observation  $H_N$  et les résidus  $E_N$  (erreurs de prédiction) en multipliant la régression linéaire (modèle ARX) par un « vecteur instrumental »  $\psi_k$  convenable.  $\psi_k$  doit être fortement corrélé avec les entrées / sorties non bruitées et non corrélé avec le bruit pour annuler  $E(H_N^T E_N)$ .

Soit : 
$$\Psi_N Y_N = \Psi_N H_N \theta + \Psi_N E_N \tag{7.63}$$

avec  $\Psi_N = [\psi_{n_a}, \dots, \psi_{n_a+N}]$  matrice instrumentale

Le vecteur de paramètre minimisant  $J = \sum_{i=n_a}^{n_a+N} (\psi_k e_k)^2$  est donné par :

$$\hat{\theta}_{VI} = [(\Psi_N H_N)^T (\Psi_N H_N)]^{-1} (\Psi_N H_N)^T \Psi_N Y_N \tag{7.64}$$

Cet estimateur est sans biais si  $E(\Psi_N H_N) \neq 0$  et si  $E(\Psi_N E_N) = 0$  ( $\Psi_N$  et  $E_N$  sont décorrélées).

Plusieurs choix sont communément retenus [SÖDERSTRÖM 81] [BORNE 92B] :

1. vecteur instrumental à entrées retardées :

$$\Psi_k = [u_{k-1}, \dots, u_{k-n_a-n_b}]$$

2. vecteur instrumental à sorties retardées

$$\Psi_k = [-y_{k-m-1}, \dots, -y_{k-m-n_a}, u_{k-1}, \dots, u_{k-n_b}]$$

où  $m$  est supérieur à l'ordre du modèle de perturbation (soit degré de C dans le modèle ARMAX).

3. vecteur instrumental à entrées/sorties retardées

$$\Psi_k = [-y_{k-m-1}, \dots, -y_{k-m-n_a}, u_{k-m-1}, \dots, u_{k-m-n_b}]$$

4. vecteur instrumental à entrées-filtrées

$$\Psi_k = [u_{f_{k-1}}, \dots, u_{f_{k-n_a}}, u_{k-1}, \dots, u_{k-n_b}]$$

avec  $u_{f_k} = \frac{B_F(z^{-1})}{A_F(z^{-1})} u_k$

Cette méthode conserve les avantages de l'algorithme des moindres carrés et donne une solution explicite sans amener de biais. Mais elle n'indique pas la nature des perturbations.

**7.7.3.2.4 Méthodes modélisant les perturbations du procédé**

Une structure est attribuée aux résidus [ $r_k = A(z^{-1}) y_k - B(z^{-1}) u_k$ ] de manière à blanchir la séquence d'erreur d'équation [KHELIF 94].

Physiquement, il s'agit de modéliser toutes les informations véhiculées par les données et que le seul modèle du processus  $[B(z^{-1})/A(z^{-1})]u_k$  n'arrive pas à « expliquer ». La séquence  $r_k$  doit être considérée comme résultant du filtrage (linéaire) d'un bruit blanc  $e_k$  :

$$r_k = \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})} e_k \quad (7.65)$$

### ■ Moindres carrés généralisés - Modèle DARX

Le processus est modélisé par :

$$A(z^{-1})y_k = B(z^{-1})u_k + \frac{1}{D(z^{-1})} e_k \quad (7.66)$$

Dans ce cas, le filtre caractéristique des résidus  $r_k$  est auto-régressif :

$$r_k = \frac{1}{D(z^{-1})} e_k \quad (7.67)$$

En adoptant le changement de variable défini par :

$$y_{d_k} = D(z^{-1})y_k, \quad u_{d_k} = D(z^{-1})u_k \quad (7.68)$$

L'équation du modèle devient :

$$A(z^{-1})y_{d_k} = B(z^{-1})u_{d_k} + e_k \quad (7.69)$$

Le modèle ci-dessus est du type ARX dont les données  $y_{d_k}, u_{d_k}$  sont obtenues par le filtrage respectif de  $y_k$  et  $u_k$  à travers  $D(z^{-1})$ . La méthode des moindres carrés simples donne le vecteur de paramètres  $\theta$  si  $D(z^{-1})$  est connu.

$$\theta = [H_{d_N}^T H_{d_N}]^{-1} H_{d_N}^T Y_{d_N} \quad (7.70)$$

avec  $H_{d_N}$  matrice des observations après  $N$  mesures filtrées.

Pour déterminer les coefficients de  $D$ , il suffit d'écrire la relation récurrente qui les lie aux résidus :

$$r_k = -d_1 r_{k-1} - \dots - d_{n_d} r_k + e_k \quad (7.71)$$

Soit pour  $k = (n_d + 1) \dots -N$

et avec :  $r = [r_{n_d+1} \dots r_N]^T$  vecteur des résidus estimés à partir de  $\theta$  et des mesures précédentes ;  $\theta_d = [d_1 \dots d_{n_d}]^T$  ;  $v = [e_{n_d+1} \dots e_N]$

$$\text{et} \quad H_{r_N} = \begin{bmatrix} -r_{n_d} & \dots & -r_1 \\ \dots & & \dots \\ -r_{N-1} & \dots & -r_{N-n_d} \end{bmatrix} \quad (7.72)$$

$$\text{on obtient :} \quad r = H_r \theta_d + v \quad (7.73)$$

L'application de la méthode des moindres carrés simples permet alors la détermination du vecteur :  $\theta_d$

$$\theta_d = \left[ H_{r_N}^T H_{r_N} \right]^{-1} H_{r_N}^T r \quad (7.74)$$

L'algorithme prend donc la forme suivante :

1. Initialisation :  $H_d = H$  et  $Y_F = Y$
2. Estimer A et B avec les observations filtrées par D
3. Calculer les résidus  $r = Y - H\theta$
4. Estimer D
5. Boucler sur 2 tant que  $\|r\| > \text{seuil}$

■ **Moindres - carrés étendus - Modèle ARMAX**

Dans ce cas, les résidus sont caractérisés par un filtre auto-régressif à moyenne ajustée ( $D(z^{-1}) = 1$ ).

Soit :

$$A(z^{-1})y_k = B(z^{-1})u_k + C(z^{-1})e_k \quad (7.75)$$

Le prédicteur  $\hat{y}_k(\theta)$  se met sous la forme suivante :

$$\hat{y}_k(\theta) = h_k(\theta) \cdot \theta \quad (7.76)$$

avec :  $h_k(\theta) = [-y_{k-1} \dots y_{k-n_a} \ u_k \dots u_{k-n_b} \ e_{k-1} \dots e_{k-n_c}]$  et  $\theta = [a_1 \dots a_{n_a} \ b_0 \dots b_{n_b} \ c_1 \dots c_{n_c}]$

L'erreur de prédiction est donnée par :

$$y_k - \hat{y}_k = e_k \quad (7.77)$$

L'expression de  $\hat{y}_k(\theta)$  est une régression non linéaire. En effet  $h_k(\theta)$  englobe des termes (les erreurs de prédiction) qui sont fonction de  $\theta$ . La détermination de  $\theta$  dans ce cas peut se faire à l'aide de méthodes numériques itératives similaires à celles présentées au 7.7.3.1.

L'algorithme peut donc prendre la forme suivante :

1. Construire :  $H_N$  et  $Y_N$
2. Estimer A et B
3. Calculer les résidus  $e = Y_N - H_N\theta$
4. Boucler sur 1 tant que  $\|r\| > \text{seuil}$

**7.7.3.2.5 Méthode du maximum de vraisemblance**

■ **Principe**

Cette approche utilise les propriétés statistiques du bruit et plus particulièrement les moments d'ordre 2 (voir annexe 3).

La méthode [ASTRÖM 66] consiste à rechercher le vecteur de paramètres  $\hat{\theta}_{MV}$  qui maximise la densité de probabilité conditionnelle  $p(Y|\theta)$  appelée « fonction de vraisemblance ».

Cela revient à déterminer  $\hat{\theta}_{MV}$  qui minimise  $-\log(p(Y|\theta))$  [NAJIM 88][MILNE 88].

Soit 
$$\frac{\partial}{\partial \theta} \log(p(Y|\theta)) = 0$$

■ Application au modèle ARMAX

Supposons le procédé et ses perturbations représentés par un modèle ARMAX

Soit : 
$$A(z^{-1})y_k = B(z^{-1})u_k + C(z^{-1})e_k \tag{7.78}$$

où  $e_k$  est supposé un bruit blanc centré Gaussien d'écart type  $\sigma$ .

Si les conditions initiales sont nulles, on peut alors réécrire ces équations pour  $k$  variant de  $n_a + 1$  à  $n_a + N$  sous forme matricielle.

$$A_N \times Y_N = -A_0 Y_0 + B_N U_N + C_N E_N \tag{7.79}$$

avec :

$$A_N = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ a_1 & 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ a_2 & a_1 & 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n_a} & \dots & a_1 & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & a_{n_a} & \dots & a_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & a_{n_a} & \dots & a_1 & 1 \end{bmatrix}_{N \times N}$$

et  $Y_N = \begin{bmatrix} y_{n_a+1} \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ y_{n_a+N} \end{bmatrix}_{N \times 1}$

$$B_N = \begin{bmatrix} b_{n_b} & \dots & b_0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & b_{n_b} & \dots & b_0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & b_{n_b} & \dots & b_0 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & b_{n_b} & \dots & b_0 \end{bmatrix}_{N \times (N+n_b)}$$

et  $U_N = \begin{bmatrix} u_{n_a+1-n_b} \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ u_{n_a+N} \end{bmatrix}_{(N+n_b) \times 1}$

$$C_N = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ c_1 & 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ c_2 & c_1 & 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{n_c} & \dots & c_1 & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & c_{n_c} & \dots & c_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & c_{n_c} & \dots & c_1 & 1 \end{bmatrix}_{N \times N}$$

et  $E_N = \begin{bmatrix} e_{n_a+1} \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ e_{n_a+N} \end{bmatrix}_{N \times 1}$

$$A_0 = \begin{bmatrix} a_{n_a} & \dots & \dots & \dots & a_1 \\ 0 & a_{n_a} & \dots & \dots & a_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & a_{n_a} \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}_{N \times n_a} \quad \text{et} \quad Y_0 = \begin{bmatrix} y_1 \\ \dots \\ \dots \\ y_{n_a} \end{bmatrix}_{n_a \times 1}$$

Dans cette méthode, on suppose que  $U_N$  est un vecteur déterministe et que  $E_N$  est un vecteur centré Gaussien.

Donc  $Y_N = A_N^{-1}(B_N U_N - A_0 Y_0) + A_N^{-1} C_N E_N$  est un vecteur Gaussien.

Soit :

$$p(e_k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{e_k^2}{2\sigma^2}\right) \quad (7.80)$$

$$p(Y_N) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N \det(\Sigma_{Y_N Y_N})}} \exp\left(-\frac{1}{2} (Y_N - m_{Y_N})^T \Sigma_{Y_N Y_N}^{-1} (Y_N - m_{Y_N})\right) \quad (7.81)$$

On montre facilement que :

$$\Sigma_{Y_N Y_N} = \sigma^2 A_N^{-1} C_N C_N^T (A_N^{-1})^T \quad (7.82)$$

et

$$Y_N - m_{Y_N} = A_N^{-1} C_N E_N \quad (7.83)$$

D'où :

$$p(Y_N) = \frac{1}{\sigma^N \sqrt{(2\pi)^N}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} (E_N^T E_N)\right) \quad (7.84)$$

et la fonction de vraisemblance :

$$J(\theta, \sigma) = -\log p(Y_N) = +\frac{1}{2\sigma^2} (E_N^T E_N) + N(\log(\sigma) + \log(\sqrt{2\pi})) \quad (7.85)$$

où  $\theta = [a_1, \dots, a_{n_a}, b_0, \dots, b_{n_b}, c_0, \dots, c_{n_c}]$  et  $\sigma$  sont les inconnues qui doivent minimiser cette fonctionnelle.

Soit :

$$\frac{\partial J}{\partial \sigma} = 0 \Rightarrow \hat{\sigma}_N = \frac{1}{N} \sqrt{E_N^T E_N} \quad (7.86)$$

et :

$$\frac{\partial J}{\partial \theta} = 0 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{i=N} e_{n_a+i} \frac{\partial e_{n_a+i}}{\partial \theta} = 0 \quad \text{avec} \quad C(z^{-1})e_k = A(z^{-1})y_k - B(z^{-1})u_k \quad (7.87)$$

(7.87) est une équation non linéaire. Elle se ramène à la recherche du vecteur de paramètres  $\theta$  minimisant :

$$V(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \left( e_{n_a+i} \right)^2 \quad (7.88)$$

On résoud ce problème par une méthode itérative de type Gradient ou de Gauss Newton.

[Foulard 87] a étudié l'influence des conditions initiales. Il montre qu'elles ont peu d'influence sur le calcul de  $A$  et  $B$  mais provoquent une mauvaise estimation de  $C$ . Pour contourner ce problème, on peut les considérer comme inconnues et les identifier ou amener le procédé autour d'un point de fonctionnement.

### ■ Application au modèle d'état

Cette méthode peut être adaptée à la recherche des paramètres d'un modèle d'état [MILNE 88]. Il convient de minimiser un critère du type :

$$J(\hat{\theta}, \Sigma) = \frac{N \cdot n_y}{2} (1 + \log(2\pi)) + \frac{N}{2} \log(\det \Sigma) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^T \Sigma^{-1} (y_i - \hat{y}_i) \quad (7.89)$$

où :

- $y_i$  est le vecteur de sortie mesuré
- $\hat{y}_i$  est le vecteur de sortie du modèle d'état construit à partir des paramètres estimés à instant  $i$  et de vecteur d'état reconstruit par un filtre de Kalman (voir chapitre 13)
- $\Sigma = E\left((y_i - \hat{y}_i)(y_i - \hat{y}_i)^T\right)$  de dimension  $n_y \times n_y$

Cette fonction est minimisée de manière itérative.

Pour  $\Sigma$  connu, on minimise :  $J_1(\hat{\theta}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^T \Sigma^{-1} (y_i - \hat{y}_i)$  par une méthode de type Gauss-Newton.

Puis  $\Sigma$  est réinitialisé avec  $\Sigma = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)(y_i - \hat{y}_i)^T$

Dans ce chapitre nous avons essentiellement développé les méthodes réalisant une identification paramétrique hors ligne. Certaines ont des variantes récursives utilisables en ligne : les moindres carrés récursifs et la méthode du gradient seront exposés au chapitre 15, les filtres de Kalman et l'utilisation d'observateurs étendus seront décrits au chapitre 13.



## **Modélisation des ensembles convertisseurs statiques- machines à courant continu**

8.1 • Introduction	188
8.2 • Fonction de transfert d'une machine à excitation constante	189
8.3 • Fonction de transfert d'une machine alimentée en courant constant	192
8.4 • Modélisations statique et dynamique des convertisseurs statiques d'alimentation des machines à courant continu	193



## 8.1 Introduction

Bien que la plus ancienne des machines tournantes industrielle, la machine à courant continu reste très utilisée et particulièrement comme actionneur. Ceci tient au fait que son fonctionnement est d'une grande simplicité, de même que sa modélisation, mais surtout que ses performances statiques et dynamiques sont exceptionnelles. En effet le couple est le produit vectoriel de deux grandeurs naturellement orthogonales (flux inducteur et courant d'induit) quasiment indépendantes et indépendantes de la vitesse et de la position du rotor. De plus cette machine est naturellement autopilotée c'est-à-dire que l'alimentation du rotor est asservie à la position de celui-ci ce qui lui évite tout décrochement. Enfin sa commande en couple, vitesse ou position à partir des tensions d'alimentation de l'induit ou de l'inducteur est des plus aisée et les convertisseurs statiques nécessaires, redresseurs ou hacheurs, sont également simples et facilement contrôlables. De toutes les associations Machine - Convertisseur - Commande, c'est l'ensemble le plus simple qui puisse exister avec les meilleures performances.

En effet :

- les machines peuvent être :
  - linéaires ou non.
  - monovariabiles ou multivariabiles (systèmes d'ordre plus ou moins élevé).
  - à grandeurs continues ou alternatives.
  - autopilotées ou non.
- les convertisseurs peuvent être :
  - des systèmes continus ou échantillonnés.
  - à conduction continue ou non.
  - à nombre de phases plus ou moins élevé.
  - réversibles ou non.
- les commandes peuvent être :
  - analogiques ou numériques.
  - scalaires ou vectorielles
  - à bande passante étroite ou large.

Les ensembles machine à courant continu - convertisseur statique sont couramment : linéaires, monovariabiles, à grandeurs continues pures et la machine autopilotée est à commande scalaire, évidemment en continu, mais par construction de la machine elle est aussi vectorielle ce qui lui confère tous les avantages de performances et de simplicité et donc de coût.

C'est pourquoi ces ensembles sont apparus historiquement les premiers sur le marché et ne cèdent la place que lorsque les limites mécaniques, électriques ou thermiques de l'ensemble collecteur - balais sont atteintes.

Ces ensembles ont permis de poser les problèmes d'asservissement des machines, de définir des structures et des stratégies de réglage qui ont été reportées sur les machines à courant alternatif pour tenter de retrouver les performances optimales des ensembles simples de départ. En particulier sont apparues la nécessité d'alimentations commandables avec des constantes de temps

très faibles et la prise en compte de contraintes sur les grandeurs internes rapidement variables, comme les intensités limites, et l'utilisation généralisée de bouclages internes en position, vitesse et courant, les boucles internes étant de plus en plus rapides. La modélisation des machines et des convertisseurs en régime dynamique a été également un passage obligé, que ce soit en modèles continus avec fonctions de transfert ou équations d'état, avec recherche de réduction d'ordre pour la synthèse des régulateurs et des correcteurs ou la détermination des algorithmes de calcul en commande numérique.

Pour les ensembles étudiés dans ce chapitre l'actionneur à courant continu sera donc monovariable (une seule entrée, une seule sortie) et moyennant quelques approximations la machine et les convertisseurs pourront être considérés comme des systèmes linéaires continus. Les commandes seront étudiées dans les chapitres suivants.

## 8.2 Fonction de transfert d'une machine à excitation constante

Les équations de la machine à courant continu à excitation séparée dans des axes fixes par rapport au stator, qui se confond habituellement avec l'enroulement, ou les aimants permanents, d'excitation, ont été données à la fin du chapitre trois. Seul ce type d'excitation est retenu pour la marche en actionneur compte tenu des performances qu'il procure et en particulier de la linéarité des caractéristiques correspondantes, de la facilité d'alimentation et de réglage. En choisissant de ne conserver que les enroulements  $qs$  et  $dr$ , les équations électriques (3.46) peuvent être reprises en notation classique plus simple sous la forme :

$$v_e = (R_e + L_e s) i_e \quad \text{pour l'excitation} \quad (8.1)$$

$$u = \Omega L_m i_e + (R + Ls) i \quad \text{pour l'induit} \quad (8.2)$$

et l'équation mécanique s'écrira :

$$Js\Omega + k_d\Omega + T_f + T_l = T_e = L_m i_e i \quad (8.3)$$

où  $T_f$  est le couple de frottement sec constant. Si l'excitation est supposée constante, alors  $i_e$  est fixée et le flux d'excitation  $L_m i_e = \Phi_e = k$  est lui aussi constant, dans nos hypothèses de non saturation. Ce mode de fonctionnement à tension d'induit variable  $u$  et à flux constant correspond au **premier mode de fonctionnement**. Les équations (8.1) à (8.3) se réduisent alors à

$$u = (R + Ls) i + k\Omega \quad (8.4)$$

$$Js\Omega + k_d\Omega + T_l' = ki \quad (8.5)$$

si l'on admet que le couple de charge est lui aussi constant. Ce système est donc des plus simples puisqu'il est linéaire à coefficients supposés constants avec une seule variable d'entrée  $u$  et une seule variable de sortie  $\Omega \cdot T_l'$  est considéré comme variable de perturbation.

En éliminant le courant d'induit  $i$  des équations (8.4) et (8.5) la vitesse s'exprime sous la forme :

$$\Omega = \left( u - T'_l \frac{R + Ls}{k} \right) \frac{k}{k^2 + (Js + k_d)(R + Ls)} \quad (8.6)$$

de la forme  $\Omega = G(s)(u - H(s))$  avec  $G(s)$  fonction de transfert  $\frac{\Omega}{u}$  et  $H(s)$  fonction perturbatrice due au couple résistant.

Posons  $\tau_i = \frac{L}{R}$  constante de temps électrique et

$\tau_{mv} = \frac{J}{k_d}$  constante de temps mécanique intrinsèque

il vient :

$$G = \frac{\Omega}{u} = \frac{k}{k^2 + Rk_d(1 + \tau_i s)(1 + \tau_{mv} s)}$$

ou encore :

$$G = \frac{\Omega}{u} = \frac{k}{k^2 + Rk_d(\tau_i + \tau_{mv})k_d R s + \tau_i \tau_{mv} R k_d s^2}$$

Cette expression peut se mettre sous la forme

$$G = \frac{\frac{k}{(k^2 + Rk_d)}}{1 + (\tau_i + \tau_{mv}) \frac{Rk_d}{k^2 + Rk_d} s + \tau_i \tau_{mv} \frac{Rk_d}{k^2 + Rk_d} s^2} \quad (8.7)$$

Posons  $K_m = \frac{k}{k^2 + Rk_d}$  et  $\tau_{mv} \frac{Rk_d}{k^2 + Rk_d} = \tau_{mv} \frac{k_d}{K_D} = \tau_m$

avec  $K_D = \frac{k^2}{R} + k_d$  coefficient d'amortissement électromagnétique.

On appelle  $\tau_m$  : constante de temps électromécanique (et par abus de langage constante de temps mécanique bien souvent). Le fait que  $k_d$  soit beaucoup plus petit que  $\frac{k^2}{R}$  implique que  $\frac{k_d}{K_D}$  est très faible est que  $\tau_m$  est du même ordre de grandeur que  $\tau_i$  bien souvent.

La fonction de transfert (8.7) prend alors la forme

$$G = \frac{K_m}{1 + (\mu\tau_i + \tau_m)s + \tau_i\tau_m s^2} \quad \text{que l'on approche habituellement par}$$

$$G = \frac{1}{k} \frac{1}{(1 + \tau_i s)(1 + \tau_m s)} \quad (8.8)$$

du fait que (8.7) présente deux pôles, réels la plupart du temps, et correspondant à deux constantes de temps très proches de  $\tau_i$  et  $\tau_m$ . Lorsque  $\tau_i$  est très faible on peut même réduire encore (8.8) à :

$$G = \frac{1}{k} \frac{1}{1 + \tau_m s} \quad (8.9)$$

La position de l'arbre s'obtiendrait facilement par la fonction  $\frac{\theta_r}{u} = \frac{1}{p} G(s)$ .

À partir des équations (8.4) et (8.5), si  $\omega_m$  est éliminée, la fonction de transfert  $\frac{i}{u}$  s'obtient de même par :

$$i = \left( u + \frac{kT_l'}{Js + k_d} \right) \left( \frac{Js + k_d}{k^2 + (Js + k_d)(R + Ls)} \right) \text{ d'où } \frac{i}{u} = \frac{k_d(1 + \tau_{mv}s)}{k^2 + Rk_d(1 + \tau_i s)(1 + \tau_{mv}s)}$$

que l'on pourrait simplifier comme précédemment. D'autres fonctions pourraient également être déduites facilement en prenant  $T_l'$  comme variable d'entrée par exemple. La fonction  $G(s)$  étant la plus intéressante nous ne considérerons que celle-ci par la suite.

Le système (8.4) et (8.5) peut se mettre sous la forme suivante :

$$\Omega = \frac{ki - T_l'}{Js + k_d} \text{ et } i = \frac{u - k\Omega}{R + Ls} \quad (8.10)$$

qui permet de déduire le schéma bloc bien connu de la figure 8.1 en utilisant  $u$  comme variable d'entrée et  $\Omega$  et  $\theta_r$  comme variables de sortie :

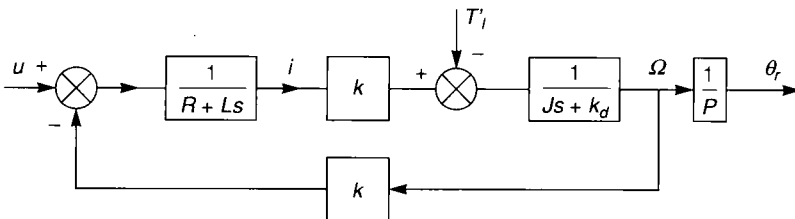


Figure 8.1. - Schéma bloc de la machine à courant continu à excitation séparée constante

Il apparaît que le système est naturellement bouclé par un retour de vitesse sous la forme de la f.e.m.  $E = k\Omega$  ce qui lui confère une grande stabilité, traduite par un fort amortissement électromagnétique  $K_D$  très supérieur à l'amortissement purement mécanique  $k_d$ .

Pour faciliter l'introduction d'une telle machine dans un schéma électrique, il est possible de faire apparaître un schéma équivalent en utilisant l'analogie électromécanique où :

- une inertie correspond à une capacité,
- une raideur correspond à une inductance,
- une vitesse correspond à une tension,
- un couple correspond à un courant,

dans ce cas, où la machine est alimentée en tension, ceci est intéressant. La machine apparaît alors sous forme de quadripôle selon la figure 8.2 avec une charge qui peut comprendre une raideur, une inertie et des pertes. La résistance  $R_1$  correspond alors à la puissance utile réelle.

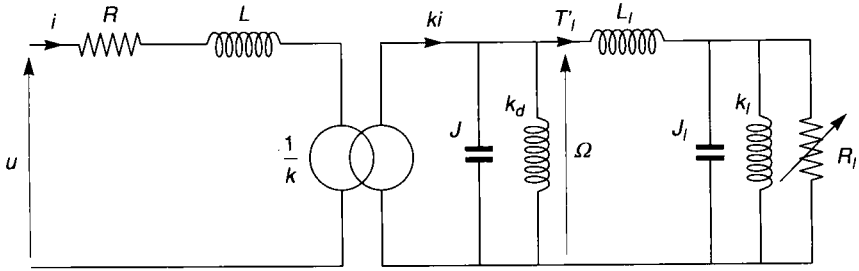


figure 8.2. - Schéma équivalent de la machine à courant continu à excitation séparée constante et chargée.

## 8.3 Fonction de transfert d'une machine alimentée en courant constant

Pour le **second mode de fonctionnement** à courant d'induit  $i = I$  constant et courant d'excitation variable les équations (8.1) à (8.3) se réduisent à :

$$v_e = (R_e + L_e s) i_e \tag{8.11}$$

et

$$J s \Omega + k_d \Omega + T_l' = L_m I i_e = K_e \cdot i_e \tag{8.12}$$

La fonction de transfert principale  $\frac{\Omega}{V_e}$  s'obtient facilement

$$\frac{\Omega}{V_e} = \frac{K_e}{R_e k_d (1 + \tau_e s) (1 + \tau_{mv} s)} \tag{8.13}$$

Le schéma bloc correspondant est donné figure 8.3.

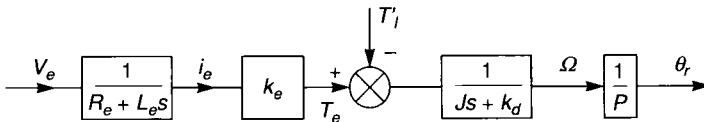


Figure 8.3. - Schéma bloc de la machine à courant continu alimentée à courant d'induit constant et flux variable.

Il apparaît que le système n'est plus bouclé et que le seul amortissement existant mécaniquement est  $k_d$  qui est très faible et rend le système peu stable. La constante de temps électrique de l'excitation est très grande compte tenu des fortes valeurs usuelles de  $L_e$  et de même ordre que

la constante de temps mécanique intrinsèque  $\tau_{mv}$ . Le schéma électrique équivalent s'en déduit facilement, il est analogue à celui de la figure 8.2. où il suffit de remplacer les valeurs de l'induit par celles de l'inducteur et  $k$  par  $K_e$ , mais le terme de f.e.m. ayant disparu de l'équation d'excitation le transformateur parfait doit être supprimé pour être remplacé par une simple source de courant  $K_e i_e$  selon la figure 8.4.

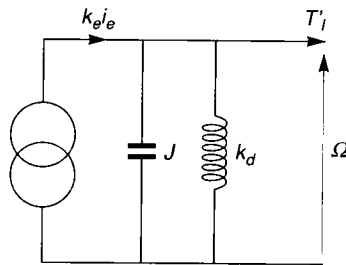


Figure 8.4. - Schéma équivalent de la machine à courant continu à excitation séparée variable et courant d'induit constant.

En fait les trois équations de la machine apparaissent comme indépendantes et la seule variable d'entrée réelle est  $i_e$  dans ce mode de fonctionnement.

## 8.4 Modélisations statique et dynamique des convertisseurs statiques d'alimentation des machines à courant continu

Il n'existe que deux types d'alimentation statique qui fournissent des tensions continues variables. D'une part les redresseurs qui convertissent l'énergie électrique délivrée par une source de tensions sinusoïdales. Ce sont des systèmes à thyristors à commutation naturelle assistée par la source, constituée le plus souvent par le réseau EDF. D'autre part les hacheurs qui convertissent l'énergie électrique délivrée par une source continue. Ce sont des systèmes à commutation forcée à thyristors pour les fortes puissances ou à transistors pour les faibles et moyennes puissances. La source est constituée le plus souvent d'une batterie, pour un système autonome, ou du réseau EDF redressé par un redresseur à diodes non commandables.

Dans tous les cas, on peut représenter le convertisseur comme un amplificateur à une entrée, sa tension de commande, et une sortie, sa tension moyenne de sortie. Pour plus de détails sur le fonctionnement et les diverses montages possibles, le lecteur se reportera aux ouvrages spécialisés d'électronique de puissance.

## 8.4.1 Modèle statique et dynamique d'un redresseur en conduction continue

La structure de principe d'un redresseur et de sa commande est rappelée sur la figure 8.5. On reconnaît en (a) le bloc de puissance constituant le redresseur proprement dit fournissant la tension continue moyenne  $\bar{u} = u_0 \cos \psi$  en conduction continue. Les chutes de tension internes sont considérées incluses dans celles de la charge. Le bloc de commande appelé allumeur est un générateur d'impulsions, de commande des thyristors, synchronisé sur le réseau à partir d'une tension continue de commande  $v_c$  issue du régulateur précédent.

La figure 8.5-b donne le schéma synoptique détaillé de l'allumeur des thyristors d'une phase d'un système triphasé qui compare la tension de commande  $v_c$  à celle de l'allumeur  $v_a$  synchronisée sur cette phase avec un déphasage systématique de 30 degrés par rapport à la phase correspondante du réseau et fourni par une transformation auxiliaire étoile-triangle. Cet angle correspond à l'angle de commutation naturelle  $\psi = 0$  et à  $\bar{u}$  maximale.

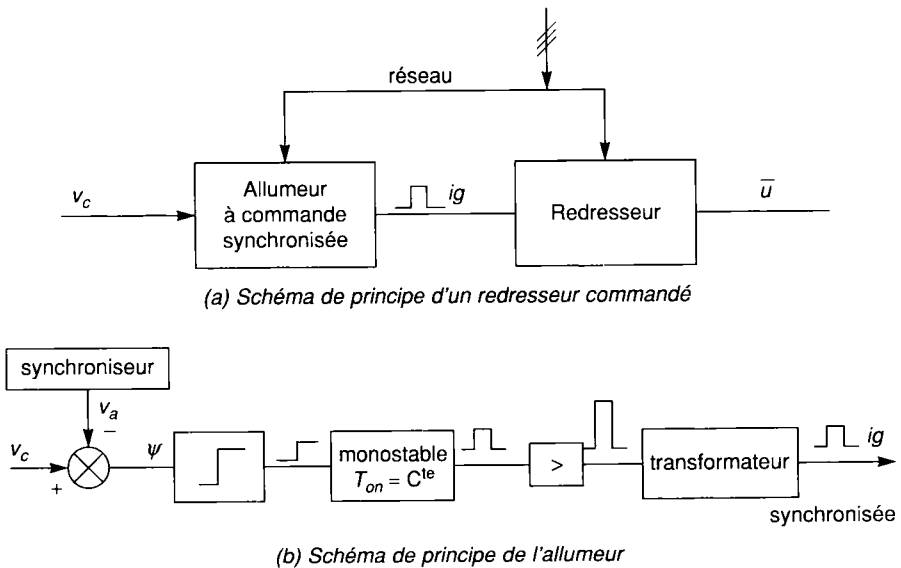


Figure 8.5. - Schémas de principe d'un redresseur et de sa commande

Un comparateur à seuil fournit alors une impulsion de durée fixée par un monostable et d'amplitude fixée par un amplificateur. Un transformateur d'impulsion assure l'isolement galvanique entre la commande bas niveau et la puissance.

Le comparateur détecte l'instant  $t_1 = \psi / \omega$  où les tensions  $v_a$  et  $v_c$  sont égales pour générer l'impulsion. L'allumeur est choisi de façon à fournir soit une tension en dents de scie :  $v_a = A(\delta - \omega t)$  avec  $\delta = \frac{\pi}{2}$  pour une tension symétrique et un système réversible, on dit alors que la commande est linéaire, soit une tension cosinusoidale  $v_a = A' \cos \omega t$ . On dit alors que l'on a une commande cosinus.

La figure 8.6 représente ces deux cas de figure :

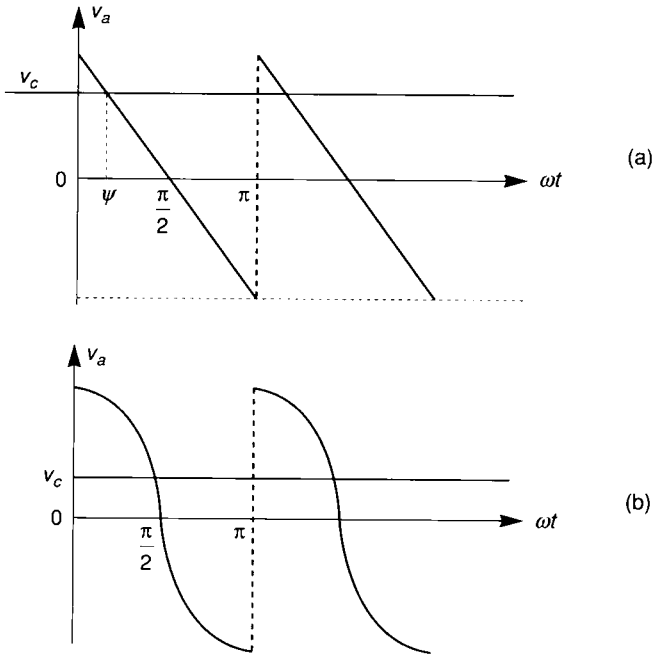


Figure 8.6. - Commande linéaire (a) et cosinus (b) d'un redresseur à thyristors.

**En régime permanent** et conduction continue la tension moyenne de sortie de l'onduleur  $\bar{u} = u_0 \cos \psi$  s'exprime en fonction de  $v_c$  :

- soit par  $\bar{u} = u_0 \cos\left(\frac{v_c}{A} - \delta\right)$  pour une commande linéaire

d'où  $\frac{\bar{u}}{v_c} = u_0 \frac{\cos\left(\frac{v_c}{A} - \delta\right)}{v_c}$  ce qui correspond à un gain statique :

$$G_0 = \frac{u_0}{A} \frac{\sin(v_c/A)}{v_c/A} \quad (8.14)$$

et à  $G_0 = \frac{u_0}{A}$  pour de petites valeurs de  $v_c$ .

- soit par  $\bar{u} = u_0 \frac{v_c}{A'} = u_0 \frac{v_c}{v_{a \max}}$  pour une commande cosinus

ce qui correspond à un gain statique :

$$G_0 = \frac{u_0}{A} \text{ constant} \quad (8.15)$$

quelle que soit  $v_c$ .



Cette commande linéarise donc la fonction de transfert statique du convertisseur ce qui en fait tout son intérêt.

**En régime dynamique**, le système est bien évidemment échantillonné et non linéaire. Cependant si l'on admet que le fonctionnement est continu, que les durées de commutation des interrupteurs sont négligeables vis-à-vis de la période des tensions d'alimentation, que les courants sont suffisamment lissés pour que leur valeurs instantanées restent proches des valeurs moyennes et que la bande passante de la régulation est faible vis-à-vis de la fréquence de commande, alors le système peut encore être assimilé à un amplificateur de gain  $G_0$  déterminé en régime permanent. Lorsque celui-ci n'est pas constant une linéarisation autour du point de fonctionnement peut s'imposer comme dans le cas de la commande linéaire précédente. Le gain est alors défini par

$$G_d = \frac{\Delta \bar{u}}{\Delta v_c}$$

$$\Delta \bar{u} = -u_o \sin \psi \cdot \Delta \psi \quad \text{d'où} \quad G_d = \frac{u_o}{A} \sin \psi$$

avec pour la commande linéaire

$$\Delta v_c = -A \cdot \Delta \psi \quad \text{d'où} \quad G_d = \frac{u_o}{A} \sin \psi \quad (8.16)$$

Ce gain varie avec le point de fonctionnement entre les valeurs 0 et  $u_o/A$ . Il faudra choisir une valeur intermédiaire, ou la valeur maximale, pour fixer le correcteur en fonction de la plage de tension utilisée effectivement. Dans le cas de la commande cosinus le problème n'existe pas puisque la linéarisation est déjà opérée.

Cependant le système étant échantillonné, il existe un retard entre l'instant où la tension  $v_c$  varie et celui où son effet se fait sentir. Ce retard est variable de 0 à  $T_q$ , période de l'ondulation de la tension de sortie du redresseur. On définit alors un retard moyen  $\tau = T_q/2$  ou constante de temps statistique que l'on introduit dans la fonction de transfert, qui devient alors :

$$G(s) = \frac{G_0}{1 + \tau s} \quad (8.17)$$

## 8.4.2 Modèles statique et dynamique d'un hacheur en conduction continue

Quel que soit le type de hacheur, qui comprend toujours un bloc puissance et un bloc commande comme pour les redresseurs, la tension  $v_a$  de l'allumeur, du ou des interrupteurs, est synchronisée sur une horloge externe qui fixe la fréquence de commande  $f_c = \frac{1}{T_c}$ . La durée de conduction de l'interrupteur principal vaut  $\alpha T_c$  si  $\alpha$  est le rapport cyclique. Elle est généralement imposée en faisant varier  $\alpha$  et en maintenant  $T_c$  constante.

**En conduction continue et en régime permanent** la tension moyenne de sortie du hacheur série par exemple vaut  $\bar{u} = \alpha E$  si  $E$  est la tension de la source d'alimentation. La tension de sortie de l'allumeur déclenchée par l'horloge est de la forme :

$$v_a = v_{a \max} \frac{t}{T_c} \text{ en dent de scie sur chaque période } T_c.$$

Lorsqu'il y a égalité de  $v_a$  avec la tension de réglage  $v_c$  alors  $v_c = v_{a \max} \cdot \alpha$  fixe le rapport  $\alpha$  et la fin de conduction

$$\bar{u} = \alpha E = \frac{E}{v_{a \max}} v_c \text{ d'où } G_0 = \frac{E}{v_{a \max}} \text{ constant} \quad (8.18)$$

La figure 8.7 montre le début des impulsions à  $v_a = 0 + nT_c$  et la fin de celles-ci aux instants  $t = \alpha T_c + nT_c$  tels que  $v_c = v_a(\alpha T_c)$ .

**En régime dynamique** dans les mêmes hypothèses que pour les redresseurs cette caractéristique de transfert est toujours valable ; il suffit d'y ajouter la constante de temps statistique  $\tau$ , comme pour les redresseurs, pour obtenir la fonction de transfert complète.

$$G_0 = \frac{E}{v_{a \max} (1 + \tau s)} \quad (8.19)$$

L'exemple donné sur le hacheur série s'étend facilement à tous les autres types de hacheurs.

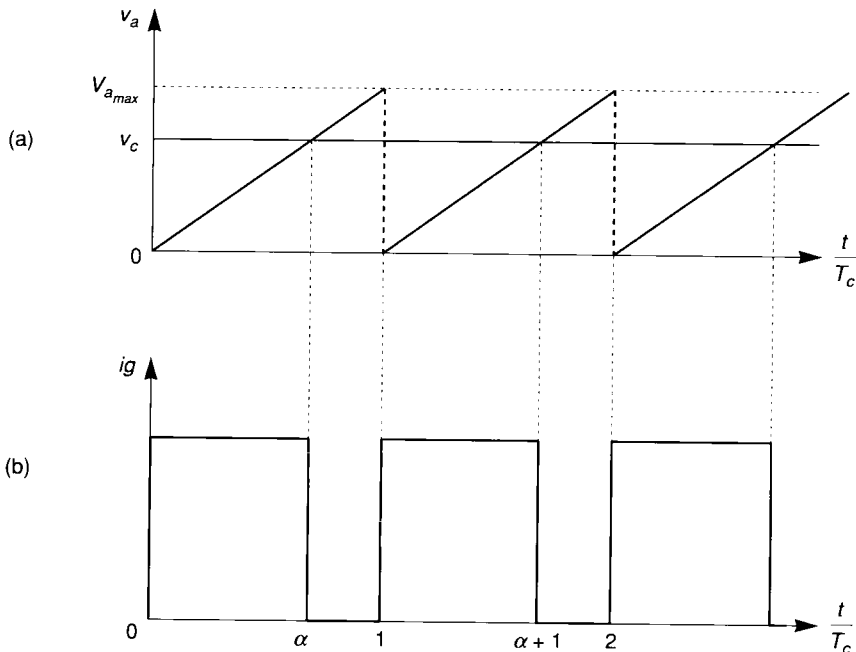


Figure 8.7. - Tension d'allumeur d'un hacheur et impulsions de l'interrupteur principal.

### **8.4.3 Modélisation des ensembles convertisseurs.**

#### **Machines à courant continu en conduction discontinue**

Les modèles simples précédents ne sont plus valables si les hypothèses simplificatrices admises jusqu'ici ne sont plus justifiées. En particulier dans le cas de fonctionnement haché, les systèmes sont fortement non linéaires et ne peuvent être représentés convenablement par les modèles précédents. Il est possible cependant d'obtenir des modèles plus fins et plus réalistes en prenant en compte les phénomènes discontinus qui apparaissent et en définissant un modèle aux petites variations autour d'un point de fonctionnement de l'ensemble du système.

Pour le moteur il convient d'écrire les équations différentielles dans les deux régimes de fonctionnement conduction et roue libre. L'intégration peut être simplifiée en admettant que la vitesse est constante sur une période électrique. Le modèle obtenu est complexe et n'est bien souvent traitable que numériquement.

Par ailleurs il est souvent nécessaire de prendre en compte les grandes variations de vitesses imposées aux actionneurs, l'effet des protections et des limitations (butées) de fonctionnement des convertisseurs, si bien qu'il est préférable d'avoir recours aux logiciels de simulation numérique qui peuvent intégrer actuellement l'ensemble de ces contraintes et même donner accès à la synthèse des régulations nécessaires.

## **Fonction de transfert des machines à courant alternatif • Modulation de largeur d'impulsion**

9.1 • Machine asynchrone alimentée en tension	200
9.2 • Fonctions de transfert en petits signaux	201
9.3 • Machine asynchrone alimentée en courant	206
9.4 • Machine synchrone avec et sans aimants	207
9.5 • Modulations de largeurs d'impulsions	209

## 9.1 Machine asynchrone alimentée en tension

Le modèle des machines à courant alternatif est beaucoup plus complexe que celui des machines à courant continu, et leur commande se verra complexifiée de même du fait que :

- les grandeurs deviennent alternatives, à fréquence fixe ou non,
- le degré du système électromécanique est généralement plus élevé,
- le système est non linéaire à coefficients variables et à entrées et sorties multiples.

Selon l'application et les performances étudiées, on pourra adopter l'une ou l'autre des deux méthodes d'analyse à notre disposition : soit la méthode fréquentielle des fonctions de transfert, soit la méthode temporelle, plus moderne et plus puissante mais plus complexe, des variables d'état.

Par continuité avec l'étude précédente des machines à courant continu et pour profiter des mêmes méthodes et résultats nous allons aborder la machine asynchrone par la première méthode qui ne cédera le pas que lorsque la seconde offrira plus d'avantages.

Or cette méthode est bien adaptée aux systèmes linéaires, continus, à coefficients constants, mono-entrée, mono-sortie ce qui n'est pas du tout le cas des machines asynchrones. Cependant en se plaçant dans un système d'axes adéquats on a vu au chapitre 3 que l'on pouvait éliminer la dépendance des inductances de la position du rotor et si on néglige la saturation et la variation de la résistance rotorique avec la fréquence, on obtient des équations à coefficients constants. Par ailleurs si l'alimentation est discrète ou commandée numériquement, on peut considérer cependant que les grandeurs de la machine sont continues du fait de ses fortes constantes de temps vis à vis du pas de discrétisation. Enfin les équations de Park deviennent linéaires si la vitesse est constante, ou si l'inertie totale de la partie tournante est élevée. Si ce n'est pas le cas, il convient alors de linéariser autour d'un point de fonctionnement et alors la notion agréable de fonction de transfert et la facilité d'analyse qu'elle offre en particulier pour la stabilité peut être utilisée en ne considérant comme variables qu'une entrée et qu'une sortie.

Pour simplifier notre approche nous admettrons donc que l'on peut utiliser les équations d'état d'un système linéaire, continu, à coefficient constant mais multivariables de la forme :

$$\frac{dX}{dt} = A \cdot X(t) + B \cdot U(t)$$

équations différentielles du premier ordre que l'on appelle encore forme canonique du système électro-mécanique, associé à :

$$Y(t) = C \cdot X(t) + DU(t)$$

équations algébriques scalaires définissant les flux ou  $T_e$  par exemple en fonction des courants.

Pour trouver une fonction de transfert en supposant un état initial nul  $X(0) = 0$  on transforme le système précédent par la transformée de Laplace sous la forme :

$$sX(s) = AX(s) + B \cdot U(s)$$

et 
$$Y(s) = CX(s) + D \cdot U(s)$$

d'où 
$$X(s) = (sI - A)^{-1} B \cdot U(s)$$

et 
$$Y(s) = [C(sI - A)^{-1}B + D]U(s) = G \cdot U(s)$$

G est dite matrice de transfert correspondant aux variables multiples. Pour trouver une fonction de transfert il suffit de particulariser une entrée et une sortie en gardant les autres constantes.

Pour une machine asynchrone les variables d'entrées habituelles sont les tensions (ou les courants) statoriques, la fréquence fondamentale de ces grandeurs et le couple de charge.

Les variables usuelles de sorties sont la vitesse, la position, le couple électromagnétique, le flux principal et les courants (ou les tensions) statoriques ou rotoriques.

À titre d'exemple la figure 9.1 donne le schéma bloc d'un moteur asynchrone triphasé à cage ( $V_{dr} = V_{qr} = 0$ ) dans des axes fixes par rapport au stator et correspondant aux cinq équations (3.10) et (3.8) qu'il est facile de retrouver par les cinq comparateurs.

Comme pour la machine à courant continu on constate la présence d'un bouclage interne par la vitesse  $\omega_m$  correspondant aux quatre termes de f.e.m. de rotation (un par enroulement), mais en plus de multiple couplages entre les deux axes, au niveau électrique et au niveau de l'équation mécanique par les différents courants.

Comme grandeur de sortie, autres que celles incluses dans les équations précédentes, on peut faire apparaître le couple et le flux principal d'entrefer  $\psi_m$  tels que :

$$T_e = p \cdot L_m(i_{qs}i_{dr} - i_{ds}i_{qr})$$

$$\psi_m^2 = \psi_{qm}^2 + \psi_{dm}^2$$

avec 
$$\psi_{qm} = L_m(i_{qs} + i_{qr}) \text{ et } \psi_{dm} = L_m(i_{ds} + i_{dr})$$

Le système étant non linéaire peut se linéariser comme on va le voir mais il faut signaler que l'expérience montre que les résultats obtenus par l'analyse en petits signaux sont tout à fait valables pour de grandes variations d'où leur double intérêt.

## 9.2 Fonctions de transfert en petits signaux

Dans le système d'axes lié au champ tournant et en prenant comme variables d'entrée les tensions, la fréquence d'alimentation statorique et le couple de charge, il vient :

$$\begin{bmatrix} V_{ds} \\ V_{qs} \\ V_{qr} \\ V_{dr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + sL_s & -\omega_e L_s & -\omega_e L_m & sL_m \\ \omega_e L_s & R_s + sL_s & sL_m & \omega_e L_m \\ (\omega_e - \omega_m)L_m & sL_m & R_r + sL_r & (\omega_e - \omega_m)L_r \\ sL_m & -(\omega_e - \omega_m)L_m & -(\omega_e - \omega_m)L_r & R_r + sL_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i_{qr} \\ i_{dr} \end{bmatrix} \quad (9.1)$$

avec 
$$J \frac{d\Omega}{dt} + k_d \Omega + T_l = T_e = pL_m(i_{qs}i_{dr} - i_{ds}i_{qr})$$

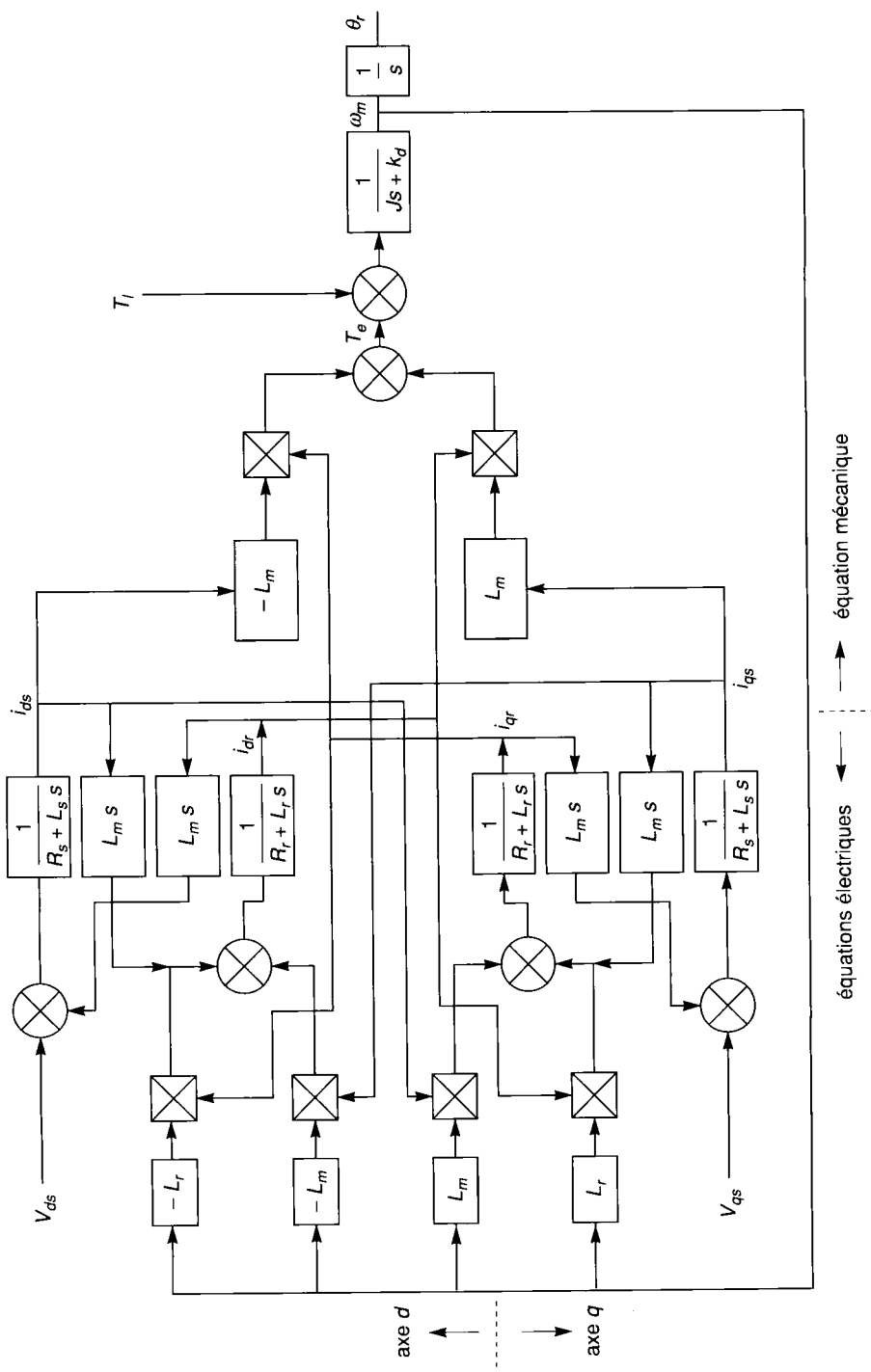


Figure 9.1 - Schéma bloc d'un moteur asynchrone à cage à deux pôles dans deux axes  $dq$  fixes par rapport au stator.

$$\text{ou} \quad J \frac{d\omega_m}{dt} + k_d \omega_m + p T_l = p^2 L_m (i_{qs} i_{dr} - i_{ds} i_{qr})$$

$$\text{soit} \quad T_l = \begin{bmatrix} -p L_m i_{qr}, p L_m i_{dr}, 0, 0, -\frac{J}{p} s - \frac{k_d}{p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i_{qr} \\ i_{dr} \\ \omega_m \end{bmatrix} \quad (9.2)$$

Pour de petites variations  $\Delta V_{ds}, \Delta V_{qs}, \Delta V_{qr}, \Delta V_{dr}, \Delta \omega_e, \Delta T_l$  autour du point de fonctionnement, il vient, en regroupant les cinq équations et en prenant  $\omega_m$  comme cinquième variable d'état et en indiquant 0 les valeurs des variables au point d'état initial :

$$\begin{bmatrix} V_{ds0} + \Delta V_{ds} \\ V_{qs0} + \Delta V_{qs} \\ V_{qr0} + \Delta V_{qr} \\ V_{dro} + \Delta V_{dr} \\ T_{l0} + \Delta T_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + sL_s & -(\omega_{e0} + \Delta\omega_e)L_s & -(\omega_{e0} + \Delta\omega_e)L_m \\ (\omega_{e0} + \Delta\omega_e)L_s & R_s + sL_s & sL_m \\ (\omega_{e0} + \Delta\omega_e)L_m & sL_m & R_r + sL_r \\ sL_m & -(\omega_{e0} + \Delta\omega_e)L_m & -(\omega_{e0} + \Delta\omega_e)L_r \\ -pL_m(i_{qr0} + \Delta i_{qr}) & pL_m(i_{dro} + \Delta i_{dr}) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds0} + \Delta i_{ds} \\ i_{qs0} + \Delta i_{qs} \\ i_{qr0} + \Delta i_{qr} \\ i_{dro} + \Delta i_{dr} \\ \omega_{m0} + \Delta\omega_m \end{bmatrix} \quad (9.3)$$

En développant ces équations en négligeant les termes en  $\Delta^2$  et en retranchant l'état initial obtenu à partir de (9.3) dans laquelle on annule les termes en  $\Delta$  et ceux en  $s$ , et en séparant aussi les termes en  $\Delta\omega_e$ , il vient :

$$\begin{bmatrix} \Delta V_{ds} \\ \Delta V_{qs} \\ \Delta V_{qr} \\ \Delta V_{dr} \\ \Delta T_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + sL_s & -\omega_{e0}L_s & -\omega_{e0}L_m & sL_m \\ \omega_{e0}L_s & R_s + sL_s & sL_m & \omega_{e0}L_m \\ L_m(\omega_{e0} - \omega_{m0}) & sL_m & R_r + sL_r & L_r(\omega_{e0} - \omega_{m0}) \\ sL_m & -L_m(\omega_{e0} - \omega_{m0}) & -L_r(\omega_{e0} - \omega_{m0}) & R_r + sL_r \\ -pL_m i_{qro} & pL_m i_{dro} & -pL_m i_{dso} & pL_m i_{qso} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_{ds} \\ \Delta i_{qs} \\ \Delta i_{qr} \\ \Delta i_{dr} \\ \Delta \omega_m \end{bmatrix} + \Delta\omega_e \begin{bmatrix} -L_s i_{qso} - L_m i_{qro} \\ L_s i_{dso} + L_m i_{dro} \\ L_m i_{dso} + L_r i_{dro} \\ -L_m i_{qso} - L_r i_{qro} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9.4)$$



que l'on peut noter en notation globale :

$$\Delta V = (R + G)\Delta I + L_s \Delta I + \Delta \omega_e K$$

d'où 
$$s\Delta I = -L^{-1}(R + G)\Delta I + L^{-1}(\Delta V - \Delta \omega_e K)$$

de la forme

$$s\Delta I = A \cdot \Delta I + B\Delta U \quad (9.5)$$

forme canonique du système pour de petites variations, avec

$$L = \begin{bmatrix} L_s & 0 & 0 & L_m & 0 \\ 0 & L_s & L_m & 0 & 0 \\ 0 & L_m & L_r & 0 & 0 \\ L_m & 0 & 0 & L_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{J}{p} \end{bmatrix} \text{ et } \Delta U = \begin{bmatrix} \Delta V_{ds} \\ \Delta V_{qs} \\ \Delta V_{qr} \\ \Delta V_{dr} \\ \Delta \omega_e \\ \Delta T_l \end{bmatrix}$$

d'où en posant  $a = L_s L_r - L_m^2$

$$A = \frac{1}{a} \begin{bmatrix} R_s L_r & -a\omega_{eo} - L_m^2 \omega_{mo} & -L_m L_r \omega_{mo} & -L_m R_r \\ a\omega_{eo} + L_m^2 \omega_{mo} & R_s L_r & -R_r L_m & L_m L_r \omega_{mo} \\ -L_s L_m \omega_{mo} & -R_s L_m & R_r L_s & a\omega_{eo} - L_s L_r \omega_{mo} \\ -R_s L_m & L_s L_m \omega_{mo} & -a\omega_{eo} + L_s L_r \omega_{mo} & R_r L_s \\ -a \frac{p^2}{J} L_m i_{qro} & a \frac{p^2}{J} L_m i_{dro} & -a \frac{p^2}{J} L_m i_{dso} & a \frac{p^2}{J} L_m i_{qso} \\ & & & -L_m^2 i_{qso} - L_m L_r i_{qro} \\ & & & L_m L_r i_{dro} + L_m^2 i_{dso} \\ & & & -L_s L_r i_{dro} - L_s L_m i_{dso} \\ & & & L_s L_m i_{qso} + L_s L_r i_{qro} \\ & & & -\frac{a}{J} k_d \end{bmatrix}$$

$$L^{-1} \Delta V = \begin{bmatrix} L_r \Delta V_{ds} - L_m \Delta V_{dr} \\ L_r \Delta V_{qs} - L_m \Delta V_{qr} \\ -L_m \Delta V_{qs} + L_s \Delta V_{qr} \\ -L_m \Delta V_{ds} + L_s \Delta V_{dr} \\ -a \frac{p}{J} \Delta T_l + 0 \end{bmatrix} \text{ et } -L^{-1} K \Delta \omega_e = \Delta \omega_e \begin{bmatrix} -i_{qso} \\ i_{dso} \\ i_{dro} \\ -i_{qro} \\ 0 \end{bmatrix}$$

d'où 
$$B = \begin{bmatrix} \frac{L_r}{a} & 0 & 0 & -\frac{L_m}{a} & -i_{qso} & 0 \\ 0 & \frac{L_r}{a} & -\frac{L_m}{a} & 0 & i_{dso} & 0 \\ 0 & -\frac{L_m}{a} & \frac{L_s}{a} & 0 & i_{dro} & 0 \\ -\frac{L_m}{a} & 0 & 0 & \frac{L_s}{a} & -i_{qro} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{p}{J} \end{bmatrix} \quad (9.7)$$

Pour une machine à cage  $V_{dr} = V_{qr} = \Delta V_{qr} = \Delta V_{dr} = 0$  et pour une alimentation normale équilibrée  $\Delta V_{ds} = 0$  et  $\Delta V_{qs} = \Delta V_s$ .

Il est facile de retrouver  $\frac{\Delta\omega_m}{\Delta T_l}$  ou  $\frac{\Delta\omega_m}{\Delta T_e}$  grâce à la cinquième équation de la forme canonique en petits signaux (9.5) :

$$\begin{aligned} s\Delta\omega_m &= -\frac{p^2}{J} L_m (i_{qro} \Delta i_{ds} - i_{dro} \Delta i_{qs} + i_{dso} \Delta i_{qr} - i_{qso} \Delta i_{dr}) - \frac{p}{J} \Delta T_l - \frac{k_d}{J} \Delta\omega_m \\ &= \frac{p}{J} [pL_m (i_{dro} \Delta i_{qs} - i_{qro} \Delta i_{ds} - i_{dso} \Delta i_{qr} + i_{qso} \Delta i_{dr})] - \frac{p}{J} \Delta T_l - \frac{k_d}{J} \Delta\omega_m \\ &= \frac{p}{J} \Delta T_e - \frac{p}{J} \Delta T_l - \frac{k_d}{J} \Delta\omega_m \end{aligned}$$

d'où 
$$\frac{\Delta\omega_m}{\Delta T_l} = -\frac{p}{sJ + k_d} \text{ et } \frac{\Delta\omega_m}{\Delta T_e} = \frac{p}{sJ + k_d}$$

Ce qui suggère le schéma bloc global suivant figure 9.2 où l'on suppose la fréquence  $\omega_e$  fixe comme dans la machine à courant continu.

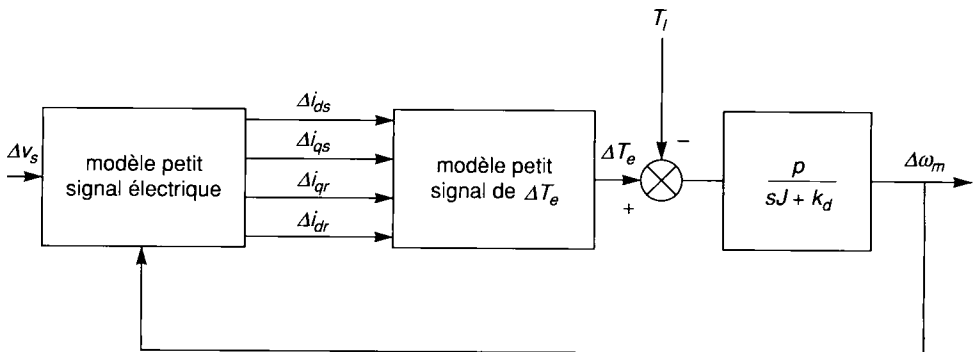


Figure 9.2. - schéma bloc global linéarisé de la machine asynchrone en petits signaux.

Le retour de vitesse imposé par les termes de la cinquième colonne de  $A$  est semblable à celui d'une machine à courant continu. La constante de couple est complexifiée et dépend du point de fonctionnement, de même la constante de temps électrique et la fem de rotation sont quadruples ici et imbriquées selon les équations électriques. Si  $\omega_e$  est variable il suffit d'ajouter la grandeur d'entrée  $\Delta\omega_e$  en parallèle avec  $\Delta V_s$  au schéma précédent. Alors  $\Delta T_e = F_1(s) \cdot \Delta V_s + F_2(s)\Delta\omega_e$ ,  $F_1$  et  $F_2$  s'obtiennent à partir de (9.5) et (9.8) qu'il faut résoudre. Si la machine est autopilotée  $\Delta\omega_m$  remplace alors  $\Delta\omega_e$  comme variable d'entrée.

Pour trouver  $\frac{\Delta T_e}{\Delta V_s}$  à  $\Delta\omega_m = \Delta\omega_e = 0$ , en admettant une forte inertie  $J$ , il suffit de faire apparaître  $\Delta T_e$  comme variable de sortie utilisée précédemment mais mis sous forme matricielle :

$$\Delta T_e = pL_m \begin{bmatrix} -i_{qro}, i_{dro}, -i_{dso}, i_{qso}, 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_{ds} \\ \Delta i_{qs} \\ \Delta i_{qr} \\ \Delta i_{dr} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9.8)$$

soit  $\Delta T_e = C \cdot \Delta I + D \cdot \Delta U$  avec  $D \equiv 0$

d'où 
$$\Delta T_e = \left[ C(sI - A)^{-1} B \right] \Delta U \quad (9.9)$$

avec  $\Delta U^t$  réduit à  $[0, \Delta V_s, 0, 0, 0]^t$  et  $A$  étant réduite à la partie électrique. On peut alors tirer la fonction cherchée après quelques calculs. On pourra se reporter à l'article de B. de Fornel dans *Les techniques de l'ingénieur* (référence D 3621 Volume D3III) pour l'étude de la stabilité. Mais celle-ci est assez complexe et il est préférable d'utiliser les techniques de la CAO à l'aide de logiciels adaptés tels que EMPT, ACSL ou autres.

Dans tous les schémas blocs d'asservissement toutes les grandeurs utiles sont remplacées par des tensions continues proportionnelles aux grandeurs alternatives réelles, et ce d'autant plus facilement que l'on se place dans ce référentiel fixe par rapport au champ tournant et les méthodes utilisées sur les machines à courant continu peuvent s'appliquer sans restriction avec les mêmes schémas d'asservissement et de réglage.

## 9.3 Machine asynchrone alimentée en courant

Si la machine est alimentée par des courants sinusoïdaux d'amplitude et de fréquence variables les deux dernières équations du système (9.1) donnent les courants rotoriques et les deux premières équations donnent les tensions statoriques. Tous les courants étant connus, le couple s'en déduit facilement.

De plus si la machine est autopilotée, c'est-à-dire si la pulsation rotorique  $g\omega_e$  est fixée alors les équations deviennent linéaires ce qui autorise la détermination des fonctions de transfert sans avoir à linéariser.

À titre d'exemple on peut chercher  $T_e(I_s)$  en résolvant d'abord les deux dernières équations de (9.1) qui deviennent, en admettant  $V_{dr} = V_{qr} = 0$  :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g\omega_e L_m & sL_m & R_r + sL_r & g\omega_e L_r \\ sL_m & -g\omega_e L_m & -g\omega_e L_r & R_r + sL_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i_{qr} \\ i_{dr} \end{bmatrix}$$

en séparant données et inconnues il vient :

$$\begin{bmatrix} R_r + sL_r & g\omega_e L_r \\ -g\omega_e L_r & R_r + sL_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qr} \\ i_{dr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -g\omega_e L_m & -sL_m \\ -sL_m & g\omega_e L_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix}$$

d'où 
$$\begin{bmatrix} i_{qr} \\ i_{dr} \end{bmatrix} = \frac{1}{(R_r + L_r s)^2 + g^2 \omega_e^2 L_r^2} \times$$

$$\begin{bmatrix} -(R_r + sL_r)g\omega_e L_m - sL_m g\omega_e L_r & -(R_r + sL_r)sL_m + g^2 \omega_e^2 L_r L_m \\ g^2 \omega_e^2 L_r L_m - (R_r + sL_r)sL_m & sL_m g\omega_e L_r + (R_r + sL_r)g\omega_e L_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix}$$

Avec 
$$T_e = pL_m \begin{bmatrix} -i_{ds} & i_{qs} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qr} \\ i_{dr} \end{bmatrix} \text{ et } I_s^2 = I_{qs}^2 + I_{ds}^2$$

il vient tous calculs faits :

$$T_e = \frac{pL_m^2 g\omega_e s(2L_r + R_r)}{(R_r + sL_r)^2 + g^2 \omega_e^2 L_r^2} I_s^2$$

auquel on peut faire correspondre un schéma bloc suivi de l'équation mécanique.

À l'aide des deux premières équations de (9.1) on trouvera de même  $V_{ds}$  et  $V_{qs}$  d'où  $V_s$ .

Si  $g\omega_e$  n'est plus constant le système redevient non linéaire et il faut alors utiliser à nouveau la technique des petites perturbations.

## 9.4 Machine synchrone avec et sans aimants

Au chapitre 3 nous avons vu les équations électriques (3.23) qui régissent le fonctionnement de telles machines avec excitation, tout à fait semblables à celles de la machine asynchrone, mais avec un degré de plus et une expression du couple (3.24) qui fait apparaître la contribution du flux d'excitation et celle de la saillance si elle existe.

Par conséquent l'obtention de fonctions de transfert avec alimentation en tension ou en courant relève de la même démarche que celle utilisée pour la machine asynchrone. Habituellement, ou dans le cas de machine sans amortisseur et à entrefer lisse, on néglige ceux-ci et l'effet de saillance si bien que l'ordre du système s'abaisse et rend la tâche plus aisée.

Dans le cas d'excitation par aimants le flux d'excitation est considéré comme constant.

Par ailleurs l'aimant est considéré comme un enroulement sans résistance ni inductance propre ni mutuelle et comme source de flux uniquement donnant donc des fem de rotation.

À titre d'exemple, considérons une machine biphasée, donc déjà repérée dans les axes  $d$  et  $q$ , sans amortisseurs et à aimants montés en surface c'est-à-dire sans saillance.

Le système d'équations électriques (3.23) se réduit à celui des trois équations correspondant aux enroulements  $F$ ,  $d$ ,  $q$  mais où  $V_F = R_F = L_F = M_F = 0$ . Seul le terme de rotation  $-M_F \omega_m i_F$  subsiste dans l'axe  $q$  ce qui est normal puisque le flux  $\phi_a$  crée par les aimants se trouve par définition dans l'axe  $d$ . Ce terme doit donc apparaître sous la forme  $\phi_a \omega_m = -M_F \omega_m i_F$ . On peut donc

l'introduire dans la matrice  $Z_{dq}$  sous la forme  $\frac{\phi_a}{i_F} \omega_m$ . Par ailleurs la saillance n'existant pas  $L_d = L_q$ , d'où les équations :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ V_q \\ V_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{\phi_a}{i_F} \omega_m & R_r + sL_d & -L_d \omega_m \\ 0 & L_d \omega_m & R_r + sL_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_F \\ i_q \\ i_d \end{bmatrix}$$

Le couple électromagnétique est donné normalement par l'équation  $T_e = p I^t G \omega_m I$  si la machine possède  $2p$  pôles.

D'où

$$T_e = [i_F, i_q, i_d] \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{\phi_a}{i_F} & 0 & -L_d \\ 0 & L_d & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_F \\ i_q \\ i_d \end{bmatrix} p$$

$T_e = p \phi_a i_q$  ce qui aurait pu s'obtenir directement par la formule développée dans laquelle on aurait remplacé le terme  $-M_F i_F$  par  $\phi_a$ .

L'équation mécanique avec amortissement s'écrit :

$$J s \frac{\omega_m}{p} + K_d \frac{\omega_m}{p} + T_l = p \phi_a i_q$$

et le schéma bloc de la machine s'en déduit directement selon la figure 9.3.

Le couplage des deux axes est évident. Mais il est très simple ici d'opérer un découplage en annulant  $i_d$  en injectant une tension  $V_d$  égale à  $L_d \omega_m i_q$  et le schéma restant pour l'axe  $q$  s'identifie alors tout à fait à celui d'une machine à courant continu avec ses deux constantes de temps, sa constante de couple et sans bouclage de fem.

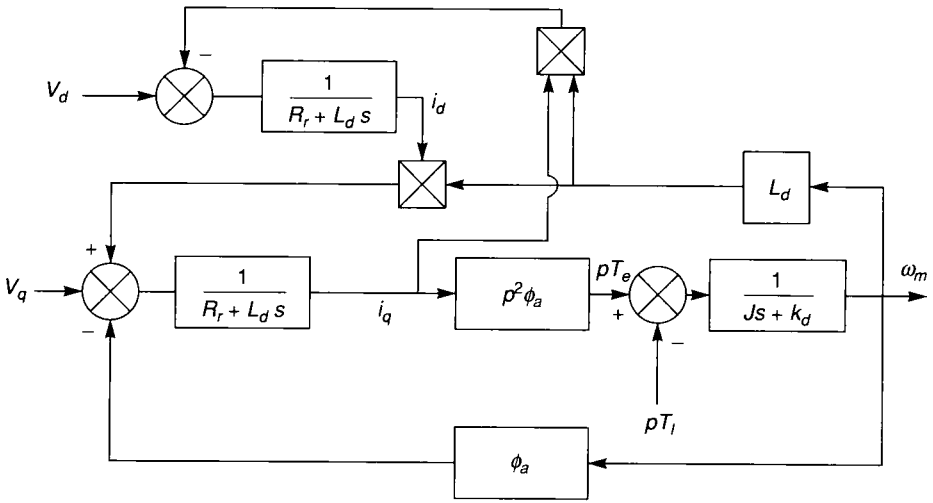


Figure 9.3. - Schéma bloc d'une machine synchrone biphasée à aimants permanents.

## 9.5 Modulations de largeurs d'impulsions

### 9.5.1 Introduction

Les grandeurs de sortie des commandes analogiques ou numériques représentent les tensions ou courants désirés aux bornes de la machine. La technique de modulation de largeur d'impulsions (M.L.I. en Français et P.W.M. pour *Pulse Width Modulation* en anglais) permet de reconstituer ces grandeurs à partir d'une source à fréquence fixe et tension fixe (en général une tension continue) par l'intermédiaire d'un convertisseur direct.

Celui-ci réalise les liaisons électriques entre la source et la charge. Le réglage est effectué par les durées d'ouverture et de fermeture des interrupteurs et par les séquences de fonctionnement.

Dans la majorité des cas, l'onde idéale est sinusoïdale. La M.L.I. permet de se rapprocher du signal désiré. Cependant, cette technique est imparfaite. Le contenu harmonique généré par une onde M.L.I. entraîne des pertes dans le réseau (pertes fer dans le transformateur, pertes Joule dans la ligne et le convertisseur), dans la charge (pertes Joule, fer et par courants de Foucault). Elles génèrent dans les machines tournantes des oscillations de couple, des bruits acoustiques et des résonances électromécaniques. Elle injecte du bruit sur la commande et introduit des non linéarités qui peuvent déstabiliser le système. Il faut donc minimiser ces harmoniques.

Trois critères sont utilisés pour spécifier la M.L.I. :

- 1 l'amplitude du fondamental et sa valeur relative par rapport à celle qui serait obtenue avec une onde pleine :  $\frac{U'_1}{U_{10}}$  avec  $U'_1$  valeur efficace du fondamental et  $U_{10}$  la valeur efficace en onde pleine.
- 2 un spectre fréquentiel (compte tenu des caractéristiques de la charge et de l'utilisation, du dimensionnement des filtres et du respect des normes CEM en conduction).
- 3 une grandeur représentative de la distorsion harmonique : le taux global de distorsion harmo-

nique  $d = \left[ \frac{\sum_{k=2}^{\infty} |Y_k|^2}{\sum_{k=1}^{\infty} |Y_k|^2} \right]^{1/2}$  ou plus généralement la puissance réactive déformante (dûe aux harmoniques).

Ainsi lorsque les M.L.I. discrétisent un signal périodique (M.L.I. vectorielle, M.L.I. précalculée...), une analyse fréquentielle [FAUCHER 93] montre aisément que le spectre du signal obtenu est constitué de groupes de raies centrés autour des harmoniques de la fréquence de modulation  $f_p$ . Les raies sont distantes entre elles de la fréquence du fondamental  $f_0$  (figure 9.4).

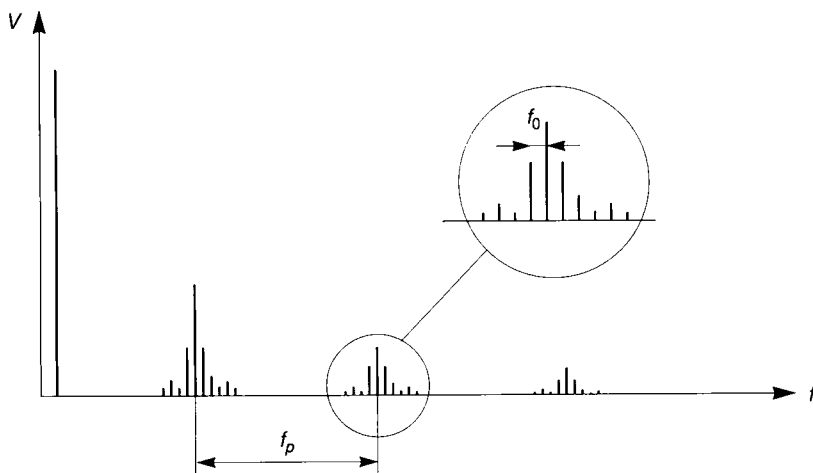


Figure 9.4. - Allure typique d'un spectre de M.L.I..

Quatre catégories de M.L.I. ont été développées :

- les modulations sinus-triangle effectuant la comparaison d'un signal de référence à une porteuse, en général, triangulaire.
- les modulations précalculées pour lesquelles les angles de commutation sont calculés hors ligne pour annuler certaines composantes du spectre.

- les modulations postcalculées encore appelées M.L.I. régulières symétriques ou M.L.I. vectorielles dans lesquelles les angles de commutation sont calculés en ligne.
- les modulations stochastiques pour lesquelles l'objectif fixé est le blanchiment du spectre (bruit constant et minimal sur l'ensemble du spectre). Les largeurs d'impulsions sont réparties suivant une densité de probabilité représentant la loi de commande. En d'autres termes, la probabilité d'occurrence de l'état haut est proportionnel à la valeur de la variable codée. La réalisation peut être entièrement intégrée dans des circuits dédiés (ASIC). Une présentation détaillée en est donnée dans [RETIF 92][RETIF 93]. Malheureusement, elles requièrent des fréquences d'échantillonnage élevées incompatibles avec des puissances commutées supérieures au kW.

## 9.5.2 Modulation sinus - triangle

### 9.5.2.1 Principe

La M.L.I. sinus - triangle est réalisée par comparaison d'une onde modulante basse fréquence (tension de référence) à une onde porteuse haute fréquence de forme triangulaire. Les instants de commutation sont déterminés par les points d'intersection entre la porteuse et la modulante. La fréquence de commutation des interrupteurs est fixée par la porteuse [SEQUIER 89]. En triphasé, les trois références sinusoïdales sont déphasées de  $\frac{2\pi}{3}$  à la même fréquence  $f_s$ .

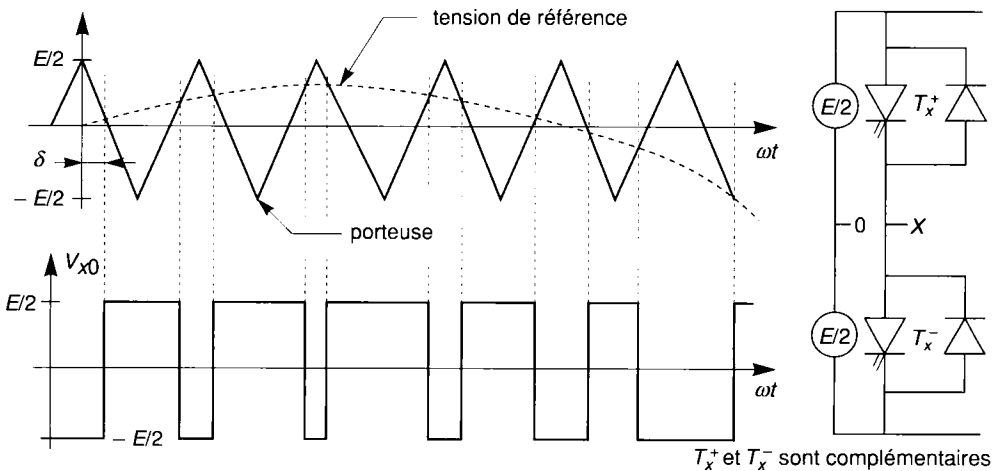


Figure 9.5. - M.L.I. sinus-triangle.

Les instants d'échantillonnage ne sont pas répartis à des intervalles équidistants contrairement à la M.L.I. vectorielle.

La porteuse étant triangulaire, il y a proportionnalité entre  $V_{ref}$  et le temps  $t^+$  de fermeture de l'interrupteur  $T_x^+$ .



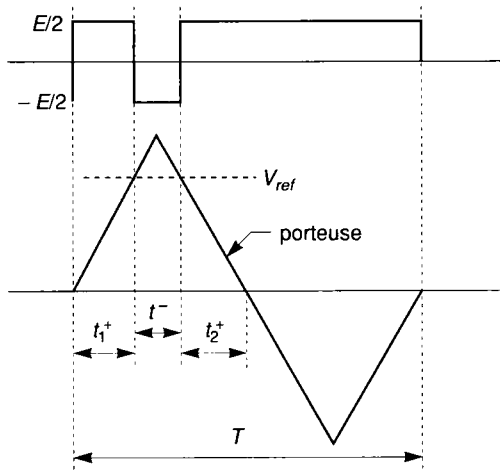


Figure 9.6. - Moyenne instantanée.

$$\alpha = \frac{t^+}{T} = 0.5 \left( 1 + \frac{V_{ref}}{\frac{E}{2}} \right) \text{ avec sur la figure } t^+ = t_1^+ + t_2^+ + \frac{T}{2} \quad (9.10)$$

Pour  $V_{ref} = 0$ , on a  $\alpha = 0.5$ .

La valeur moyenne du signal modulé sur une demi-période de la porteuse est égale à la valeur instantanée au point d'intersection entre la modulante (référence) et la porteuse. On définit ainsi la valeur moyenne instantanée.

### 9.5.2.2 Propriétés

Si la référence est sinusoïdale, on définit trois grandeurs :

- l'indice de modulation  $m$  égal au rapport de la fréquence de modulation sur la fréquence de référence,
- le coefficient de réglage en tension  $r$  égal au rapport de l'amplitude de la tension de référence à la valeur crête  $E/2$  de l'onde de modulation,
- L'angle de calage  $\delta$  (pour une M.L.I. synchrone).

La modulation est synchrone si  $m$  est entier. La tension de sortie est périodique de période  $\frac{1}{f_{référence}}$ . La modulation est asynchrone dans le cas contraire, en particulier, lorsque la tension de référence varie continûment (commande vectorielle...).

Pour une modulation synchrone suffisamment importante ( $m > 15$ ), les raies se répartissent par groupe aux rangs [SEGUIER 89] : 1,  $(m - 2, m, m + 2)$ ,  $(2m - 5, 2m - 3, 2m - 1, 2m + 1, 2m + 3, 2m + 5)$ ...

L'augmentation de  $m$  rejette les premiers harmoniques non nuls vers les fréquences élevées et facilite donc le filtrage. Mais,  $m$  est limité par les temps de commutations des interrupteurs du convertisseur et donc par la largeur minimale des impulsions.

En particulier, pour une modulation asynchrone, la minimisation des sous-harmoniques implique un indice de modulation élevé incompatible avec une fréquence de référence élevée. Il est donc nécessaire de changer de mode lors d'une montée en fréquence.

Si  $m$  est assez grand ( $> 6$ ), la valeur efficace de la tension de sortie est pratiquement égale à la tension de référence pour  $r = 1$  :

$$U'_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} r \frac{U}{2} \tag{9.11}$$

Par action sur  $r$ , on peut théoriquement faire croître l'amplitude du fondamental de 0 jusqu'au maximum. En pratique le déchet de tension est augmenté par le respect des temps de conduction minimum et maximum.

En régime triphasé, les raies d'un rang multiple de 3 sont naturellement éliminées. L'injection d'un harmonique 3 dans la référence permet de diminuer le déchet de tension sans polluer le spectre [SEGUIER 89].

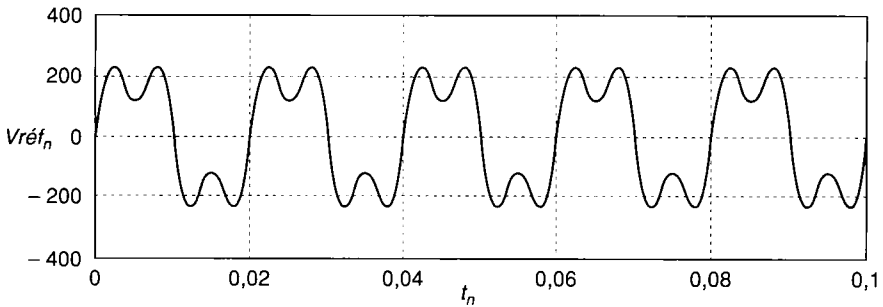


Figure 9.7 - Injection d'un harmonique de rang 3.

Cette M.L.I. est particulièrement bien adaptée à l'électronique analogique mais est difficilement utilisable en numérique.

## 9.5.3 Modulation précalculée

### 9.5.3.1 M.L.I. monophasée

Cette technique de M.L.I. consiste à calculer les instants de commutation des interrupteurs de manière à répondre à certains critères portant sur le spectre fréquentiel de l'onde résultante [SEGUIER 89]. Ces séquences sont alors mémorisées et restituées cycliquement pour assurer la commande des interrupteurs.

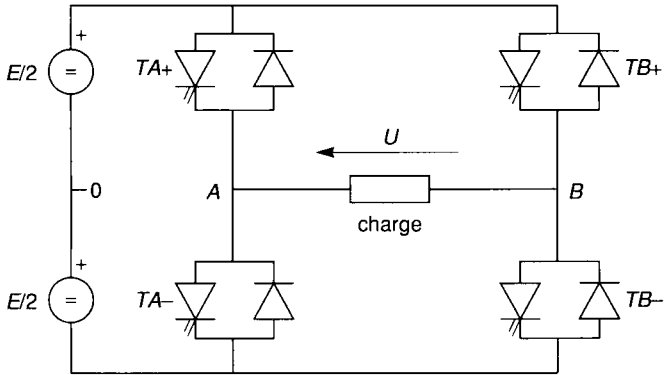


Figure 9.8. - Onduleur monophasé.

Les critères usuellement retenus sont :

- élimination d'harmoniques de rangs spécifiés,
- élimination d'harmoniques dans une bande de fréquence spécifiée,
- minimisation d'un critère harmonique global.

La modulation est caractérisée par  $M$  angles électriques notés  $\alpha_k$ .

Ces  $M$  angles permettent :

- soit d'annuler  $M$  harmoniques
- soit d'annuler  $M - 1$  harmoniques et de fixer l'amplitude du fondamental.

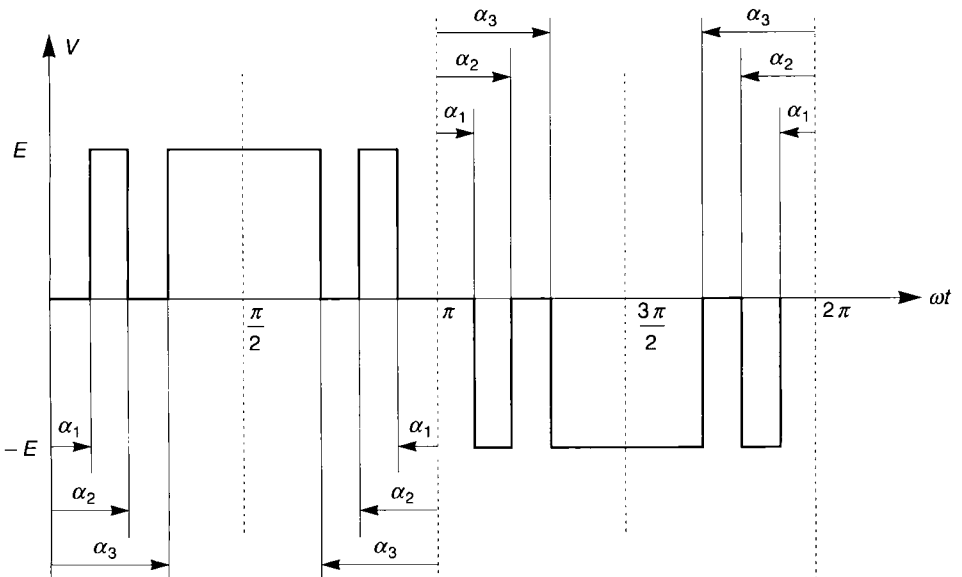


Figure 9.9. - M.L.I. monophasée.

La tension aux bornes de la charge est périodique de fréquence  $f_0$ . Elle admet donc, une décomposition en série de Fourier.

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(2\pi n f_0 t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(2\pi n f_0 t) \tag{9.12}$$

avec 
$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cos(2\pi n f_0 t) dt \text{ et } b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \sin(2\pi n f_0 t) dt \tag{9.13}$$

À l'aide d'un changement d'origine, la fonction est rendue impaire et les termes  $b_n$  sont annulés.

Moyennant quelques calculs, on obtient l'amplitude des harmoniques de tension :

$$U_n = \frac{2E}{\pi n} \left[ \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) + 2 \sum_{k=1}^M (-1)^k \sin(n\alpha_k) \right] \tag{9.14}$$

La résolution des  $M$  équations  $U_n = 0$  permet de déterminer les combinaisons  $\alpha_k$  annulant les harmoniques.

- ⇒  $M = 2$  élimination des harmoniques 3 et 5
- ⇒  $M = 4$  élimination des harmoniques 3, 5, 7, 11

Il n'y a pas de solution analytique pour  $M > 1$ . Les angles sont calculés numériquement.

La mémorisation peut se faire sous deux formes :

- valeurs des angles de découpage,
- motif du découpage.

Les états des interrupteurs sont stockés dans les registres d'une mémoire parcourue en boucle infinie.

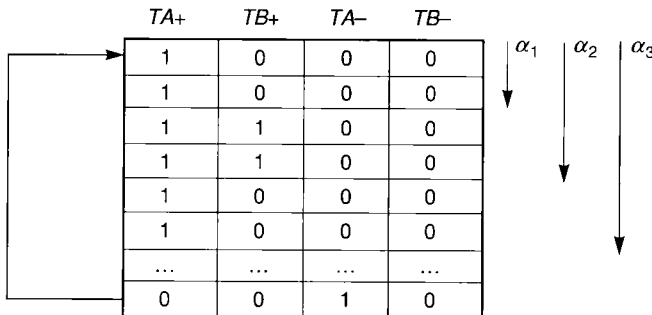


Figure 9.10. - Génération d'une M.L.I. précalculée.

Mais, l'erreur de quantification conduit à une élimination incomplète des harmoniques et la discrétisation et le blocage du motif se traduisent par une répétition et une superposition du spectre

initial et donc à un repliement possible du spectre. Enfin, pour éviter la mise en conduction simultanée des deux interrupteurs d'une même branche, la commande doit assurer un temps mort qui influe sur l'amplitude du fondamental et des harmoniques.

Pour contrôler l'amplitude du fondamental, il faut rajouter un degré de liberté et mémoriser un groupe d'angles ou un motif par amplitude.

Une deuxième méthode consiste à séparer l'élimination des harmoniques et le réglage de l'amplitude du fondamental. Une onde M.L.I. précalculée est définie pour l'amplitude maximale. Un hachage à fréquence fixe et rapport cyclique variable assure le réglage de l'amplitude du fondamental. C'est la technique de la double modulation [FAUCHER 93].

### 9.5.3.2 M.L.I. triphasée

La machine est connectée à un onduleur triphasé à commutations commandées (figure 9.11). Le point milieu de la source de tension est fictif. Les commandes des interrupteurs d'une même branche sont disjointes (et complémentaires pour l'onduleur monophasé).

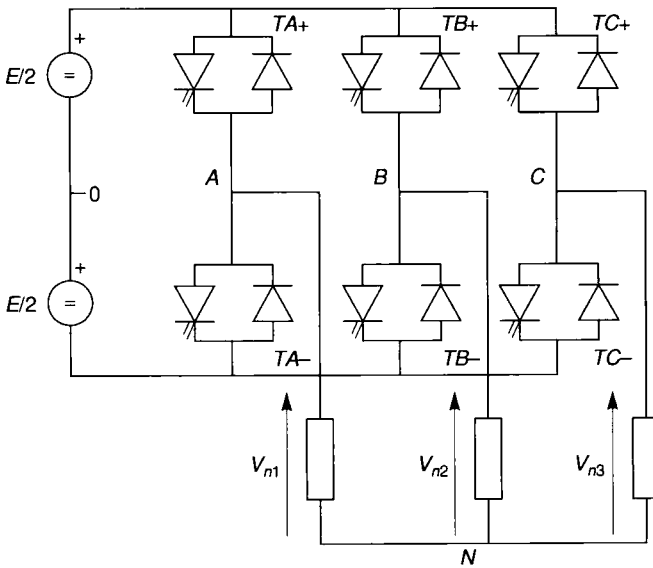


Figure 9.11. - Onduleur triphasé.

La décomposition en série de Fourier donne :

$$V_{A0} = \frac{E}{\pi n} \left[ \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) + 2 \sum_{k=1}^M (-1)^k \sin(n\alpha_k) \right]$$

Dans ce cas aussi, on cherche à annuler les harmoniques sachant que ceux d'un rang multiple de 3 sont naturellement éliminés.

## 9.5.4 Modulation vectorielle

### 9.5.4.1 Principe

Cette modulation est utilisée dans les commandes modernes des machines asynchrones pour obtenir des formes d'onde arbitraires non nécessairement sinusoïdales. Elle sera étudiée sur un onduleur triphasé (voir figure 9.11).

Les tensions de référence sont les tensions simples désirées  $V_{ni}$ .

Cette technique de MLI suit les principes suivants [HOLTZ 87][BROECK 88][FAUCHER 93][VOLLAIRE 93][JORDA 94] :

- le signal de référence est échantillonné à intervalles réguliers  $T$  (MLI régulière),
- pour chaque phase, réalisation d'une impulsion de largeur  $T$  centrée sur la période (M.L.I. symétrique) dont la valeur moyenne est égale à la valeur de la tension de référence à l'instant d'échantillonnage,
- tous les interrupteurs d'un même demi-pont ont un état identique au centre et aux deux extrémités de la période (Pour une M.L.I. discontinue, l'état d'un des interrupteurs de chaque demi-pont reste constant ce qui diminue les pertes de commutation mais augmente les harmoniques).

Cette modulation est conduite en synchronisme sur les trois phases. Elle est appelée M.L.I. vectorielle.

### 9.5.4.2 Calcul des temps de commutations

Les tensions de références sont les tensions simples désirées  $\vec{V}_s = \begin{pmatrix} v_{AN} \\ v_{BN} \\ v_{CN} \end{pmatrix}$  référencées par rapport au point neutre.

Or les tensions générées par une M.L.I. sont référencées par rapport au point milieu fictif  $O$  de la source de l'onduleur.

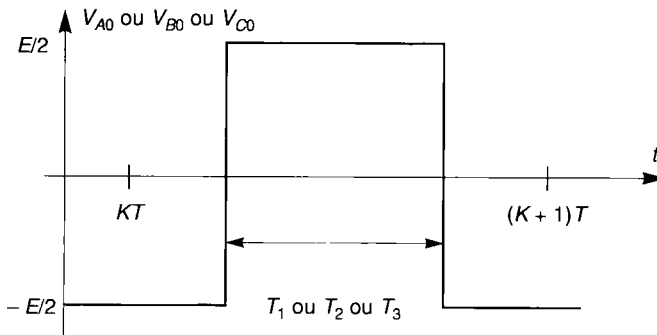


Figure 9.12. - Créneau de tension  $V_{A0}$ ,  $V_{B0}$  et  $V_{C0}$ .

Les tensions entre phases sont données par :

$$v_{AB} = v_{A0} - v_{B0}, v_{BC} = v_{B0} - v_{C0} \text{ et } v_{CA} = v_{C0} - v_{A0}$$

Si la charge est équilibrée :  $v_{AN} + v_{BN} + v_{CN} = 0$

D'où :

$$\begin{aligned} v_{AN} &= 1/3(v_{AB} - v_{CA}) \\ v_{BN} &= 1/3(v_{BC} - v_{AB}) \\ v_{CN} &= 1/3(v_{CA} - v_{BC}) \end{aligned}$$

et donc :

$$\begin{aligned} v_{n1} = v_{AN} &= 1/3(2v_{A0} - v_{B0} - v_{C0}) \\ v_{n2} = v_{BN} &= 1/3(2v_{B0} - v_{C0} - v_{A0}) \\ v_{n3} = v_{CN} &= 1/3(2v_{C0} - v_{A0} - v_{B0}) \end{aligned}$$

et le potentiel du point neutre est donné par :  $v_{N0} = 1/3(v_{A0} + v_{B0} + v_{C0})$

Pour simplifier les calculs et représenter ces tensions, appliquons la transformation triphasée/diphasée respectant le transfert de puissance :

$$\begin{bmatrix} V_{s\alpha} \\ V_{s\beta} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{n1} \\ V_{n2} \\ V_{n3} \end{bmatrix} \quad (9.15)$$

Un analyse combinatoire de tous les états possibles des interrupteurs permet de calculer les vecteurs de tensions  $\begin{pmatrix} v_{s\alpha} \\ v_{s\beta} \end{pmatrix}$  correspondants :

$T_{A+}$	$T_{B+}$	$T_{C+}$	$V_{A0}$	$V_{B0}$	$V_{C0}$	$V_{n1}$	$V_{n2}$	$V_{n3}$	$V_{\alpha}$	$V_{\beta}$	
0	0	0	$-E/2$	$-E/2$	$-E/2$	0	0	0	0	0	$\vec{V}_0$
0	0	1	$-E/2$	$-E/2$	$E/2$	$-E/3$	$-E/3$	$2E/3$	$\frac{-E}{\sqrt{6}}$	$\frac{-E}{\sqrt{2}}$	$\vec{V}_5$
0	1	0	$-E/2$	$E/2$	$-E/2$	$-E/3$	$2E/3$	$-E/3$	$\frac{-E}{\sqrt{6}}$	$\frac{E}{\sqrt{2}}$	$\vec{V}_3$
0	1	1	$-E/2$	$E/2$	$E/2$	$-2E/3$	$E/3$	$E/3$	$\frac{-\sqrt{2}E}{\sqrt{3}}$	0	$\vec{V}_4$
1	0	0	$E/2$	$-E/2$	$-E/2$	$2E/3$	$-E/3$	$-E/3$	$\frac{\sqrt{2}E}{\sqrt{3}}$	0	$\vec{V}_1$
1	0	1	$E/2$	$-E/2$	$E/2$	$E/3$	$-2E/3$	$E/3$	$\frac{E}{\sqrt{6}}$	$\frac{-E}{\sqrt{2}}$	$\vec{V}_6$
1	1	0	$E/2$	$E/2$	$-E/2$	$E/3$	$E/3$	$-2E/3$	$\frac{E}{\sqrt{6}}$	$\frac{E}{\sqrt{2}}$	$\vec{V}_2$
1	1	1	$E/2$	$E/2$	$E/2$	0	0	0	0	0	$\vec{V}_7$

Tableau 9.1. - Calcul des vecteurs de tension.

$V_{s\alpha}$  et  $V_{s\beta}$  prennent un nombre fini de valeurs définissant les limites de 6 secteurs dans le plan  $\alpha, \beta$  (figure 9.13).

$$\vec{V}_0 = \vec{V}_7 = \vec{0}$$

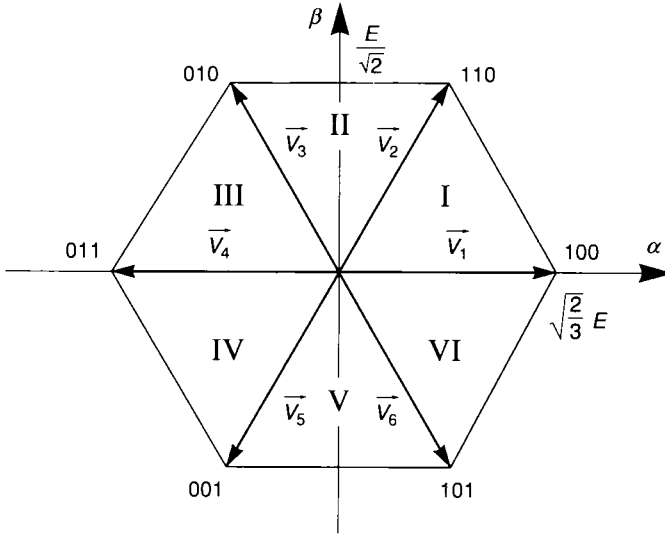


Figure 9.13. - Représentation de polygone de commutation.

Il s'agit alors de déterminer la position du vecteur de consigne dans ce repère  $\alpha, \beta$  et le secteur dans lequel il se trouve. Celui-ci est limité par deux des vecteurs  $\vec{V}_i$  et  $\vec{V}_{i+1}$  définis dans le tableau 9.1. Les tensions de référence sont reconstituées en effectuant une moyenne temporelle de ces vecteurs.

En utilisant les notations ci-dessous, il faut évaluer  $V_{s\alpha} = V_s \sin(60^\circ - \gamma)$  et  $V_{s\beta} = V_s \sin(\gamma)$  en fonction des temps d'application des séquences définies précédemment ( $T_1$  pour  $\vec{V}_1$  et  $T_2$  pour  $\vec{V}_2$ ) :

Dans le secteur 1 :

$$V_s \sin(\gamma) = V_2 \frac{T_2}{T} \cos(30^\circ) = V_2 \frac{T_2}{T} \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$V_s \sin(\gamma) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} E \frac{T_2}{T} \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{E}{\sqrt{2}} \frac{T_2}{T}$$

$$\text{donc } T_2 = \frac{\sqrt{2}}{E} V_s \sin(\gamma) T$$

$$V_s \sin(60^\circ - \gamma) = \cos(30^\circ) V_1 \frac{T_1}{T}$$

$$\text{donc } T_1 = \frac{\sqrt{2}}{E} V_s \sin(60^\circ - \gamma) T$$

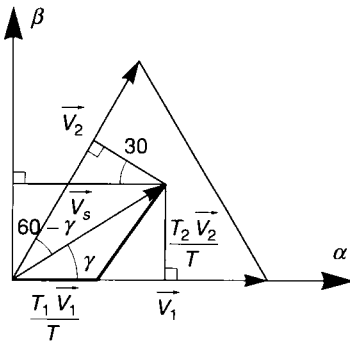


Figure 9.14. - Calcul de  $V_{\alpha}$  et  $V_{\beta}$ .

En effectuant le même calcul pour chaque secteur, la construction suivante est obtenue :





Le choix des séquences s'effectue suivant l'algorithme décrit sur la figure 9.16. Il peut être traité par une routine d'interruption activée en synchronisme avec une horloge de période  $T$ .

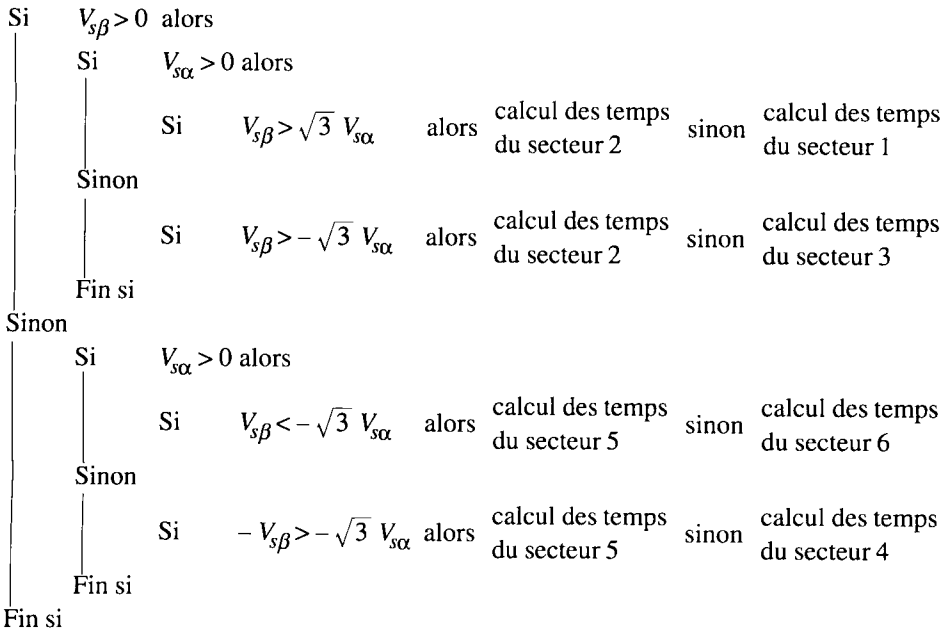


Figure 9.16. - Algorithme de la M.L.I. vectorielle.

Pour une référence sinusoïdale, un tel algorithme donne les tensions suivantes :

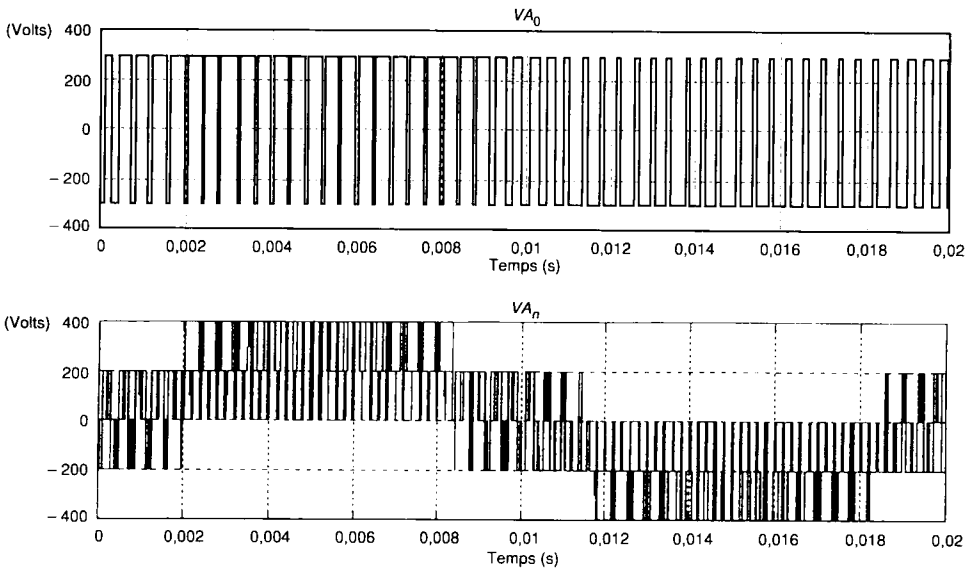


Figure 9.17. - M.L.I. Vectorielle.

**Temps minimal de conduction  $t_{\min}$**

L'impulsion minimale est  $2t_i$  ce qui donne l'amplitude de réglage de la tension simple :

$$V_m = \frac{E}{\sqrt{3}} \left( \frac{T - 2t_{\min}}{T} \right)$$

Cette expression ne prend pas en compte les temps morts.

**Influence du temps mort**

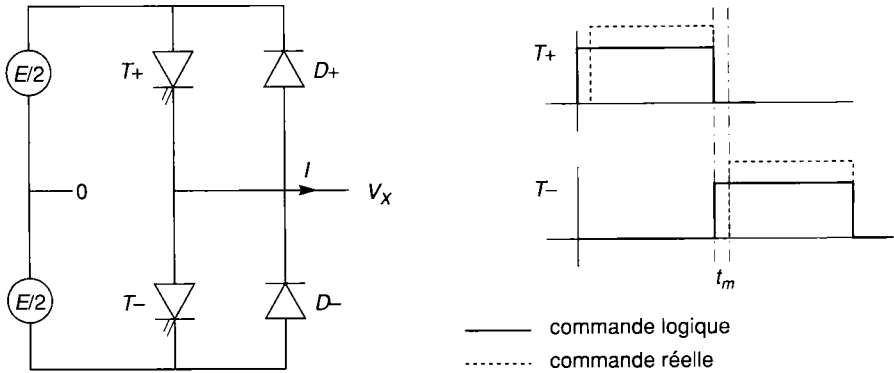


Figure 9.18. - Influence du temps mort.

L'extinction est immédiate et l'amorçage est retardé de  $t_m$  par rapport à l'ordre de commande.

Lors du temps mort  $t_m$  :  $V_x = -E/2$  si  $I > 0$  et  $V_x = +E/2$  si  $I < 0$

Dans le pire des cas, l'amplitude de réglage de la tension simple est donnée par :

$$V_m = \frac{E}{\sqrt{3}} \left( \frac{T - 2t_{\min} - 2t_m}{T} \right) \tag{9.16}$$

**Propriétés complémentaires**

Ajouter un harmonique de rang 3 à la tension de référence permet de gagner environ 15 % sur la zone de linéarité. Cet harmonique est naturellement éliminé.

La procédure de blocage-échantillonnage amène un retard qui peut être atténué par une technique de double échantillonnage (la largeur de l'impulsion est modifiée en cours de période).

## Réglage de vitesse des machines asynchrones à fréquence statorique fixe

10.1 • Introduction	224
10.2 • Variation de la tension statorique	226
10.3 • Variation du courant statorique	228
10.4 • Variation de la résistance rotorique	230
10.5 • Contrôle du glissement par redresseur-onduleur	231
10.6 • Contrôle du glissement par cycloconvertisseur	234

# 10.1 Introduction

La recherche de performances doit être adaptée à l'application et aux possibilités techniques. Dans une majorité des cas, la variation de vitesse n'est requise que sur une plage limitée. De plus, les techniques de commandes avancées (scalaires et vectorielles) nécessitent des convertisseurs à commutations forcées dont les fréquences de travail sont mal adaptées aux fortes puissances et qui utilisent des interrupteurs statiques coûteux.

Ce chapitre présente les techniques permettant de faire varier la vitesse des machines asynchrones triphasées à fréquence statorique constante. Il s'agit donc de modifier le glissement :

$$g = \frac{\omega_e - p\Omega}{\omega_e} \tag{10.1}$$

Reprenons brièvement l'étude de la machine asynchrone en régime permanent pour en déduire les caractéristiques couple/vitesse.

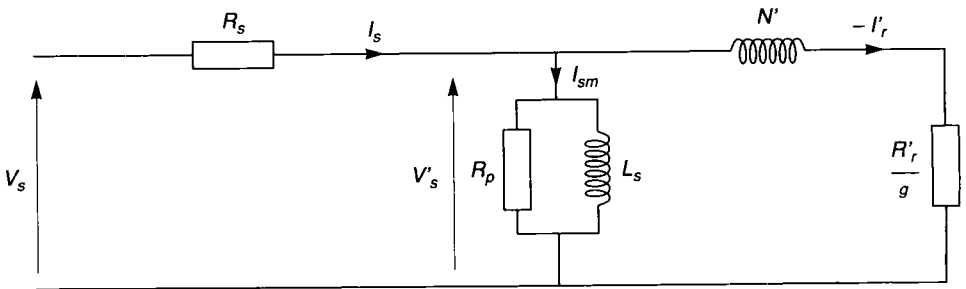


Figure 10.1 - Schéma équivalent de la machine asynchrone.

Notations :  $N'$  → inductance totale de fuite ramenée au stator

$$N' = N \left( \frac{L_s}{L_m} \right)^2 \quad \text{avec} \quad N = \left( L_r - \frac{L_m^2}{L_s} \right) = \sigma L_r$$

$R'_r$  → résistance rotorique ramenée au stator

$$R'_r = R_r \left( \frac{L_s}{L_m} \right)^2$$

$I'_r$  → courant rotorique ramené au stator

$$I'_r = I_r \left( \frac{L_m}{L_s} \right)$$

Pour les démonstrations, nous négligerons la résistance  $R_p$  modélisant les pertes ferromagnétiques et nous noterons  $\omega_{s1}$  la pulsation des courants rotoriques. Déterminons l'expression du couple de cette machine triphasée à partir d'un bilan de puissance.

- Puissance fournie au rotor :

$$3 \frac{R_r'}{g} I_r'^2 = 3 \frac{R_r}{g} I_r^2 \quad (10.2)$$

- Pertes Joules au rotor :

$$P_{J_r} = 3R_r' I_r'^2 = 3R_r I_r^2 \quad (10.3)$$

- Puissance utile théorique :

$$P_{u_{th}} = 3 \frac{R_r' I_r'^2}{g} - 3R_r' I_r'^2 = 3 \frac{1-g}{g} R_r' I_r'^2 = 3 \frac{1-g}{g} R_r I_r^2 \quad (10.4)$$

et :

$$P_{u_{th}} = \frac{T_e \omega_m}{p} = \frac{T_e (1-g) \omega_e}{p} \quad (10.5)$$

De (10.4) et (10.5), on déduit l'expression du couple :

$$T_e = 3 \frac{p R_r' I_r'^2}{g \omega_e} = 3 \frac{p R_r I_r^2}{g \omega_e} \quad (10.6)$$

En négligeant les pertes au primaire ( $R_s \approx 0$ ) :

$$I_r'^2 = \frac{V_s^2}{\left( \omega_e^2 (N')^2 + \left( \frac{R_r'}{g} \right)^2 \right)} \quad (10.7)$$

d'où :

$$T_e = 3 \frac{p R_r'}{g \omega_e} \frac{V_s^2}{\left( \omega_e^2 N'^2 + \frac{R_r'^2}{g^2} \right)} \quad (10.8)$$

A partir de (10.8), en écrivant  $\left( \frac{\partial T_e}{\partial g} \right)_{\omega_e} = 0$ , on montre que le couple est maximal pour le glissement :

$$g_m = \pm \frac{R_r'}{\omega_e N'} = \pm \frac{R_r}{\omega_e N} \quad (10.9)$$

et le couple maximal vaut :

$$T_{e_{max}} = \frac{3}{2} \frac{p}{N'} \left( \frac{V_s}{\omega_e} \right)^2 \quad (10.10)$$

Le couple devient en fonction de  $T_{e_{max}}$  et  $g_m$  :

$$T_e = T_{e_{max}} \frac{2}{\left( \frac{g}{g_m} + \frac{g_m}{g} \right)} \quad (10.11)$$

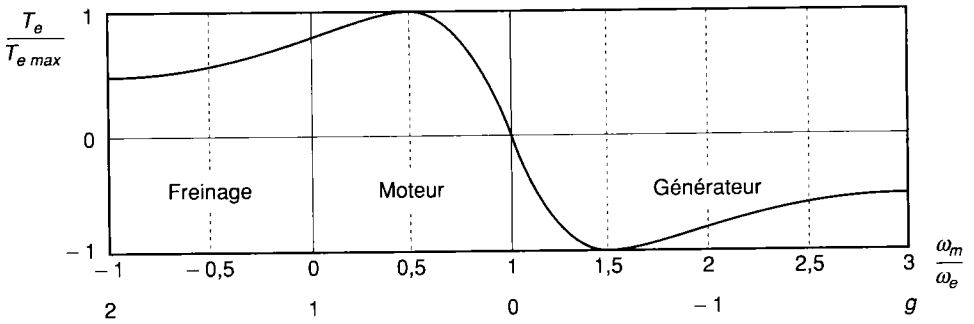


Figure 10.2. - Caractéristique Couple/Fréquence rotorique.

Cette caractéristique met en évidence trois zones de fonctionnement :

Glissement	Fonctionnement	Couple exercé par le rotor
$0 < g < 1$	moteur	moteur
$g > 1$	freinage par contre-courant	résistant
$g < 0$	freinage par récupération générateur asynchrone	résistant

Tableau 10.1. - Description des zones de fonctionnement.

## 10.2 Variation de la tension statorique

L'équation (10.8) donne les caractéristiques couple/fréquence rotorique pour plusieurs valeurs de tension (tension nominale  $V_{A0} = 220$  V).

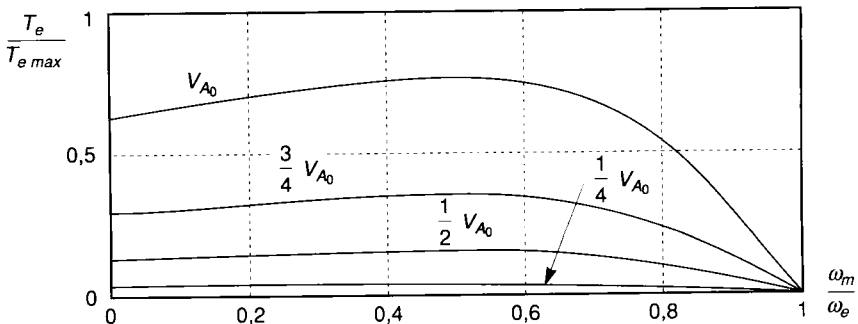


Figure 10.3. - Caractéristique Couple/Vitesse - Variation de tension statorique.

Pour les faibles glissements, les parties stables des caractéristiques (pentes négatives) sont approximativement des droites. Pour augmenter la plage de réglage, il faut choisir des moteurs présentant un glissement nominal important et donc des rendements faibles.

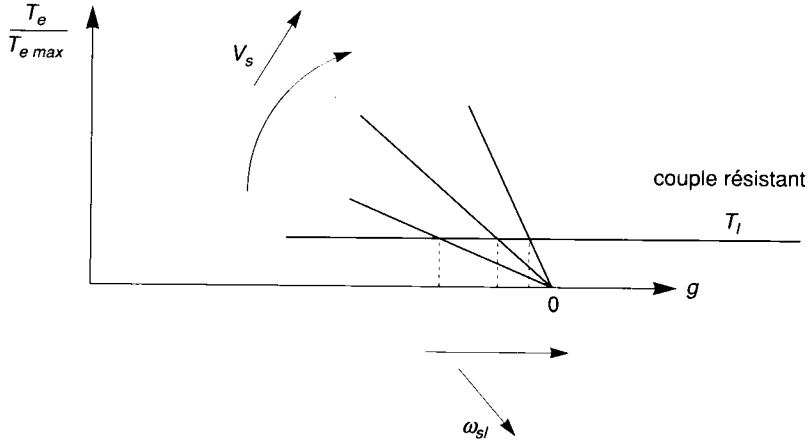


Figure 10.4. - Réglage de vitesse par variation de tension.

L'équation 10.8 et la figure 10.4 montrent qu'une diminution de la tension à couple constant provoque bien une chute de vitesse mais aussi une diminution du flux et une augmentation du courant statorique (et donc une augmentation des pertes Joules). Le domaine de variation de vitesse sera nécessairement limité.

La variation de tension est généralement obtenue par un gradateur [DE FERNEL 90] [CHAUPRADE 90][CLERC 89].

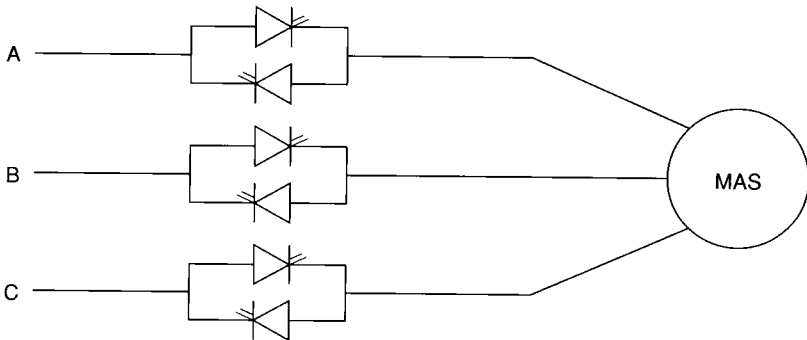


Figure 10.5. - Alimentation par gradateur.

La figure 10.6 représente les formes d'ondes obtenues. Ces convertisseurs génèrent beaucoup d'harmoniques sur le réseau et dans la machine. Cela pose de gros problèmes de compatibilité électromagnétique.



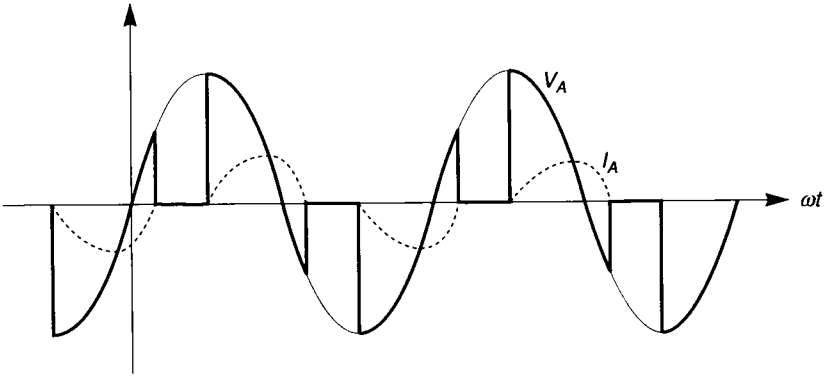


Figure 10.6. - Courant et tension du gradateur symétrique (simulation sur charge R-L).

Cette méthode est surtout utilisée dans les démarreurs progressifs économiques pour lesquels il n'est pas indispensable de fournir un fort couple à basse vitesse.

## 10.3 Variation du courant statorique

A partir du schéma équivalent (figure 10.1), on peut calculer le courant statorique en fonction du courant rotorique :

$$I_s = I_{sm} - I'_r = \frac{V_s}{j\omega_e L_s} - I'_r = - \frac{\left( \frac{R'_r}{g} + j\omega_e N' \right) I'_r}{j\omega_e L_s} - I'_r = - \frac{\left( \frac{R'_r}{g} + j\omega_e (N' + L_s) \right)}{j\omega_e L_s} I'_r \quad (10.12)$$

Soit :

$$I_s = - \frac{\left( \frac{R'_r}{g} + j\omega_e L_r \left( \frac{L_s}{L_m} \right)^2 \right)}{j\omega_e L_s} I'_r = - \frac{\left( \frac{R'_r}{g} + j\omega_e L'_r \right)}{j\omega_e L_s} I'_r \quad (10.13)$$

D'où l'expression du couple en fonction du courant statorique :

$$T_e = 3 \frac{p R'_r}{g \omega_e} \left( \frac{(\omega_e L_s)^2}{\left( \frac{R'_r}{g} \right)^2 + (\omega_e L'_r)^2} \right) I_s^2 = 3p \frac{\omega_e g R'_r L_s^2}{R'_r{}^2 + (\omega_e g L'_r)^2} I_s^2 \quad (10.14)$$

Soit :

$$T_e = 3p \frac{\omega_e g R_r L_m^2}{R_r^2 + (\omega_e g L_r)^2} I_s^2 \quad (10.15)$$

L'équation (10.15) permet de tracer la caractéristique couple électromagnétique/fréquence rotorique pour plusieurs valeurs de courant statorique (le courant nominal est  $I_{s0}$ ).

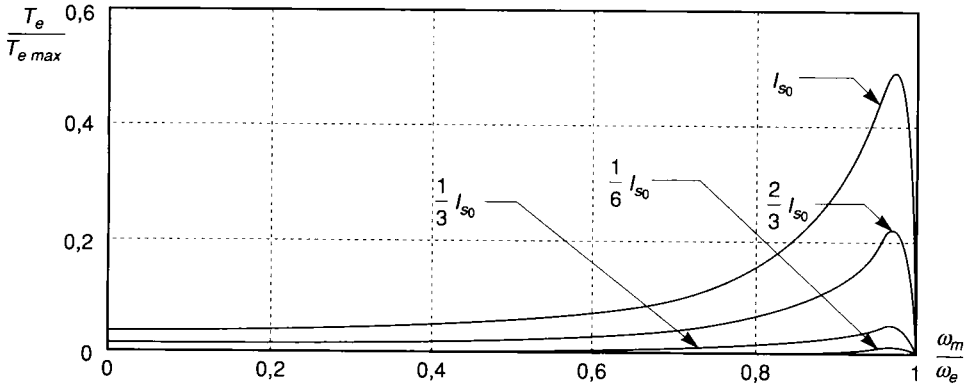


Figure 10.7. - Caractéristique Couple/Vitesse - Variation de courant statorique.

Lorsque le courant est réglé et limité, le couple est très faible au démarrage. Pour les faibles glissements, un accroissement de courant et donc de tension peut provoquer la saturation de la machine. Cette saturation entraîne des pulsations de couple indésirables. Aussi, est-il préférable pour un même couple résistant de travailler sur la partie instable de la caractéristique où le glissement est plus fort et ce en dépit de pertes Joules rotoriques plus élevées [BOSE 86]. La commande assure, dans ce cas, la stabilité de la machine.

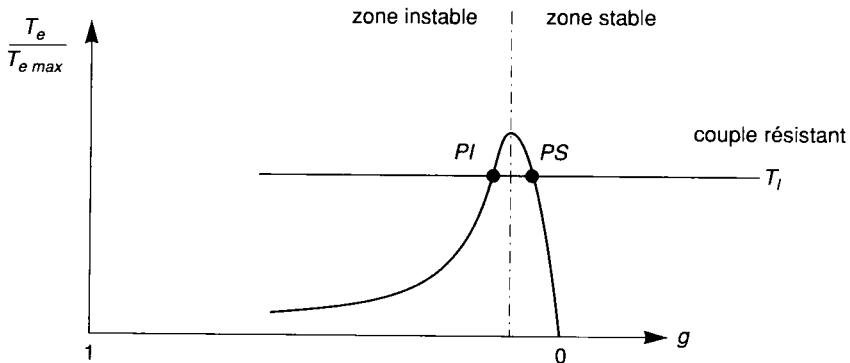


Figure 10.8. - Point de fonctionnement en régulation de courant.

## 10.4 Variation de la résistance rotorique

L'équation (10.10) montre que le couple maximum est indépendant de la résistance rotorique. Par contre, d'après (10.9), le glissement pour lequel cette valeur est obtenue, augmente si  $R_r$  croît.

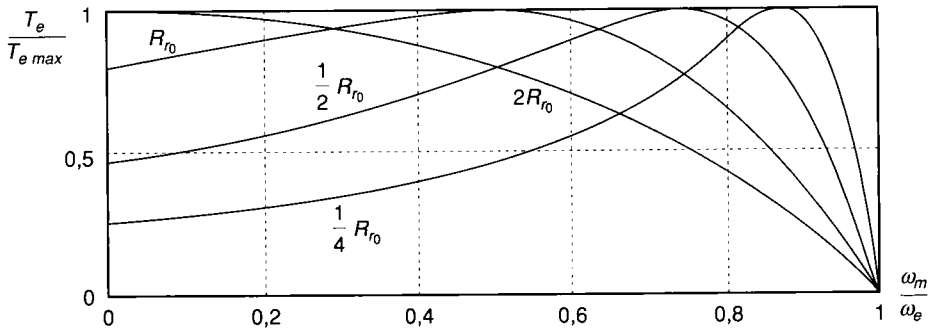


Figure 10.9. - Caractéristique Couple/Vitesse - Variation de résistance rotorique.

Cette propriété est utilisée pour donner du couple à l'arrêt ou aux faibles vitesses de rotation.

Dans les machines à cage d'écureuil, les encoches offrent une résistance apparente qui croît avec la fréquence des courants rotoriques (effet Field).

Dans les machines à rotor bobiné, cette variation de résistance peut être obtenue par l'intermédiaire d'un rhéostat ou d'un convertisseur statique :

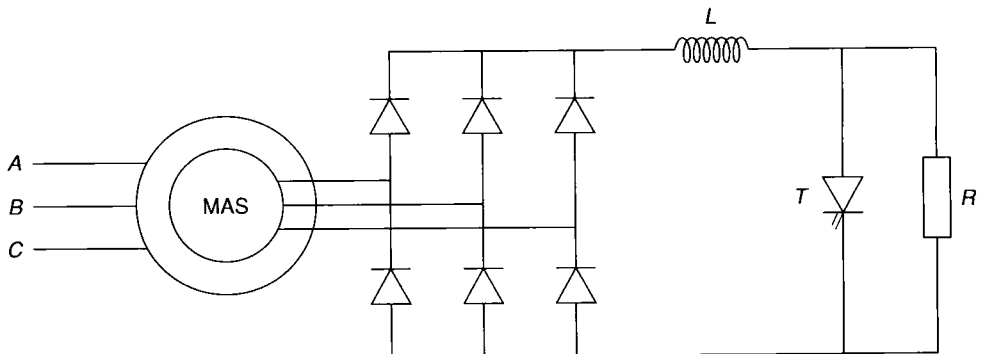


Figure 10.10. - Variation de la résistance rotorique par convertisseur statique.

$T$  désigne un interrupteur commandé à l'amorçage et au blocage.

## 10.5 Contrôle du glissement par redresseur-onduleur

Dans le montage précédent (figure 10.10), la puissance rotorique est dissipée dans une résistance. Cette énergie est donc perdue. La cascade hyposynchrone (figure 10.11) permet de la récupérer. Or les tensions rotoriques n'ont ni la même pulsation ni la même amplitude que les tensions de ligne.

$$\begin{aligned} \text{Pulsation rotorique :} & \quad g\omega_e \\ \text{Pulsation des tensions de ligne :} & \quad \omega_e \end{aligned}$$

Le convertisseur doit donc faire une conversion de tension et de fréquence. Dans le cas du schéma de Kramer, on utilise une conversion indirecte (redresseur + onduleur).

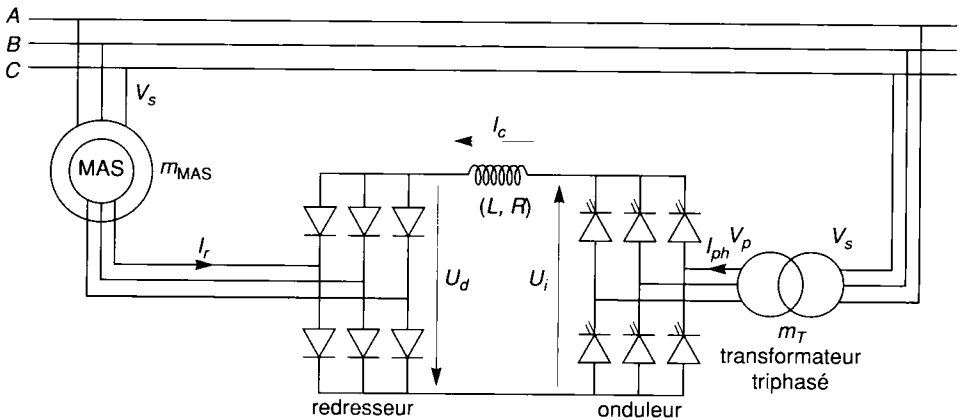


Figure 10.11.- Contrôle du glissement par redresseur/onduleur.

$m_{MAS}$  désigne le rapport de la tension rotorique sur la tension statorique lorsque la machine est à l'arrêt.  $m_T$  est le rapport de transformation du transformateur.

La figure 10.12 donne la tension  $U_d$  en sortie du redresseur et le courant au rotor en supposant  $\frac{L}{R}$  très supérieure à la période du courant rotorique.

La figure 10.13 représente la tension  $U_i$  en entrée de l'onduleur et le courant de ligne  $I_{ph}$  en sortie de ce convertisseur.

L'onduleur fonctionne avec un retard à l'amorçage  $\alpha$  compris entre  $\pi/2$  (fonctionnement en onduleur) et  $5\pi/6$  (pour assurer un temps minimal d'application d'une tension inverse aux bornes des thyristors et donc éviter un court-circuit onduleur).

### ■ Étudions les caractéristiques des convertisseurs.

La tension en sortie du redresseur est :

$$U_d = \frac{3\sqrt{6}}{\pi} (gV_r) = \frac{3\sqrt{6}}{\pi} m_{mas} gV_s \quad (10.16)$$

avec  $m_{mas}$  le rapport de transformation tension stator/tension rotor et  $V_s$  tension de ligne.

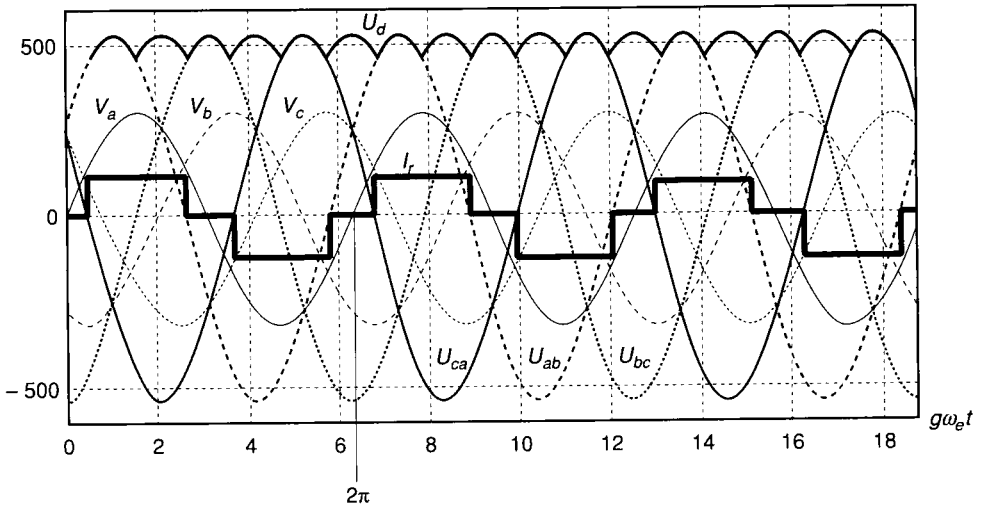


Figure 10.12.- Courant et tension du redresseur.

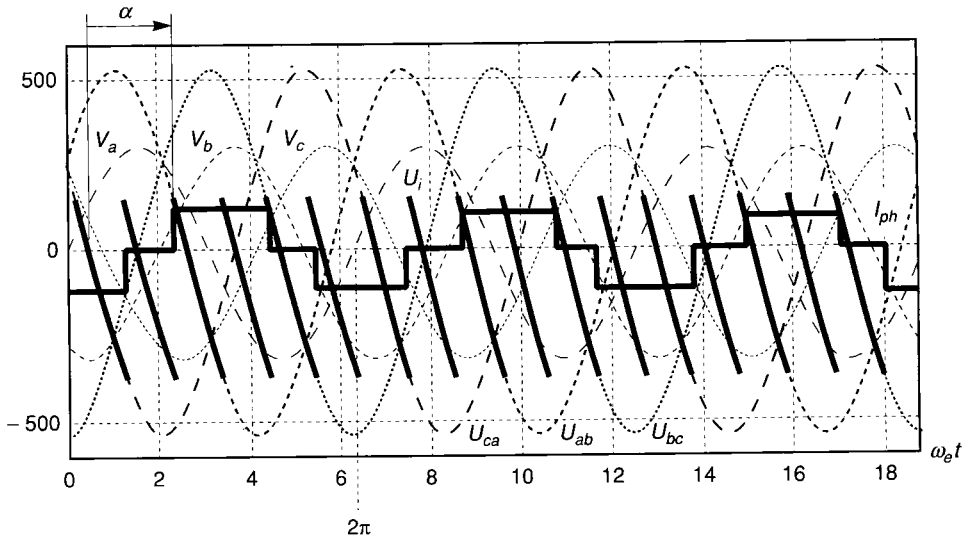


Figure 10.13.- Courant et Tension de l'onduleur.

Une décomposition spectrale de  $I_r$  donne le courant fondamental au rotor :

$$I_{r_f} = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} I_c \quad (10.17)$$

La tension en entrée de l'onduleur est :

$$U_I = \frac{3\sqrt{6}}{\pi} V_p \cos(\alpha) = \frac{3\sqrt{6}}{\pi} m_T V_s \cos(\alpha) \quad (10.18)$$

avec  $m_T$  rapport de transformation  $\frac{V_p}{V_S}$ .

■ **Calculons la loi de variation de vitesse.**

Les tensions  $U_i$  et  $U_d$  sont liées par la relation  $U_i + U_d = 0$  donc en utilisant 10.16 et 10.18 :

$$g = -\frac{m_T}{m_{mas}} \cos(\alpha) \tag{10.19}$$

$\alpha$  permet de contrôler le glissement et donc la vitesse à  $\omega_e$  constant.

$$\Omega = \frac{\omega_e}{p} \left( 1 + \frac{m_T}{m_{mas}} \cos(\alpha) \right) \tag{10.20}$$

■ **Calculons le couple.**

En appelant  $P_a$  la puissance absorbée au stator, la puissance transmise au rotor est  $g.P_a$ .

Donc d'une part  $P_r = g.T_e.\omega_e$  et d'autre part  $P_r = U_d I_c = \frac{3\sqrt{6}}{\pi} m_{mas} g V_S I_c$  d'où :

$$T_e = \frac{3\sqrt{6}}{\pi} \frac{1}{\omega_e} m_{mas} V_S I_c \tag{10.21}$$

■ **Caractéristique couple vitesse :**

A partir du schéma équivalent, on peut déterminer les caractéristiques du couple en fonction du glissement [BOSE 86][DE FERNEL 90]. L'expression de  $T_e$  en fonction de  $I_c$  est donnée par (10.21).  $I_c$  dépend de la tension aux bornes de  $L$  (soit  $U_d - U_i$ ). Or  $U_i$  est constant à  $\alpha$  constant et  $U_d$  varie proportionnellement à  $g$ . Donc, pour les faibles glissements, les caractéristiques Couple/Glissement paramétrées en  $\alpha$  sont des droites parallèles. Elles coupent l'axe en  $g_\alpha = \frac{m_T}{m_{mas}} \cos(\alpha)$ .

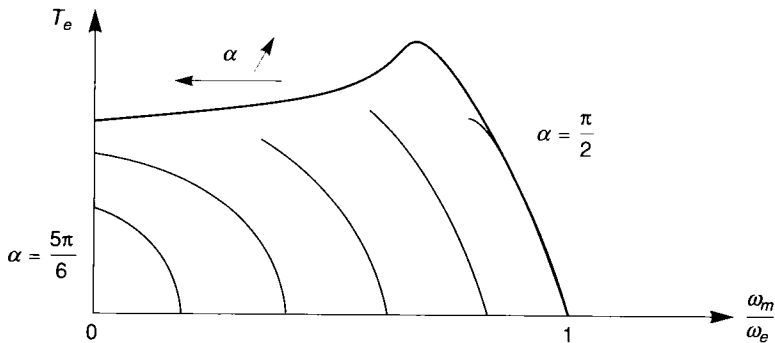


Figure 10.14. - Caractéristique Couple/Glissement - Cascade hyposynchrone.

Un rhéostat inséré au rotor est parfois utilisé pour fournir le couple de démarrage. Cela évite d'avoir à surdimensionner les interrupteurs statiques pour les très forts glissements. Le rhéostat est shunté lorsque la vitesse entre dans la plage de réglage pour laquelle sont définis les composants.

## 10.6 Contrôle du glissement par cycloconvertisseur

La conversion de fréquence est assurée par un convertisseur direct réversible (figure 10.15). Il permet un transfert de puissance dans les deux sens (du réseau vers le rotor et vice versa). La machine asynchrone peut avoir un fonctionnement hyposynchrone ( $\omega < \omega_e$ ) ou hypersynchrone ( $\omega > \omega_e$ ). Elle peut absorber (en moteur) ou fournir (en générateur) de la puissance au réseau.

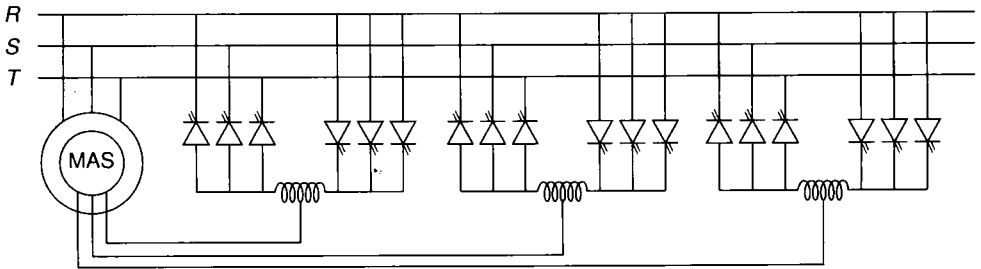


Figure 10.15.- Contrôle du glissement par cycloconvertisseur.

En supposant un fonctionnement à puissance  $P_a$  constante, les différents modes de fonctionnement peuvent être mis sous la forme suivante :

Puissance mécanique $P_m = (1 - g)P_a$	Puissance au stator $P_a$	Puissance au rotor $P_r = gP_a$	Mode	Fonctionnement
> 0 fournie à la charge	> 0 $P_m < P_a$	> 0 fournie par le rotor au réseau	hyposynchrone $0 < g < 1$	Moteur
> 0 fournie à la charge	> 0 $P_m > P_a$	< 0 fournie par le réseau au rotor	hypersynchrone $-\infty < g < 0$	Moteur
< 0 fournie par la charge	< 0 $P_m > P_a$ $ P_a  >  P_m $	< 0 fournie par le réseau au rotor	hyposynchrone $0 < g < 1$	Générateur
< 0 fournie par la charge	< 0 $P_m < P_a$ $ P_m  >  P_a $	> 0 fournie par le rotor au réseau	hypersynchrone $-\infty < g < 0$	Générateur

Tableau 10.2. - Description des modes de fonctionnement.

Le tableau précédent repose sur les conventions suivantes :

- une puissance mécanique fournie à la charge par la machine est comptée positivement,
- une puissance électrique absorbée par le stator de la machine est comptée positivement,
- une puissance électrique fournie par le rotor au réseau est comptée positivement.

■ *Remarque* : le cas  $g = 0$  correspond au fonctionnement d'une machine synchrone.

Ces dispositifs sont en général réservés aux fortes puissances (pompes, souffleries...) de l'ordre du MW.





## Autopilotage et commande scalaire

11.1 • Autopilotage de machines synchrones	238
11.2 • Autopilotage des machines asynchrones	240
11.3 • Commande scalaire des machines asynchrones	242
11.4 • Commande scalaire des machines synchrones	254

Nous avons décrit au chapitre précédent les lois de commande permettant d'assurer la régulation de vitesse des machines asynchrones à fréquence statorique constante. Le contrôle de la tension statorique, du courant statorique ou du glissement permettait d'effectuer une variation de vitesse sur une plage limitée de fonctionnement. Cependant, dans tous les cas de figure, l'amplitude du flux variait. Cela pouvait entraîner la saturation de la machine (d'où des pulsations sur le couple...) ou une augmentation des pertes (pour un même couple, à flux réduit, le courant absorbé par la machine augmente). Le rendement et la « qualité » du couple fourni en étaient donc affectés. Ce chapitre présente des lois de commande dites « scalaires ». Elles sont caractérisées par un contrôle du module des grandeurs d'état (et en particulier du flux). Dans le chapitre suivant, nous présenterons les commandes vectorielles où le contrôle porte sur la valeur instantanée des grandeurs d'état (donc sur le module et la phase).

## 11.1 Autopilotage de machines synchrones

La caractéristique couple-vitesse d'une machine synchrone alimentée à fréquence statorique  $\omega_e$  constante est représentée sur la figure 11.1 où  $T_{e\max}$  désigne le couple maximal. La vitesse d'une telle machine est fixée uniquement par sa fréquence d'alimentation et son nombre de pôles. Elle est telle que  $\omega_m = p\Omega = \omega_e$ .

Cette caractéristique pose donc les problèmes classiques, dans ce type de fonctionnement, de démarrage (pas de couple à  $\Omega = 0$ ), mais surtout, en actionneur, de réponse oscillatoire à des variations du couple résistant avec risque de décrochage.

En effet le couple électromagnétique, hors couple de réluctance, résulte de l'interaction de deux champs tournants fondamentaux, créés l'un par le stator  $B_s$  et l'autre par le rotor  $B_r$ .

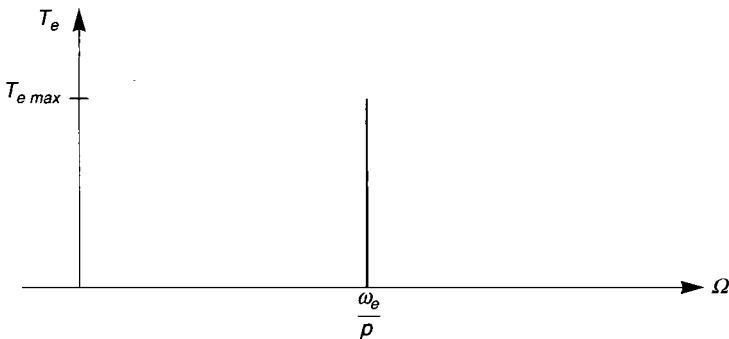


Figure 11.1.- Caractéristique couple-vitesse d'un moteur synchrone à  $\omega_e$  constante.

Ce couple est constant et non nul si les vitesses des deux champs sont identiques et si leurs vecteurs représentatifs offrent un déphasage  $\psi' = \frac{\pi}{2} - \psi$  non nul (voir au chapitre 3, la position

respective des champs  $B_p$  porté par  $\Psi_f$  et  $B_s$  porté par  $I_s$  sur le diagramme de Ben-Eschenburg par exemple).

Ce couple est proportionnel à  $B_s \cdot B_f \sin \psi'$ . Le champ rotorique créé par l'inducteur, au rotor généralement et alimenté en courant continu est fixe par rapport au rotor et tourne donc à la vitesse angulaire électrique de celui-ci  $\omega_m = p\Omega$ . Le champ statorique créé par l'induit, généralement au stator, est produit par une suite, polyphasée dans le temps, de courants sinusoïdaux de pulsation  $\omega_e$  parcourant des enroulements polyphasés, de même ordre, dans l'espace et de même polarité que le rotor.

D'après le théorème de Ferraris le champ créé ainsi tourne également et à la vitesse électrique  $\omega_e = \omega_m$  en régime permanent.

Si, pour une raison quelconque le synchronisme des champs n'est plus respecté  $\omega_m \neq \omega_e$ , leur angle de déphasage devient une fonction du temps et le couple est alors proportionnel à  $B_s \cdot B_f \sin [(\omega_e - \omega_m) t + \psi']$  de valeur moyenne nulle.

La machine ralentit, sous l'effet du couple résistant, jusqu'à l'arrêt où elle fonctionne en court-circuit, puisqu'il n'y a plus de f.e.m.  $E_f$  due au mouvement pour s'opposer à la tension statorique. On dit que la machine a décroché.

Cette perte de synchronisme peut provenir des variations possibles de  $\omega_m$  sous l'effet d'un changement brutal de couple résistant ou de l'inertie entraînée modifiant ainsi la solution de l'équation mécanique. Elle peut aussi résulter, à vitesse constante, d'une surcharge en couple résistant qui devient supérieur à  $T_{\text{emax}}$ , lorsque  $\psi'$  devient supérieur à  $\frac{\pi}{2}$ , provoquant un ralentissement inévitable et donc une variation de  $\omega_m$ . Elle peut provenir aussi de variations brutales sur  $\omega_e$  lorsqu'une modification de vitesse est souhaitée et que l'on désire translater la caractéristique couple-vitesse parallèlement à elle-même.

Les changements de  $\omega_m$  sont plus lents généralement que ceux de  $\omega_e$  compte tenu de ce que les constantes de temps mécaniques sont souvent très supérieures à celles électriques des sources d'alimentation qui fixent  $\omega_e$ .

Le synchronisme est donc difficile à maintenir pour un fonctionnement stable à fréquence variable en boucle ouverte s'il faut faire face à des variations brusques de couple résistant ou de vitesse souhaitée.

Pour éviter ces inconvénients on pratique sur les machines synchrones à champ tournant ce que la machine à courant continu opère spontanément par construction, c'est-à-dire que l'on impose la loi  $\omega_e = \omega_m = p\Omega$  en asservissant la fréquence d'alimentation  $\omega_e$  à la vitesse  $\Omega$  du rotor. Il y a donc translation automatique de la courbe couple-vitesse de la figure 11.1 en fonction de  $\omega_e$ . On peut noter que la machine à courant continu peut être considérée comme une machine synchrone inversée et donc à fréquence nulle et champ fixe par rapport à l'inducteur qui est devenu stator. Le champ correspondant est réglable par le courant d'excitation s'il n'est pas fixé par des aimants permanents. L'ensemble balais-collecteur maintient le champ induit fixe dans l'axe des balais donc fixe par rapport au champ inducteur, la pulsation des courants induits  $\omega_e = \omega_m = p\Omega$  quelle que soit la vitesse du rotor. L'angle des deux champs est de  $\frac{\pi}{2}$  donc le couple est toujours maximal si les balais sont calés sur la ligne neutre et la réac-

tion d'induit compensée ou nulle. L'amplitude du champ induit est fixée par le courant de l'induit.

Pour la machine synchrone normale l'angle  $\psi'$  peut devenir une variable de réglage supplémentaire du couple si on asservit la position du champ stator à celle du rotor en imposant le déphasage des grandeurs de sortie de la source d'alimentation  $V_s$  ou  $I_s$  par rapport à la position du rotor. Ce fonctionnement impose la détection de cette position, avec déphaseur associé, et une source à fréquence variable qui peut être synchronisée par rapport à un signal de référence.

Ces capteurs de position utilisent divers procédés de détection, optoélectroniques, électromagnétiques ou effet Hall. Cependant l'angle de calage rotorique fourni par ce capteur peut être obtenu à partir de la détection des tensions aux bornes de la machine ou des interrupteurs des convertisseurs d'alimentation.

La résolution obtenue dans ce cas est meilleure que celle amenée par un capteur de position qui fournit un angle à convertir en unité de temps fonction de la vitesse de la machine, alors qu'un déphasage entre tensions se mesure directement en unité de temps et reste constant quelle que soit la vitesse, à condition cependant que celle-ci ne soit pas trop faible pour que les amplitudes des tensions soient suffisantes.

Pour atteindre des performances dynamiques élevées, en plus de l'autopilotage qui supprime toute instabilité, le couple est l'objet de réglages des amplitudes de l'un ou l'autre des deux champs interagissant ou des forces magnétomotrices correspondantes et donc finalement des courants  $I_s$  et  $I_r$ .

Ces trois réglages *a priori* indépendants, et indépendants de la vitesse de rotation et de la fréquence d'alimentation  $\omega_e$ , sont réalisés par une commande adéquate des divers convertisseurs statiques qui peuvent alimenter, en courant ou en tension, les machines synchrones.

## 11.2 Autopilotage des machines asynchrones

Dans la machine asynchrone les champs stator et rotor restent synchronisés du fait que, par induction, la fréquence des courants rotoriques varie automatiquement avec la vitesse du rotor pour compenser cette variation.

Le champ rotorique est mobile par rapport au rotor à la pulsation  $\omega_{sl}$ , contrairement au cas des machines synchrones où la fréquence du courant d'excitation reste constante et nulle quelle que soit la vitesse du rotor et où, par conséquent, le champ rotorique est fixe par rapport à celui-ci.

Dans les machines asynchrones il n'y a donc pas de risque de décrochage par couple moyen nul mais seulement de blocage par couple résistant excessif, supérieur au couple maximal, qui provoque un arrêt et un fonctionnement en court-circuit puisqu'il n'y a plus de f.e.m. de rotation pour s'opposer à la tension statorique.

Lors d'un transitoire de vitesse  $\omega_m$  seules les constantes de temps électriques entrent en jeu pour compenser la fréquence et l'amplitude des courants rotoriques et par conséquent celle des courants statoriques.

Cependant comme détaillé au chapitre 9, les machines asynchrones présentent des instabilités en régime transitoire. C'est le cas lors d'une alimentation directe en tension lorsque le filtre d'entrée présente des valeurs d'inductance et de capacité élevées. C'est aussi le cas lors d'une alimentation directe en courant avec fréquence statorique imposée.

Comme pour la machine synchrone on utilise donc deux modes de commande des machines asynchrones, soit une commande directe avec réglage de la fréquence statorique  $\omega_e$  et de la tension statorique  $V_s$  ou du courant statorique  $I_s$ , soit une commande avec autopilotage qui asservit la fréquence statorique  $\omega_e$  et  $V_s$  ou  $I_s$  à la vitesse de rotation  $\omega_m$  en réalisant  $\omega_e = \omega_m + \omega_{sl}$  à l'aide d'un capteur de vitesse.

La pulsation  $\omega_{sl}$  devient alors la variable d'entrée. Il n'intervient pas de problème de synchronisation de  $V_s$  ou  $I_s$  par rapport à la position du rotor, car pour ces machines, les paramètres qui fixent le couple, amplitude des deux champs et leur déphasage, ne sont plus indépendants et dépendent aussi de la vitesse.

En fait ces paramètres se réduisent à deux puisque les champs induit et inducteur sont liés, par induction, on garde par exemple le champ ou le flux stator et la pulsation de glissement.

Par extension on parle cependant d'autopilotage de ces machines puisque la fréquence d'alimentation est encore dans ce cas asservie à la vitesse du rotor. On parle aussi de commande scalaire dans ce cas puisque hormis, la pulsation  $\omega_e$ , seule l'amplitude d'une grandeur est contrôlée,  $V_s$  ou  $\psi_s$  par exemple. Par opposition on définit la commande vectorielle lorsque l'on contrôle l'amplitude et la phase d'une grandeur vectorielle. C'est le cas lorsque pour découpler les actions sur le couple et le flux, qui sont très interdépendants ici, on contrôle séparément les composantes  $I_{ds}$  (qui contrôle le flux) et  $I_{qs}$  (qui contrôle le couple) du courant stator  $I_s$  pour agir séparément sur ces deux quantités comme on le fait dans le cas d'une machine à courant continu avec le courant inducteur et le courant induit.

Le contrôle de la vitesse et de la position du rotor exige celui du couple et par conséquent celui du flux stator et de  $\omega_{sl}$  (voir équation 11.10). Ces grandeurs ne sont malheureusement pas facilement mesurables.

De plus la mesure de  $\omega_m$  nécessite une grande précision, pour son addition à  $\omega_{sl}$  qui est très faible, si on ne veut pas introduire une forte erreur sur la détermination de  $\omega_e$ . Il est alors préférable de les estimer à l'aide d'observateurs.

Cet autopilotage peut être associé indifféremment à une alimentation en courant ou en tension. Mais s'il supprime les instabilités dans le premier cas, il ne fait que les réduire dans le second.

Certaines méthodes de commandes vectorielles, dites indirectes, reconstituent le vecteur unité, utilisé pour les transformations des coordonnées d'un repère fixe à un repère tournant à  $\omega_e$ , à partir de la position instantanée  $\theta_r$  du rotor. Dans ce cas un capteur de position est nécessaire et on retrouve l'autopilotage complet des machines synchrones.

Les paragraphes et le chapitre suivants vont mettre en application ces méthodes maintenant largement répandues pour les deux types de machines.

# 11.3 Commande scalaire des machines asynchrones

## 11.3.1 Introduction

Étudions le comportement de la machine en régime permanent. Pour alléger les notations, posons  $\bar{X} = \bar{X}_d + j\bar{X}_q$

En régime permanent et dans un repère lié au rotor, l'équation du circuit rotorique s'écrit :

$$0 = R_r \bar{I}_r + j\omega_{sl} L_r \bar{I}_r + j\omega_{sl} L_m \bar{I}_s \quad (11.1)$$

où  $\omega_{sl}$  est la pulsation des courants rotoriques.

Le flux statorique est donné par ses composantes dans les axes  $d$  et  $q$  du repère précédent :

$$\bar{\Psi}_s = L_s \bar{I}_s + L_m \bar{I}_r \quad (11.2)$$

À partir des équations ci-dessus, on en déduit :

$$\bar{I}_r = -\frac{jL_m \omega_{sl}}{R_r + jL_r \omega_{sl}} \bar{I}_s \quad (11.3)$$

et :

$$\bar{\Psi}_s = L_s \frac{R_r + jL_r \sigma \omega_{sl}}{R_r + jL_r \omega_{sl}} \bar{I}_s \quad (11.4)$$

D'où l'expression du flux en fonction du module du courant statorique [PIETRZAK-DAVID 88] [BACH 83] :

$$I_s = \frac{\psi_s}{L_s} \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{\omega_{sl} L_r}{R_r}\right)^2}{1 + \left(\frac{\sigma \omega_{sl} L_r}{R_r}\right)^2}} \quad (11.5)$$

avec  $\psi_s$  la norme du flux statorique dans le référentiel  $d, q$  et  $I_s$  celle des courants statoriques.

**Cette relation est la base des lois de commande à flux constant des machines alimentées en courant.**

► Rappelons qu'en régime sinusoïdal équilibré, la norme d'une grandeur triphasée  $\underline{X}$  (soit :

$$\underline{X} = \hat{X} \begin{pmatrix} \cos(\omega t) \\ \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \end{pmatrix})$$

représentée dans un référentiel  $d, q$  par  $\begin{pmatrix} x_d \\ x_q \end{pmatrix}$  est  $\sqrt{x_d^2 + x_q^2} = \sqrt{\frac{3}{2}} \hat{X}$ .

► Les transformations de coordonnées adoptées conservent le module du flux. **La relation reste identique, dans le référentiel lié au stator ou au champ tournant.**

Le couple électromagnétique est donné par :

$$T_e = pL_m(i_{dr}i_{qs} - i_{ds}i_{qr}) = pL_m \operatorname{Im}(\bar{I}_s \cdot \bar{I}_r^*) \quad (11.6)$$

d'où à partir des équations 11.3, 11.4, et 11.6 :

$$T_e = p \left( \frac{L_m}{L_s} \right)^2 \Psi_s^2 \frac{\omega_{sl}}{R_r \left( 1 + \left( \sigma \frac{L_r}{R_r} \omega_{sl} \right)^2 \right)} \quad (11.7)$$

Soit :

$$T_e = 3p \left( \frac{L_m}{L_s} \right)^2 \Psi_{seff}^2 \frac{\omega_{sl}}{R_r \left( 1 + \left( \sigma \frac{L_r}{R_r} \omega_{sl} \right)^2 \right)} \quad (11.8)$$

Cette équation montre clairement que lorsque le module du flux est constant, le couple ne dépend que de  $\omega_{sl}$ . La valeur du couple est fixée par  $\omega_{sl}$  et par le module du flux. En fonctionnant au flux nominal, pour un couple donné, on peut déterminer le glissement donnant le couple maximal pour lequel la réactance de fuite et la résistance rotorique sont égales :

$$T_{e_{\max}} = 3p \left( \frac{L_m}{L_s} \right)^2 \Psi_{seff}^2 \frac{1}{2\sigma L_r} \text{ pour } \omega_{sl_{\max}} = \frac{R_r}{\sigma L_r} \quad (11.9)$$

Si le glissement est suffisamment faible, on peut écrire :

$$T_e = \alpha (\Psi_s)^2 \omega_{sl} \quad (11.10)$$

$\omega_{sl}$  permet donc de régler le couple.

En régime permanent et dans un repère lié au stator :

$$\bar{V}_s = R_s \bar{I}_s + j\omega_e L_s \bar{I}_s + j\omega_e L_m \bar{I}_r \quad (11.11)$$

D'où :

$$\bar{V}_s = \frac{R_s}{1 + j \frac{L_r}{R_r} \omega_{sl}} \left[ \left( 1 - \sigma \frac{L_s L_r}{R_s R_r} \omega_{sl} \omega_e \right) + j \left( \frac{L_r}{R_r} \omega_{sl} + \frac{L_s}{R_s} \omega_e \right) \right] \bar{I}_s \quad (11.12)$$

En reportant 11.5 dans 11.12, la tension statorique doit suivre la loi suivante [HAPIOT 75] :

$$V_s = \Psi_s^* \frac{R_s}{L_s} \sqrt{\frac{\left( 1 - \sigma \frac{L_s L_r}{R_s R_r} \omega_{sl} \omega_e \right)^2 + \left( \frac{L_r}{R_r} \omega_{sl} + \frac{L_s}{R_s} \omega_e \right)^2}{1 + \left( \frac{\sigma \omega_{sl} L_r}{R_r} \right)^2}} \quad (11.13)$$



Cette relation reste valable entre les valeurs efficaces des tensions et flux statoriques. Elle constitue le principe des lois de commande à flux constant des machines alimentées en tension. On choisit de maintenir, si possible, le flux à sa valeur nominale.

Compte tenu des dispositifs utilisés, deux modes de commande sont possibles :

- une commande par contrôle de la fréquence statorique  $\omega_e$  et du courant ou de la tension statorique,
- une commande avec **autopilotage** et **contrôle de la pulsation des courants rotoriques**  $\omega_{sl}$ .

Mais, des considérations de stabilité et l'application des lois précédentes montrent nettement l'avantage de la deuxième approche.

## 11.3.2 Alimentation en tension

### 11.3.2.1 Introduction

Une étude [DE FORNEL 90] des pôles de la fonction de transfert reliant les tensions aux courants (ou au couple) montre que, lors d'une variation de couple à vitesse  $\omega_m$  constante, l'autopilotage ( $\omega_e = \omega_m + \omega_{sl}$  avec  $\omega_e$  variable et  $\omega_{sl}$  constant) donne à la machine un plus grand amortissement que dans le cas d'un fonctionnement à fréquence statorique constante. Un faible amortissement se traduit par des oscillations de courant et de couple. Ce phénomène est surtout sensible à basse vitesse. Cependant, dans tous les cas, le système reste stable. Les deux modes de commande sont donc envisageables.

La loi de commande 11.13 permet de maintenir le flux constant. Mais elle est trop complexe pour être exploitée sans moyen de calcul puissant. Elle doit être simplifiée.

► Si la pulsation rotorique est très faible, alors :

$$V_s = \Psi_s^* \omega_e \sqrt{1 + \left(\frac{R_s}{\omega_e L_s}\right)^2} \quad (11.14)$$

► Si, de plus,  $R_s$  est négligeable, alors :

$$V_s = \Psi_s^* \omega_e \quad (11.15)$$

ce qui caractérise une loi en  $V_s/f_e = \text{cste}$ .

Si la fréquence statorique diminue, les réactances de fuite décroissent. Par contre les résistances demeurent à peu près constantes. Le terme  $R_s I_s$  n'est pas négligeable. Une régulation en  $V_s/f_e$  conduirait à de fortes variations de flux. Les pertes statoriques doivent être compensées par une augmentation de tension  $\Delta v_s$  par rapport à  $\Psi_s^* \cdot \omega_e$ .

Ces lois simplifiées ne suffisent donc pas à réguler le flux pour les faibles valeurs de  $\omega_e$  et les forts glissements. On ajoute souvent un terme correctif pour prendre en compte la pulsation rotorique [HAPIOT 75] :

$$V_s = \psi_s^* (\omega_e + k\omega_{sl}) \quad (11.16)$$

$$\text{avec } k = \frac{R_s L_r}{R_r L_s}.$$

Pour améliorer le comportement à basse fréquence [HAPIOT 75][ DE FORNEL 90], on peut utiliser la loi suivante :

$$V_s = \psi_s^* (\omega_e \sqrt{1 + \left(\frac{R_s}{\omega_e L_s}\right)^2} + k\omega_{sl}) \quad (11.17)$$

$$\text{avec } k = \frac{R_s L_r}{R_r L_s}$$

Les lois précédentes assurent seulement le maintien du module du flux statorique en régime permanent. En transitoire, elles provoquent des oscillations du flux et donc du couple. [PIETRZAK-DAVID 88] propose des lois scalaires permettant un contrôle du **module** du flux en régime transitoire.

Dans un système d'axes liés au champ tournant tel que l'axe  $d$  soit porté par la tension statorique ( $v_s = v_{ds}$  et  $v_{qs} = 0$ ), on écrit que :

$$(\Psi_s)^2 = \text{cste} \Leftrightarrow \psi_{ds} \frac{d\psi_{ds}}{dt} + \psi_{qs} \frac{d\psi_{qs}}{dt} = 0 \quad (11.18)$$

On reporte les équations décrivant le comportement dynamique du flux dans 11.18 :

$$v_{ds} = \frac{R_s}{\Psi_{ds}} \frac{\Psi_{s\text{référence}}^2 + \sigma L_s^2 (i_{ds}^2 + i_{qs}^2)}{L_s (1 + \sigma)} \quad (11.19)$$

avec  $v_{ds} = \tau E$  où  $E$  désigne la tension en entrée de l'onduleur et  $\tau$  le rapport cyclique de modulation (l'onduleur étant commandé par une MLI).

Cette commande nécessite la connaissance des composantes du courant statorique et l'estimation du flux  $\Psi_{ds}$ .

Dans le cas où  $\sigma \left(\frac{\omega_{sl} L_r}{R_r}\right) \ll 1$ , cette commande se simplifie en :

$$v_{ds} = \frac{R_s}{\Psi_{ds}} \frac{\Psi_{s\text{référence}}^2}{L_s} \left( 1 + \frac{\sigma}{1 + \sigma} \left( 1 + 2 \left( \frac{\omega_{sl} L_r}{R_r} \right)^2 \right) \right) \quad (11.20)$$

Les lois précédentes assurent un maintien du flux, jusqu'à la vitesse nominale. Au-delà la tension ne peut plus évoluer. Elle est maintenue égale à  $V_{max} = V_n$ .

Considérons les différents types de fonctionnement lorsque  $V_s$  est maintenue constante.

► Si le courant est régulé (et donc si le glissement est variable) :

$$\begin{aligned} T_e \omega_e &= \text{cste} \\ I_s &= \text{cste} \end{aligned}$$

► Si la pulsation  $\omega_{sl}$  est donnée et suffisamment faible (le glissement est nécessairement limité dans ce mode de fonctionnement), les équations 11.5, 11.7 et 11.13 montrent que :

$$T_e \omega_e^2 = cste$$

$$\Psi_s \omega_e = cste$$

$$I_s \omega_e = cste$$

En général ces trois modes opératoires sont successivement utilisés (figure 11.2).

Jusqu'à la fréquence nominale ( $\omega_e = \omega_n$ ), la loi de commande assure un fonctionnement à flux constant et donc, pour une pulsation rotorique donnée, à couple constant.

Au-delà de cette fréquence, la commande commute sur le mode à puissance constante puis à partir de  $c.\omega_n$  (avec  $c$  en général compris entre 1.5 et 2.5) sur celui à  $T_e \omega_e^2 = cste$ . Ce dernier mode de fonctionnement correspond à celui d'une machine à courant continu à excitation série

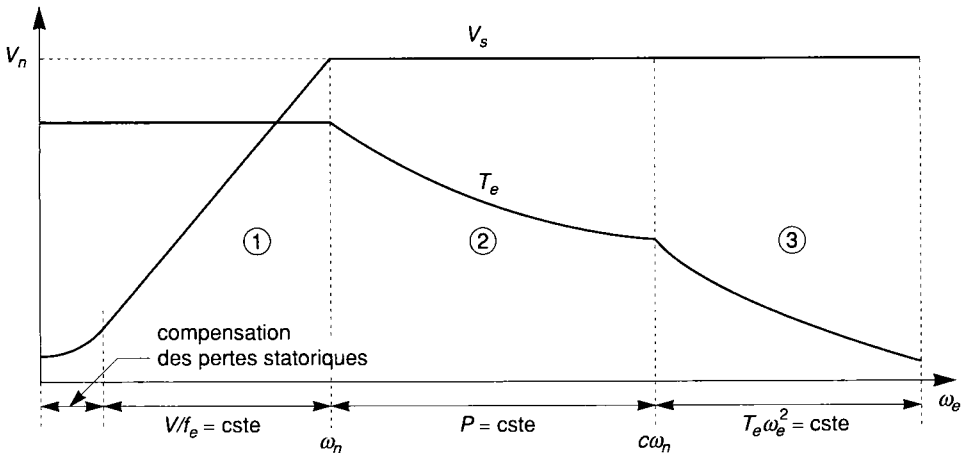


Figure 11.2. - Autopilotage et commande scalaire - Modes de fonctionnement.

### 11.3.2.2 Commande scalaire avec contrôle de la fréquence statorique

Le schéma de principe de cette commande est représenté sur la figure 11.3.

La machine asynchrone, nécessitant une absorption de puissance réactive, est alimentée par un onduleur à commutation forcée (contrairement au cas de la machine synchrone). Le dispositif de commande [BOSE 86] fixe la fréquence à partir de l'erreur de vitesse et la tension à partir d'une loi en V/f. Une seconde boucle interne assure la limitation de courant. Elle présente le désavantage de nécessiter un capteur de courant.

L'onduleur peut effectuer à la fois le réglage de fréquence et de tension. Dans ce cas, le redresseur est un pont de diodes.

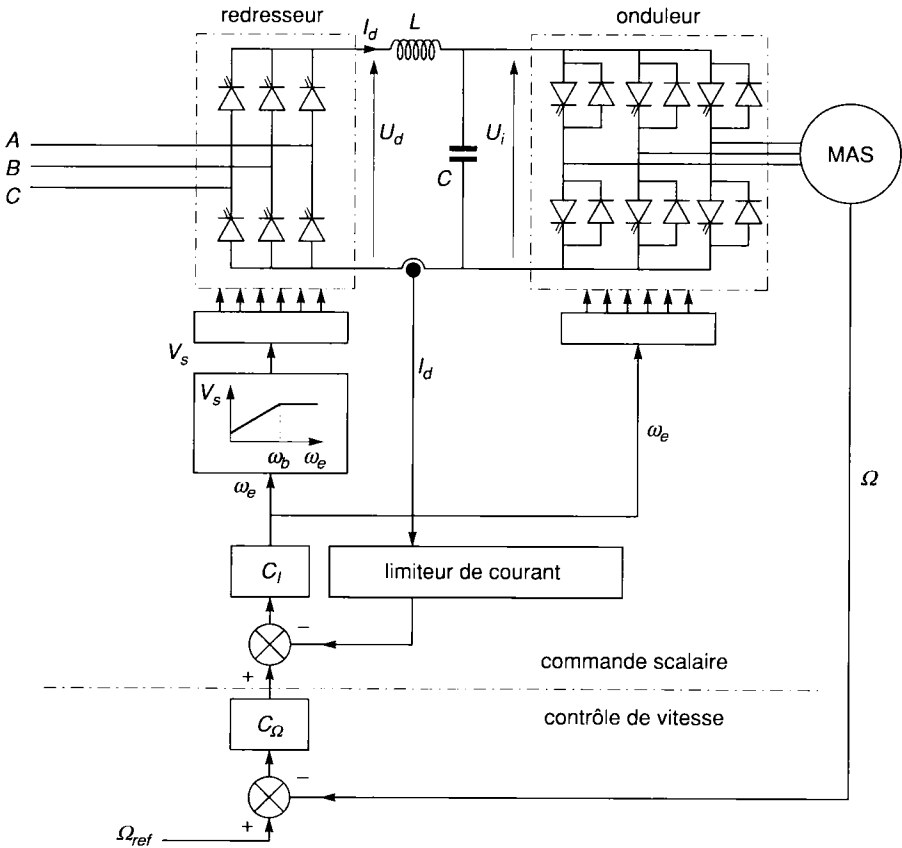


Figure 11.3. - Commande scalaire avec contrôle de  $\omega_e$ .

### 11.3.2.3 Commande scalaire avec autopilotage et contrôle de la fréquence rotorique

La variation de vitesse est obtenue par une variation de  $\omega_{sl}$  directement liée au couple comme le montrent les équations développées au chapitre 11.3.1.1. Il s'agit donc d'un contrôle indirect du couple. Le régulateur  $C_\Omega$  élabore  $\omega_{sl}$  à partir de l'erreur de vitesse.

La fréquence statorique est obtenue par la loi d'autopilotage  $\omega_e = \omega_{sl} + \omega_m$ . Son réglage est confié à l'onduleur. L'autopilotage nécessite une mesure précise de la vitesse.

La tension est donnée par une loi en «  $V/f$  ». Elle est fixée soit par le pont redresseur (dans le cas d'un pont redresseur commandé) soit par l'onduleur (dans le cas d'un pont redresseur non commandé).

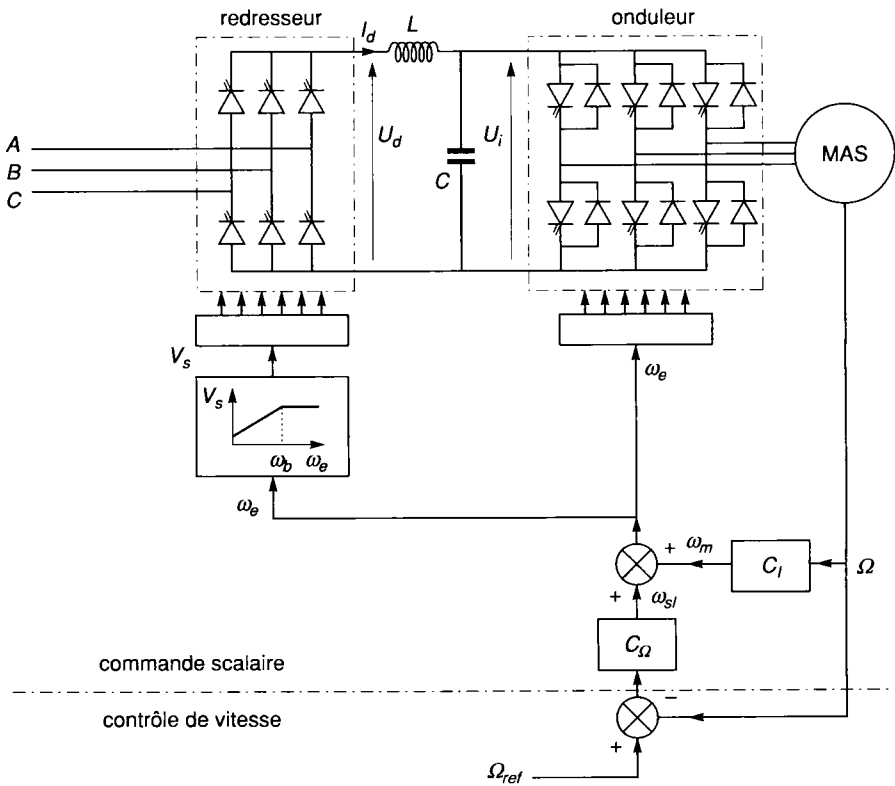


Figure 11.4. - Commande scalaire avec contrôle de  $\omega_{sl}$ .

Lorsque l'ensemble convertisseur-machine fonctionne en génératrice (phase de récupération, freinage), un dispositif doit assurer la réversibilité de la source. On utilise alors une résistance ou un dispositif de récupération monté en parallèle sur le condensateur ou un pont de Graëtz réversible en courant dans le cas des dispositifs « de grandes puissances ». Si la source continue est une batterie (en traction électrique automobile...), ce problème est automatiquement résolu !

Cette commande nécessite la connaissance des paramètres de la machine pour obtenir un calage optimal des régulateurs. La phase d'initialisation peut être automatisée [GASTLI 92].

### 11.3.2.4 Commande scalaire avec autopilotage et régulation de flux et de couple

Dans le cas précédent, une variation des paramètres de la machine en cours de fonctionnement provoque une dérive de flux. Une augmentation de flux peut entraîner la saturation de la machine. Un affaiblissement du flux est compensé par un accroissement du glissement (pour un couple donné). Le couple maximum disponible diminue. Un contrôle direct du flux [KATAOKA 93][ DE FORNEL 90]et du couple [BOSE 86] évite cela.

L'estimation du flux et du couple est présentée au chapitre 13.

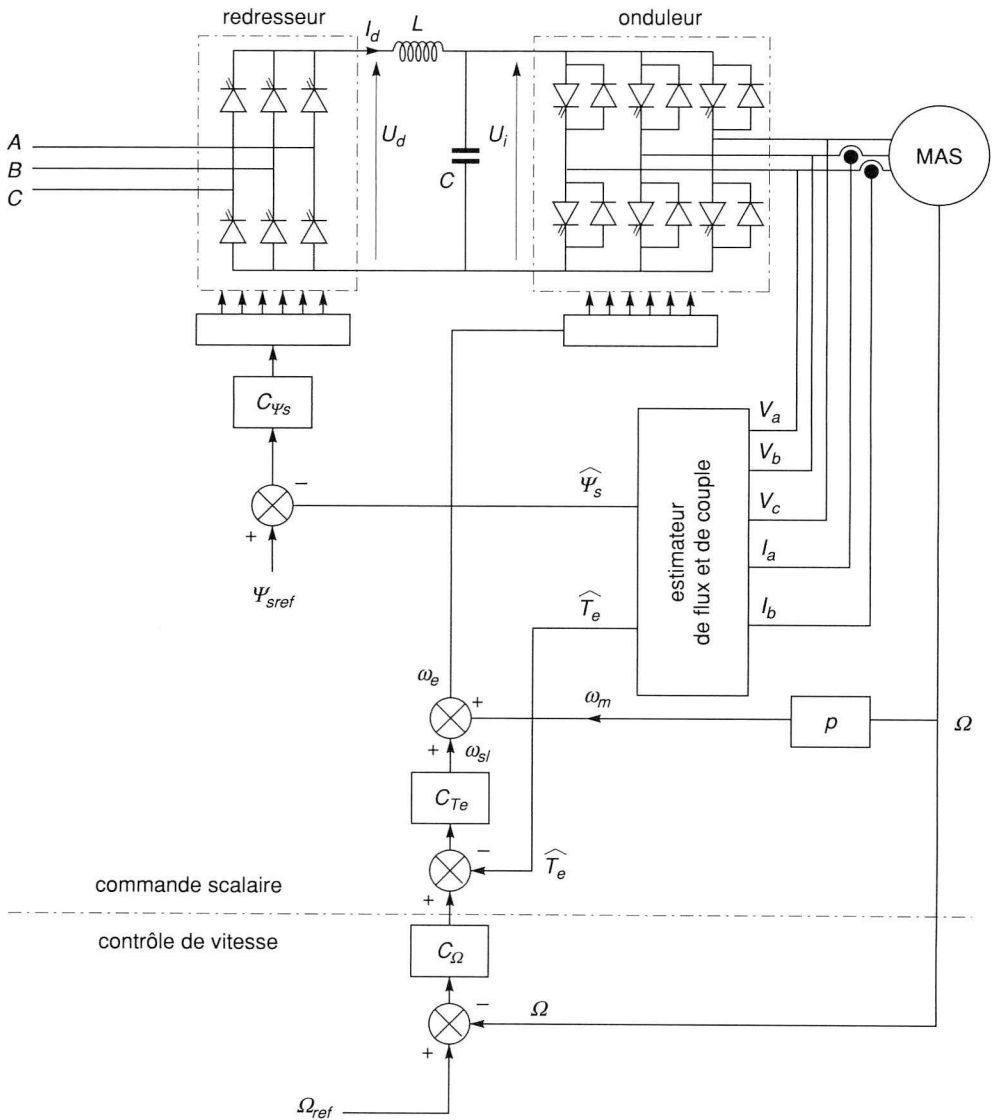


Figure 11.5. - Commande scalaire avec régulation de flux et de couple.

### 11.3.3 Alimentation en courant

Une étude [DE FORNEL 90] des pôles des transmittances reliant la vitesse au courant statorique et au couple résistant met en évidence une zone d'instabilité de fonctionnement (pour les fréquences rotoriques élevées) lors d'un contrôle direct de la fréquence statorique. Le contrôle

avec autopilotage est donc indispensable en boucle ouverte. Aussi, allons-nous en présenter le principe dans ce chapitre [BOSE 86][PIETRZAK-DAVID 88][CHAUPRADE 90].

Nous avons montré au paragraphe 11.3.1 (équation 11.5) que la loi suivante permettait de maintenir le module du flux statorique constant :

$$I_s = \frac{\psi_s^*}{L_s} \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{\omega_{sl} L_r}{R_r}\right)^2}{1 + \left(\frac{\sigma \omega_{sl} L_r}{R_r}\right)^2}} \quad (11.21)$$

avec  $\psi_s^*$  le flux désiré (flux nominal en fonctionnement normal).

L'équation (11.5) associée à l'autopilotage permet effectivement de réguler le flux statorique. Cependant, elle assure un contrôle indirect du flux sensible aux variations des paramètres.

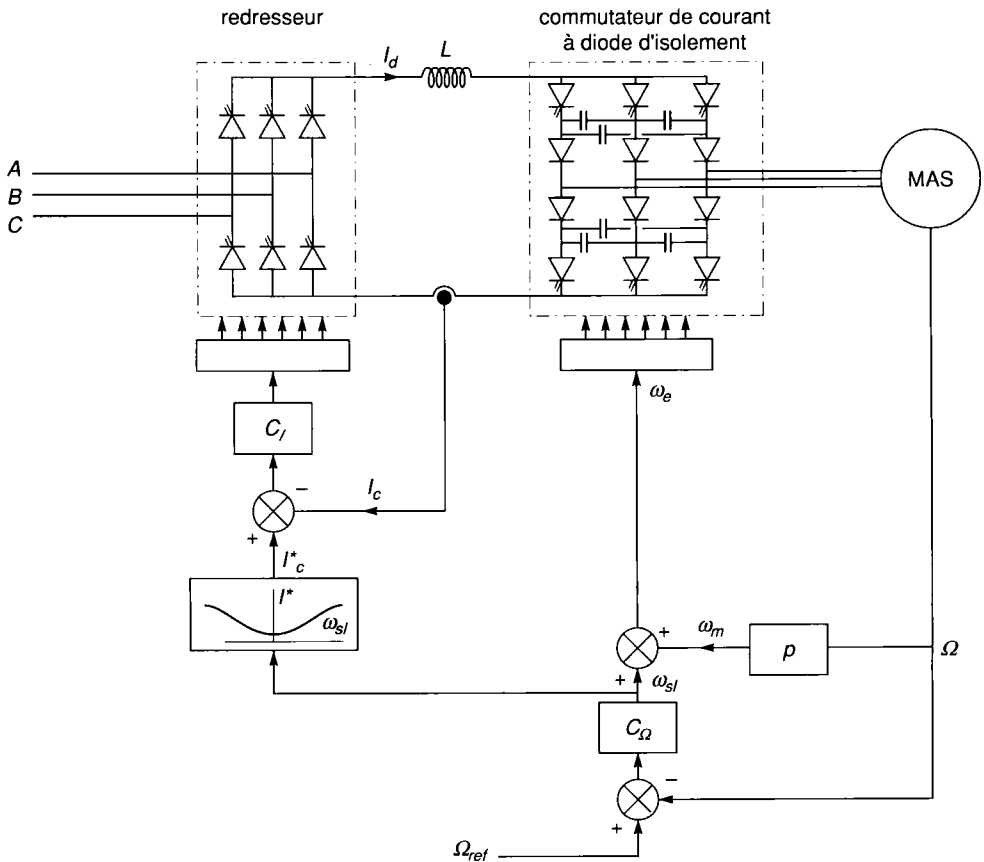


Figure 11.6. - Autopilotage et commande scalaire avec alimentation en courant.

[BACH 83] propose une commande scalaire sans capteur de vitesse (figure 11.7).

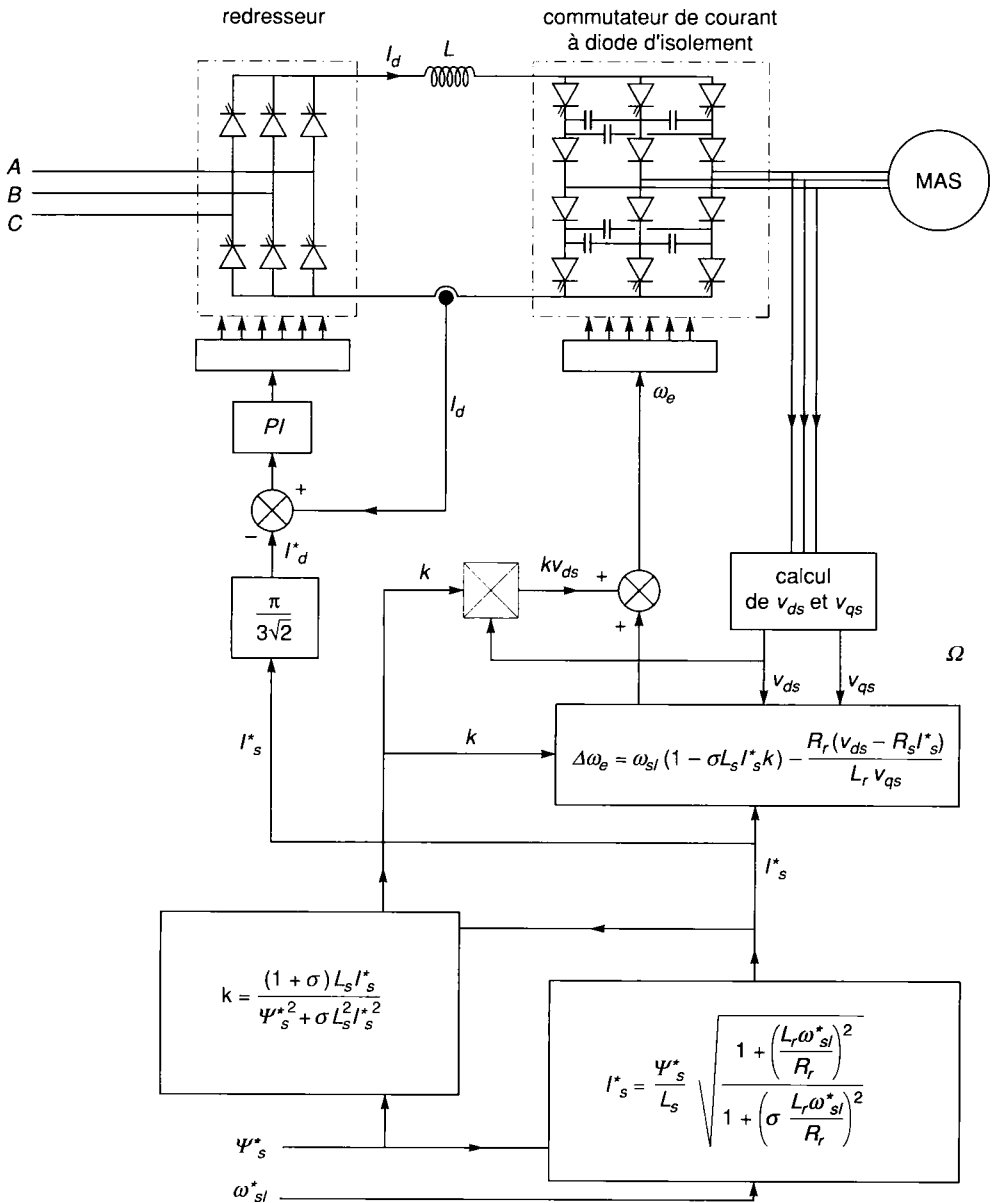


Figure 11.7. - Commande scalaire avec alimentation en courant de [BACH 83].

Les consignes (pulsation des courants rotoriques  $\omega_{sl}$  et le module du flux statorique  $\Psi_s^*$ ) sont calculées à partir de la mesure du courant  $I_d$  et des tensions aux bornes de la machine asynchrone. Les lois de commande sont établies dans un système d'axes  $d$  et  $q$  lié au champ tournant tel que l'axe  $d$  coïncide avec le vecteur courant  $I_s$  ( $I_{ds} = I_s$  et  $I_{qs} = 0$ ). Elles expriment le maintien du module du flux statorique en régime permanent :



$$(\Psi_s)^2 = \text{cste} \Leftrightarrow \Psi_{ds} \frac{d\Psi_{ds}}{dt} + \Psi_{qs} \frac{d\Psi_{qs}}{dt} = 0$$

Les lois de commande sont alors données par :

$$\omega_e = kv_{qs} + \Delta\omega_e \tag{11.22}$$

avec

$$\Delta\omega_e = \omega_{sl}(1 - \sigma L_s I_s k) - \frac{R_r}{L_r} \frac{u_1}{v_{qs}} \text{ avec } u_1 = V_{ds} - R_s I_s \text{ et } k = \frac{1}{\Psi_{ds}} = \frac{(1 + \sigma)L_s I_s^*}{\Psi_s^{*2} + \sigma L_s^2 I_s^{*2}} \tag{11.23}$$

$$I_s^* = \frac{\Psi_s^*}{L_s} \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{L_r \omega_{sl}^*}{R_r}\right)^2}{1 + \left(\frac{\sigma L_r \omega_{sl}^*}{R_r}\right)^2}} \tag{11.24}$$

où les grandeurs  $x^*$  désignent des consignes.

En fait, pour améliorer le freinage récupératif, l'auteur de cette thèse modifie expérimentalement la loi de commande :

$$\omega_e = kv_{qs} + G\Delta\omega_e \text{ avec } G > 1. \tag{11.25}$$

En effet, lors d'un changement de signe de  $\omega_{sl}$  (fonctionnement en génératrice),  $v_{qs}$  augmente et s'oppose à l'effet de  $\Delta\omega_e$ .  $G$  permet de compenser cet effet.

Dans la thèse de [BACH 83] cette commande est insérée dans une régulation de vitesse sans capteur mécanique. Le lecteur pourra se reporter au chapitre 13 pour une brève présentation des estimateurs de vitesse et de position. Cette méthode n'est envisageable que dans le cas où l'application ne requiert pas une grande précision de réglage.

Le contrôle scalaire peut aussi maintenir constant le flux rotorique [Boidin 83]. Les auteurs présentent, sur ce principe, une commande en couple dans le même système d'axe que précédemment et sans capteur mécanique. Elle assure le contrôle du flux rotorique et de la pulsation des courants rotoriques en imposant le courant  $I_d$  et la pulsation des courants statoriques  $\omega_e$ .

Compte tenu du fait que le couple électromagnétique, en régime permanent, s'exprime en fonction de  $\omega_{sl}$ , sous la forme :

$$T_e = \frac{2\Psi_r^2}{R_r} \omega_{sl} \tag{11.26}$$

la régulation de couple, à flux constant, se fait par la pulsation rotorique. Nous allons en exposer le principe.

Il s'agit de déterminer les lois de commande :

$$\omega_{sl} = f(u_{T_e}, u_\Psi, \Psi_{dr}, \Psi_{qr}) \text{ et } i_{ds} = h(u_{T_e}, u_\Psi, \Psi_{dr}, \Psi_{qr}) \tag{11.27}$$

telles que  $u_{T_e}$  fixe le couple sans modifier le flux et  $u_\Psi$  fixe le flux sans changer le couple.

En considérant les équations décrivant le comportement du module flux rotorique et du couple (voir chapitre 13.1.2.1 par exemple) :

$$\frac{L_r}{2R_r} \frac{d\varphi_r}{dt} + \varphi_r = u_\psi \quad (11.28)$$

$$\text{avec } \varphi_r = \left( \frac{\Psi_r}{L_r} \right)^2$$

$$\frac{L_r}{R_r} \left( \frac{\Psi_{dr}}{L_r} \right)^2 \frac{1}{\varphi_d} \frac{dT_e}{dt} + T_e = u_{T_e} \quad (11.29)$$

on montre que, dans un fonctionnement à flux constant ( $u_\psi = \varphi_r$ ), les lois de découplage peuvent s'écrire :

$$i_{ds}^* = \frac{u_\psi}{\left( \frac{L_m}{L_r} \right) \left( \frac{\Psi_{dr}}{L_r} \right)} \quad (11.30)$$

avec  $u_\psi = \left( \frac{\Psi_r^*}{L_r} \right)^2$  et  $\Psi_r^*$  flux rotorique désiré,

$$\omega_{sl}^* = a u_{T_e} \frac{1}{\left( \frac{L_r}{R_r} \right)} \quad (11.31)$$

avec  $a = \frac{1}{2L_r u_\psi}$  et  $u_{T_e}$  couple désiré.

Pour un flux rotorique et un couple désirés, on évalue  $u_{T_e}$  et  $u_\psi$ . On en déduit  $\omega_{sl}^*$  (qui doit donc être imposé).

À partir de la mesure de deux courants et deux tensions statoriques, les composantes du flux statoriques sont estimées par intégration (voir chapitre 13). On en déduit alors :

$$\Psi_{dr} = \frac{(\Psi_{ds} - \sigma L_r I_{ds})}{\frac{L_m}{L_r}} \quad (11.32)$$

$$\Psi_{qr} = \frac{\Psi_{qs}}{\frac{L_m}{L_r}} \quad (11.33)$$

Ces valeurs peuvent aussi être directement obtenues en résolvant les équations décrivant leur évolution dans le repère  $d, q$  (voir chapitre 13).

On peut alors évaluer  $i_{ds}^*$  et donc le courant  $I_d$  désiré.

La pulsation statorique est donnée en sortie d'un correcteur minimisant l'écart entre la pulsation rotorique estimée  $\frac{1}{\left( \frac{L_r}{R_r} \right)} \frac{\Psi_{qr}}{\Psi_{dr}}$  et la pulsation rotorique désirée  $\omega_{sl}^*$ .

## 11.4 Commande scalaire des machines synchrones

### 11.4.1 Introduction

La variation de vitesse d'une machine synchrone est obtenue par le réglage de la fréquence d'alimentation. La fréquence de commutation du convertisseur statique assurant l'alimentation de la machine est asservie à la vitesse du rotor. De plus, les impulsions des convertisseurs sont synchronisées sur la position du rotor. Cette commande constitue l'autopilote (voir chapitre 11.3). Cela assure la stabilité et donne à l'ensemble du système convertisseur-machine, un fonctionnement proche de celui d'une machine à courant continu [JAKUBOWICZ 78][BOSE 86][CHAUPRADE 90][LAJOIE MAZENC 91B].

La machine synchrone peut être alimentée par un convertisseur de tension ou de courant (tableau 11.2 et 11.3). La source doit être réversible pour un fonctionnement dans les quatre quadrants (moteur/ générateur dans les deux sens de rotation).

Dans le cas d'une alimentation en courant, la commutation peut être naturelle ( **le courant doit alors être en avance sur la tension**. Pour faciliter ce mode de fonctionnement, la machine doit être surexcitée). Elle peut être aussi forcée. Par exemple, au démarrage, les f.e.m. ne sont pas suffisantes pour permettre l'extinction des thyristors.

L'alimentation de la machine doit être adaptée aux caractéristiques de celle-ci. Ainsi, il sera préféré une alimentation en créneaux de courant dans le cas d'une machine qui, lorsque deux de ses phases sont alimentées en série par un courant constant, possède une courbe  $Te(\theta_m)$  de forme trapézoïdale (moteur synchrone à aimants sans pièces polaires). Cette alimentation minimise les ondulations de couple (la superposition des courbes  $Te(\theta_m)$  lors des différentes séquences de fonctionnement donne une courbe de couple pratiquement constant).

Le tableau 11.1 rappelle les différents types de machines concernées par ces applications et leurs caractéristiques essentielles. Pour clarifier l'exposé, nous nous restreindrons à ces seuls actionneurs.

Cette liste n'est pas exhaustive. En particulier, nous avons volontairement écarté les machines à réluctance variable dont la commande a été brièvement présentée au chapitre 4 et font encore l'objet de travaux de recherche dont on trouvera quelques exemples dans la bibliographie.

Ces machines sont associées à des alimentations. Le choix des sources et des convertisseurs dépend des performances désirées et de l'actionneur. Elles nécessitent la mise en place de lois de commande spécifiques (contrôle du déphasage courant / f.e.m. pour une alimentation en courant...). Nous allons présenter les différentes alimentations en courant, possibles (tableau 11.2).

Le tableau suivant (11.3) présente les alimentations en tension réalisées à l'aide d'une conversion indirecte (redresseur+onduleur). L'onduleur est fait à partir d'interrupteurs statiques commandables à l'ouverture et à la fermeture (GTO, IGBT, transistors...).

Le réglage de l'amplitude de tension peut être effectué au niveau du redresseur (l'onduleur permet celui de la fréquence).

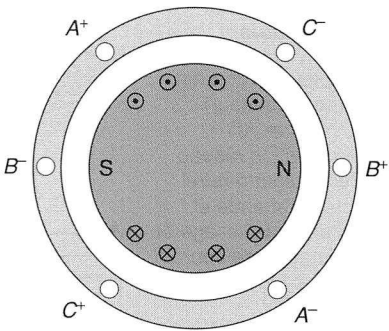
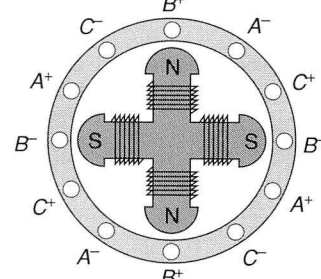
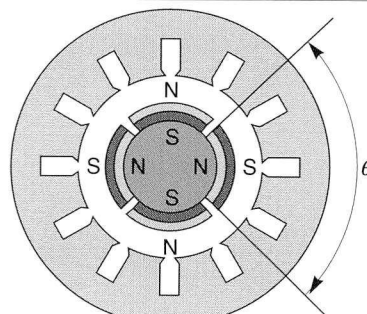
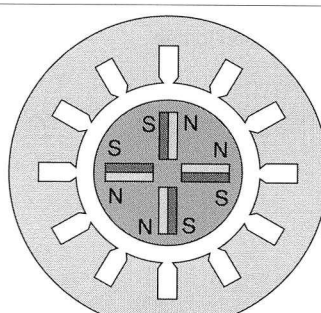
Type	Caractéristiques	Description
Machine synchrone à rotor bobiné et entrefer lisse	$L_{ds} = L_{qs}$	
Machine synchrone à rotor bobiné et pôles saillants	$L_{ds} > L_{qs}$ effet de saillance ⇒ augmentation de $T_{e\ max}$	
Machine synchrone à aimants montés en surface du rotor sans pièce polaire	$L_{ds} \approx L_{qs}$ grand entrefer  Pour un angle polaire $\theta = 120^\circ$ (électrique), lorsque deux des phases de la machine sont alimentées en série par un courant constant, $T_e(\theta_m)$ a une forme trapézoïdale [Lajoie-Mazenc 95].	
Machine synchrone à aimants enterrés au rotor	Saillance inversée $L_{qs} > L_{ds}$  Possibilité de vitesses de rotation élevées	

Tableau 11.1. Machines synchrones.

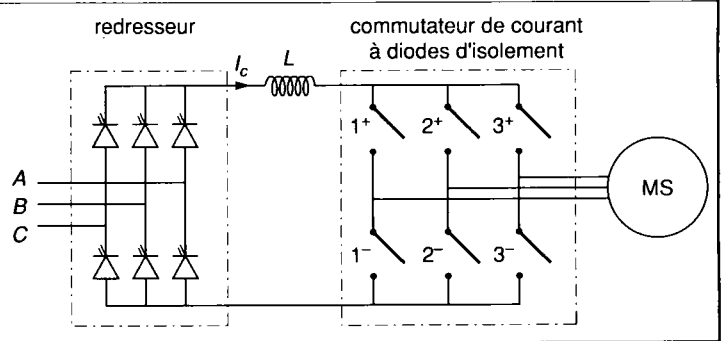
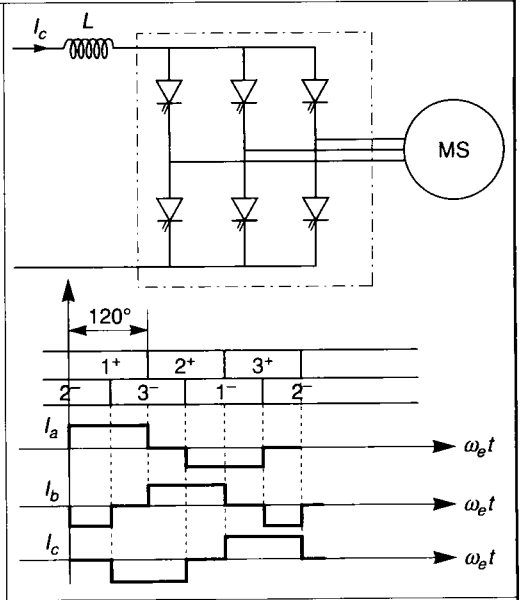
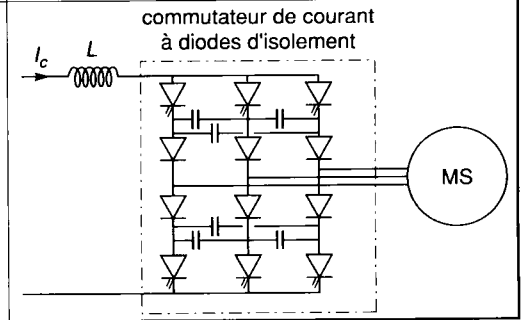
Alimentation	Commande	Description
<p><b>Convertisseur de courant</b></p> <p>Onduleur de courant (commutateur) DC → AC</p> <p>Alimentation réseau</p> <p>Redresseur naturel ou commandé et Inductance de lissage et Commutateur de courant</p>		
<p>Commutation assistée</p>	<p>L'allumage est commandé et l'extinction est naturelle</p>	
<p>Commutation forcée</p>		

Tableau 11.2- Alimentation en courant des machines synchrones.

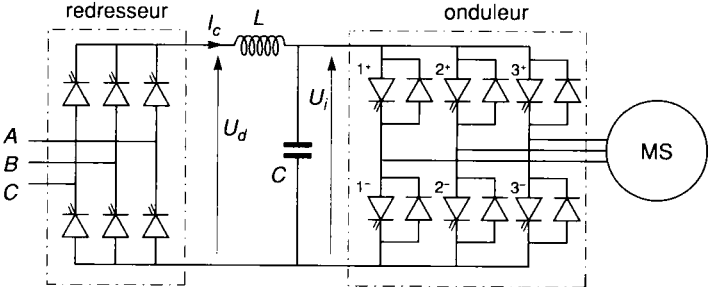
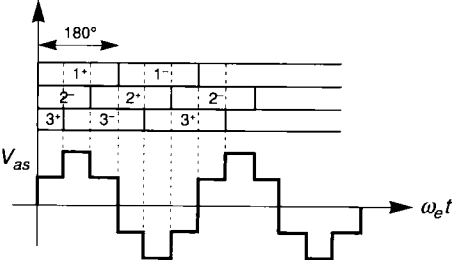
Alimentation	Commande	Description
<p><b>Convertisseur de tension</b></p> <p>Onduleur DC → AC</p> <p>Onduleur à commutation forcée redresseur naturel ou commandé</p>		
<p>Réglage de la tension et de la fréquence</p>	<p><i>Commande 180°</i> réglage de l'amplitude au niveau du convertisseur d'entrée</p> <p><i>Commande 120°</i> réglage de l'amplitude au niveau du convertisseur d'entrée</p>	 <p>(extrait de [Lajoie-Mazenc 91A] avec l'aimable autorisation de M. Lajoie-Mazenc © Techniques de l'ingénieur 91)</p> <p>pour une charge ayant un <math>\cos\phi \approx 1</math>. (extrait de [Lajoie-Mazenc 91A] avec l'aimable autorisation de M. Lajoie-Mazenc © Techniques de l'ingénieur 91)</p>
	<p><i>Modulation de largeurs d'impulsions</i> Permet le réglage de la tension, de la fréquence et la réduction du taux d'harmoniques.</p>	<p>Voir chapitre 9 Ces modulations peuvent être associées à une commande sur 120° ou 180°. Elles peuvent être du type sinus-triangle, précalculées ou vectorielles.</p>

Tableau 11.3 - Alimentation en tension des machines synchrones.

L'alimentation de la machine synchrone peut aussi être réalisée à l'aide d'un cycloconvertisseur. Mais celui-ci est utilisé en général pour des fréquences de l'ordre de 0 Hz à 10 Hz. Elle est surtout adaptée pour les machines de **forte puissance** présentant **une faible vitesse** de rotation (broyeurs, malaxeurs...). Ces applications s'éloignent du cadre de notre exposé et ne seront donc pas traitées.

Le contrôle du couple est directement lié à celui des courants. Les alimentations en tension (et donc les cycloconvertisseurs) peuvent être associées à des régulations de courant effectuées par des comparateurs à hystérésis ou par des régulateurs linéaires (voir figure 11.8). Les interrupteurs sont commandés de manière à assurer les courants désirés dans les phases de la machine.

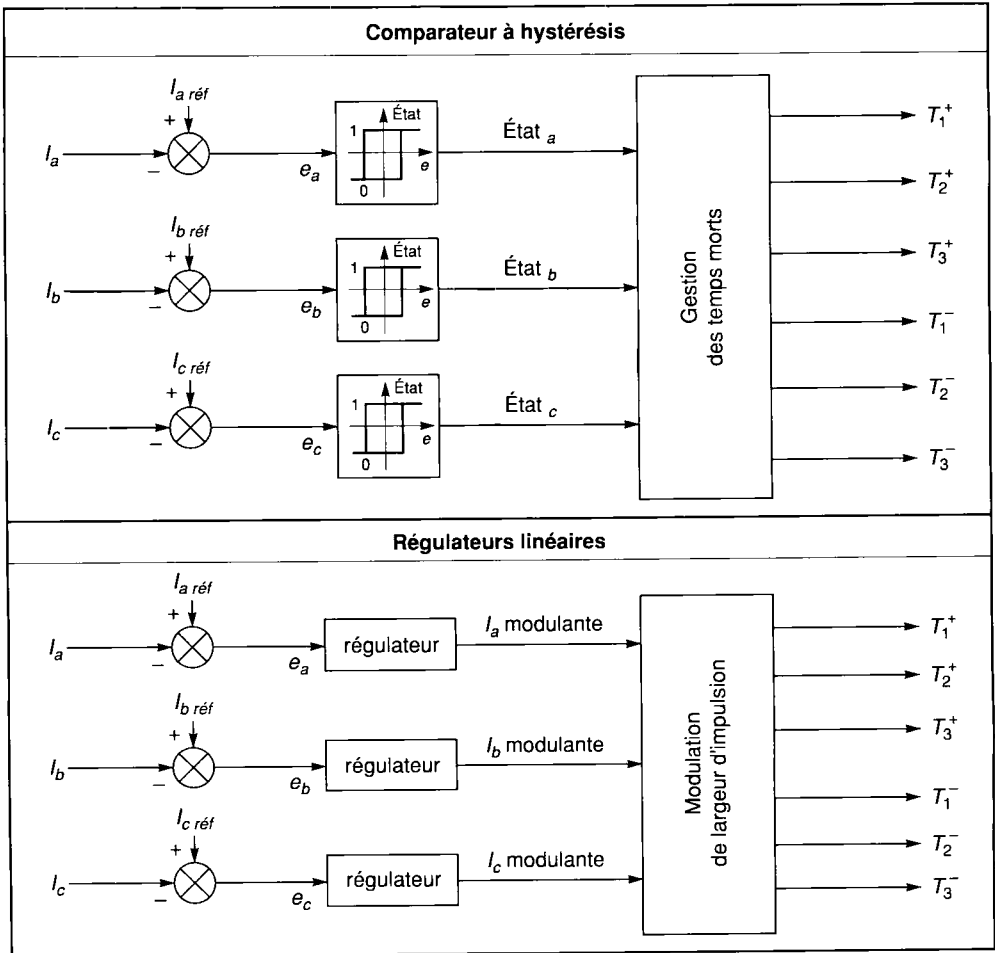


Figure 11.8. - Régulateurs de courant.

Lors de l'utilisation d'un comparateur par hystérésis, la fréquence de commutation est libre, elle est fixée par la charge. Ce mode de contrôle assure un excellent suivi des consignes mais génère un large spectre de bruits et des pertes.

Le contrôle par régulateur linéaire et MLI est plus délicat. Mais l'utilisation des techniques modernes de commande et l'amélioration des convertisseurs (augmentation de la fréquence de travail) améliorent notablement ses performances.

Deux stratégies de commande sont envisageables :

- à couple maximal,
- à facteur de puissance unitaire.

Pour étudier ces deux modes de fonctionnement, rappelons l'expression du couple et de la puissance (en négligeant les résistances statoriques) développés par une machine synchrone.

Pour ce faire, représentons le diagramme vectoriel de la machine (figure 11.9), en convention récepteur et en régime permanent, dans un repère lié au flux  $\Psi_f$  [JONES 67] [HOUNKPATIN 71] [BOSE 86]. Nous négligeons la résistance  $R_s$ .

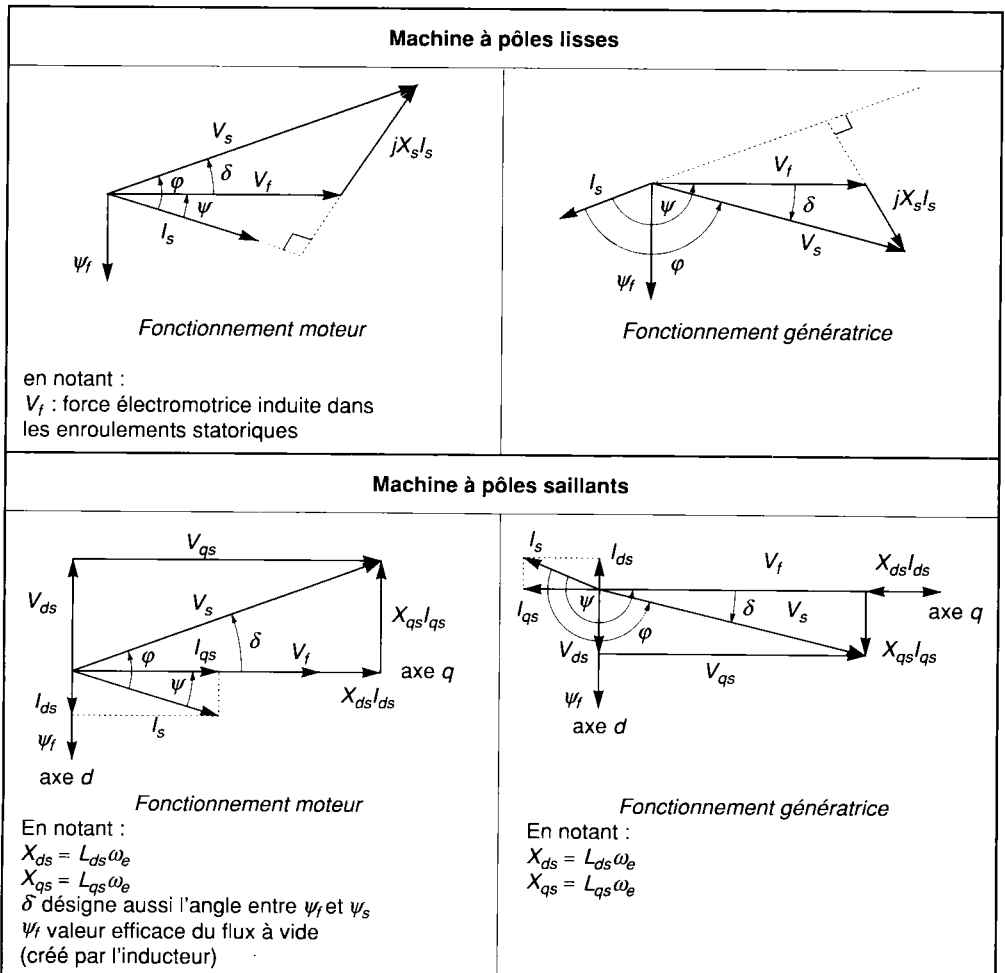


Figure 11.9. - Diagramme vectoriel d'une machine synchrone en régime permanent.



À partir de ces schémas équivalents, on peut établir les caractéristiques de la machine synchrone en régime permanent (exprimées pour les valeurs efficaces des flux et des courants). Elles ont été démontrées au chapitre 3.2. Elles sont résumées dans le tableau 11.4.

■ *Remarque* : le lecteur observera que le choix des orientations angulaires dans ce chapitre explique les quelques différences de signes dans les expressions des couples et des puissances démontrées au chapitre 3.2.

Dans le cas d'une alimentation avec courant imposé (soit par commutateur de courant soit par onduleur de tension avec contrôle du courant) et un flux à vide donné (machine à aimants permanents...), les variables de contrôle sont l'angle  $\Psi$  entre  $I_s$  et  $V_f$ , le courant et la pulsation statoriques.

### Couple max

Dans le cas d'une machine à pôles lisses, il est obtenu pour  $\Psi = 0$ . Mais dans ce cas, la réaction d'induit interdit un fonctionnement à  $\cos\varphi = 1$ . L'équation 11.40 montre que  $Q$  est non nul.

Dans le cas de la machine à pôles saillants, le couple maximum disponible augmente (pour un  $I_s$  donné). Le fonctionnement à couple maximal est donné par l'équation 11.40 [LEICHTER 80] :

$$\Psi = \arcsin \left( \frac{\Psi_f - \sqrt{\Psi_f^2 + 8(L_{ds} - L_{qs})^2 I_s^2}}{4(L_{ds} - L_{qs})I_s} \right) \quad (11.47)$$

### Facteur de puissance unitaire

On désire  $\cos\varphi = 1$  soit  $Q = 0$ . Dans ce cas  $\Psi = \arcsin \left( \frac{L_s I_s}{\Psi_f} \right)$  est non nul. La machine ne fonctionne pas à couple maximal. On a :

$$T_e = 3p I_s \Psi_f \sqrt{1 - \frac{(L_s I_s)^2}{\Psi_f^2}}$$

Dans le cas de la machine à pôles saillants, le fonctionnement à facteur de puissance unitaire est obtenu pour [LEICHTER 80] :

$$\Psi = \arcsin \left( \frac{\Psi_f - \sqrt{\Psi_f^2 - 4(L_{ds} - L_{qs})L_{qs}I_s^2}}{2(L_{ds} - L_{qs})I_s} \right) \quad (11.48)$$

Si le rotor est bobiné, le flux  $\Psi_f$  peut être réglé par le courant d'excitation. Le flux résultant est maintenu autour de la valeur nominale  $\Psi_n$ . Il est alors possible de satisfaire aux deux objectifs :

- $\cos\varphi = 1$
- $T_e = 3p\Psi_n I_s$

On obtient des lois de commande [LAJOIE MAZENC 91B] du type  $\Psi_f(I_s)$  et  $\Psi(I_s)$  prenant en compte l'échauffement de la machine dû au passage du courant inducteur et à la non linéarité du circuit magnétique.

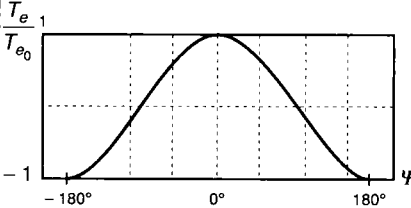
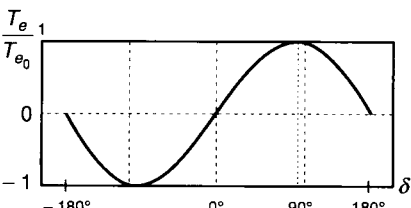
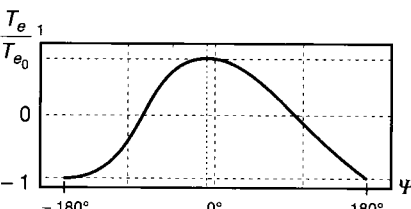
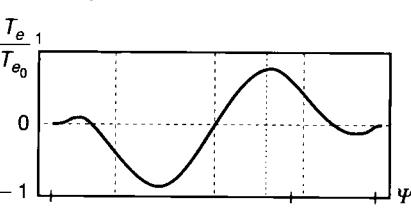
Type	Machine	Diagrammes
<p><b>Machine à pôles lisses</b></p> <p>(en supposant la machine alimentée par des courants sinusoïdaux ⇒ il ne faut garder que le fondamental des autres grandeurs)</p>	<p><b>Expression du couple</b></p> $T_e = 3p \Psi_f I_s \cos \psi \quad (11.34)$ <p>⇒ utilisée pour le contrôle en courant</p> $T_e = 3p \Psi_f \Psi_s \frac{1}{L_s} \sin(\delta) \quad (11.35)$ <p>avec <math>X_s = L_s \omega_p</math> réactance synchrone ⇒ utilisée pour le contrôle en tension</p> <p><b>Expression de la puissance absorbée</b></p> $P = 3V_s I_s \cos \varphi \quad (11.36)$ $P = 3V_f I_s \cos \psi \quad (11.37)$ $P = 3V_s V_f \frac{1}{X_s} \sin \delta \quad (11.38)$ <p>et</p> $Q = 3V_s I_s \sin \varphi \quad (11.39)$ $Q = 3V_f I_s \sin \psi + 3X_s I_s^2 \quad (11.40)$	 <p>avec <math>T_{e0} = 3p \Psi_f I_s</math></p>  <p>avec <math>T_{e0} = 3p \Psi_f \Psi_s \frac{1}{L_s}</math></p>
<p><b>Machine à pôles saillants</b></p> <p>(en supposant la machine alimentée par des courants sinusoïdaux ⇒ il ne faut garder que le fondamental des grandeurs)</p>	<p><b>Expression du couple</b></p> $T_e = 3p \Psi_f I_s \cos \psi - 3 \frac{P}{2} (L_{ds} - L_{qs}) I_s^2 \sin(2\psi) \quad (11.41)$ <p>⇒ utilisée pour le contrôle en courant</p> $T_e = 3p \Psi_f \Psi_s \frac{1}{L_{ds}} \sin(\delta) + 3 \frac{P}{2} \left( \frac{L_{ds} - L_{qs}}{L_{ds} L_{qs}} \right) \Psi_s^2 \sin(2\delta) \quad (11.42)$ <p>⇒ utilisée pour le contrôle en tension</p> <p><b>Expression de la puissance absorbée</b></p> $P = 3V_s I_s \cos \varphi \quad (11.43)$ $P = 3V_f I_s \cos \psi - \frac{3}{2} (X_{ds} - X_{qs}) I_s^2 \sin(2\psi) \quad (11.44)$ $P = 3V_s V_f \frac{1}{X_s} \sin \delta + 3V_s^2 \left( \frac{X_{ds} - X_{qs}}{2X_{ds} X_{qs}} \right) \sin 2\delta \quad (11.45)$ <p>et</p> $Q = 3V_s I_s \sin \varphi \quad (11.46)$	 <p>avec <math>T_{e0} = 3p \Psi_f I_s</math></p>  <p>avec <math>T_{e0} = 3p \Psi_f \Psi_s \frac{1}{L_{ds}}</math></p> <p>Le couple maximal est obtenu pour un angle de décalage interne <math>\delta</math> inférieur à <math>\frac{\pi}{2}</math>.</p>

Tableau 11.4. - Caractéristiques des machines synchrones.

Dans le cas d'une machine alimentée en tension, les variables de contrôle sont l'angle de décalage interne  $\delta$ , la tension et la pulsation statorique. Mais la démarche reste la même.

## 11.4.2 Alimentation en tension

### 11.4.2.1 Contrôle en V/f d'une machine autopilotée

Le principe reste le même que celui décrit avec les machines asynchrones. L'autopilote assure  $\omega_m = \omega_e$ . Pour une machine à pôles lisses et pour laquelle on néglige  $R_s$ , reprenons l'expression du couple.

$$T_e = 3p\Psi_f\Psi_s \frac{1}{L_s} \sin(\delta) = 3p \frac{V_s}{\omega_e} \frac{V_f}{X_s} \sin(\delta) \quad (11.49)$$

Or  $V_f$  et  $X_s$  varient en  $\omega_e$ . Donc pour un  $\delta$  donné (voir figure 11.10), le couple est constant.

$V_f$ ,  $V_s$  et  $X_s$  étant proportionnels à  $\omega_e$ , pour que l'angle de décalage interne  $\delta$  reste constant, le courant  $I_s$  doit l'être aussi.

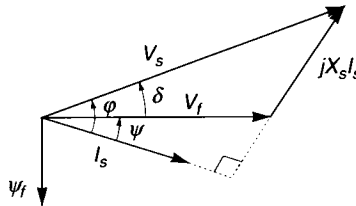


Figure 11.10. - Diagramme de Behn Eschenburg (convention récepteur).

On en déduit les caractéristiques du courant  $I_s$  et du couple en régime permanent [JAKUBOWICZ 78] :

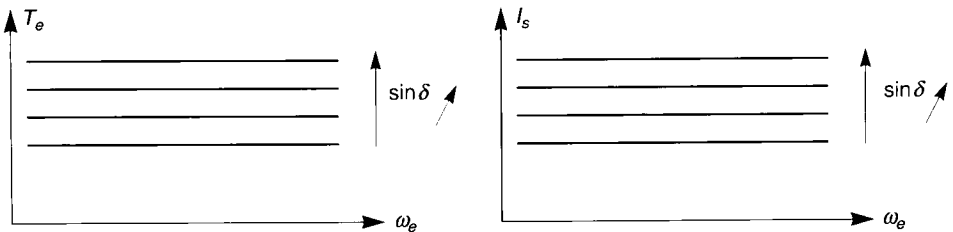


Figure 11.11. - Caractéristiques en régime permanent.

Le couple est maximal pour  $\delta = \pm 90^\circ$ .

La loi en  $\frac{V_s}{\omega_e} = \text{cste}$  est utilisée jusqu'à la vitesse nominale. Au-delà, la tension ne peut plus évoluer. On passe alors en fonctionnement à puissance constante. La machine est défluxée.

Cette commande est souvent utilisée avec les machines synchrones à aimants ou à réluctance variable.

## 11.4.2.2 Alimentation par onduleur de tension régulé en courant

### 11.4.2.2.1 Principe

Une commande en tension est tributaire des paramètres de la machine. Un contrôle du courant permet une meilleure régulation du couple.

Or nous avons vu au chapitre 3 que, dans le référentiel  $d, q$  lié au rotor, le couple est donné par :

$$T_e = p \left( (L_{ds} - L_{qs}) i_{ds} i_{qs} + M_f i_f i_{qs} + M_D i_{Dr} i_{qs} - M_Q i_{Qr} i_{ds} \right) \quad (11.50)$$

► Attention aux conventions de signe retenues dans ce paragraphe pour le calcul de  $T_e$ .

Avec une machine sans amortisseur ( $i_{Dr}$  et  $i_{Qr}$  sont nuls) et telle que le flux d'excitation ne varie pas (le terme  $M_f i_f$  est invariable), le couple peut être maintenu constant en régime permanent et transitoire par un contrôle de  $i_{ds}$  et  $i_{qs}$ . Ces hypothèses sont en particulier satisfaites pour une machine avec des aimants. Ces commandes permettent alors d'excellentes dynamiques.

Cependant, dans le cas d'une machine à rotor bobiné, la réaction d'induit rend cette commande plus délicate. On abordera ce sujet avec la commande vectorielle.

Comme nous l'avons vu précédemment, la régulation de courant peut être confiée à des comparateurs de courant à hystérésis ou à des correcteurs associés à des M.L.I.

Pour un contrôle scalaire, deux références de courant sont habituellement adoptées :

- référence sinusoïdale,
- référence rectangulaire.

La nature de ces références dépend essentiellement de la répartition du champ dans l'entrefer. Elle doit assurer un couple indépendant de la position du rotor.

On associera un courant sinusoïdal avec une machine présentant une f.e.m. sinusoïdale et un courant rectangulaire avec une machine ayant une f.e.m. trapézoïdale (machine à aimants montés en surface sur  $120^\circ$  électrique et sans pièce polaire).

### 11.4.2.2.2 Alimentation en courants sinusoïdaux

Pour réaliser une référence sinusoïdale, la machine synchrone est équipée d'un capteur de position possédant une très bonne résolution. Le déphasage des courants par rapport aux f.e.m.  $\Psi$  est reconstitué à l'aide d'un sommateur/soustracteur microprogrammé ou réalisé plus simplement à l'aide d'une logique câblée. Les consignes de courant  $I_a^*$ ,  $I_b^*$  et  $I_c^*$  sont élaborées à partir d'une transformation triphasée/diphassée pour laquelle  $i_{ds}^* = 0$  et  $i_{qs}^* = \sqrt{3} I_s$  (figure 11.12).

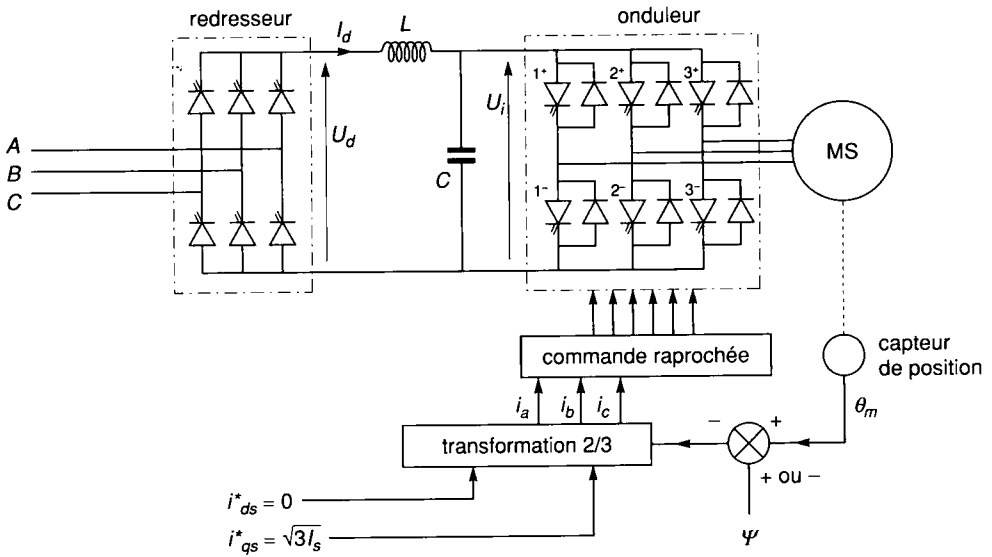


Figure 11.12. - Alimentation en courants sinusoïdaux.

Ces références de courant peuvent aussi être réalisées à l'aide de tables des  $\sin \theta$ ,  $\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)$  et  $\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)$  stockées dans des mémoires adressées en sortie de l'additionneur/soustracteur numérique, de convertisseurs numériques analogiques dont la référence est ajustée en fonction de  $I_s$  [LAJOIE-MAZENC 95].

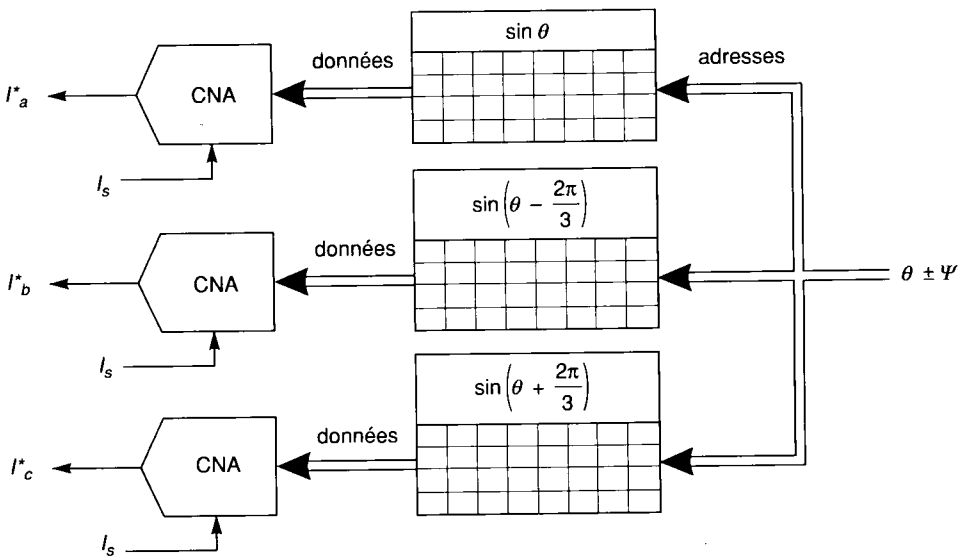


Figure 11.13. Réalisation des références de courant.

Le réglage de  $\Psi$  permet soit d'assurer un couple maximal pour un courant donné soit un facteur de puissance unitaire. Il a été décrit au paragraphe 11.4.1.

### 11.4.2.3 Alimentation en courants rectangulaires

La machine à f.e.m. trapézoïdale est alimentée par des créneaux de courant répartis sur  $120^\circ$  (figure 11.14). Deux phases sont simultanément alimentées. La troisième est ouverte.

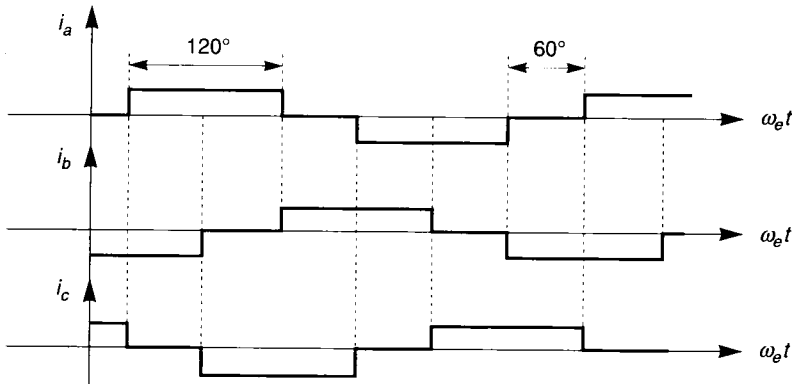


Figure 11.14. Alimentation par des courants rectangulaires.

Le couple présente alors l'allure suivante :

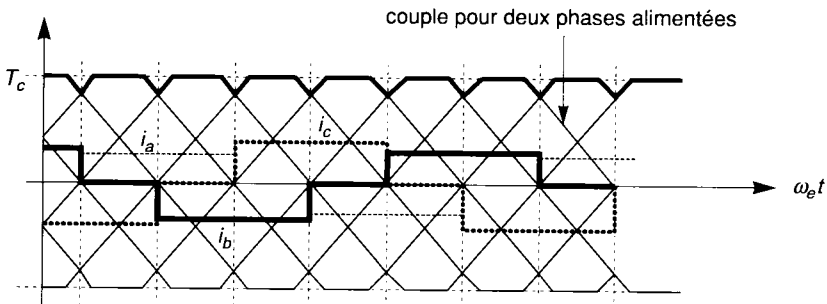


Figure 11.15. Couple développé par une machine alimentée par des courants rectangulaires.

## 11.4.3 Alimentation en courant des machines synchrones

### 11.4.3.1 Caractéristique de la machine autopilotée

Le couple électromagnétique produit par la machine dépend directement de l'intensité du courant statorique. Une alimentation de ce type permet donc une meilleure régulation de couple.

$$T_e = 3p\Psi_f I_s \cos \Psi \quad (11.51)$$

En reprenant la commande décrite au chapitre 11.4.1, la valeur efficace  $I_s$  du fondamental du courant statorique est donnée par :

$$I_s = I_d \frac{\sqrt{6}}{\pi} \quad (11.52)$$

avec  $I_d$  valeur moyenne du courant délivré par la source.

Le convertisseur en entrée permet le réglage de  $I_d$  et donc de  $I_s$ .

En commutation naturelle, ce sont les tensions entre phases qui assurent l'ouverture des thyristors. Ce mode de fonctionnement diminue sensiblement les pertes du convertisseur (l'ouverture se fait au zéro de courant et les thyristors présentent une faible tension de déchet). Cependant, ce mode de fonctionnement impose un certain nombre de contraintes.

Les temps d'application de la tension inverse  $t_{inv}$  sur les interrupteurs statiques doivent être suffisants pour éviter une remise en conduction lors de la réapplication d'une tension positive à leurs bornes.

À faible vitesse (typiquement inférieure à 10 % de la vitesse nominale) et au démarrage, les f.e.m. développées par la machine synchrone ne sont pas assez grandes pour assurer l'ouverture des thyristors. Ce phénomène est accentué par l'influence des résistances statoriques et par l'ondulation du courant d'alimentation. De plus à l'arrêt, la position du rotor peut être quelconque et le capteur de position inopérant. Au démarrage, un dispositif auxiliaire doit permettre le fonctionnement du système. Deux méthodes sont communément appliquées :

- utiliser des circuits auxiliaires de commutation au démarrage et donc travailler en commutations forcées,
- interrompre le courant de ligne  $I_d$  en utilisant un thyristor en parallèle sur l'inductance  $L$  (figure 11.16) et une commande appropriée [LAJOIE-MAZENC 91B] [VIAROUGE 79].

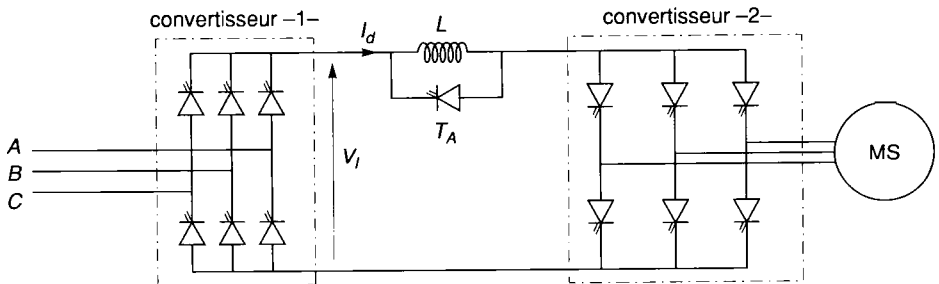


Figure 11.16. - Dispositif de démarrage.

À l'instant de la commutation, le convertisseur 1 relié au réseau doit fonctionner avec un retard à l'amorçage supérieur à  $90^\circ$  pour annuler le courant d'alimentation et court-circuiter l'inductance  $L$  par le thyristor auxiliaire  $T_a$  (lorsque  $V_1 < 0$ , la tension aux bornes de  $T_a$  étant positive, il peut s'amorcer). Ce type de démarrage entraîne des pulsations de couple qui interdisent son utilisation dans certaines applications.

### 11.4.3.2 Étude des stratégies de commande à $\psi$ constant pour les machines à pôles lisses autopilotées

#### Régulation de courant à $\psi$ constant

Le couple électromagnétique développé par la machine en régime permanent (en négligeant ses pertes) est donné par :

$$T_e = 3p\Psi_f I_s \cos \Psi = 3p \frac{V_{f\max}}{\omega_e} \frac{\sqrt{3}}{\pi} I_d \cos \Psi \quad [\text{ROJAT 74}] \quad (11.53)$$

On en déduit les caractéristiques couple/vitesse (en supposant  $\Psi_f$  constant) :

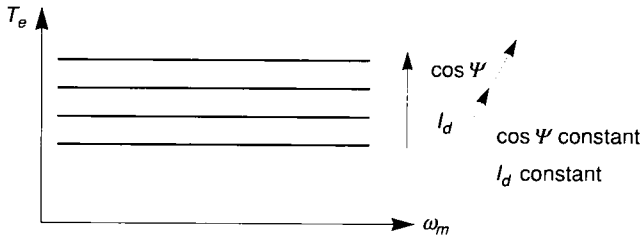


Figure 11.17. - Caractéristiques couple/vitesse.

Supposons la régulation de courant effectuée au niveau du redresseur en entrée et le réglage de  $\Psi$  effectué sur l'onduleur relié à la machine.

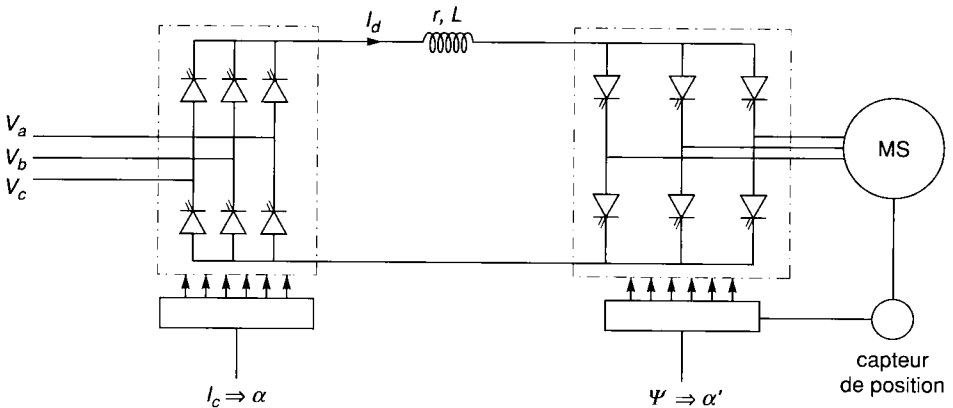


Figure 11.18. - Commande en courant.

En considérant les valeurs moyennes des grandeurs lentement variables et les valeurs efficaces des composantes fondamentales des grandeurs alternatives, la mise en équation de la machine autopilotée donne :

$$Js\Omega + k_d\Omega = T_e \quad (11.54)$$



$$T_e = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} p V_{f_{\max}} I_d \frac{1}{\omega_e} \cos \psi \quad (11.55)$$

$$rI_d + LsI_d = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} V_{\max} \cos \alpha - \frac{3\sqrt{3}}{\pi} V_{f_{\max}} \cos \psi \text{ avec } V_{f_{\max}} = k_1 \Omega \quad (11.56)$$

avec :

- ♦  $r, L$  les caractéristiques de l'inductance de ligne,
- ♦  $V_{\max}$  tension crête du réseau en entrée du redresseur,
- ♦  $V_{f_{\max}} = k_1 \Omega$  f.e.m. induite dans les enroulements statoriques.

La dernière équation (11.56) suppose le redresseur représenté par un gain pur.

Si on adopte une commande linéaire du redresseur d'entrée :

$$\alpha = k_2 \cdot w \quad (11.57)$$

où  $w$  désigne la grandeur de commande.

On en déduit le schéma bloc [JAKUBOWICZ 78] représentant la machine synchrone autopilotée et son alimentation :

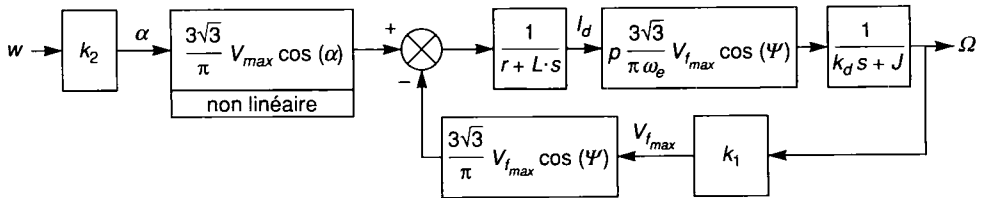


Figure 11.19. - Modélisation de la machine synchrone autopilotée alimentée en courant.

On peut alors effectuer la synthèse d'une régulation de vitesse par retour d'état (voir chapitre 14). [JAKUBOWICZ 78] a effectué les réglages pour  $\Psi = 145^\circ$ . Le schéma de commande retenu est :

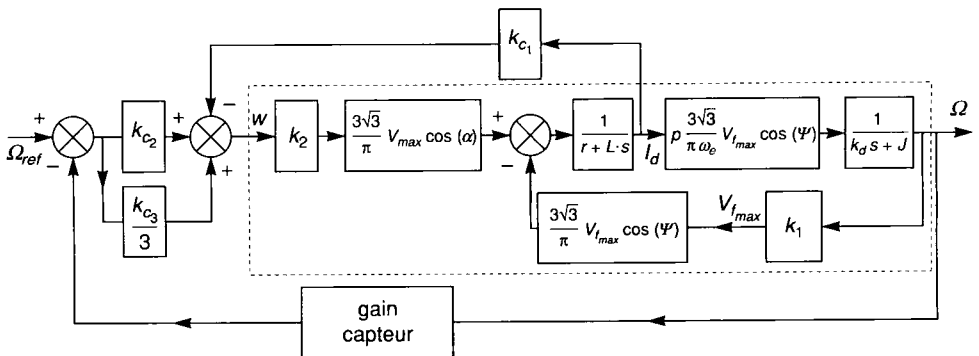


Figure 11.20. - Régulation de vitesse par retour d'état à  $\psi$  constant.

### 11.4.3.3 Contrôle du temps d'application de la tension inverse $t_q$ pour les machines à pôles lisses

Comme nous l'avons précédemment remarqué, si le courant est en avance sur la tension (machine surexcitée), l'alimentation peut travailler en commutation naturelle. Or, la condition d'extinction des thyristors est double :

- l'annulation du courant à leurs bornes,
- l'application d'une tension négative pendant un temps  $t_{inv}$  supérieur à  $t_q$  (caractéristique du thyristor).

Dans ce cas, le fonctionnement à  $\Psi = 0$  (donnant le couple maximal) n'est plus réalisable. Pour que l'extinction soit possible il faut que :

$$t_{inv} \geq \omega_e t_q \quad (11.58)$$

soit 
$$\beta \geq \omega_e t_q + \mu \quad (11.59)$$

- où :
- $\beta$  angle d'avance ou de garde,
  - $\mu$  angle d'empiètement,
  - $\gamma$  angle durant lequel une tension inverse est appliquée aux bornes du thyristor qui s'ouvre,
  - $E_{ca}$  la f.e.m. de la machine entre les phases  $c$  et  $a$  (ramenée en tension simple, elle est notée  $V_f$  sur les schémas équivalents).

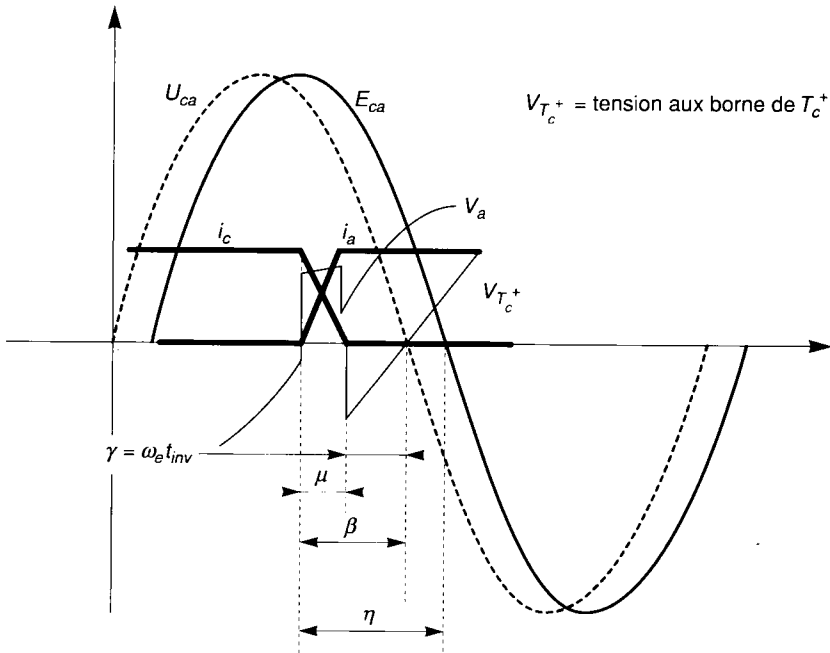


Figure 11.21. - Description des angles.

La loi de commande doit tenir compte de deux paramètres supplémentaires :  $t_q$  et  $\mu$ . Le but est de rechercher l'angle  $\Psi$  minimum compatible avec la commutation des thyristors.

Explicitons la nature de cet angle d'empiètement  $\mu$ .

Le courant n'est pas imposé sur l'ensemble de la période. Durant les intervalles de commutation, son évolution ne dépend que des caractéristiques de la machine ( $L_c$ ) et du point de fonctionnement.

L'empiètement représente la conduction simultanée de deux thyristors qui commutent (un à l'ouverture, le second à la fermeture). Il est décrit dans la figure suivante :

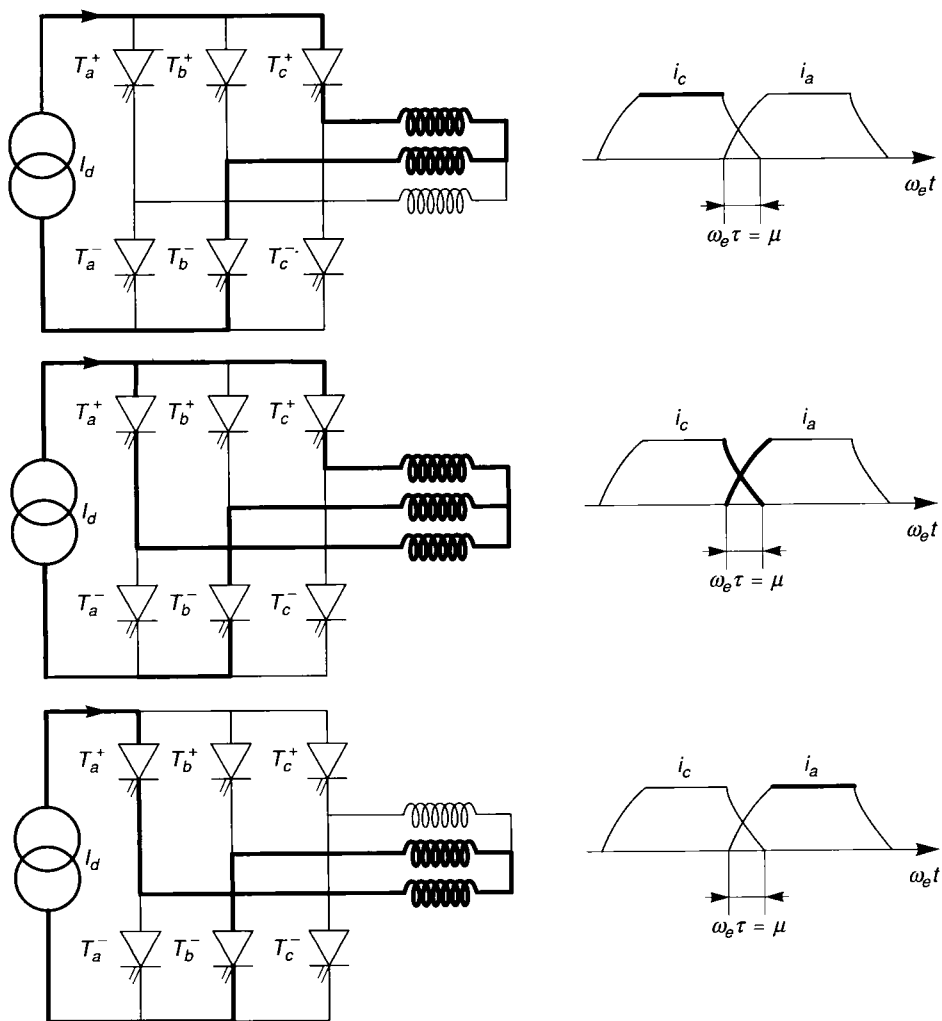


Figure 11.22. - Description de l'empiètement.

L'angle d'empiètement augmente lorsque la vitesse diminue.

La mise en équation de la machine durant la conduction simultanée de  $T_{b+}$  et  $T_{c+}$  permet d'évaluer l'angle  $\mu$  :

$$\cos(\beta - \mu) - \cos(\beta) = 2L_c \frac{\omega_e}{U_0} I_d \quad (11.60)$$

avec :

- $I_d$  courant commuté (on modélise l'alimentation par une source de courant idéale),
- $U_0$  amplitude de la tension entre phases ( $U_0 = \sqrt{3}V_{\max}$ ),
- $L_c$  inductance de commutation ( $L_c = \sigma L_s$  pour une machine à pôles lisses) c'est-à-dire l'inductance totale par phase vue du redresseur d'après [VIAROUGE 79],

La figure 11.21 permet en outre d'évaluer le déphasage du fondamental de la tension par rapport au fondamental du courant :

$$\varphi \approx \beta - \frac{\mu}{2} \quad (11.61)$$

Le déphasage de la f.e.m. par rapport au fondamental du courant est donné par :

$$\psi \approx \eta - \frac{\mu}{2} \quad (11.62)$$

Des équations 11.59, on peut en déduire l'expression du  $\beta$  minimal assurant la commutation :

$$\beta = \omega_e t_q + \mu \quad (11.63)$$

L'angle d'empiètement peut être calculé par 11.60 ou mesuré [BOSE 86] à partir du temps d'application de la tension inverse et des ordres de commande des interrupteurs.

Pour assurer un couple maximal, deux stratégies de commande sont possibles [VIAROUGE 83] :

- imposer  $I_s$  et  $\Psi(I_s, \omega_m)$  de manière à respecter 11.63. L'autopilotage et la commande de  $\Psi$  sont réalisés en déphasant les commandes des thyristors par rapport à la position du rotor donnée par un capteur mécanique
- imposer  $I_s$  et régler  $\beta$  à partir de l'observation des tensions statoriques (voir chapitre suivant). Le fonctionnement avec un  $\beta$  minimal assure un  $\Psi$  minimal et donc un couple maximal.

Une seconde application, avec optimisation du facteur de puissance, est présentée au paragraphe suivant.

### 11.4.3.4 Autopilotage sans capteur de position

Lorsque la machine est alimentée en courant (avec onduleur de courant ou onduleur de tension régulé en courant), l'autopilotage peut être assuré à partir des tensions aux bornes de la machine ou des thyristors. Un tel dispositif procure une grande résolution dans la commande de l'angle d'amorçage des interrupteurs statiques à un moindre coût.

Ainsi dans le cas d'une alimentation par des créneaux de courants répartis sur  $120^\circ$ , le passage par zéro des f.e.m. aux bornes des phases non alimentées permet de synchroniser l'amorçage

des interrupteurs statiques correspondants. La machine est alors autopilotée sans capteur de position [CARTIGNIES 90] [CARDOLETTI 91].

Sur un principe similaire, [LE HUY 82] présente une commande autopilotée par l'observation des tensions aux bornes de la machine.

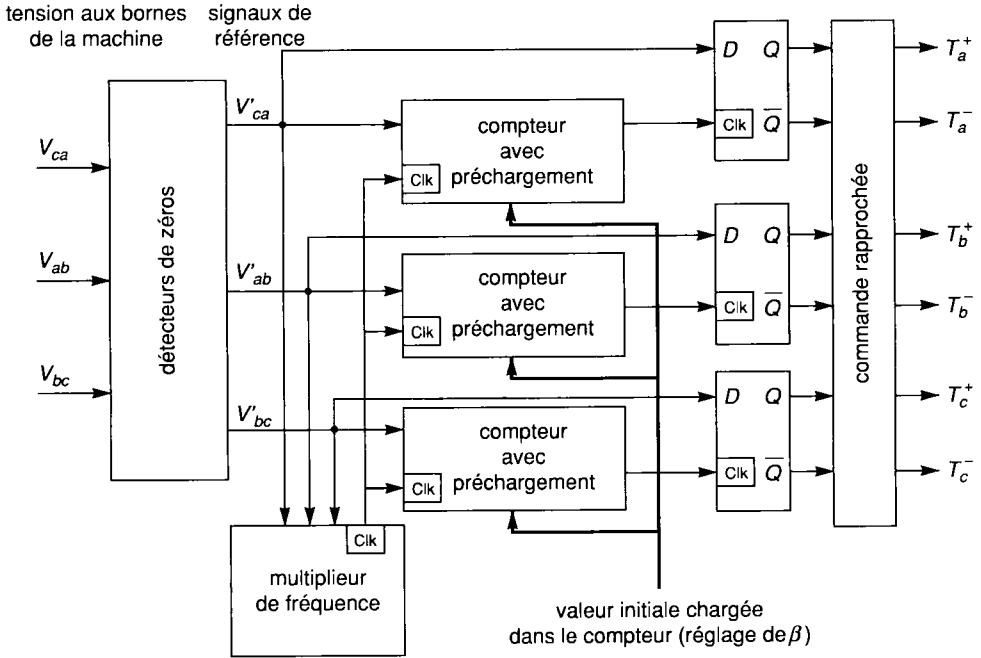


Figure 11.23. - Autopilotage sans capteur mécanique de position.

Les compteurs permettent de déphaser les signaux de commande par rapport aux signaux de référence générés par les détecteurs de zéros et donc de contrôler l'angle d'avance  $\beta$ . Ce dernier est fixé de manière à optimiser le facteur de puissance en respectant les contraintes de commutation.

Compte tenu de l'expression de l'angle de recouvrement  $\mu$  :

$$\cos(\beta - \mu) - \cos(\beta) = 2L_c \frac{\omega_e}{U_0} I_d \quad (11.64)$$

et de la valeur approchée du facteur de puissance :

$$\cos \varphi = \cos\left(\beta - \frac{\mu}{2}\right) \quad (11.65)$$

la loi de commande optimisant le facteur de puissance est donnée par :

$$\beta = \arccos\left(1 - 2L_c \frac{\omega_e}{U_0} I_d\right) + \Delta\beta \quad (11.66)$$

où  $\omega_e/U_0$  dépend du flux  $\Psi_f$  et  $\Delta\beta(\mu, t_q)$  assure le temps minimum d'application de la tension inverse.

Le détecteur de zéro doit garantir une isolation galvanique et supporter les pics de tension. [LE HUY 82] [BOSE 86] proposent un tel montage à base d'optocoupleurs.

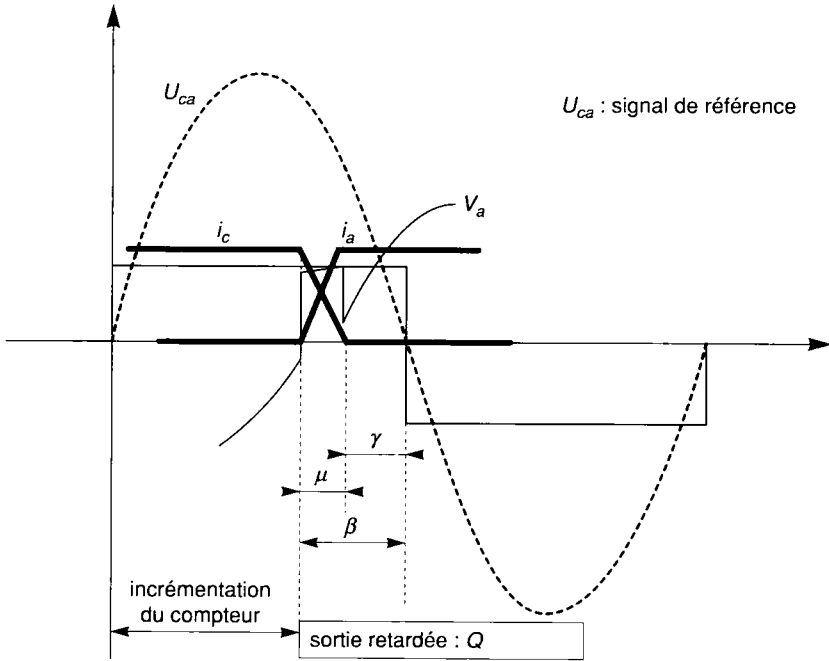


Figure 11.24. - Description des différents signaux  
(extrait de [LE HUY 82] avec l'aimable autorisation de © IEEE 1982).

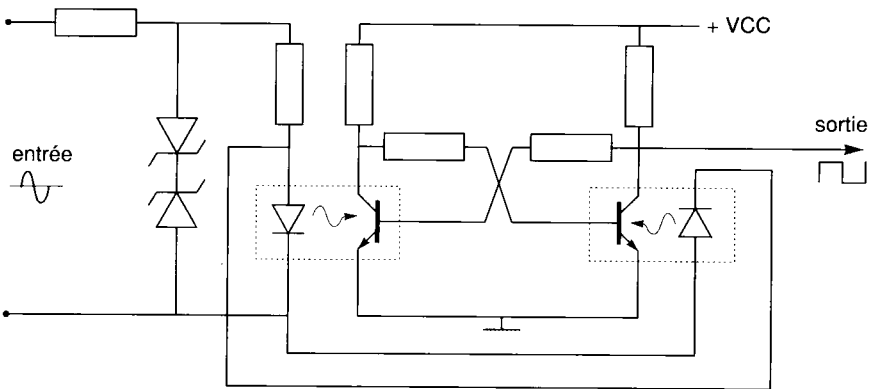


Figure 11.25. - Détecteur de passage par zéro  
(extrait de [LE HUY 82] avec l'aimable autorisation de © IEEE 1982).

# 11.4.4 Synthèse des résultats sur la commande des machines synchrones

La figure suivante résume les différentes combinaisons entre :

- les lois de commande,
- les autopilotages,
- les alimentations,
- les machines.

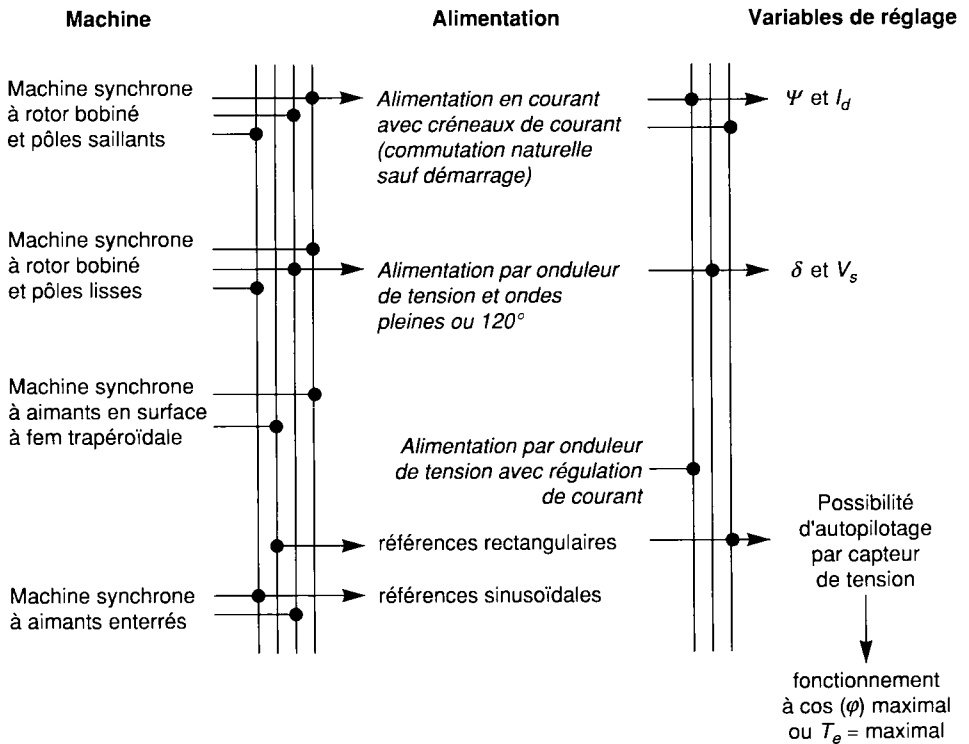


Figure 11.26. - Synthèse des résultats sur la commande scalaire des machines synchrones.

## Commande vectorielle

12.1 • Commande vectorielle des machines asynchrones	277
12.2 • Commandes vectorielles des machines synchrones	297
12.3 • Séparation de modes, découplage	303



Les machines à courant continu (MCC) occupent encore de nos jours la majeure partie du marché de la variation de vitesse et de la robotique. On utilise les machines à excitation série pour la traction électrique et à excitation séparée pour la robotique. Ces dernières ont une qualité intrinsèque : elles permettent un contrôle séparé du flux et du couple.

$$T_e = k\psi_f I_a = k' I_a I_f \tag{12.1}$$

avec :

- $\psi_f$  flux imposé par le courant d'excitation  $I_f$  (indépendant de  $I_a$  si la réaction d'induit est négligeable),
- $I_a$  courant induit.

À flux constant, le couple peut être réglé par  $I_a$ .

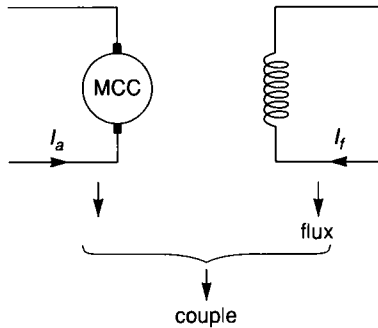


Figure 12.1. - Machine à courant continu.

La production de couple et la création de flux sont indépendantes. Nous avons l'objectif d'un pilotage vectoriel.

Cependant cette machine sensible nécessite un entretien relativement lourd et possède une puissance massique inférieure et un prix supérieur aux autres technologies de moteurs. On a donc cherché à les remplacer par des machines synchrones ou des machines asynchrones.

En particulier, nous avons vu au paragraphe précédent que la machine synchrone autopilotée à aimant permanent et f.e.m. trapézoïdale possédait les mêmes qualités. Mais son utilisation reste limitée pour des puissances inférieures à 50 kW et ne permet pas une réduction du flux d'excitation (sans un contrôle vectoriel).

Cependant ces dernières années ont favorisé le développement des nouvelles technologies de semi-conducteurs et de convertisseurs permettant une augmentation des fréquences de commutation et par conséquent une meilleure maîtrise de la conversion d'énergie. Parallèlement, les moyens de calcul ont considérablement évolué. Tous ces progrès ont permis l'application de nouveaux algorithmes de commande assurant un découplage du flux et du couple dans les machines à courant alternatif, en régime transitoire et permanent.

Cette maîtrise indépendante du couple et du flux rend possible l'utilisation de ces machines sur des marchés traditionnellement occupés par les moteurs à courant continu. Le pilotage vectoriel respecte un certain nombre de contraintes spécifiques à ces applications :

Traction électrique	Robotique
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Minimiser les ondulations de couple (pour diminuer les vibrations),</li> <li>✓ Fournir un couple d'appel important (pour le démarrage du train),</li> <li>✓ Assurer un contrôle rapide du couple en cas de perte d'adhérence,</li> <li>✓ Autoriser une reprise de l'onduleur avec une machine déjà magnétisée [Bavard 93].</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Dynamique élevée,</li> <li>✓ Fournir un couple de maintien à vitesse nulle : positionnement,</li> <li>✓ Permettre un asservissement de position sans dépassement pour les machines outils.</li> </ul>

Tableau 12.1. Objectifs recherchés en traction électrique et en robotique.

Nous allons présenter l'application de ces nouvelles techniques de pilotage sur les machines asynchrones et synchrones.

## 12.1 Commande vectorielle des machines asynchrones

### 12.1.1 Principe

La commande par orientation de flux consiste à régler le flux par une composante du courant et le couple par l'autre composante. Pour cela, il faut choisir un système d'axe  $d, q$  et une loi de commande assurant le découplage du couple et du flux.

Or le couple est donné par :

$$T_e = p(\Psi_{ds}i_{qs} - \Psi_{qs}i_{ds}) = \frac{pL_m}{L_r}(\Psi_{dr}i_{qs} - \Psi_{qr}i_{ds}) \quad (12.2)$$

Donc si le flux rotorique est orienté sur l'axe  $d$  ( $\Psi_{dr} = \Psi_r$  et  $\Psi_{qr} = 0$ ) d'un repère lié au champ tournant,  $\left(\frac{d\theta_s}{dt} = \omega_e\right)$  alors le couple devient :

$$T_e = \frac{pL_m}{L_r}(\Psi_r i_{qs}) \quad (12.3)$$

et l'évolution du flux est donnée par :

$$T_r \frac{d\Psi_r}{dt} + \Psi_r = L_m i_{ds} \quad (12.4)$$

avec  $T_r$  constante de temps rotorique.

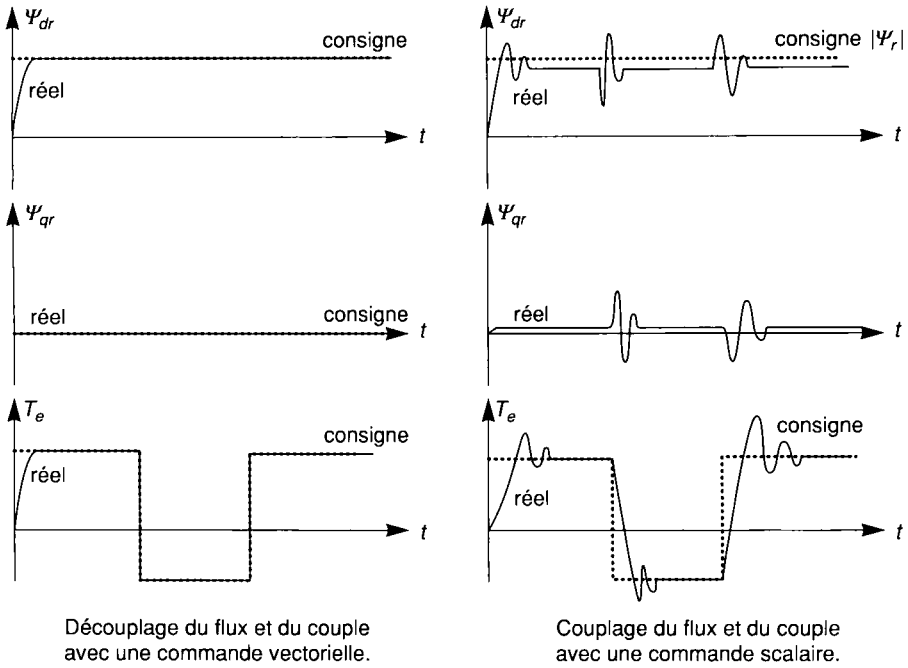


Figure 12.2. - Découplage du couple et du flux.

Le courant  $i_{ds}$  fixe le flux et le courant  $i_{qs}$ , le couple. On retrouve le comportement d'une machine à courant continu. La liaison du repère  $d, q$  avec le champ tournant  $\left(\frac{d\theta_s}{dt} = \omega_e\right)$  est assurée par l'autopilotage de la machine.

La régulation de flux peut être soit directe soit indirecte.

- contrôle direct : le flux est régulé par une contre-réaction. Il doit donc être mesuré (rarement) ou estimé (voir chapitre 13). La pulsation statorique  $\omega_e$  est directement évaluée à partir de la position du flux dans le repère lié au stator.
- contrôle indirect : le flux n'est ni mesuré ni reconstruit. Il est fixé en boucle ouverte. Les tensions ou les courants assurant l'orientation du flux et le découplage sont évalués à partir d'un modèle de la machine en régime transitoire.

Toutes ces techniques, *a priori* attractives, possèdent un inconvénient majeur. Le comportement de la machine et de sa commande vectorielle est fortement dégradé par variation des paramètres liée à la température, à la fréquence (résistance rotorique), à la saturation (inductance, couplage)... Souvent, une adaptation en ligne de ces paramètres (voir chapitres 13 et 15) est nécessaire pour maintenir un niveau de découplage et de performance acceptable.

Le choix des variables de commande, du repère et du flux (rotorique, statorique ou d'entrefer) fixe :

- les coefficients dépendant du temps (pulsation  $\omega_e$ ,  $\omega_{sl}$  ou  $\omega_m$ ) dans la matrice d'état décrivant la machine et son alimentation,

- les paramètres susceptibles de varier avec la température, la fréquence ou la saturation dans les lois de commande obtenues à partir de l'exploitation du modèle de la machine...

Il résulte aussi du type d'alimentation retenu et des possibilités de mesure ou d'estimation.

La synthèse d'une commande vectorielle se déroule en plusieurs phases :

- choisir la machine et son alimentation (source et convertisseur),
- choisir la nature des consignes ( flux et couple, flux et glissement...),
- déterminer le repère  $d, q$  et la nature de l'orientation (du flux rotorique sur l'axe  $d$  par exemple),
- en déduire les variables de commande (courants  $i_{ds}, i_{qs}$ , pulsation  $\omega_{sl}$ ...) adaptées au type d'alimentation, un modèle d'état de la machine faisant apparaître la variable intervenant dans l'orientation (le courant, le flux...),
- déterminer, à partir du modèle d'état, la loi de commande assurant le découplage du flux et du couple et l'autopilotage réalisant l'orientation du repère.

Ce dernier peut être lié au stator :

$$\left( \frac{d\theta_s}{dt} = 0 \text{ et } \frac{d\theta_{sl}}{dt} = -\omega_m \right),$$

au rotor :

$$\left( \frac{d\theta_s}{dt} = \omega_m \text{ et } \frac{d\theta_{sl}}{dt} = 0 \right)$$

ou au champ tournant :

$$\left( \frac{d\theta_s}{dt} = \omega_e \text{ et } \frac{d\theta_{sl}}{dt} = \omega_e - \omega_m \right).$$

En général, cette dernière solution est retenue pour réaliser le pilotage vectoriel du fait que les grandeurs de réglage deviennent continues dans ce référentiel comme il a été vu au chapitre 3. Pour agir sur les grandeurs réelles, il faut alors opérer un changement de référentiel c'est-à-dire la transformation inverse de Park et de Clarke.

De même à partir des grandeurs saisies pour l'estimation ou le contrôle, il convient pour passer dans ce repère, d'opérer les 2 transformations  $abc \rightarrow \alpha\beta$  et  $\alpha\beta \rightarrow dq$ . Si bien qu'une commande vectorielle comprendra souvent cette double transformation.

Cependant le repère lié au stator est aussi utilisé pour l'estimation des flux (voir chapitre 13) dans les commandes directes.

Dans le cas de **l'utilisation de repère lié au champ tournant**, la machine est modélisée par :

$$\begin{bmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_{ds} \\ \Psi_{qs} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega_e \\ \omega_e & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{ds} \\ \Psi_{qs} \end{bmatrix} \quad (12.5)$$

$$\begin{bmatrix} v_{dr} \\ v_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_{dr} \\ \Psi_{qr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{sl} \\ \omega_{sl} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{dr} \\ \Psi_{qr} \end{bmatrix} \quad (12.6)$$

À partir de ce système d'équations et des relations liant les flux et les courants (voir chapitre 3), nous pouvons mettre en équation la machine et son alimentation [Fu 91] :

Dans le cas d'une **alimentation en courant**, les variables de commande sont  $i_{ds}, i_{qs}, \omega_{sl}$  ou  $\omega_e$ . Le tableau 12.2 donne les modèles les plus fréquemment rencontrés.

Modèle	Variables d'état	Équation d'état
12.7	$\Psi_{dr}, \Psi_{qr}, \Omega$ <p>on pose <math>X = \begin{bmatrix} \Psi_{dr} \\ \Psi_{qr} \end{bmatrix}</math></p> <p>et <math>U = \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix}</math></p> <p><math>\Rightarrow</math> utilisées pour orienter <math>\vec{\Psi}_r</math></p>	$\frac{dX}{dt} = AX + BU$ <p>avec <math>A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_r} &amp; \omega_{sl} \\ -\omega_{sl} &amp; -\frac{1}{T_r} \end{bmatrix}</math> et <math>B = \begin{bmatrix} \frac{L_m}{T_r} \\ \frac{L_m}{T_r} \end{bmatrix}</math></p> $T_e = \frac{pL_m}{L_r} (\Psi_{dr}i_{qs} - \Psi_{qr}i_{ds})$
12.8	$i_{dr}, i_{qr}, \Omega$ <p>on pose <math>X = \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix}</math></p> <p>et <math>U = \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix}</math></p>	$\frac{dX}{dt} = AX + B_1U + B_2 \frac{dU}{dt}$ <p>avec <math>A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_r} &amp; \omega_{sl} \\ -\omega_{sl} &amp; -\frac{1}{T_r} \end{bmatrix}</math>, <math>B_1 = \begin{bmatrix} -\frac{L_m}{L_r} &amp; 0 \\ 0 &amp; -\frac{L_m}{L_r} \end{bmatrix}</math></p> <p>et <math>B_2 = \begin{bmatrix} 0 &amp; \frac{L_m}{L_r} \omega_{sl} \\ -\frac{L_m}{L_r} \omega_{sl} &amp; 0 \end{bmatrix}</math></p> $T_e = pL_m (i_{dr}i_{qs} - i_{qr}i_{ds})$
12.9	$\Psi_{ds}, \Psi_{qs}, \Omega$ <p>on pose <math>X = \begin{bmatrix} \Psi_{ds} \\ \Psi_{qs} \end{bmatrix}</math></p> <p>et <math>U = \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix}</math></p> <p><math>\Rightarrow</math> utilisées pour orienter <math>\vec{\Psi}_s</math></p>	$\frac{dX}{dt} = AX + B_1U + B_2 \frac{dU}{dt}$ <p>avec <math>A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_r} &amp; \omega_{sl} \\ -\omega_{sl} &amp; -\frac{1}{T_r} \end{bmatrix}</math>, <math>B_1 = \begin{bmatrix} \sigma L_s &amp; 0 \\ 0 &amp; \sigma L_s \end{bmatrix}</math> et</p> $B_2 = \begin{bmatrix} \frac{L_s}{T_r} & -\sigma L_s \omega_{sl} \\ \sigma L_s \omega_{sl} & \frac{L_s}{T_r} \end{bmatrix}$ $T_e = p(\Psi_{ds}i_{qs} - \Psi_{qs}i_{ds})$

Tableau 12.2. - Modélisation des machines asynchrones alimentées en courant.

Dans le cas d'une **alimentation en tension**, les variables de commande sont  $v_{ds}$ ,  $v_{qs}$  et  $\omega_e$  ou  $\omega_{sl}$ . Les tableaux 12.3 et 12.4 décrivent les modèles les plus courants.

Modèle	Variables d'état	Équation d'état
12.10	$i_{ds}, i_{qs}, i_{dr}, i_{qr}, \Omega$  on pose $X = \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix}$  et $U = \begin{bmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \end{bmatrix}$	$\frac{dX}{dt} = AX + BU$ <p style="text-align: center;">avec</p> $A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sigma T_s} & \left(\omega_e + \frac{1-\sigma}{\sigma} \omega_m\right) & & & & \\ -\left(\omega_e + \frac{1-\sigma}{\sigma} \omega_m\right) & -\frac{1}{\sigma T_s} & & & & \\ \frac{L_m}{\sigma L_r T_s} & & -\frac{L_m}{\sigma L_r} \omega_m & & & \\ \frac{L_m}{\sigma L_r} \omega_m & & \frac{L_m}{\sigma L_r T_s} & & & \\ & & \frac{L_m}{\sigma L_s T_r} & \frac{L_m}{\sigma L_s} \omega_m & & \\ -\frac{L_m}{\sigma L_s} \omega_m & & \frac{L_m}{\sigma L_s T_r} & & & \\ -\frac{1}{\sigma T_r} & & \omega_e - \frac{1}{\sigma} \omega_m & & & \\ -\omega_e + \frac{1}{\sigma} \omega_m & & -\frac{1}{\sigma T_r} & & & \end{bmatrix}$ $\text{et } B = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \\ -\frac{L_m}{\sigma L_s L_r} & 0 \\ 0 & -\frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \end{bmatrix}$ $T_e = pL_m(i_{dr}i_{qs} - i_{qr}i_{ds}) = \frac{pL_m}{L_r} (\Psi_{dr}i_{qs} - \Psi_{qr}i_{ds})$

Tableau 12.3. - Modélisation des machines asynchrones alimentées en tension.

Modèle	Variables d'état	Équation d'état
12.11	$\Psi_{ds}, \Psi_{qs}, \Psi_{dr}, \Psi_{qr}, \Omega$  on pose $X = \begin{bmatrix} \Psi_{ds} \\ \Psi_{qs} \\ \Psi_{dr} \\ \Psi_{qr} \end{bmatrix}$  et $U = \begin{bmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \end{bmatrix}$  $\Rightarrow$ utilisées pour orienter $\bar{\Psi}_r$	$\frac{dX}{dt} = AX + BU$ avec  $A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sigma T_s} & \omega_e & \frac{L_m}{\sigma L_r T_s} & 0 \\ -\omega_e & -\frac{1}{\sigma T_s} & 0 & \frac{L_m}{\sigma L_r T_s} \\ \frac{L_m}{\sigma L_s T_r} & 0 & -\frac{1}{\sigma T_r} & \omega_{sl} \\ 0 & \frac{L_m}{\sigma L_s T_r} & -\omega_{sl} & -\frac{1}{\sigma T_r} \end{bmatrix}$ et $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  $T_e = p \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} (\Psi_{qs} \Psi_{dr} - \Psi_{ds} \Psi_{qr})$

Tableau 12.3. - Modélisation des machines asynchrones alimentées en tension (suite).

Modèle	Variables d'état	Équation d'état
12.12	$\Psi_{ds}, \Psi_{qs}, i_{ds}, i_{qs}, \Omega$  on pose $X = \begin{bmatrix} \Psi_{ds} \\ \Psi_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix}$  et $U = \begin{bmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \end{bmatrix}$  $\Rightarrow$ utilisées pour orienter $\bar{\Psi}_s$	$\frac{dX}{dt} = AX + BU$ avec  $A = \begin{bmatrix} 0 & \omega_e & -R_s & 0 \\ -\omega_e & 0 & 0 & -R_s \\ \frac{1}{\sigma T_r L_s} & \frac{\omega_m}{\sigma L_s} & -\frac{1}{\sigma} \left( \frac{1}{T_r} + \frac{1}{T_s} \right) & \omega_{sl} \\ -\frac{\omega_m}{\sigma L_s} & \frac{1}{\sigma T_r L_s} & -\omega_{sl} & -\frac{1}{\sigma} \left( \frac{1}{T_r} + \frac{1}{T_s} \right) \end{bmatrix}$  et $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \end{bmatrix}$  $T_e = p (\Psi_{ds} i_{qs} - \Psi_{qs} i_{ds})$

Tableau 12.4. - Modélisation des machines asynchrones alimentées en tension.

Modèle	Variables d'état	Équation d'état
12.13	$i_{ds}, i_{qs}, \Psi_{dr}, \Psi_{qr}, \Omega$ <p>on pose <math>X = \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ \Psi_{dr} \\ \Psi_{qr} \end{bmatrix}</math></p> <p>et <math>U = \begin{bmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \end{bmatrix}</math></p> <p>⇒ utilisées pour orienter <math>\vec{\Psi}_r</math></p>	$\frac{dX}{dt} = AX + BU \text{ avec}$ $A = \begin{bmatrix} -\left(\frac{1}{T_s\sigma} + \frac{1}{T_r} \frac{1-\sigma}{\sigma}\right) & \omega_e \\ -\omega_e & -\left(\frac{1}{T_s\sigma} + \frac{1}{T_r} \frac{1-\sigma}{\sigma}\right) \\ \frac{L_m}{T_r} & 0 \\ 0 & \frac{L_m}{T_r} \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} \frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{1}{L_m T_r} & \frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{1}{L_m} \omega_m \\ -\frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{1}{L_m} \omega_m & \frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{1}{L_m T_r} \\ -\frac{1}{T_r} & \omega_{sl} \\ -\omega_{sl} & -\frac{1}{T_r} \end{bmatrix}$ $\text{et } B = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ <p>Ce modèle est déduit de 12.10 avec :</p> $i_{dr} = \frac{1}{L_r} \Psi_{dr} - \frac{L_m}{L_r} i_{ds} \text{ et } i_{qr} = \frac{1}{L_r} \Psi_{qr} - \frac{L_m}{L_r} i_{qs}$ <p>et de 12.11 avec</p> $\psi_{ds} = \sigma L_s i_{ds} + \frac{L_m}{L_r} \Psi_{dr} \text{ et } \psi_{qs} = \sigma L_s i_{qs} + \frac{L_m}{L_r} \Psi_{qr}$ $T_e = \frac{p L_m}{L_r} (\Psi_{dr} i_{qs} - \Psi_{qr} i_{ds})$

Tableau 12.4. - Modélisation des machines asynchrones alimentées en tension (suite).



On remarque que l'ordre de la matrice d'état  $A$  pour une alimentation en tension a été doublé par rapport à celui pour une alimentation en courant. La complexité de la commande en est considérablement accrue.

La deuxième étape du raisonnement consiste à fixer l'orientation du flux. Trois choix sont possibles :

- Flux rotorique :

$$\Psi_{dr} = \Psi_r \text{ et } \Psi_{qr} = 0, \quad (12.14)$$

- Flux statorique :

$$\Psi_{ds} = \Psi_s \text{ et } \Psi_{qs} = 0, \quad (12.15)$$

- Flux d'entrefer :

$$\Psi_{dg} = \Psi_g \text{ et } \Psi_{qg} = 0. \quad (12.16)$$

L'orientation du flux rotorique permet d'obtenir un couple de démarrage important mais nécessite une adaptation des paramètres rotoriques. Celle du flux statorique et du flux d'entrefer ne donne pas d'aussi bonnes performances mais requiert des lois d'adaptation moins complexes.

À partir de l'orientation retenue, il faut réécrire les équations d'état de la machine associée à son alimentation pour obtenir les lois de commande et d'autopilotage.

Nous illustrerons notre propos par la synthèse des lois vectorielles effectuant une orientation du flux rotorique mais d'autres choix sont possibles. Pour simplifier l'exposé, nous n'aborderons pas la discrétisation des commandes. Celle-ci doit cependant être faite avec soin. Une fréquence d'échantillonnage trop grande peut provoquer l'instabilité du système [PIETRZAK-DAVID 93]. Il est préférable de découper l'algorithme en tâches rapides et en tâches lentes. La commande MLI, les transformations de coordonnées et le calcul de l'orientation des repères constituent les tâches rapides.

## 12.1.2 Machine asynchrone alimentée en courant

### 12.1.2.1 Commande indirecte

#### Principe

Dans un repère lié au champ tournant, reportons les conditions 12.14 dans le modèle 12.7 :

$$\frac{d\Psi_{dr}}{dt} = -\frac{1}{T_r} \Psi_{dr} + \omega_{sl} \Psi_{qr} + \frac{L_m}{T_r} i_{ds} \text{ soit } i_{ds} = \frac{1}{L_m} \left( T_r \frac{d\Psi_r}{dt} + \Psi_r \right) \quad (12.17)$$

$$T_e = p \frac{L_m}{L_r} \Psi_r i_{qs} \quad (12.18)$$

On peut alors évaluer les courants  $i_{ds}$  nécessaires pour créer le flux  $\Psi_r$  et le courant  $i_{qs}$  pour produire le couple  $T_e$ .

La pulsation de glissement est obtenue à partir de l'équation :

$$\frac{d\Psi_{qr}}{dt} = -\frac{1}{T_r} \Psi_{qr} - \omega_{sl} \Psi_{dr} + \frac{L_m}{T_r} i_{qs} \text{ soit } \omega_{sl} = \frac{1}{\Psi_r} \frac{L_m}{T_r} i_{qs} \quad (12.19)$$

En complétant avec la loi d'autopilotage

$$\omega_e = \omega_{sl} + p\Omega \quad (12.20)$$

on détermine complètement le pilotage vectoriel.

La composante directe du flux rotorique est déterminée à partir de la vitesse de rotation du moteur.

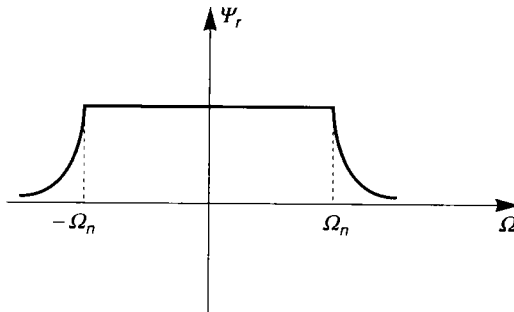


Figure 12.3. - Calcul de  $\Psi_r$ .

Au-delà de la vitesse nominale, le flux de la machine est réduit. On retrouve un fonctionnement à flux réduit déjà rencontré avec les commandes scalaires.

Le schéma complet d'une régulation de vitesse est donné sur la figure 12.4.

À partir des consignes de flux  $\Psi_r^*$  et de couple  $T_e^*$  les composantes  $i_{ds}$  et  $i_{qs}$  sont calculées. L'orientation du repère lié au champ tournant est donnée par l'intégration de la pulsation statorique  $\omega_e \left( \theta_s = \int \omega_e t + \theta_0 \right)$  obtenue par la loi d'autopilotage ( $\omega_e = \omega_{sl} + p\Omega$ ).

On peut alors calculer les composantes triphasées des courants après une rotation de  $\theta_s$  et une transformation diphasée/triphasée dans le repère lié au stator. Les courants sont alors reconstitués par un onduleur associé à une MLI.

Le filtre passe bas  $\frac{1}{T_0 s + 1}$  permet de rendre les blocs physiquement réalisables (le degré du numérateur d'une fonction de transfert doit être inférieur ou égal à celui du dénominateur).

Le couple étant directement lié à la pulsation  $\omega_{sl}$ , on peut adopter cette dernière comme référence en lieu et place de  $T_e$ . La consigne  $i_{qs}$  est donnée par  $\omega_{sl} = \frac{1}{\Psi_r} \frac{L_m}{T_r} i_{qs}$ . On obtient alors le schéma de la figure 12.5 [FU 91].

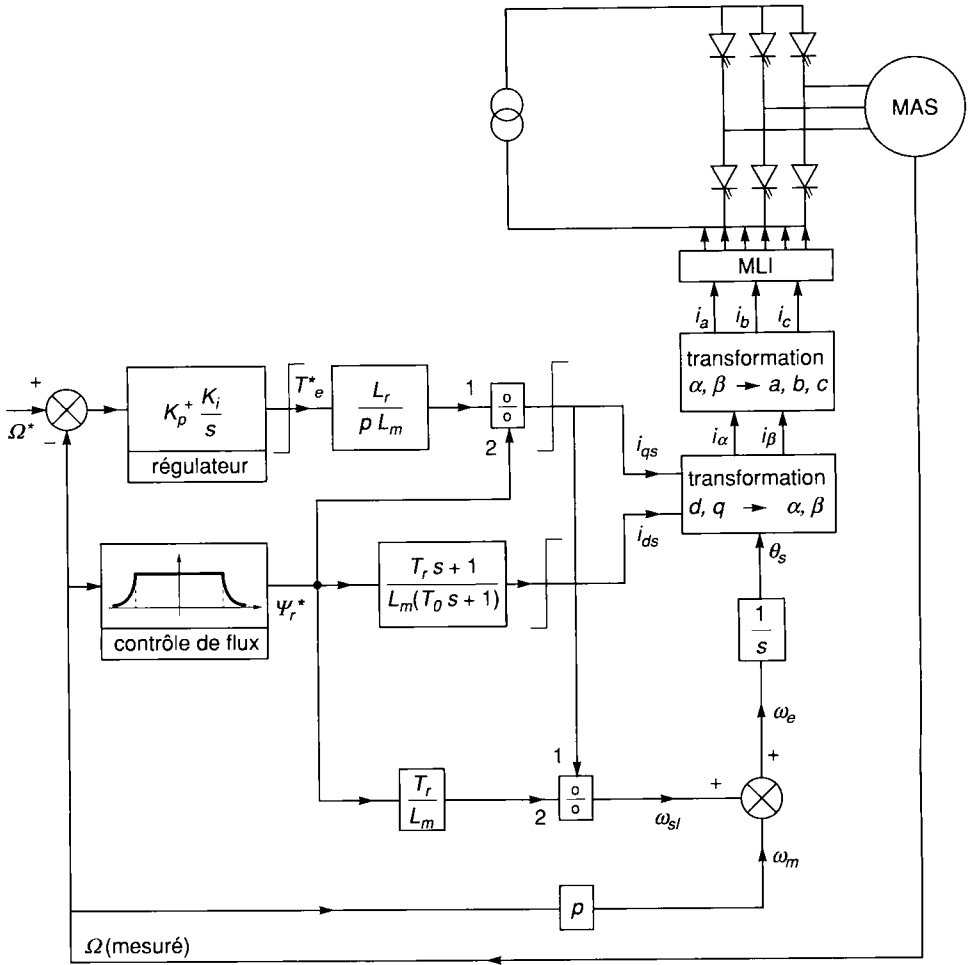


Figure 12.4. Commande vectorielle indirecte d'une machine alimentée en courant - Référence  $T_e$  et  $\Psi_r$ .

### Dégradation des performances et limites de fonctionnement

L'évolution du flux rotorique est décrit par l'équation 12.4. Le flux évolue en réponse à une variation de courant. La dynamique de réglage est fixée par la constante de temps rotorique  $T_r$ .

Dans le cas d'une méthode directe, les composantes du courant  $i_{ds}$  et  $i_{qs}$  sont évaluées à partir du flux rotorique et du couple désiré par une exploitation des équations d'état décrivant la machine. Cette commande dépend donc fortement des paramètres de celle-ci.

Un changement de température ou de fréquence provoque une modification de la résistance rotorique et statorique. Un déplacement du point de fonctionnement sur la courbe  $B(H)$  entraîne un changement de l'inductance rotorique. Le couple électromagnétique s'écarte alors de la

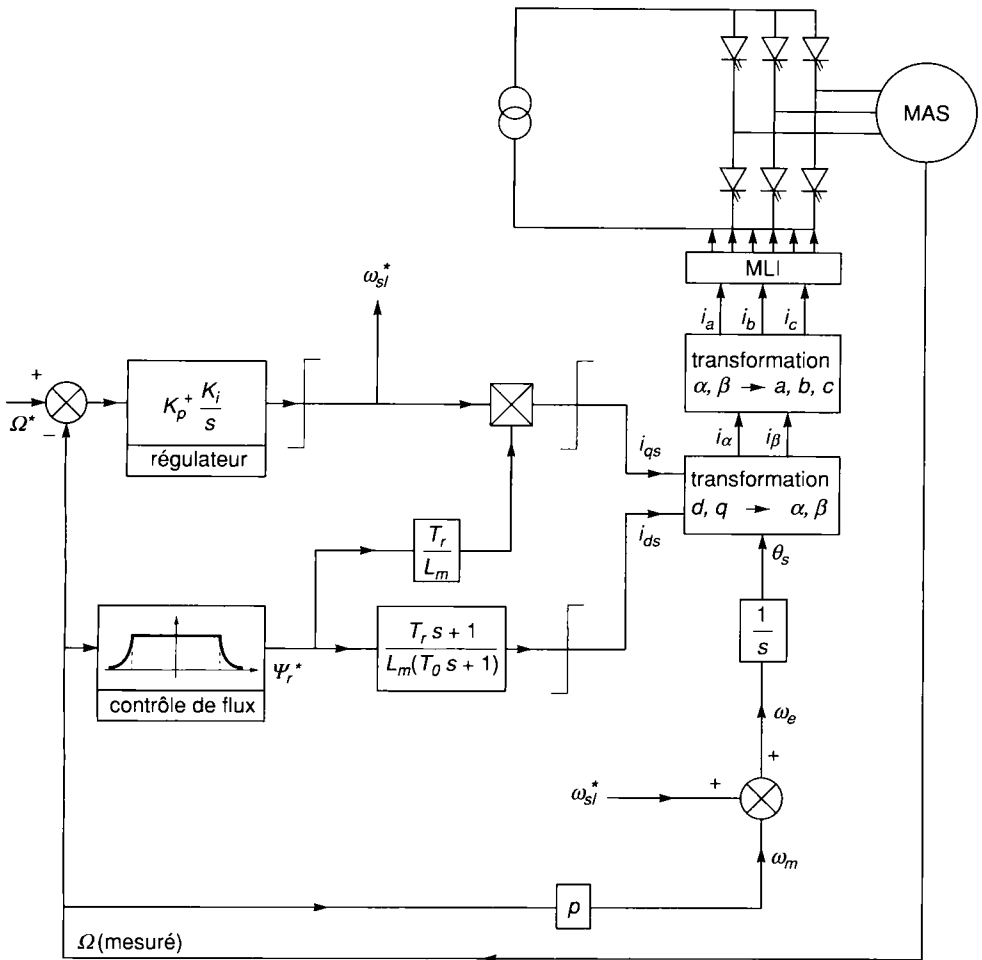


Figure 12.5. Commande vectorielle indirecte d'une machine alimentée en courant -  
Référence  $\Psi_r$  et  $\omega_{sl}$

valeur désirée. Une erreur sur la position du flux entraîne une perte du découplage d'où une altération de la réponse en régime transitoire et en régime permanent. Elle conduit à une dégradation notable de la réponse pour les faibles vitesses de rotation, elle amène des oscillations sur la vitesse et réintroduit une non-linéarité (sur le réglage du couple).

### 12.1.2.2 Commande directe

Dans un schéma de commande par orientation du flux rotorique, ce dernier peut être réglé. Il faut alors estimer ou plus rarement mesurer sa valeur. La précision et la robustesse (vis-à-vis des variations de paramètres) de l'estimateur de flux influe sensiblement sur les performances

de cette méthode [PIETRZAK DAVID 93]. Les estimateurs de flux et de couple seront présentés au chapitre 13.

Le schéma suivant donne le principe de cette commande.

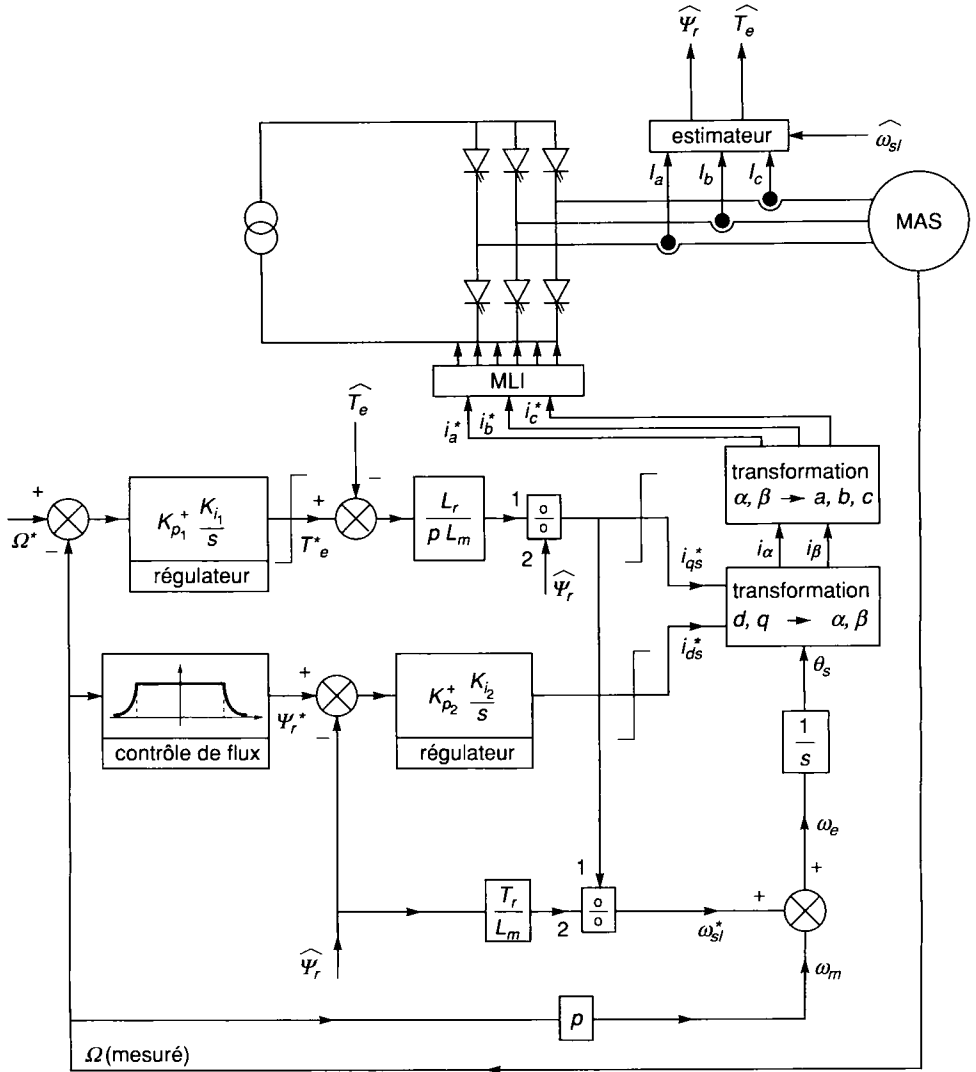


Figure 12.6. Commande vectorielle directe d'une machine alimentée en courant avec régulation de flux.

[Fu 91] propose une estimation du flux rotorique à partir de  $i_{ds}$ ,  $i_{qs}$  et  $\omega_{sl}$ :

$$T_r \frac{d\Psi_{dr}}{dt} + \Psi_{dr} = L_m i_{ds} + T_r \omega_{sl} \Psi_{qr} \text{ et } T_r \frac{d\Psi_{qr}}{dt} + \Psi_{qr} = L_m i_{qs} - T_r \omega_{sl} \Psi_{dr} \quad (12.21)$$

On peut comme au chapitre suivant estimer le flux statorique dans un repère lié au stator. On en déduit le flux rotorique. On calcule alors l'orientation du repère lié au champ glissant à partir des composantes du flux rotorique dans ce repère, en utilisant la relation :

$$\theta_s = \arctan\left(\frac{\Psi_{r\beta}}{\Psi_{r\alpha}}\right) \quad (12.22)$$

avec  $\Psi_{r\alpha}$  et  $\Psi_{r\beta}$  les composantes du flux rotorique dans un repère lié au stator.

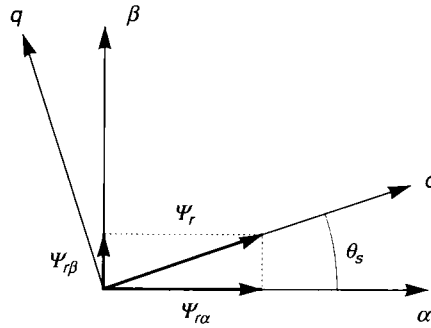


Figure 12.7. - Calcul de l'orientation du repère  $d, q$ .

On obtient alors un schéma de commande **directe** par orientation du flux rotorique.

Cependant, cette méthode peut donner un résultat fortement entaché d'erreurs si la machine est saturée.

Les performances de l'estimateur se dégradant à haute fréquence cette méthode ne peut être utilisée sur cette plage de fonctionnement.

## 12.1.3 Machine asynchrone alimentée en tension

Les remarques, faites au chapitre précédent, sur la sensibilité de ces commandes vis-à-vis des variations de paramètres gardent toute leur justesse. L'augmentation de l'ordre des systèmes avec l'introduction des transferts tensions/courants accroît cette dépendance paramétrique.

Cependant, les onduleurs de tension ne nécessitent pas d'inductance lourde et coûteuse indispensable pour réaliser une source de courant. On préfère souvent ces dispositifs en traction électrique (TGV Transmanche, voiture électrique à moteur asynchrone...).

### 12.1.3.1. Commande vectorielle

Comme précédemment, les lois de commande sont obtenues en exprimant que  $\Psi_{dr} = \Psi_r$  et  $\Psi_{qr} = 0$  dans les équations d'état de la machine représentée dans le repère lié au champ tournant rotorique.

La position  $\theta_s$  de l'axe  $d$  par rapport au stator est obtenue soit par intégration de  $\omega_e = \omega_{sl} + p\Omega$  dans le cas d'une commande indirecte ou à partir de l'équation 12.22 si l'on dispose d'une estimation du flux rotorique (comme c'est le cas sur les schémas de commande directe 12.9). La vitesse  $\Omega$  peut être mesurée ou estimée.

Reprenons le modèle 12.13 :

$$\frac{dX}{dt} = AX + BU \text{ avec :}$$

$$A = \begin{bmatrix} -\left(\frac{1}{T_s\sigma} + \frac{1}{T_r} \frac{1-\sigma}{\sigma}\right) & \omega_e & \frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{1}{L_m T_r} & \frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{1}{L_m} \omega_m \\ -\omega_e & -\left(\frac{1}{T_s\sigma} + \frac{1}{T_r} \frac{1-\sigma}{\sigma}\right) & -\frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{1}{L_m} \omega_m & \frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{1}{L_m T_r} \\ \frac{L_m}{T_r} & 0 & -\frac{1}{T_r} & \omega_{sl} \\ 0 & \frac{L_m}{T_r} & -\omega_{sl} & -\frac{1}{T_r} \end{bmatrix}$$

$$\text{et } B = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Avec : } X = \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ \Psi_{dr} \\ \Psi_{qr} \end{bmatrix} \text{ et } U = \begin{bmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \end{bmatrix}$$

Injectons les conditions 12.14. On obtient :

$$v_{ds} = \sigma L_s \frac{di_{ds}}{dt} + \left(R_s + R_r \frac{L_m^2}{L_r^2}\right) i_{ds} - \omega_e \sigma L_s i_{qs} - \frac{L_m}{L_r^2} R_r \Psi_r^* \quad (12.23)$$

$$v_{qs} = \sigma L_s \frac{di_{qs}}{dt} + \omega_e \sigma L_s i_{ds} + \left(R_s + R_r \frac{L_m^2}{L_r^2}\right) i_{qs} + \frac{L_m}{L_r} \omega_m \Psi_r^* \quad (12.24)$$

$$\frac{d\Psi_r^*}{dt} + \Psi_r^* = L_m i_{ds} \quad (12.25)$$

$$\omega_{sl} = \frac{L_m}{\Psi_r^* T_r} i_{qs} \quad (12.26)$$

Ces expressions peuvent être exploitées telles quelles pour réaliser la commande vectorielle mais elles ont un gros inconvénient :  $v_{ds}$  influe à la fois sur  $i_{ds}$  et  $i_{qs}$  donc sur le flux et le couple.

Il en est de même pour  $v_{qs}$ . On est alors amené à réaliser un découplage. Cela revient à définir deux nouvelles variables  $v_{ds_1}$  et  $v_{qs_1}$  telles que  $v_{ds_1}$  n'agisse que sur  $i_{ds}$  et  $v_{qs_1}$  sur  $i_{qs}$ . Une telle méthode sera présentée au chapitre 12.3.

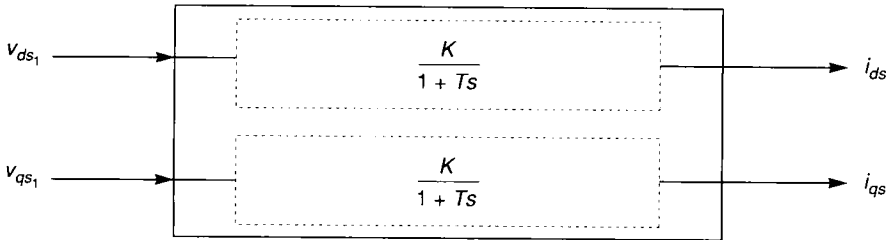


Figure 12.8. - Commande découplée.

Ces méthodes admettent de multiples variantes. Citons, à titre d'exemple, une approche originale proposée par [CASADEI 93]. Le schéma de principe est donné sur la figure 12.10.

Il réalise la commande vectorielle dans un repère lié au champ tournant dont l'axe  $d$  est lié au

flux rotorique et adopte pour variable de commande  $U = \begin{bmatrix} \Psi_{ds} \\ \Psi_{qs} \end{bmatrix}$

Le modèle 12.11 permet alors d'écrire :

$$\frac{d\Psi_{dr}}{dt} = \frac{L_m}{\sigma L_s T_r} \Psi_{ds} - \frac{1}{\sigma T_r} \Psi_{dr} + \omega_{sl} \Psi_{qr} \quad (12.27)$$

$$T_e = p \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} (\Psi_{qs} \Psi_{dr} - \Psi_{ds} \Psi_{qr}) \quad (12.28)$$

Soit compte tenu de  $\Psi_{dr} = \Psi_r$  et  $\Psi_{qr} = 0$ , on obtient les lois de commande :

$$\Psi_{ds} = \frac{\sigma L_s T_r}{L_m} \frac{d\Psi_r}{dt} + \frac{L_s}{L_m} \Psi_r = \frac{L_s}{L_m} \left( \sigma T_r \frac{d\Psi_r}{dt} + \Psi_r \right) \quad (12.29)$$

$$\Psi_{qs} = \frac{\sigma L_s L_r}{p L_m} \frac{T_e}{\Psi_r} \quad (12.30)$$

$\Psi_{ds}$  permet de fixer le flux rotorique  $\Psi_r$  avec une constante de temps  $\sigma T_r \ll T_r$ ,  $\Psi_{qs}$  permet de régler le couple.

Le flux statorique  $\bar{\Psi}_s$  peut être estimé dans un repère fixe par rapport au stator (voir chapitre 13). Le flux rotorique dans ce même repère est alors donné par :

$$\bar{\Psi}_r = \frac{L_r}{L_m} (\bar{\Psi}_s - \sigma L_s \bar{i}_s) \quad (12.31)$$

On peut donc en déduire l'orientation  $\theta_s$  de  $\bar{\Psi}_r$  par rapport au repère lié au stator et donc de l'axe  $d$  (du repère lié au champ tournant) par rapport au stator :



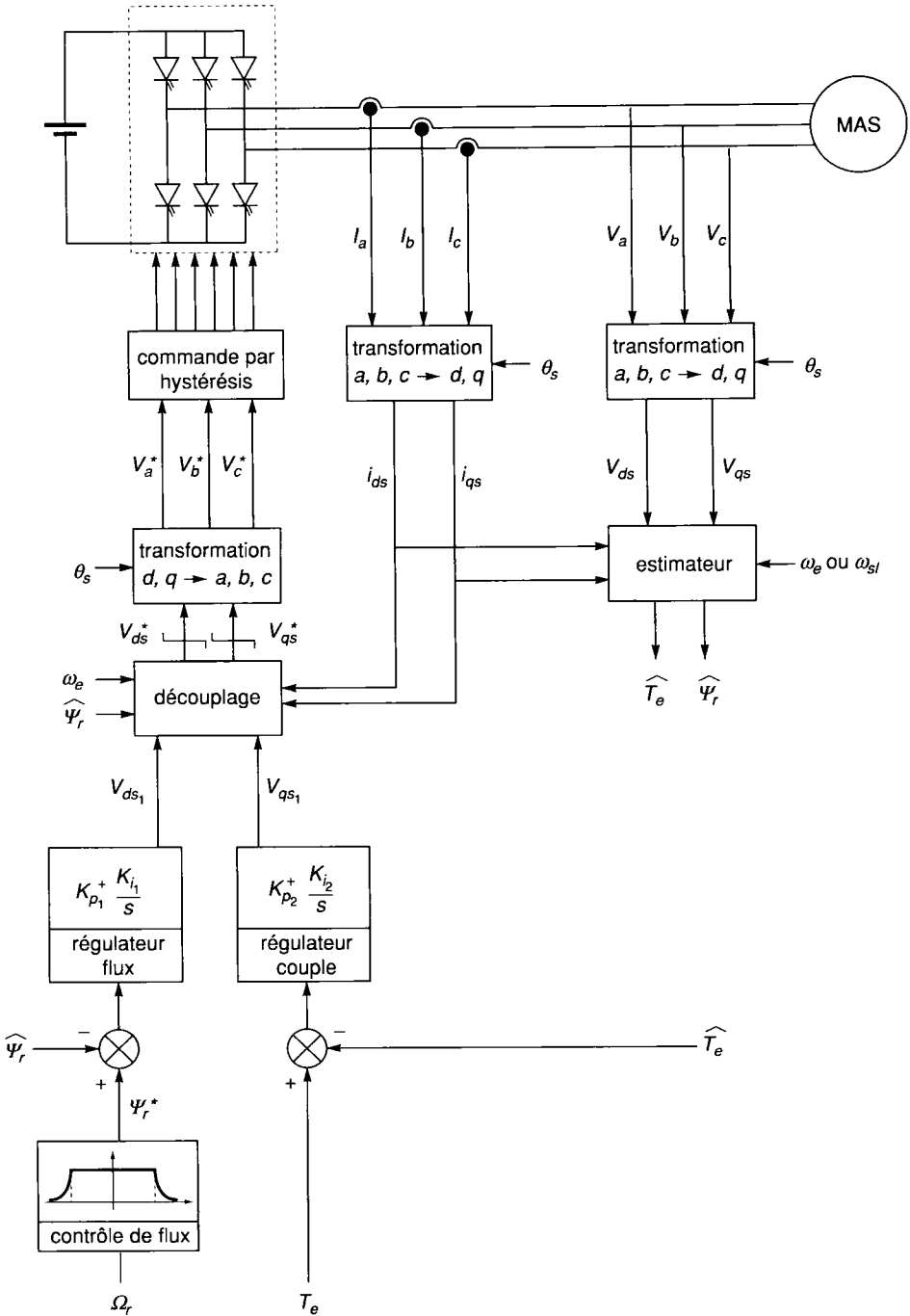


Figure 12.9. - Contrôle vectoriel direct du flux d'une machine alimentée en tension.

$$\theta_s = \arctan\left(\frac{\Psi_{r\beta}}{\Psi_{r\alpha}}\right) \quad (12.32)$$

avec  $\Psi_{r\alpha}$  et  $\Psi_{r\beta}$  les composantes du flux rotorique dans un repère lié au stator.

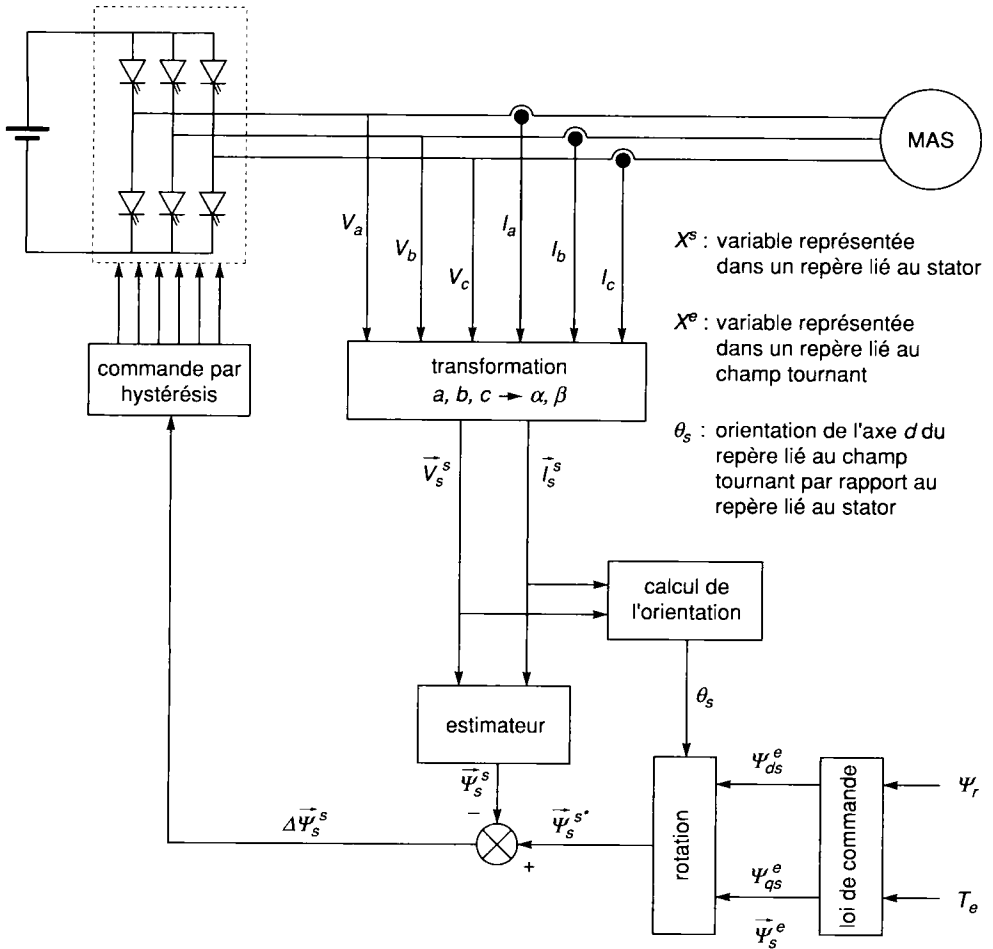


Figure 12.10. - Contrôle vectoriel direct du flux rotorique par le flux statorique.

À partir des consignes de couple et de flux rotoriques, les lois de commande donnent les coordonnées  $\Psi_{ds}^*$  et  $\Psi_{qs}^*$  du flux statorique désiré  $\bar{\Psi}_s^*$  dans le repère lié au champ tournant.

L'estimateur fournit le flux statorique  $\bar{\Psi}_s^s$  dans un référentiel fixe par rapport au stator. À partir de ce flux et du courant statorique, on en déduit l'orientation de l'axe  $d$  lié au champ tournant. On peut donc calculer les composantes de  $\bar{\Psi}_s^*$  dans le repère lié au stator. L'erreur entre la consigne  $\bar{\Psi}_s^*$  et la valeur estimée permet l'évaluation de la tension à appliquer au pas d'échantillonnage suivant.

Cette commande est très sensible à une variation de  $R_s$  et de  $\sigma L_s$ . L'auteur [CASADEI 93] propose une adaptation de ce dernier paramètre.

Toutes ces méthodes admettent des versions directes ou indirectes.

### 12.1.3.2 Commande directe du flux et du couple

Souvent, la commande vectorielle ne peut être maintenue en survitesse. La fréquence des commutations devient trop importante. On adopte alors une commande directe en couple et en flux [ANDRESEN 93][BOLDEA 92]. Le schéma de principe est donné sur la figure 12.11.

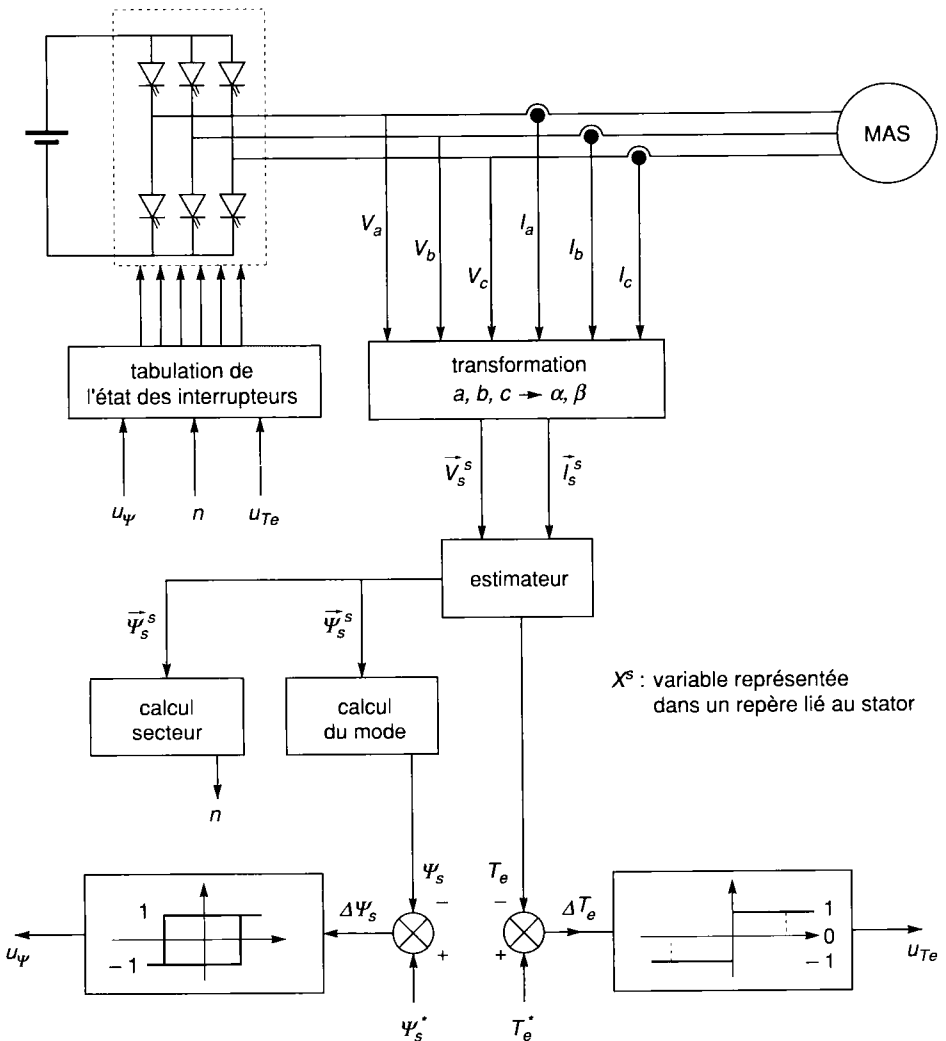


Figure 12.11. - Commande directe du flux et du couple.

Dans un repère lié au stator, le flux  $\vec{\psi}_s^s$  et le couple  $T_e$  sont estimés. Un algorithme élémentaire (similaire à celui introduit au paragraphe 9.5.4.2) donne alors le secteur  $n$  où se trouve le vecteur flux statorique  $\vec{\psi}_s^s$  (voir figure 12.12). L'erreur entre la consigne de flux et le module de  $\vec{\psi}_s^s$  est envoyée sur un comparateur deux états à hystérésis (sortie  $u_\psi$ ). Celle entre la consigne de couple et  $T_e$  est introduite en entrée d'un comparateur trois états à hystérésis (sortie  $u_{Te}$ ). À partir des signaux  $u_\psi$ ,  $u_{Te}$  et  $n$ , une table donne l'état des interrupteurs (voir tableau 12.5).

secteur $n$		I	II	III	IV	V	VI
$u_\psi$	$u_{Te}$						
1	1	$\vec{V}_2$	$\vec{V}_3$	$\vec{V}_4$	$\vec{V}_5$	$\vec{V}_6$	$\vec{V}_1$
	0	$\vec{V}_7$	$\vec{V}_0$	$\vec{V}_7$	$\vec{V}_0$	$\vec{V}_7$	$\vec{V}_0$
	-1	$\vec{V}_6$	$\vec{V}_1$	$\vec{V}_2$	$\vec{V}_3$	$\vec{V}_4$	$\vec{V}_5$
0	1	$\vec{V}_3$	$\vec{V}_4$	$\vec{V}_5$	$\vec{V}_6$	$\vec{V}_1$	$\vec{V}_2$
	0	$\vec{V}_0$	$\vec{V}_7$	$\vec{V}_0$	$\vec{V}_7$	$\vec{V}_0$	$\vec{V}_7$
	-1	$\vec{V}_5$	$\vec{V}_6$	$\vec{V}_1$	$\vec{V}_2$	$\vec{V}_3$	$\vec{V}_4$

Tableau 12.5. - Détermination des séquences de conduction.

$\vec{V}_i$  représente le vecteur de tension obtenu en sortie de l'onduleur pour la configuration «  $i$  ».

	$T_A^+$	$T_B^+$	$T_B^+$	$T_A^-$	$T_B^-$	$T_B^-$
$\vec{V}_0$	0	0	0	1	1	1
$\vec{V}_1$	1	0	0	0	1	1
$\vec{V}_2$	1	1	0	0	0	1
$\vec{V}_3$	0	1	0	1	0	1
$\vec{V}_4$	0	1	1	1	0	0
$\vec{V}_5$	0	0	1	1	1	0
$\vec{V}_6$	1	0	1	0	1	0
$\vec{V}_7$	1	1	1	0	0	0

Tableau 12.6. - Correspondance Vecteur de tension en sortie de l'onduleur - configuration.

L'évolution du flux statorique est imposée par le vecteur de tension :

$$\vec{v}_s = R_s \vec{i}_s + \frac{d\vec{\psi}_s}{dt} \approx \frac{d\vec{\psi}_s}{dt} \tag{12.33}$$

Dans chaque secteur, le flux est maintenu dans une bande d'hystérésis autour de sa valeur de consigne à l'aide des deux configurations définies par les vecteurs adjacents (dans le secteur  $I$  par  $\vec{V}_2$  et  $\vec{V}_3$  si  $u_{Te} = 1$  et  $\vec{V}_6$  et  $\vec{V}_5$  si  $u_{Te} = -1$ ).

Le contrôle du couple est assuré par une commutation entre les états de repos (où, la tension appliquée aux bornes de la machine étant nulle, le flux statorique reste fixe) et les états actifs (où, la machine étant alimentée, le flux statorique avance). Une augmentation du couple de consigne conduit à une accélération du flux, donc une augmentation du glissement et du couple  $T_e$ . Inversement, une diminution du couple de consigne entraîne une décélération du flux statorique, donc une diminution du glissement et du couple  $T_e$ .

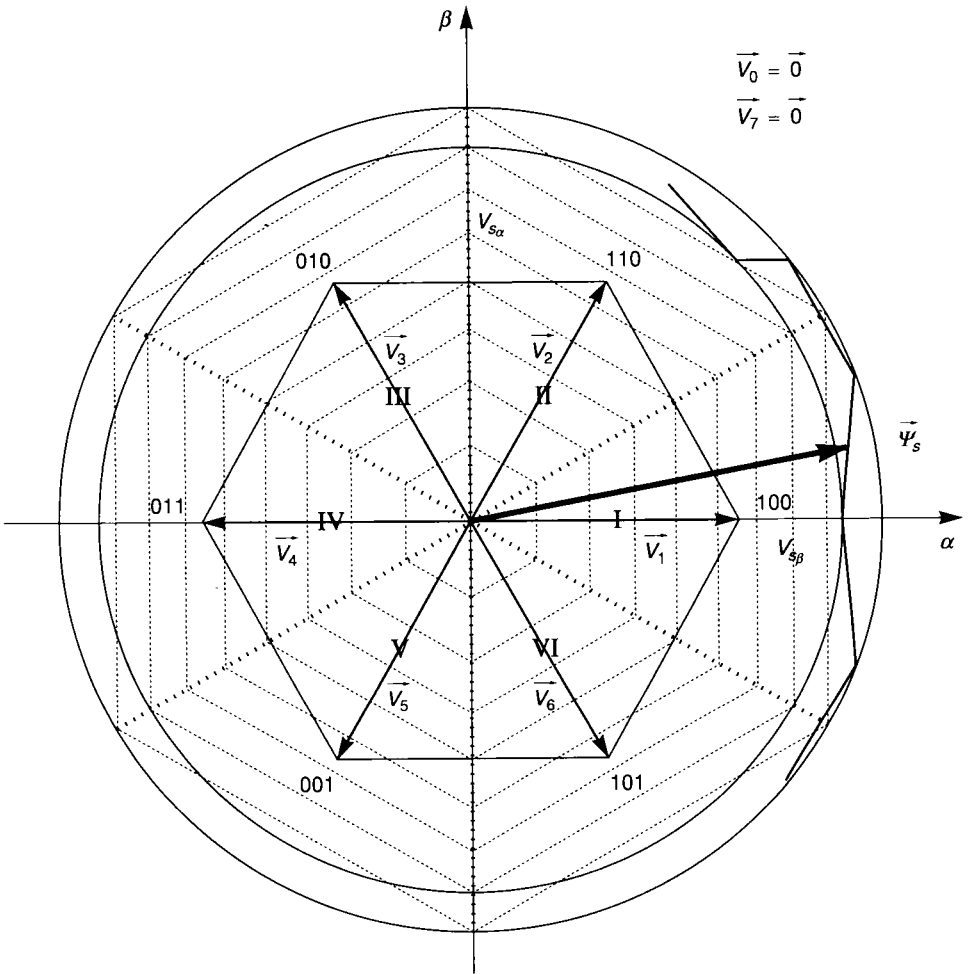


Figure 12.12. - Trajectoire du flux statorique.

Cette commande fonctionne dans les deux sens de rotation.

## 12.2 Commandes vectorielles des machines synchrones

Les principes généraux des commandes vectorielles des machines synchrones restent identiques à ceux introduits pour les moteurs asynchrones mais avec des spécificités suivant les technologies utilisées (machines à rotor bobiné, à pôles saillants ou à pôles lisses, à réluctance variable directe ou inversée, à aimants montés en surface ou enterrés).

Ces contrôles permettent une amélioration du temps de réponse et de la qualité du couple mais conduisent à des commandes complexes.

Nous n'aborderons pas le cas des machines à réluctance variable pour ne pas alourdir l'exposé. Cependant, le lecteur pourra se reporter aux références données dans la bibliographie [BOLDEA 94] [VAS 94].

Le contrôle vectoriel porte en général sur des machines alimentées en tension et régulées en courant sur les axes  $d$  et  $q$ . Cette topologie permet une meilleure dynamique dans le contrôle du couple tout en évitant les inconvénients d'une alimentation en courant.

Dans tous les cas de figure, l'autopilotage assure  $\omega_e = \omega_m$ .

### 12.2.1 Principe de la commande vectorielle d'une machine synchrone alimentée en tension et régulée en courant

Au chapitre III, on a montré que dans un repère  $d, q$  avec l'axe  $d$  aligné sur le flux rotorique

$$v_{ds} = R_s i_{ds} + \frac{d\Psi_{ds}}{dt} - \omega_e \Psi_{qs} \quad (12.34)$$

$$v_{qs} = R_s i_{qs} + \frac{d\Psi_{qs}}{dt} + \omega_e \Psi_{ds} \quad (12.35)$$

Pour une machine à aimants :

$$\Psi_{ds} = L_{ds} i_{ds} + \Psi_f \quad (12.36)$$

$$\Psi_{qs} = L_{qs} i_{qs} \quad (12.37)$$

et dans le cas d'une machine à rotor bobiné avec amortisseurs :

$$\Psi_{ds} = L_{ds} i_{ds} + M_f i_f + M_D i_D \quad (12.38)$$

$$\Psi_{qs} = L_{qs} i_{qs} + M_Q i_Q \quad (12.39)$$

avec  $\psi_f = \sqrt{\frac{3}{2}} \hat{\Psi}_f$  composante sur l'axe  $d$  du flux inducteur  $\hat{\Psi}_f$  engendré par les aimants de la roue polaire

$$\Psi_{qs} = L_{qs} i_{qs} \quad (12.40)$$

Dans le cas général le couple est donné par :

$$T_e = p \left( (L_{ds} - L_{qs}) i_{ds} i_{qs} + M_{fif} i_{qs} + M_{D^i Dr} i_{qs} - M_{Q^i Qr} i_{ds} \right) \quad (12.41)$$

Et pour une machine à f.e.m. sinusoïdale dont le flux est imposé par des aimants et sans amortisseur, 12.41 se simplifie en :

$$T_e = p \left( (L_{ds} - L_{qs}) i_{ds} i_{qs} + \Psi_f i_{qs} \right) \quad (12.42)$$

Dans le cas d'une machine sans saillance ( $L_d = L_q$ ) et sans amortisseur, le couple électromagnétique ne dépend que de la composante du courant sur l'axe  $q$ . La puissance absorbée est optimisée pour un couple donné si  $i_{ds} = 0$ .

La commande doit maintenir  $i_{ds} = 0$  et réguler le couple avec  $i_{qs}$ .

Si la machine possède une saillance directe ( $L_{ds} > L_{qs}$ ) ou inverse ( $L_{qs} > L_{ds}$ ), le couple dépend simultanément de  $i_{qs}$  et de  $i_{ds}$ . Dans le cas des machines à aimants, on peut utiliser  $i_{ds}$  pour affaiblir, dans une certaine mesure, la composante du flux sur l'axe  $d$  (voir paragraphe 12.2.2).

La régulation de courant peut se faire à l'aide de comparateurs à hystérésis (voir figure 12.13 pour une machine à rotor bobiné sans saillance) [NOVOTNY 91]. Mais le principe reste valable pour des machines à aimants [DHAOUADI 90].

À partir de 12.34 à 12.40, pour une machine à aimants, on obtient :

$$v_{ds} = R_s i_{ds} + L_{ds} \frac{di_{ds}}{dt} - \omega_e L_{qs} i_{qs} \quad (12.43)$$

$$v_{qs} = R_s i_{qs} + L_{qs} \frac{di_{qs}}{dt} + \omega_e L_{ds} i_{ds} + \omega_e \Psi_f \quad (12.44)$$

et

$$T_e = p \left( (L_{ds} - L_{qs}) i_{ds} i_{qs} + \Psi_f i_{qs} \right) \quad (12.45)$$

Ces équations montrent que  $v_{ds}$  et  $v_{qs}$  dépendent à la fois des courants sur les axes  $d$  et  $q$ . On est donc amené à implanter un découplage comme pour la machine asynchrone alimentée en tension. Cette technique est développée au chapitre 12.3 dans le cas de la machine synchrone.

On omet souvent les termes de découplage si la fréquence de travail du convertisseur et celle d'échantillonnage sont suffisamment élevées [LEVI 91].

Dans notre exemple, on peut définir :

$$v_{ds} = v_{ds_1} - f e m_d \quad (12.46)$$

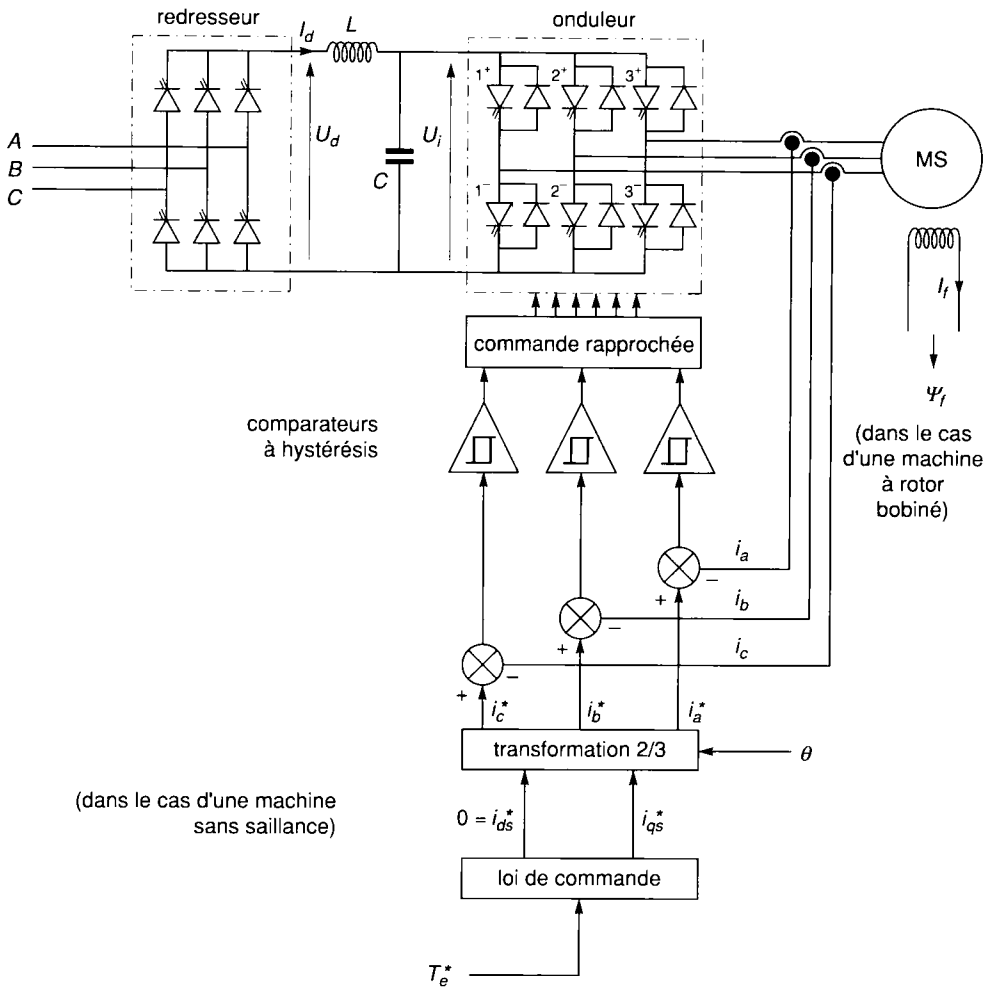


Figure 12.13. - Contrôle vectoriel d'une machine synchrone alimentée en tension et régulée en courant.

$$v_{qs} = v_{qs1} - fem_q \tag{12.47}$$

$$fem_d = \omega_e L_{qs} i_{qs} \tag{12.48}$$

$$fem_q = -\omega_e L_{ds} i_{ds} - \omega_e \Psi_f \tag{12.49}$$

On a donc :

$$i_{ds} = \frac{1}{R_s + sL_{ds}} v_{ds1} \text{ et } i_{qs} = \frac{1}{R_s + sL_{qs}} v_{qs1} \tag{12.50}$$

La commande obtenue est représentée sur la figure 12.14.



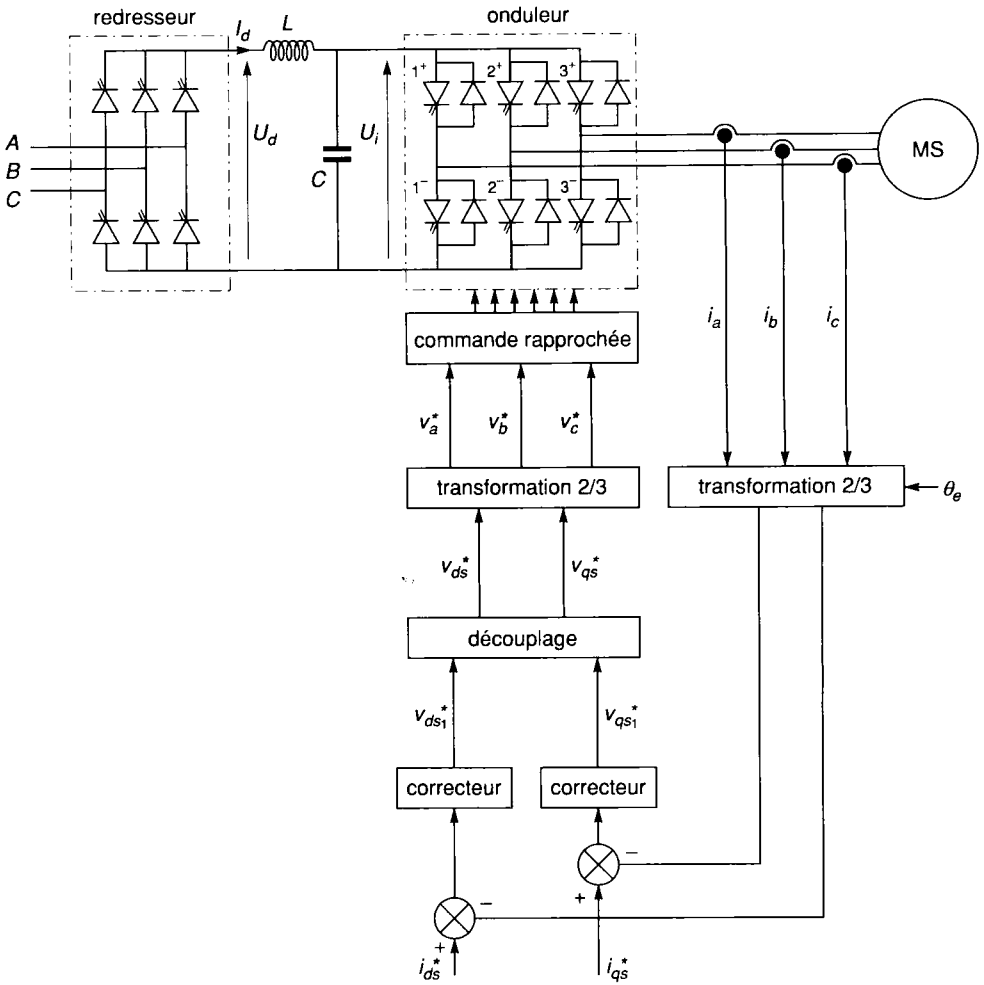


Figure 12.14. - Contrôle vectoriel d'une machine synchrone alimentée en tension et régulée en courant.

## 12.2.2 Réduction du flux dans les machines synchrones à aimants

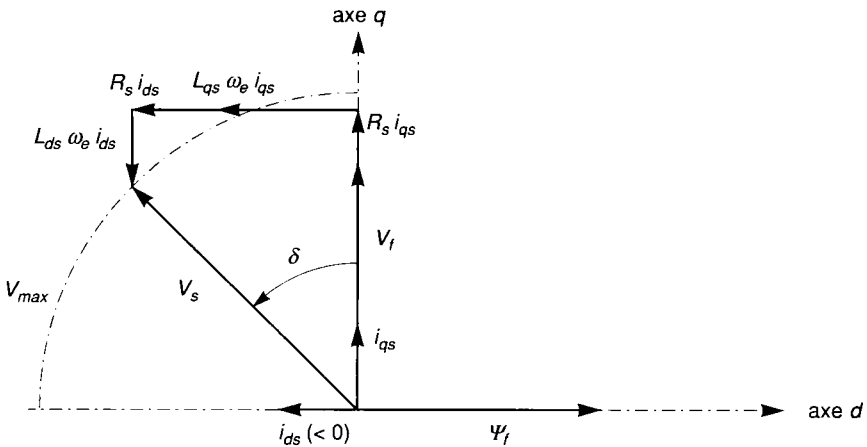
Dans les machines synchrones à rotor bobiné, une réduction du flux  $\Psi_f$  peut être obtenue par une diminution du courant inducteur. Mais cette technique ne peut plus être utilisée lorsque le flux est créé par des aimants permanents. Pour les vitesses supérieures à la vitesse nominale de la machine, la tension est maintenue constante. L'accroissement de vitesse est obtenu par une réduction de flux. La machine fonctionne dans une région à « puissance constante ».

Dans ce cas, les machines à aimants enterrés présentant une forte saillance (rotor laminé axialement) sont les mieux adaptées aux applications qui nécessitent une grande plage de survitesse [VAS 94 p 116][SOONG 94].

L'affaiblissement du flux reste possible avec d'autres technologies (aimants en surface...). Mais la stratégie de contrôle assurant un couple maximal en mode « défluxé » est différente et peut présenter différentes options.

Au-dessus de la vitesse de base, la tension ne doit pas augmenter. Il faut donc effectuer une réduction de flux. Celle-ci est obtenue en introduisant une composante négative sur  $i_{ds}$  (on considère un repère  $dq$  dont l'axe  $d$  est lié à  $\Psi_f$ ). Cette dernière, opposée au flux inducteur  $\Psi_f$  provoque une réduction du flux d'entrefer. Mais on doit alors réduire  $i_{qs}$  pour avoir  $i_s = \sqrt{i_{ds}^2 + i_{qs}^2} < i_{\max}$

[LEONARD 94] ce qui implique un affaiblissement du couple. Ce mode de réduction du flux est moins performant qu'une diminution directe du flux inducteur dans le cas d'une machine à rotor bobiné (il implique nécessairement une augmentation de  $|i_{ds}|$  et donc des pertes). Son utilisation doit demeurer limitée dans le temps pour ne pas provoquer un échauffement excessif de la machine.



**Figure 12.15 - Réduction de flux dans une machine synchrone à aimants enterrés par réaction d'induit.**

Représentons plus précisément les différents modes de fonctionnement d'un moteur à aimants permanents [JAHNS 87] [DHAOUADI 90] dans le plan  $i_{ds}, i_{qs}$ . Pour simplifier les calculs, nous supposons  $R_s = 0$ .

Les zones de fonctionnement (figure 10.16) sont limitées par les contraintes en tension et en courant du convertisseur et de la machine.

La limite en courant

$$i_{ds}^2 + i_{qs}^2 = i_{\max}^2 \tag{12.51}$$

est donnée par un cercle centré sur l'origine.

Celle en tension est déterminée par :

$$v_{ds}^2 + v_{qs}^2 = v_{\max}^2 \quad (12.52)$$

soit :

$$v_{\max}^2 = (L_{qs}\omega_e i_{qs})^2 + (L_{ds}\omega_e i_{ds} + \omega_e \psi_f)^2 = \omega_e^2 \left( (L_{qs}i_{qs})^2 + (L_{ds}i_{ds} + \psi_f)^2 \right) \quad (12.53)$$

Rappelons  $\omega_e = \omega_m$  pour la machine synchrone.

L'équation 12.53 définit des trajectoires ellipsoïdales dont les dimensions diminuent avec la vitesse et centrées en  $\left(-\frac{\psi_f}{L_{ds}}, 0\right)$ .

Les courbes  $T_e = \text{cste}$  sont des hyperboles présentant une asymptote parallèle à l'axe  $q$  et passant par  $\left(-\frac{\psi_f}{L_{ds} - L_{qs}}, 0\right)$ .

Représentons ces courbes sur la figure 12.16 dans le cas où  $L_{qs} > L_{ds}$  [BIANCHI 94] :

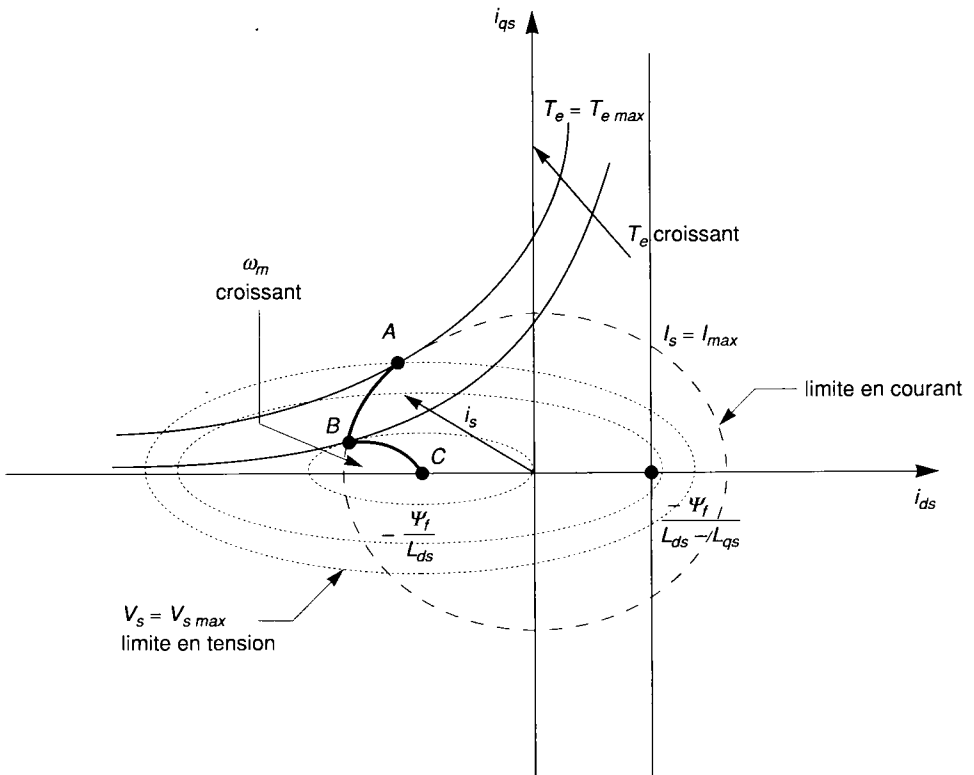


Figure 12.16. Limite de fonctionnement d'une machine synchrone à aimants (extrait de [BIANCHI 94] avec l'aimable autorisation de l'EPFL © EPFL/LME 94).

On distingue trois types de fonctionnement :

### 1 Mode à couple constant

Lorsque la machine tourne en deçà de sa vitesse nominale, le couple est limité par l'amplitude maximale de courant. La loi de commande assure un rapport (Couple / Intensité) optimal. Ceci correspond au point de tangence de l'hyperbole associée au couple désiré et au cercle  $I_s = \text{cste}$ . Le point  $A$  donne le couple maximal que peut fournir la machine avec un courant  $I_s = I_{max}$ .

### 2 Mode à flux réduit avec limite en tension et en courant

De la vitesse nominale (point  $A$ , vitesse  $\omega_{m_A}$ ) jusqu'à la vitesse  $\omega_{m_B}$  (point  $B$ ), la loi de commande maintient le courant et la tension à leur valeur nominale. Le point de fonctionnement ( $i_{ds}$ ,  $i_{qs}$ ) est donc donné par l'intersection du cercle définissant le courant limite et l'ellipse relative à la tension maximale à la vitesse considérée. Une augmentation de  $\omega_m$  se traduit par une diminution de la taille de l'ellipse ( $V_s = V_{max}$ ) et un déplacement du point d'intersection sur le cercle  $I = I_{max}$ . L'augmentation de vitesse se fait avec diminution du couple disponible à « puissance constante ».

### 3 Mode à flux réduit et limite en tension (zone où la puissance décroît)

Pour une machine telle que  $\Psi_f < L_{ds} i_{max}$  (le centre des ellipses  $C$  est à l'intérieur du cercle  $I = I_{max}$ ) et au delà de  $\omega_{m_B}$ , la loi de commande assure un couple maximal avec une tension limitée à sa valeur nominale  $V_{max}$ . À  $\omega_m$  donné, ( $i_{ds}$ ,  $i_{qs}$ ) est donc défini par le point de tangence de l'hyperbole du couple et de l'ellipse ( $V_s = V_{max}$ ).

Lors d'une augmentation de vitesse, le couple et la puissance disponibles sont réduits.

Avec les hypothèses retenues, il n'y a pas de limite en vitesse (à part des contraintes mécaniques). La trajectoire converge vers  $C$  pour un couple nul.

Les limites et l'existence de ces modes de fonctionnement dépendent des classes de machines utilisées. Le lecteur peut trouver une description complète dans [SOONG 94].

## 12.3 Séparation de modes, découplage

### 12.3.1 Séparation de modes

Cette méthode [PIEZTRAK-DAVID 88][DE FORNEL 89][BORNE 92B] consiste à séparer les composantes lentes et rapides du vecteur d'état  $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ . Les premières sont regroupées dans  $x_1$  et les secondes dans  $x_2$ . On est souvent conduit, par exemple, à séparer les grandeurs électriques (courants...) et mécaniques (vitesse de rotation...).

L'objectif est de ramener le système sous la forme suivante :

$$\frac{dx_1}{dt} = A_1x_1 + A_2x_2 + B_1u \quad (12.54)$$

$$\varepsilon \frac{dx_2}{dt} = A_3x_1 + A_4x_2 + B_2u \quad (12.55)$$

$$y = C_1x_1 + C_2x_2 \quad (12.56)$$

avec  $0 < \varepsilon \ll 1$

Ces équations font intervenir deux échelles de temps :

- $t$  : pour les variables lentes,
- $\tau = t/\varepsilon$  échelle dilatée pour les variables rapides.

Les variables  $x_1$  et  $x_2$  sont décomposées suivant leurs composantes lentes et rapides (le fondamental et leurs harmoniques par exemple).

On pose donc :

$$x_1 = x_{1l} + x_{1r}, x_2 = x_{2l} + x_{2r}, u = u_l + u_r \text{ et } y = y_l + y_r$$

On suppose que les variables rapides ont atteint leur régime d'équilibre pour écrire le modèle lent ( $\varepsilon = 0$ ) :

$$\frac{dx_{1l}}{dt} = A_1x_{1l} + A_2x_{2l} + B_1u_l \quad (12.57)$$

$$0 = A_3x_{1l} + A_4x_{2l} + B_2u_l \quad (12.58)$$

$$y_l = C_1x_{1l} + C_2x_{2l} \quad (12.59)$$

On en déduit les équations du sous-système « lent » :

$$\frac{dx_{1l}}{dt} = (A_1 - A_2A_4^{-1}A_3)x_{1l} + (B_1 - A_2A_4^{-1}B_2)u_l \quad (12.60)$$

$$y_l = (C_1 - C_2A_4^{-1}A_3)x_{1l} + (-C_2A_4^{-1}B_2)u_l \quad (12.61)$$

Le système rapide est obtenu en représentant les variations  $x_{2r}$  de  $x_2$  autour de son régime établi  $x_{2l}$  et en supposant les variables lentes constantes  $\left(\frac{dx_{1l}}{d\tau} = 0\right)$

$$\frac{dx_2}{d\tau} = A_4x_{2r}(\tau) + B_2u_r(\tau) \quad (12.62)$$

$$y_r = C_2x_{2r} \quad (12.63)$$

On peut alors calculer séparément les gains des retours d'état (voir chapitre 14) et en déduire la loi de commande :

$$u = K_1x_{1l} + K_2x_{2r} \quad (12.64)$$

Le lecteur trouvera une application de cette méthode au chapitre 13.2.1 dans le cadre d'un estimateur de flux.

## 12.3.2 Découplage

Les lois de commandes vectorielles des machines asynchrones alimentées en tension présentent des couplages entre les actions sur les axes  $d$  et  $q$ . Le flux et le couple dépendent simultanément des tensions  $v_{ds}$  et  $v_{qs}$ .

Ainsi si nous reprenons la description d'une commande vectorielle par orientation du flux rotorique sur l'axe  $d$  d'un repère lié au champ tournant, nous avons montré au paragraphe 12.1.3 :

$$v_{ds} = \sigma L_s \frac{di_{ds}}{dt} + \left( R_s + R_r \frac{L_m^2}{L_r^2} \right) i_{ds} - \omega_e \sigma L_s i_{qs} - \frac{L_m}{L_r^2} R_r \Psi_r^* \quad (12.65)$$

$$v_{qs} = \sigma L_s \frac{di_{qs}}{dt} + \omega_e \sigma L_s i_{ds} + \left( R_s + R_r \frac{L_m^2}{L_r^2} \right) i_{qs} + \frac{L_m}{L_r} \omega_m \Psi_r^* \quad (12.66)$$

$$\frac{d\Psi_r^*}{dt} + \Psi_r^* = L_m i_{ds} \quad (12.67)$$

$$\omega_{sl} = \frac{L_m}{\Psi_r^* T_r} i_{qs} \quad (12.68)$$

Ces équations mettent en évidence le couplage entre les actions sur les axes  $d$  et  $q$ .

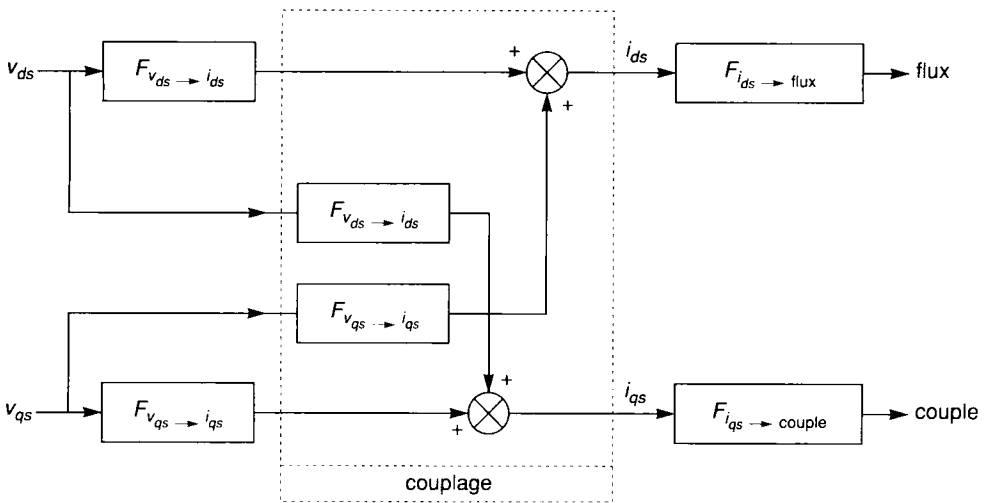


Figure 12.17. - Description des couplages.

### Découplage par compensation

Définissons deux nouvelles variables de commande  $v_{ds1}$  et  $v_{qs1}$  [ROBOAM 91][PIETRZAK-DAVID 93] :

$$v_{ds} = v_{ds1} - fem_d \quad \text{et} \quad v_{qs} = v_{qs1} - fem_q \quad (12.69)$$

avec 
$$fem_d = \omega_e \sigma L_s i_{qs} + \frac{L_m}{L_r} R_r \Psi_r^* \tag{12.70}$$

et 
$$fem_q = -\omega_e \sigma L_s i_{ds} - \frac{L_m}{L_r} \omega_r \Psi_r^* = -\omega_e \sigma L_s i_{ds} - \frac{L_m}{L_r} (\omega_e - \omega_{sl}) \Psi_r^*$$

Soit 
$$fem_q = -\omega_e \sigma L_s i_{ds} - \frac{L_m}{L_r} \omega_e \Psi_r^* + \frac{L_m^2}{L_r T_r} i_{qs} \tag{12.71}$$

Les tensions  $v_{ds}$  et  $v_{qs}$  sont alors reconstituées à partir des tensions  $v_{ds1}$  et  $v_{qs1}$  :

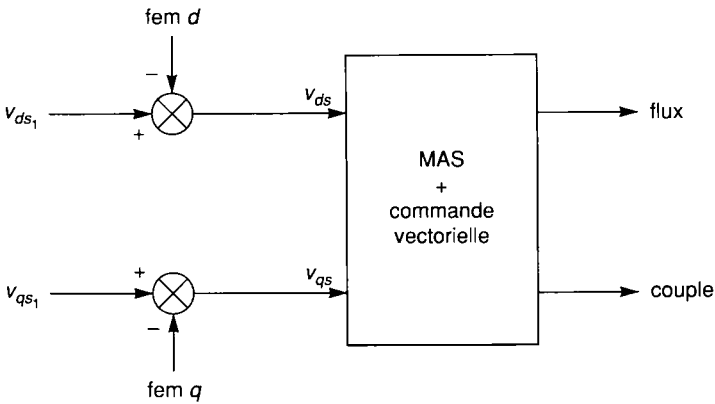


Figure 12.18. - Reconstitutions des tensions  $v_{ds}$  et  $v_{qs}$ .

Nous définissons ainsi un nouveau système (figure 12.19) pour lequel :

$$v_{ds1} = \sigma L_s \frac{di_{ds}}{dt} + \left( R_s + R_r \frac{L_m^2}{L_r^2} \right) i_{ds} \text{ et } v_{qs1} = \sigma L_s \frac{di_{qs}}{dt} + \left( R_s + R_r \frac{L_m^2}{L_r^2} \right) i_{qs} \tag{12.72}$$

Les actions sur les axes  $d$  et  $q$  sont donc découplées.

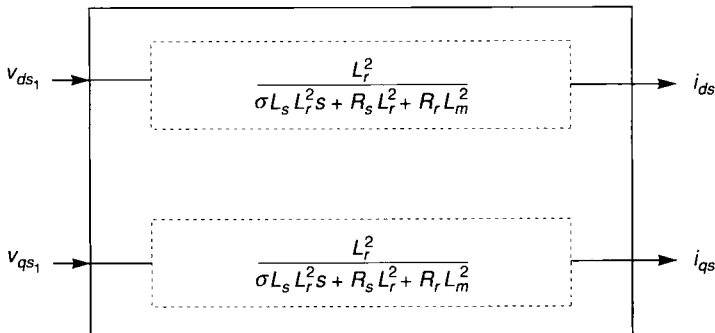


Figure 12.19. - Commande découplée.

On réalise finalement la commande suivante :

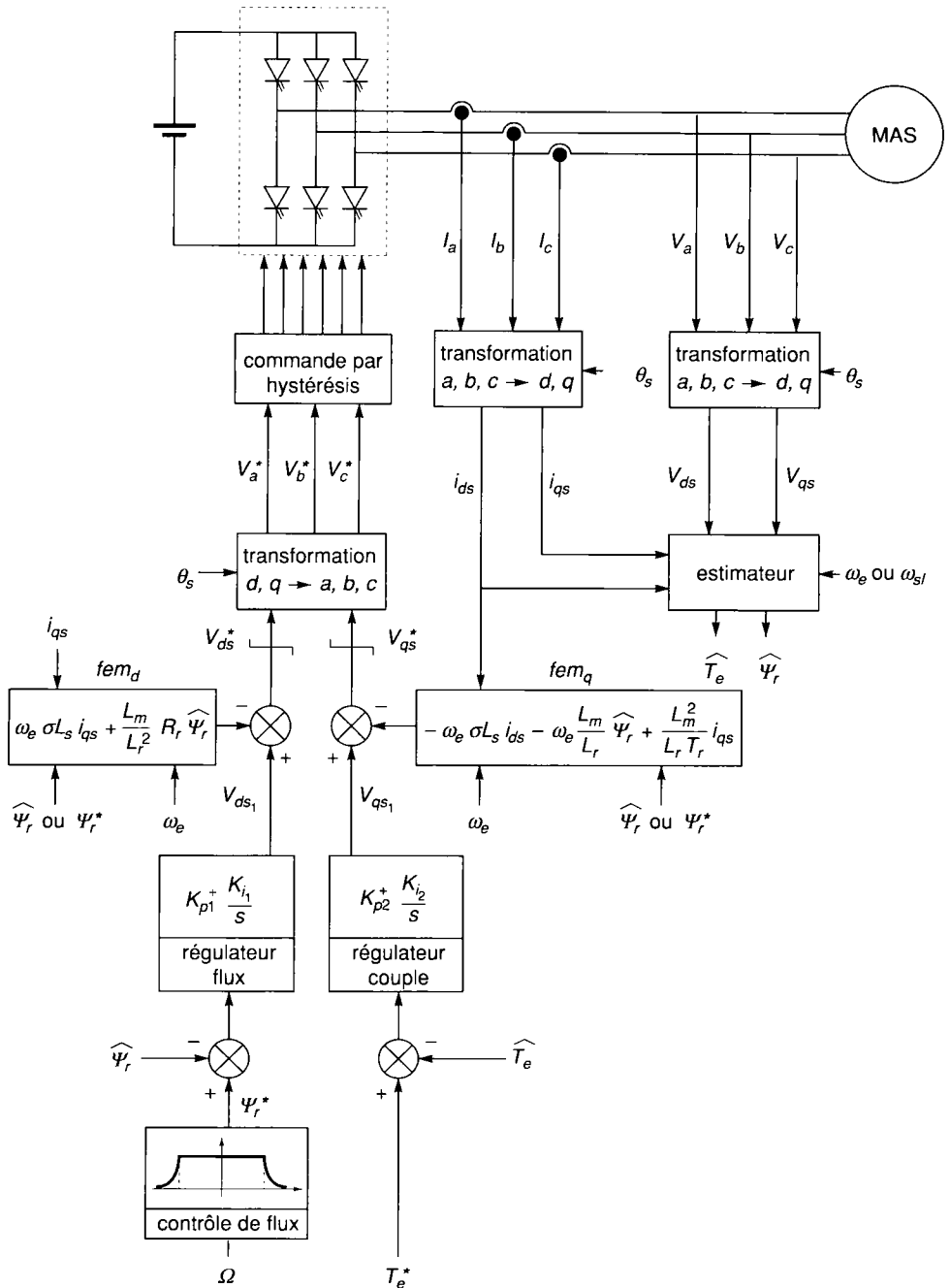


Figure 12.20. - Contrôle vectoriel direct du flux d'une machine alimentée en tension.



Ce découplage est basé sur l'introduction de termes compensatoires  $fem_d$  et  $fem_q$ . On peut utiliser soit la consigne de flux  $\Psi_r^*$  soit une estimation du flux réel  $\hat{\Psi}_r$  pour le calcul de ces valeurs  $fem_d$  et  $fem_q$ . L'influence de ces termes est d'autant plus importante que la fréquence d'échantillonnage est faible.

La synthèse des régulateurs porte sur des systèmes linéaires (du premier ordre sur notre exemple). Mais une erreur ou une dérive sur les paramètres de la machine provoquent une réapparition du couplage et de la non stationnarité du système et parfois même sa déstabilisation. Il faut donc utiliser des régulateurs robustes (voir chapitre 14) ou des techniques adaptatives (voir chapitre 15).

### **Découplage par retour d'état**

Soit un système observable décrit par :

$$\frac{dX}{dt} = AX + Bu \text{ et } y = CX \quad (12.73)$$

avec  $X$  vecteur d'état d'ordre  $n$ ,  $A$  matrice d'état et  $B$  matrice d'entrée.

Le but est de trouver un retour d'état (voir chapitre 14)

$$u = KX + Lw, \quad (12.74)$$

où  $K$  désigne la matrice de gain du retour d'état et  $w$ , le nouveau vecteur d'entrée, qui découple le système [BORNE 90][PIETRZAK DAVID 88].

La nouvelle matrice de transfert doit donc être diagonale. La sortie  $y_j$  ne dépend plus que de l'entrée  $w_j$ . L'équation d'état du système corrigé est :

$$\frac{dX}{dt} = [A + BK]X + [BL]w \quad (12.75)$$

et la transmittance du système (matrice de transfert) :

$$T = C(s[I] - (A + BK))^{-1}BL \quad (12.76)$$

avec  $y = T(s).w$

L'objectif est de déterminer  $K$  et  $L$  telles que  $T$  soit diagonale. La résolution de ce problème peut s'avérer complexe. Une approche simplifiée et plus restrictive consiste à rechercher :

$$\frac{dX}{dt} = w \quad (12.77)$$

$$\text{Soit : } A + BK = [0] \text{ et } BL = [I] \quad (12.78)$$

Si  $B$  est une matrice carrée inversible d'ordre  $n$ , on peut écrire :

$$K = -B^{-1}A \text{ et } L = B^{-1} \quad (12.79)$$

Le retour d'état obtenu est non linéaire. Il dépend implicitement ou explicitement des pulsations  $\omega_e$ ,  $\omega_s$  ou  $\omega_{st}$ .

### Application

Reprenons l'exemple d'une machine alimentée en tension. Donnons les équations d'état du système obtenu avec une commande vectorielle par orientation du flux rotorique.

$$\frac{dX}{dt} = AX + BU \text{ avec :}$$

$$A = \begin{bmatrix} -\left(\frac{1}{T_s\sigma} + \frac{1}{T_r} \frac{1-\sigma}{\sigma}\right) & \omega_e & \frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{1}{L_m T_r} \\ -\omega_e & -\left(\frac{1}{T_s\sigma} + \frac{1}{T_r} \frac{1-\sigma}{\sigma}\right) & -\frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{1}{L_m} \omega_m \\ \frac{L_m}{T_r} & 0 & -\frac{1}{T_r} \end{bmatrix} \quad (12.80)$$

$$\text{et } B = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{et } X = \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ \Psi_r \end{bmatrix} \text{ et } u = \begin{bmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \end{bmatrix}$$

Les matrices de gain  $K$  et  $L$  assurant le découplage sont [HAUTIER 93] :

$$K = \begin{bmatrix} R_s + \frac{L_s}{T_r} (1-\sigma) & -\omega_e \sigma L_s & -(1-\sigma) \frac{L_s}{T_r L_m} \\ \omega_e \sigma L_s & R_s + \frac{L_s}{T_r} (1-\sigma) & -(1-\sigma) \frac{L_s}{L_m} \omega_m \end{bmatrix} \text{ et } L = \begin{bmatrix} \sigma L_s & 0 \\ 0 & \sigma L_s \end{bmatrix} \quad (12.81)$$

On obtient :

$$\frac{di_{ds}}{dt} = w_{ds}, \quad \frac{di_{qs}}{dt} = w_{qs} \quad (12.82)$$

$$\text{et } \frac{d\Psi_r}{dt} = \frac{L_m}{T_r} i_{ds} - \frac{1}{T_r} \Psi_r \text{ soit } \Psi_r = \frac{L_m}{s(sT_r + 1)} w_{ds} \quad (12.83)$$

Cette méthode admet de nombreuses variantes. Citons par exemple [BELLINI 91] qui propose un retour d'état non linéaire pour réaliser un système linéaire découplé. Le lecteur pourra se reporter à [BORNE 92B] pour de plus amples développements.



## Estimation et observation

13.1 • Estimateurs utilisés en boucle ouverte	312
13.2 • Observateurs déterministes	322
13.3 • Observateurs optimisant un critère statistique	329

Les grandeurs d'état ou de sorties utilisées pour l'élaboration de la commande des machines électriques sont souvent difficilement accessibles pour des raisons techniques (flux...) ou pour des problèmes de coût (vitesse, position...). Il faut donc les déterminer sans utiliser de capteurs dédiés. Elles sont évaluées à partir des grandeurs déjà mesurées (courant, tension...). Elles peuvent être reconstituées par :

- des estimateurs utilisés en boucle ouverte,
- des observateurs corrigeant en boucle fermée les variables estimées.

## 13.1 Estimateurs utilisés en boucle ouverte

### 13.1.1 Introduction

Ces estimateurs reposent sur l'utilisation d'une représentation de la machine sous forme d'équation de Park définie en régime permanent (estimateur statique) ou transitoire (estimateur dynamique). Ils sont obtenus par une résolution directe des équations associées à ce modèle.

Une telle approche conduit à la mise en œuvre d'algorithmes simples et donc rapides. Cependant leur dynamique dépend des modes propres de la machine et ils sont peu robustes aux variations paramétriques (résistance rotorique et statorique, mutuelle, coefficient de fuite...) avec la température et la fréquence.

Dans la suite de ce chapitre, les estimateurs de flux, de couple et de pulsation des courants rotoriques seront étudiés. Dans une majorité des cas, nous présenterons, dans un souci de simplification les estimateurs associés aux systèmes continus. Mais ces algorithmes doivent être discrétisés pour être exploités sur ordinateur.

### 13.1.2 Estimateur de flux pour une machine asynchrone

#### 13.1.2.1 Présentation de l'estimation de flux

Le flux statorique peut être directement mesuré en plaçant une spire sous un pôle de chaque phase. En régime permanent, les f.e.m. induites dans ces spires sont données par  $e = \frac{V_s}{N_l}$  où

$V_s$  désigne la tension simple aux bornes des enroulements statoriques et  $N_l$ , le nombre de spires effectives en série par phase constituant les enroulements.

Les tensions aux bornes des spires de flux sont amplifiées, filtrées et intégrées pour obtenir une image des flux  $\Psi_{as}$ ,  $\Psi_{bs}$  et  $\Psi_{cs}$ . Les composantes continues (offset) sont éliminées par des filtres passe-haut. Mais la précision obtenue décroît fortement à faible vitesse.

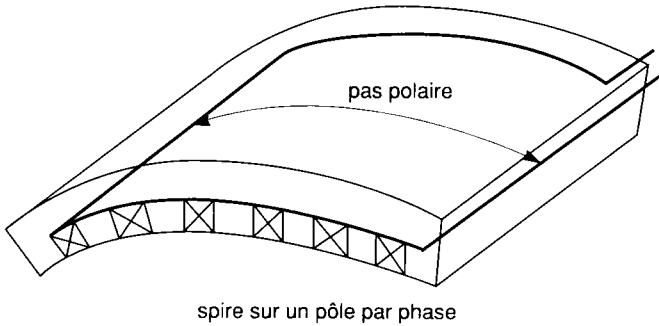


Figure 13.1. - Mesure du flux (coupe partielle du stator).

L'emploi de capteurs à effet Hall permet aussi d'accéder à ces grandeurs. Cependant les vibrations de la machine fragilisent à long terme ces composants. De plus ces dispositifs sont très sensibles aux variations de température en cours de fonctionnement.

Dans les deux cas, le surcoût amené par leur utilisation, leur fragilité ou les problèmes de fiabilité limitent leur mise en œuvre dans des applications industrielles.

Les flux doivent alors être reconstitués à partir des équations de la machine et de la mesure des tensions et des courants statoriques. La méthode est présentée pour une machine asynchrone mais la démarche reste identique pour une machine synchrone.

Dans un repère quadratique  $dq$  quelconque, les flux sont liés par les équations suivantes :

$$\Psi_{ds} = L_s i_{ds} + L_m i_{dr} \quad (13.1)$$

$$\Psi_{qs} = L_s i_{qs} + L_m i_{qr} \quad (13.2)$$

$$\Psi_{dr} = L_m i_{ds} + L_r i_{dr} \quad (13.3)$$

$$\Psi_{qr} = L_m i_{qs} + L_r i_{qr} \quad (13.4)$$

Et le flux magnétisant :

$$\bar{\Psi}_m = \bar{\Psi}_s - L_{ls} \bar{i}_s \quad (13.5)$$

À partir de ces équations, on peut en déduire l'expression des courants à partir des flux :

$$i_{ds} = \frac{1}{\sigma L_s} \Psi_{ds} - \frac{1 - \sigma}{\sigma L_m} \Psi_{dr} \quad (13.6)$$

$$i_{qs} = \frac{1}{\sigma L_s} \Psi_{qs} - \frac{1 - \sigma}{\sigma L_m} \Psi_{qr} \quad (13.7)$$

$$i_{dr} = \frac{1}{\sigma L_r} \Psi_{dr} - \frac{1 - \sigma}{\sigma L_m} \Psi_{ds} \quad (13.8)$$

$$i_{qr} = \frac{1}{\sigma L_r} \Psi_{qr} - \frac{1 - \sigma}{\sigma L_m} \Psi_{qs} \quad (13.9)$$

Le comportement de la machine asynchrone est représenté par les équations suivantes :

$$v_{ds} = \frac{d\psi_{ds}}{dt} - \left( \frac{d\theta_s}{dt} \right) \psi_{qs} + R_s i_{ds} \quad (13.10)$$

$$v_{qs} = \frac{d\psi_{qs}}{dt} + \left( \frac{d\theta_s}{dt} \right) \psi_{ds} + R_s i_{qs} \quad (13.11)$$

$$0 = v_{dr} = \frac{d\psi_{dr}}{dt} - \left( \frac{d\theta_{sl}}{dt} \right) \psi_{qr} + R_r i_{dr} \quad (13.12)$$

$$0 = v_{qr} = \frac{d\psi_{qr}}{dt} + \left( \frac{d\theta_{sl}}{dt} \right) \psi_{dr} + R_r i_{qr} \quad (13.13)$$

D'où les équations (sous forme canonique) décrivant l'évolution des flux :

$$\frac{d\psi_{ds}}{dt} = -R_s i_{ds} + \left( \frac{d\theta_s}{dt} \right) \psi_{qs} + v_{ds} \quad (13.14)$$

$$\frac{d\psi_{qs}}{dt} = -R_s i_{qs} - \left( \frac{d\theta_s}{dt} \right) \psi_{ds} + v_{qs} \quad (13.15)$$

$$\frac{d\psi_{dr}}{dt} = -R_r i_{dr} + \left( \frac{d\theta_{sl}}{dt} \right) \psi_{qr} \quad (13.16)$$

$$\frac{d\psi_{qr}}{dt} = -R_r i_{qr} - \left( \frac{d\theta_{sl}}{dt} \right) \psi_{dr} \quad (13.17)$$

En reportant 13.6 à 13.9 dans 13.14 à 13.17, ces équations peuvent être reformulées pour ne faire intervenir que les flux :

$$\frac{d\psi_{ds}}{dt} = -R_s \left( \frac{1}{\sigma L_s} \right) \psi_{ds} + \left( \frac{d\theta_s}{dt} \right) \psi_{qs} + R_s \left[ \frac{1 - \sigma}{\sigma L_m} \right] \psi_{dr} + v_{ds} \quad (13.18)$$

$$\frac{d\psi_{qs}}{dt} = -R_s \left( \frac{1}{\sigma L_s} \right) \psi_{qs} - \left( \frac{d\theta_s}{dt} \right) \psi_{ds} + R_s \left[ \frac{1 - \sigma}{\sigma L_m} \right] \psi_{qr} + v_{qs} \quad (13.19)$$

$$\frac{d\psi_{dr}}{dt} = R_r \left( \frac{1 - \sigma}{\sigma L_m} \right) \psi_{ds} - R_r \left( \frac{1}{\sigma L_r} \right) \psi_{dr} + \left( \frac{d\theta_{sl}}{dt} \right) \psi_{qr} \quad (13.20)$$

$$\frac{d\psi_{qr}}{dt} = R_r \left( \frac{1 - \sigma}{\sigma L_m} \right) \psi_{qs} - R_r \left( \frac{1}{\sigma L_r} \right) \psi_{qr} - \left( \frac{d\theta_{sl}}{dt} \right) \psi_{dr} \quad (13.21)$$

La méthode consiste à choisir le repère le mieux approprié pour représenter le flux considéré (flux statorique, rotorique ou d'entrefer).

Dans un repère lié au stator :  $\frac{d\theta_s}{dt} = 0$  et  $\frac{d\theta_{sl}}{dt} = -\omega_m$

Dans un repère lié au rotor :  $\frac{d\theta_s}{dt} = \omega_m$  et  $\frac{d\theta_{sl}}{dt} = 0$

Dans un repère lié au champ tournant :  $\frac{d\theta_s}{dt} = \omega_e$  et  $\frac{d\theta_{sl}}{dt} = \omega_{sl}$

### 13.1.2.2 Estimateur statique

Cet estimateur utilise les équations de la machine exprimées en régime permanent pour reconstruire le flux statorique.

La machine est modélisée dans un repère tel que  $v_{ds} = V$  et  $v_{qs} = 0$ . Le flux est alors proche de l'axe  $q$  en régime permanent :  $\psi_s \approx -\psi_{qs}$

On peut alors retrouver le flux :

- à partir des équations en régime transitoire 13.20 et 13.21, de la loi d'autopiloteage  $\omega_e = \omega_{sl} + p\Omega$  et de l'hypothèse  $\psi_{ds} = 0$  :

$$\frac{d\psi_{dr}}{dt} = -R_r \left( \frac{1}{\sigma L_r} \right) \psi_{dr} + \omega_{sl} \psi_{qr} \quad (13.22)$$

$$\frac{d\psi_{qr}}{dt} = R_r \left( \frac{1 - \sigma}{\sigma L_m} \right) \psi_{qs} - R_r \left( \frac{1}{\sigma L_r} \right) \psi_{qr} - \omega_{sl} \psi_{dr} \quad (13.23)$$

- à partir des équations 13.6 et  $\psi_{ds} = 0$  :

$$i_{ds} = - \left( \frac{1 - \sigma}{\sigma L_m} \right) \psi_{dr} \quad (13.24)$$

- et de l'équation en régime permanent :

$$\psi_{qs} = \frac{R_s I_{ds} - kE}{\omega_e} \quad (13.25)$$

où  $E$  désigne la source de tension continue (en sortie des redresseurs ou de la batterie) et en entrée de l'onduleur et  $k$  est le rapport de modulation.

$I_{ds}$  est obtenu par une mesure des courants statoriques. Cet estimateur donne de bons résultats en régime permanent mais deux inconvénients majeurs en limitent son utilisation :

- l'estimation dépend des paramètres  $R_r$  et  $L_r$ , difficiles à identifier et fortement variables,
- l'estimation à faible vitesse est grandement entachée d'erreur.

### 13.1.2.3 Estimateurs dynamiques

Ils utilisent les équations de la machine en régime transitoire. Nous allons en proposer deux variantes. Mais l'exposé n'est assurément pas exhaustif.



**Estimateur de flux statorique dans un repère lié au stator**  
**[Pietrzak-David 88]**

Nous avons :

$$V_{ds} = R_s I_{ds} + \frac{d\psi_{ds}}{dt} \quad (13.26)$$

$$V_{qs} = R_s I_{qs} + \frac{d\psi_{qs}}{dt} \quad (13.27)$$

D'où 
$$\psi_{ds} = \int (V_{ds} - R_s I_{ds}) dt \quad (13.28)$$

$$\psi_{qs} = \int (V_{qs} - R_s I_{qs}) dt \quad (13.29)$$

et 
$$\psi_s = \sqrt{\psi_{ds}^2 + \psi_{qs}^2} \quad (13.30)$$

Cet estimateur nécessite l'utilisation de deux capteurs de courant  $I_{as}, I_{bs}$  (car  $I_{as} + I_{bs} + I_{cs} = 0$ ), de deux capteurs de tension  $V_{as}$  et  $V_{bs}$  (si la composante homopolaire est nulle, ce qui n'est pas toujours le cas) et d'une transformation triphasée - biphasée.

Ce même auteur donne d'autres structures d'estimateur dynamique de flux permettant un meilleur suivi.

En particulier dans un repère lié au champ tournant pour lequel  $v_{ds} = kU_c$  et  $v_{qs} = 0$  avec  $U_c$  tension continue et  $I_c$  courant continu en entrée de l'onduleur, il propose l'estimateur suivant :

$$\frac{d\Psi_{ds}}{dt} = kU_c - \frac{R_s}{k} I_c + \omega_e \Psi_{qs} \quad (13.31)$$

$$\frac{d\Psi_{qs}}{dt} = \left( \frac{T_r \omega_m}{T_r + T_s} - \omega_e \right) \Psi_{ds} - \left( \frac{1}{T_r + T_s} - \frac{\sigma \omega_m \omega_{sl}}{\left( \frac{1}{T_r} + \frac{1}{T_s} \right)^2 T_s} \right) \Psi_{qs} + \frac{\sigma \omega_{sl}}{\left( \frac{1}{T_r} + \frac{1}{T_s} \right)^2 T_s} kU_c \quad (13.32)$$

Mais cet estimateur nécessite la connaissance de la pulsation des courants rotoriques  $\omega_{sl}$ .

**Estimation du flux rotorique dans un repère lié au flux rotorique**  
**[Vas 93]**

Dans un repère lié au flux rotorique les équations 13.12 et 13.13 donnent :

$$0 = \frac{d\psi_{\tilde{d}r}}{dt} - (\tilde{\omega} - \omega_m) \psi_{\tilde{q}r} + R_r i_{\tilde{d}r} \quad (13.33)$$

$$0 = \frac{d\psi_{\tilde{q}r}}{dt} + (\tilde{\omega} - \omega_m)\psi_{\tilde{d}r} + R_r i_{\tilde{q}r} \quad (13.34)$$

$\psi_{\tilde{d}r}$  et  $\psi_{\tilde{q}r}$  désignent les composants de flux rotorique dans un repère lié au flux rotorique et  $\tilde{\omega}$  la vitesse de rotation de ce repère. Dans ce référentiel, par construction, le flux est aligné sur l'axe  $d$ .

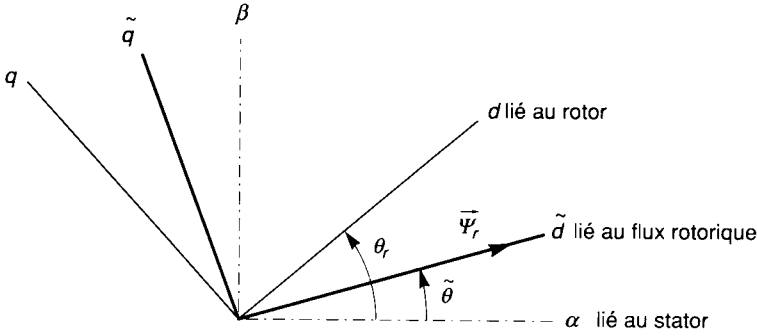


Figure 13.2. - Représentation des différents repères.

Le flux rotorique, dans ce repère, peut être calculé à partir du courant magnétisant  $i_{mr}$  :

$$\tilde{\psi}_r = L_m |i_{mr}| \quad (13.35)$$

D'où, à partir des équations 13.33 et 13.34 :

$$0 = L_m \frac{d|i_{mr}|}{dt} - (\tilde{\omega} - \omega_m) \cdot 0 + R_r i_{\tilde{d}r} \quad (13.36)$$

$$0 = 0 + (\tilde{\omega} - \omega_m) L_m |i_{mr}| + R_r i_{\tilde{q}r} \quad (13.37)$$

Les équations 13.3 et 13.4 donnent :

$$|i_{mr}| = \frac{L_r}{L_m} i_{\tilde{d}r} + i_{\tilde{d}s} \text{ soit } i_{\tilde{d}r} = \frac{L_m}{L_r} (|i_{mr}| - i_{\tilde{d}s}) \quad (13.38)$$

$$0 = \frac{L_r}{L_m} i_{\tilde{q}r} + i_{\tilde{q}s} \text{ soit } i_{\tilde{q}r} = \frac{L_m}{L_r} (0 - i_{\tilde{q}s}) \quad (13.39)$$

En reportant 13.38 et 13.39 dans 13.36 et 13.37, il vient :

$$T_r \frac{d|i_{mr}|}{dt} + |i_{mr}| = i_{\tilde{d}s} \quad (13.40)$$

$$\tilde{\omega} = \omega_m + \frac{i_{\tilde{q}s}}{T_r |i_{mr}|} \quad (13.41)$$

Ces deux équations donnent la structure de l'estimateur :

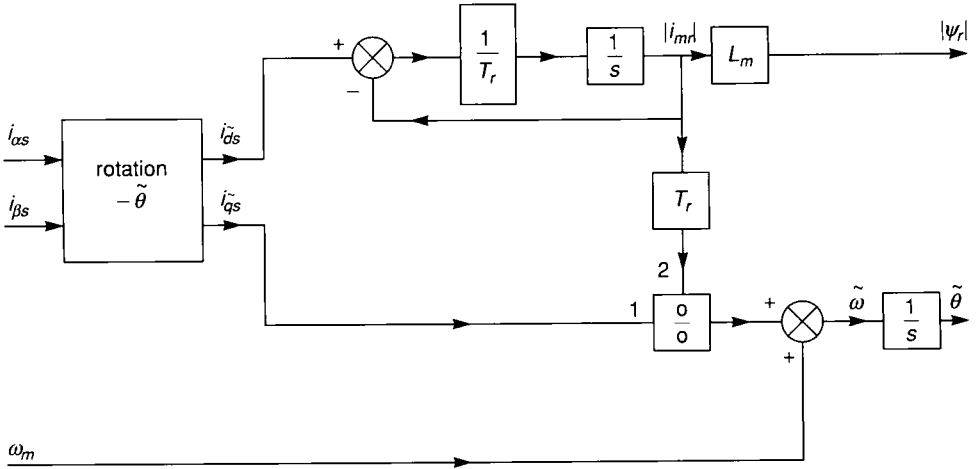


Figure 13.2 - Estimateur de flux rotorique.

### 13.1.3 Estimateur de couple

Le couple peut être calculé à partir des courants et des flux :

$$T_e = p(\psi_{ds}i_{qs} - \psi_{qs}i_{ds}) \tag{13.42}$$

$$T_e = -p(\psi_{dr}i_{qr} - \psi_{qr}i_{dr}) \tag{13.43}$$

$$T_e = \frac{pL_m}{L_r}(\psi_{dr}i_{qs} - \psi_{qr}i_{ds}) \tag{13.44}$$

Il peut être évalué en fonction des seuls flux :

$$T_e = \frac{pL_m}{\sigma L_s L_r}(\psi_{qs}\psi_{dr} - \psi_{ds}\psi_{qr}) \tag{13.45}$$

ou des seuls courants :

$$T_e = pL_m(i_{dr}i_{qs} - i_{ds}i_{qr}) \tag{13.46}$$

Dans ces expressions, les courants sont mesurés ou estimés (pour les courants rotoriques) et les flux sont reconstruits suivant les techniques précédemment décrites. Dans tous les cas, la qualité des résultats est sensible, directement ou indirectement (par l'intermédiaire de l'estimation des flux), aux variations des paramètres de la machine. Le choix du repère doit être adapté aux grandeurs disponibles (en fonction du type de commande et de la simplicité des calculs).

## 13.1.4 Estimateur du glissement, de la vitesse ou de la position

Au premier abord, la mesure de vitesse ne présente pas de difficultés techniques. Elle peut être effectuée à l'aide de dynamos tachymétriques ou de tachymètres à impulsions. Mais ces capteurs sont coûteux et fortement bruités (si le nombre d'encoches est réduit). De plus, ils doivent supporter des environnements très contraignants (température, vibration...) qui diminuent la fiabilité du système.

Cependant, pour des raisons de sécurité, si la vitesse est estimée, un capteur plus élémentaire est souvent conservé dans la chaîne de traction.

Cette grandeur peut être reconstituée à partir d'une analyse des harmoniques d'encoches dans le spectre des courants statoriques induits par la rotation du rotor [BEGUENANE 94].

Elle est aussi redonnée par les équations de la machine et la mesure des courants et des tensions.

Nous allons présenter cette méthode au travers de deux exemples.

### Estimateur de vitesse dans une commande vectorielle de machine asynchrone

#### ■ Machine alimentée en tension [ZDENKOVIC 93]

Les auteurs ont réalisé une commande vectorielle découplée en tension dans un repère lié au flux rotorique. Ce dernier est maintenu constant sur l'axe  $d$  :  $\psi_{dr} = L_m |i_{mr}|$  et  $\psi_{qr} = 0$ .

En développant les équations 13.10 et 13.11 sur les courants statoriques et rotoriques, en utilisant les relations 13.38, 13.39 et 13.41 et en exprimant que, compte tenu de l'orientation du flux  $i_{mr} = i_{ds}$  est constant :

$$v_{ds} = L_s |i_{mr}| \left( \frac{1}{T_s} - \sigma T_r \tilde{\omega} (\tilde{\omega} - \omega_m) \right) \quad (13.47)$$

$$v_{qs} = L_s |i_{mr}| \left( \frac{T_r}{T_s} (\tilde{\omega} - \omega_m) - \sigma T_r \frac{d(\tilde{\omega} - \omega_m)}{dt} + \tilde{\omega} \right) \quad (13.48)$$

Si  $\sigma \approx 0$ , la vitesse est estimée à partir de l'équation 13.48 :

$$\hat{\omega}_m = \frac{v_{qs\text{consigne}} - (R_s + R_r) i_{qs\text{mesuré}}}{L_m i_{mr\text{consigne}}} \quad (13.49)$$

#### ■ Machine alimentée en courant [OURTH 94]

Dans un repère fixe par rapport au stator et en définissant les courants magnétisants

$\hat{i}_{m,\alpha} = \frac{\Psi_{\alpha r}}{L_m}$  et  $\hat{i}_{m,\beta} = \frac{\Psi_{\beta r}}{L_m}$ , la vitesse est déterminée à partir de la loi d'autopilotage :

$$\hat{\omega}_m = \frac{d\hat{\rho}}{dt} - \hat{\omega}_{sl} \quad (13.50)$$

avec  $\frac{d\hat{\rho}}{dt}$  la pulsation du flux rotorique par rapport au stator et  $\hat{\omega}_{sl}$  la pulsation des courants rotoriques.

L'orientation du flux rotorique dans le repère  $\alpha\beta$  est :

$$\hat{\rho} = \arctg\left(\frac{\hat{i}_{m,r\beta}}{\hat{i}_{m,r\alpha}}\right) \quad (13.51)$$

Choisissons un référentiel lié au flux rotorique et pour lequel  $\Psi_{qr} = 0$ . L'axe  $d$  fait un angle  $\hat{\rho}$  par rapport à l'axe  $\alpha$ . La pulsation rotorique est alors définie par 13.17 et  $\Psi_{qr} = 0$

$$\hat{\omega}_{sl} = \frac{i_{qs}}{T_r \|i_{mr}\|} = \frac{i_{s\beta} \cos \hat{\rho} - i_{s\alpha} \sin \hat{\rho}}{T_r \sqrt{\hat{i}_{m,r\alpha}^2 + \hat{i}_{m,r\beta}^2}} \quad (13.52)$$

Les composantes du courant magnétisant sont données par un estimateur ou un observateur de flux.

### Estimateur de position pour une machine synchrone [AFSHARNIA 94]

La machine est modélisée dans un repère lié au rotor :

$$v_{ds} = R_s i_{ds} + \frac{d\Psi_{ds}}{dt} - \omega_m \Psi_{qs} \quad (13.53)$$

$$v_{qs} = R_s i_{qs} + \frac{d\Psi_{qs}}{dt} - \omega_m \Psi_{ds} \quad (13.54)$$

$$\Psi_{ds} = L_{ds} i_{ds} + \Psi_f \quad (13.55)$$

$$\Psi_{qs} = L_{qs} i_{qs} \quad (13.56)$$

Notons  $\theta_r$  la position du rotor par rapport au stator et  $\alpha, \beta$  le repère lié au stator. En reportant  $\Psi_{qs} = -\Psi_{\alpha s} \sin \theta_r + \Psi_{\beta s} \cos \theta_r$  et  $i_{qs} = -i_{\alpha s} \sin \theta_r + i_{\beta s} \cos \theta_r$  dans 13.56, on obtient :

$$\text{tg}(\theta_r) = \frac{\Psi_{\beta s} - L_{qs} i_{\beta s}}{\Psi_{\alpha s} - L_{qs} i_{\alpha s}} \quad (13.57)$$

Cette estimation est très sensible à une erreur sur  $L_{qs}$ . Elle peut être corrigée en utilisant la f.e.m.  $e = \omega_m \Psi_f$  portée par l'axe  $q$ .

Soit  $\hat{\theta}_r$  l'estimation de  $\theta_r$ . L'erreur correspondante est  $\varepsilon = \hat{\theta}_r - \theta_r$ .

$$\sin(\varepsilon) = \frac{\hat{e}_d}{e} \text{ avec } e = \omega_m \Psi_f \quad (13.58)$$

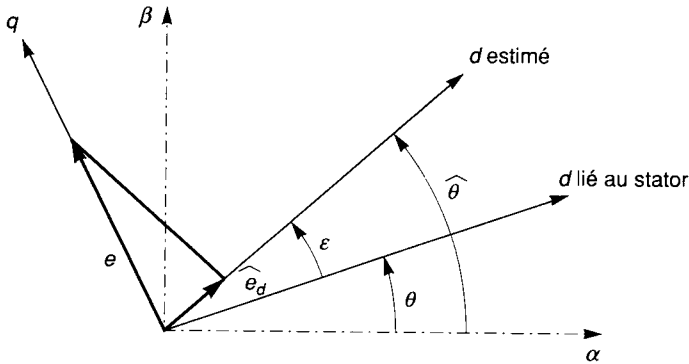


Figure 13.3. - Calcul de l'erreur d'estimation.

$$\text{Or :} \quad v_{ds} = R_s i_{ds} + \frac{d\psi_{ds}}{dt} - \omega_m \psi_{qs} = R_s i_{ds} + L_{ds} \frac{di_{ds}}{dt} + \hat{e}_d - \omega_m L_{qs} i_{qs}$$

$$\text{Donc :} \quad \hat{e}_d = v_{ds} - R_s i_{ds} - L_{ds} \frac{di_{ds}}{dt} + \omega_m L_{qs} i_{qs} \quad (13.59)$$

L'évaluation de l'erreur  $\sin(\epsilon)$  permet de corriger l'estimation de la position du rotor.

### Estimation de la pulsation de glissement dans une machine asynchrone

Si l'évaluation de la pulsation de glissement  $\omega_g = \omega_e - \omega_m$  s'avère nécessaire, il est préférable d'estimer directement cette grandeur sans passer par la vitesse et sans la calculer. En effet l'erreur  $\Delta\omega_g \approx \Delta\omega_m$  peut être très grande devant  $\omega_g$ .

La pulsation de glissement est donnée, par exemple, dans un repère lié au stator [VAS 93] par :

$$\omega_g = \frac{L_m}{T_r} (\psi_{dr} i_{ds} - \psi_{dr} i_{ds}) \frac{1}{\psi_{dr}^2 + \psi_{qr}^2} \quad (13.60)$$

À partir de 13.10, 13.11, 13.1 à 13.4 et sachant que  $\frac{d\theta_s}{dt} = 0$ , on obtient les composantes du flux rotorique dans ce repère lié au stator (le référentiel  $d, q$  est dans ce cas noté  $\alpha, \beta$ ).

$$\frac{d\psi_{dr}}{dt} = \frac{L_r}{L_m} \left[ (v_{ds} - R_s i_{ds}) - L_s \sigma \frac{di_{ds}}{dt} \right] \quad (13.61)$$

$$\frac{d\psi_{qr}}{dt} = \frac{L_r}{L_m} \left[ (v_{qs} - R_s i_{qs}) - L_s \sigma \frac{di_{qs}}{dt} \right] \quad (13.62)$$

Les équations 13.60, 13.61 et 13.62 donnent la structure d'un estimateur de la fréquence de glissement des courants rotoriques à partir de la mesure des courants et des tensions statoriques.

# 13.2 Observateurs déterministes

## 13.2.1 Observateur de Luenberger

L'observateur déterministe de Luenberger permet de reconstituer l'état d'un système observable (voir annexe 1) à partir de la mesure des entrées et des sorties [BORNE 90] [DE LARMINAT 93] [FOULARD 87]. Il est utilisé dans les commandes par retour d'état lorsque tout ou partie du vecteur d'état ne peut être mesuré. Dans sa version étendue, il permet d'estimer les paramètres variables ou inconnus d'un système. Il peut être représenté par le schéma bloc suivant :

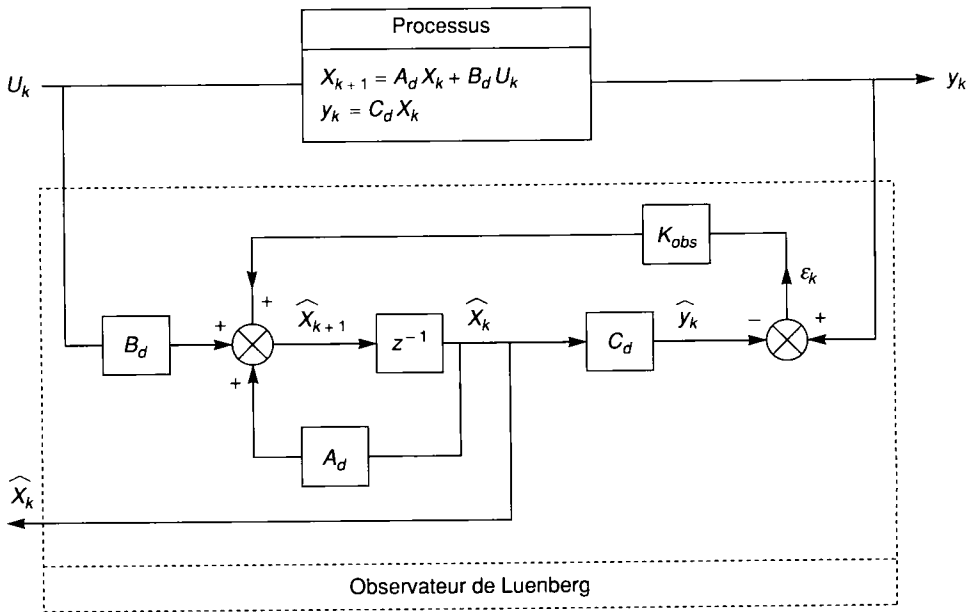


Figure 13.4. - Observateur de Luenberger.

Appelons  $\hat{X}$  le vecteur d'état estimé. La mise en équation de l'observateur conduit à :

$$\begin{cases} \hat{X}_{k+1} = A_d \hat{X}_k + B_d U_k + K_{obs} \epsilon_k \\ \hat{y}_k = C_d \hat{X}_k \end{cases} \quad (13.63)$$

Le terme  $K_{obs} \epsilon_k$  corrige le vecteur reconstruit à partir de l'erreur d'estimation  $\epsilon_k = y_k - \hat{y}_k$ .

À partir des équations (13.63), on établit :

$$\hat{X}_{k+1} = (A_d - K_{obs} C_d) \cdot \hat{X}_k + B_d \cdot U_k + K_{obs} y_k \quad (13.64)$$

L'erreur d'estimation  $\tilde{X}_k = X_k - \hat{X}_k$  est donnée par :

$$\tilde{X}_{k+1} = (A_d - K_{obs} C_d) \cdot \tilde{X}_k \quad (13.65)$$

La matrice de gain est calculée de manière à assurer une convergence rapide de  $\hat{X}$  vers  $X$ . Les performances de cet observateur sont liées aux valeurs propres de  $A_d - K_{obs}C_d$ .

Le passage dans l'espace canonique d'observabilité (voir annexe 1) simplifie la synthèse de l'observateur par placement de pôles.

Dans ce nouveau référentiel :

$$\tilde{A}_d = \begin{pmatrix} -a_{n-1} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -a_{n-2} & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_1 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -a_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \tilde{B}_d = \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \dots \\ b_{n-2} \\ b_{n-1} \end{pmatrix} \text{ et } \tilde{C}_d = (1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0) \quad (13.66)$$

Le polynôme caractéristique (invariant par changement de base) est donné par :

$$\Phi_{\tilde{A}_d - \tilde{K}_{obs}\tilde{C}_d} = z^n + (a_{n-1} + \tilde{k}_{n-1})z^{n-1} + \dots + (a_0 + \tilde{k}_0) \quad (13.67)$$

en notant  $\tilde{K}_{obs} = [\tilde{k}_0 \ \dots \ \tilde{k}_{n-1}]$  le gain de l'observateur dans cet espace canonique.

L'objectif de la commande est spécifié par la donnée d'un polynôme caractéristique :

$$\Phi_{objectif} = z^n + \alpha_{n-1}z^{n-1} + \dots + \alpha_0 \quad (13.68)$$

L'identification des équations (13.67) et (13.68) donne l'expression du gain de l'observateur :

$$\tilde{k}_i = \alpha_i - a_i \text{ pour tout } i \text{ de } 0 \text{ à } n-1 \quad (13.69)$$

Il suffit alors de revenir dans la base initiale :

$$K_{obs} = \tilde{K}_{obs}W_o^{-1} \quad (13.70)$$

où  $W_o$  désigne la matrice de changement de base (voir annexe 1).

### Application

■ [VAS 93] L'observateur de Luenberger peut être utilisé pour reconstituer la vitesse de rotation d'un moteur électrique à partir du couple électromagnétique et de la position angulaire (mesurée ou estimée) lorsque le couple résistant est connu.

Rappelons l'équation décrivant l'évolution de la vitesse :

$$J \frac{d\Omega}{dt} = (T_e - T_1) - k_d\Omega \quad (13.71)$$

$$\theta_r = \int \Omega dt \quad (13.72)$$

avec  $T_e$  couple électromagnétique,  $T_1$  couple résistant,  $\Omega$  vitesse de rotation,  $\theta_r$  position angulaire du rotor,  $k_d$  coefficient de frottement fluide et  $J$  inertie.



L'algorithme du reconstructeur est alors donné par :

$$\begin{aligned}\hat{\Omega} &= \frac{1}{s} \frac{1}{J} \left( T_e + k_0 \tilde{\theta}_r + k_1 \frac{1}{s} \tilde{\theta}_r - k_d \hat{\Omega} \right) \\ \hat{\theta}_r &= \frac{1}{s} (\hat{\Omega} + k_2 \tilde{\theta}_r)\end{aligned}\tag{13.73}$$

avec  $\tilde{\theta}_r = \theta_r - \hat{\theta}_r$  erreur d'estimation sur la position angulaire et  $s$  opérateur de Laplace.

$k_0, k_1, k_2$  sont les gains de l'observateur.

Cette technique amène une meilleure dynamique que celle obtenue avec un tachymètre et une meilleure précision que celle donnée par la dérivation de la position angulaire (fortement bruitée par la faible résolution des capteurs de position et une période d'échantillonnage mal adaptée).

Le couple électromagnétique est estimé à partir des méthodes décrites au chapitre précédent (chap. 13.1.3).

■ [BÖCKER 91] Cet observateur permet de reconstituer le flux. Böcker propose une modélisation de la machine dans un repère lié au stator. À partir des équations 13.18 à 13.21, et compte tenu du fait que  $\omega_{sl} = \frac{d\theta_s}{dt} - \omega_m$  avec  $\frac{d\theta_s}{dt} = 0$ , on établit les relations suivantes :

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = A_c X + B_c U \\ Y = C_c X \end{cases}$$

avec

$$A_c = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{\sigma L_s} & 0 & \frac{R_s L_m}{\sigma L_s L_r} & 0 \\ 0 & -\frac{R_s}{\sigma L_s} & 0 & \frac{R_s M}{\sigma L_s L_r} \\ \frac{R_r L_m}{\sigma L_s L_r} & 0 & -\frac{R_r}{\sigma L_r} & -\omega_m \\ 0 & \frac{R_r L_m}{\sigma L_s L_r} & +\omega_m & -\frac{R_r}{\sigma L_r} \end{bmatrix}, B_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$C_c = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 & -\frac{1-\sigma}{\sigma L_m} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} & 0 & -\frac{1-\sigma}{\sigma L_m} \end{bmatrix},$$

et les vecteurs :

$$X = \begin{bmatrix} \psi_{ds} \\ \psi_{qs} \\ \psi_{dr} \\ \psi_{qr} \end{bmatrix}, U = \begin{bmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \end{bmatrix} \text{ et } Y = \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix}\tag{13.74}$$

Ce système est bloqué à l'ordre 0 entre deux pas d'échantillonnage et discrétisé. La matrice d'état discrète  $A_d$  et la matrice d'entrée discrète  $B_d$  sont développées au premier ordre :

$$A_d(\omega_m) = [I] + T_{ech} \cdot A_c(\omega_m) \quad (13.75)$$

$$B_d = T_{ech} B_c \quad (13.76)$$

où  $[I]$  désigne l'identité matricielle et  $T_{ech}$  la période d'échantillonnage.

Le pas d'échantillonnage étant très faible (de l'ordre de 500  $\mu$ s), ce développement suffit.

$A_d$  est rafraîchie en ligne pour tenir compte des variations de la vitesse de rotation du rotor  $\omega_m$ . La structure du reconstructeur est représentée sur la figure 13.5.

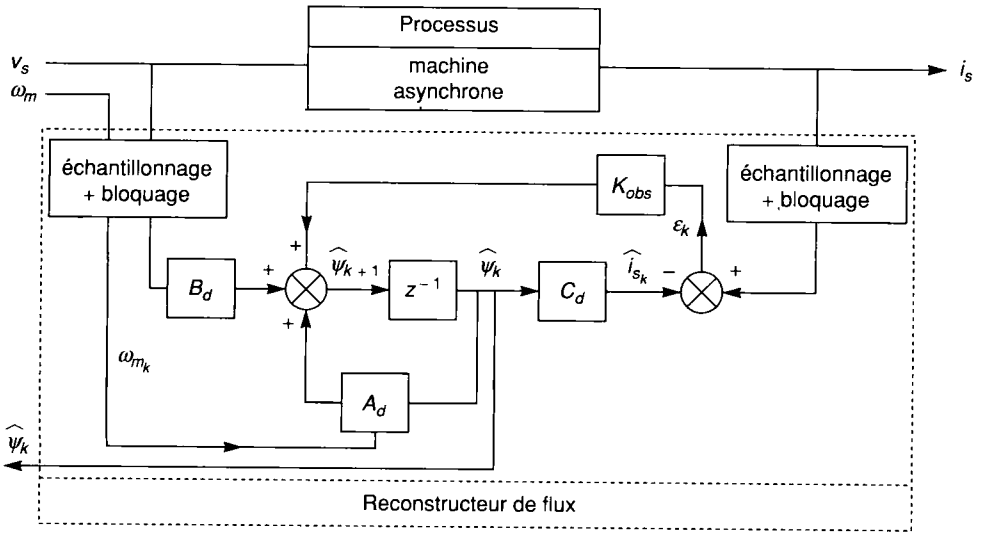


Figure 13.5. - Observateur de flux.

■ Estimation du flux avec séparation des variables [PIETRZAK-DAVID 88] [DE FORNEL 89]

Les constantes de temps du système sont de trois ordres de grandeur :

- variables très lentes : vitesse de rotation
- variables lentes : flux
- variables rapides : courants

Ces propriétés permettent un découplage et une réduction de l'ordre du système. En effet, La machine est décrite par un système du quatrième ordre. Dans un repère lié au champ tournant :

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \psi_{ds} \\ \psi_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{qs} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \omega_e & -R_s & 0 \\ -\omega_e & 0 & 0 & -R_s \\ \frac{R_r}{\sigma L_r L_s} & \frac{\omega_m}{\sigma L_s} & -\frac{1}{\sigma} \left( \frac{R_s}{L_s} + \frac{R_r}{L_r} \right) & \omega_{sl} \\ -\frac{\omega_m}{\sigma L_s} & \frac{R_r}{\sigma L_r L_s} & -\omega_{sl} & -\frac{1}{\sigma} \left( \frac{R_s}{L_s} + \frac{R_r}{L_r} \right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_{ds} \\ \psi_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{qs} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \end{pmatrix} \quad (13.77)$$

Dans ce repère, si nous prenons les courants statoriques comme nouvelles variables d'état, nous obtenons :

$$X = (i_{ds}, i_{qs})^t \text{ et } Y = (\Psi_{ds}/L_s, \Psi_{qs}/L_s)^t \quad (13.78)$$

L'excitation est donnée par :

$$U = (v_{ds}/L_s, v_{qs}/L_s)^t \quad (13.79)$$

L'équation d'état est donnée par :

$$\begin{aligned} \sigma \frac{dX}{dt} &= A_1 X + A_2 Y + B_1 U \\ \frac{dY}{dt} &= A_3 X + A_4 Y + B_2 U \end{aligned} \quad (13.80)$$

avec :

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{pmatrix} -\left(\frac{R_s}{L_s} + \frac{R_r}{L_r}\right) & \sigma\omega_{sl} \\ -\sigma\omega_{sl} & -\left(\frac{R_s}{L_s} + \frac{R_r}{L_r}\right) \end{pmatrix} \text{ et } A_2 = \begin{pmatrix} \frac{R_r}{L_r} & \omega_m \\ -\omega_m & \frac{R_r}{L_r} \end{pmatrix} \\ A_3 &= \begin{pmatrix} -\frac{R_s}{L_s} & 0 \\ 0 & -\frac{R_s}{L_s} \end{pmatrix} \text{ et } A_4 = \begin{pmatrix} 0 & \omega_e \\ -\omega_e & 0 \end{pmatrix} \\ B_1 = B_2 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (13.81)$$

Séparons  $X$ ,  $Y$  et  $U$  en variables lentes et en variables rapides :

$$X = X_l + X_r ; Y = Y_l + Y_r ; U = U_l + U_r$$

L'excitation  $U_l$  désigne les sommes des harmoniques de faible rang et  $U_r$ , celles des harmoniques de rang élevé.

Compte tenu de cette décomposition, on peut séparer les équations en deux échelles de temps :  $t$  pour les variables lentement évolutives et  $\tau = t/\sigma$  pour les variables rapides. On obtient alors deux systèmes dont les dynamiques sont nettement séparées :

$$dX_l/d\tau = A_1 X_l + A_2 Y_l + B_1 U_l \quad (13.82)$$

$$dY_l/dt = A_3 X_l + A_4 Y_l + B_2 U_l \quad (13.83)$$

et

$$dX_r/d\tau = A_1 X_r + A_2 Y_r + B_1 U_r \quad (13.84)$$

$$dY_r/dt = A_3 X_r + A_4 Y_r + B_2 U_r \quad (13.85)$$

Les ondulations de flux étant faibles devant celles de courant :

$$Y_r \ll X_r \text{ et } dX_r/d\tau = A_1 X_r + B_1 U_r \quad (13.86)$$

$X_l$  étant lente, nous pouvons estimer que  $\sigma dX_l/dt$  est négligeable devant  $dY_l/dt$ .

Ce qui conduit au système :

$$0 = A_1 X_l + A_2 Y_l + B_1 U_l \quad (13.87)$$

$$dY_l/dt = A_3 X_l + A_4 Y_l + B_2 U_l \quad (13.88)$$

En tirant  $X_l$  de 13.87 et en le reportant dans 13.88 on obtient :

$$X_l = -A_1^{-1} A_2 Y_l - A_1^{-1} B_1 U_l = C Y_l + D U_l \quad (13.89)$$

$$dY_l/dt = (-A_1^{-1} A_2 A_3 + A_4) Y_l + (B_2 - A_3 A_1^{-1} B_1) U_l = A Y_l + B U_l \quad (13.90)$$

où, en supposant  $\sigma\omega_{sl} \ll \left( \frac{T_r + T_s}{T_r T_s} \right)$  :

$$\begin{aligned} A &= \begin{pmatrix} -\frac{1}{T_s + T_r} & \omega_e - \omega_m \frac{T_r}{T_s + T_r} \\ -\left( \omega_e - \omega_m \frac{T_r}{T_s + T_r} \right) & -\frac{1}{T_s + T_r} \end{pmatrix} \\ B &= \frac{T_s}{T_r + T_s} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ C &= \frac{T_s}{T_r + T_s} \begin{pmatrix} 1 & \omega_m T_r \\ -\omega_m T_r & 1 \end{pmatrix} \\ D &= \frac{T_s}{T_r + T_s} \begin{pmatrix} T_r & 0 \\ 0 & T_r \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (13.91)$$

L'équation 13.90 décrit l'évolution du vecteur d'état  $Y_l$ . Le vecteur de sortie  $X_l$  est donné par 13.89.

L'étude du flux se ramène à un système linéaire du second ordre en considérant que la dynamique des variables rapides est infiniment plus élevée que celle des variables lentes. À partir des mesures de l'entrée  $V_{ds} = kE$  et de la sortie  $I_{ds}$ , un observateur de Luenberger reconstitue alors les composantes du flux. L'estimation est corrigée en boucle fermée par un terme du type  $K_{obs}(i_{ds} - \hat{i}_{ds})$ .

## 13.2.2 Commande par retour d'état avec restructeur

La commande par retour d'état présentée au chapitre 14.3.3 nécessite la connaissance du vecteur d'état. Si sa mesure n'est pas accessible et si les variables correspondantes sont observables, il convient de remplacer les composantes inconnues du vecteur d'état par l'estimation de leurs valeurs. La structure obtenue est représentée sur la figure 13.6.

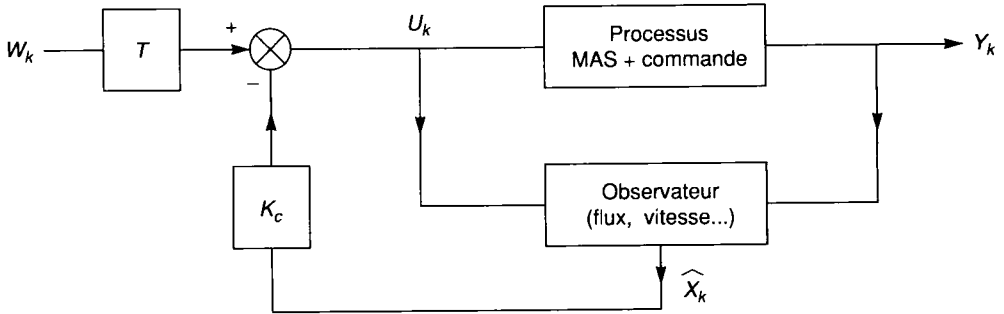


Figure 13.6. - Commande par retour d'état avec reconstruteur.

$K_c$  désigne le gain du retour d'état et  $T$  le filtre d'entrée.

L'équation (13.65) montre que si  $\hat{X}_0 = X_0$ , alors  $\hat{X}_k = X_k$  pour tout  $k$ . Dans le cas contraire, la réponse transitoire du système, contrôlée par retour d'état, dépend de celle de l'observateur.

La commande est décrite par l'équation suivante :

$$U(z) = T \cdot W(z) - K_c \hat{X}(z) \tag{13.92}$$

Ce qui donne en développant l'expression de  $\hat{X}(z)$  :

$$U(z) = -K_c(zI - A_d + K_{obs}C_d + B_dK_c)^{-1}K_{obs}Y(z) + (1 - K_c(zI - A_d + K_{obs}C_d + B_dK_c)^{-1}B_d)TW(z) \tag{13.93}$$

L'équation de commande est modifiée par la présence de l'observateur. Cependant, si l'erreur d'estimation est initialement faible, celle-ci convergeant vers 0, l'observateur et le retour d'état peuvent être calculés séparément [FOULARD 87].

### 13.2.3 Estimation des paramètres par l'observateur étendu

L'observateur étendu est une extension de l'algorithme précédent aux systèmes non linéaires.

$$\begin{cases} \frac{dX_n}{dt} = f_n(X_n(t), \theta, U(t), t) = f_{n1}(X_n(t), \theta) + B_c U(t) \\ Y(t) = h_n(X_n(t), \theta, t) = C_c X_n(t) \end{cases} \tag{13.94}$$

Un nouveau vecteur d'état est construit à partir de  $X_n$  et d'un vecteur représentant les paramètres inconnus  $\theta$  :

$$X = \begin{bmatrix} X_n \\ \theta \end{bmatrix}$$

Les changements de  $\theta$  étant beaucoup plus lents que ceux de  $X$ , on suppose souvent  $\frac{d\theta}{dt} = 0$ .

De manière générale, le système augmenté est décrit par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = \begin{bmatrix} f_n(X_n(t), \theta, U(t), t) \\ f_p(X_n(t), \theta, t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{n1}(X_n(t), \theta) \\ f_{p1}(X_n(t), \theta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_c \\ 0 \end{bmatrix} U \\ Y(t) = \begin{bmatrix} C_c & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_n \\ \theta \end{bmatrix} \end{cases} \quad (13.95)$$

Ce nouveau système est linéarisé à chaque pas autour du point de fonctionnement défini au pas précédent. Cette linéarisation sera développée au chapitre 13.3.2.

On peut alors effectuer la synthèse d'un observateur de Luenberger à partir du système 13.94 linéarisé et donc reconstruire l'état et identifier les paramètres inconnus.

Sur ce principe, [DU 93] propose des structures d'observateur de position, de vitesse de rotation et de constante de temps rotorique.

## 13.3 Observateurs optimisant un critère statistique

Ces observateurs donnent une estimation optimale (au sens d'un critère statistique) de l'état du système perturbé par des bruits dont les propriétés stochastiques sont connues. Le filtre (ou prédicteur) de Kalman appartient à cette classe de reconstituteur d'état. Il est souvent mis en œuvre pour donner une estimation du flux, de la vitesse ou des paramètres rotoriques utilisés pour la synthèse des commandes vectorielles.

### 13.3.1 Estimateur standard de Kalman

Le filtre de Kalman donne une réalisation de la variable aléatoire  $\hat{X}$  représentant l'état du système à l'instant  $k$ , connaissant le vecteur de mesure  $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_{k-1}\}$ , qui minimise la variance *a priori* de l'erreur d'estimation :

$$E(\tilde{X}^T \tilde{X}) \text{ avec } \tilde{X} = X - \hat{X} \quad (13.96)$$

Le procédé discrétisé est modélisé par les équations suivantes :

$$\begin{cases} X_{k+1} = A_{d_k} X_k + B_d U_k + W_k \\ y_k = C_{d_k} X_k + V_k \end{cases} \quad (13.97)$$

$W_k$  et  $V_k$  sont des bruits blancs centrés non corrélés caractérisés par leur matrice de covariance (voir annexe 3).

Les bruits sont centrés donc :

$$E(W_i) = 0 \text{ et } E(V_j) = 0 \quad (13.98)$$

Les matrices de covariance sont notées :

$$\sum W_{k_i} W_{k_j} = \left[ E \left( W_{k_i} W_{k_j} \right) \right] = Q_k \delta_{ij} \quad (13.99)$$

où  $\delta_{ij}$  est l'opérateur défini par  $\delta_{ij} = 1$  si  $i = j$  et  $\delta_{ij} = 0$  si  $i \neq j$  et où  $Q$  désigne une matrice symétrique définie positive.

$$\sum V_{k_i} V_{k_j} = \left[ E \left( V_{k_i} V_{k_j} \right) \right] = R_k \delta_{ij} \quad (13.100)$$

où  $R$  désigne une matrice symétrique définie positive.

$W_k$  et  $V_k$  sont décorrélés donc :

$$E(W_{k_i} V_{k_j}) = 0 \quad (13.101)$$

On note  $\hat{X}_{k|n}$  l'estimation à l'instant  $kT_{ech}$  minimisant la variance de l'erreur d'estimation

$$E \left( \left( X_k - \hat{X}_{k|n} \right) \left( X_k - \hat{X}_{k|n} \right)^T \right) \text{ connaissant les mesures } y_1, \dots, y_n.$$

Si  $k < n$ ,  $\hat{X}_{k|n}$  est obtenu par un lissage.

Si  $k = n$ ,  $\hat{X}_{k|n}$  est le résultat d'un filtrage.

Si  $k > n$ ,  $\hat{X}_{k|n}$  est une prédiction.

L'algorithme de Kalman minimisant la variance conditionnelle *a priori* ( $n = k-1$ ) se décompose en deux étapes [LALIBERTE 93] :

■ Phase de prédiction ou de propagation

$$\hat{X}_{k+1|k} = A_{d_k} \hat{X}_{k|k} + B_{d_k} U_k \quad (13.102)$$

$$P_{k+1|k} = A_{d_k} P_{k|k} A_{d_k}^T + Q_k \text{ (où } P_{k+1|k} \text{ est la matrice de covariance } a \text{ priori)} \quad (13.103)$$

■ Phase de correction

$$\hat{X}_{k|k} = \hat{X}_{k|k-1} + K_k (y_k - C_{d_k} \hat{X}_{k|k-1}) \quad (13.104)$$

$$P_{k|k} = ([I] - K_k C_{d_k}) P_{k|k-1} \text{ (où } P_{k|k} \text{ est la matrice de covariance } a \text{ posteriori)} \quad (13.105)$$

où  $K_k = P_{k|k-1} C_{d_k}^T (C_{d_k} P_{k|k-1} C_{d_k}^T + R_k)^{-1}$  désigne le gain de Kalman.

Les démonstrations sont développées dans [BORNE 90], [DIEULESAINT 90] et [FOULARD 87]. Le filtre de Kalman est représenté sur la figure 13.7.

Sur ce principe, sont construits l'estimateur et le prédicteur de Kalman (tableau 13.1).

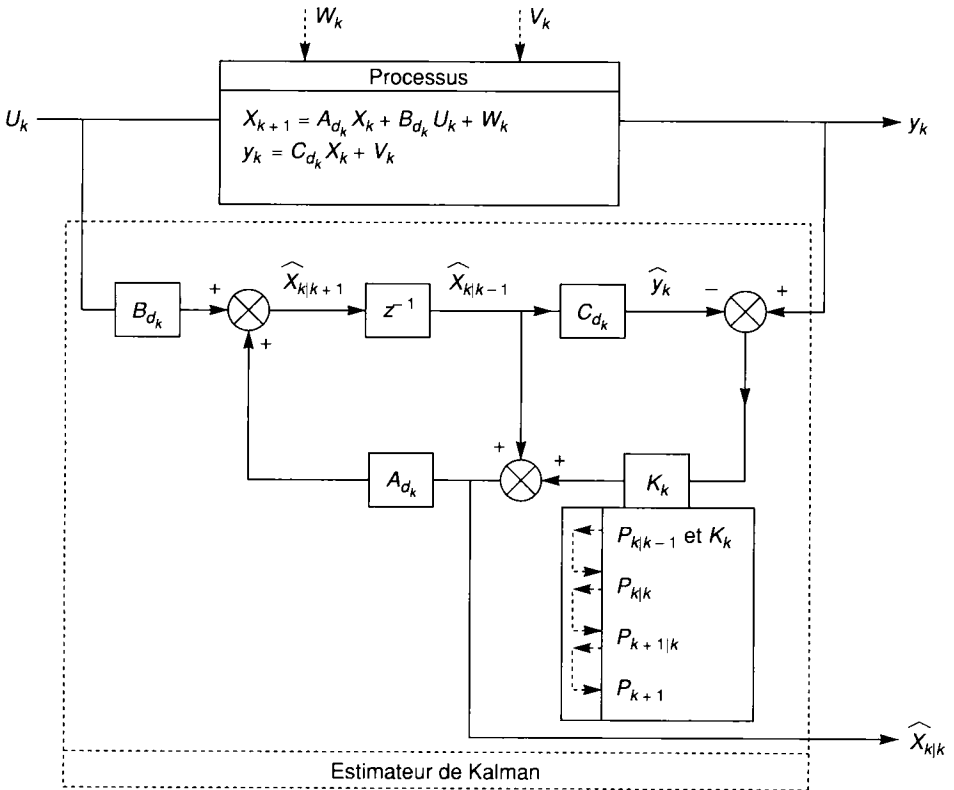


Figure 13.7. - Estimateur de Kalman.

Estimateur de Kalman (filtrage)	Prédicteur de Kalman à un pas
<ul style="list-style-type: none"> <li><b>Initialisation</b> Pour <math>k = 0</math> <math>\hat{X}_{k k} = m_0</math> et <math>P_{k k} = P_0</math></li> <li><b>Algorithme</b> <math display="block">\hat{X}_{k+1 k+1} = ([I] - K_{k+1} C_{d_{k+1}}) A_{d_k} \hat{X}_{k k} + ([I] - K_{k+1} C_{d_{k+1}}) B_{d_k} U_k + K_{k+1} y_{k+1}</math>avec <math>P_{k+1 k+1} = ([I] - K_{k+1} C_{d_{k+1}}) \cdot (A_{d_k} P_{k k} A_{d_k}^T + Q_k)</math>et <math>K_{k+1} = (A_{d_k} P_{k k} A_{d_k}^T + Q_k) C_{d_{k+1}}^T \cdot (R_{k+1} + C_{d_{k+1}} (A_{d_k} P_{k k} A_{d_k}^T + Q_k) C_{d_{k+1}}^T)^{-1}</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><b>Initialisation</b> Pour <math>k = 0</math> <math>\hat{X}_{k k-1} = m_0</math> et <math>P_{k k-1} = P_0</math></li> <li><b>Algorithme</b> <math display="block">\hat{X}_{k+1 k} = (A_{d_k} - K_k C_{d_k}) \hat{X}_{k k-1} + B_{d_k} U_k + K_k y_k</math>avec <math>P_{k+1 k} = (A_{d_k} - K_k C_{d_k}) \cdot P_{k k-1} A_{d_k}^T + Q_k</math>et <math>K_k = A_{d_k} P_{k k-1} C_{d_k}^T \cdot (R_k + C_{d_k} P_{k k-1} C_{d_k}^T)^{-1}</math></li> </ul>

Tableau 13.1. - Algorithmes de l'estimateur et du prédicteur de Kalman.



Ce filtre a plusieurs avantages :

- si la matrice de sortie  $C_{dk}$  est constante et si les bruits sont stationnaires (leurs propriétés stochastiques ne dépendent pas du temps), le calcul de la matrice de gain de Kalman peut être fait hors ligne,
- il est récurrent ce qui diminue le volume des données stockées.

Cependant, si cet algorithme est appliqué tel quel, la matrice  $P_{klk}$  risque de ne pas rester positive et provoquer l'instabilité du filtre [DE LARMINAT 93]. Pour éviter cet inconvénient, il est souhaitable de factoriser  $P_{klk}$  en  $\Delta_k D_k D_k^T$  où  $\Delta_k$  est une matrice triangulaire supérieure dont la diagonale est constituée de 1 et  $D_k$  une matrice diagonale positive. Les récurrences se font alors sur  $\Delta_k$  et  $D_k$ .

### Bruits Gaussiens

Si les bruits sont gaussiens (voir annexe 3) alors le filtre de Kalman minimise la variance *a posteriori* de l'erreur d'observation (il minimise  $E\left(\left(X_k - \hat{X}_{k|k}\right)\left(X_k - \hat{X}_{k|k}\right)^T\right)$  connaissant les mesures  $y_1, \dots, y_k$ ) et maximise la probabilité *a posteriori* des grandeurs estimées (il maximise  $p(X_k | Y_0 \dots Y_k \text{ connus})$ ). On montre alors que  $\hat{X}_k = E(X | Y_0 \dots Y_k \text{ connus})$ .

### Bruits corrélés

Si les bruits  $W_k$  et  $V_k$  sont corrélés, notons  $S_k = E(W_k V_k^T)$  et posons

$$\tilde{A}_{dk} = A_{dk} - S_k R_k^{-1} C_k, \quad \tilde{U}_k = B_{dk} U_k + S_k R_k^{-1} Y_k, \quad \tilde{W}_k = W_k - S_k R_k^{-1} V_k$$

Les équations du système (13.97) deviennent [DE LARMINAT 93][BORNE 90] :

$$\begin{cases} X_{k+1} = \tilde{A}_{dk} X_k + \tilde{U}_k + \tilde{W}_k \\ Y_k = C_{dk} X_k + V_k \end{cases} \quad (13.106)$$

avec  $\tilde{S}_k = 0$  et  $\tilde{Q}_k = Q_k - S_k R_k^{-1} S_k^T$  et où  $R_k$  n'est pas modifié.

On retrouve les hypothèses permettant d'appliquer le filtre de Kalman. Les bruits  $\tilde{W}_k$  et  $V_k$  ne sont plus corrélés.

## 13.3.2 Filtre de Kalman étendu

Le filtre de Kalman étendu [KIM 94][NAJIM 88] est une extension de l'algorithme précédent aux systèmes non linéaires.

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = f(X(t), U(t), t) + W(t) \\ Y(t) = h(X(t), t) + V(t) \end{cases} \quad (13.107)$$

Ce filtre linéarise le système à chaque pas autour du point de fonctionnement défini au pas précédent.

Définissons :

$$H(X(t), t) = \left( \frac{\partial h}{\partial X} \right)_{X=\hat{X}(t)} \quad \text{et} \quad F(X(t), u(t), t) = \left( \frac{\partial f}{\partial X} \right)_{X=\hat{X}(t)} \quad (13.108)$$

et 
$$\Phi(k+1, k) = e^{\left( \left( \frac{\partial f}{\partial X} \right)_{X=\hat{X}_{k,k}} \right) \cdot T_{ech}}$$
 la matrice de transition de  $X_k$  vers  $X_{k+1}$  (13.109)

Après échantillonnage, l'algorithme devient :

$$\hat{X}_{k+1|k} = \hat{X}_{k|k} + \int_{kT_{ech}}^{(k+1)T_{ech}} f(X(t|t_k), u(t), t) dt \quad (13.110)$$

$$P_{k+1|k} = \Phi(t_{k+1}, t_k) P_{k|k} \Phi(t_{k+1}, t_k)^T + \tilde{Q}_k$$

où 
$$\tilde{Q}_k = \int_{kT_{ech}}^{(k+1)T_{ech}} \Phi(t_{k+1}, t) Q(t) (\Phi(t_{k+1}, t))^T dt \quad (13.111)$$

où 
$$\Phi(t_{k+1}, t) = e^{\left( \left( \frac{\partial f}{\partial X} \right)_{X=\hat{X}_{k,k}} \right) \cdot (t_{k+1} - t)} \quad \text{et} \quad t_{k+1} = (k+1)T_{ech} \quad (13.112)$$

Pour calculer  $P_{k+1|k}$  le système a été linéarisé autour de  $\hat{X}_{k|k}$ .

$$K_{k+1} = P_{k+1|k} \cdot \left( H(\hat{X}_{k+1|k}, (k+1)T_{ech}) \right)^T \cdot \left[ \left( H(\hat{X}_{k+1|k}, (k+1)T_{ech}) \right) \cdot P_{k+1|k} \cdot \left( H(\hat{X}_{k+1|k}, (k+1)T_{ech}) \right)^T + R_{k+1} \right]^{-1} \quad (13.113)$$

Cette fois, la linéarisation a lieu autour de  $\hat{X}_{k+1|k}$

$$P_{k+1|k+1} = \left( I - K_{k+1} \cdot \left( H(\hat{X}_{k+1|k}, (k+1)T_{ech}) \right) \right) \cdot P_{k+1|k} \quad (13.114)$$

$$\hat{X}_{k+1|k+1} = \hat{X}_{k+1|k} + K_{k+1} \cdot \left( Y_k - h(\hat{X}_{k+1|k}, (k+1)T_{ech}) \right) \quad (13.115)$$

Le filtre de Kalman étendu peut présenter des problèmes de convergence qui limitent notablement son utilisation.

### 13.3.3 Estimation des paramètres

Le filtre de Kalman étendu permet d'identifier les paramètres qui varient dans les commandes adaptatives [LORON 91][LALIBERTE 93]. Le suivi de l'évolution des constantes de temps rotatives [ZAI 92] ou l'estimation de la vitesse de rotation [KIM 94] constituent deux applications importantes.

Pour atteindre cet objectif, on construit un système augmenté à partir de l'état du système  $X_k$  et des paramètres inconnus  $\theta_k$ . Un nouveau vecteur d'état est défini :

$$\tilde{X}_k = \begin{bmatrix} X_k \\ \theta_k \end{bmatrix} \quad (13.116)$$

En modélisant la variation des paramètres par le bruit  $W_{\theta_k}$ , les équations du système augmenté sont :

$$\begin{bmatrix} X_{k+1} \\ \theta_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_d(\theta_k) & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_k \\ \theta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_d(\theta_k) \\ 0 \end{bmatrix} \cdot U_k + \begin{bmatrix} W_{X_k} \\ W_{\theta_k} \end{bmatrix} \quad (13.117)$$

$$Y_{k+1} = [C(\theta_k) \quad 0] \begin{bmatrix} X_k \\ \theta_k \end{bmatrix} + V_k \quad (13.118)$$

Il suffit d'appliquer l'algorithme de Kalman étendu pour obtenir une estimation des paramètres inconnus et de l'état du système linéarisé.

Dans ce cas :

$$F(X, u, kT_{ech}) = \begin{bmatrix} A_d(\theta_k) & \left( \frac{\partial(A_d(\theta_k)X_k + B_d(\theta_k)U_k)}{\partial\theta} \right)_{\theta_k} \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (13.119)$$

$$H(X, kT_{ech}) = \begin{bmatrix} C(\theta_k) & \left( \frac{\partial(C(\theta_k)X_k)}{\partial\theta} \right)_{\theta_k} \end{bmatrix} \quad (13.120)$$

En général, les bruits  $W_{\theta_k}$  sur les paramètres et ceux sur l'état  $W_{X_k}$  sont décorrélés. La matrice de covariance de  $W_{\theta_k}$  caractérise la dynamique sur l'évolution des paramètres (ceux qui sont constants ont une variance nulle, ceux qui évoluent rapidement ont une variance élevée).

L'initialisation de l'algorithme doit être effectuée avec soin, le filtre n'étant pas robuste. Il convient de choisir les matrices de covariances et les valeurs des paramètres pour  $k = 0$ . Ces derniers sont évalués à partir d'une identification hors ligne ou calculés à partir des indications de la plaque signalétique de la machine.

[LALIBERTE 93] utilise cette méthode pour identifier les paramètres ( $R_s$ ,  $L_f$ ,  $R_r$ ,  $L_r$ ) d'une machine asynchrone. Il propose de choisir, pour initialiser cet estimateur, les valeurs approchées :

$$\sigma_0 = \frac{1 - \cos(\varphi_n)}{1 + \cos(\varphi_n)}, \quad L_{f_0} = \frac{\sqrt{\sigma_0} U_n}{\omega_{s_n} I_n}, \quad L_{r_0} = \frac{1 - \sigma_0}{\sigma_0} L_{f_0} \quad \text{et} \quad T_{r_0} = \frac{1}{\sqrt{\sigma_0} \omega_{s_n} g_n} \quad (13.121)$$

où  $g_n$  désigne le glissement nominal,  $L_f$  est l'inductance de fuite stator ou rotor et  $T_r$  la constante de temps rotorique.

### Application à l'estimation de la constante de temps rotorique

[ZAI 92] présente une estimation de la constante de temps rotorique implantée dans une commande vectorielle indirecte d'un moteur asynchrone où le flux rotorique est maintenu constant sur l'axe  $d$  du repère  $d^e q^e$  synchrone lié au champ tournant.

Il choisit, dans le repère  $dq$  lié au stator,

$$\begin{aligned} \text{le vecteur d'état} \quad X &= \begin{bmatrix} i_{qs} & i_{ds} & i_{qr} & i_{dr} & \frac{R_r}{L_r} \end{bmatrix}^T, \\ \text{l'entrée} \quad U &= \begin{bmatrix} v_{qs \text{ fondamentale}} \\ v_{ds \text{ fondamentale}} \end{bmatrix} \\ \text{et la sortie} \quad Y &= \begin{bmatrix} i_{qs \text{ fondamentale}} \\ i_{ds \text{ fondamentale}} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (13.122)$$

Le système, en temps continu, est donné par les équations non linéaires suivantes :

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = f(X, U, t) + G(t)W_X(t) \\ Y = h(X, t) + V \end{cases} \quad (13.123)$$

avec :

$$f(X, u, t) = \sigma \cdot \begin{pmatrix} -\frac{R_s}{L_s} x_1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r} \omega_m x_2 + \frac{L_m}{L_s} x_3 x_5 - \frac{L_m}{L_s} \omega_m x_4 - \frac{1}{L_s} u_1 \\ \frac{L_m^2}{L_s L_r} \omega_m x_1 - \frac{R_s}{L_s} x_2 + \frac{L_m}{L_s} \omega_m x_3 + \frac{L_m}{L_s} x_4 x_5 + \frac{1}{L_s} u_2 \\ \frac{L_m}{L_r} \omega_m x_1 - \frac{L_m}{L_r} \omega_m x_2 - x_3 x_5 + \omega_m x_4 - \frac{L_m}{L_s L_r} u_1 \\ -\frac{L_m}{L_r} \omega_m + \frac{L_m}{L_r} \left( \frac{R_s}{L_s} \right) x_2 - \omega_m x_3 - x_4 x_5 - \frac{L_m}{L_s L_r} u_2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (13.124)$$

$$\text{avec } X = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5]^T$$

et

$$G(t) = \sigma \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{L_s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_s} & 0 \\ -\frac{1}{L_s} \frac{L_m}{L_r} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L_s} \frac{L_m}{L_r} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (13.125)$$

Le bruit  $W_X$  représente les harmoniques de tension et l'incertitude paramétrique.  $V$  modélise les harmoniques de courant. Les matrices  $F$  et  $H$  obtenues sont :

$$F = \sigma \cdot \begin{pmatrix} -\frac{R_s}{L_s} & -\frac{L_m^2}{L_s L_r} \omega_m & \frac{L_m}{L_s} \left( \frac{R_r}{L_r} \right) & -\frac{L_m}{L_s} \omega_m & -\frac{L_m}{L_s} i_{qr} \\ \frac{L_m^2}{L_s L_r} \omega_m & -\frac{R_s}{L_s} & \frac{L_m}{L_s} \omega_m & \frac{L_m}{L_s} \left( \frac{R_r}{L_r} \right) & \frac{L_m}{L_s} i_{dr} \\ \frac{L_m}{L_r} \left( \frac{R_s}{L_s} \right) & \frac{L_m}{L_r} \omega_m & -\left( \frac{R_r}{L_r} \right) & \omega_m & -i_{qr} \\ -\frac{L_m}{L_r} \omega_m & \frac{L_m}{L_r} \left( \frac{R_s}{L_s} \right) & -\omega_m & -\left( \frac{R_r}{L_r} \right) & -i_{dr} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (13.126)$$

et

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (13.127)$$

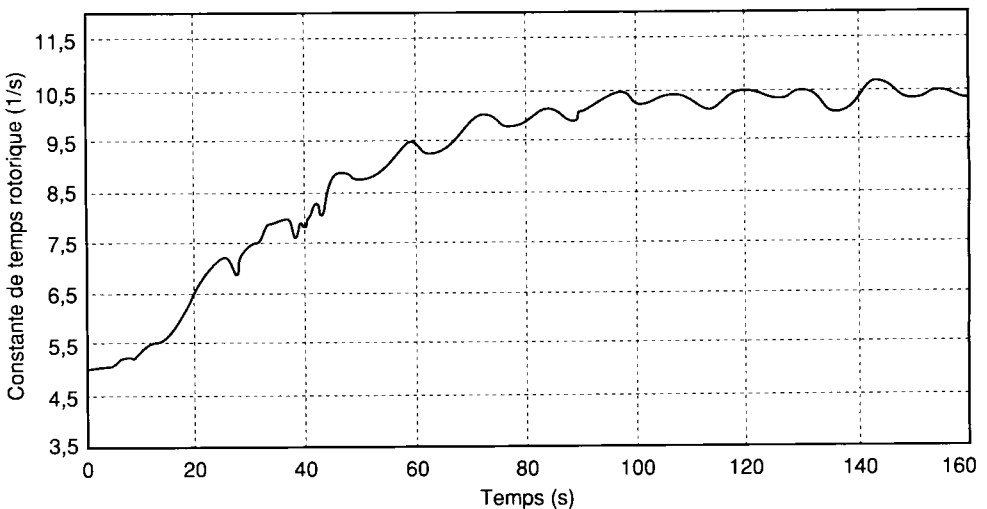


Figure 13.8. - Estimation de la constante de temps rotorique pour  $R_s = 1.03 \Omega$  (extrait de [Zai 92] et publié avec l'aimable autorisation des éditions IEEE © IEEE 92).

Cet algorithme nécessite l'évaluation en ligne de l'inductance magnétisante  $L_m$ , la matrice  $F$  dépendant sensiblement de ce paramètre.

La figure (13.8) représente l'estimation de la constante de temps rotorique obtenue par cette méthode.

### Application à l'estimation de la vitesse de rotation

[KIM 94] propose, pour sa part, un estimateur de la vitesse de rotation dans une commande vectorielle de machine asynchrone sans capteur mécanique.

Dans un référentiel lié au stator, il retient :

$$\begin{aligned}
 &\text{comme vecteur d'état} & X &= [i_{ds} \quad i_{qs} \quad \Psi_{dr} \quad \Psi_{qr} \quad \omega_m]^T, \\
 &\text{comme entrée} & U &= \begin{bmatrix} v_{ds \text{ fondamental}} \\ v_{qs \text{ fondamental}} \end{bmatrix} \\
 &\text{et comme sortie} & Y &= \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{13.128}$$

La modélisation du système redonne des équations du type (13.123) où les fonctions  $f$  et  $G$  sont données par :

$$f(X, u, t) = \begin{pmatrix} -\left(\frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{1-\sigma}{\sigma} \left(\frac{R_r}{L_r}\right)\right) x_1 + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \left(\frac{R_r}{L_r}\right) x_3 + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} x_4 x_5 + \frac{1}{\sigma L_s} u_1 \\ -\left(\frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{1-\sigma}{\sigma} \left(\frac{R_r}{L_r}\right)\right) x_2 - \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} x_2 x_5 + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} x_4 x_5 + \frac{1}{\sigma L_s} u_2 \\ \frac{L_m}{T_r} x_1 - \frac{R_r}{L_r} x_3 - x_4 x_5 \\ \frac{L_m}{T_r} x_2 + x_3 x_5 - \frac{x_4}{T_r} \\ 0 \end{pmatrix} \tag{13.129}$$

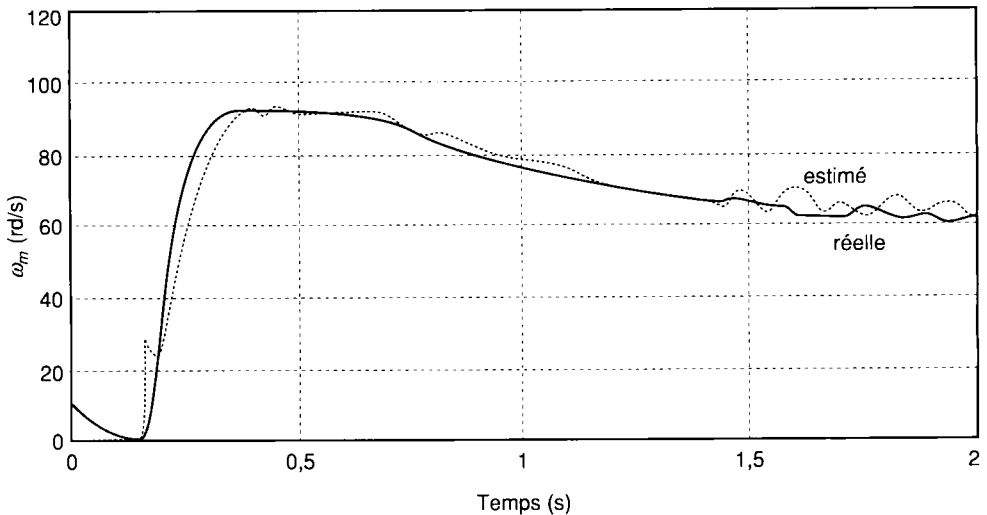
$$G(t) = \frac{1}{\sigma} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{L_s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{13.130}$$

Il en résulte l'expression des matrices  $F$  et  $H$  :

$$F = \begin{pmatrix} -\left(\frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{1-\sigma}{\sigma} \left(\frac{R_r}{L_r}\right)\right) & 0 & \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \left(\frac{R_r}{L_r}\right) & \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega_m & -\frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \Psi_{qr} \\ 0 & -\left(\frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{1-\sigma}{\sigma} \left(\frac{R_r}{L_r}\right)\right) & -\frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega_m & \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \left(\frac{R_r}{L_r}\right) & \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} i_{qs} \\ \frac{L_m}{T_r} & 0 & -\frac{R_r}{L_r} & -\omega_m & -\Psi_{qr} \\ 0 & \frac{L_m}{T_r} & \omega_m & -\frac{\Psi_{qr}}{T_r} & -\Psi_{dr} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

et 
$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{13.131}$$

La figure (13.9) représente l'estimation de la vitesse de rotation obtenue par cette méthode.



**Figure 13.9. - Estimation de la vitesse**  
 (extrait de [K1M 94] et publié avec l'aimable autorisation des éditions IEEE © IEEE 94).

Une nouvelle fois, l'estimation de la vitesse est sensible aux variations des caractéristiques de l'actionneur dues à la température (constante de temps rotorique,  $L_{m...}$ ). Cet algorithme a nécessité l'utilisation d'un DSP de 30Mflop pour permettre un rafraîchissement du filtre toutes les 200 microsecondes.

Ces exemples montrent :

- le manque de robustesse de ce filtre,
- la sensibilité aux variations des paramètres non identifiés.

# **Asservissement et régulation des courants, de la vitesse et de la position : approche linéaire**

14.1 • Introduction	340
14.2 • Commande analogique	345
14.3 • Commande numérique	357



## 14.1 Introduction

Les chapitres précédents ont montré les techniques utilisées pour optimiser les performances de l'ensemble convertisseur machine et linéariser les transferts en boucle ouverte représentant le processus (contrôle du couple par  $i_{qs}$ , contrôle du flux par  $i_{ds}$ , contrôle de la vitesse par le couple...).

Celui-ci aborde la synthèse des correcteurs permettant de réguler les grandeurs électriques (courants...), magnétiques (flux, courant magnétisant...) et mécaniques (couple, vitesse, position...).

Leur choix doit être adapté aux performances requises (temps de réponse...), aux impératifs techniques (complexité de la commande, immunité aux parasites) et aux contraintes économiques.

Les correcteurs ont un triple objectif :

- stabiliser le système en boucle fermée : Un système linéaire est stable asymptotiquement si et seulement si sa réponse impulsionnelle converge vers 0 lorsque le temps croît vers l'infini. Pour un système continu, cette propriété est vérifiée lorsque tous les pôles du système continu sont à partie réelle négative dans le plan  $s$ . Pour un système échantillonné, tous les pôles doivent être à l'intérieur du cercle unité dans le plan  $z$ .
- assurer le suivi des grandeurs de sortie  $y$  en fonction des consignes  $y_c$  en l'absence de perturbations : asservissement. En particulier, des contraintes de précision peuvent être imposées lorsque l'entrée est excitée par un échelon, une rampe...
- atténuer la variation des sorties  $y$  en présence de perturbations lorsque les consignes sont constantes : régulation.

Pour accomplir la synthèse d'un correcteur, la première démarche à effectuer consiste à traduire le cahier des charges sous forme d'un objectif exprimé en termes :

- de recherche de stabilité. Cette condition doit bien sûr toujours être vérifiée ! De plus la stabilité doit être conservée en présence des bruits injectés sur le système et en dépit des imprécisions sur la modélisation (dynamiques négligées) et des incertitudes paramétriques. Ces contraintes conduiront à définir la notion de stabilité robuste.
- de performances en régulation (capacité de rejeter les perturbations injectées en entrée ou en sortie) et en poursuite (capacité de suivre en sortie les consignes).

De nombreux critères sont disponibles pour vérifier la stabilité des systèmes continus ou échantillonnés en boucle fermée. [RIVOIRE 90A][RIVOIRE 90B][BORNE 93A][BORNE 93B][DELUZURIEUX 94]. Pour les systèmes une entrée - une sortie notés S.I.S.O (voir figure 14.1), la stabilité asymptotique est donnée, entre autres, par le critère du revers dans le plan de Nyquist ou son interprétation dans le plan de Bode.

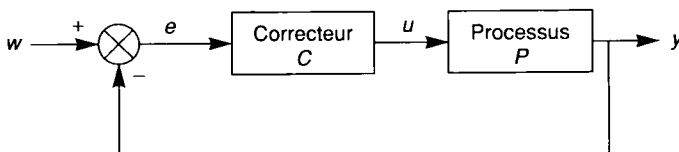


Figure 14.1. - Système S.I.S.O. asservi.

### Critère du revers dans le plan de Nyquist

Une condition nécessaire et suffisante de stabilité du système en boucle fermée est satisfaite si le transfert en boucle ouverte  $F_{BO}(j\omega)$  entoure le point critique  $(-1, 0)$  autant de fois qu'il comporte de pôles instables lorsque  $\omega$  croît de  $0$  à  $+\infty$ . Si le système en boucle ouverte ne possède ni pôle ni zéro instables ( $F_{BO}$  est à déphasage minimal), cette condition devient : le transfert en boucle ouverte  $F_{BO}(j\omega)$  laisse le point critique  $(-1, 0)$  sur sa gauche lorsque  $\omega$  croît de  $0$  à  $+\infty$  (voir figure 14.2).

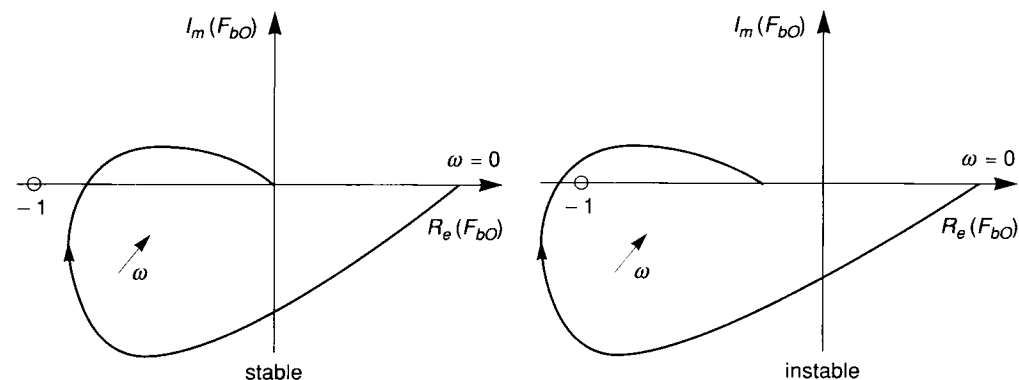


Figure 14.2. - Stabilité d'un système en boucle fermée : critère du revers.

### Critère de stabilité dans le plan de Bode

Le système en boucle fermée est asymptotiquement stable si et seulement si la courbe de gain dans le diagramme de Bode est en dessous de l'axe  $0$  dB pour la pulsation  $\omega_{osc}$  définie par  $\text{Arg}[F_{BO}(\omega_{osc})] = \pi$  (voir figure 14.3).

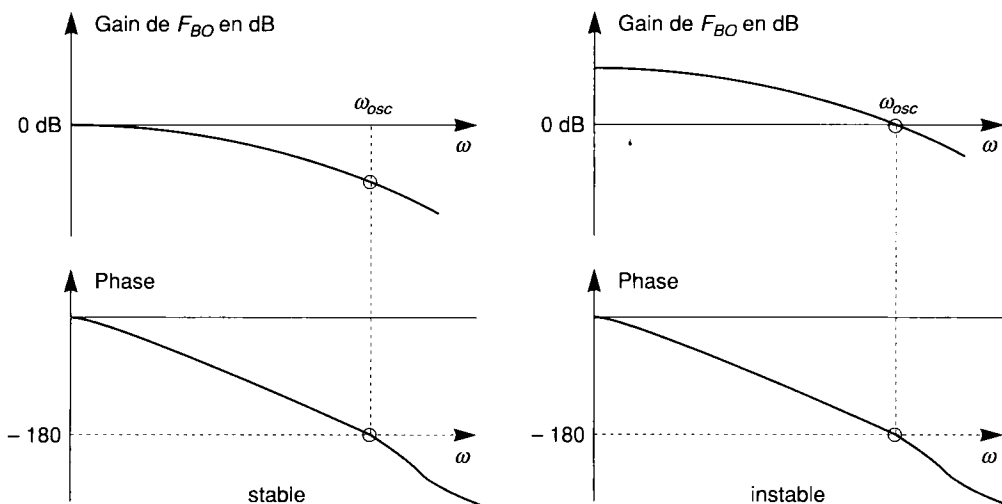


Figure 14.3. - Stabilité d'un système en boucle fermée : utilisation du diagramme de Bode.

La précision de l'asservissement est caractérisée par l'erreur entre la sortie et la consigne en réponse à différents types d'échelons d'entrée (position, vitesse, accélération...). Elle peut être calculée à partir du théorème de la valeur finale pour un système en boucle fermée avec retour unitaire :

- pour un système continu 
$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{W}{1 + F_{BO}(s)}$$
- pour un système discrétisé 
$$e(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} \left( \frac{z-1}{z} \right) \frac{W}{1 + F_{BO}(z)}$$

avec  $w$  l'entrée,  $e = y - w$  l'erreur de sortie,  $y$  la sortie et  $F_{BO} = \frac{y(z)}{e(z)}$  le transfert direct en boucle ouverte.

Si  $F_{BO}(s)$  est factorisée sous la forme  $\frac{K}{s^i} F^-(s)$  avec  $F^-(0) = 1$  et  $i$  le nombre d'intégrateurs,

l'erreur statique en boucle fermée peut être évaluée pour les différentes excitations ci-dessous [GUYENOT 89] :

nombre d'intégrateurs dans $F_{BO}$	Système continu			Système discret		
	échelon de position $w(t) = E_0$	échelon de vitesse $w(t) = V_0 t$	échelon d'accélération $w(t) = \Gamma_0 \frac{t^2}{2}$	échelon de position $w_n = E_0$	échelon de vitesse $w_n = V_0 n T_{ech}$	échelon d'accélération $w_n = \Gamma_0 n^2 \frac{T_{ech}^2}{2}$
0	$\frac{E_0}{1 + K}$	$\infty$	$\infty$	$\frac{E_0}{1 + K}$	$\infty$	$\infty$
1	0	$\frac{V_0}{K}$	$\infty$	0	$\frac{V_0}{K} T_{ech}$	$\infty$
2	0	0	$\frac{\Gamma_0}{K}$	0	0	$\frac{\Gamma_0}{K} T_{ech}^2$

Tableau 14.1. - Précision.

L'augmentation du nombre d'intégrateurs et du gain du correcteur permet aussi d'accroître la précision du système en présence de perturbations sur la sortie. Cependant, il faut éviter de le rendre instable en donnant à  $F_{BO}$  un gain statique trop important.

Les performances dynamiques désirées en boucle fermée sont spécifiées à partir :

- soit d'une réponse pile  $z^{-d-1}$  (la sortie recopie l'entrée avec  $d$  pas de retard), des caractéristiques d'un modèle du premier ordre (Gain et constante de temps) ou celles d'un modèle du second ordre continu  $H(s) = \frac{K_0 \cdot \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$  (qui sera bloqué à l'ordre zéro et discrétisé) et donc de son gain  $K_0$ , de sa pulsation naturelle  $\omega_n$  et de son amortissement  $\zeta$ .

Les caractéristiques d'un système de second ordre pseudo-périodique sont rappelées dans le tableau 14.2 [RIVOIRE 90A].

<p>Gain dB</p> <p>Phase (deg)</p> <p><math>M</math> <math>Q</math></p> <p><math>f_r</math> <math>f_n</math></p> <p><math>f</math></p> <p><math>f</math></p> <p>- 90 - 180</p>	<p>Facteur de qualité :</p> $Q = \frac{1}{2\xi}$ <p>Facteur de surtension :</p> $M = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$ <p>Fréquence naturelle :</p> $f_n = 2\pi\omega_n$ <p>Fréquence de résonance :</p> $f_r = 2\pi\omega_n\sqrt{1-2\xi^2}$
<p><math>y</math></p> <p><math>(1+d\%)y(\infty)</math></p> <p><math>T_p</math></p> <p><math>(1+n\%)y(\infty)</math></p> <p><math>y(\infty)</math></p> <p><math>(1-n\%)y(\infty)</math></p> <p><math>t_m</math> <math>t_{pic}</math> <math>t_{r_n}</math></p> <p><math>t</math></p>	<p>Temps de montée :</p> $t_m = \frac{\pi - \text{Arccos}(\xi)}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}$ <p>Temps de premier pic :</p> $t_{pic} = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}$ <p>Temps de réponse à n% :</p> $t_{r_n} \approx \frac{1}{\omega_n\xi} \ln\left(\frac{100}{n}\right)$ <p>Pseudo-période :</p> $T_p = \frac{2\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}$ <p>Dépassement :</p> $d\% = 100 \exp\left(\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right)$

Tableau 14.2. - Caractéristiques d'un système du second ordre pseudo-périodique pour  $\xi < \frac{1}{\sqrt{2}}$   
(publié avec l'aimable autorisation de M. M. Rivoire © 1990, Eyrolles).

Discretisé et bloqué à l'ordre 0, ce système est représenté (pour un gain unitaire) par le transfert en  $z$  :

$$\frac{B_1(z)}{A_1(z)} = \frac{b_1 z + b_0}{z^2 + \alpha z + \beta} \quad (14.1)$$

avec

$$\beta = \exp(-2\xi\omega T_{ech})$$

$$\alpha = 2 \exp(-\xi\omega T_{ech}) \cos\left(\omega T_{ech} \sqrt{1 - \lambda^2}\right)$$

- soit de la dynamique du système objectif (ce qui revient à fixer les pôles du système corrigé). Cependant, les zéros de la fonction de transfert modifient sensiblement la réponse temporelle et fréquentielle.
- soit, plus généralement, par des transferts entrées/sorties, perturbations/entrées et perturbations/sorties (voir figure 14.4).

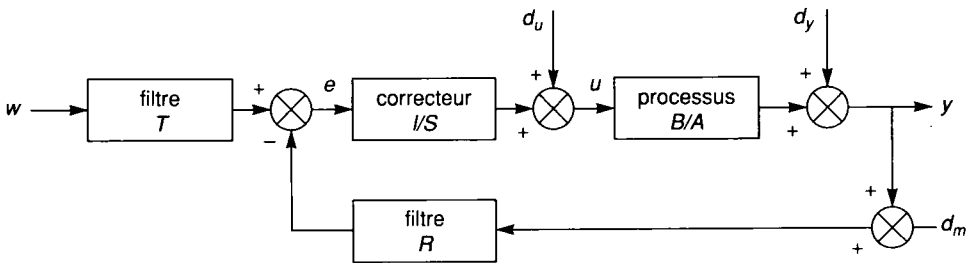


Figure 14.4. - Représentation d'un système mono-entrée mono-sortie corrigé en boucle.

$w$  consigne

$u$  commande exercée en entrée de l'actionneur

$y$  sortie

$d_u$  perturbations agissant sur l'entrée (bruits dus à l'onduleur pour une machine asynchrone, au hacheur pour une machine à courant continu...)

$d_y$  perturbations agissant sur la sortie

$d_m$  perturbations agissant sur la boucle de retour (bruits dus aux capteurs...)

Dans le cas d'un système S.I.S.O continu, la sortie est donnée par :

$$y(s) = F_{BF}(s)u(s) + S_{y d_u}(s)d_u(s) + S_{y d_y}(s)d_y(s) + S_{y d_m}(s)d_m(s) \quad (14.2)$$

avec  $P = \frac{B}{A}$  fonction de transfert du processus et  $F_{BF}$  fonction de transfert en boucle fermée.

Les transferts correspondants sont :

$$F_{BF}(s) = \frac{y(s)}{w(s)} = \frac{T(s) \cdot B(s)}{A(s) \cdot S(s) + B(s) \cdot R(s)} \quad (14.3)$$

$$S_{yd_u} = \frac{y(s)}{d_u(s)} = \frac{B(s) \cdot S(s)}{A(s) \cdot S(s) + B(s) \cdot R(s)} \quad (14.4)$$

$$S_{yd_y} = \frac{y(s)}{d_y(s)} = \frac{A(s) \cdot S(s)}{A(s) \cdot S(s) + B(s) \cdot R(s)} \quad (14.5)$$

$$S_{yd_m} = \frac{y(s)}{d_m(s)} = \frac{-B(s) \cdot R(s)}{A(s) \cdot S(s) + B(s) \cdot R(s)} \quad (14.6)$$

Le cahier des charges précise l'objectif désiré pour chacune de ces fonctions de transfert. Il impose leur expression analytique (par exemple  $F_{BF}(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$ ) ou, plus généralement, il définit leurs gabarits  $|S_{xp_i}(j\omega)|$  à partir du spectre des bruits (voir figure 14.5).

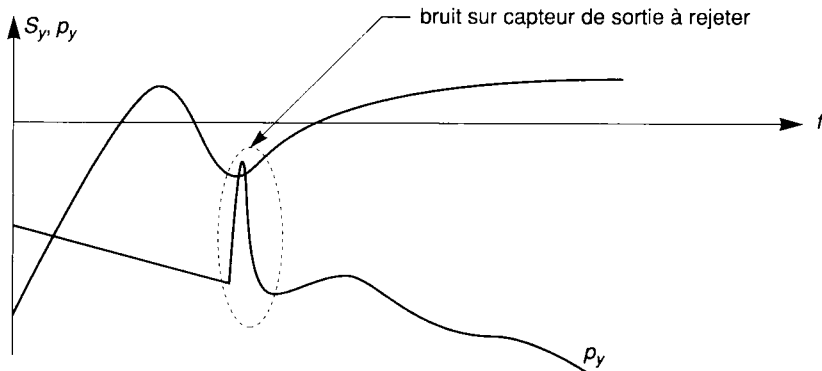


Figure 14.5. - Choix des fonctions de sensibilité.

Cette méthode est directement transposable aux systèmes échantillonnés.

## 14.2 Commande analogique

La commande analogique est une commande qui agit sur des signaux continus par opposition à la commande numérique qui traite des signaux discrets. Elle présente l'avantage d'opérer sur des signaux de même nature que les grandeurs régissant le fonctionnement de la plupart des actionneurs eux-mêmes et par là ne nécessite pas de convertisseurs numériques analogiques. De plus elle offre une rapidité de réaction encore inégalée par les systèmes numériques.

Les structures de régulation ou d'asservissement sont choisies pour répondre aux différents besoins déjà énoncés dans l'introduction, mais souvent il leur est demandé en plus d'assurer les protections nécessaires de l'actionneur et de son alimentation dans toute la plage d'asservisse-

ment. La plus courante consiste à limiter les courants lors des transitoires. Mais des  $\frac{dI}{dt}$  ou  $\frac{dV}{dt}$  maxima peuvent être également imposés. La commande réalise alors ce que l'on appelle des protections actives.

Par ailleurs ces structures peuvent avoir à réaliser des fonctions annexes, telles la détection du signe ou de la phase d'un courant lors d'une inversion de sens de rotation ou encore passer d'un fonctionnement à flux constant à un fonctionnement à flux variable.

Enfin il est possible d'en profiter pour compenser des non linéarités de l'alimentation ou de l'actionneur.

Pour répondre à ces besoins, diverses stratégies ont été proposées : utilisation de boucles en parallèles ou de boucles en cascades incluses les unes dans les autres avec régulateurs en série.

La plus courante consiste à utiliser des boucles internes les unes aux autres, régulant séparément une seule grandeur chacune, les boucles étant d'autant plus rapides qu'elles sont plus internes.

Cette structure en cascade permet un découplage en sous-systèmes d'ordre assez bas pour que la détermination des correcteurs ne soit pas trop compliquée et facilite aussi la solution des fonctions annexes et de protection sur chacune des grandeurs asservies.

Pour les machines à courant continu nécessitant la limitation du courant d'induit, l'asservissement de vitesse et de position, la structure de la commande comprendra trois boucles en cascade avec régulateur en série. La sortie du régulateur de position sert de référence au régulateur de vitesse, et la sortie de celui-ci sert de référence au régulateur de courant comme indiqué sur la figure 1.3.

Parmi toutes les méthodes possibles de synthèse des correcteurs, celle proposée par Kessler et dite de « l'optimum symétrique » est simple et facile à implanter pour ce type de structure et la fonction de transfert particulière des machines électro-mécaniques. Elle présente le gros avantage supplémentaire d'une très bonne robustesse c'est-à-dire de donner un système très stable et peu sensible aux variations des paramètres du convertisseur et de l'actionneur qui ne sont pas toujours connus avec précision ou bien varient en fonction du point de fonctionnement. La synthèse des régulateurs à action  $P$ ,  $PI$  et  $PID$  est présentée en annexe 1.

## 14.2.1 Détermination des régulateurs de courants, de vitesse et de position d'une machine à courant continu par la méthode de l'optimum symétrique

### 14.2.1.1 Principe de la méthode

Cette méthode s'applique aux systèmes du second ordre linéaires continus dont la fonction de transfert est de la forme standard :

$$S(s) = \frac{1}{T_1 s(1 + T_2 s)} \quad (14.7)$$

et que l'on règle avec un régulateur proportionnel intégral de fonction de transfert générale :

$$R(s) = h \frac{1 + \tau s}{\tau s} \quad (14.8)$$

Le système présente donc un schéma bloc selon la figure 14.6 avec une fonction de transfert en boucle ouverte  $F(s)$  telle que :

$$F(s) = R(s) \cdot S(s) = \frac{h}{\tau T_1} \frac{1}{s^2} \frac{1 + \tau s}{1 + T_2 s} \quad (14.9)$$

et une fonction de transfert en boucle fermée  $G(s)$  telle que :

$$G(s) = \frac{F(s)}{1 + F(s)} \quad (14.10)$$

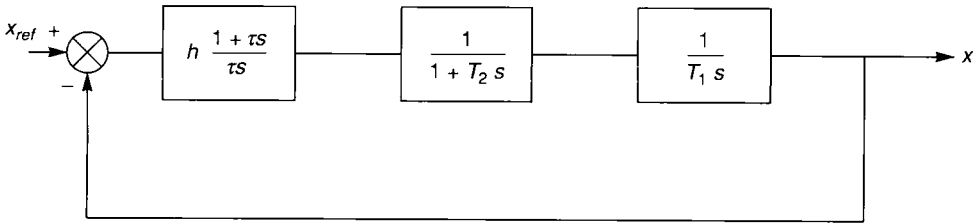


Figure 14.6. - Schéma bloc du correcteur et du système du second ordre.

En développant  $G(s)$ , il vient :

$$G(s) = \frac{1 + \tau s}{1 + \tau s + \frac{\tau T_1}{h} s^2 + \frac{\tau T_1 T_2}{h} s^3} \quad (14.11)$$

$G(s)$  étant du troisième ordre il n'est pas possible de fixer arbitrairement les deux seuls paramètres  $h$  et  $\tau$  du régulateur. Pour les déterminer on applique la règle classique de l'avance de phase maximale pour la pulsation de coupure  $\omega_{co}$ . Le système optimisé donne les diagrammes de Bode symétriques de la figure 14.7 où  $\omega_{co} = \frac{1}{2} T_2$  et  $\frac{1}{\tau} = \frac{1}{2} \omega_{co}$ .

Pour déterminer cet optimum, Kessler introduit un coefficient  $a$  appelé coefficient d'avance de phase, tel que  $a = \frac{\tau}{T_2} = \frac{1/T_2}{1/\tau}$  qu'il utilise comme paramètre d'étude. Ce coefficient lie donc la constante de temps du régulateur à celle du système par une relation de proportionnalité :  $\tau = aT_2$ .

Il s'ensuit que l'avance de phase maximale  $\Delta\varphi_{max}$  pour  $\omega_{co}$  est telle que :

$$\sin \Delta\varphi_{max} = \frac{a - 1}{a + 1} \quad (14.12)$$

et

$$\text{tg } \Delta\varphi_{max} = \frac{\sqrt{a} - 1/\sqrt{a}}{2} \quad (14.13)$$



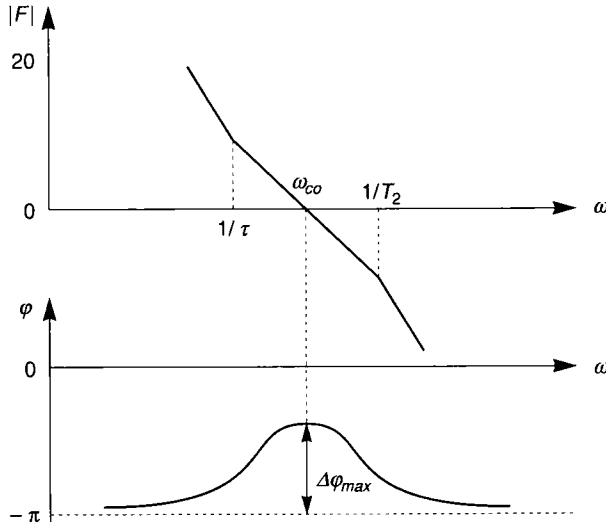


Figure 14.7. - Diagramme de Bode symétrique du système optimal.

et que 
$$\omega_{co} = \frac{1}{\sqrt{a}T_2} \tag{14.14}$$

et 
$$h = \frac{1}{\sqrt{a}} \frac{T_1}{T_2} \tag{14.15}$$

De même  $G(s)$  s'exprime en fonction de  $a$  et  $\omega_{co}$  sous la forme :

$$G(s) = \frac{1 + \sqrt{a} s / \omega_{co}}{1 + \sqrt{a} \frac{s}{\omega_{co}} + \sqrt{a} \left(\frac{s}{\omega_{co}}\right)^2 + \left(\frac{s}{\omega_{co}}\right)^3}$$

dont l'équation caractéristique s'écrit :

$$\left(1 + \frac{s}{\omega_{co}}\right) \left[1 + (\sqrt{a} - 1) \frac{s}{\omega_{co}} + \left(\frac{s}{\omega_{co}}\right)^2\right] = 0 \tag{14.16}$$

Elle présente donc trois pôles réels si  $9 < a < 25$  et deux pôles complexes et un réel si  $a$  est extérieur à cet intervalle. En fait les valeurs usuelles de  $a$  sont inférieures à 25 et seule la limite  $a = 9$  est d'intérêt. Pour fixer la valeur optimale de  $a$  on compare les performances du système pour des valeurs comprises entre 2 et 9. Les critères choisis sont l'avance de phase, le temps de premier pic et le dépassement en boucle fermée.

Le temps  $t_{pic}$  de premier pic et le dépassement  $d$  sont définis dans la table 14.2. De façon approchée pour les faibles valeurs de  $a$  on peut utiliser  $t_{pic} = \frac{\pi}{\omega_{co}}$  soit  $t_{pic} = \pi\sqrt{a}T_2$ . L'étude montre que la valeur optimale de  $a = 4$  fournit une avance de phase de  $37^\circ$ , un  $t_{pic} = 5,8T_2$  pour un dépassement de 43,3 %.

Si l'on augmente  $a$ ,  $\Delta\varphi_{max}$  augmente et le dépassement diminue mais au détriment de  $t_{pic}$  qui croît avec l'amortissement directement proportionnel à  $\Delta\varphi_{max}$  en première approximation.

On serait donc tenté de diminuer  $a$  pour gagner en rapidité mais alors le dépassement croît très rapidement et atteint 67 % pour la valeur  $a = 2$ .

En fait ce dépassement est très lié au zéro de la fonction de transfert du régulateur et on peut chercher à le compenser exactement par un correcteur sur la référence ou par une structure intégrale-proportionnelle du régulateur en deux boucles qui éliminent le numérateur de  $G(s)$  en lui gardant la même équation caractéristique et donc les mêmes pôles.

Cependant la diminution de  $d$  va de pair avec une augmentation de  $t_{pic}$ . Pour  $a = 4$  la compensation exacte donne  $d = 8\%$  mais  $t_{pic} = 9,8 T_2$ . La figure 14.8 indique ces deux modes de correction.

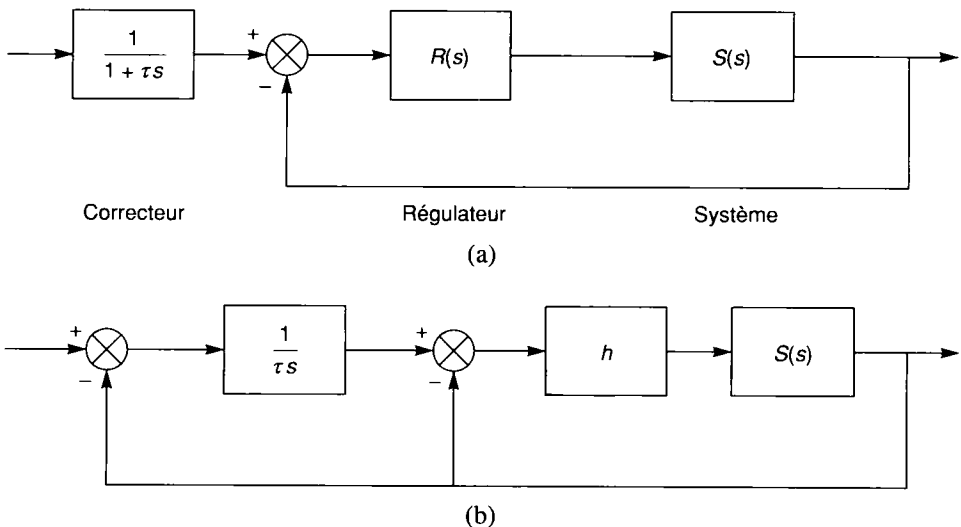


Figure 14.8. - Compensation du zéro du régulateur<sup>1</sup>

(a) par correcteur filtrant la référence, (b) par deux boucles intégrale-proportionnelle séparées.

### 14.2.1.2 Application de la méthode à un actionneur à courant continu

Le schéma bloc complet d'une commande d'actionneur se présente sous la forme donnée figure 14.9 où les correcteurs  $C_i(s)$  sont de la forme  $\frac{1}{1 + \tau_i s}$  et les régulateurs  $R_j(s) = h_j \frac{1 + \tau_j s}{\tau_j s}$ .

On reconnaît les trois boucles de régulation du courant, de la vitesse et de la position, ainsi que le bloc alimentation et la machine, elle-même naturellement bouclée en vitesse pour une marche à tension d'induit variable.

1 Les figures 14.6 et 14.13 sont reproduites avec la permission des *Techniques de l'ingénieur* Volume D3.III article de Louis J.-P., Multon B. et Lavabre B. « Commande des machines à courant continu à vitesse variable ».

Seules les boucles de courant et de vitesse ont été munies de régulateurs et correcteurs correspondants.

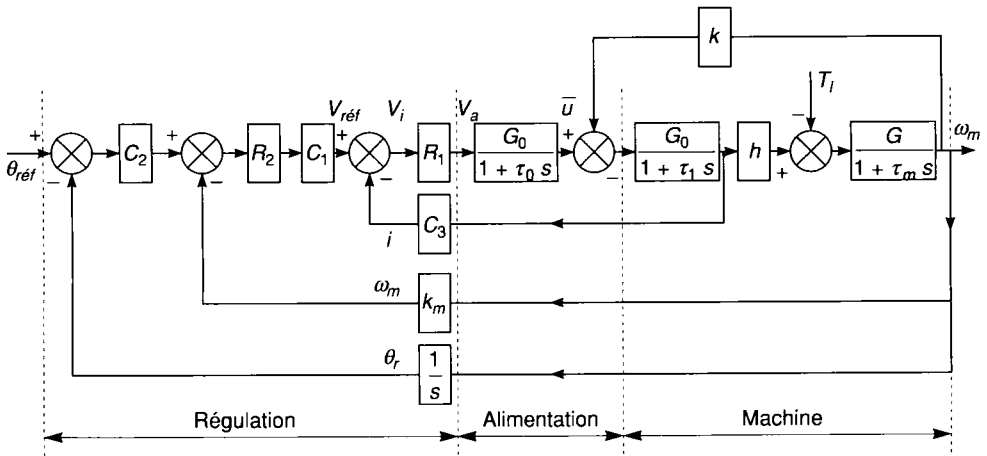


Figure 14.9 - Schéma bloc de régulation en cascade d'un actionneur à courant continu selon la méthode de Kessler.

Pour appliquer la méthode précédente on procède par étapes successives en traitant chaque boucle séparément en partant de la plus rapide, c'est-à-dire de la plus interne, et donc de la boucle de courant puisque la constante de temps électrique est généralement la plus faible de toutes les constantes de temps.

### 14.2.1.3 Détermination du régulateur de courant

La boucle de courant extraite de la figure 14.9 et développée apparaît sur la figure 14.10 qui inclut un filtre sur la mesure de courant, pour filtrer les ondulations éventuelles de celui-ci mais pas de correcteur du zéro du régulateur R1.

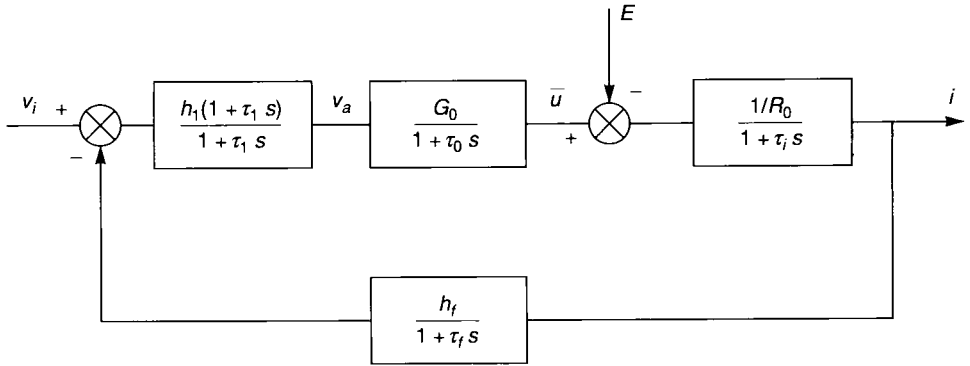


Figure 14.10. - Régulation du courant filtré du système étudié.

La fonction de transfert en boucle ouverte de cette boucle de courant isolée se présente sous la forme :

$$F_i(s) = \frac{h_1 h_f G_0}{R \tau_1 s} \frac{1 + \tau_1 s}{(1 + \tau_0 s)(1 + \tau_i s)(1 + \tau_f s)} \quad (14.17)$$

d'ordre plus élevé que celui de la forme standard de l'équation (14.9).

Pour se ramener à celle-ci on procède à une approximation. En effet couramment  $\tau_f$  et  $\tau_0$  sont très inférieures à  $\tau_i$  et on approche  $F_i(s)$  par la forme :

$$F_i(s) = \left( \frac{h_1 h_f G_0}{R \tau_1} \right) \frac{1 + \tau_1 s}{\tau_i s^2 [1 + (\tau_0 + \tau_f) s]} \quad (14.18)$$

qui présente alors la forme standard souhaitée de même fréquence de coupure que la fonction réelle mais plus pessimiste que celle-ci en ce qui concerne l'avance de phase. Elle ne pénalise donc pas de ce point de vue. Cependant pour que l'approximation reste correcte dans la zone de coupure la constante  $\tau_1$  doit rester assez grande devant  $(\tau_0 + \tau_f)$ .

L'application de la méthode de l'optimum symétrique avec une valeur  $a_1$  de 4 donne immédiatement  $\tau_1 = 4(\tau_0 + \tau_f)$  et  $h_1 = \frac{1}{2} \frac{R \tau_i}{G_0 h_f (\tau_0 + \tau_f)}$  avec

$$\omega_{coi} = \frac{1}{2(\tau_0 + \tau_f)} \quad (14.19)$$

### 14.2.1.4 Détermination du régulateur de vitesse

Admettons pour simplifier un peu le problème que le filtre sur le courant se réduise à un simple gain  $k_f$  constant. La boucle de courant présente alors l'allure donnée figure 14.11(a) avec la compensation du pôle du régulateur  $R_1$ .

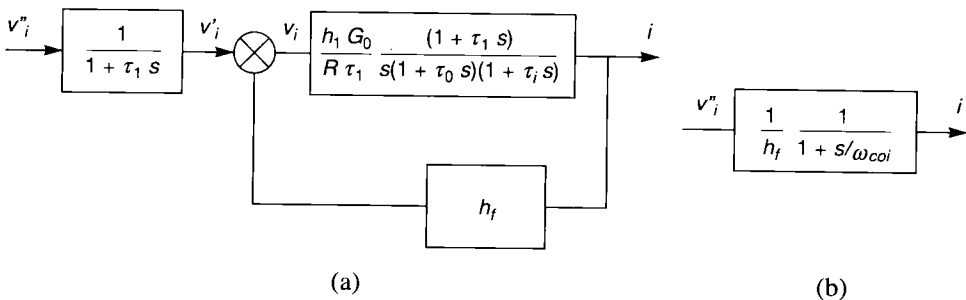


Figure 14.11.- Boucle de courant avec compensation (a) et son approximation (b).

L'utilisation de cette boucle de courant réelle dans la boucle de vitesse conduit à une fonction de transfert d'ordre trop élevé pour retrouver facilement la forme standard de Kessler.

Cependant dans le cas d'un régulateur optimisé à zéro compensé on démontre que l'on peut approcher l'ensemble de la boucle fermée répondant au standard de Kessler par une fonction du premier ordre de même bande passante que le système réel. L'approximation de la boucle de courant régulée et compensée est représentée figure 14.11(b).

Le schéma fonctionnel de la boucle de vitesse s'en déduit alors immédiatement selon la figure 14.12 où l'on a porté la régulation  $R_2$  et son compensateur de zéro associé.

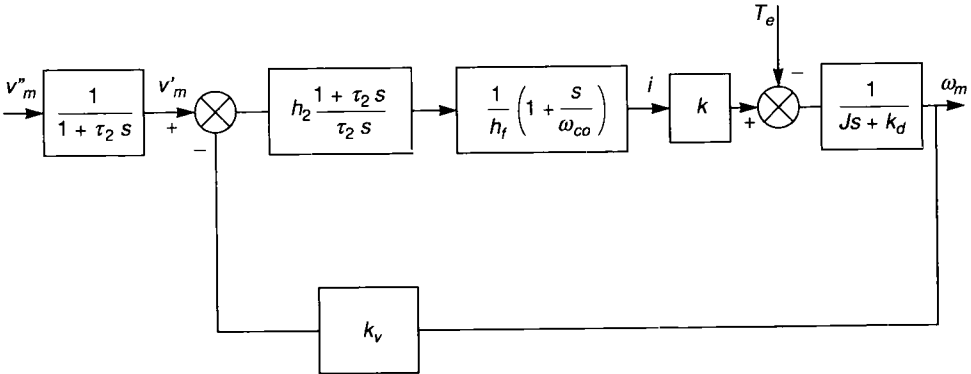


Figure 14.12. - Régulation de la vitesse du système étudié.

Si l'on admet, pour simplifier encore, que le coefficient  $k_d$  peut être négligé, c'est-à-dire que le système mécanique se présente comme un simple intégrateur, et en négligeant pour l'instant le correcteur d'entrée, la boucle de vitesse présente alors une fonction de transfert en boucle ouverte :

$$F_v(s) = \frac{h_2 k k_v (1 + \tau_2 s)}{\tau_2 h_f J s^2 \left(1 + \frac{s}{\omega_{coi}}\right)} = \frac{h_2}{\tau_2 T_1} \frac{1 + \tau_2 s}{s^2 (1 + T_{oi} s)} \tag{14.20}$$

avec 
$$T_{oi} = \frac{1}{\omega_{coi}} \text{ et } T_1 = \frac{J h_f}{k k_v} \tag{14.21}$$

$F_v(s)$  présente la forme standard de Kessler directement et, en choisissant encore une valeur de  $a_2 = 4$  pour le coefficient d'avance de phase de cette boucle, on obtient directement :

$$\tau_2 = 4 T_{oi} \text{ et } h_2 = \frac{1}{2} \frac{T_1}{T_{oi}} \tag{14.22}$$

La fréquence de coupure de cette boucle vaut  $\omega_{cov} = \frac{1}{2} \omega_{coi}$ .

**Nota :** Les approximations entraînent, même avec compensation des zéros, des dépassements prévus inférieurs aux dépassements réels.

Cependant les temps de premier pic réels sont assez bien prévus.

### 14.2.1.5 Détermination du régulateur de position

La position de l'arbre des actionneurs est souvent donnée par des capteurs incrémentaux qui émettent  $n$  impulsions par tour.

La référence de position  $\theta_{ref}$  est donc aussi donnée par une série d'impulsions et un compteur-décompteur sert de comparateur que l'on fait suivre d'un convertisseur digital analogique pour obtenir une tension analogique d'erreur de position servant de référence pour le régulateur de vitesse.

Là encore on ne peut utiliser directement la boucle de vitesse dans la boucle de position, sous peine d'obtenir une fonction de transfert d'ordre trop élevé et très éloignée de la forme de Kessler. On opère donc la même approximation que précédemment, et la boucle de vitesse réglée et compensée est remplacée par un système du premier ordre de même bande passante que la boucle de vitesse réelle, c'est-à-dire :

$$F_v(s) \approx \frac{1}{k_v} \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_{cov}}} = \frac{1}{k_v} \frac{1}{1 + T_{ov}s}$$

Le schéma fonctionnel de la boucle de position devient alors celui de la figure 14.13 où les capteurs digitaux, le compteur-décompteur et le CNA sont schématisés par un gain  $k_c$  unique.

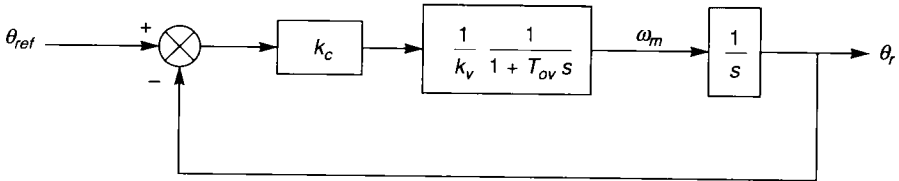


Figure 14.13. - Régulation de la position du système étudié.

La fonction de transfert en boucle fermée s'écrit :

$$G(s) = \frac{1}{1 + \frac{k_v}{k_c} s + \frac{k_v}{k_c} T_{ov} s^2} \quad (14.23)$$

Mais cette fois l'optimum symétrique n'est pas utilisé car le problème crucial est celui du dépassement et on préfère se placer au régime critique d'amortissement qui conduit à poser :

$$\frac{k_c}{k_v} = \frac{\omega_{cov}}{4} \quad (14.24)$$

$k_c$  est ainsi fixé et ceci met fin à la synthèse des régulateurs cherchés.

D'autres stratégies de régulation sont utilisables. On a vu que la forme de Kessler, avec compensation pouvait être remplacée, figure 14.8, par un schéma à deux boucles. Ce schéma peut être adopté pour la boucle de courant et pour celle de vitesse, et conduit à des propriétés voisines de celles de la stratégie précédente.

Pour la boucle de courant, dans le cas d'alimentation par hacheur, il est fréquent aussi d'utiliser la commande dite en « fourchette » qui impose au courant d'osciller autour d'une valeur fixée  $I$  avec un écart  $\pm \Delta I$  imposé par un comparateur à hystérésis. Celui-ci, placé immédiatement derrière le comparateur recevant la référence, gère les impulsions de commande de l'interrupteur principal. Le système est très efficace mais impose une fréquence variable de fonctionnement avec la valeur du courant  $I$  choisie.

Enfin si les performances exigées des boucles vitesse et position sont du même ordre que celles de la boucle courant, en temps de réponse en particulier, la méthode de l'optimum symétrique doit être remplacée par une méthode globale plus puissante de détermination et de coordination des régulateurs.

Les méthodes par mode de glissement ou de placement des pôles en particulier conviennent alors très bien. Là encore les programmes généraux de simulation rendent de grands services même s'ils demandent plus de temps pour la résolution d'un problème.

### 14.2.1.6 Réalisation pratique d'un régulateur de Kessler et de son correcteur de zéro

Pour réaliser la fonction de transfert d'un régulateur proportionnel-intégral de Kessler avec réglage possible des deux paramètres  $h$  et  $\tau$ , on peut utiliser le schéma électronique donné figure 14.14 qui permet un réglage quasi indépendant des deux paramètres.

La tension de sortie 
$$V_s = h \frac{1 + \tau_s}{\tau_s} (V_1 - V_2) \tag{14.25}$$

Si  $R_3$  est très supérieure à  $R_0$  alors :  $\tau = R_3 C_3$  est constant et  $h = \frac{1}{k} \frac{R_3}{R_1}$  se règle par  $k$  compris entre 0 et 1.

Si  $k = 1$ ,  $R_2$  peut être considéré en parallèle avec  $R_3$ ,  $h = \frac{R_3}{R_1}$  est constant et  $\tau = \frac{R_3 R_2}{R_3 + R_2} C_3$  se règle par  $R_2$ .

Le schéma du correcteur peut se concevoir selon la figure 14.15 qui correspond à une fonction de transfert :

$$\frac{V_y}{V_x} = \frac{h_1}{1 + \tau s} \text{ avec } h_1 = \frac{R_6}{R_5 + R_4} \text{ et } \tau = \frac{R_5 R_4}{R_5 + R_4} C_6$$

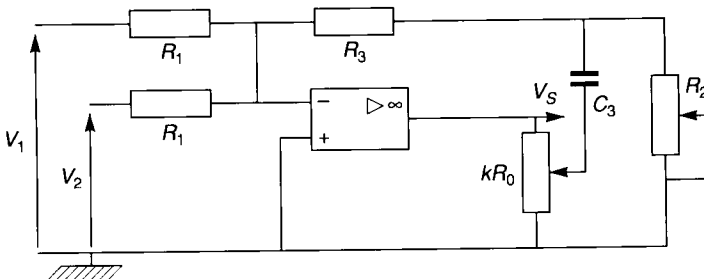


Figure 14.14. - Schéma d'un régulateur réglable de Kessler.

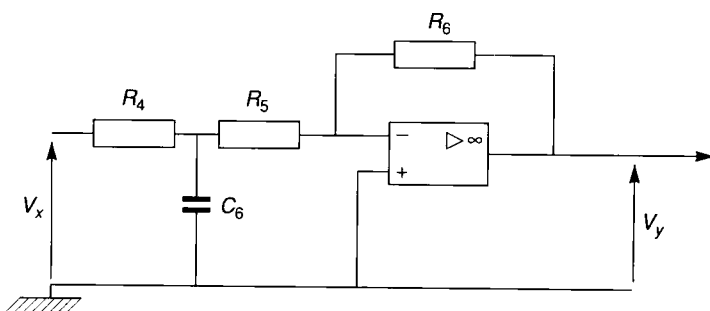


Figure 14.15. - Schéma du correcteur de zéro.

## 14.2.2 Asservissement de vitesse par boucle à verrouillage de phase

Certaines applications industrielles réclament une régulation en vitesse beaucoup plus rapide et surtout beaucoup plus précise que celle offerte par les régulations analogiques précédentes. En effet celles-ci admettent des hypothèses simplificatrices d'une part et utilisent des composants imparfaits soumis à de multiples dérives d'autre part. Si bien que les erreurs cumulées empêchent d'atteindre une précision meilleure que 0,2 % sur la vitesse. Même si cette performance est déjà très honorable, des applications informatiques, textiles ou papetières à multi-entraînements synchronisés peuvent exiger dix à cent fois mieux.

Le problème se résout alors par un asservissement digital, dit à verrouillage de phase ou encore P.L.L pour phase-locked-loop.

### 14.2.2.1 Principe et circuit de base

Le principe utilisé consiste à convertir la tension proportionnelle à la vitesse en un train d'impulsions, lui-même synchronisé sur un train d'impulsions de référence et servant de consigne de vitesse. La régulation n'opère donc plus sur une vitesse mais sur une fréquence. Or ce signal est beaucoup plus rapide et autorise une dynamique élevée et une grande précision. Cette technique dérive de celle utilisée en télécommunication où la synchronisation de signaux est souvent nécessaire.

Le circuit de base illustrant ce principe pour l'asservissement de vitesse d'un actionneur à courant continu par exemple est donné figure 14.16. Un détecteur de phase reçoit les deux trains d'impulsions et émet une tension continue modulée  $e_m$  telle que la longueur des créneaux et leur signe dépendent de l'écart de phase  $\Delta\varphi$  de ces deux trains d'impulsions. Cette tension modulée est filtrée pour obtenir une tension analogique continue  $e_c$  qui représente l'erreur de phase et peut donc jouer le rôle de tension  $V_a$  de commande de l'allumeur de l'alimentation de la machine. Un capteur digital doit convertir la vitesse en train d'impulsions pour la boucle de retour.



Lorsque les fréquences  $f$  et  $f_{ref}$  sont égales, l'écart de phase est nul ainsi que  $e_m$  et on dit que le système est à phase verrouillée. La détection de  $\Delta\phi$  est presque instantanée, pour un grand nombre d'impulsions par tour de la machine, et la réponse à un écart de fréquence est donc très rapide.

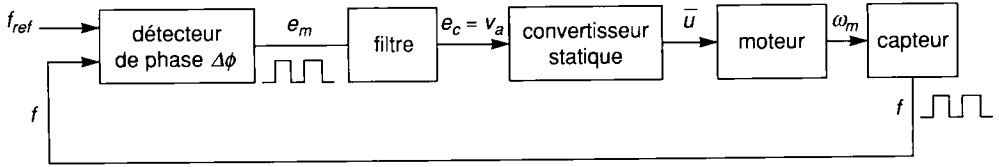


Figure 14.16. - Schéma de régulation de vitesse par boucle à verrouillage de phase.

### 14.2.2.2 Fonction de transfert du détecteur et du filtre

La relation entre phase et fréquence est de la forme  $\varphi = 2\pi \int f \cdot dt$ , et en associant un gain pur à la conversion phase - tension modulée, la fonction de transfert du détecteur est de la forme  $\frac{k_f}{s}$ .

L'ensemble convertisseur statique - actionneur peut être simplifié compte tenu de la rapidité de la boucle, en ne considérant que la fonction de transfert à une seule constante de temps électromécanique soit  $\frac{K_m}{1 + \tau_m s}$  avec  $K_m = \frac{1}{k}$  selon (8.9).

Le capteur de vitesse peut être considéré comme un gain pur également soit  $k_p$ .

Le filtre est alors choisi pour assurer la stabilité inconditionnelle de l'ensemble. Deux cas de figure différents se présentent selon la valeur de  $\tau_m$ .

Si  $\tau_m$  est faible, cas fréquent des petites machines sans présence d'une boucle sur le courant, par exemple, la stabilité est assurée quel que soit le gain de la boucle ouverte avec un filtre proportionnel intégral et donc de fonction de transfert du type  $F(s) = \frac{1 + \tau_f s}{s}$  avec  $\tau_f > \tau_m$  selon la figure 14.17.

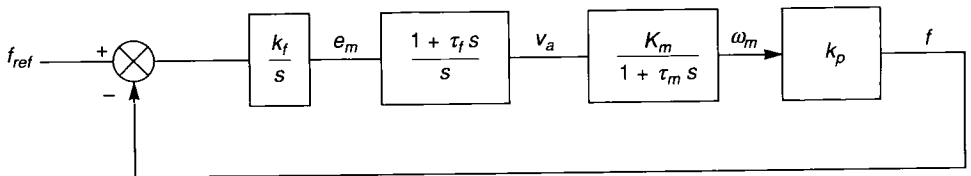


Figure 14.17. - Schéma bloc de la boucle de vitesse pour  $\tau_m$  faible.

Si  $\tau_m$  est forte, cas des machines plus puissantes et comportant une boucle sur le courant, par exemple, alors la stabilité est assurée avec un filtre proportionnel - dérivé et donc de fonction de transfert  $F(s) = 1 + \tau_f s$  avec  $\tau_f < \tau_m$ .

Pour réduire les inconvénients liés à la dérivation du filtre (bruits en  $\frac{dv}{dt}$  éventuels) on sépare celle-ci en remarquant que la dérivé d'une phase est une fréquence, à  $2\pi$  près, et donc qu'à un écart de phase correspond un écart de fréquence.

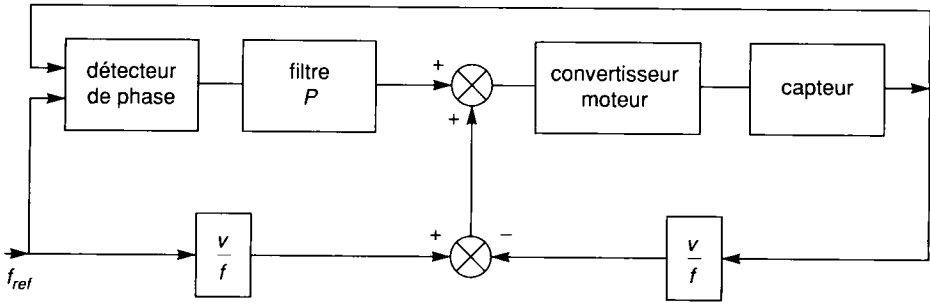


Figure 14.18. - Schéma fonctionnel de la boucle de vitesse pour  $\tau_m$  forte.

Un tel écart peut être obtenu sous forme d'une tension par un convertisseur fréquence - tension qui génère beaucoup moins de bruit qu'un dérivateur. La figure 14.18 donne alors le schéma fonctionnel utilisé avec deux convertisseurs fréquence - tension qui élabore le signal dérivé que l'on ajoute au signal proportionnel fourni par le filtre réduit à cette seule fonction. On améliore encore le résultat en filtrant les sorties des convertisseurs fréquence - tension avec des constantes de temps voisines de  $1/f_{ref}$ .

On peut concentrer encore le schéma en utilisant un seul comparateur recevant les sorties des convertisseurs fréquence - tension et du détecteur - filtre. Ceci fait apparaître une boucle analogique classique comportant en plus les convertisseurs fréquence - tension, c'est-à-dire utilisant la fréquence comme grandeur de réglage, et une boucle digitale en parallèle qui améliore la précision de la boucle analogique. Ce système hybride est meilleur que chacun des systèmes pris isolément.

## 14.3 Commande numérique

Si la commande est assurée par un ordinateur, elle est synchronisée sur une horloge de fréquence  $f_{ech}$ . La synthèse des correcteurs s'effectue en fonction de cette fréquence. Les commandes sont délivrées sur les fronts d'horloge et sont maintenues constantes entre deux tops. Les mesures sont prélevées aux instants d'échantillonnage  $kT_{ech}$ . Le comportement du système continu est alors modifié par l'échantillonnage des signaux et par le blocage de la grandeur de commande. La fonction de transfert du processus est alors précédée par un « échantillonneur

bloqueur d'ordre 0 » représenté par  $B_0(s) = \frac{1 - e^{-sT_{ech}}}{s}$  (voir figure 14.19).

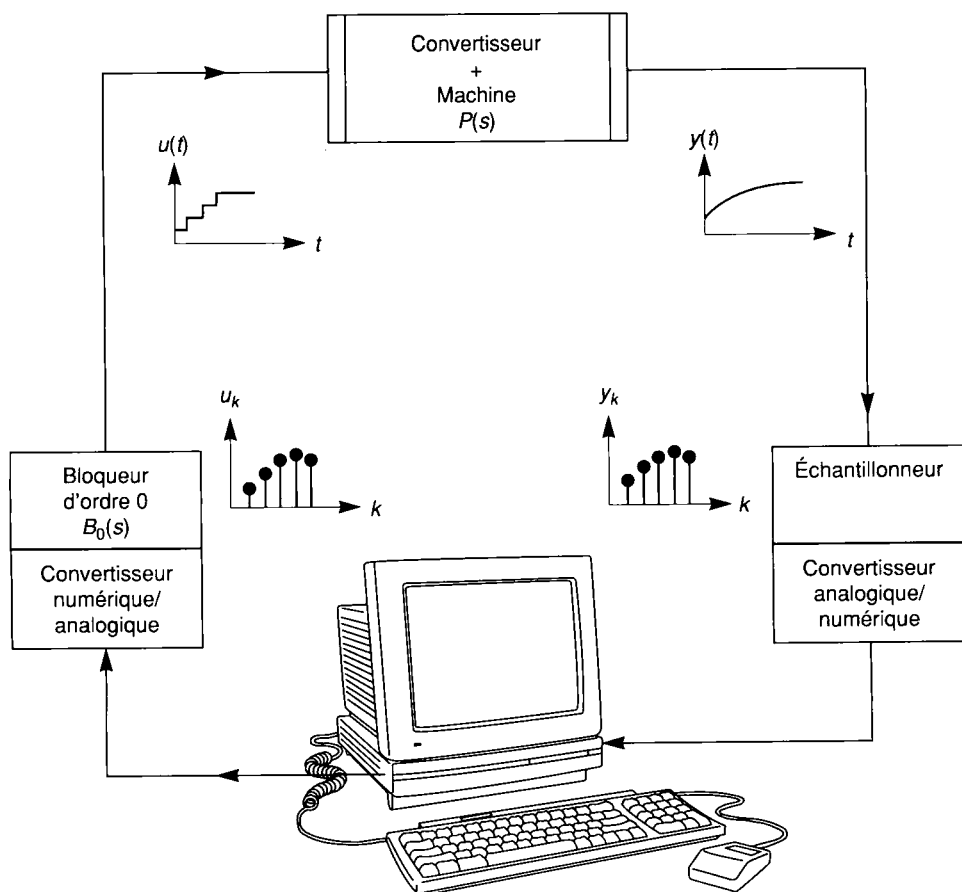


Figure 14.19. - Commande numérique.

Le choix de la fréquence d'échantillonnage  $f_{ech}$  est essentiel. Elle ne doit pas être trop faible. Elle doit au moins respecter la condition de Shannon pour éviter le repliement du spectre de la sortie du processus corrigé et ne pas perdre d'information utile :

$$f_{ech} > 2f_h \quad (14.26)$$

avec  $f_h$  fréquence la plus haute de la sortie du processus continu corrigé.

Les signaux mesurés seront filtrés par un filtre d'antirepliement pour satisfaire cette condition (voir figure 14.20).

Un pas d'échantillonnage trop grand peut déstabiliser le système. Mais choisir un pas trop faible présente aussi des inconvénients. Il alourdit la charge CPU du calculateur et accroît les erreurs de calculs. Son choix est aussi limité par la réponse désirée et influence le niveau de saturation des actionneurs. Ainsi, un objectif trop contraignant associé à un pas trop faible sollicite excessivement les actionneurs et provoque la saturation des entrées.

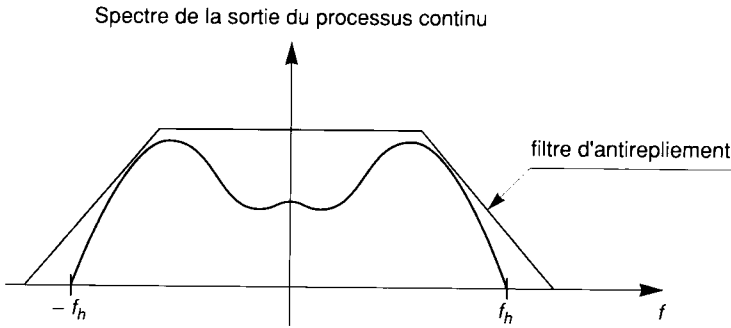


Figure 14.20. - Condition de Shannon.

En pratique, la fréquence d'échantillonnage est choisie dans l'intervalle :

$$5f_h < f_{ech} < 20f_h \quad (14.27)$$

avec  $f_h$  fréquence de coupure du filtre d'antirepliement et pour une synthèse entièrement numérique.

La discrétisation du système peut être effectuée en utilisant la transformée en  $z$  avec  $z = e^{-sT_{ech}}$  [SEVELY 89]. Cette approche, très répandue, est assez mal adaptée si la période d'échantillonnage est trop faible devant les constantes de temps du système. Il se pose alors des problèmes numériques.

Dans ce cas, la variable de Laplace peut être approchée par un opérateur dérivé du type

$$\delta = \frac{z-1}{T_{ech}}$$

Ce formalisme conduit à la transformée en  $\delta$ . Cette méthode présente l'avantage de donner, pour des périodes d'échantillonnage très faibles, des coefficients de transferts en  $\delta$  et en  $s$  très voisins. Elle évite les problèmes de suréchantillonnage. Mais le calcul des correcteurs en  $\delta$  n'est pas encore passé dans les moeurs... Nous effectuerons donc leur synthèse dans le plan  $z$ .

Si le processus continu est donné par sa fonction de transfert  $P(s)$ , le système correspondant, échantillonné et bloqué à l'ordre zéro, est représenté par la fonction de transfert en  $z$  :

$$P(z) = \frac{z-1}{z} Z\left(\frac{P(s)}{s}\right) \quad (14.28)$$

S'il est représenté par un modèle d'état propre

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = A_c \cdot X + B_c \cdot U \\ Y = C_c \cdot X \end{cases} \quad (14.29)$$

avec  $X$  vecteur d'état,  $Y$  vecteur de sortie et  $U$  vecteur d'entrée,

alors les équations d'état du système bloqué à l'ordre zéro et discrétisé deviennent :

$$\begin{cases} X_{k+1} = A_d \cdot X_k + B_d \cdot U_k \\ Y = C_d \cdot X_k \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} A_d = e^{A_c T_{ech}} \\ B_d = \int_0^{T_{ech}} e^{A_c(T_{ech}-\tau)} \cdot B_c \cdot d\tau \\ C_d = C_c \end{cases} \quad (14.30)$$

Les matrices  $A_d$  et  $B_d$  peuvent être évaluées simultanément [DE LARMINAT 93] :

$$\text{En effet : } \begin{bmatrix} A_d & B_d \\ 0 & T_{ech} I \end{bmatrix} = e^{A_{aux} T_{ech}} \text{ avec } A_{aux} = \begin{bmatrix} A_c & B_c \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (14.31)$$

L'exponentielle de matrice  $e^{A_c T_{ech}}$  peut être calculée de manière approchée en posant

$$e^{A_c T_{ech}} \approx \sum_{k=1}^N \frac{1}{k!} (A_c T_{ech})^k \quad (14.32)$$

et de manière exacte [RIVOIRE 89] en diagonalisant la matrice  $A_c$ . En effet, dans la base constituée des vecteurs propres de  $A_c$ , la matrice d'état s'écrit :

$$\tilde{A}_c = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & & 0 \\ \dots & & & \\ 0 & & 0 & \lambda_n \end{bmatrix}$$

Donc, dans cette nouvelle base :

$$e^{\tilde{A}_c T_{ech}} = \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 T_{ech}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 T_{ech}} & & 0 \\ \dots & & & \\ 0 & & 0 & e^{\lambda_n T_{ech}} \end{bmatrix}$$

La matrice d'état du système bloqué à l'ordre zéro est alors obtenue en écrivant :

$$e^{A_c T_{ech}} = W e^{\tilde{A}_c T_{ech}} W^{-1} \quad (14.33)$$

avec  $W$  la matrice de changement de base (constituée des coordonnées des vecteurs propres de la matrice  $A_c$ ).

L'exponentielle de matrice est aussi obtenue en utilisant la transformée inverse de Laplace :

$$e^{A_c T_{ech}} = L^{-1} \left[ [pI - A_c]^{-1} \right] \quad (14.34)$$

Si la matrice  $A_c$  est inversible, l'expression de  $B_d$  se simplifie en :

$$B_d = A_c^{-1} [e^{A_c T_{ech}} - I] B_c \quad (14.35)$$

Le formalisme en  $z$  permet de modéliser simplement les retards introduits par les capteurs et la commande. Les transformées en  $z$  font apparaître autant de pôles nuls que de pas d'échantillonnage de retard introduits par le système :

$$P(z) = z^{-d} \frac{B_r(z)}{A_r(z)}$$

avec  $A_r(0)$  non nul et  $d$  représentant le nombre de pas complets de retard.

En particulier, pour délivrer la commande en synchronisme avec l'horloge, les consignes calculées au pas  $n-1$  sont souvent délivrées au début du pas suivant (commande à pas retardé). Cet algorithme conduit naturellement à l'apparition d'un retard  $z^{-1}$  dont il faut tenir compte dans la synthèse des correcteurs.

### 14.3.1 Commande analogique pilotée par ordinateur

Le processus traité est continu. La synthèse des correcteurs suit une approche propre aux systèmes continus (méthodes expérimentales, synthèse par la réponse impulsionnelle ou fréquentielle...).

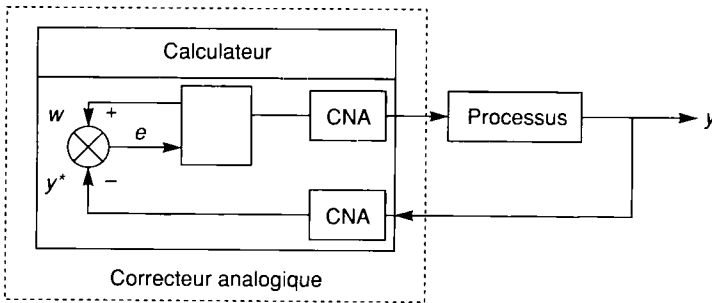


Figure 14.21. - Commande analogique pilotée par ordinateur.

Le correcteur est ensuite discrétisé avec un pas de temps suffisamment fin. Il sera choisi tel que :

$$10f_h < f_{ech} < 100f_h \tag{14.36}$$

La dérivation continue  $s(t) = T_d \frac{de(t)}{dt}$  représentée par  $\frac{s(s)}{e(s)} = T_d s$  est approchée par l'équation récurrente

$$s_n = T_d(e_n - e_{n-1}) \frac{1}{T_{ech}} \tag{14.37}$$

dont la transformée en  $z$  est donnée par l'expression suivante :

$$\frac{s(z)}{e(z)} = T_d \frac{1}{T_{ech}} \frac{z-1}{z} \tag{14.38}$$

L'intégration continue  $s(t) = \frac{1}{T_i} \int e(t) dt$  représentée par le transfert  $\frac{s(s)}{e(s)} = \frac{1}{T_i \cdot s}$  peut être discrétisée de la manière suivante :

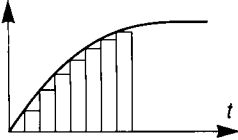
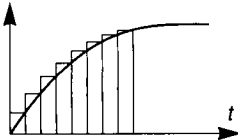
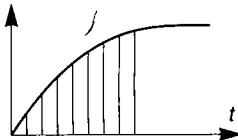
Méthode	Transformée en z	Équation récurrente
rectangles inférieurs 	$\frac{s(z)}{e(z)} = \frac{T_{ech}}{T_i} \frac{1}{z-1}$	$s_n - s_{n-1} = T_{ech} \frac{1}{T_i} e_{n-1}$
rectangles supérieurs 	$\frac{s(z)}{e(z)} = \frac{T_{ech}}{T_i} \frac{z}{z-1}$	$s_n - s_{n-1} = T_{ech} \frac{1}{T_i} e_n$
trapèzes 	$\frac{s(z)}{e(z)} = \frac{T_{ech}}{2T_i} \frac{z+1}{z-1}$	$s_n - s_{n-1} = T_{ech} \frac{1}{2T_i} (e_{n-1} + e_n)$

Tableau 14.3. - Discrétisation d'un intégrateur.

Ainsi, un régulateur P.I.D. du type  $u(t) = K \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(x) dx + T_d \frac{de(t)}{dt} \right]$  est approché par le régulateur numérique

$$u_n = u_{n-1} + K \left[ \left( \frac{T_{ech}}{T_i} + \frac{T_d}{T_{ech}} \right) e_n - \left( 1 + \frac{2T_d}{T_{ech}} \right) e_{n-1} + \frac{T_d}{T_{ech}} e_{n-2} \right]$$

où  $u_n$  désigne l'entrée et  $e_n = y_n - w_n$ , l'erreur de sortie.

Cette approche a le mérite de faire appel à des méthodes largement maîtrisées. Mais elle ne tire pas profit de la spécificité des calculateurs (souplesse, puissance de calcul...) en cherchant à reproduire des correcteurs historiquement limités par des contraintes technologiques. De plus, elle nécessite un pas d'échantillonnage très petit devant les constantes de temps du système de manière à ne pas s'éloigner d'un comportement continu. Dans la mesure du possible, une démarche propre aux systèmes numériques sera préférée.

## 14.3.2 Placement de pôles : commande RST

### 14.3.2.1 Généralités

Dans cette méthode [LANDAU 93] la structure de la boucle de commande est donnée sur la figure suivante :

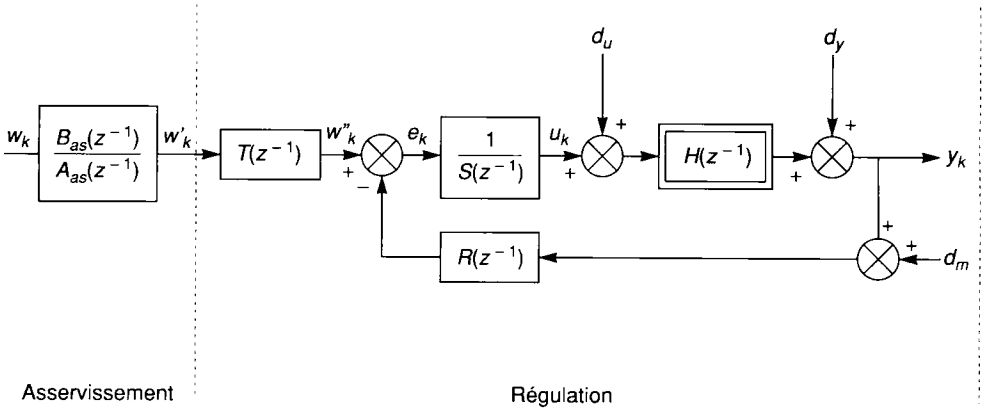


Figure 14.22. - Commande RST.

Le système est modélisé par  $H(z) = \frac{B(z)}{A(z)} z^{-d} = \frac{B^*(z^{-1})}{A(z^{-1})} z^{-d-1}$  ( $d$  représente le nombre de pas de retard).

Posons :

$$A(z^{-1}) = a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{n_a} z^{-n_a} \quad (14.39)$$

$$B(z^{-1}) = b_1 z^{-1} + \dots + b_{n_b} z^{-n_b} = z^{-1} B^*(z^{-1}) \quad (14.40)$$

et  $n_a = \deg(A(z^{-1}))$  et  $n_b = \deg(B(z^{-1}))$

Le but est de déterminer les polynômes  $R(z^{-1})$ ,  $T(z^{-1})$ ,  $S(z^{-1})$  sachant que l'on désire que la fonction de transfert en régulation et en boucle fermée

$$F_{BF}(z^{-1}) = \frac{y_k}{w'_k} = \frac{z^{-d} B(z^{-1}) T(z^{-1})}{A(z^{-1}) S(z^{-1}) + z^{-d} B(z^{-1}) R(z^{-1})}$$

soit de la forme  $\frac{y}{w'} = \frac{T(z^{-1}) B^*(z^{-1})}{P(z^{-1})} z^{-(d+1)}$ .

$P(z)$ , choisi à l'avance, fixe les performances du système bouclé en régulation.

Notons :

$$P(z) = 1 + p_1 z^{-1} + \dots + p_{n_p} z^{-n_p} \quad (14.41)$$

$B^*(z)$  contient les zéros du processus qui sont conservés. A cet effet,  $B^*$  est décomposé en deux parties :



- $B^{*-}$  : contenant les zéros qui doivent être conservés
- $B^{*+}$  : polynôme normalisé qui représente les zéros qui seront éliminés (zéros masquables) par les pôles de  $S$

D'où 
$$B^*(z^{-1}) = B^{*-}(z^{-1})B^{*+}(z^{-1}) \quad (14.42)$$

Si tous les zéros sont masquables,  $B^{*-}$  est réduit à une constante.

$d_u$  représente les bruits injectés sur la commande,  $d_y$  sur la sortie et  $d_m$  sur la boucle de retour.

Les couplages entre ces bruits et le système sont donnés par les transmittances suivantes :

$$S_{yd_u}(z^{-1}) = \frac{y(z^{-1})}{d_u(z^{-1})} = \frac{B(z^{-1}) \cdot S(z^{-1}) \cdot z^{-d}}{A(z^{-1}) \cdot S(z^{-1}) + B(z^{-1}) \cdot R(z^{-1}) \cdot z^{-d}} \quad (14.43)$$

$$S_{yd_y}(z^{-1}) = \frac{y(z^{-1})}{d_y(z^{-1})} = \frac{A(z^{-1}) \cdot S(z^{-1})}{A(z^{-1}) \cdot S(z^{-1}) + B(z^{-1}) \cdot R(z^{-1}) \cdot z^{-d}} \quad (14.44)$$

$$S_{yd_m}(z^{-1}) = \frac{y(z^{-1})}{d_m(z^{-1})} = \frac{-B(z^{-1}) \cdot R(z^{-1}) \cdot z^{-d}}{A(z^{-1}) \cdot S(z^{-1}) + B(z^{-1}) \cdot R(z^{-1}) \cdot z^{-d}} \quad (14.45)$$

$\frac{B_{as}(z^{-1})}{A_{as}(z^{-1})}$  est un modèle de référence série pour l'asservissement.

### 14.3.2.2 Calcul des polynômes $R$ et $S$

$S$  se décompose en trois parties :

- $B^{*+}(z^{-1})$  qui permet de masquer les zéros stables que l'on désire éliminer,
- $S_p(z^{-1})$  partie précaractérisée contenant par exemple le facteur  $(1-z^{-1})$  pour éliminer l'erreur statique,
- $S_1$  un polynôme qui sera calculé par la suite.

Nous avons :

$$S(z^{-1}) = S_1(z^{-1}) B^{*+}(z^{-1}) S_p(z^{-1}) \quad (14.46)$$

$R$  se factorise en deux polynômes :

- $R_p(z^{-1})$  partie précaractérisée de  $R$  permettant d'annuler les pics sur la fonction de sensibilité  $\frac{Y}{d_m}$ . En effet, il suffit de placer les pôles auxiliaires de  $R$  de manière à annuler ce polynôme sur les fréquences correspondant à ces pics.
- $R_1$  un polynôme qui sera déterminé par la suite.

Nous pouvons écrire :

$$R(z^{-1}) = R_1(z^{-1}) R_p(z^{-1}) \quad (14.47)$$

Il suffit d'identifier la transmittance en boucle fermée  $F_{BF}$  et son modèle pour calculer les polynômes  $R_1$  et  $S_1$ . Il faut résoudre l'identité de BEZOUT :

$$[A(z^{-1})S_1(z^{-1})S_p(z^{-1})B^{*+}(z^{-1}) + z^{-d-1}B^{*+}(z^{-1})B^-(z^{-1})R_1(z^{-1})R_p(z^{-1})] \\ [z^{-(d+1)}T(z^{-1})B^{*-}(z^{-1})] = P(z^{-1})(z^{-(d+1)}T(z^{-1})B^{*-}(z^{-1})B^{*+}(z^{-1}))]$$

Soit, après simplification :

$$A(z^{-1})S_1(z^{-1})S_p(z^{-1}) + z^{-d-1}B^{*-}(z^{-1})R_1(z^{-1})R_p(z^{-1}) = P(z^{-1}) \quad (14.48)$$

Posons :

$$R_1(z^{-1}) = r_0 + r_1z^{-1} + \dots + r_{n_r}z^{-n_r} \quad (14.49)$$

$$S_1(z^{-1}) = 1 + s_1z^{-1} + \dots + s_{n_s}z^{-n_s} \quad (14.50)$$

$R_1$  et  $S_1$  sont les inconnues du problème. L'existence et l'unicité de la solution est assurée si :

$$\text{degré}(P) \leq \text{degré}(A) + \text{degré}(S_p) + \text{degré}(B^{*-}) + \text{degré}(R_p) + d \quad (14.51)$$

$$\text{degré}(S_1) = \text{degré}(B^{*-}) + \text{degré}(R_p) + d \quad (14.52)$$

$$\text{degré}(R_1) = \text{degré}(A) + \text{degré}(S_p) - 1 \quad (14.53)$$

$$A.S_p \text{ et } B^{*-}.R_p \text{ sont premiers entre eux.} \quad (14.54)$$

### 14.3.2.3 Calcul du polynôme T

T permet de compenser la dynamique de régulation  $P(z^{-1})$  de manière à pouvoir introduire la dynamique en asservissement. Enfin, il amène un gain unitaire.

$$\begin{cases} T(z^{-1}) = P(z^{-1}) \text{ si } B^{*-}(1) = 0 \\ T(z^{-1}) = \frac{P(z^{-1})}{B^{*-}(1)} \text{ si } B^{*-}(1) \neq 0 \end{cases} \quad (14.55)$$

Si  $B^{*-}(1)$  est non nul, la transmittance entrée/sortie devient donc :

$$\frac{Y}{W} = \frac{B_{as}(z^{-1})z^{-(d+1)}B^{*-}(z^{-1})}{A_{as}(z^{-1})B^{*-}(1)} \quad (14.56)$$

Et si tous les zéros sont stables et masqués :

$$\frac{Y}{W} = \frac{B_{as}(z^{-1})}{A_{as}(z^{-1})} z^{-(d+1)} \quad (14.57)$$

### 14.3.2.4 Calcul du filtre d'asservissement

Le système, après régulation ayant une réponse proche de la réponse pile

$$\left( F_{BF}(z^{-1}) = z^{-d+1} \frac{B^{*-}(z^{-1})}{B^{*-1}(1)} \right),$$

il recopie l'entrée avec un certain nombre de pas de retard. Le filtre d'asservissement permet alors de définir la trajectoire de sortie en réponse à une entrée  $w$  donnée. Pour clarifier l'exposé, la méthode est présentée sur un exemple. La transmittance après régulation est  $z^{-1}$ . La sortie, en réponse à un échelon d'entrée  $E_0$ , doit passer de 0 à  $E_0$  en  $m$  pas d'échantillonnage.

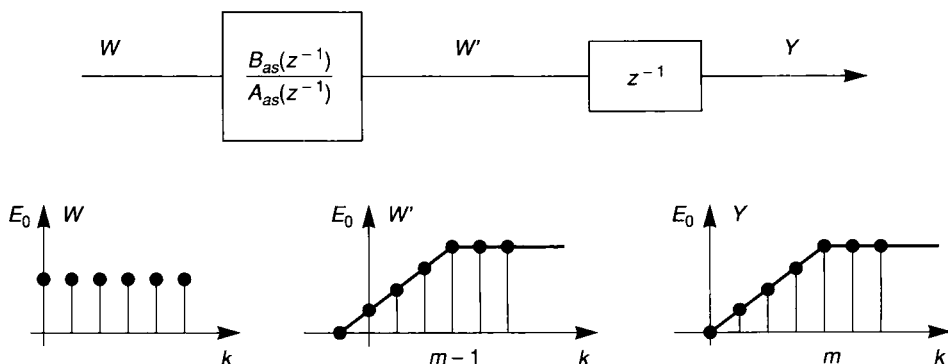


Figure 14.23. - Calcul des filtres d'asservissement.

La sortie désirée a pour transformée en  $z$  :

$$Y(z) = \frac{1}{mT} \left[ \frac{Tz}{(z-1)^2} - \frac{Tz}{(z-1)^2 z^m} \right] = \frac{1}{m} \frac{z}{(z-1)^2} \left( 1 - \frac{1}{z^m} \right)$$

L'entrée  $W'$  est en avance de 1 pas sur la sortie :

$$W'(z) = Y(z) \cdot z = \frac{1}{m} \cdot \frac{z^2}{(z-1)^2} \left( 1 - \frac{1}{z^m} \right) E_0$$

Donc :

$$\frac{B_{as}(z)}{A_{as}(z)} = \frac{W'(z)}{W(z)} = \frac{1}{m} \frac{z}{z-1} \left( 1 - \frac{1}{z^m} \right) \tag{14.58}$$

## 14.3.3 Commande par retour d'état

### 14.3.3.1 Représentation d'état

Le processus est décrit par un vecteur d'état  $X$  caractérisant l'information minimale nécessaire à un instant donné  $t_0$  pour prédire son devenir connaissant l'évolution de son entrée  $u$ .

Par exemple, pour une commande vectorielle d'une machine asynchrone alimentée en courant,

nous pouvons choisir les vecteurs d'état suivants :  $\begin{bmatrix} i_{dr} \\ i_{qr} \\ \Omega \end{bmatrix}$  ou  $\begin{bmatrix} \psi_{ds} \\ \psi_{qs} \\ \Omega \end{bmatrix}$ . Le choix du vecteur d'état

n'est pas unique. Il représente, en fait, les variables liées aux stockage de l'énergie dans le processus. Les sorties sont liées au vecteur d'état  $X$  et aux entrées  $U$  par une relation linéaire.

Le comportement d'un système linéaire discrétisé est représenté par :

$$\begin{cases} X_{k+1} = A_d \cdot X_k + B_d \cdot U_k \\ Y_k = C_d \cdot X_k + D_d \cdot U_k \end{cases} \quad (14.59)$$

avec  $X_k$  vecteur d'état,  $U_k$  vecteur d'entrée et  $Y_k$  vecteur de sortie.

Cette description assure une connaissance plus fine du processus qu'un modèle entrées/sorties. Elle permet de mettre en oeuvre des correcteurs prenant en compte le comportement interne du système. Ainsi dans un moteur, une régulation de vitesse basée sur la seule modélisation du transfert tension d'entrée / vitesse peut induire des dépassements de courant inadmissibles.

### 14.3.3.2 Retour d'état

Cette commande correspond au schéma bloc suivant :

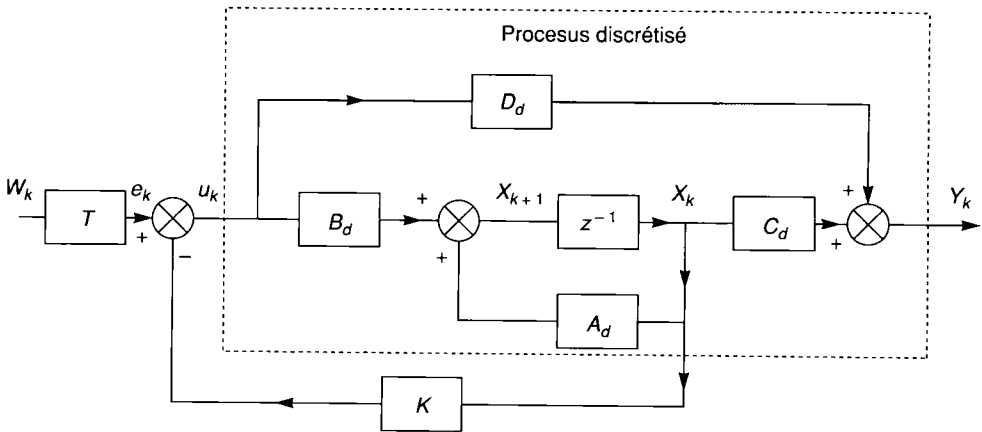


Figure 14.24. - Retour d'état.

Le vecteur d'entrée est donné par :  $u_k = T.w_k - K.X_k$  (14.60)

Sans nuire à la généralité de l'exposé, le système est supposé propre : les sorties ne dépendent pas explicitement des entrées. Donc la matrice  $D_d$  est nulle.

### 14.3.3.3 Calcul du retour d'état dans le cas monovariable

#### Principe

La synthèse du correcteur se fait par placement de pôles. Le système corrigé doit présenter les pôles  $z_1, \dots, z_n$  fixés par le cahier des charges.

Le polynôme caractéristique devra donc être :

$$\Phi(z) = (z - z_1) \dots (z - z_n) = \alpha_0 + \alpha_1 z + \dots + \alpha_{n-1} z^{n-1} + z^n \quad (14.61)$$

Or le système en boucle fermée présente le polynôme caractéristique :

$$\Phi(z) = \det(zI - (A_d - B_d K)) \quad (14.62)$$

Il suffit d'identifier les équations (14.61) et (14.62).

### Calcul du retour d'état dans la forme canonique de commandabilité

La matrice d'état  $A_d$  est transformée sous sa forme canonique de commandabilité par le changement de base  $W_c$ .

$$\tilde{A}_d = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & & \dots & & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & \dots & -a_{n-2} & -a_{n-1} \end{pmatrix} \text{ et } \tilde{B}_d = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (14.63)$$

Notons  $K = [k_0 \ k_1 \dots \ k_{n-1}]$

Soit  $\Phi_{Ad}$  le polynôme caractéristique de processus discrétisé :

$$\Phi_{Ad}(z) = \det(zI - \tilde{A}_d) = a_0 + a_1 z + \dots + a_{n-1} z^{n-1} + z^n \quad (14.64)$$

Celui du système corrigé devient (et il est invariant par changement de base) :

$$\Phi(z) = \det(zI - (\tilde{A}_d - \tilde{B}_d \tilde{K})) = z^n + (a_{n-1} + k_{n-1})z^{n-1} + \dots + (a_0 + k_0) \quad (14.65)$$

En identifiant (14.61) et (14.65), on obtient le retour d'état :

$$\tilde{K} = [\tilde{k}_0 \ \dots \ \tilde{k}_{n-1}] \text{ avec } \tilde{k}_i = \alpha_i - a_i \quad (14.66)$$

### Calcul du retour d'état dans la base initiale

$W_c$  caractérise la transformation de l'espace initial vers la forme canonique de commandabilité.

$$\begin{cases} \tilde{X}_{k+1} = W_c^{-1} A_d W_c \cdot \tilde{X}_k + W_c^{-1} B_d \cdot U_k \\ Y_k = C_d \cdot W_c \tilde{X}_k \end{cases} \quad (14.67)$$

$W_c$  peut être évaluée à l'aide de l'algorithme de Leverrier. Le calcul de  $W_c$  est détaillé dans l'annexe A1.2.

Pour revenir dans l'espace de départ, il suffit d'utiliser le changement de base inverse  $W_c^{-1}$ .

$$K = \tilde{K} \cdot W_c^{-1} \quad (14.68)$$

En effet  $\begin{cases} \tilde{X}_k = W_c \tilde{X}_k \\ u_k = e_k - K X_k \end{cases} \Rightarrow u_k = e_k - K W_c \tilde{X}_k = e_k - \tilde{K} \tilde{X}_k \Rightarrow K = \tilde{K} W_c^{-1}$

### Calcul du filtre $T$ en entrée dans le cas monovariable

La matrice de gain  $K$  apporte la dynamique en boucle fermée. Le filtre en entrée permet de donner au système corrigé un gain unitaire.

La fonction de transfert du système corrigé est :

$$F_{BF}(z) = C_d [zI - (A_d - B_d K)]^{-1} B_d \quad (14.69)$$

et présente un gain :

$$F_{BF}(1) = C_d [I - (A_d - B_d K)]^{-1} B_d \quad (14.70)$$

Pour obtenir un gain unitaire, il suffit de choisir  $T$  (constante scalaire) telle que :

$$T = \frac{1}{C_d [I - (A_d - B_d K)]^{-1} B_d} \quad (14.71)$$

### 14.3.3.4 Calcul du retour d'état dans le cas multivariables

La matrice de gain  $K$  est de dimension  $n_u \times n$  où  $n_u$  désigne le nombre d'entrées.

Une première méthode consiste à découpler le système. Chaque sortie ne dépend plus que d'une seule entrée. La matrice d'état est diagonale par bloc. On est ramené au cas précédent. Mais cette approche idéale est rarement possible.

Une seconde méthode [DE LARMINAT 93] consiste à décomposer le système global en  $n_u$  sous-systèmes  $\tilde{A}_{ii}$  ne présentant qu'une seule entrée et écrits sous leur forme canonique commandable.

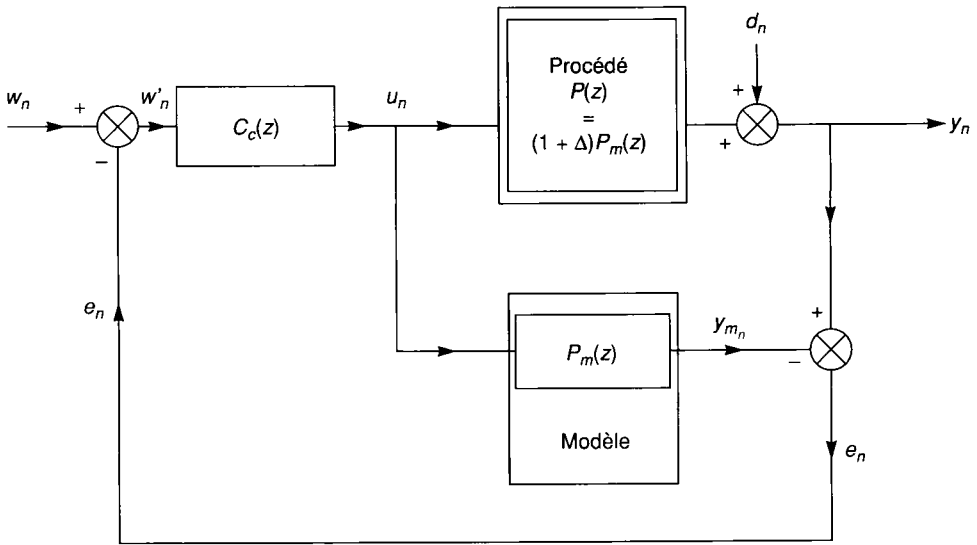
$$\tilde{X}_{k+1} = \begin{bmatrix} \tilde{A}_{11} & x & \dots & x \\ x & \tilde{A}_{22} & & \\ & & \dots & \\ x & x & \dots & \tilde{A}_{n_u n_u} \end{bmatrix} \tilde{X}_k + \begin{bmatrix} \tilde{B}_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \tilde{B}_2 & 0 & 0 \\ \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \tilde{B}_{n_u} \end{bmatrix} U_k \quad (14.72)$$

Le retour d'état est obtenu en identifiant  $\Phi(z) = \det(zI - (\tilde{A}_d - \tilde{B}_d \tilde{K}))$  et le polynôme caractéristique désiré.

## 14.3.4 Commande par modèle interne

### 14.3.4.1 Généralités

Dans une structure à modèle interne [FOULARD 87][DE LARMINAT 93], la commande est appliquée simultanément au procédé et à son modèle. Ce dispositif permet d'estimer les perturbations  $d_n$  et les erreurs de modèles  $\Delta$ . Les structures décrites dans ce chapitre sont dérivées du modèle interne de Morari [MORARI 83].



**Figure 14.25. - Commande par modèle interne**  
 (publiée avec l'aimable autorisation de M. C. Foulard © Eyrolles 87).

$e_n = y_n - y_{m_n}$  donne une estimation des perturbations et/ou des variations du procédé.

Dans le cas d'une machine asynchrone, le modèle utilisé peut être la représentation dans le repère  $dq$  lié au rotor avec les paramètres identifiés hors ligne. Sur le modèle et le procédé sont appliquées les transformations de repère 3/2 permettant de linéariser leurs matrices de transfert.

La consigne est élaborée à partir de l'écart de la sortie réelle  $y_n$  par rapport à celle du modèle  $y_{m_n}$ .

La commande et la sortie sont données à partir du schéma bloc précédent :

$$u(z) = \left\{ I + C_c(z)[P(z) - P_m(z)] \right\}^{-1} C_c(z)[w(z) - d(z)] \quad (14.73)$$

$$y(z) = P(z)\left\{ I + C_c(z)[P(z) - P_m(z)] \right\}^{-1} C_c(z)[w(z) - d(z)] + d(z) \quad (14.74)$$

Si le modèle est identique au procédé ( $P(z) = P_m(z)$ ), le système est stable si le correcteur  $C_c$  et le procédé  $P$  sont stables.

Mais si le procédé s'écarte du modèle ( $P(z) \neq P_m(z)$ ), il pourra être nécessaire de stabiliser le système en introduisant des filtres dans la boucle de retour.

Si  $C_c(z) = P_m(z)^{-1}$  alors  $y(z) = w(z)$  mais ce correcteur est souvent irréalisable (le procédé possède des zéros instables ou des retards purs...).

Cependant, si  $C_c(1) = P_m(1)^{-1}$  (ce qui traduit un même comportement statique du correcteur et du procédé), alors l'erreur statique est nulle ( $y(\infty) = w(\infty)$ ).





$$J = \sum_{i=0}^{\infty} (e_2^T(i) Q e_2(i) + u_c^T(i) R u_c(i)) \text{ avec } e_2(i) = y_{ac_w}(i) - y_{ac_m}(i) \quad (14.75)$$

où  $Q$  est une matrice symétrique définie positive et  $R$  une matrice symétrique définie non négative.  $Q$  et  $R$  sont choisies *a priori*.

$u_c$  est calculée à partir des variables d'état des différents modèles, de  $y_{ac_m}$  (sortie du modèle d'action) et de  $y_{ac_w}$  (consignes qui sont imposées au modèle d'action), de  $e_1$  (estimation des perturbations non mesurées) et de  $d_2$  (perturbations mesurées).

$$u_c = -\sum G_i X_i + K_1 y_{ac_m} + K_2 y_{ac_w} + K_3 e_1 + K_4 d_2 \quad (14.76)$$

Les matrices  $G_i$  et  $K_i$  ont des coefficients constants qui sont évalués hors ligne [FOULARD 87].

Si le procédé possède des retards purs, ils peuvent être inclus dans le modèle du procédé ou traités de manière spécifique et ramenés sur les sorties. La commande assure des erreurs stationnaires nulles.

### 14.3.4.3 Commande à horizon fuyant

Le schéma de commande est similaire à celui de la figure (14.26) mais, dans ce cas, l'excitation minimise à l'instant  $i$  un critère portant sur les  $n$  instants suivants (horizon fuyant) :

$$J_i = \sum_{k=i+1}^{i+n} \left( e_2^T(k) Q e_2(k) + [u(k-1) - u(k-2)]^T R [u(k-1) - u(k-2)] \right) \quad (14.77)$$

avec  $e_2(i) = y_{ac_w}(i) - y(i)$  et où  $Q \geq 0$  et  $R > 0$  sont des matrices de pondérations choisies *a priori*. Ce critère porte sur  $(u(k-1) - u(k-2))$  de manière à assurer une erreur stationnaire nulle.

La commande s'effectue avec ou sans contraintes d'amplitude ( $u_{min} < u < u_{max}$ ) ou de variations (temps de réponse d'un convertisseur...) sur les entrées et/ou les états.

## 14.3.5 Notion de robustesse - commande $H_{\infty}$

La synthèse  $H_{\infty}$  des correcteurs est une approche récemment appliquée aux commandes des ensembles convertisseur-machine prenant en compte les bruits injectés sur le processus et les variations des paramètres intervenant dans les modèles. Les correcteurs obtenus ont des coefficients constants et sont donc adaptés aux fréquences d'échantillonnages élevées nécessitées par ce type de processus. Cette synthèse recherche un compromis robustesse/performance [OUSTALOU 94][DUC 93][DE LARMINAT 93].

### 14.3.5.1 Bruits et variations de modèle

De nombreux bruits sont injectés sur le système. Relevons en particulier les bruits dûs à la quantification et à la numérisation, les perturbations électromagnétiques injectées sur la mesure des

courants et/ou des tensions, les erreurs amenées par une mauvaise sectorisation des capteurs numériques de vitesse et de position et l'influence de la modulation de largeur d'impulsion. Le lecteur peut se reporter à l'annexe A2 pour une étude plus approfondie de ces bruits.

Les dynamiques négligées lors de l'identification du processus, les variations des résistances rotoriques, statoriques et des inductances cycliques induisent des écarts entre le processus et le modèle utilisé pour la synthèse des correcteurs. Ces dérives sont dues à la température, à la saturation du circuit magnétique et à l'effet de peau (une machine asynchrone ne fournit un couple que si des courants rotoriques se développent au rotor et la fréquence de ces courants dépend de la fréquence de l'alimentation statorique et de la vitesse de rotation). Les écarts enregistrés sur les paramètres sont de l'ordre de 50 % à 100 % de la valeur nominale.

Le système est souvent représenté sous la forme suivante :

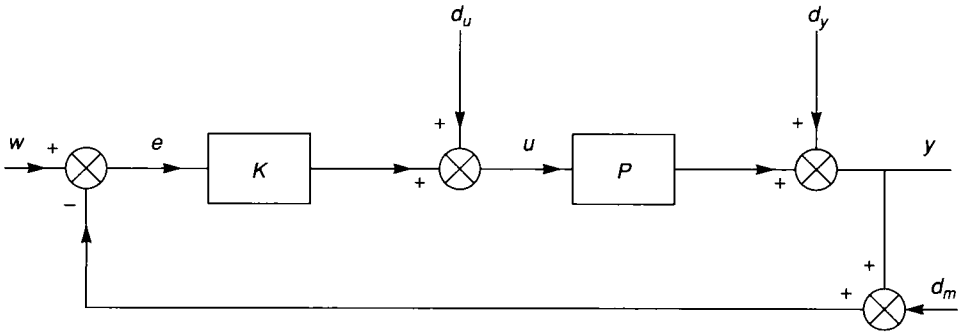


Figure 14.27. - Représentation des perturbations sur un processus.

avec :

$w$  entrée supposée nulle pour étudier la régulation

$y$  sortie

$d_m$  bruits de mesure (capteur de vitesse, câbles de liaison...)

$d_u$  perturbations agissant sur l'entrée (convertisseur statique...)

$d_y$  perturbations agissant sur la sortie (couple résistant non mesuré si  $y$  représente le couple...)

Les transmittances (en monovariable) associées sont :

$$y = Tw + Sd_y + SPd_u - Td_m \quad (14.78)$$

$$u = SKw + Sd_u - SK(d_m + d_y) \quad (14.79)$$

avec :

$L = KP$  matrice de transfert de la boucle ouverte en entrée et en sortie ( $PK$  en multivariables)

$$S = (1 + L)^{-1} \text{ matrice de sensibilité en entrée ou en sortie} \quad (14.80)$$

$$T = (1 + L)^{-1}L \text{ matrice de sensibilité complémentaire en entrée ou en sortie} \quad (14.81)$$

Nous avons  $S + T = 1$  (14.82)

### 14.3.5.2 Définition de la norme $H_\infty$

On note  $H_\infty$  l'espace des fonctions de la variable complexe analytiques et bornées dans le demi-plan droit ouvert  $Re(s) > 0$ . Cet espace est muni d'une norme notée :

$$\|G\|_\infty = \sup\{\sigma_M(G(s)) : Re(s) > 0\} \tag{14.83}$$

avec  $\sigma_M(A) = \sqrt{\max(\lambda_i)}$  et  $\sigma_m(A) = \sqrt{\min(\lambda_i)}$  et  $\lambda_i$  valeur propre de  $AA^{t*}$  (14.84)

$A^{t*}$  désigne la matrice transposée conjuguée de  $A$ .

Si  $G$  est une fonction de transfert exprimée sous forme d'une fraction rationnelle stable et pour laquelle  $\sigma_M(G(\infty)) < \infty$  alors :

$$\|G\|_\infty = \sup\{\sigma_M(G(i\omega)) : \omega \in ]-\infty, +\infty[ \} \tag{14.85}$$

En monovariable  $\|G\|_\infty$  représente le maximum du gain atteint par  $G(i\omega)$  dans le lieu de Bode.

### 14.3.5.3 Introduction à la robustesse pour les systèmes linéaires monovariables

Dans ce paragraphe sont définies dans le lieu de Nyquist (figure 14.28) les grandeurs permettant d'évaluer la robustesse d'un système linéaire stationnaire S.I.S.O. corrigé avec un retour unitaire. Nous supposons le système bouclé nominal stable.

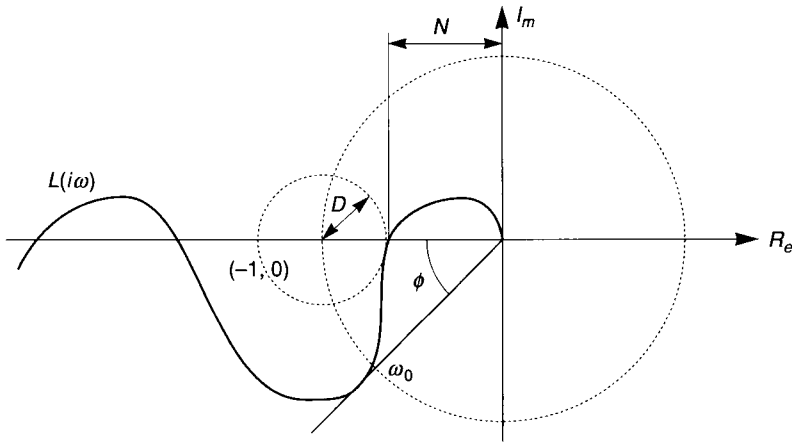


Figure 14.28. - Représentation des marges.

#### Marge de gain $M_g$

La marge de gain définit le gain supplémentaire maximal qui peut être apporté au système sans le déstabiliser. Elle caractérise l'écart entre le gain du transfert à  $-\pi$  radians  $|T(j\omega)_{\phi=-\pi}|_{dB}$  et l'axe à 0 dB.

Elle est donnée par l'inverse de la distance  $N$  et elle est évaluée en dB par :

$$M_g = -20 \log_{10} N \quad (14.86)$$

### Marge de phase $M_p$

La marge de retard de phase  $M_p$  est définie par le déphasage supplémentaire maximal qui peut être apporté au système sans le déstabiliser :

$$\phi = \min \left\{ \phi_i / \arg(L(i\omega_0)) = \pi + \phi_i \text{ et } |L(i\omega_0)| = 1 \right\} \quad (14.87)$$

### Marge de retard $M_r$

$M_r$  est la borne supérieure des retards  $\tau$  qui ne déstabilise pas le processus  $P$  retardé de  $\tau$  :

$$M_r = \frac{M_p}{\omega_0} \quad (14.88)$$

Cette marge de retard permet de représenter les dynamiques négligées si celles-ci ont des pôles non oscillants. Elle influe aussi sur le choix de la fréquence d'échantillonnage.

### Marge de module $M_m$

La marge de module  $M_m$ , notée  $D$  sur le schéma, est la distance du point critique  $(-1,0)$  au lieu de Nyquist.

$$M_m = \inf \left\{ |1 + L(i\omega)| : \omega \in ]-\infty \quad +\infty[ \right\} = \frac{1}{\|S\|_\infty} \quad (14.89)$$

Elle traduit la robustesse du système en boucle fermée vis-à-vis des erreurs de modèle.

## 14.3.5.4 Représentation des incertitudes

Des erreurs de modélisation peuvent affecter le comportement du système. Les méthodes robustes prennent en compte ces incertitudes dans la synthèse des correcteurs.

### Incertitudes

Soit  $\mathbb{P}$  un ensemble de systèmes comprenant le système nominal.  $\mathbb{P}$  intègre les incertitudes ou variations du modèle. Ces incertitudes peuvent être structurées ou non structurées.

- **incertitudes structurées (exemple) :**

Soit  $P_{nominal} = \frac{1}{1 + \tau s}$  avec  $\tau$  qui peut varier entre  $\tau_{min}$  et  $\tau_{max}$ .

On définit  $\mathbb{P} = \left\{ \frac{1}{1 + \tau s} : \tau_{min} \leq \tau \leq \tau_{max} \right\}$ .

Ce type d'incertitudes est utilisé, en particulier, en  $\mu$ -synthèse.

• **incertitudes non structurées :**

Elles sont utilisées dans les méthodes  $H_\infty$ . Les incertitudes additives sont caractérisées par :

$$P(j\omega) = P_{nom}(j\omega) + \Delta_a(j\omega) \quad \text{avec} \quad \|\Delta_a(j\omega)\|_\infty < \delta_a(\omega) \quad \forall \omega \quad (14.90)$$

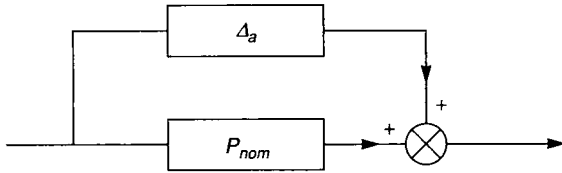


Figure 14.29. - Incertitude additive non structurée.

Les incertitudes multiplicatives sont définies par :

$$P(j\omega) = P_{nom}(j\omega)(1 + \Delta_m(j\omega)) \quad \text{avec} \quad \|\Delta_m(j\omega)\|_\infty < \delta_m(\omega) \quad \forall \omega \quad (14.91)$$

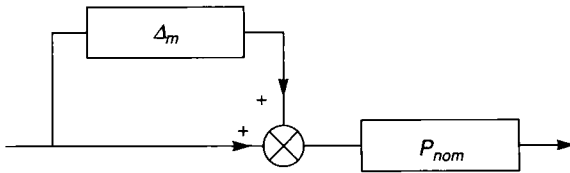


Figure 14.30. - Incertitude multiplicative non structurée.

Ces incertitudes peuvent prendre en compte les dynamiques négligées, certaines non linéarités et les erreurs de modélisation.

**Fonctions de pondération**

Supposons les incertitudes modélisées sous forme multiplicative.

$$\Delta_m(j\omega) = (1 + \Delta(j\omega)W_T(j\omega)) \quad \text{avec} \quad \|\Delta(j\omega)\| < 1 \quad (14.92)$$

$\|W_T(j\omega)\|_\infty$  représente la norme des incertitudes de modèle tolérées.

Pour la clarté de l'exposé, nous supposons par la suite, le système monovarié. Mais la méthode  $H_\infty$  s'applique aux systèmes multivariés.

**14.3.5.5 Principe de la méthode**

Rappelons que :  $S = \frac{y}{d_y} = -\frac{e}{d_y} = \frac{e}{w}$  et  $T = -\frac{y}{d_m} = -\frac{d_u}{u} = \frac{y}{w}$  d'après (14.78) et (14.79)

Donc  $S$  représente l'influence des perturbations  $d_y$  sur l'erreur  $e$  et  $T$  l'influence du bruit de mesure  $d_m$  sur la sortie.

Lors de la synthèse des correcteurs, deux objectifs doivent être atteints :

- 1 Rendre  $S$  le plus faible possible pour réduire l'influence des perturbations
- 2 Rendre  $T$  le plus faible possible pour réduire l'influence des bruits de mesure

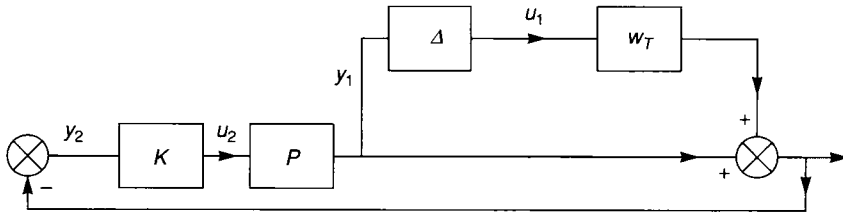
Or  $S + T = 1$ . Donc il faut rendre  $S$  et  $T$  faibles dans des plages de fréquences différentes.

### 14.3.5.6 Stabilité robuste

Rechercher la robustesse vis-à-vis des incertitudes du modèle revient à maintenir la stabilité du système en boucle fermée malgré la présence des erreurs de modèle. Cela équivaut à donner l'atténuation de  $T(j\omega)$ . Aux basses fréquences,  $|T(j\omega)|$  tend vers 1.

Il faut alors spécifier une fonction de transfert de type passe-haut  $W_T(s)$  représentant la norme des incertitudes multiplicatives que le système bouclé doit tolérer :

$$\|W_T T_{nom}\|_{\infty} < 1 \Leftrightarrow |T_{nom}(j\omega)| < \frac{1}{|W_T(j\omega)|} \quad (14.93)$$

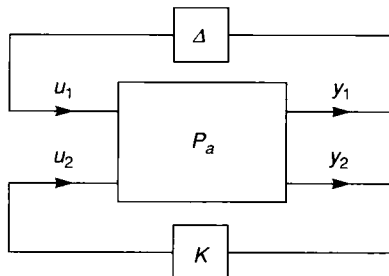


**Figure 14.31. Stabilité robuste**  
(publiée avec l'aimable autorisation de M. H. Bourlès © 1994, Hermès).

Ce diagramme peut se mettre sous la forme d'un schéma standard.

Appelons  $P_a$  la matrice de transfert du système augmenté donnée par :

$$P_a = \begin{pmatrix} 0 & P \\ -W_T I & -P \end{pmatrix} \quad (14.94)$$



**Figure 14.32. - Schéma standard**  
(publiée avec l'aimable autorisation de M. H. Bourlès © 1994, Hermès).

Dans le cas monovariante, le schéma suivant représente les contraintes fréquentielles correspondantes pour  $T$  :

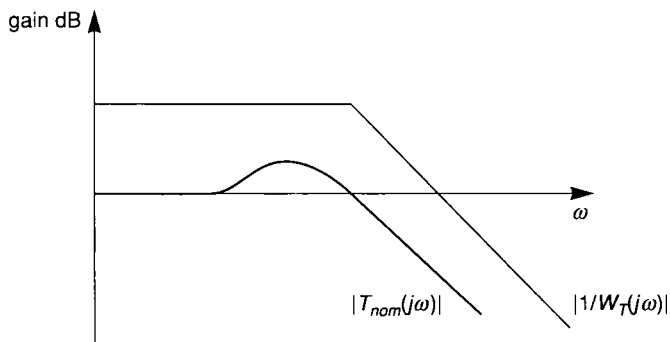


Figure 14.33. - Contraintes imposées sur  $T$ .

### 14.3.5.7 Performance

#### Performance nominale

Les performances du système nominal sont évaluées en fonction de l'erreur  $e = w - y$ . Or  $S = e/w$ . Donc rechercher la performance nominale du système revient à fixer l'atténuation de  $|S(j\omega)|$  en fonction de la fréquence

$$\|W_S S_{nom}\|_{\infty} < 1 \Leftrightarrow |S_{nom}(j\omega)| < \frac{1}{|W_S(j\omega)|}$$

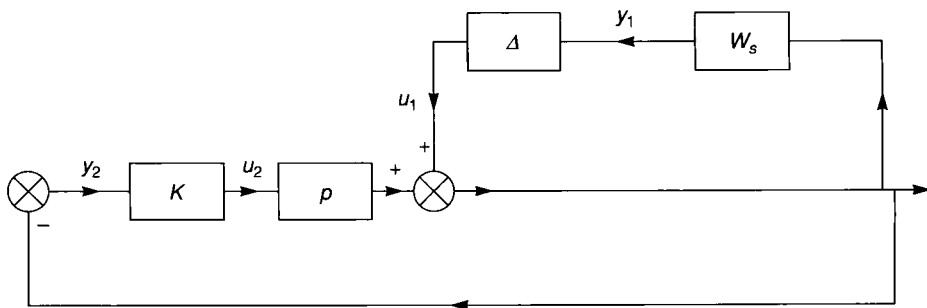


Figure 14.34. - Performance nominale.

(publiée avec l'aimable autorisation de M. H. Bourlès © 1994, Hermès).

Comme précédemment, ce diagramme peut se ramener sous forme d'un schéma standard :

$$P_a = \begin{pmatrix} W_s & W_s P \\ -I & -P \end{pmatrix} \tag{14.95}$$

Dans le cas monovariante, le schéma suivant représente les contraintes fréquentielles correspondantes pour  $S$  :

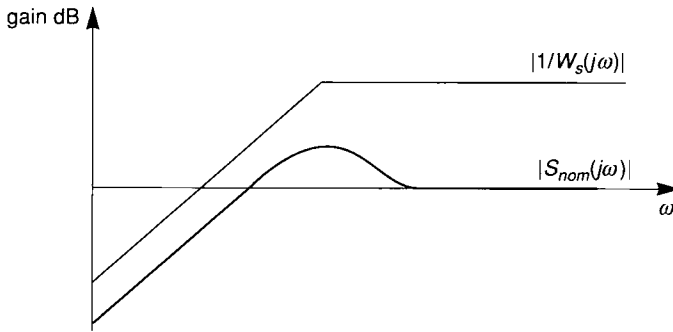


Figure 14.35. - Contraintes imposées sur  $S$ .

### Autres rejets de perturbation

L'atténuation de l'effet du bruit de la commande  $d_u$  sur la sortie  $y$  peut se spécifier sous la forme :

$$\|W_S' (PS)_{nom}\|_{\infty} < 1 \Leftrightarrow |(PS)_{nom}(j\omega)| < \frac{1}{|W_S'(j\omega)|} \quad (14.96)$$

et celle du bruit de mesure  $d_m$  sur l'entrée  $u$  (de manière à ne pas trop solliciter les actionneurs) par :

$$\|W_S'' (KS)_{nom}\|_{\infty} < 1 \Leftrightarrow |(KS)_{nom}(j\omega)| < \frac{1}{|W_S''(j\omega)|} \quad (14.97)$$

### Problème standard

Dans tous les cas, les systèmes bouclés associés au problème correspondant peuvent se ramener au schéma standard de la figure 14.32. Et le problème de robustesse se résume en :

$$\left\| \begin{pmatrix} -W_T T \\ W_S S \\ W_S' PS \\ W_S'' KS \end{pmatrix} \right\|_{\infty} \leq 1 \quad (14.98)$$

## 14.3.5.8 Calcul des fonctions de pondération

Par le domaine d'incertitude [CHOUITER 94B]

### • Choix de $W_T$

A une fréquence donnée  $\omega$ ,  $W_T$  représente le pourcentage d'incertitude du modèle à cette fréquence. Il faut fixer un coefficient d'incertitude faible à basse fréquence ( $< 1$ ) et élevé à



haute fréquence. On peut choisir une fonction de transfert du type  $G_T \frac{T_1 \cdot s + 1}{T_2 \cdot s + 1}$  d'où

$$\|W_T(\omega)\| = G_T \frac{\sqrt{1 + T_1^2 \omega^2}}{\sqrt{1 + T_2^2 \omega^2}}.$$

$G_T$ ,  $T_1$  et  $T_2$  sont choisis pour permettre une incertitude  $G_1$  à basse fréquence ( $G_1 = G_T$ ) et

une incertitude  $G_2$  pour une pulsation nominale  $\omega_T$  donnée  $G_2 = G_T \frac{\sqrt{1 + T_1^2 \omega_T^2}}{\sqrt{1 + T_2^2 \omega_T^2}}$ .

• **Choix de  $W_s$**

$W_s$  permet de fixer les performances du système et assure le rejet des perturbations de sortie.

Compte tenu des bruits présents sur le système et des variations maximales admissibles sur grandeurs régulées (définies par le cahier des charges), il faut fixer le facteur de rejet  $k_f \ll 1$  des perturbations à basse fréquence. On peut choisir une fonction de transfert du type

$\frac{1}{k_f} \frac{T_3 \cdot s + 1}{T_4 \cdot s + 1}$ .  $T_3$  et  $T_4$  sont déterminés en fixant le rejet des perturbations pour une fréquence

donnée  $\omega_s$ .

Il faut, bien sûr, respecter la condition :

$$\frac{1}{|W_s(j\omega)|} + \frac{1}{|W_T(j\omega)|} > 1 \tag{14.99}$$

pour respecter  $S + T = 1$

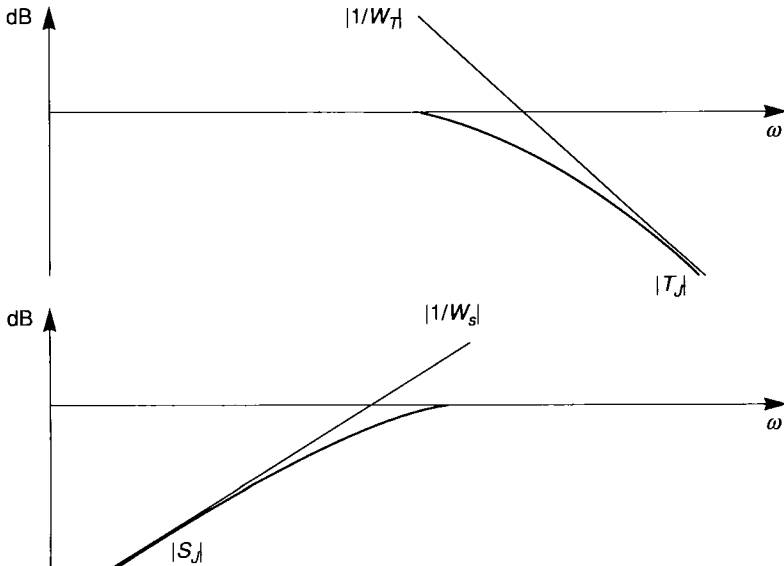


Figure 14.36. - Choix des fonctions  $W_s$  et  $W_T$ .

**Par un modèle**

La méthode consiste à choisir une fonction de transfert modèle  $J(s)$  pour le système en boucle fermée :

$$T_j(s) = J(s) \text{ et } S_j(s) = 1 - T_j(s).$$

On prend pour  $W_T(s)$  la droite asymptotique à  $T_j$  à haute fréquence et pour  $W_S$  la droite asymptotique à  $S$  à basse fréquence. Il peut être nécessaire de relâcher un peu les contraintes pour respecter la condition (14.99).

Les fonctions de pondération ayant été fixées, le problème standard peut être résolu par l'algorithme de Glover Doyle [GLOVER 88] et l'utilisation d'outils du type «  $\mu$ -Analysis and synthesis Toolbox de MATLAB » de Math Works Inc. (USA).

**14.3.5.9 Exemple**

Les correcteurs  $H_\infty$  assurent la régulation de courant d'une commande vectorielle découplée implantée sur une machine asynchrone alimentée en tension [CHOUITER 94A] [CHOUITER 94B] (voir figure 14.37).

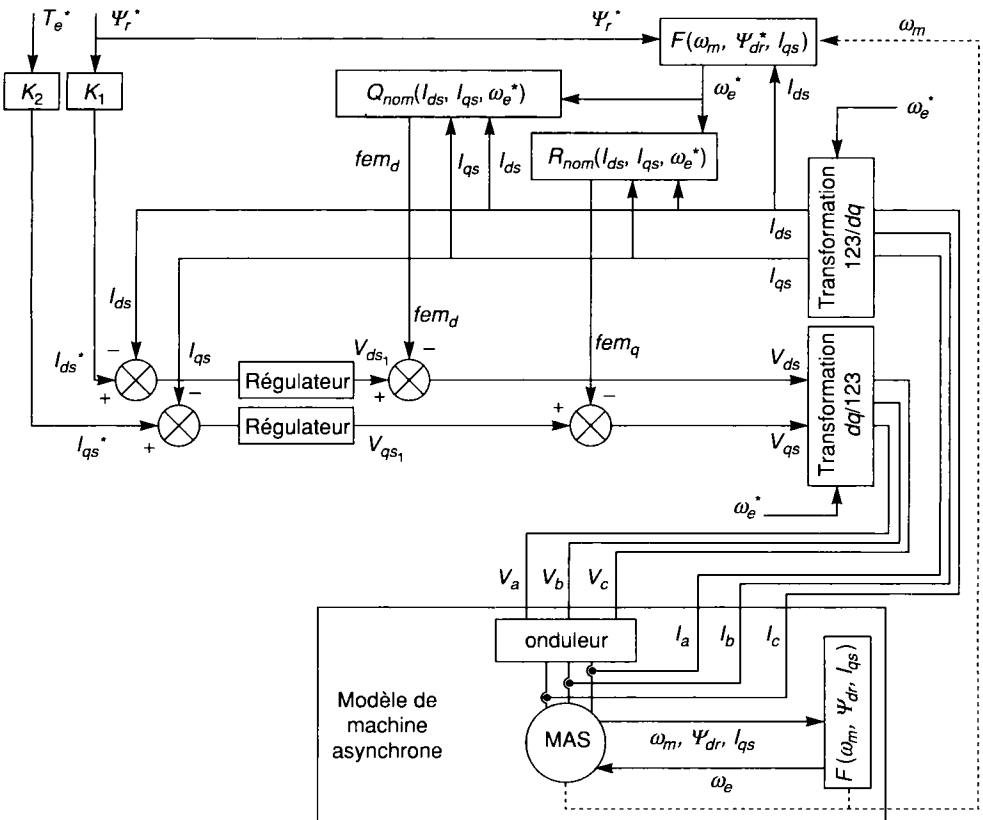


Figure 14.37. - Régulation de courant par correcteur  $H_\infty$

La transmittance du processus découplé est :

$$P(s) = \frac{I_{ds}}{V_{ds1}} = \frac{I_{qs}}{V_{qs}} = \frac{L_r T_r}{\sigma L_s L_r T_r s + R_s L_r T_r + L_m^2}$$

Les fonctions de pondération sont choisies sous la forme suivante :

$$W_s(s) = \frac{2s + 40\,000}{50s + 400} \quad \text{et} \quad W_T(s) = \frac{s + 3\,000}{6\,000}$$

$W_s$  permet un rejet des perturbations sur la sortie de 1 pour 100 aux basses fréquences.

$W_T$  permet une erreur de modèle de 50 % aux basses fréquences et de plus de 100 % aux hautes fréquences.

Le correcteur continu, calculé par l’algorithme de Glover-Doyle, a pour expression :

$$C(s) = \frac{2,018 \cdot 10^5 s^2 + 5,343 \cdot 10^7}{s^2 + 4\,829 s^2 + 3,857 \cdot 10^4}$$

La figure 14.38 donne les fonctions de pondération et la fonction de transfert en boucle fermée obtenue.

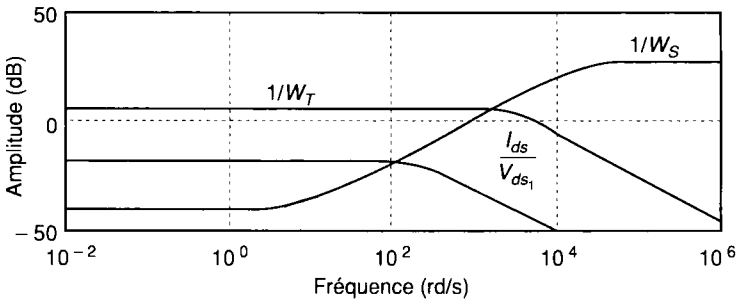


Figure 14.38. - Fonctions de pondération.

Les figures 14.39 et 14.40 montrent le comportement des régulateurs en réponse à une consigne  $i_{qs}^*$  sous forme de créneau et une consigne  $i_{ds}^*$  constante.

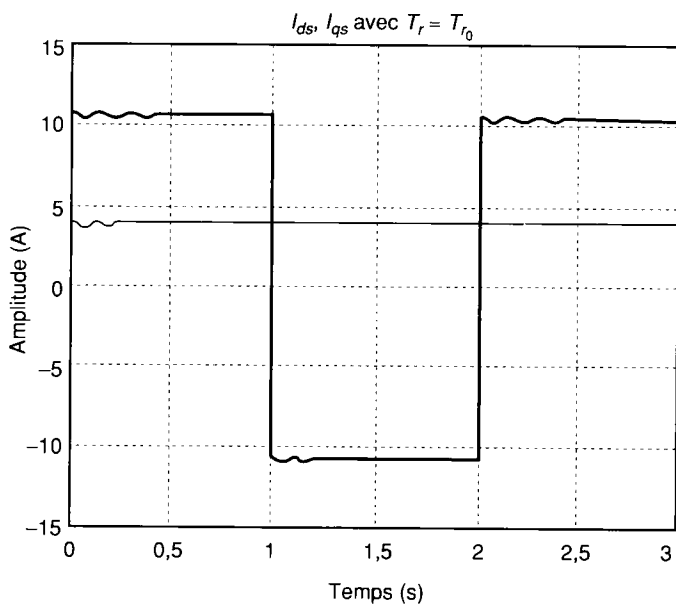


Figure 14.39. - Courants  $i_{ds}$  et  $i_{qs}$  avec une constante de temps rotorique nominale.

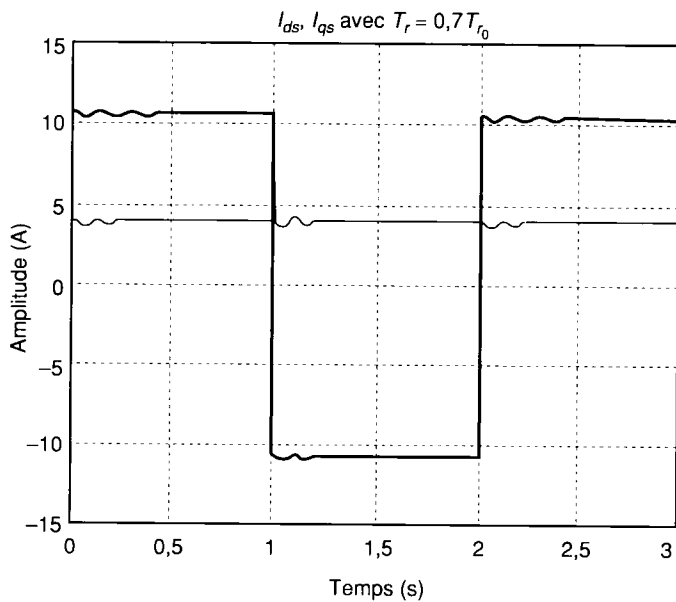


Figure 14.40. - Courants  $i_{ds}$  et  $i_{qs}$  avec une constante de temps rotorique  $0,7T_{r0}$ .



## Commande adaptative

15.1 • Introduction	386
15.2 • Identification en ligne des paramètres - Adaptation paramétrique	388
15.3 • Commande par mode de glissement	393
15.4 • Commande adaptative avec modèle de référence	398
15.5 • Régulateur auto-ajustable	410

## 15.1 Introduction

Deux démarches permettent de prendre en compte les variations de paramètres de la machine dans les lois de commande :

- rechercher le correcteur assurant le meilleur compromis performance/robustesse tout en gardant fixes les paramètres du régulateur,
- faire évoluer les paramètres lorsque l'environnement change (sans toutefois prendre en compte les incertitudes dues aux dynamiques hautes fréquences négligées).

Le chapitre 14 a introduit le premier choix. Celui-ci présente le second. La commande adaptative ajuste en ligne les paramètres du correcteur de manière à conserver le niveau de performance désiré lorsque les paramètres du procédé dérivent dans le temps ou sont inconnus (ce qui est le cas par exemple de la constante de temps rotorique).

Cette adaptation se fait au prix d'une complexité algorithmique plus élevée. Elle nécessite, la plupart du temps, des outils de calcul très puissants tels que les microprocesseurs dédiés au traitement du signal (Digital Signal Processor ou D.S.P.).

La commande adaptative prend en compte deux types de problèmes :

- les paramètres du système constants mais inconnus seront auto-ajustés,
- les paramètres qui dérivent dans le temps seront adaptés.

La loi de variation des paramètres des correcteurs donne un caractère non linéaire aux commandes adaptatives. La recherche de stabilité et la synthèse du correcteur reposeront donc sur des techniques spécifiques à ces systèmes. En particulier, elles mettent en œuvre les critères de Lyapounov ou de Popov [GILLES 88][SASTRY 89][POPOV 73].

Trois techniques de commande sont habituellement utilisées [LANDAU 86] :

### • les régulateurs auto-ajustables

Les paramètres du correcteur (en général, d'une structure très simple) sont recalculés en fonction de critères de performances prédéfinies. Cette structure comporte, d'une part, la boucle de régulation classique et d'autre part, un mécanisme d'estimation en ligne des paramètres (figure 15.1).

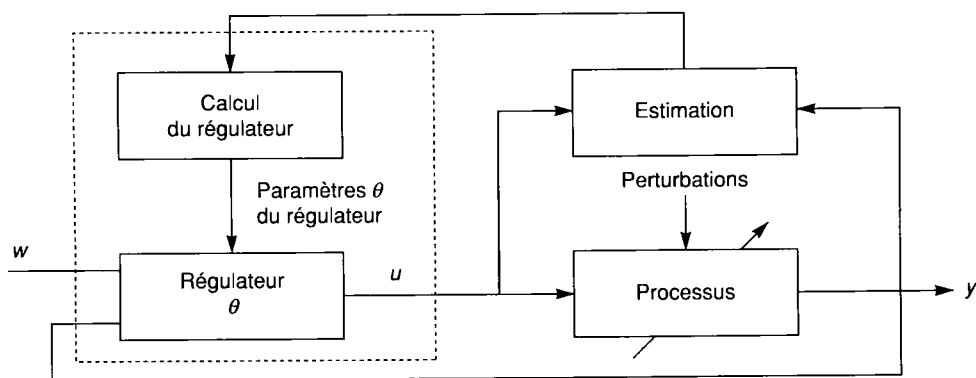


Figure 15.1. - Régulateur auto-ajustable - commande indirecte.

Le choix du modèle du processus et du signal de consigne est particulièrement important. Il faut d'abord fixer le domaine de fréquence pour lequel on désire réaliser l'asservissement. Les dynamiques du système seront modélisées dans ce domaine. Les composantes hautes fréquences des signaux de mesure correspondant aux dynamiques négligées sont filtrées pour ne pas caler le modèle sur ces hautes fréquences lors de l'identification. Enfin, il faut choisir un signal de consigne assez riche et à l'intérieur du spectre de fréquence considéré pour permettre une identification correcte du processus. On ajoute parfois, en entrée, un signal excitant suffisamment le système pour améliorer l'identification sans trop le perturber.

• **les commandes adaptatives avec modèle de référence (figure 15.2)**

Les paramètres du correcteur sont recalculés de manière à minimiser l'erreur entre la sortie du processus et celle du modèle. Ce dernier correspond au transfert désiré.

Le mécanisme d'adaptation peut être complété par des informations issues directement du système.

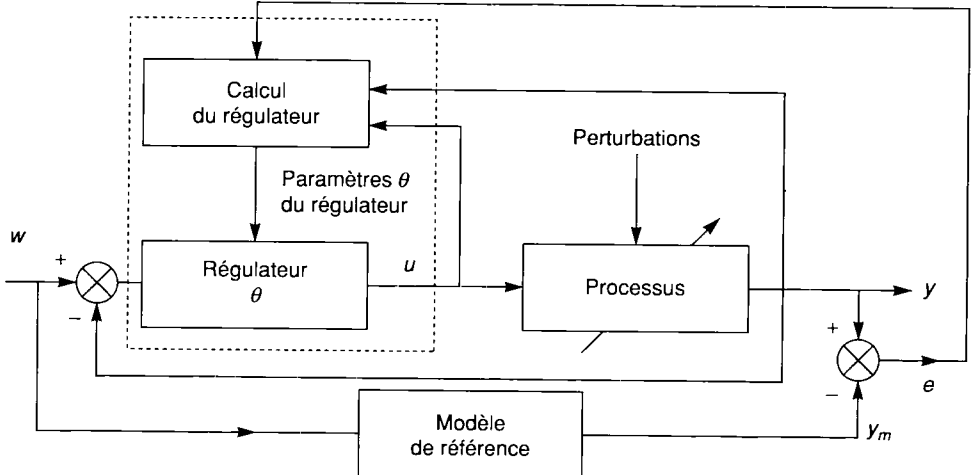


Figure 15.2. -Commande adaptative directe avec modèle de référence.

• **contrôle adaptatif stochastique**

Si le caractère inconnu ou fluctuant des paramètres est trop important, il devient nécessaire d'utiliser une approche intégrant cet aspect stochastique. Un modèle de perturbations est alors adopté. La stratégie suivie consiste à minimiser l'espérance mathématique d'une fonction

$$J_t = E \left\{ \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (y_{\text{réel}}(t+k) - y_{\text{objectif}}(t+k))^2 \right\} \text{ de manière à atténuer l'effet des perturbations}$$

sur la trajectoire désirée  $y_{\text{objectif}}$  (voir annexe 3 pour la définition de  $E$ ).

La présentation de leurs algorithmes déborde largement des prérequis nécessaires à la lecture de cet ouvrage. Ils ne seront donc pas développés. Le lecteur trouvera une présentation plus détaillée dans [ASTRÖM 89] [NAJIM 82] [LANDAU 86].

L'estimation des paramètres du système et le calcul de ceux du correcteur peuvent être effectués en deux phases séparées. La commande adaptative est alors dite « indirecte ».



Cependant, souvent, les paramètres du correcteur sont évalués à partir de ceux du procédé de manière à répondre à certains critères de performance. L'identification et le recalcul des paramètres sont alors simultanés. On reparamétrise le prédicteur. La commande adaptative est dite « directe ».

Dans ce chapitre, le système étant non linéaire, nous adoptons la notation  $q^{-1}$  pour désigner l'opérateur retard :  $q^{-1}f(t) = f(t - T_{ech})$ .

## 15.2 Identification en ligne des paramètres - Adaptation paramétrique

L'estimation des paramètres fait appel à des algorithmes d'identification temps réel. Ils doivent présenter trois caractéristiques :

- être simples pour ne pas alourdir le noyau temps réel et rester compatibles avec la fréquence d'échantillonnage,
- converger rapidement pour assurer un suivi correct des paramètres (variant lentement),
- être insensibles aux bruits de mesure et en particulier ne pas introduire de biais  $(\lim_{N \rightarrow +\infty} \hat{\theta}_N = \theta_{réel})$ .

Trois méthodes sont fréquemment utilisées pour estimer les paramètres : les moindres carrés récursifs, l'algorithme du gradient, les filtres ou prédicteurs de Kalman (voir chapitre 13.3.3).

### 15.2.1 Algorithme des moindres carrés récursifs

Un des algorithmes les plus couramment utilisés est celui des moindres carrés récursifs [RIVOIRE 90B][BORNE 92B]. Nous allons décrire cette méthode d'identification dans le cas où les paramètres sont constants et inconnus. Puis nous exposerons les variantes qui permettent de le mettre en œuvre lorsque les paramètres varient.

Il appartient à la classe des algorithmes récursifs qui réactualisent le vecteur de paramètre  $\hat{\theta}_n$  à chaque nouvelle mesure :

$$\hat{\theta}_{n+1} = \hat{\theta}_n + K_{n+1}e_{n+1} \text{ avec } e_{n+1} = y_{n+1} - \hat{y}_{n+1} \text{ erreur de prédiction.} \quad (15.1)$$

Supposons le système modélisé par :

$$y_{M_k} + a_1 y_{M_{k-1}} + \dots + a_n y_{M_{k-n}} = b_0 u_k + \dots + b_m u_{k-m} \quad (15.2)$$

(en général  $b_0 = 0$  car  $u_k$  n'a pas d'action sur  $y_k$  dans les systèmes physiques mais, sans nuire à la validité des résultats, nous conserverons ce coefficient).

Le prédicteur correspondant est donné par :

$$\hat{y}_k = -a_1 y_{k-1} - \dots - a_n y_{k-n} + b_0 u_k + \dots + b_m u_{k-m} \quad (15.3)$$

Notons que la sortie à l'instant  $k$  est estimée à partir des mesures de la sortie **réelle** aux instants  $k - n \dots k - 1$  et des entrées aux instants  $k - m \dots k$  (ou  $k - 1$  dans le cas où  $b_0 = 0$ ) avec  $m \leq n$ .

L'équation 15.3 peut s'écrire :

$$\hat{y}_k = h_k \hat{\theta}_k \quad (15.4)$$

avec  $h_k = [-y_{k-1} \dots -y_{k-n} \quad u_k \dots u_{k-m}]$  vecteur des mesures à l'instant  $k$

et  $\hat{\theta}_k = [a_1 \dots a_n \quad b_0 \dots b_m]^T$  vecteur des paramètres estimés

L'erreur de prédiction est :

$$e_k = y_k - \hat{y}_k \quad (15.5)$$

Notons :

$$Y_N = \begin{bmatrix} y_n \\ \dots \\ y_{n+N} \end{bmatrix} \text{ et } H_N = \begin{bmatrix} h_n \\ \dots \\ h_{n+N} \end{bmatrix}$$

D'où, rajoutant les vecteurs lignes  $y_{n+1+N}$  et  $h_{n+1+N}$  aux matrices précédentes :

$$Y_{N+1} = \begin{bmatrix} Y_N \\ y_{n+1+N} \end{bmatrix} \text{ et } H_{N+1} = \begin{bmatrix} H_N \\ h_{n+1+N} \end{bmatrix} \quad (15.6)$$

Dans ces conditions, le vecteur de paramètre minimisant  $J = \sum_{k=n+1}^{n+N+1} (e_k)^2$  est donné par :

$$\hat{\theta}_{N+1} = [H_{N+1}^T H_{N+1}]^{-1} H_{N+1}^T Y_{N+1} = [H_N^T H_N + h_{n+1+N}^T h_{n+1+N}]^{-1} [H_N^T Y_N + h_{n+1+N}^T y_{n+1+N}] \quad (15.7)$$

En utilisant le lemme d'inversion matricielle :

$$[A + BCD]^{-1} = A^{-1} - A^{-1}B(C^{-1} + DA^{-1}B)^{-1}DA^{-1} \quad (15.8)$$

on montre [ASTRÖM 89][BORNE 92B] que :

$$\hat{\theta}_{N+1} = \hat{\theta}_N + K_{N+1} e_{n+1+N} \quad (15.9)$$

avec :

$$e_{n+1+N} = y_{n+1+N} - h_{n+1+N} \hat{\theta}_N \quad (15.10)$$

et en notant  $P_N = [H_N^T H_N]^{-1}$ , le gain  $K_{N+1}$  est donné par :

$$K_{N+1} = P_{N+1} h_{n+1+N}^T = P_N h_{n+1+N}^T (I + h_{n+1+N} P_N h_{n+1+N}^T)^{-1} \quad (15.11)$$

$$\begin{aligned} P_{N+1} &= P_N - P_N h_{n+1+N}^T (I + h_{n+1+N} P_N h_{n+1+N}^T)^{-1} h_{n+1+N} P_N \\ &= [I + K_{N+1} h_{n+1+N}] P_N \end{aligned} \quad (15.12)$$

Les équations 15.9 à 15.12 permettent de définir l'algorithme des moindres carrés récursifs :

- Mesurer la sortie à l'instant  $n + N + 1$
- Calculer l'erreur de prédiction  $e_{n+1+N}$
- Calculer le gain  $K_{N+1}$
- Estimer  $\hat{\theta}_{N+1}$
- Rafraîchir  $P_{N+1}$

Cet algorithme ne peut être utilisé que si les paramètres sont constants. En effet si  $N$  tend vers l'infini,  $P_N$  décroît vers 0. Une variation, même importante, sur les paramètres n'a plus d'influence sur le calcul de  $\theta$ .

Si les paramètres varient (ce qui est *a priori* le cas pour une commande adaptative), des variantes sont utilisées.

Si ces variations sont brusques et aléatoires, la solution consiste à réinitialiser périodiquement  $P_N$  avec une valeur suffisamment grande.

Si les paramètres varient lentement, un facteur d'oubli  $0 < \lambda < 1$  peut être utilisé [ASTRÖM 89] :

$$\hat{\theta}_{N+1} = \hat{\theta}_N + K_{N+1} e_{n+1+N} \quad (15.13)$$

$$K_{N+1} = P_N h_{n+1+N}^T (\lambda I + h_{n+1+N} P_N h_{n+1+N}^T)^{-1} \quad (15.14)$$

$$P_{N+1} = [I + K_{N+1} h_{n+1+N}] P_N \frac{1}{\lambda} \quad (15.15)$$

Cette méthode présente le désavantage de donner une croissance exponentielle de  $P_N$  s'il n'y a plus d'excitation. D'autres variantes existent [LANDAU 93] :

$$P_{N+1}^{-1} = \alpha_N P_N^{-1} + \beta_N h_{n+1+N} h_{n+1+N}^T \quad (15.16)$$

où  $\alpha_N$  et  $\beta_N$  sont des séquences telles que  $0 < \alpha_N \leq 1$  et  $0 \leq \beta_N < 2$

Plusieurs choix de séquences sont possibles :

- facteurs fixes  $\alpha_N$  entre 0.95 et 0.99,  $\beta_N = 1$
- facteurs d'oubli variables  $\alpha_N$  définis par  $\alpha_N = \lambda \alpha_{N-1} + 1 - \lambda$  avec  $0 < \lambda < 1$  et  $\beta_N = 1$
- séquences assurant une trace constante pour  $P_N$ .

L'algorithme des moindres carrés introduit un biais qui reste cependant acceptable dans la plupart des cas.

## 15.2.2 Algorithme du gradient

L'algorithme du gradient [ATRÖM 89] [BORNE 93B] [LANDAU 93] tend à minimiser le critère quadratique :

$$J_{n+1} = \frac{1}{2} [e_{n+1}]^2 = \frac{1}{2} \left[ \left( \theta_{réel} - \hat{\theta}_{n+1} \right) h_{n+1} \right]^2 \quad (15.17)$$

avec  $e_{n+1} = y_{n+1} - \hat{\theta}_{n+1} h_{n+1}$  erreur de prédiction *a posteriori*.

Cette fonction coût est une approximation de  $J = E\{e_n^2\} \approx e_n^2$ .

Pour minimiser ce critère, en partant d'une courbe d'isovaleur  $J(\hat{\theta}) = \text{Cste}$ , on se déplace dans la direction de  $-\frac{\partial J}{\partial \hat{\theta}}$  et donc suivant la ligne de plus grande pente.

$$\text{Soit} \quad \hat{\theta}_{n+1} = \hat{\theta}_n - F \frac{\partial J_{n+1}}{\partial \hat{\theta}_{n+1}} \quad (15.18)$$

où  $F$  représente une matrice symétrique définie positive.

On prend souvent  $F = \alpha[I]$  avec  $\alpha > 0$  et  $[I]$  la matrice identité.

$$\text{Or} \quad \frac{\partial J_{n+1}}{\partial \hat{\theta}_{n+1}} = -h_{n+1}^T e_{n+1} \quad (15.19)$$

$$\text{Donc} \quad \hat{\theta}_{n+1} = \hat{\theta}_n + F h_{n+1}^T e_{n+1} \quad (15.20)$$

Or, nous avons :

$$\begin{aligned} e_{n+1} &= y_{n+1} - h_{n+1} \hat{\theta}_n + h_{n+1} \hat{\theta}_n - h_{n+1} \hat{\theta}_{n+1} \\ &= y_{n+1} - h_{n+1} \hat{\theta}_n - h_{n+1} (\hat{\theta}_{n+1} - \hat{\theta}_n) \\ &= y_{n+1} - h_{n+1} \hat{\theta}_n - h_{n+1} F h_{n+1}^T e_{n+1} \end{aligned} \quad (15.21)$$

$\varepsilon_{n+1} = y_{n+1} - h_{n+1} \hat{\theta}_n$  représente l'erreur de prédiction *a priori*.

$$\text{On a :} \quad e_{n+1} = \left[ [I] + h_{n+1} F h_{n+1}^T \right]^{-1} \varepsilon_{n+1} \quad (15.22)$$

$$\text{D'où :} \quad \hat{\theta}_{n+1} = \hat{\theta}_n + F h_{n+1}^T \left[ [I] + h_{n+1} F h_{n+1}^T \right]^{-1} \varepsilon_{n+1} \quad (15.23)$$

Cet algorithme est stable quel que soit  $F$ . Il amène de bons résultats si le nombre de paramètres est faible. Dans le cas contraire, il peut donner des coefficients fortement corrélés.

### 15.2.3 Adaptation paramétrique par utilisation de sorties auxiliaires

Souvent, l'adaptation d'un coefficient variable se fait par l'intermédiaire d'une boucle de régulation portant sur une sortie auxiliaire accessible par la mesure et sensible à ces variations.

Cette grandeur est calculée d'une part en fonction des consignes (flux, glissement...) et d'autre part en fonction de la mesure des courants, des tensions et de la vitesse de rotation. L'erreur fonction estimée / fonction mesurée permet l'adaptation du paramètre.

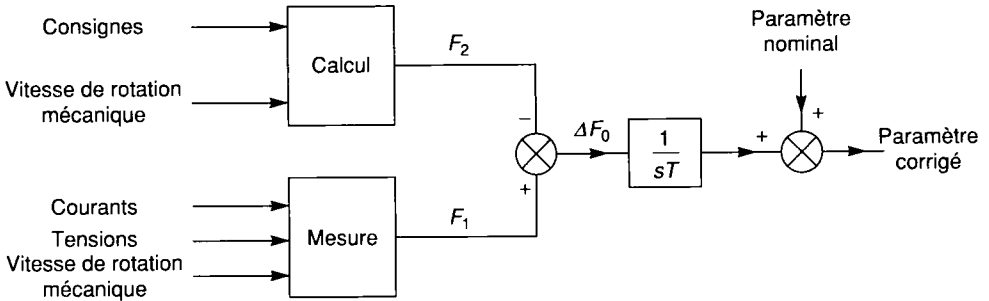


Figure 15.3. - Adaptation paramétrique.

[GARCES 80] propose une adaptation de la constante de temps rotorique  $T_r$  dans le cadre d'une commande vectorielle indirecte d'une machine asynchrone alimentée en courant.

Dans un repère  $dq$  quelconque ( $\omega_1 = \frac{d\theta_s}{dt}$  désigne la vitesse de ce repère par rapport au stator

et  $\omega_2 = \frac{d\theta_{sl}}{dt}$  désigne sa vitesse par rapport au rotor), il introduit une fonction liée à la puissance réactive ( $Q = v_{ds}i_{qs} - v_{qs}i_{ds}$ ) obtenue par des mesures :

$$F_0 = \left[ \left( \left( v_{ds} - \sigma L_s \frac{di_{ds}}{dt} \right) i_{qs} - \left( v_{qs} - \sigma L_s \frac{di_{qs}}{dt} \right) i_{ds} \right) + \sigma L_s \omega_1 (i_{ds}^2 + i_{qs}^2) \right] \quad (15.24)$$

qui peut aussi s'écrire :

$$F_0 = \frac{L_m}{L_r} \left[ \left( \frac{d\psi_{dr}}{dt} i_{qs} - \frac{d\psi_{qr}}{dt} i_{ds} \right) - \omega_1 (\psi_{dr} i_{ds} + \psi_{qr} i_{qs}) \right] \quad (15.25)$$

Cette dernière expression peut être simplifiée en fonction de la commande.

Lorsque le flux rotorique est orienté sur l'axe  $q$  d'un repère lié au flux rotorique, on a :

$$\psi_{qr} = \text{cte}, \psi_{dr} = 0 \text{ et } \omega_1 = \omega_2 + p\Omega \quad (15.26)$$

et, donc, la fonction  $F_0$  devient (avec 15.25) :

$$F_2 = -\frac{1}{L_r} \omega_1^* (\psi_{qr}^*)^2 = -\frac{L_m}{L_r} \psi_{qr}^* i_{qs}^* \omega_1^* \quad (15.27)$$

En régime permanent et compte tenu de l'orientation de flux, on montre que :

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \Delta F_0 = \omega_1^* (\omega_2^*)^2 \frac{(\psi_{qr}^*)^2}{L_r} \Delta T_r \frac{(T_r + T_r^*)}{1 + (\omega_2 T_r)^2} \text{ où } x^* \text{ représente une consigne.} \quad (15.28)$$

$\Delta F$  donne donc une image de la variation de constante de temps rotorique et peut être utilisée pour réaliser une adaptation de ce paramètre. D'une part,  $F_0$  est calculée dans un repère lié au flux rotorique en fonction des consignes  $\omega_2^*, \psi_r^*$  données par la commande vectorielle et de la vitesse de rotation  $\Omega$  à partir de l'équation 15.27, on obtient alors  $F_2$ . D'autre part,  $F_0$  est évaluée dans un repère lié au stator en fonction de  $u_{as}, i_{as}, u_{bs}, i_{bs}$  et  $\Omega$  à partir de l'équation 15.24. On le note  $F_1$ .

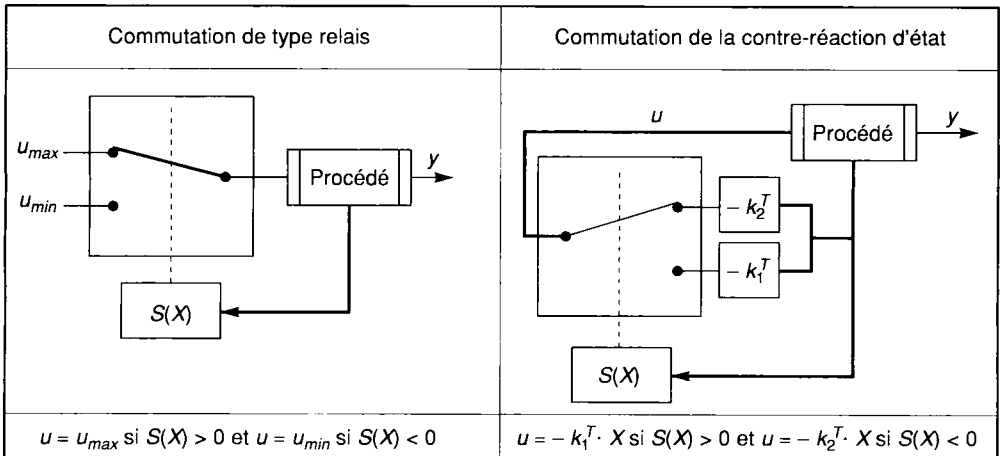
## 15.3 Commande par mode de glissement

### 15.3.1 Introduction

La commande par mode de glissement est une méthode de réglage dans laquelle la structure est commutée de manière à ce que le vecteur d'état  $X$  suive une trajectoire  $S(X) = 0$  dans l'espace d'état.

Les commandes par mode de glissement sont robustes. Elles s'adaptent aux changements des paramètres du procédé. Mais elles sollicitent fortement l'organe de commande. Les fréquences de commutation sont d'environ 10 à 20 kHz pour des puissances de quelques kW.

Le réglage peut se faire par une commande de type relais  $u_{min}/u_{max}$  ou par changement de la contre-réaction d'état (voir tableau 15.1).



Taleau 15.1. - Structure de commande par mode de glissement

(publié avec l'aimable autorisation de M. H. Bühler © Presses Polytechniques Romandes 86).

## 15.3.2 Calcul des lois de commande

La synthèse des lois de commande est développée dans [BUHLER 86] et [ASTRÖM 89].

Nous ne donnerons dans cet exposé que les principaux résultats.

La représentation d'état du système est donnée par :

$$\begin{cases} \frac{dX_c}{dt} = A_c \cdot X_c + B_c \cdot U + B_{cp}P \\ Y_c = C_c^T X_c \end{cases} \quad (15.29)$$

où  $p$  désigne les perturbations injectées sur le système.

Considérons le cas d'une loi de commutation du type proportionnel :

$$S(X_c) = -k_c^T X_c + k_w w \quad (15.30)$$

avec  $X_c$  vecteur d'état et  $w$  consigne.

La loi de commande impose :

$$u = u_{min} \text{ si } S(X_c) < 0 \text{ et } u = u_{max} \text{ si } S(X_c) > 0 \quad (15.31)$$

$u$  oscille continûment entre ces deux valeurs avec une fréquence de commutation qui tend vers l'infini. Dans ce cas, le vecteur d'état reste sur la trajectoire :  $S(X_c) = 0$  (voir figure 15.4).

Il y a contrôle par mode de glissement si :

$$S(X_c)S\left(\frac{dX_c}{dt}\right) < 0 \quad (15.32)$$

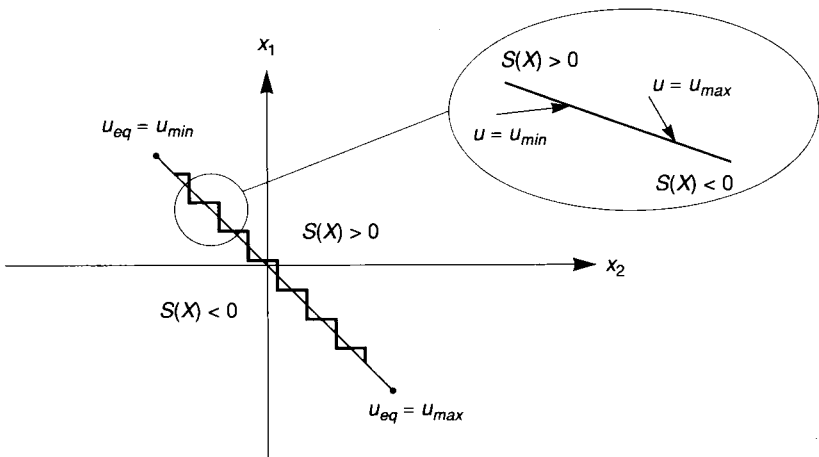
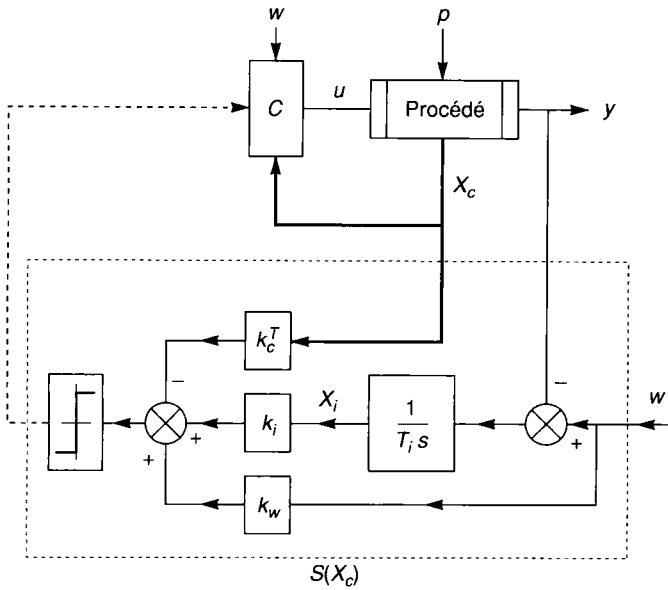


Figure 15.4. - Trajectoire avec loi proportionnelle.

Pour éliminer l'erreur statique, un intégrateur peut être rajouté dans la loi de commande.



**Figure 15.5. - Loi de commutation avec intégrateur**

(publié avec l'aimable autorisation de M. H. Bühler © Presses Polytechniques Romandes 86).

Un nouveau système sous forme d'état et de dimension augmentée est alors défini avec  $X = \begin{pmatrix} X_c \\ X_i \end{pmatrix}$  avec  $X_i$  grandeur associée à l'intégrateur.

Il est modélisé par :

$$\frac{dX}{dt} = A \cdot X + B \cdot U + B_{2p} \cdot p + B_{2w} \cdot w \tag{15.33}$$

avec  $A = \begin{bmatrix} A_c & 0 \\ -\frac{1}{T_i} C_c^T & 0 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} B_c \end{bmatrix}$ ,  $B_{2p} = \begin{bmatrix} B_{cp} \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $B_{2w} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{T_i} \end{bmatrix}$ ,  $C^T = [C_c^T \ 0]$  et  $\frac{1}{T_i}$

désigne la constante d'intégration.

La fonction de commutation s'écrit :

$$S(X) = -k^T X + k_w w \tag{15.34}$$

avec  $X$  vecteur d'état augmenté,  $k = [k_c \ -k_i]$  et  $w$  consigne.

En écrivant  $S(X) = 0$  et  $\frac{dS}{dt} = 0$  et en reportant dans les équations d'état du système augmenté ( $A, B, C$ ), il vient :

$$u_{eq} = -\frac{1}{k^T B} k^T (A \cdot X + B_{2p} p + B_{2w} w) + \frac{1}{k^T B} k_w \frac{dw}{dt} \tag{15.35}$$

Il y a mode de glissement lorsque  $u_{min} < u_{eq} < u_{max}$ .



La trajectoire peut être définie par morceaux et faire appel à des fonctions polynômiales non linéaires (voir l'exemple).

Dans le cas d'une loi de commutation de type proportionnel avec intégrateur, le système corrigé par mode de glissement a pour matrice d'état  $A_{gl}$  (il suffit de reporter  $u_{eq}$  dans l'équation d'état) :

$$A_{gl} = \left( 1 - \frac{1}{k^T B} Bk^T \right) A \quad (15.36)$$

Cette matrice possède une valeur propre nulle. Elle est singulière.

Pour déterminer le correcteur  $k_c$ , la méthode consiste à rechercher la forme canonique de commandabilité de cette matrice, à effectuer un placement de pôle (voir chapitre 14.3.3) et à revenir dans la base initiale. Un des pôles devra être choisi nul, la matrice  $A_{gl}$  étant singulière.

Le gain  $k_w$  peut être évalué de manière à annuler l'erreur statique en l'absence d'intégrateur. En présence d'intégrateur, il est évalué cas par cas.

La synthèse de la loi de commande peut aussi faire appel aux fonctions de Lyapounov caractérisant la stabilité du système.

Enfin, il faut définir un domaine restreint pour lequel le glissement persiste jusqu'au point de fonctionnement en régime stationnaire (l'origine en général). Pour qu'il y ait persistance, il faut que sur les limites du domaine de glissement, il y ait :

$$\begin{cases} u_{eq} = u_{\max} \Rightarrow \frac{du_{eq}}{dt} < 0 \\ u_{eq} = u_{\min} \Rightarrow \frac{du_{eq}}{dt} > 0 \end{cases} \quad (15.37)$$

de manière à ce que les trajectoires soient rentrantes et ne s'échappent pas du domaine.

### 15.3.3 Exemples

Les premières applications ont été pour les machines à courant continu. Un exemple en est donné dans [DENTE 91]. Ce type de contrôle est aussi utilisé avec les commandes vectorielles de machine asynchrone [CAPOLINO 91]. Dans ce dernier cas, il s'agit d'un contrôle numérique de position implanté sur une machine asynchrone alimentée en courant.

Deux variables d'état ont été retenues soit  $X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}$  avec :

- l'erreur de position  $X_1 = \Delta\theta$
- la vitesse  $X_2 = \Omega = \frac{d\theta}{dt}$ .

Le schéma bloc de cette commande est donné figure 15.6. Dans un repère lié au champ tournant, une commande vectorielle est réalisée. Dans ce contexte,  $i_{ds}^*$  fixe le flux et  $i_{qs}^*$  le couple.  $c_i$  permet d'éliminer l'erreur statique due aux frottements secs et à la charge. Il vaut 0 si  $i = 1$  ou 2 et une constante  $c$  si  $i$  vaut 3.

La commande est donnée par :

$$u = K \begin{pmatrix} c_i \cdot \text{signe}(S_i(X)) + \left( \frac{a+b}{2} + \frac{a-b}{2} \text{signe}(S_i(X) \cdot X_1) \right) X_1 + \\ \left( \frac{d+e}{2} + \frac{d-e}{2} \text{signe}(S_i(X) \cdot X_2) \right) X_2 \end{pmatrix}$$

avec  $S$  définie par morceau :

$$\begin{cases} S_1(X) = \alpha X_2^2 + X_1 - \theta_0 \\ S_2(X) = X_2 - \Omega_0 \\ S_3(X) = \beta X_1 + X_2 \end{cases}$$

où  $\Omega_0$  désigne la vitesse initiale et  $\theta_0$  représente la position initiale.

La trajectoire  $S_2$  doit être en deçà de la vitesse maximale et  $S_1$  et  $S_3$  doivent être à l'intérieur de la zone d'accélération et de décélération limite quelle que soit la variation des paramètres (inertie, frottement, paramètres électriques).

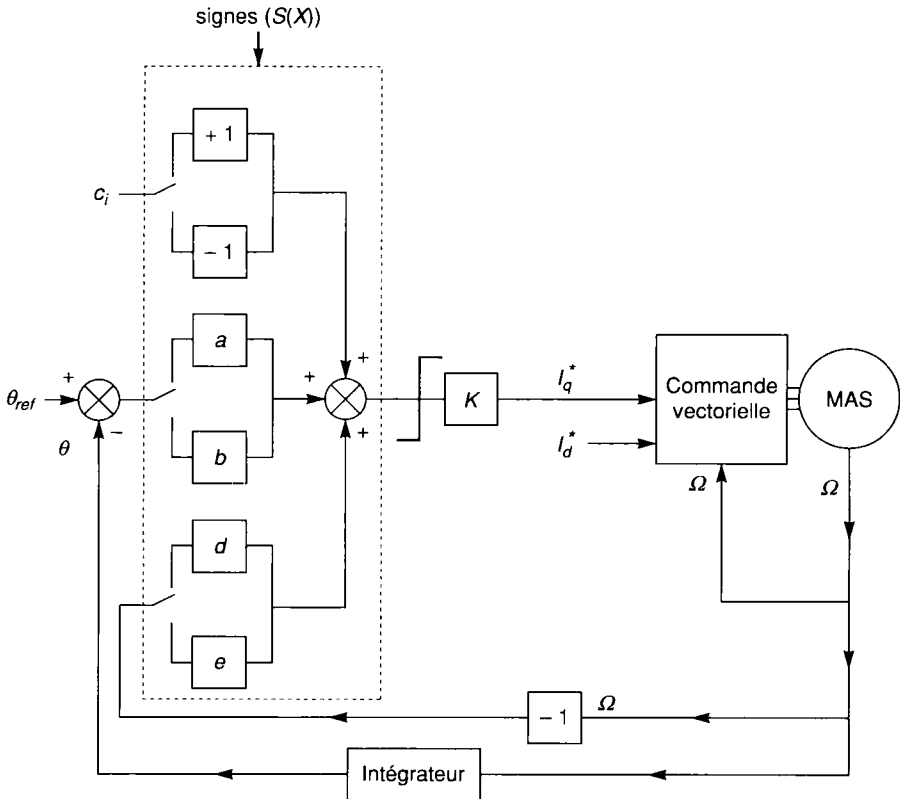
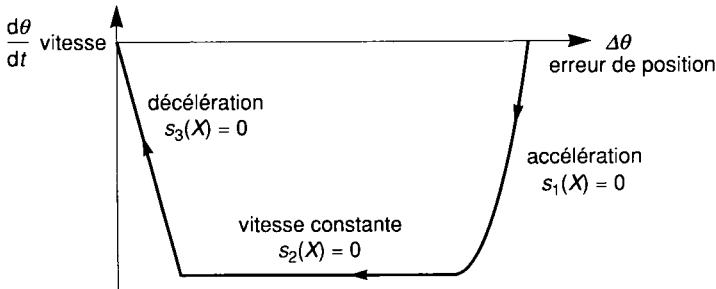


Figure 15.6. - Contrôle par mode de glissement d'une machine asynchrone (publié avec l'aimable autorisation de M. G. A. Capolino © EPE 91).

La trajectoire de glissement est représentée figure 15.7. Elle se décompose en une phase d'accélération, une à vitesse constante et une phase de décélération lorsque l'erreur de position tend vers 0.



**Figure 15.7. - Trajectoire de glissement**  
(publié avec l'aimable autorisation de M. G. A. Capolino © EPE 91).

## 15.4 Commande adaptative avec modèle de référence

### 15.4.1 Principe

Cette commande fait tendre asymptotiquement le processus vers un modèle de référence établi à partir des performances désirées pour le système en boucle fermée. Le mécanisme d'adaptation corrige les paramètres du régulateur en fonction de l'erreur entre la sortie mesurée et celle du modèle (figure 15.2). La boucle de régulation doit être sensiblement plus rapide que celle d'adaptation.

### 15.4.2 Synthèse des commandes

#### 15.4.2.1 Synthèse d'une commande adaptative avec modèle de référence explicite notée MRAC

Une commande RST [BORNE 93B p 217][LANDAU 86] est implantée sur un système à minimum de phase (pas de zéros instables).

Reprenons les notations du chapitre 14.3.2 sur la commande RST.

La dynamique de régulation est donnée par un polynôme  $P(q^{-1})$ . La loi de commande est définie par :

$$S(q^{-1})u_k = T(q^{-1})w_k - R(q^{-1})y_k \quad (15.38)$$

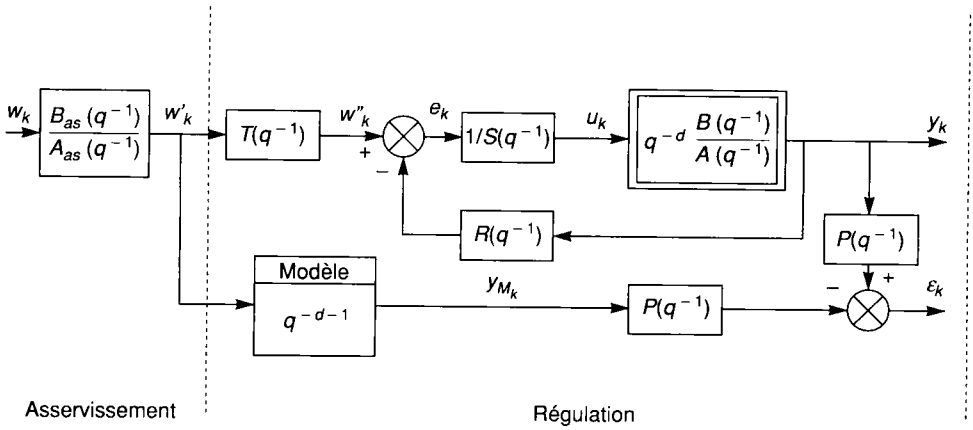


Figure 15.8. - Commande adaptative avec modèle de référence explicite.

Le modèle de régulation est un retard pur  $q^{-d-1}$ .

Dans le cadre d'une synthèse par placement de pôles, lorsque les paramètres sont connus et les zéros sont stables :

$$\text{en posant } S(q^{-1}) = q^{-1}.B^*(q^{-1}).S_1(q^{-1}) \text{ avec } B(q^{-1}) = q^{-1}B^*(q^{-1}) \quad (15.39)$$

on masque tous les zéros de  $B^*$  qui doivent être stables.

Les coefficients des correcteurs sont donnés par :

$$A(q^{-1})S_1(q^{-1}) + q^{-d-1}R(q^{-1}) = P(q^{-1}) \quad (15.40)$$

$$T(q^{-1}) = P(q^{-1}) \quad (15.41)$$

À partir des équations 15.38 et 15.41, on établit :

$$S(q^{-1})u_k = P(q^{-1})w'_k - R(q^{-1})y_k \quad (15.42)$$

Soit en posant  $\theta^T = [s_0, s_1, \dots, s_n, r_0, \dots, r_m]$  et  $h'_{k+1} = [u_k \dots u_{k-n} \ y_k \dots y_{k-m}]$

$$P(q^{-1})w'_k = h'_{k+1}\theta \quad (15.43)$$

Or la trajectoire désirée est :  $y_{M_k} = q^{-d-1}w'_k$ .

Lorsque les équations précédentes sont satisfaites, on a  $y_{M_k} = y_k$  soit  $w'_k = y_{k+d+1}$ . Mais dans le cas d'une commande adaptative, on ne peut procéder ainsi, les paramètres du système étant inconnus.

$$\text{On définit alors l'erreur : } \epsilon_k = P(q^{-1})(y_k - y_{M_k}) \quad (15.44)$$

et le critère associé :

$$J_{k+d+1} = \frac{1}{2} \epsilon_{k+d+1}^2 = \frac{1}{2} \left( P(q^{-1})(y_{k+d+1} - w'_k) \right)^2 = \frac{1}{2} \left( h'_{k+1}(\theta - \hat{\theta}_k) \right)^2 \quad (15.45)$$

où  $\hat{\theta}_k$  désigne l'estimation de  $\theta$  à l'instant  $k$ . Les paramètres des correcteurs seront adaptés de manière à minimiser le critère précédent (15.45). On peut utiliser la méthode gradient (chapitre 15.2.2).

La nécessité d'avoir un système à minimum de phase (les zéros sont tous masqués), limite fortement l'utilisation de cette méthode. Cependant, elle peut être adaptée [ASTRÖM 89 p 116] pour s'affranchir de cette hypothèse. Il faut alors estimer les paramètres du procédé ce qui complique sensiblement les calculs.

On obtient alors un algorithme qui se décompose en deux phases :

1 estimation des coefficients de  $A$  et  $B$ ,

2 calcul des correcteurs  $R$  et  $S$  par résolution de l'identité de Bezout (d'une forme similaire à 15.40) en substituant les paramètres estimés du procédé aux paramètres réels.

On calcule alors  $R$  et  $S_1$  à partir de :

$$\hat{A}(q^{-1})S_1(q^{-1}) + q^{-(d+1)}\hat{B}^{*-}(q^{-1})R(q^{-1}) = P(q^{-1}) \quad (15.46)$$

On obtient les correcteurs :

$$S(q^{-1}) = S_1(q^{-1}) \hat{B}^{*+}(q^{-1}) \quad (15.47)$$

$$\begin{cases} T(q^{-1}) = P(q^{-1}) \text{ si } \hat{B}^{*-}(1) = 0 \\ T(q^{-1}) = \frac{P(q^{-1})}{\hat{B}^{*-}(1)} \text{ si } \hat{B}^{*-}(1) \neq 0 \end{cases} \quad (15.48)$$

Une variante de cet algorithme est donnée par :

1 estimation des coefficients de  $A$  et  $B$ ,

2 minimisation d'un critère quadratique  $J$  portant sur l'erreur  $y_k - y_{M_k}$  par un algorithme récursif (du type gradient...) en effectuant les mêmes approximations que dans le cas précédent.

Ces méthodes présentent quelques inconvénients. Elles imposent des conditions sur les zéros du processus (position par rapport au cercle unité), sur le degré des polynômes. Elles peuvent conduire à des coefficients numériquement inadmissibles (trop grands ou trop faibles). Enfin, l'identité de Bezout peut être très complexe à résoudre en temps réel.

### 15.4.2.2 Synthèse des lois de commande par la théorie de la stabilité

Cette méthode consiste à rechercher une loi d'adaptation assurant la convergence de l'erreur de sortie  $e = y - y_m$  (ou plus généralement celle de l'erreur d'état  $e = X - X_m$ ) vers 0. Soit, en exprimant l'équation non linéaire décrivant l'évolution de l'erreur  $\frac{de}{dt} = f(x, t)$ , elle conduit à rechercher la stabilité asymptotique de ce système.

Pour simplifier notre exposé, nous allons présenter les méthodes suivantes pour les procédés continus. Mais elles sont tout à fait transposables au cas discret.

### Utilisation de la théorie de Lyapounov

Introduisons quelques définitions et théorèmes sur la stabilité [NAJIM 82] [SASTRY 89] :

Soit un système décrit par une équation non linéaire  $\frac{dX}{dt} = f(X, t)$  avec  $X$  vecteur d'état de dimension  $n$  et  $f(0, t) = 0$ .

#### ■ Définition : stabilité

La solution  $x = 0$  est stable au sens de Lyapounov si et seulement si pour tout  $t_0 > 0$  et tout  $\varepsilon > 0$ , il existe  $\delta(t_0, \varepsilon)$  tel que :

$$|x_0| < \delta(\varepsilon, t_0) \Rightarrow |x(t)| < \varepsilon \text{ pour tout } t > t_0 \quad (15.49)$$

où  $x(t)$  est une solution égale à  $x_0$  en  $t_0$ .

#### ■ Définition : fonctions de classe $K$

Une fonction  $\alpha$  de  $R^+$  (réels positifs) dans  $R^+$  est de classe  $K$  si et seulement si :

- 1  $\alpha(0) = 0$
- 2  $\alpha$  est continue
- 3  $\alpha$  est strictement croissante

On note alors  $\alpha(\cdot) \in K$ .

#### ■ Théorème

La solution d'équilibre  $x = 0$  est (uniformément) stable s'il existe une fonction  $V$  de  $R^n$  dans  $R$  telle que :

- 1  $V(0, t) = 0$  pour tout  $t$ ,
- 2  $V$  est différentiable suivant  $t$  et  $x$ ,
- 3 Il existe deux fonctions  $\alpha(\cdot)$  et  $\beta(\cdot)$  de classe  $K$  telles que  $\alpha(|x|) < V(t, x) < \beta(|x|)$  pour tout  $t$  et  $x \neq 0$
- 4  $\frac{dV}{dt} < 0$  pour  $X$  non nul.

REMARQUES :

$$1 \quad \frac{dV}{dt} = \left( \frac{dX}{dt} \right)^T \cdot \text{grad } V + \frac{\partial V}{\partial t} = (f(X, t))^T \cdot \text{grad } V + \frac{\partial V}{\partial t}$$

- 2 La condition  $V(t, x) < \beta(|x|)$  n'est pas nécessaire pour assurer seulement la stabilité. Elle permet en fait de rendre celle-ci uniforme ( $\delta$  peut être choisi indépendant de  $t_0$ ).

#### ■ Définition : stabilité asymptotique

La solution  $x = 0$  est asymptotiquement stable au sens de Lyapounov si et seulement si :

- 1 elle est stable au sens de Lyapounov
- 2 pour tout  $t_0 > 0$  et tout  $\varepsilon > 0$ , il existe  $\delta(t_0)$  et  $T(\varepsilon, x_0, t_0)$  tel que :

$$|x_0| < \delta(t_0) \Rightarrow |x(t)| < \varepsilon \text{ pour tout } t > t_0 + T \quad (15.50)$$

où  $x(t)$  est une solution égale à  $x_0$  en  $t_0$ .

Cela signifie, en fait, que si les conditions initiales ne s'éloignent pas trop du point d'équilibre, alors  $\lim_{t \rightarrow \infty} |x(t)| = 0$ . En d'autres termes la solution  $x = 0$  est attractive.

■ **Théorème**

La solution d'équilibre  $x = 0$  est (uniformément) asymptotiquement stable s'il existe une fonction  $V$  de  $R^n$  dans  $R$  telle que :

- 1  $V(0, t) = 0$  pour tout  $t$ ,
- 2  $V$  est différentiable suivant  $t$  et  $x$ ,
- 3 il existe deux fonctions  $\alpha(\cdot)$  et  $\beta(\cdot)$  de classe  $K$  telles que  $\alpha(|x|) < V(t, x) < \beta(|x|)$  pour tout  $t$  et  $x \neq 0$ ,
- 4 il existe une fonction  $\eta(\cdot)$  de classe  $K$  telles que  $\frac{dV(t, x)}{dt} < -\eta(|x|)$  pour tout  $t$  et  $x \neq 0$ .

Nous allons exploiter les définitions et théorèmes précédents pour effectuer **la synthèse des lois de commande adaptative**.

■ **Principe de la méthode**

La méthode consiste à rechercher une fonction de Lyapounov et une loi d'adaptation pour laquelle la solution  $e = 0$  du système  $\frac{de}{dt} = f(e, t)$  soit un point asymptotiquement stable.

■ **Applications**

*Cas général :*

L'objectif représenté par  $\frac{dX_m}{dt} = A_m X_m + B_m U$  et le système corrigé par  $\frac{dX}{dt} = AX + BU$ , l'erreur  $e = X_m - X$  suit :

$$\frac{de}{dt} = A_m e + (A_m - A)X + (B_m - B)u \quad (15.51)$$

où  $A$  et  $B$  sont des matrices variables.

[NAJIM 82][ASTRÖM 89] introduisent la fonction de Lyapounov :

$$V = e^T P e + \text{trace}\left([A_m - A]^T Q^{-1} [A_m - A]\right) + \text{trace}\left([B_m - B]^T R^{-1} [B_m - B]\right) \quad (15.52)$$

du système  $\frac{de}{dt} = f(e, t)$  avec  $Q$  et  $R$  deux matrices définies positives.

Calculons :

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} = & e^T S e + 2.\text{trace}\left([A_m - A]^T \left(P e X^T - Q^{-1} \frac{dA}{dt}\right)\right) \\ & + 2.\text{trace}\left([B_m - B]^T \left(P e u^T - R^{-1} \frac{dB}{dt}\right)\right) \end{aligned} \quad (15.53)$$

en tenant compte du fait que  $A_m$  étant stable, il existe deux matrices définies positives telles que

$$A_m^T P + P A_m = -S$$

Ils proposent une loi d'adaptation :

$$\frac{dA}{dt} = Q P e X^T \tag{15.54}$$

$$\frac{dB}{dt} = R P e u^T \tag{15.55}$$

assurant  $\frac{dV}{dt} = -e^T S e$  et donc la stabilité désirée.

Il faut bien entendu connaître  $X$  ce qui est relativement restrictif. Cependant dans certains cas, cette démarche donne des résultats directement exploitables.

**Application à la synthèse d'une loi de commande adaptative pour un système du premier ordre :**

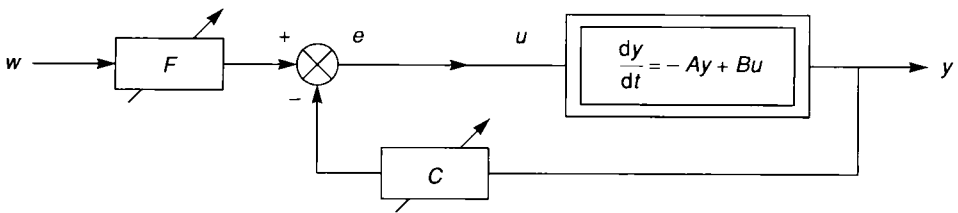


Figure 15.9. - Commande adaptative avec filtre en entrée et correcteur dans la boucle de retour.

Nous allons présenter une application de la méthode précédente dans le cas d'un système de premier ordre (par exemple, un transfert couple  $u$  vitesse  $y$  avec une inertie et un coefficient de frottement fluide fixe et inconnu).

Le système est décrit par :

$$\frac{dy}{dt} = -Ay + Bu \text{ où } u, y, A > 0, B \text{ sont des scalaires.} \tag{15.56}$$

et le modèle désiré par :

$$\frac{dy_m}{dt} = -A_m y_m + B_m w \text{ avec } A_m > 0 \text{ et } B \text{ des scalaires.} \tag{15.57}$$

La loi de commande est définie par :

$$u = Fw - Cy \tag{15.58}$$

Les différents transferts sont donnés par :

$$y = \frac{BF}{A + BC} w \text{ et } u = \frac{AF}{A + BC} w \tag{15.59}$$



On considère l'erreur  $e = y - y_m$ . Elle est régie par l'équation différentielle :

$$\begin{aligned} \frac{de}{dt} &= \frac{dy}{dt} - \frac{dy_m}{dt} = -A_m(y - y_m) + (A_m - A)y + B(Fw - Cy) - B_m w \\ \frac{de}{dt} &= -A_m e + (A_m - A - BC)y + (BF - B_m)w \end{aligned} \quad (15.60)$$

Introduisons la fonction de Lyapounov :

$$V = \frac{1}{2} \left\{ \alpha e^2 + \frac{1}{\beta} (A_m - A - BC)^2 + \frac{1}{\lambda} (BF - B_m)^2 \right\} \quad (15.61)$$

où  $\beta$  et  $\lambda$  sont des réels positifs non nuls et  $\alpha = B \cdot \text{signe}(B)$

On en déduit :

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \left\{ e\alpha \frac{de}{dt} - \frac{1}{\beta} (A_m - A - BC)B \frac{dC}{dt} + \frac{1}{\lambda} (BF - B_m)B \frac{dF}{dt} \right\} \\ \frac{dV}{dt} &= \left\{ \begin{aligned} &-e\alpha A_m e + \alpha e (A_m - A - BC)y + \alpha e (BF - B_m)w \\ &-\frac{1}{\beta} (A_m - A - BC)B \frac{dC}{dt} + \frac{1}{\lambda} (BF - B_m)B \frac{dF}{dt} \end{aligned} \right\} \\ \frac{dV}{dt} &= \left\{ \begin{aligned} &-e\alpha A_m e - \frac{1}{\beta} (A_m - A - BC) \left( B \frac{dC}{dt} - \beta \alpha e y \right) \\ &+ \frac{1}{\lambda} (BF - B_m) \left( B \frac{dF}{dt} + \lambda \alpha e w \right) \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (15.62)$$

En prenant  $F(t)$  et  $C(t)$  des fonctions scalaires vérifiant :

$$\frac{dC}{dt} = \beta \text{ signe}(B) \cdot e \cdot y \quad (15.63)$$

$$\frac{dF}{dt} = \lambda \text{ signe}(B) e w \quad (15.64)$$

on obtient :

$$\frac{dV}{dt} = -e\alpha A_m e \quad (15.65)$$

La solution  $e = 0$  est donc asymptotiquement stable. Cette méthode impose cependant de connaître le signe de  $B$ .

### Utilisation de la notion d'hyperstabilité

L'annexe 4 précise quelques définitions et propriétés nécessaires à la compréhension de ce paragraphe [POPOV 73][RETIF 79][NAJIM 82][LIAW 88][ASTRÖM 89].

Considérons le système mono-entrée / monosortie :

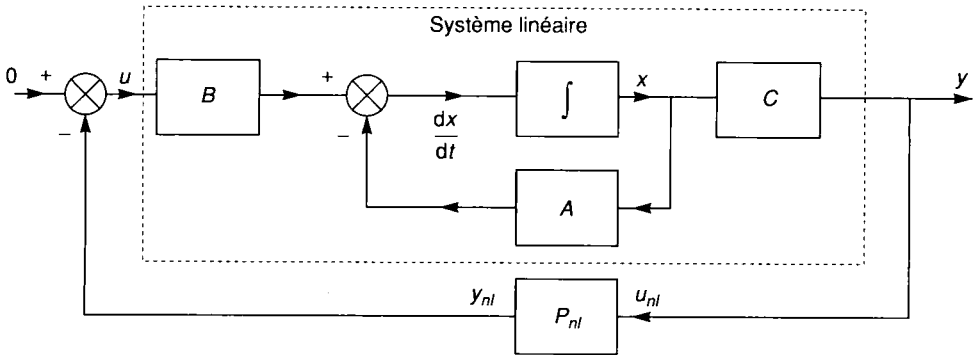


Figure 15.10. - Décomposition pour l'étude de l'hyperstabilité.

Il est décrit par les équations suivantes :

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu \quad (15.66)$$

$$y = Cx \quad (15.67)$$

$A$ ,  $B$  et  $C$  ont des coefficients réels. La fonction de transfert du bloc linéaire est donnée par :

$$F(s) = C(s[I] - A)^{-1}B \quad (15.68)$$

À partir des théorèmes Th 7 et Th 9 et de la définition des propriétés  $h_s$  et  $H_s$  exposés en annexe 4, on montre que :

### ■ Théorème

Le système décrit par la figure 15.10 est stable si :

- la fonction de transfert  $F$  représentant la partie linéaire est une fonction réelle strictement positive,
- la partie non linéaire satisfait à l'inégalité :

Il existe une constante  $\delta$  indépendante de  $t$  telle que

$$\int_0^t y_{nl} u_{nl} d\tau \geq -\delta^2 \quad \text{pour tout } t \text{ positif} \quad (15.69)$$

avec  $y_{nl}$  sortie de la partie non linéaire et  $u_{nl}$  entrée de la partie non linéaire.

Ce théorème peut être étendu aux systèmes multi-entrées multisorties. Celui-ci est asymptotiquement hyperstable si :

- la matrice de transfert de la partie linéaire est réelle strictement positive,
- il existe une constante  $\delta$  indépendante de  $t$  telle que  $\int_0^t y_{nl}^T u_{nl} d\tau \geq -\delta^2$  pour tout  $t$  positif où  $u_{nl}$  et  $y_{nl}$  désignent respectivement l'entrée et la sortie de la partie non linéaire (vecteurs de même dimension).

■ Principe de la méthode

Le modèle est donné par les équations suivantes :  $\frac{dX_m}{dt} = A_m X_m + B_m W$  et  $Y_m = C \cdot X_m$ .

Le système est décrit par :  $\frac{dX}{dt} = AX + BU$  et  $Y = C \cdot X$ .

$A_m$  est une matrice stable.  $X_m$  et  $X$  sont deux vecteurs de dimension  $n$ .  $U$  et  $W$  sont deux scalaires.  $Y$  et  $Y_m$  sont deux vecteurs de dimension  $q$ .

Notons  $e_X = X_m - X$  l'erreur sur l'état et  $e_Y = Y_m - Y$ , celle sur la sortie.

On détermine une loi d'adaptation non linéaire rendant le système  $\frac{de_X}{dt} = f(e_X, t)$  asymptotiquement hyperstable.

La commande  $U$  est la somme d'une composante linéaire  $u_L$  et d'une composante non linéaire  $u_{NL}$  compensant l'influence des variations de paramètres.

$$u_L = K_X X_m + K_e e_Y + K_w W \tag{15.70}$$

$$u_{NL} = \Delta K_X(v, t) X_m + \Delta K_e(v, t) e_Y + \Delta K_w(v, t) W \tag{15.71}$$

avec  $v = D \cdot e_Y = D \cdot C \cdot e_X = H \cdot e_X$  et  $D$  est une matrice de gain de dimension  $1 \times q$ .

Les correcteurs  $K_X, K_e, K_w$  (matrices à coefficients constants) sont calculés à partir du système nominal.

En l'absence de variation de paramètres (et pour  $u_{NL} = 0$ ), l'erreur d'état est donnée par :

$$\frac{de_X}{dt} = (A - BK_e C)e + (A_m - A - BK_X)X_m + (B_m - BK_w)W$$

En choisissant :

- $K_e$  tel que  $A - BK_e C$  soit une matrice de Hurwitz (ses valeurs propres sont à partie réelle négative)

- $$K_X = (B^T B)^{-1} B(A_m - A) \tag{15.72}$$

- $$K_w = (B^T B)^{-1} B B_m \tag{15.73}$$

L'erreur  $e_X$  converge asymptotiquement vers 0. Mais les paramètres peuvent varier. Le système corrigé s'écarte alors du modèle. On rajoute le terme  $u_{NL}$  pour compenser l'influence de cette dérive sur les paramètres.

Dans ce cas, l'erreur sur l'état vérifie :

$$\frac{de_X}{dt} = (A - BK_e C)e + B \Delta u \tag{15.74}$$

$$\Delta u = \left[ (B^T B)^{-1} B(A_m - A) - K_X - \Delta K_X \right] X_m$$

avec 
$$- \Delta K_e e_Y + \left[ (B^T B)^{-1} B B_m - K_w - \Delta K_w \right] W \tag{15.75}$$

D'après le théorème qui précède, le système défini par 15.74 et 15.75 est asymptotiquement hyperstable si :

- la matrice de transfert  $H(s[I] - A + BK_e C)^{-1} B$  est réelle strictement positive,
- la partie non linéaire vérifie :  $\int_0^t (\Delta u)^T v \, d\tau \geq -\delta^2$

L'inégalité précédente est satisfaite en adoptant une loi d'adaptation proportionnelle intégrale du type :

$$\Delta K_X = \int_0^t L_1 v (Q_1 X_m)^T \, d\tau + L_2 v (Q_2 X_m)^T + \Delta K_X(v(0), 0) \quad (15.76)$$

$$\Delta K_e = \int_0^t M_1 v (R_1 e_y)^T \, d\tau + M_2 v (R_2 e_y)^T + \Delta K_e(v(0), 0) \quad (15.77)$$

$$\Delta K_w = \int_0^t N_1 v (S_1 W)^T \, d\tau + N_2 v (S_2 W)^T + \Delta K_w(v(0), 0) \quad (15.78)$$

avec  $L_i, M_i, N_i$  des réels positifs non nuls,  $S_i$  des réels,  $Q_i$  des matrices réelles de dimension  $n \times n$ ,  $R_i$  des matrices de dimension  $q \times q$ .

■ Application

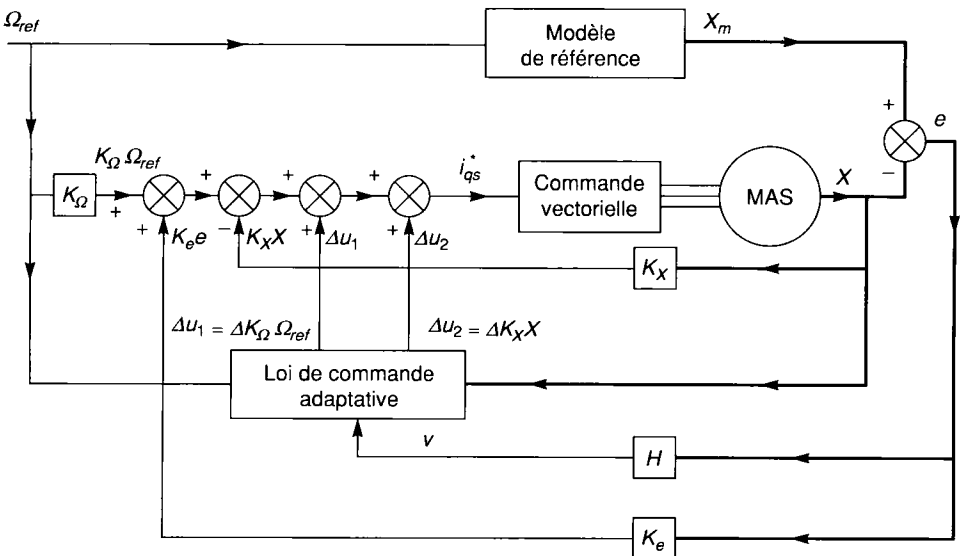


Figure 15.11. - Application du concept d'hyperstabilité.

Le vecteur d'état représentant le système est :  $X = \begin{bmatrix} T_e \\ \Omega_r \end{bmatrix}$

et celui du modèle est  $X_m = \begin{bmatrix} T_{e_m} \\ \Omega_{r_m} \end{bmatrix}$ .

Celui-ci vérifie l'équation différentielle :  $\frac{dX_m}{dt} = A_m X_m + B_m U$ .

On considère l'erreur sur l'état  $e = X_m - X$ . On a  $\frac{de}{dt} = A_m e + P_{nl}(X, X_m, e)$ .

La consigne de courant  $i_{qs}^*$  est donnée par la loi :

$$i_{qs}^* = K_{\Omega} \Omega_{ref} - K_X X + K_e e + \Delta u$$

avec

$$\Delta u = \Delta u_1 + \Delta u_2 = \Delta K_X(v, t)X + \Delta K_{\Omega}(v, t)\Omega_{ref}.$$

Les entrées du système non-linéaire sont les grandeurs  $v$  et  $\Omega_{ref}$ . La sortie est  $\Delta u$ . Les éléments de la partie linéaire (ensemble convertisseur/machine + commande vectorielle + contre-réaction linéaire) sont choisis de manière à répondre aux conditions d'hyperstabilité. La commande  $\Delta u$

est alors calculée pour satisfaire l'inégalité  $\int_0^t (\Delta u)^T v \, d\tau \geq -\delta^2$ .

Il convient de chercher les gains  $\Delta K_X$ ,  $\Delta K_{\Omega}$  et  $H$  telle que l'inégalité de Popov soit vérifiée. [FU 91] propose une loi de commande de la forme :

$$H = [p_1, p_2] \tag{15.79}$$

$$\Delta K_X = \int_0^t F_1 v(GX)^T \, d\tau + F_2 v(GX)^T \tag{15.80}$$

$$\Delta K_{\Omega} = \int_0^t M_1 v(N\Omega_{ref})^T \, d\tau + M_2 v(N\Omega_{ref})^T \tag{15.81}$$

$F_1, F_2, M_1, M_2$  sont des constantes positives,  $N = 1$  et  $G_{2 \times 2}$  est une matrice diagonale positive.  $K_X$  et  $K_{\Omega}$  sont des constantes déterminées à partir des paramètres nominaux de la machine et des performances désirées.

Cette commande donne de bons résultats mais elle est complexe à mettre en œuvre. Elle ne peut être utilisée que sur des machines dont les paramètres varient lentement.

### 15.4.3 Exemple

[BOSE 86][FU 91] proposent une commande adaptative avec modèle de référence dans le cadre de la commande vectorielle indirecte d'une machine asynchrone alimentée en courant avec orientation du flux rotorique sur l'axe  $d$  du repère  $dq$  lié au champ tournant. Les entrées de

commande sont le flux et le couple. La variable de sortie régulée est la vitesse. La consigne de vitesse est envoyée simultanément sur un modèle de référence du premier ordre et sur la commande adaptative. Ses paramètres sont adaptés à partir de l'erreur de vitesse.

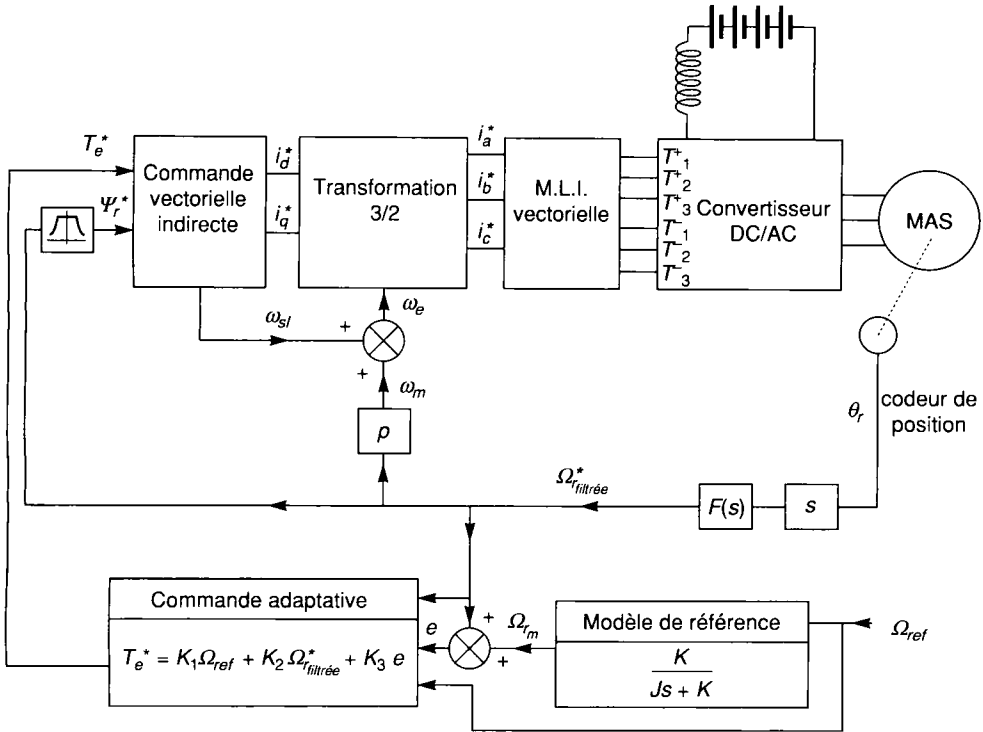


Figure 15.12. - Commande adaptative d'une machine asynchrone.

Le filtre passe-bas  $F(s)$  du second ordre permet l'atténuation du bruit de mesure sur le capteur de position.

L'adaptation des gains  $K_i$  suit les lois de commande suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} K_1(t) = K_{10} + K_{11}\Omega_{ref} + K_{12} \int_0^t \Omega_{ref} dt \\ K_2(t) = K_{20} + K_{21}\Omega_{filtree} + K_{22} \int_0^t \Omega_{filtree} dt \\ K_3(t) = K_{30} + K_{31}e + K_{32} \int_0^t e \cdot dt \end{array} \right. \quad (15.82)$$

Les coefficients  $K_{ij}$  sont calculés en utilisant la méthode précédente.

# 15.5 Régulateur auto-ajustable

## 15.5.1 Principe

La structure d'un système corrigé par régulateur auto-ajustable comporte deux boucles. La première réalise la correction du procédé suivant les techniques précédemment décrites (chapitre 14). La seconde adapte les coefficients du ou des correcteurs en fonction des variations des paramètres du procédé.

Cette méthode suppose de pouvoir exprimer de manière explicite les paramètres du correcteur en fonction des performances désirées et des paramètres du système. Le procédé est identifié en ligne de manière à optimiser les paramètres du modèle pour une structure donnée. La synthèse du correcteur est alors effectuée à partir des paramètres du modèle de manière à répondre aux critères de performance.

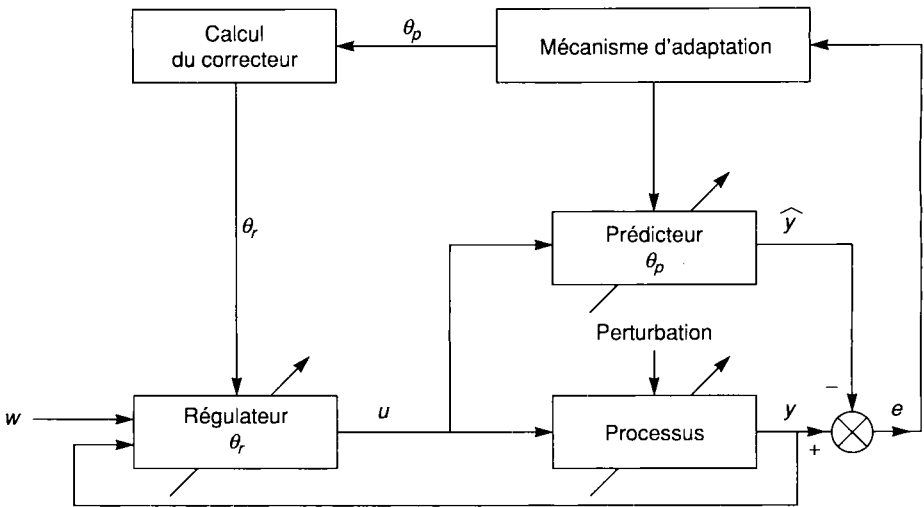


Figure 15.13. - Régulateur auto-ajustable indirect.

La sortie estimée  $\hat{y}$  (en sortie du prédicteur) et celle du processus  $y$  sont comparées. À partir de l'erreur de prédiction  $e$ , les paramètres du procédé  $\theta_p$  sont adaptés. Dans une seconde étape, le correcteur est recalculé pour répondre aux performances désirées.

Dans certains cas, les paramètres du correcteur peuvent directement être exprimés à partir de ceux du modèle et des performances requises. Les phases d'identification et de synthèse du correcteur sont confondues. L'algorithme est alors sensiblement simplifié.

L'idée consiste à réécrire les équations du modèle en faisant apparaître les paramètres du correcteur (en inversant la relation entre les coefficients du correcteur et ceux du modèle). Le prédicteur s'exprime alors en fonction des paramètres du correcteur. Le mécanisme d'adaptation permet d'estimer directement les coefficients du régulateur.

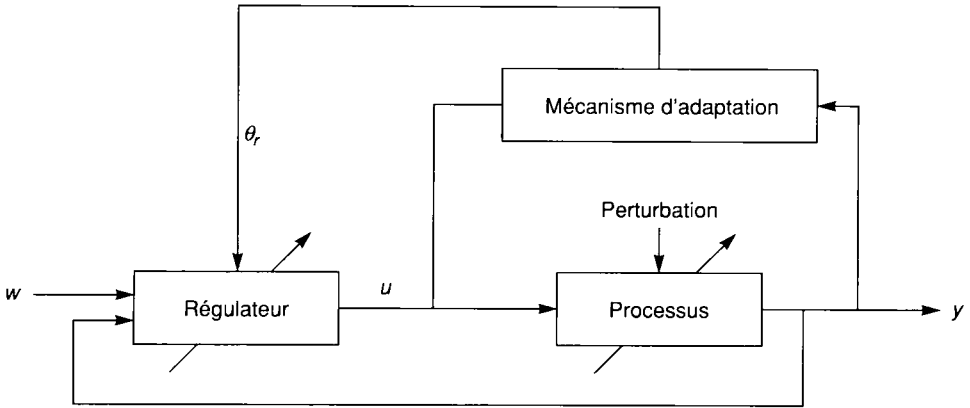


Figure 15.14. - Régulateur auto-ajustable direct.

## 15.5.2 Commande indirecte

L'estimation des paramètres du correcteur et le calcul des coefficients du régulateur s'effectuent en deux phases séparées. Nous avons présenté au paragraphe 15.2 les méthodes utilisées pour réaliser la première tâche. **Nous allons décrire la synthèse du correcteur accomplie dans la deuxième phase.**

### Correcteur déterministe

L'expression du correcteur peut être calculée analytiquement à partir des performances désirées [LANDAU 86]. Ces dernières recouvrent à la fois les problèmes liés à la régulation et ceux propres à l'asservissement.

- Asservissement caractérisé par la réponse  $y_M$  à une commande  $u_M$  donnée

$$A_{as}(q^{-1})y_M = B_{as}(q^{-1})u_M \quad (15.83)$$

- Régulation caractérisée par une dynamique  $A_r$ .

$$A_r(q^{-1})(y_{M_k} - y_k) = 0 \text{ pour tout } k \quad (15.84)$$

avec  $A_r(q^{-1}) = 1 + a_1^r q^{-1} + \dots + a_n^r q^{-n}$

Le système étant modélisé par (avec un retard de un pas) :

$$y_{k+1} = (-a_1 q^{-1} - \dots - a_n q^{-n})y_{k+1} + (b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_n q^{-n})u_k \quad (15.85)$$

où  $a_1, a_2, \dots, a_n, b_0, b_1, \dots, b_n$  sont estimés par l'une des méthodes précédemment décrites.



En reportant 15.85 dans 15.84, on obtient :

$$\begin{aligned} A_r(q^{-1})y_{M_{k+1}} &= A_r(q^{-1})y_{k+1} = y_{k+1} + a_1^r y_k + \dots + a_n^r y_{k-n+1} \\ &= \left( (a_1^r - a_1) y_k + \dots + (a_n^r - a_n) y_{k-n+1} \right) + (b_0 u_k + b_1 u_{k-1} + \dots + b_n u_{k-n}) \end{aligned} \quad (15.86)$$

On en déduit la loi de commande :

$$u_k = \frac{(A_r(z^{-1})y_{M_{k+1}} - (a_1^r - a_1)y_k - \dots - (a_n^r - a_n)y_{k-n+1} - b_1 u_{k-1} - \dots - b_n u_{k-n})}{b_0} \quad (15.87)$$

Rappelons que cette méthode peut être généralisée en utilisant la technique de placement de pôle (correcteur RST) présentée aux paragraphes 14.3.2 et 15.4.2.1.

### Régulateur à variance minimale

Les paramètres du procédé à minimum de phase sont inconnus mais constants. Le procédé est modélisé par :

$$A(q^{-1})y_k = B(q^{-1})u_{k-d} + k_c C(q^{-1})e_k \quad (15.88)$$

avec :

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_n q^{-n}$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_n q^{-n}$$

$$C(q^{-1}) = 1 + c_1 q^{-1} + \dots + c_n q^{-n}$$

$e_k$  désigne une séquence de variables aléatoires normales (loi de Gauss centrée et de variance égale à un) décorrélées des entrées et des sorties.

On en déduit :

$$y_k = -a_1 y_{k-1} - a_2 y_{k-2} - \dots - a_n y_{k-n} + b_0 u_{k-d} + \dots + b_n u_{k-d-n} + k_c C(q^{-1})e_k \quad (15.89)$$

L'objectif est la recherche d'une loi de commande minimisant la variance de la sortie  $E(y_k^2)$  compte tenu des observations de la sortie  $y_k, \dots, y_{k-n}$  et des commandes  $u_{k-1}, \dots, u_{k-n}$  [ASTRÖM 89] [NAJIM 82].

Posons  $F(q^{-1}) = 1 + f_1 q^{-1} + \dots + f_{d-1} q^{-(d-1)}$  et  $G(q^{-1}) = g_0 + g_1 q^{-1} + \dots + g_{n-1} q^{-(n-1)}$  tels que :

$$C(q^{-1}) = A(q^{-1})F(q^{-1}) + q^{-d}G(q^{-1}) \quad (15.90)$$

Après quelques calculs élémentaires, on obtient :

$$E(y_{k+d}^2) = 1 + f_1^2 + \dots + f_{d-1}^2 + E\left(\frac{B(q^{-1})F(q^{-1})u_k + G(q^{-1})y_k}{C(q^{-1})}\right)$$

Cette expression est minimisée pour :

$$B(q^{-1})F(q^{-1})u_k + G(q^{-1})y_k = 0 \quad (15.91)$$

et le minimum de variance est :

$$1 + f_1^2 + \dots + f_{d-1}^2 \quad (15.92)$$

Les équations 15.90 (calcul de  $F$  et  $G$  à partir de l'estimation des coefficients de  $A$  et  $B$ ) et 15.91 (calcul de  $u_k$ ) définissent la loi de commande.

Dans le cas plus restrictif où le processus est modélisé par :

$$A(q^{-1})y_k = B(q^{-1})u_{k-d} + e_k \quad (15.93)$$

On en déduit :

$$y_k = -a_1 y_{k-1} - a_2 y_{k-2} - \dots - a_n y_{k-n} + b_0 u_{k-d} + \dots + b_n u_{k-d-n} + e_k \quad (15.94)$$

En exprimant :

$$y_{k-1} \text{ en fonction de } y_{k-2}, \dots, y_{k-n-1} \text{ et } u_{k-d}, \dots, u_{(k-d-n)-1},$$

...

$$y_{k-d+1} \text{ en fonction de } y_{k-d}, \dots, y_{k-d-n+1} \text{ et } u_{k-d}, \dots, u_{(k-d-n)-d+1},$$

l'équation 15.94 devient :

$$y_k = -a'_1 y_{k-d} - a'_2 y_{k-d-1} - \dots - a'_n y_{k-d-n+1} + b'_0 (u_{k-d} + b'_1 u_{k-d-1} + \dots + b'_n u_{k-2d-n+1}) + \varepsilon_k \quad (15.95)$$

Le système est directement identifié sous cette forme.

$\varepsilon_k$  étant un processus aléatoire à moyenne glissante d'ordre  $d$ , indépendant des entrées et des sorties,  $E(y_{k+d}^2)$  est minimale si :

$$u_k = \frac{1}{b'_0} (a'_1 y_k + a'_2 y_{k-1} + \dots + a'_n y_{k-n+1}) - (b'_1 u_{k-1} + \dots + b'_n u_{k-d-n+1}) \quad (15.96)$$

L'équation 15.96 définit la loi de commande.

### Autres méthodes

De nombreux autres algorithmes sont proposés dans la littérature scientifique [DELARMINAT 93] [ASTRÖM 89] utilisant des variantes du placement de pôles ou à base des techniques de com-

mande de type  $LQ$  (qui minimisent des critères quadratiques du type  $\int_0^{+\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt$  avec  $Q$  matrice symétrique positive et  $R = C^T C \geq 0$ ).

## 15.5.3 Commande directe

Dans une commande adaptative directe, les paramètres du régulateur sont directement réinitialisés sans passer par une décomposition en deux phases séparées : estimation et synthèse.

Une telle commande peut être obtenue par une « reparamétrisation » des correcteurs déterministes [LANDAU 86] [ASTRÖM 89]. Nous allons décrire cette technique.

Le système est modélisé par :

$$y_k = -a_1 y_{k-1} - a_2 y_{k-2} - \dots - a_n y_{k-n} + b_0 u_{k-d} + \dots + b_n u_{k-d-n} + e_k \quad (15.97)$$

Soit en reprenant la méthode du 15.4.3.1 (équations 15.83 à 15.87) et en posant :

$$r_j = a_j^r - a_j, \quad \hat{\theta}^T = [b_0, b_1, \dots, b_n, r_0, \dots, r_n] \text{ et}$$

$$h_k = [u_{k-d} \quad \dots \quad u_{k-d-n} \quad y_{k-1} \quad \dots \quad y_{k-n}]$$

on obtient :

$$y_{k+1} = -a_1^r y_k - \dots - a_n^r y_{k-n+1} + h_{k+1} \hat{\theta}$$

d'où :

$$(1 + a_1^r q^{-1} - \dots - a_n^r q^{-n}) y_{k+1} = h_{k+1} \hat{\theta} \quad (15.98)$$

Ce qui nous permet de définir le prédicteur :

$$A_r \hat{y}_{k+1} = h_{k+1} \hat{\theta}_k \quad (15.99)$$

L'erreur de prédiction est donnée par :

$$\varepsilon_{k+1} = A_r (y_{k+1} - h_{k+1} \hat{\theta}_k) \quad (15.100)$$

On cherche alors à minimiser le critère  $J_{k+1} = \varepsilon_{k+1}^2$  en utilisant un des algorithmes décrits dans le chapitre 15.4.2. Cela détermine directement les paramètres du régulateur qui sont utilisés dans la commande formulée dans l'équation 15.87.

## Détermination des éléments d'une chaîne d'entraînement

16.1 • Cahier des charges	416
16.2 • Choix de l'actionneur	416
16.3 • Choix du réducteur	418
16.4 • Choix de l'alimentation	420
16.5 • Choix de la commande	421

## 16.1 Cahier des charges

Le choix de l'ensemble des composants d'une chaîne d'entraînement (alimentation-actionneur, réducteur, commande) résulte de la prise en compte de l'ensemble des contraintes à satisfaire appelé « cahier des charges ».

Ces contraintes multiples peuvent être classées en deux grandes catégories : les contraintes physiques et les contraintes non physiques. Les premières peuvent être séparées en trois classes :

- les contraintes de définition,
- les contraintes dynamiques,
- les contraintes d'environnement,

Les secondes regroupent les contraintes économiques, juridiques contractuelles ou normatives, commerciales et voire politiques. Nous nous limiterons ici aux contraintes physiques.

### Les contraintes de définition

Elles sont liées au régime permanent, cycliques ou non, et correspondent, pour un régime  $S_1$ , aux constantes nominales de définition mécaniques nécessaires pour satisfaire aux besoins de l'application (puissance utile, vitesse, couple).

Si le régime est défini par un profil cinématique quelconque, il convient de trouver le couple thermique et, le régime de fonctionnement normalisé, équivalents.

### Les contraintes dynamiques

Elles sont liées aux régimes transitoires de la charge et aux valeurs maximales à supporter (accélérations maximales, temps de réponse, dépassements, vitesse et couple maxima...).

### Les contraintes d'environnement

Elles limitent parfois la masse ou le volume de l'actionneur ou de l'ensemble de la chaîne. Elles fixent une ambiance plus ou moins sévère en température, pression, humidité, possibilité de refroidissement et bruit acoustique et électromagnétique maximal toléré. Elles exigent un type de fixation et d'accouplement, limitent le niveau de perturbations électromagnétiques conduites et/ou rayonnées ainsi que la pollution harmonique tolérable du réseau d'alimentation ou le facteur d'interférence téléphonique.

Enfin elles précisent les facilités de maintenance de surveillance ou la sûreté de fonctionnement. Malgré l'ensemble de ces contraintes à satisfaire et parfois contradictoires, le plus souvent, plusieurs solutions sont possibles, en continu comme en alternatif. Il convient alors de les comparer par des simulations et, toutes choses égales par ailleurs, de retenir la plus économique.

## 16.2 Choix de l'actionneur

Bien que les éléments de la chaîne soient interdépendants, il faut bien commencer par l'un d'entre eux et de préférence par celui qui est d'abord chargé de répondre aux besoins énergétiques fondamentaux de l'application.

Machine	Alimentation	Application type
<b>Moteurs à courant continu</b>		
- bobiné	hacheur ou redresseur commandé ou non	entraînements industriels (aciéries, papeteries) et traction (bus, métro, train...).
- aimants permanents		véhicules électriques, auxiliaires automobile et avion. Asservissements de vitesse et position. Robotique.
- brusless DC	onduleur à créneaux de courants 120 ou 180°	Asservissements vitesse et position actionneurs avioniques, péri-informatique, machines outils.
- brusless AC	onduleur sinusoïdal triphasé	
<b>Moteurs asynchrones</b>		
monophasé à cage	sinusoïdale monophasée ou gradateur	entraînements faible puissance, bas prix, domestiques et industriels.
triphasé bobiné	sinusoïdale triphasée ou cascade hyposynchrone	entraînements de grande puissance plage de vitesse limitée.
<b>Moteur synchrones</b>		
- excitation bobinée (avec bagues ou diodes tournantes)	sinusoïdale triphasée ou onduleur courant	entraînements ventilateurs et compresseurs grande puissance.
- excitation par aimants	sinusoïdale triphasée (ou biphasée selon la machine) ou onduleur MLI	entraînements faible ou moyenne puissance nécessitant une synchronisation, (ex. : textile...).
- à reluctance variable avec cage de démarrage	sinusoïdale triphasée (ou biphasée selon la machine) ou onduleur MLI	entraînements faible ou moyenne puissance nécessitant une synchronisation, (ex. : textile...).
<b>Moteurs pas à pas</b>		
tous types	continue commutée créneaux de tension ou de courant	péri-informatique (imprimantes, traceurs). Asservissements de position.
<b>Moteurs à réluctance variable</b>		
polyphasés	continue commutée	entraînements sans balais faible coût - grande plage de vitesse pour faible et moyenne puissance. Applications domestiques et avioniques.
monophasé	continue commutée ou sinusoïdale	entraînements synchrones de faible et très faible puissance.

**Table 16.1. - Application types des principaux types de machines et de leur alimentation.**

Il faut donc d'abord satisfaire les contraintes de définition dans le plan couple-vitesse ou puissance-vitesse et les contraintes mécaniques maximales. Celles-ci fixent les types de machines possibles dans les gammes proposées par les constructeurs. Pour les faibles puissances toutes les machines sont envisageables. Pour les fortes puissances seules les machines classiques riva-

lisent entre elles, avec une limite en vitesse proche de 2 000 tours/minute pour les machines à collecteur. Dans la gamme des moyennes puissances les machines à réluctance variable, les *brushless* et les machines à courant continu sont très bien placées.

Aux très faibles puissances et faibles tensions les machines à courant continu se placent encore le mieux.

Le choix se réduit ensuite par la prise en compte des contraintes dynamiques, en comparant celles-ci aux performances des machines retenues (inerties, constantes de temps, constantes de qualité, etc.). En particulier les accélérations maximales permettent de fixer l'inertie de l'actionneur associée à celle de la charge. Une bonne règle consiste à choisir une inertie moteur égale à celle de la charge ramenée côté moteur, pour une première itération. Elle peut être affinée ensuite en fonction du réducteur éventuel et des contraintes imposées, comme on le verra plus loin dans le choix du rapport de réduction de ce réducteur.

Enfin les contraintes d'environnement réduisent encore le choix possible. À fonctions identiques les solutions à courant continu sont généralement plus économiques dans les petites puissances, mais compte tenu des coûts rapidement dégressifs des variateurs à courants alternatifs il convient d'opérer une comparaison économique systématique des diverses solutions possibles.

La table 16.1 donne, à titre indicatif, un aperçu du choix habituel du type de machine en fonction de l'application.

## 16.3 Choix du réducteur

Lorsque le couple de charge  $T_l$  est grand et la vitesse correspondante faible, un entraînement direct, sans réducteur, imposerait un moteur volumineux et lourd. En effet, le volume du rotor est proportionnel au couple fourni. De plus à faible vitesse de fonctionnement les moteurs présentent un faible rendement et s'autorefroidissent peu. Ils cumulent donc tous les inconvénients dans ce cas. Un réducteur s'impose donc, dont il faut fixer le rapport de réduction. Celui-ci fixe, avec la puissance nécessaire, le rendement du réducteur selon le type de réducteur retenu.

Le rapport de réduction dépend des contraintes imposées par la charge. En effet si le régime est de type  $S_1$ , l'égalité des puissances utiles nominales de la charge  $l$  et du moteur, en admettant un réducteur parfait, donne :

$$n = \frac{\omega_r}{\omega_l} = \frac{T_l}{T_{un}} \quad (16.1)$$

ce qui permet de choisir un moteur tel que son couple nominal  $T_{un}$  satisfassent aux besoins de la charge sous une vitesse  $\omega_r$  inférieure ou égale à sa vitesse nominale mais voisine de celle-ci ce qui garantira sa tenue thermique.

Si l'accélération maximale sur charge inertielle  $J_l$  pure est recherchée, on peut écrire que celle-ci vaut, de façon approchée, si  $J_m$  est l'inertie moteur :

$$\frac{d\omega_l}{dt} / \max = \frac{1}{n} \frac{d\omega_r}{dt} / \max \quad (16.2)$$

avec

$$\frac{d\omega_r}{dt} \left( J_m + \frac{J_l}{n^2} \right) = T_e = T_p \quad (16.3)$$

où  $T_p$  est le couple impulsionnel du moteur choisi.

Alors

$$n = \sqrt{\frac{J_l}{J_m}} \quad (16.4)$$

c'est-à-dire que  $J_m = \frac{J_l}{n^2}$  il y a égalité des inerties ramenées d'un même côté du réducteur.

On peut noter que l'accélération maximale dans ce cas vaudra :

$$\frac{1}{2n} \frac{T_p}{J_m} = \frac{A_p}{2n} \quad (16.5)$$

Si en plus la charge impose  $T_l$  en accélération maximale, on démontre facilement que le rapport optimal vaut :

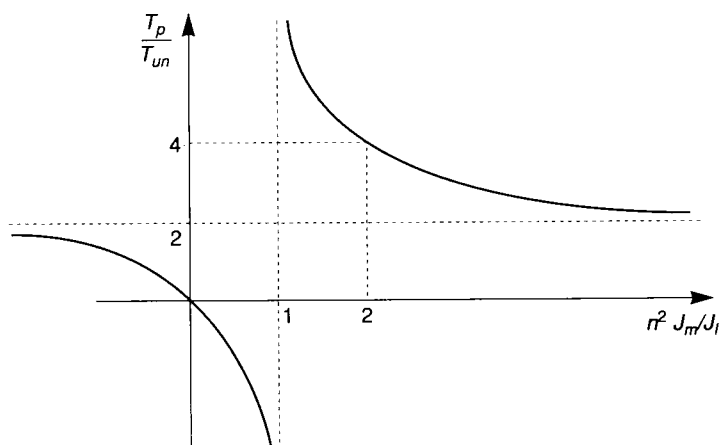
$$n = \frac{T_l}{T_p} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{J_l}{J_m} \frac{T_p^2}{T_l^2}} \right) \quad (16.6)$$

il est donc fonction du couple de charge et conduit encore à une accélération maximale donnée par la formule (16.5).

Si l'on veut satisfaire à la fois le régime permanent et l'accélération maximale en charge, il apparaît que l'égalité des rapports de réduction en fonction des couples, tirée de (16.1) et (16.6), conduit à étudier les variations de  $\frac{T_p}{T_{un}}$  en fonction de  $n^2 J_m/J_l$  selon la figure 16.1.

Il apparaît que pour un rapport des inerties compris entre 2 et  $\infty$  le couple impulsionnel normé est compris entre 2 et 4 ce que vérifient la plupart des machines. Il est donc toujours possible de satisfaire les deux contraintes d'adaptation de la charge à la machine.





**Figure 16.1. - Variations du couple impulsionnel normé en fonction du rapport des inerties rapportées d'un même côté du réducteur, pour une accélération maximale de la charge et un régime permanent optimal.**

## 16.4 Choix de l'alimentation

Ici encore un grand choix est possible bien que très lié à la machine que celle-ci soit à courant continu ou à courant alternatif. Là encore la puissance est le premier critère de choix, la structure et le type d'interrupteur seront fixés par les besoins en courant ou tension, les réversibilités en tension et/ou courant et les fréquences de travail.

En courant continu le hacheur à transistor pour les faibles puissances, puis à IGBT pour les puissances supérieures constitue une excellente solution. Le redresseur commandé intervient ensuite.

En courant alternatif l'onduleur de tension classique ou à MLI à transistor, puis IGBT, associé au moteur asynchrone ou à réluctance variable couvre la gamme des petites et moyennes puissances avec des commandes scalaires. L'onduleur MLI permet en plus la commande vectorielle des machines synchrones brushless et asynchrones.

Pour les fortes puissances les interrupteurs types thyristors ou GTO deviennent nécessaires. En commutation forcée les onduleurs de tension ou de courant classiques, ou à MLI, associés au moteur asynchrone permettent tous les types de commandes. En commutation naturelle par le réseau le système de cascade hyposynchrone utilise un moteur asynchrone bobiné et en commutation de courant par la charge les machines synchrones autopilotées ou les moteurs asynchrones commandés en  $V/f$  avec capacités offrent des solutions acceptables.

La définition des courants et tensions maxima s'opère à partir des besoins de la machine pour qu'elle puisse fournir les couple et vitesse maxima.

## 16.5 Choix de la commande

La structure de l'actionneur et de son alimentation, les performances désirées (qualité du couple, fonctionnement à basse vitesse et en survitesse, rendement) et les impératifs technologiques (commande analogique ou numérique, implantation sur ASIC, micro-contrôleur ou D.S.P.) sont les principaux critères de choix des commandes des actionneurs électriques.

Ceux-ci sont résumés sur le tableau 16.2 :

	comportement à basse vitesse	adapté aux survitesses	sensibilité aux variations de paramètres	contrôle en régime permanent	contrôle en régime transitoire
<b>Commande scalaire</b>	médiocre	oui avec des performances médiocre	oui pour certains algorithmes	oui	non
<b>Commande vectorielle</b>	bon	trop complexe	beaucoup	oui	oui
<b>Contrôle direct du couple</b>	médiocre	oui avec de bonnes performances	moyen	oui	oui

*Tableau 16.2. - Critères de choix des commandes des actionneurs électriques.*

Les techniques d'asservissement et de régulation sont utilisées à plusieurs niveaux :

- pour le contrôle du flux et du couple,
- pour l'asservissement et la régulation de vitesse et de position.

Le tableau 16.3 donne un aperçu de leurs principales applications dans le domaine de la traction électrique ou de la robotique.

Comme il était prévisible, aucune solution ne peut répondre à toutes les exigences et le choix d'une commande et d'une technologie relève, là aussi, comme pour le choix de la machine et de son alimentation, de compromis astucieux pour l'ensemble des éléments à assembler. C'est ce qui fait encore l'art de l'ingénieur et l'intérêt du métier et prouve, s'il en était besoin, qu'il reste encore fort à faire pour parvenir à des solutions idéales maîtrisées.

# ACTIONNEURS ÉLECTRIQUES

	Technologie				Performances	Complexité	Application		
	Analogique	ASIC	$\mu$ C	DSP			Couple/Flux		Vitesse et position
							Scalaire	Vectorielle	
<b>Régulateurs PID</b>	oui	oui	oui	oui	moyen	faible	oui (selon commande)	oui	oui
<b>RST</b>	non	oui	oui	oui	bon	moyenne			oui
<b>Retour d'état</b>	non	oui	oui	oui	très bon	dépend de l'ordre du système		oui	oui
<b>Synthèse <math>H_{\infty}</math></b>	oui	oui	oui	oui	Compromis stabilité/performances	dépend de l'ordre du système		oui	oui
<b>Commande adaptative</b>	non	non	oui	oui	Prise en compte des variations paramétriques mais pas de bruit ni des dynamiques négligées.	élevée		oui (variation des paramètres)	oui ( $J$ et $T_f$ inconnus)

*Tableau 16.3. - Critères de choix des correcteurs.*

# Annexes

Annexe 1 • <u>Rappels en automatique</u>	424
Annexe 2 • Localisation et évaluation des bruits dans un asservissement de vitesse d'une machine asynchrone	440
Annexe 3 • <u>Rappels sur les signaux aléatoires</u>	447
Annexe 4 • <u>Hyperstabilité</u>	455

# Annexe 1 : Rappels en automatique

## A1.1 Notion de fonction de transfert

### A1.1.1 Transformée de Laplace

#### A1.1.1.1 Définition

Soit une fonction pour laquelle  $\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)| dt$  converge. On définit la transformée de Laplace monolatère par :

$$L(f(t)) = F(s) = \int_0^{+\infty} f(t) \cdot \exp(-st) dt \quad (A1.1)$$

#### A1.1.1.2 Propriétés

Domaine temporel	Transformée de Laplace
$a.f + b.g$	$aF + bG$
$\frac{df}{dt}$	$s(F(s)) - f(0^-)$ au sens des distributions $s(F(s)) - f(0^+)$ au sens des fonctions
$\int f(t)dt$	$\frac{F(s)}{s}$
$f(t-\tau)$	$\exp(-s\tau) \cdot F(s)$
$\exp(at).f(t)$	$F(s-a)$
$f * g$	$F.G$
$f(0^+) = \lim_{t \rightarrow 0} \text{avec } t > 0 f(t)$	$\lim_{s \rightarrow +\infty} sF(s)$
$f(+\infty) = \lim_{t \rightarrow +\infty} f(t)$	$\lim_{s \rightarrow 0} \text{avec } s > 0 sF(s)$
Dirac	1
Échelon unitaire	$\frac{1}{s}$
Rampe unitaire	$\frac{1}{s^2}$

Tableau A1.1. - Propriétés des transformées de Laplace.

## A1.1.2 Transformée en z

### A1.1.2.1 Définition

On définit la transformée en z monolatère du signal  $f(t)$  échantillonné au pas  $T_{ech}$  :

$$Z(f(t)) = F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f(nT_{ech})z^{-n} \quad (A1.2)$$

### A1.1.2.2 Propriétés

Domaine temporel	Transformée en z
$a.f(n) + b.g(n)$	$aF + bG$
$f(k + n)$ avec $n > 0$	$G(z) = z^n(F(z) - f(0)z^0 - \dots - f(n-1)z^{-(n-1)})$
$f(k + n)$ avec $n < 0$	$G(z) = z^{-n}(F(z) + f(-1)z^1 + \dots + f(-n)z^n)$
$a^k.f(k)$	$S\left(\frac{z}{a}\right)$
$f * g$	$F(z)G(z)$
$\lim_{n \rightarrow 0} f(n)$ avec $n > 0$	$\lim_{z \rightarrow +\infty} F(z)$
$\lim_{n \rightarrow +\infty} f(n)$	$\lim_{z \rightarrow 1} F(z)$ avec $z > 0$
Dirac : $\delta(k) = 1$ si $k = 0$ et 0 ailleurs	1
Échelon unitaire : $\Gamma(k) = 1$ si $k > 0$ et 0 ailleurs	$\frac{z}{z-1}$
Rampe : $r(k) = k$ pour $k > 0$ et 0 ailleurs	$\frac{z}{(z-1)^2}$

Tableau A1.2. - Propriétés de transformées en z.

### A1.1.3 Fonction de transfert

La fonction de transfert d'un système continu est la transformée de Laplace de la réponse impulsionnelle.

	Système continu	Système échantillonné
<b>Fonction de transfert rationnelle</b>	$u(t) \longrightarrow \boxed{F(s)} \longrightarrow y(t)$ $\sum_{i=0}^n a_i y^{(k+i)} = \sum_{j=0}^m b_j u^{(k+j)}$ $y(s) = F(s) \cdot u(s) \text{ avec}$ $F(s) = \frac{\sum_{j=0}^m b_j s^j}{\sum_{i=0}^n a_i s^i} \text{ et } n \geq m$	$u_k \longrightarrow \boxed{F(z)} \longrightarrow y_k$ $\sum_{i=0}^n a_i y_{k+i} = \sum_{j=0}^m b_j u_{k+j}$ $y(z) = F(z) \cdot u(z) \text{ avec}$ $F(z) = \frac{\sum_{j=0}^m b_j z^j}{\sum_{i=0}^n a_i z^i} \text{ et } n \geq m$
<b>Stabilité</b>		

Tableau A1.3. - Fonctions de transfert.

	Système continu	Système échantillonné bloqué à l'ordre 0
<b>Premier ordre</b>	$P(s) = \frac{K}{1 + Ts}$	$H(z) = \frac{b}{z - p_0}$ avec $p_0 = \exp\left(-\frac{T_{ech}}{T}\right)$ et $b = K(1 - p_0)$
<b>Premier ordre avec retard</b> $\tau < T_{ech}$	$P(s) = \frac{K}{1 + Ts} e^{-\tau s}$	$H(z) = K' z^{-1} \frac{z - z_0}{z - p_0}$ avec $p_0 = \exp\left(-\frac{T_{ech}}{T}\right)$ $z_0 = \frac{p_0 \left(1 - e^{-\frac{\tau}{T}}\right)}{1 - e^{-\frac{\tau - T_{ech}}{T}}}$ $K' = K \left(1 - e^{-\frac{\tau - T_{ech}}{T}}\right)$
<b>Second ordre</b> $0 < \xi < 1$	$P(s) = \frac{K}{1 + \frac{2\xi}{\omega_n} s + \frac{1}{\omega_n^2} s^2}$	$\frac{b_1 z + b_0}{z^2 + a_1 z + a_0}$ avec $\omega_p = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$ $a_0 = \exp(-2\xi\omega_n T_{ech})$ $a_1 = -2 \cdot \exp(-\xi\omega_n T_{ech}) \cos(\omega_p T_{ech})$ $b_0 = \exp(-2\xi\omega_n T_{ech}) + \exp(-\xi\omega_n T_{ech}) \cdot \left( \xi \frac{\omega_n}{\omega_p} \sin(\omega_p T_{ech}) - \cos(\omega_p T_{ech}) \right)$ $b_1 = 1 - \exp(-\xi\omega_n T_{ech}) \cdot \left( \xi \frac{\omega_n}{\omega_p} \sin(\omega_p T_{ech}) + \cos(\omega_p T_{ech}) \right)$
<b>Système S.I.S.O.</b>	$P(s)$	$\frac{z - 1}{z} Z\left(\frac{P(s)}{s}\right)$
<b>Pôles</b>	$s_i$	$z_i = \exp(s_i T_{ech})$

Tableau A1.4. Fonctions de transfert des systèmes les plus courants.



## A1.2 Rappels sur les variables d'état

Soit un système discret S.I.S.O. décrit par :

$$\begin{cases} X_{k+1} = A_d \cdot X_k + B_d \cdot U_k \\ Y_k = C_d \cdot X_k + D_d \cdot U_k \end{cases} \quad (A1.3)$$

$A_d$  est de dimension  $n \times n$ ,  $B_d$  est de dimension  $n \times 1$ ,  $C_d$  est de dimension  $1 \times n$  et  $D_d$  est de dimension  $1 \times 1$ .

Le système est propre si la sortie ne dépend pas explicitement de l'entrée :  $D_d = 0$ .

Le polynôme caractéristique du système est :

$$\Phi_{A_d}(z) = \det(zI - A_d) = a_0 + a_1z + \dots + a_{n-1}z^{n-1} + z^n \quad (A1.4)$$

### A1.2.1 Commandabilité

#### Définitions et théorèmes

Un système linéaire discret S.I.S.O. est commandable si et seulement si on peut toujours définir une trajectoire de commande  $u_k$  en un nombre fini de périodes d'échantillonnage permettant de passer d'un vecteur d'état initial  $X(k_0 T_{ech})$  à un vecteur d'état final  $X(k_f T_{ech})$ , quels que soient ces vecteurs.

Le système est commandable si et seulement si :

$$W_{com} = [A_d \ A_d B_d \dots \ A_d^{n-1} B_d] \quad (A1.5)$$

est de rang maximum (et donc  $n$ ).

Une condition nécessaire et suffisante de commandabilité est de trouver un changement de base  $W_c$  pour lequel le système puisse être représenté par le triplet  $(\tilde{A}_d, \tilde{B}_d, \tilde{C}_d)$  avec :

$$\tilde{A}_d = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & & \dots & & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & \dots & -a_{n-2} & -a_{n-1} \end{pmatrix} \text{ et } \tilde{B}_d = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (A1.6)$$

#### Décomposition selon la commandabilité

Lorsque le système n'est pas entièrement commandable, on peut trouver une transformation  $W$  telle que  $\tilde{A}_d = WA_d W^{-1} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ 0 & A_{22} \end{pmatrix}$  et  $\tilde{B}_d = \begin{pmatrix} B_1 \\ 0 \end{pmatrix}$  et telle que le sous-système  $A_{11}, B_1$  soit commandable.

Le système est stabilisable si ses parties instables sont commandables.

### Calcul de la matrice de changement de base $W_c$ (algorithme de Leverrier)

Soient  $\tilde{A}_d, \tilde{B}_d, \tilde{C}_d$  les matrices dans l'espace canonique et  $A_d, B_d, C_d$  les matrices dans l'espace initial.

Notons  $W_c = [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_n]$  la matrice de changement de base vers l'espace canonique de commandabilité.

Nous avons :  $W_c \tilde{B}_d = B_d$  et  $W_c \tilde{A}_d = A_d W_c$

Soit en reportant l'expression des matrices dans l'espace canonique :

$$w_n = B_d \quad (\text{A1.7})$$

$$\text{et} \quad \begin{cases} w_{n-1} = A_d w_n + a_{n-1} w_n \\ w_{n-2} = A_d w_{n-1} + a_{n-2} w_n \\ \dots \\ w_1 = A_d w_2 + a_1 w_n \end{cases} \quad (\text{A1.8})$$

## A1.2.2 Observabilité

### Définitions et théorèmes

Un système linéaire discret S.I.S.O. est observable si et seulement si on peut reconstituer l'état initial du vecteur d'état  $X(k_0 T_{ech})$  à partir de l'observation de son entrée et de sa sortie sur un nombre fini de périodes d'échantillonnage.

#### Exemple

La position n'est pas observable si la vitesse est la seule composante liée au comportement mécanique de la machine. Elle est définie à une constante près.

Par contre si elle est mesurée et fait partie du vecteur d'état, elle devient évidemment observable.

Le système est observable si et seulement si :

$$W_{obs} = [C_d A_d \ C_d A_d^2 \ \dots \ C_d A_d^{n-1}] \quad (\text{A1.9})$$

est de rang maximum (et donc  $n$ ).

Une condition nécessaire et suffisante d'observabilité est de trouver un changement de base  $W_o$  pour lequel le système puisse être représenté par le triplet  $(\tilde{A}_d, \tilde{B}_d, \tilde{C}_d)$  avec :

$$\tilde{A}_d = \begin{pmatrix} -a_{n-1} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -a_{n-2} & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_1 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -a_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ et } \tilde{C}_d = (1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0) \quad (\text{A1.10})$$

### Décomposition selon l'observabilité

Lorsque le système n'est pas complètement observable, on peut trouver une transformation  $W$  telle que

$$\tilde{A}_d = WA_dW^{-1} = \begin{pmatrix} A_{11} & 0 \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}, \tilde{B} = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix} \text{ et } C = (C_1 \quad 0)$$

et telle que le sous-système  $A_{11}$ ,  $B_1$  et  $C_1$  soit observable.

### Calcul de la matrice de changement de base $W_o$ (algorithme de Leverrier)

Soient  $\tilde{A}_d$ ,  $\tilde{B}_d$ ,  $\tilde{C}_d$  les matrices dans l'espace canonique et  $A_d$ ,  $B_d$ ,  $C_d$  les matrices dans l'espace initial.

Notons  $W_o^{-1} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \dots \\ w_n \end{bmatrix}$  l'inverse de la matrice de changement de base vers l'espace canonique

d'observabilité.

Nous avons :

$$\tilde{C}_d W_o^{-1} = C_d \text{ et } \tilde{A}_d W_o^{-1} = W_o^{-1} A_d$$

Soit en reportant l'expression des matrices dans l'espace canonique :

$$w_1 = C_d \tag{A1.11}$$

et

$$\begin{cases} w_n - a_1 w_1 = w_{n-1} A_d \\ w_2 - a_{n-1} w_1 = w_1 A_d \\ \dots \\ -a_0 w_1 = w_n A_d \end{cases} \tag{A1.12}$$

## A1.2.3 Représentation minimale

La décomposition selon l'observabilité et celle suivant la commandabilité peuvent être enchaînées pour extraire une représentation comportant :

- une partie simultanément observable et commandable appelée réalisation minimale notée  $(A_{min}, B_{min}, C_{min})$ ,
- une partie observable et non commandable,
- une partie commandable et non observable,
- une partie non commandable et non observable.

Le transfert entrée  $u$  sortie  $y$  est alors donné par :

$$P(z) = C_{min}(zI - A_{min})^{-1}B_{min} \quad (\text{A1.13})$$

## A1.3 Régulateurs P.I. et P.I.D.

### A1.3.1 Les actions

Le correcteur à action proportionnelle intégrale dérivée noté P.I.D. couvre une large gamme d'applications industrielles. Il doit sa grande diffusion à la simplicité de sa synthèse et de sa mise en œuvre. Il peut être réalisé électroniquement ou à partir de modules pneumatiques ou mécaniques.

Il délivre une commande au processus à partir de l'erreur  $e = w - y$  entre la consigne et la sortie réglée (voir figure A1.1).

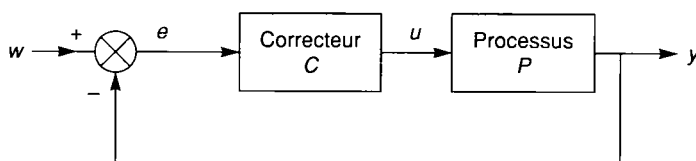


Figure A1.1. - Système S.I.S.O. asservi.

L'action proportionnelle est caractérisée par  $u = K_p \cdot (w - y)$ . Si le gain  $K_p$  augmente, l'erreur statique et le temps de réponse sont réduits. Mais les actionneurs sont plus sollicités et le système corrigé peut devenir instable.

L'action intégrale est donnée par  $u = \frac{1}{T_i} \int_0^t e(v)dv$ . Sur un processus sans intégrateur (pôles nuls), elle permet d'éliminer l'erreur statique.

Elle augmente le gain et diminue la phase aux fréquences faibles. Si  $T_i$  augmente, la contribution de l'intégrateur diminue. Le système rejette plus lentement les perturbations. Inversement, si  $T_i$  diminue, le système réagit plus rapidement. Le dépassement sur la sortie s'amplifie (mais revient à zéro à l'infini).

L'action dérivée est représentée par  $u = T_d \frac{de}{dt}$ .

Elle permet d'anticiper l'évolution du système et donc augmente sa rapidité. Elle accroît gain et phase aux fréquences élevées.

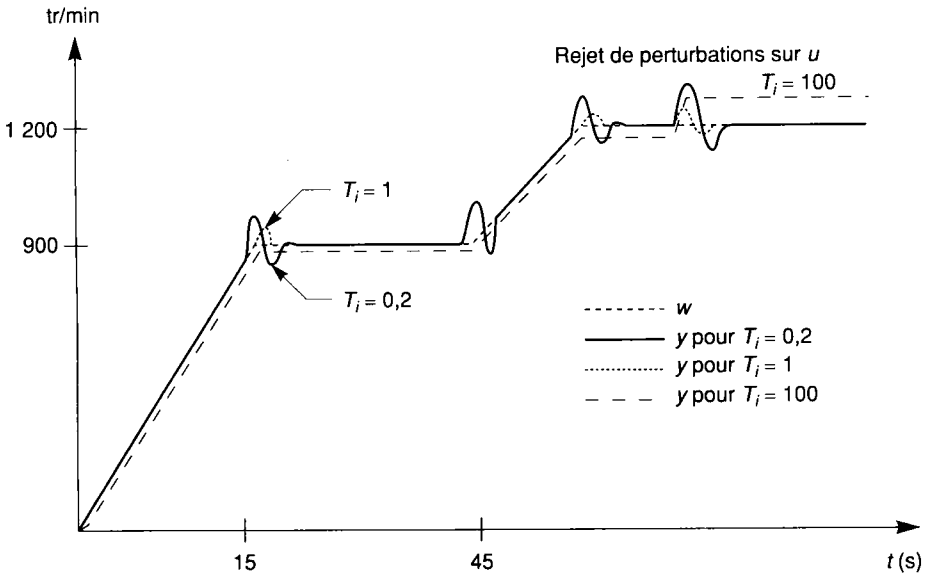
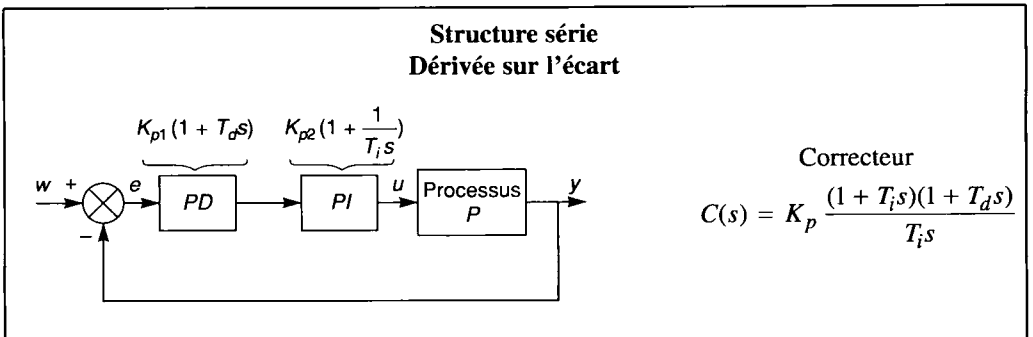


Figure A1.2. - Régulation de vitesse par PI d'une machine à courant continu.

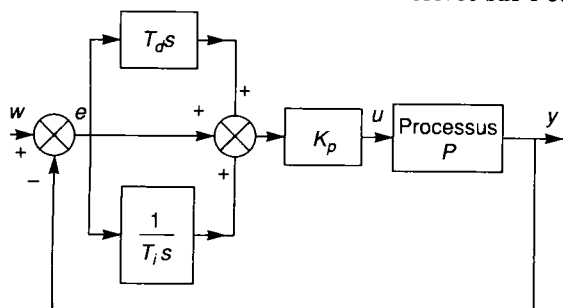
### A1.3.2 Structures

Dans une structure P.I.D., l'action dérivée peut être placée sur l'écart de sortie  $e = w - y$  ou sur la sortie. Cette dernière topologie diminue l'influence des variations brusques de consignes qui risqueraient de provoquer la saturation des préactionneurs. Le tableau A1.5 présente les structures les plus usuelles.

L'action dérivée est associée à un filtre passe-bas pour rendre ce correcteur physiquement réalisable et atténuer l'influence du bruit hautes fréquences.



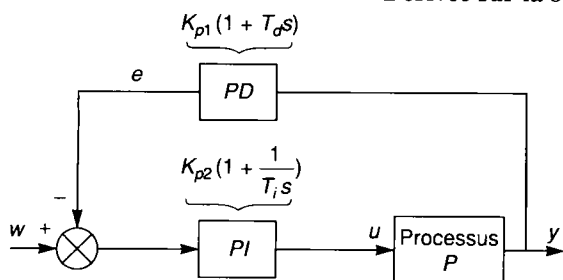
**Structure parallèle  
Dérivée sur l'écart**



Correcteur

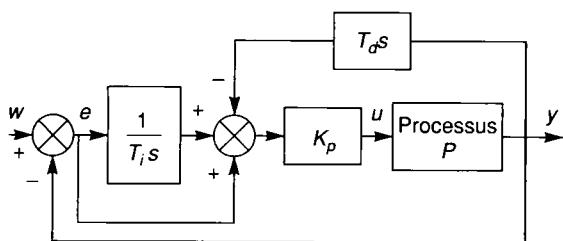
$$C(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

**Structure série  
Dérivée sur la sortie**



$$u = K_{p2} \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right) \cdot (w - K_{p1} (1 + T_d s) y)$$

**Structure parallèle  
Dérivée sur la sortie**



$$u = K_p \left( \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right) e - T_d s y \right)$$

Tableau A1.5. - Structures de P.I.D.

## A1.3.3 Synthèse

### Synthèse directe

Le cahier des charges fixe l'objectif à atteindre sous la forme d'un polynôme caractéristique représentant la dynamique désirée pour le système corrigé : par exemple,  $P_{objectif}(s) =$

$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$ . La méthode consiste à calculer les paramètres du correcteur assurant que le transfert du système en boucle fermée  $F_{BF}(s) = \frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)}$  ait cette dynamique.

Soit en posant  $C(s) = \frac{R(s)}{S(s)}$ ,  $P(s) = \frac{B(s)}{A(s)}$  et en reprenant les notations de la figure A1.1, nous obtenons :

$$F_{BF}(s) = \frac{T(s)B(s)}{S(s)A(s) + R(s)B(s)} = \frac{T(s)B(s)}{P_{objectif}(s)} \quad (\text{si } B \text{ n'est pas simplifié}) \quad (A1.14)$$

et donc, dans le cas où on ne simplifie pas  $B$ , il convient de résoudre :

$$S(s)A(s) + R(s)B(s) = P_{objectif}(s) = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 \quad (A1.15)$$

avec, par exemple, dans le cas d'un P.I.D parallèle filtré :

$$C(s) = K_p + \frac{1}{T_i s} + T_d s \frac{1}{1 + \frac{T_d}{N} s} \quad (A1.16)$$

Cette méthode impose évidemment des restrictions sur les degrés de  $A$  et  $B$  pour un objectif souhaité et une structure de régulateur donnée. Elle peut aussi amener un comportement transitoire inacceptable pour certains types d'application.

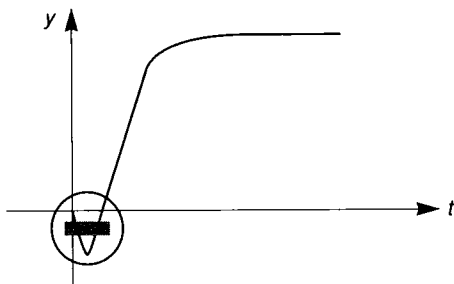


Figure A1.3. - Exemple de comportement interdit.

Cependant, cette méthode, utilisée avec les précautions nécessaires, est par ailleurs parfaitement adaptée à la synthèse des correcteurs numériques.

### Synthèse expérimentale d'un P.I.D. parallèle [Pigeron 88]

Si le procédé peut être identifié par un modèle de BROÏDA du type  $\frac{G_0 \cdot e^{-\tau s}}{1 + T_s s}$ , aperiodique et naturellement stable, la boucle de retour est ouverte et une identification des paramètres  $G_0$ ,  $T$  et  $\tau$  est effectuée. La constante  $T_i$  est réglée sur sa maximale et la constante  $T_d$  est fixée à zéro.  $K_p$  est égale à l'unité. Un échelon est envoyé en entrée.

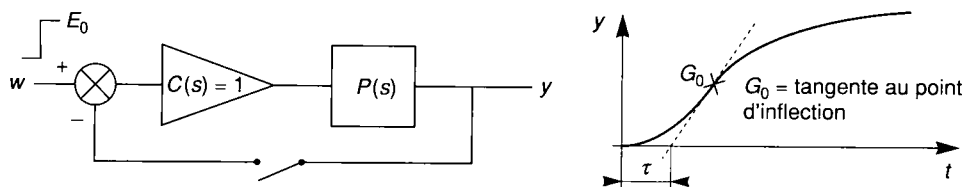


Figure A1.4. - Réponse indicielle.

Les paramètres du correcteur  $C(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$  sont donnés par le tableau suivant :

Méthode de Ziegler et Nichols			
	$K_p$	$T_d$	$T_i$
<b>P</b>	$\frac{1}{G_0 \tau}$	nulle	infinie
<b>PI</b>	$\frac{0,9}{G_0 \tau}$	nulle	$3,3 \tau$
<b>PID</b>	$\frac{1,2}{G_0 \tau}$	$0,5 \tau$	$2 \tau$

Tableau A1.6. - Synthèse d'un correcteur P.I.D. par la réponse indicielle.

Remarque : Cette méthode ne tient pas compte de  $T$ . Elle est d'autant meilleure que  $T/\tau$  est grand. Elle vise à minimiser le critère  $\int |e(t)| dt$ .

Si le procédé est instable ou possède des intégrateurs, la boucle ne peut plus être ouverte. Un essai de pompage peut conduire aux mêmes résultats. La constante  $T_i$  est réglée sur sa maximale et la constante  $T_d$  est fixée à zéro. Le gain est progressivement augmenté de manière à obtenir des oscillations entretenues en sortie lorsqu'une impulsion de courte durée est envoyée en entrée. Soit  $K_{osc}$  la valeur du gain obtenu dans ces conditions.

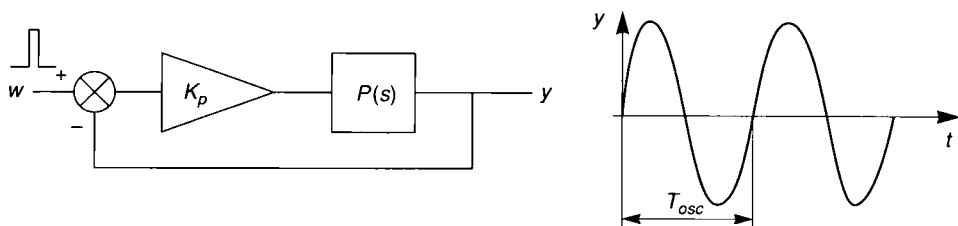


Figure A1.5. - Essai de pompage.

Les paramètres du correcteur  $C(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$  sont donnés par le tableau suivant :



Méthode de Ziegler et Nichols			
	$K_p$	$T_d$	$T_i$
<b>P</b>	$0,5K_{osc}$	nulle	infinie
<b>PI</b>	$0,45K_{osc}$	nulle	$0,83T_{osc}$
<b>PID</b>	$0,6K_{osc}$	$0,125T_{osc}$	$0,5T_{osc}$

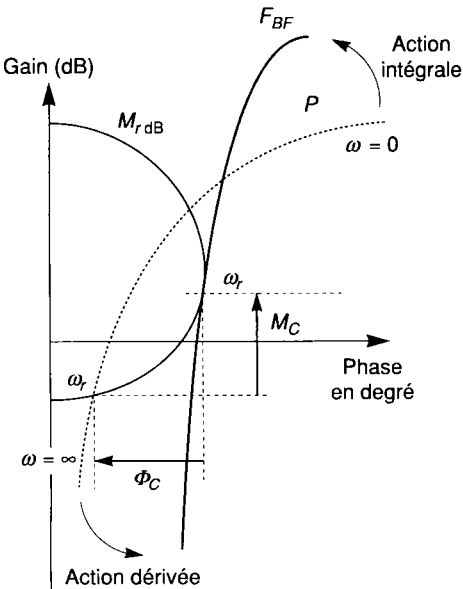
Tableau A1.7. - Synthèse d'un correcteur P.I.D. par pompage.

**Synthèse fréquentielle**

Les fonctions de transferts sont représentées dans le plan de Black en portant en ordonnée le gain en dB et en abscisse la phase en degré. Sur ce diagramme, sont présentées les courbes d'isogain et d'isophase correspondant au système en boucle fermée  $F_{BF}(j\omega) = \frac{F_{BO}(j\omega)}{1 + F_{BO}(j\omega)}$ .

Le cahier des charges fixe un dépassement, un temps de premier pic ou la pulsation naturelle du système corrigé (pour un système du second ordre).

Il faut alors faire tangenter le lieu en boucle ouverte  $F_{BO}(j\omega)$  avec la courbe de gain désirée pour la pulsation de résonance souhaitée  $\omega_r$  (puisque le système doit posséder un gain maximal à la pulsation de résonance). Compte tenu des échelles, la translation verticale du point  $F_{BO}(j\omega_r)$  correspond au gain  $M_c$  et la translation horizontale de ce même point correspond à la phase  $\Phi_c$  que doit amener le correcteur pour cette pulsation (voir figure 6).



**Méthodologie**

1. Données :  $P(j\omega)$  et objectif  $d\%$ ,  $t_p$  ou  $\omega_n$
2. Calcul de  $M_r$  et  $\omega_r$  : gain et pulsation à la résonance de l'objectif :

$$M_r = -20 \log_{10} 2\xi\sqrt{1 - \xi^2}$$

$$\text{et } \omega_r = \omega_n\sqrt{1 - 2\xi^2}$$

3. Tracer  $P(\omega)$  dans le diagramme de Nichols
4. Translater la courbe pour la faire tangenter en  $\omega_r$  à la courbe d'isogain  $M_r$
5. Lire  $M_c$  et  $\Phi_c$
6. En déduire les paramètres du correcteur

Figure A1.6. - Synthèse fréquentielle d'un P.I.D.

Le correcteur P.I.D.,  $C(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$ , fait pivoter la courbe  $F_{BO}(j\omega)$  autour du point

$\omega_{pivot} = \frac{1}{\sqrt{T_i T_d}}$ . Le gain introduit une translation verticale sans déphasage.

Il convient alors de déterminer les paramètres du P.I.D. qui amène ce gain  $M_c$  et cette phase  $\Phi_c$  à la pulsation  $\omega_r$ .

Pour  $T_i > 4T_d$ ,  $C(s) = K_p \frac{(1 + T_1 s)(1 + T_2 s)}{T_i s}$  avec  $T_1 + T_2 = T_i$  et  $T_1 T_2 = T_i T_d$

En posant  $K = \frac{K_p}{T_i}$  et  $\alpha = \frac{T_2}{T_1}$  avec  $\alpha > 1$ , les paramètres sont donnés par les équations :

$$\text{tg}(\Phi_c) = \frac{1 - \omega_r^2 T_1^2 \alpha}{\omega_r T_1 (1 + \alpha)} \quad (\text{A1.17})$$

$$G_c^2 = K^2 \frac{1 + \omega_r^2 T_1^2 (1 + \alpha^2) + \omega_r^4 T_1^4 \alpha^2}{\omega_r^2} \quad \text{avec } M_{c_{dB}} = 20 \log_{10}(G_c) \quad (\text{A1.18})$$

Ce système donnant deux équations (A1.17 et A1.18) pour trois paramètres  $\alpha$ ,  $T_1$  et  $K$ ,  $\alpha$  peut être fixé pour minimiser le gain amené par le P.I.D.

## A1.3.4 Circuits

Les correcteurs P.I.D. peuvent être réalisés simplement à partir d'amplificateurs opérationnels et de cellules passives résistance/capacité montées en série ou en parallèle.

Rappelons la fonction de transfert du montage élémentaire représenté sur la figure A1.7.

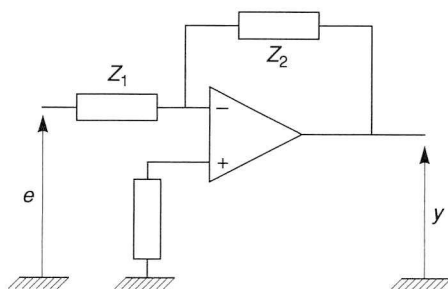
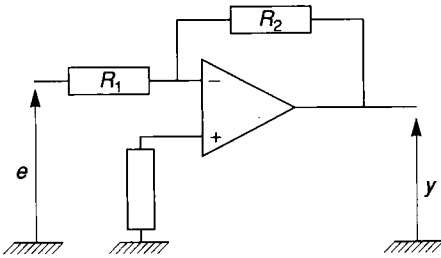


Figure A1.7. - Montage amplificateur opérationnel.

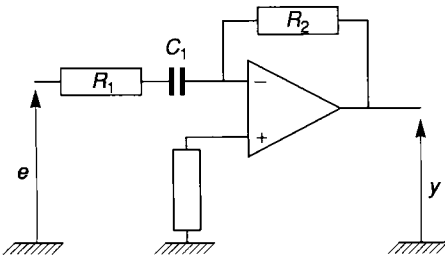
Elle est donnée par  $C(s) = -\frac{Z_2(s)}{Z_1(s)}$ . Ce qui permet de définir les structures suivantes :

**P Proportionnel**



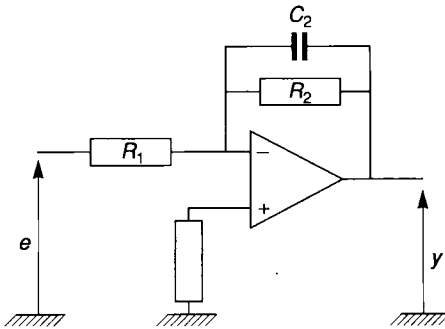
$$C(s) = -\frac{R_2}{R_1}$$

**PD Proportionnel - Dérivé**



$$C(s) = -\frac{R_2 C_1 s}{1 + R_1 C_1 s}$$

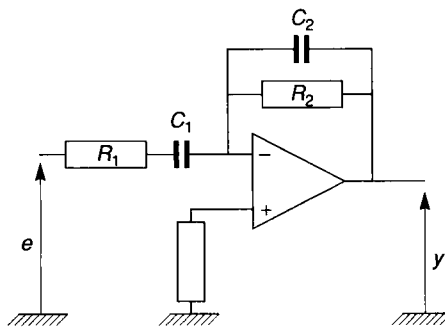
**PI Proportionnel- Intégral**



$$C(s) = -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1 + R_2 C_2 s}$$

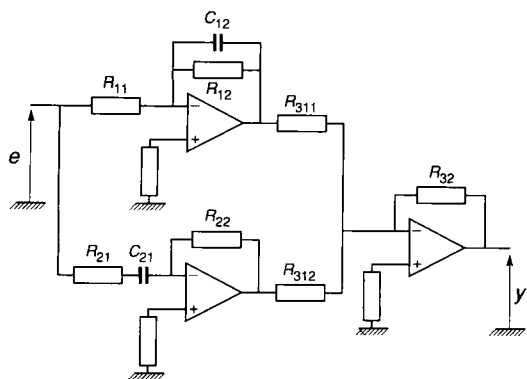
Choisir  $R_2 \gg R_1$  pour se rapprocher d'un intégrateur pur

**PID Structure série**



$$C(s) = -\frac{R_2 C_1 s}{(1 + R_1 C_1 s)(1 + R_2 C_2 s)}$$

### PID Structure parallèle



$$C(s) = \frac{R_{32}}{R_{311}} \left( \frac{R_{12}}{R_{11}} \frac{1}{1 + R_{12}C_{12}s} \right) + \frac{R_{32}}{R_{312}} \left( \frac{R_{22}C_{21}s}{1 + R_{21}C_{21}s} \right)$$

Tableau A1.8. - Correcteurs électroniques.

# Annexe 2 : Localisation et évaluation des bruits dans un asservissement de vitesse d'une machine asynchrone

La prise en compte des bruits est indispensable dans la commande d'un ensemble-convertisseur-machine. Elle conditionne à la fois la robustesse du système corrigé et ses performances. Elle intervient lors de l'identification du procédé et lors de la synthèse des correcteurs. Nous nous proposons de donner ici un bref aperçu des origines de ces bruits.

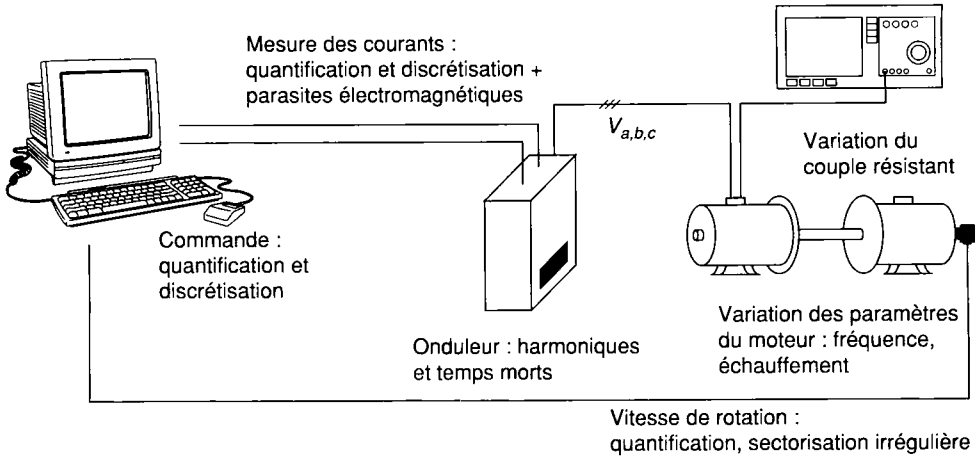


Figure A2.1. - Banc moteur pour machine asynchrone.

## A2.1 Couplage électromagnétique

La compatibilité électromagnétique [MARDIGUIAN 92][IANOVICI 85] met en jeu trois protagonistes :

- la source,
- le couplage,
- la victime.

Les perturbations générées par l'émetteur (la source) sont transmises au système parasite (la victime) par couplage électromagnétique.

Les sources d'émission sont multiples. Citons sans être exhaustifs, les émissions hertziennes (radio, télévision, radio-téléphone), les machines électriques (arcs sous les balais des moteurs à courant continu...), les appareillages électromécaniques (contacteurs, relais...), les convertisseurs statiques et les phénomènes naturels (foudre, décharges électrostatiques...)

Il existe cinq modes de couplage :

- de l'impédance commune. L'impédance de masse, non nulle, génère une tension parasite.
- entre un conducteur et un plan de masse. Il a lieu, par exemple, lorsque des conducteurs passent à proximité d'un châssis métallique.
- d'un courant variable dans un conducteur filaire sur un autre conducteur filaire voisin. Le couplage appelé, dans ce cas, diaphonie, peut être capacitif et/ou inductif. Elle augmente avec la fréquence (et donc avec la raideur des fronts des signaux).
- du champ électrique avec les câbles. Le couplage est d'autant plus grand que le câble est long et que la distance source/victime est faible. Il est très important à proximité des convertisseurs statiques. Les prises de mesure doivent être soignées. Une paire torsadée ou un câble coaxial, avec un blindage relié du côté du capteur et du traitement en HF ou d'un seul côté en BF, améliore souvent la mesure à un moindre coût et sans l'adjonction de filtres supplémentaires.
- du champ magnétique avec les boucles. Le couplage est d'autant plus fort que la surface de la boucle est importante et que la source est proche. Il est souhaitable de torsader les fils pour diminuer la surface active des boucles.

Les problèmes liés à la CEM doivent être pris en compte dès la conception des cartes de commande et des convertisseurs statiques. Ils interviennent dans le choix des topologies, dans la disposition des composants les uns par rapport aux autres, dans la sélection des interrupteurs statiques et de leurs commandes. Ils influent aussi lors des mesures, de leurs conditionnements et de leurs transmissions. Un câble bifilaire ou coaxial adapté dont le blindage est correctement relié amène souvent une amélioration notable. Enfin, ils imposent des sécurités logicielles (watchdog, pagination interdite, code de détection d'erreur).

L'évaluation quantitative, *a priori*, de ces bruits est très complexe. Une lecture des normes sur la susceptibilité électromagnétique donne un aperçu des bandes de fréquences concernées. Mais, seules des mesures des parasites rayonnés et conduits dans les câbles ainsi que dans les différents éléments du système permettent de cerner la réalité de plus près.

## A2.2 Numérisation

### Quantification

Un signal analogique peut prendre une infinité de valeurs entre son maximum et son minimum. Ce signal est quantifié sur un nombre fini de valeurs. Cette dernière opération consiste à

approximer un signal analogique  $x$  en un multiple entier  $n_x$  d'une quantité  $q$  appelée échelon de quantification. Elle introduit donc une erreur  $e = x - n_x \cdot q$ . Cette erreur ne peut excéder  $\pm \frac{q}{2}$ .

### Retard

Le retard dû au temps de transfert du convertisseur analogique numérique et celui amené par la commande introduisent une erreur supplémentaire d'autant plus importante que le taux de variation du signal analogique est grand.

La figure A2. 2 représente l'erreur due aux retards et à la discrétisation.

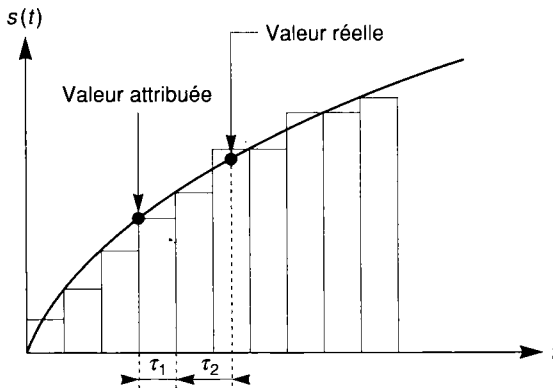


Figure A2.3. - Erreur de numérisation.

### Arrondis

Enfin, les erreurs d'arrondis contribuent à l'erreur globale de discrétisation. Si  $X$  et  $Y$  sont codés sur 8 bits,  $X \cdot Y$  nécessite  $2n$  bits.  $X + Y$  et  $X - Y$  requièrent  $n + 1$  bits. Un codage sur le même nombre de bits provoquera une erreur d'arrondis.

## A2.3 Bruits sur la mesure de la vitesse

### Capteur numérique

Considérons un capteur de vitesse de type incrémental. Il est constitué d'un disque en verre transparent sur lequel sont gravées trois pistes concentriques.  $2A$  secteurs sont répartis sur chacune des deux pistes extérieures décalées elles-mêmes de  $\frac{2\pi}{A}$  radians. Une fourche optique comportant trois capteurs vient lire ces trois pistes. Le capteur délivre deux signaux rectangulaires dont la fréquence dépend de la vitesse de rotation du moteur et un top de synchronisation par tour.

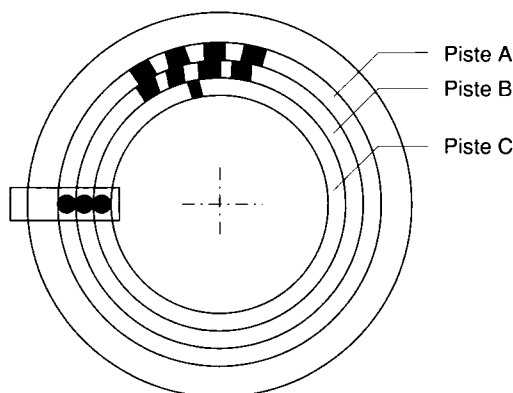


Figure A2.4. - Capteur incrémental.

Deux méthodes permettent la mesure de la vitesse.

- compter le nombre d'impulsions générées par le capteur en un temps donné,
- compter le nombre de tops d'une horloge de fréquence  $f_h$  (période  $T_h$ ) durant un nombre  $M$  donné d'impulsions délivrées par le capteur

Dans ce dernier cas, évaluons l'erreur de mesure. L'erreur maximale sur la mesure est la différence entre la vitesse correspondant à  $N$  impulsions et celle donnée par  $N + 1$  impulsions.

$$\Delta\Omega_1 = \frac{\Omega^2 2\pi T_h}{\theta + 2\pi T_h \Omega} \text{ avec } \theta = \frac{2\pi}{A} \text{ et pour } M = 1 \quad (\text{A2.1})$$

avec  $\Delta\Omega_1$  en tr/s

Si l'on dispose d'un compteur de  $n$  bits pour décompter le nombre d'impulsions, la valeur minimale mesurable est :

$$\Omega_{\min} = \frac{f_h}{A(2^n - 1)} \text{ pour } M = 1 \quad (\text{A2.2})$$

avec  $\Omega_{\min}$  en tr/s

En effet pour  $\frac{1}{A}$  tours, le maximum d'impulsions d'horloge est  $2^n - 1$ .

Cette limite peut être diminuée en enregistrant le nombre de débordements du compteur.

Les tolérances de fabrication introduisent une incertitude angulaire  $\beta$  sur la sectorisation. L'erreur amenée est :

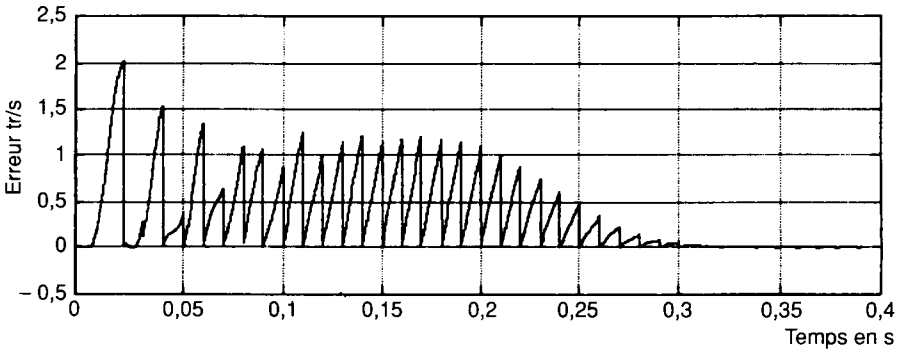
$$\Delta\Omega_2 = \frac{\beta}{\theta} \Omega \quad (\text{A2.3})$$

Mais cette erreur est sensiblement diminuée si la fréquence des impulsions délivrées par le capteur est divisée par deux. En effet sur une demi-période, elle est de l'ordre de 20 %. Par contre, l'incertitude sur la période complète est inférieure à  $\frac{1}{2000}$ .



Avec cette méthode de mesure, l'angle parcouru est divisé par le temps correspondant. Cela donne une valeur moyenne de la vitesse. Cela provoque une erreur durant les phases d'accélération et de décélération. Celle-ci est d'autant plus importante que la vitesse est faible (et donc que  $NT_h$  est grand) :

$$\Delta\Omega_3 = \frac{1}{2} \left( \frac{d\Omega}{dt} \right) NT_h \quad (\text{A2.4})$$



*Figure A2.5. - Représentation de l'erreur de vitesse lors d'un démarrage moteur.*

Le calcul des retards (voir chapitre A2.2) dépend de la fréquence d'échantillonnage mécanique. Cette dernière est souvent un sous-multiple de celle des autres grandeurs (électriques et magnétiques). Les retards obtenus peuvent induire de grossières erreurs sur les machines à faible inertie.

### **Capteurs analogiques**

Ce sont des génératrices à courant continu excitées par des aimants permanents et fonctionnant à vide. Leur f.e.m. est alors proportionnelle à la vitesse.

Ces capteurs de vitesse ont un triple inconvénient :

- ils sont très bruités (variation de réluctance, pulsation de denture, influence du collecteur) [LACROUX 85] et sensibles aux variations de température,
- ils sont chers,
- ils ont une dynamique relativement mauvaise.

Tous ces inconvénients freinent sensiblement leur utilisation en traction électrique.

## A2.4 Influence de la modulation de largeurs d'impulsions implantée sur l'onduleur

Le spectre des tensions de commande d'une MLI vectorielle est constitué de groupes de raies centrés autour des multiples de la fréquence d'échantillonnage  $f_e$ . Ces raies sont distantes de la fréquence du fondamental  $f_s$ . L'enveloppe des harmoniques décroît en  $1/f$ .

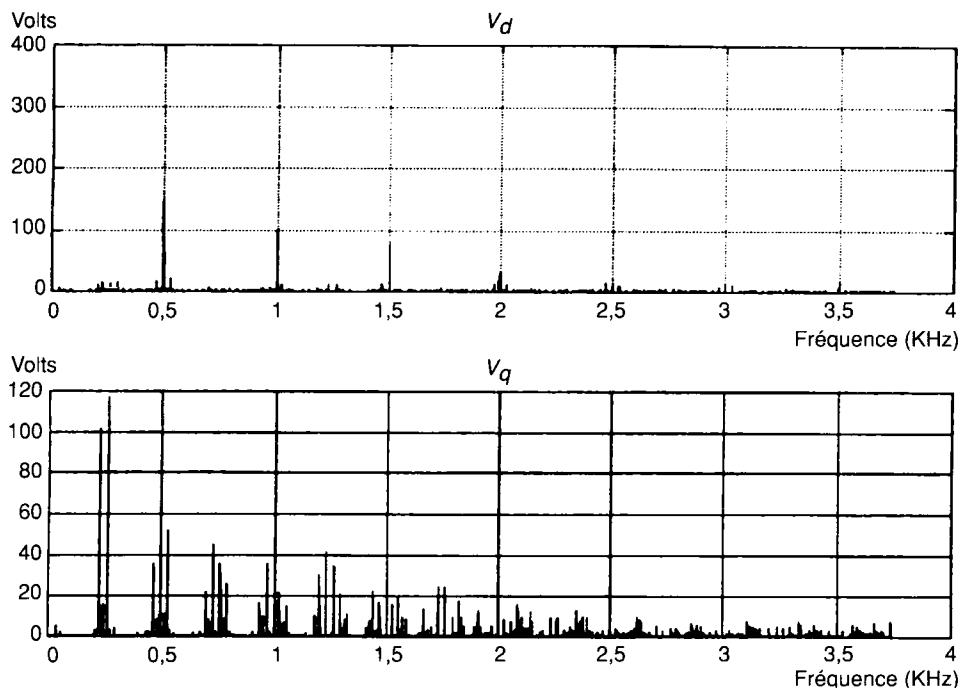


Figure A2.6. - Spectre des tensions dans un repère  $dq$  lié au stator d'une MLI vectorielle.

L'excitation est aussi perturbée par la présence des temps morts introduits pour éviter les courts-circuits de branche dans l'onduleur. Durant ces périodes, la tension de sortie dépend du sens du courant.

## A2.4 Influence d'une mauvaise orientation du repère dans une commande vectorielle

En contrôle vectoriel, les grandeurs de commande sont en général calculées dans un repère  $dq$  tournant. Une période d'échantillonnage trop grande ou une mauvaise résolution du capteur de

vitesse ou de position rotorique provoque une erreur sur la position de ce repère. Cela induit une désorientation du flux et des pulsations du couple. À la limite, le système peut être déstabilisé.

Classiquement, l'erreur de position est compensée en prenant, à l'instant  $n$ , un angle  $\theta = \theta_n + \omega_n \frac{T_{ech}}{2}$  où  $\omega_n$  désigne, à l'instant  $n$ , la vitesse de rotation du repère  $d, q$  par rapport au repère  $\alpha, \beta$  lié au stator et  $q_n$  l'angle évalué à l'instant  $n$ .

La figure A2.7 représente l'influence d'une désorientation de repère due à un écart angulaire de  $\omega_e T_{ech}/4$  dans une commande vectorielle découplée en tension. La fréquence d'échantillonnage est de 2 kHz et la pulsation statorique est  $100\pi$  rd/s. Elle met en évidence les oscillations de couple et la réapparition d'un couplage entre les axes  $d$  et  $q$ .

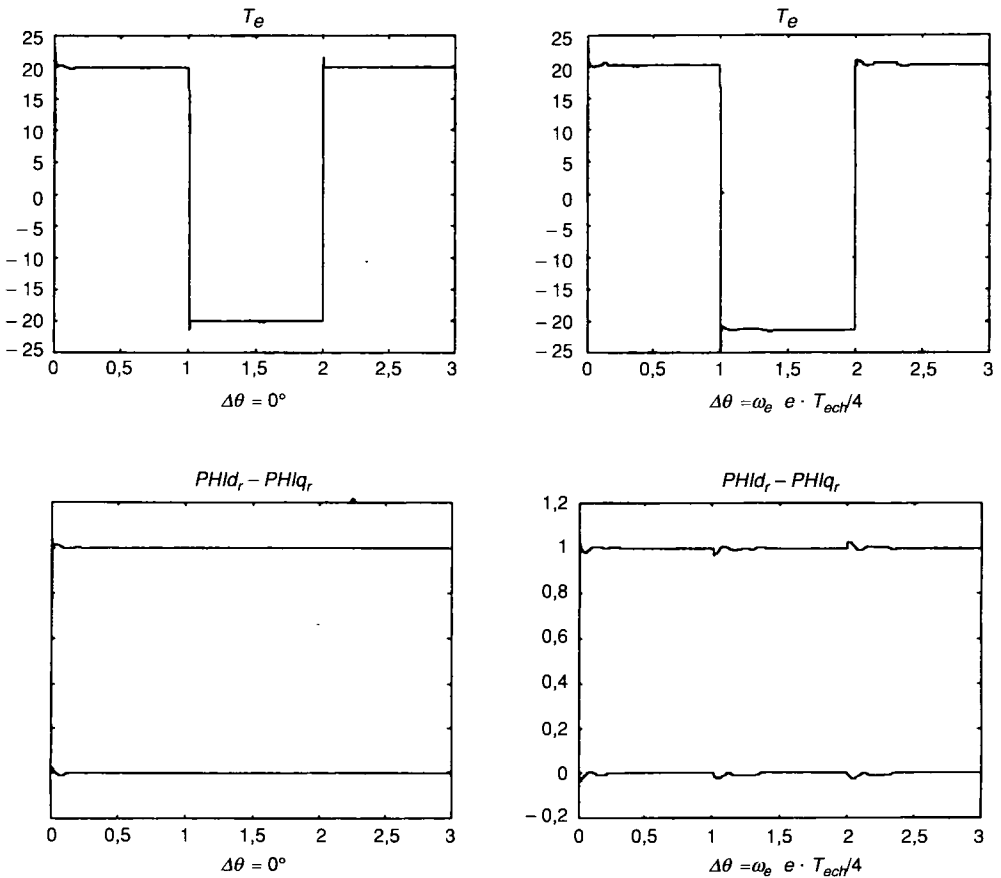


Figure A2.7. - Influence d'une erreur sur l'orientation du repère  $d, q$ .

# Annexe 3 : Rappels sur les signaux aléatoires

## A3.1 Variables et vecteurs aléatoires

### A3.1.1 Définitions et propriétés

#### A3.1.1.1 Signal aléatoire, variable aléatoire

Un signal aléatoire  $x(t)$  est un signal dont le comportement temporel ne peut être prédit de façon déterministe. À chaque instant  $t_i$ , ce signal est représenté par une variable aléatoire  $X_i$ . Un vecteur aléatoire de dimension  $n$  est constitué de  $n$  variables aléatoires. Il peut être construit, par exemple, à partir du signal  $x(t)$  considéré à  $n$  instants distincts. Nous allons décrire les propriétés statistiques des variables et des vecteurs aléatoires.

Un signal aléatoire est dit stationnaire (au sens strict) si toutes ses propriétés sont invariantes dans le temps. Plus restrictivement, un signal est stationnaire d'ordre  $n$  si ses propriétés statistiques d'ordre inférieur ou égal à  $n$  sont invariantes dans le temps. Par exemple, un signal est stationnaire d'ordre 2 si sa moyenne et sa variance sont indépendantes du temps.

#### A3.1.1.2 Propriétés temporelles

Soit  $x(t)$  un signal réel aléatoire stationnaire. Ses propriétés temporelles sont caractérisées par les expressions suivantes :

Moyenne temporelle :

$$\bar{x} = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt \quad (\text{A3.1})$$

Fonction d'autocorrélation :

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)x(t + \tau) dt \quad (\text{A3.2})$$

Fonction d'intercorrélation :

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)y(t + \tau) dt \quad (\text{A3.3})$$

Remarque : si le signal n'est pas stationnaire, il faut définir :  $R_{xx}(t, \tau)$  et  $R_{xy}(t, \tau)$ .

### A3.1.1.3 Propriétés statistiques d'une variable aléatoire

#### Densité de probabilité

Soit  $X_i$  une variable aléatoire. La fonction de répartition est définie par :

$$F(x) = Pr(X_i < x) \text{ en notant } Pr \text{ la probabilité} \tag{A3.4}$$

et la densité de probabilité par :

$$p(x) = \frac{\partial F(x)}{\partial x} \tag{A3.5}$$

#### Moments du premier ordre

moyenne statistique :

$$m_{X_i} = E(X_i) = \int_{-\infty}^{+\infty} xp(x)dx \tag{A3.6}$$

moments de degré  $n$  :

$$E(X_i^n) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^n p(x)dx \tag{A3.7}$$

moments centrés de degré  $n$  :

$$E((X_i - m_{X_i})^n) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - m_x)^n p(x)dx \tag{A3.8}$$

$\sigma_{x_i}^2 = E[(X_i - m_{x_i})^2]$  désigne la variance de la variable aléatoire  $X_i$  (scalaire),  $\sigma_{x_i}$  son écart type.

#### Moments du second ordre

Soient deux variables aléatoires  $X_i$  et  $X_j$  et  $p(x,y)$  la densité de probabilité conjointe (définie

$$\text{par } p(x, y) = \frac{\partial^2 Pr(X_i < x \text{ et } X_j < y)}{\partial x \partial y})$$

Corrélation :

$$R_{X_i, X_j} = E(X_i X_j) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot y \cdot p(x, y)dx \tag{A3.9}$$

Covariance :

$$\Sigma_{X_i, X_j} = E\left[(X_i - m_{X_i})(X_j - m_{X_j})\right] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (x - m_{X_i}) \cdot (y - m_{X_j}) \cdot p(x, y) dx dy \tag{A3.10}$$

#### Fonction caractéristique

Soit  $\varphi(u)$  la fonction caractéristique associée à  $X_j$ .

La fonction  $\varphi$  est définie par :  $\varphi(u) = E(e^{iuX_j})$  avec  $i^2 = -1$

Soit 
$$\varphi(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(x) \cdot e^{iux} \cdot dx \quad (\text{A3.11})$$

On peut alors calculer les moments d'ordre  $n$  par :

$$E(X_j^n) = \frac{1}{i^n} \left[ \frac{d^n \varphi}{du^n} \right]_{u=0} \quad (\text{A3.12})$$

### Variables aléatoires indépendantes

Deux variables aléatoires  $X_i$  et  $X_j$  sont statistiquement indépendantes si et seulement si

$$p(x,y) = f(x) \cdot g(y)$$

avec  $f(x) = \int_{+\infty}^{+\infty} p(x, \beta) d\beta$  et  $g(y) = \int_{+\infty}^{+\infty} p(\alpha, y) d\alpha$  et  $p(x,y)$  la densité de probabilité conjointe.

### Propriétés

$$\sigma^2_{X_i+X_j} = \sigma^2_{X_i} + \sigma^2_{X_j}$$

$$R_{X_i X_j} = m_{X_i} m_{X_j}$$

### Combinaison linéaire de deux variables aléatoires

Soient deux variables aléatoires  $X_i$  et  $X_j$ . Posons  $Y = aX_i + bX_j$

$$R_{YY} = a^2 R_{X_i X_i} + b^2 R_{X_j X_j} + 2a \cdot b \cdot m_{X_i} m_{X_j} \quad (\text{A3.13})$$

## A3.1.1.4 Propriétés statistiques d'un vecteur aléatoire

### Densité de probabilité

Soit  $X$  un vecteur aléatoire de dimension  $n$  :

$$X = [X_1, X_2, \dots, X_n] \quad (\text{A3.14})$$

La fonction de répartition est définie par :

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = Pr((X_1 < x_1) \text{ et } (X_2 < x_2) \text{ et } \dots \text{ et } (X_n < x_n)) \quad (\text{A3.15})$$

et la densité de probabilité par :

$$p(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{\partial^n F(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_1 \partial x_2 \dots \partial x_n} \quad (\text{A3.16})$$

### Transformation d'un vecteur aléatoire

Soit  $Y = f(X)$  avec  $f$  une fonction de  $\mathbf{R}^n$  dans  $\mathbf{R}^n$  et  $X$  un vecteur aléatoire de dimension  $n$ .

Alors 
$$p(Y) = |J|.p(X)_{X=f^{-1}(Y)} \tag{A3.17}$$

avec le Jacobien 
$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial y_1} & \frac{\partial x_1}{\partial y_2} & \dots & \frac{\partial x_1}{\partial y_n} \\ \frac{\partial x_2}{\partial y_1} & & & \frac{\partial x_2}{\partial y_n} \\ \dots & & & \\ \frac{\partial x_n}{\partial y_1} & & & \frac{\partial x_n}{\partial y_n} \end{vmatrix} \tag{A3.18}$$

**Propriétés d'un vecteur aléatoire**

La moyenne statistique ou espérance mathématique est donnée par :

$$m_X = E(X) = \begin{pmatrix} E(X_1) \\ E(X_2) \\ \dots \\ E(X_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \dots \\ m_n \end{pmatrix} \text{ avec } E(X_i) = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} x_i p(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n \tag{A3.19}$$

La matrice de covariance (n x n) est donnée par :

$$\Sigma_X = E[(X-m)(X-m)^T] = \begin{pmatrix} E[(X_1 - m_1)^2] & E[(X_1 - m_1)(X_2 - m_2)] & \dots \\ E[(X_2 - m_2)(X_1 - m_1)] & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & E[(X_n - m_n)^2] \end{pmatrix} \tag{A3.20}$$

**Fonction caractéristique**

Notons  $X = \begin{bmatrix} X_1 \\ \dots \\ X_n \end{bmatrix}$  le vecteur aléatoire.

Soit  $\varphi(u_1, \dots, u_n)$  la fonction caractéristique associée à X. Notons  $u = \begin{bmatrix} u_1 \\ \dots \\ u_n \end{bmatrix}$

La fonction  $\varphi$  est définie par :  $\varphi(u_1, \dots, u_n) = \varphi(u) = E(e^{iu^T X})$  avec  $i^2 = -1$

Soit 
$$\varphi(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(X) \cdot e^{iu^T X} \cdot dX_1 dX_2 \dots dX_n \tag{A3.21}$$

**Transformation linéaire d'un vecteur aléatoire**

Soit X un vecteur aléatoire de dimension  $n_X$ .

Soit  $Y$  vecteur aléatoire de dimension  $n_Y$  obtenu par une transformation linéaire  $Y = AX + b$  avec  $A$  et  $b$  déterministes.

- Transformation de la moyenne  $m_Y = A.m_X + b$  (A3.22)

- Transformation de la matrice de covariance  $\Sigma_Y = A.\Sigma_X.A^T$  (A3.23)

### A3.1.1.5 Ergodicité

Un processus est ergodique d'ordre  $n$  si ses propriétés statistiques et temporelles d'ordre inférieur ou égal à  $n$  sont confondues. Par exemple, pour un processus ergodique d'ordre 1, ses moyennes temporelles et statistiques sont confondues.

## A3.1.2 Variable aléatoire et Vecteur Gaussien

Une variable aléatoire est gaussienne si sa densité de probabilité est de la forme :

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} \exp\left(-\frac{(x - m_x)^2}{2\sigma_x^2}\right) \quad (\text{A3.24})$$

Un vecteur aléatoire gaussien de dimension  $n$  est un vecteur ayant une densité de probabilité définie par :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n \det(\Sigma)}} \exp\left(-\frac{1}{2}(x - m)^T \Sigma^{-1}(x - m)\right) \quad (\text{A3.25})$$

Chaque composante d'un vecteur Gaussien est une variable aléatoire gaussienne

Les transformations A3.22 et A3.23 permettent de montrer [DIEULESAINT 90] que sa fonction caractéristique a pour expression :

$$\varphi(u) = \exp(i.u^T m - \frac{1}{2} u^T \Sigma u) \quad (\text{A3.26})$$

La plupart des bruits physiques sont représentés par des caractéristiques de ce type. Ils sont en particulier utilisés pour la définition des filtres de Kalman.

## A3.2 Lois de probabilité conditionnelle

### A3.2.1 Définition

Soient  $X$  et  $Y$  deux variables aléatoires.

On note  $p(x|y)$  la densité de probabilité conditionnelle liée à la fonction de répartition  $F(x|y)$  :



$$F(x | y) = \Pr(X < x | Y = y) = \frac{\int_{-\infty}^x p(\alpha, y) d\alpha}{\int_{-\infty}^{+\infty} p(\alpha, y) d\alpha} \quad (A3.27)$$

avec  $p(\alpha, \beta)$  densité de probabilité associée à la variable aléatoire bidimensionnelle  $(X, Y)$ .

### A3.2.2 Propriétés

$$p(x | y) = \frac{p(y, x)}{g(y)} \text{ et } p(y | x) = \frac{p(x, y)}{f(x)}$$

$$\text{avec } f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(x, \beta) d\beta \text{ et } g(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(\alpha, y) d\alpha \quad (A3.28)$$

$f(x)$  et  $g(y)$  sont les lois de probabilité marginale.

D'où 
$$p(x | y) = \frac{p(y | x)f(x)}{g(y)} \quad (A3.29)$$

## A3.3 Séquence binaire pseudo-aléatoire

Une séquence binaire pseudo-aléatoire est un signal déterministe permettant d'approcher un bruit blanc (par rapport à la bande passante du processus). Il est construit à l'aide d'un registre à décalage constitué de  $n$  bits.

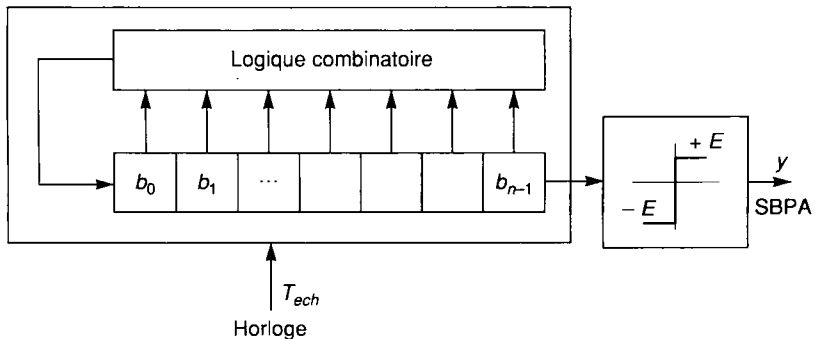


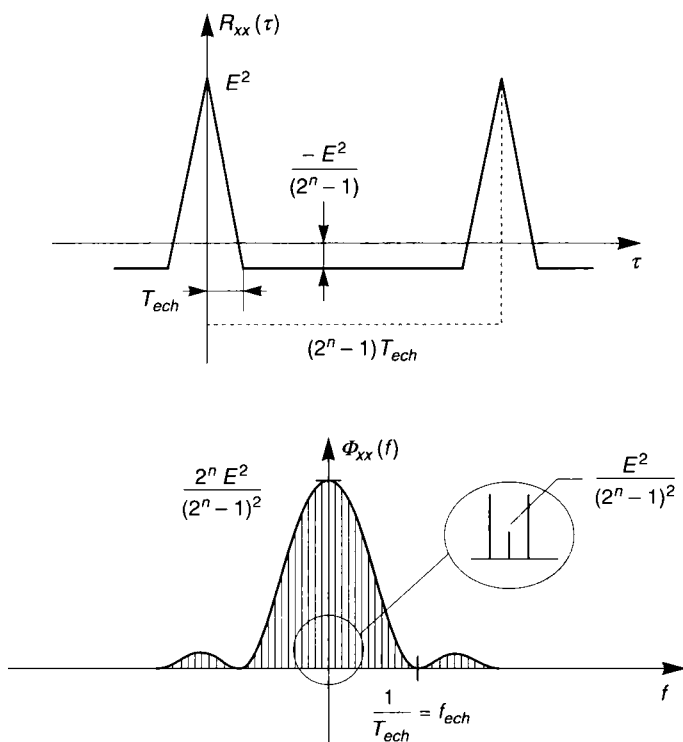
Figure A3.1. - Construction d'une séquence binaire pseudo-aléatoire.

Le bloc logique dépend du nombre d'étages du registre à décalage :

$n$	Fonction logique (ou exclusif noté XOR)
3	$b_1 \text{ XOR } b_2$
4	$b_2 \text{ XOR } b_3$
5	$b_2 \text{ XOR } b_4$
6	$b_4 \text{ XOR } b_5$
7	$b_3 \text{ XOR } b_6$
8	$((b_1 \text{ XOR } b_2) \text{ XOR } b_3) \text{ XOR } b_7$
9	$b_4 \text{ XOR } b_8$
10	$b_2 \text{ XOR } b_9$

**Tableau A3.1. - Description du bloc logique.**

La séquence obtenue est un signal périodique de période  $(2^n - 1)T_{ech}$ . Ses propriétés statistiques sont décrites sur la figure suivante :



**Figure A3.2. - Fonction d'autocorrélation et densité spectrale.**

Le spectre de la SBPA est constitué de raies espacées de  $\frac{2\pi}{(2^n - 1)T_{ech}}$ .

La pulsation de coupure à - 3 dB est donnée par :  $\omega_c = \frac{2.09}{T_{ech}}$ .

Pour des compléments d'information, le lecteur se reportera utilement aux références [BELLANGER 90][BORNE 92A][DE COULON 94] et surtout [DIEULESAINT 90].

# Annexe 4 : Hyperstabilité

Le lecteur trouvera les démonstrations des propriétés sur l'hyperstabilité et les fonctions réelles positives dans [POPOV 73]. Dans ce paragraphe, on note  $A^*$  la matrice conjuguée de la transposée de  $A$ .

## A4.1 Hyperstabilité

**Définitions : classes  $M_1$  et  $M_2$ , propriétés  $H_1$  et  $H_2$ , hyperstabilité**

Soit un système linéaire  $P$  mono entrée de la forme

$$\frac{dx}{dt} = A \cdot x + bu \quad \text{avec } A \text{ matrice de dimension } nxn \text{ et } b \text{ un vecteur de dimension } n \quad (\text{A4.1})$$

associé à la fonction

$$\eta(0, t_1) = [x^* Jx]_0^{t_1} + \int_0^{t_1} (xuu^* + u^* l^* x + x^* lu + x^* Mx) dt = \int_0^{t_1} z^* Dz dt \quad (\text{A4.2})$$

avec

$$z = \begin{pmatrix} \frac{dx}{dt} \\ y \\ x_{(n)} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & J_{(nxn)} \\ 0 & \chi & l^* \\ J & l_{(n)} & M_{(nxn)} \end{bmatrix}_{(pxp)} \quad (\text{A4.3})$$

avec  $\chi$  réel et  $J$  et  $M$  matrices hermitiennes (La matrice  $Q$  est hermitienne si et seulement si  $Q^* = Q$  en notant  $Q^*$  la matrice conjuguée de  $Q^T$ ).

$$F = \begin{bmatrix} -[I] & b & A \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{(pxp)} \quad (\text{A4.4})$$

L'équation (A4.1) s'écrit  $Fz = 0$ .

On définit la fonction caractéristique

$$\begin{aligned} X(\lambda, \sigma) &= \chi + l^* (\sigma[I] - A)^{-1} b + b^* (\lambda[I] - A^*)^{-1} l + \\ & b^* (\lambda[I] - A^*)^{-1} (M + (\lambda + \sigma)J) (\sigma[I] - A)^{-1} b \end{aligned} \quad (\text{A4.5})$$

et le polynôme caractéristique

$$\Pi(\lambda, \sigma) = \frac{1}{\gamma} \det(\lambda [I] - A^*) X(\lambda, \sigma) \det(\sigma[I] - A) \tag{A4.6}$$

où  $\gamma$  normalise le polynôme.

Une fonction  $\alpha$  de  $C^p$  dans  $R^+$  est dite de **classe  $M_i$**  s'il existe une fonction continue  $\rho$  de  $R$  dans  $R$ , positive sur  $R^+$ , tendant vers 0 à l'origine et pour laquelle :

$$\forall \chi_0 \geq 0 \quad \alpha(z) \leq \chi_0 \Rightarrow \|z\| \leq \rho(\chi_0) \tag{A4.7}$$

Une fonction  $\beta$  de  $C^p$  dans  $R^+$  est dite de **classe  $M_s$**  s'il existe une fonction continue  $\gamma$  de  $R$  dans  $R$ , positive sur  $R^+$  tendant vers 0 à l'origine et pour laquelle :

$$\forall \rho_0 \geq 0 \quad \|z\| \leq \rho_0 \Rightarrow \beta(z) \leq \gamma(\rho_0) \tag{A4.8}$$

Le système  $P$  est **hyperstable** si et seulement s'il existe une fonction  $\alpha$  de classe  $M_i$  et trois fonctions  $\beta, \gamma, \delta$  de classe  $M_s$  telles que :

**1. (propriété  $H_s$ )**

Pour tout intervalle  $[t_0, T_0]$  avec  $t_0 < T_0$  et pour toute solution de  $P$  dans  $[t_0, T_0]$ , il existe une constante  $\beta_0$  positive

$$\eta(t_0, t) \leq \beta_0^2 \text{ pour tout } t \text{ dans } [t_0, T_0]. \Rightarrow \alpha(x(t)) \leq \beta_0 + \beta(x(t_0))$$

pour tout  $t$  dans  $[t_0, T_0]$ .

**2. (propriété  $H_p$ )**

Pour tout intervalle  $[t_0, T_0]$  avec  $t_0 < T_0$  et pour toute solution de  $P$  dans  $[t_0, T_0]$  :

$$\eta(t_0, t) \geq -[\gamma(x(t_0))]^2 - \delta(x(t_0)) \sup_{t_0 \leq \tau \leq t} \alpha(x(\tau))$$

pour tout  $t$  dans  $[t_0, T_0]$ .

**Théorèmes**

**Th 1 :**

Soit  $S$  une matrice non singulière.

Soit  $\rho$  un scalaire non nul,  $q$  un vecteur de dimension  $n$  et  $R$  et  $N$  deux matrices hermitiennes de dimension  $n \times n$ .

Soit 
$$T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & N \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{A4.9}$$

Soit une matrice  $S = \begin{pmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & \rho & -\rho q^* \\ 0 & 0 & R \end{pmatrix}_{(p \times p)}$  non singulière ( $\det(S)$  non nul). (A4.10)

Soit un nouveau système caractérisé par  $\tilde{F}$  et  $\tilde{D}$  avec :

$$\tilde{D} = (S^{-1})^* (D + T^* F + F^* T) (S^{-1}) \quad (\text{A4.11})$$

$$\tilde{F} = SFS^{-1} \quad (\text{A4.12})$$

Si  $x$  et  $u$  sont solutions A4.1 et A4.2 alors  $\tilde{u} = \rho u - \rho q^* x$  et  $\tilde{x} = Rx$  est solution du nouveau système :

$$\frac{d\tilde{x}}{dt} = \tilde{A} \cdot \tilde{x} + \tilde{b}\tilde{u} \quad \text{et} \quad \tilde{z}^* \tilde{D}\tilde{z} = z^* Dz \quad (\text{A4.13})$$

et

$$\Pi(\lambda, \sigma) = \tilde{\Pi}(\lambda, \sigma) \quad (\text{A4.14})$$

**Th 2 :**

Soient  $B_1$  et  $B_2$  deux blocs hyperstables.

Alors la somme des blocs (définie par  $\eta = \eta_1 + \eta_2$ ) est hyperstable.

**Définition : propriétés  $h_s$  et  $h_p$**

Soit un système défini par A4.1 et A4.2.

**1. (propriété  $h_s$ )**

Il satisfait la propriété  $h_s$  si et seulement si :

il existe une constante  $\delta$  positive telle que pour toute solution  $(u, x)$  de A4.1 et A4.2

$$\begin{aligned} \forall \beta_1 \geq 0 \quad \forall \beta_2 \geq 0 \quad \forall T > 0 \quad \eta(0, t_1) &\leq \beta_1^2 + \beta_2 \sup_{0 \leq t \leq t_1} \|x(t)\|, \quad \forall t_1 \text{ dans } [0, T] \\ \Rightarrow \|x(t)\| &\leq \delta(\beta_1 + \beta_2 + \|x(0)\|), \quad \forall t \text{ dans } [0, T] \end{aligned} \quad (\text{A4.15})$$

**2. (propriété  $h_p$ )**

Il satisfait la propriété  $h_p$  si et seulement si :

il existe deux constantes  $\beta_3$  et  $\beta_4$  positives telles que pour toute solution  $(u, x)$  de A4.1 et A4.2

$$\eta(0, t_1) \geq -\beta_3 \|x(0)\|^2 - \beta_4 \|x(0)\| \sup_{0 \leq t \leq t_1} \|x(t)\| \quad \text{pour tout } t_1 \text{ positif} \quad (\text{A4.16})$$

**Théorème**

**Th 3 :**

Si un système de la forme A4.1 et A4.2 possède les propriétés  $h_s$  et  $h_p$  alors il est hyperstable.

**Th 4 :**

Si le système décrit par les équations A4.1 et A4.2 possède les propriétés suivantes :

1. Pour toute condition initiale  $x(0) = x_0$ , il existe une solution  $(u, x)$  de A4.1 définie pour  $t$  positif et satisfaisant  $\eta(0, t_1) \leq 0$  pour tout  $t_1$  positif et  $\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t) = 0$ ,
2.  $b$  est non nul,
3. le polynôme caractéristique n'est pas identiquement nul,

alors les propositions suivantes sont équivalentes :

1. le système est hyperstable,
2. Les propriétés  $h_s$  et  $h_p$  sont satisfaites,
3.  $X(-i\omega, i\omega) \geq 0$  pour tout  $\omega$  tel que  $\det(i\omega[I] - A) \neq 0$ ,
4. La propriété  $h_s$  est satisfaite pour  $\beta_1 = 0, \beta_2 = 0$  et  $T$  tendant vers  $+\infty$ ,
5. La propriété  $h_p$  est satisfaite pour  $x(0) = 0$ .

**Définition**

Soit un système  $P$  défini par les équations A4.17 et A4.18 :

$$\text{équation d'état} \quad \frac{dx}{dt} = f(x, u, t) \tag{A4.17}$$

$$\text{équation de sortie} \quad y = g(x, u, t) \tag{A4.18}$$

avec  $x$  de dimension  $n$ ,  $u$  et  $y$  de dimension  $m$ ,  $f$  et  $g$  continues par morceaux par rapport à  $x$ ,  $u$  et  $t$ .

On étudie les solutions du système  $P$  dans l'intervalle  $[t_0, T_0]$ .

On associe à  $P$  le système  $P_1$  :

$$\text{équation d'état} \quad \frac{dx}{dt} = f(x, u, t) \tag{A4.19}$$

et la fonction

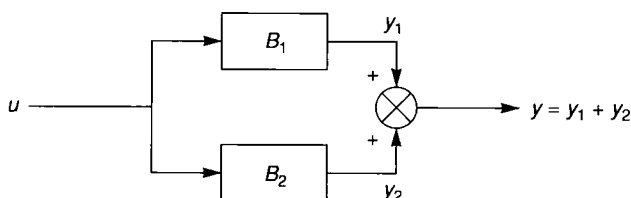
$$\eta : t_1 \rightarrow \eta(t_0, t_1) = Re \left( \int_{t_0}^{t_1} u^*(t)y(t)dt \right) = \int_{t_0}^{t_1} \left( \frac{1}{2} u^*(t)y(t) + \frac{1}{2} y^*(t)u(t) \right) dt$$

pour tout  $t_1$  dans  $[t_0, T_0]$ .

$P$  est hyperstable si et seulement si  $P_1$  est hyperstable.

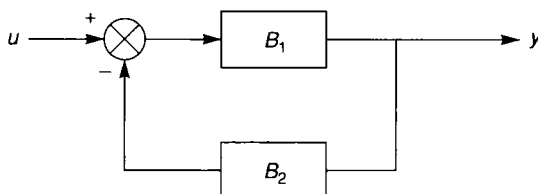
**Théorème**

**Th 5 :** Si  $B_1$  et  $B_2$  définis par des équations du type A4.17 et A4.18 sont deux blocs hyperstables alors le système représenté par la figure A4.1 est hyperstable.



**Figure A4.1. - Blocs connectés en parallèle.**

**Th 6 :** Si  $B_1$  et  $B_2$  définis par des équations du type A4.17 et A4.18 sont deux blocs hyperstables alors le système représenté par la figure A4.2 est hyperstable.



**Figure A4.2. - Blocs avec contre-réaction négative.**

**Th 7 :** Si  $P$  est un système hyperstable défini par des équations du type A4.17 et A4.18 alors  $x(t) = 0$  est une solution stable au sens de Lyapounov de

$$\frac{dx}{dt} = f(x, 0, t) \quad (\text{entrée } u = 0) \quad (\text{A4.20})$$

Toutes les solutions de A4.20 sont bornées.

## A4.2 Fonctions réelles positives

### Définition : Fonctions réelles positives

Une fonction rationnelle  $F(s) = \frac{B(s)}{A(s)}$  de  $\mathcal{C}$  dans  $\mathcal{R}$  (où  $A$  et  $B$  sont deux polynômes à coefficients complexes) est dite réelle positive si et seulement si :

1.  $F(s)$  est réelle pour  $s$  réel



2.  $Re(F(s)) \geq 0$  pour tout  $s$  où  $F(s)$  est défini et tel que  $Re(s) > 0$

Si  $A$  et  $B$  sont à coefficients réels la première condition est automatiquement vérifiée.

$F$  est dite strictement réelle positive si et seulement s'il existe un réel  $\varepsilon > 0$  tel que  $F(s - \varepsilon)$  soit réelle positive.

**Théorèmes**

**Th 8 :**

$F$  est réelle positive si et seulement si les conditions suivantes sont toutes vérifiées :

1.  $Re(F(i\omega)) \geq 0$  est satisfaite pour tout  $\omega$  tel que  $F(i\omega)$  soit non nul
2.  $F$  n'a pas de pôles dans le demi plan droit  $Re(s) > 0$ ,
3. Si  $F$  a des pôles sur l'axe imaginaire, ils sont simples et leurs résidus sont réels et positifs.

**Th 9 :**

Soit le système linéaire mono-entrée / mono-sortie défini par

$$\frac{dx}{dt} = A \cdot x + bu \text{ avec } A \text{ matrice de dimension } nxn \text{ et } b \text{ un scalaire} \quad (A4.21)$$

$$y = c^*x + du \text{ avec } c \text{ un vecteur de dimension } n \quad (A4.22)$$

associé à la fonction

$$\eta(0, t_1) = Re \left( \int_0^{t_1} u^* y dt \right) = \int_0^{t_1} \left( Re(d)uu^* + \frac{1}{2}u^*c^*x + \frac{1}{2}x^*cu \right) dt \quad (A4.23)$$

Si le système décrit par les équations A4.21 et A4.22 possède les propriétés suivantes :

1. Pour toute condition initiale  $x(0) = x_0$ , il existe une solution  $(u, x)$  de A4.1 définie pour  $t$  positif et satisfaisant  $\eta(0, t_1) \leq 0$  pour tout  $t_1$  positif et  $\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t) = 0$ ,
2.  $b$  est non nul,
3.  $2Re(d) + c^*([I]-A)^{-1}b$  n'est pas identiquement nul,

alors les propositions suivantes sont équivalentes :

1. le système est hyperstable,
2. La fonction de transfert  $F(s) = d + c^*(s[I]-A)^{-1}b$  du système vérifie  $Re(F(i\omega)) \geq 0$  pour tout  $\omega$  tel que  $\det(i\omega[I] - A) \neq 0$ ,
3.  $X(-i\omega, i\omega) \geq 0$  pour tout  $\omega$  tel que  $\det(i\omega[I] - A) \neq 0$
4. La propriété  $h_s$  est satisfaite pour  $\beta_1 = 0, \beta_2 = 0$  et  $T$  tendant vers  $+\infty$ ,
5. La propriété  $h_p$  est satisfaite pour  $x(0) = 0$ ,
6. La fonction de transfert  $F$  est réelle positive.

Remarque  $X(\lambda, \sigma) = \frac{1}{2}(\bar{F}(\lambda) + F(\sigma))$  où  $\bar{F}$  désigne le conjugué de  $F$

Si, de plus la fonction de transfert  $F$  est réelle strictement positive alors le système est asymptotiquement hyperstable.

Moyennant quelques modifications, tous ces théorèmes peuvent être étendus au cas des systèmes multi entrées ou discrets.



# Index

## A

---

Accélération  
  impulsionnelle, 154  
  initiale, 156  
Actionneur électromécanique, 3  
Adiabatique, 127  
Algorithme  
  de Leverrier, 429  
  du gradient, 391  
Alimentation, 68  
  en courant, 249, 255, 279, 284  
  en tension, 244, 257, 281, 289, 297  
Alnico, 15  
Amortissement, 54, 56, 82, 104  
  électromagnétique, 145  
  intrinsèque, 145  
Angle  
  d'avance ou de garde, 269  
  d'empiètement, 269-270  
  de calage, 212  
  de décalage interne, 262  
Arc polaire, 70  
ARMAX, 176, 180, 182-183  
Arrondis, 442  
ARX, 176, 181  
Asservissement, 363, 365  
Asymptotiquement hyperstable, 406, 461  
Autocorrélation, 447  
Autopilotage, 68-69, 238, 240, 246-248, 250,  
  271-272

Axe  
  interpolaire, 44  
  polaire, 44  
  d et q, 44

## B

---

Bague de Frager, 38  
Biais, 166, 179  
BJ, 176  
Bode, 341  
Boucle à verrouillage de phase, 355  
Bruits, 372  
  corrélés, 332  
  Gaussiens, 332  
  blancs, 329

## C

---

Capacité  
  équivalente, 104  
  thermique, 125  
Capteur électromécanique, 3  
Caractéristique magnétique  
  totale, 14, 92  
  partielle, 14  
Cascade hyposynchrone, 233  
Champ  
  coercitif, 8, 99  
  tournant, 279  
Classe d'isolation, 123

Coénergie, 23, 92, 94  
 Coefficient  
   d'influence, 117  
   d'amortissement électromagnétique, 190  
   d'amortissement intrinsèque, 144  
   d'avance, 347  
   de foisonnement, 23  
   de frottement visqueux, 37  
   de réglage, 212  
   total transmission, 125  
 Commandabilité, 428  
 Commandables, 428  
 Commande  
   à horizon fuyant, 372  
   à horizon infini, 371  
   adaptive, 385  
   découplée, 291  
   directe, 287, 294, 414  
   indirecte, 284, 411  
   par mode de glissement, 393  
   scalaire, 238, 242, 246-248, 250-251  
   vectorielle, 277, 289, 297, 305  
   « Bang-Bang », 82  
   adaptative avec modèle de référence, 387, 398  
   analogique, 345  
   cosinus, 194-195  
   linéaire, 194-196  
   numérique, 345  
 Commutation  
   assistée, 256  
   forcée, 256  
 Compérateur, 298  
   à hystérésis, 258  
 Conductance thermique, 125  
 Conservation du flux, 7  
 Constante  
   de temps mécanique, 155  
   de couple, 143, 208  
   de f.e.m., 143  
   de force, 102  
   de temps électromagnétique, 145  
   de temps mécanique intrinsèque, 145, 155, 190  
   de temps statistique, 197

  de temps thermique, 126  
   longitudinale, 101  
   transversale, 102  
 Contrôle  
   adaptatif stochastique, 387  
   direct, 278  
   indirect, 278  
 Correcteur à action proportionnelle intégrale  
   dérivée, 431  
 Couple  
   de frottement sec, 37, 144  
   de frottement visqueux, 144  
   de maintien, 40  
   électromagnétique, 45, 63  
   électrostatique, 117  
   impulsionnel, 154  
 Courroie, 150  
 Critère  
   du revers, 341  
   statistique, 329  
 Cycle  
   à saturation, 10  
   d'hystérésis, 9  
   de travail, 134  
   mineur, 17  
 Cycloconvertisseur, 234

## D

DARMAX, 176  
 DARX, 176, 181  
 Découplage, 298, 305  
   par compensation, 305  
   par retour d'état, 308  
 Désaimantation, 123, 152  
 Distorsion harmonique, 210  
 Domaine de glissement, 396  
 Droite  
   d'entrefer, 17  
   de recul, 17

**E**

- Échantillonneur bloqueur d'ordre 0, 357
- Effet
  - électrostrictif, 98
  - Field, 230
  - piézo-électrique, 98
  - vernier, 72
- Électret, 112
- Électro-aimant, 24
- Énergie magnétique, 23
- Enroulements de compensation, 65
- Équations
  - de flux, 56
  - d'état, 200
- Erreur
  - de sortie, 175
  - d'équation, 177
  - d'estimation, 329
  - de prédiction, 178
  - statique, 342
- Espace canonique de commandabilité, 429
- Estimateur, 288, 312
  - de couple, 318
  - de flux, 312
  - de Kalman, 331
  - de position, 320
  - de vitesse, 319
  - du glissement, 319
  - standard de Kalman, 329
  - statique, 315
  - dynamiques, 315
- Estimation, 311
  - de la constante de temps rotorique, 336
  - de la pulsation de glissement, 321
  - de flux, 312

**F**

- f.c.e.m.
  - de mouvement, 36
  - de transformation, 36

- Facteur
  - de puissance, 260
  - de crête, 138
  - de distorsion, 139
  - de forme, 138
  - de mérite, 154
  - de puissance, 272
- Ferrites, 16
- Filtre
  - de Kalman étendu, 332
  - d'antirepliement, 358
  - d'asservissement, 365
  - de Kalman, 166, 185
- Flux
  - axial, 32
  - de fuite, 12
  - totaux, 56
- Foisonnement, 22
- Fonction
  - caractéristique, 448
  - de commutation, 395
  - de transfert, 426
  - de pondération, 379
- Force magnétomotrice, 11
- Forme canonique de commandabilité, 368
- Formule de Picou, 26
- Franges de flux, 71

**G**

- Glissement, 224, 231
- Gradateur, 227

**H**

- Hyperstabilité, 404, 407, 455
- Hyperstable, 456
- Hypersynchrone, 234
- Hyposynchrone, 234
- Hystérésis tournante, 22

**I**

- Identification, 163, 172-174, 177
- Impédance mécanique, 103
- Incertitudes, 375
  - additives, 376
  - multiplicatives, 376
  - non structurées, 376
  - structurées, 375
- Indice de modulation, 212
- Inductance
  - cyclique homopolaire, 47
  - équivalente, 104
  - mutuelle cyclique, 47
  - de fuites, 148
  - mutuelles, 148
- Induction rémanente, 8
- Intercorrélation, 447

**K-L**

- Kalman, 329
- Loi
  - de Faraday, 7
  - d'Arrhenius, 123
  - d'Hopkinson, 11
  - de commutation, 394-396
  - de Maxwell, 7
  - scalaires, 245
- Lyapounov, 401

**M**

- M.L.I., 209-210, 213, 216-219, 259, 263
  - régulières symétriques, 211
  - vectorielle, 211, 221
- Machines
  - à pôles lisses, 259, 261
  - à pôles saillants, 259, 261
  - synchrones à aimants, 255

- synchrones à rotor bobiné et à entrefer lisse, 255
- synchrones à rotor bobiné et pôles saillants, 255
- à capacités variables, 116
- sans balais (brushless), 30, 33
- homoplares, 63
- pas à pas, 31
- Marge
  - de gain, 374
  - de module, 375
  - de phase, 375
  - de retard, 375
- Matériaux
  - doux, 15
  - durs, 15
  - ferromagnétiques, 8
  - magnétiques linéaires, 8
- Matrice
  - de Clarke, 51
  - d'état, 360
  - de covariance, 329
  - de Hurwitz, 406
  - de covariance, 330
  - hermitienne, 455
- Maximum de vraisemblance, 166, 182
- Méthode
  - de l'optimum symétrique, 346
  - de Kessler, 346, 354
  - de Pasck, 161
  - de Routin, 160
  - de Ziegler et Nichols, 435
  - Strejc, 167, 169
- Micro-actionneur, 114, 118
  - électrostatique, 6
- Mode
  - de fonctionnement, 145, 189, 192, 246
  - de glissement, 394-395
- Modèle
  - de Broïda, 434
  - interne de Morari, 369
  - interne, 369
- Modulation
  - précalculée, 213
  - sinus-triangle, 210-211
  - vectorielle, 217

asynchrone, 212-313  
 de largeurs d'impulsions, 209, 445  
 précalculées, 210  
 Module de Young, 108  
 Moindres carrés  
 étendus, 182  
 généralisés, 181  
 récursifs, 185, 388  
 simples, 178  
 Moments, 448  
 centrés, 448  
 Moteurs cloches, 32  
 Moyenne  
 temporelle, 447  
 statistique, 448  
 MRAC, 398  
 Multistack, 69, 75

---

## N

Norme  $H_\infty$ , 374  
 Numérisation, 441  
 Nyquist, 341

---

## O

Observabilité, 429-430  
 Observable, 429  
 Observateur, 312  
 de Luenberger, 322  
 étendu, 328  
 déterministe, 322  
 Observation, 311  
 Ondes de flexion, 100, 107  
 Optimum symétrique, 346, 351  
 Orientation du repère, 289, 445  
 Oscillateur de Langevin, 105

---

## P

P.I., 431  
 P.I.D., 431  
 P.W.M., 209

Pas, 68  
 élémentaire, 36  
 Performance, 340, 378  
 nominale, 378  
 dynamiques, 342  
 Perméance, 11  
 Permittivité, 102  
 Pertes  
 par courants de Foucault, 20  
 par hystérésis, 20  
 Perturbation, 164, 176, 180, 189, 207, 344  
 Pilotage vectoriel, 276  
 Placement de pôles, 363  
 Planétaire, 150  
 Polarisation rémanente, 112  
 Pôles de commutation, 65  
 Polygone de commutation, 219  
 Popov, 455  
 Porteuse, 211-212  
 Poulies, 150  
 Précision, 287, 342  
 Prédicteur de Kalman, 331  
 Premier mode de fonctionnement, 143  
 Première aimantation, 8  
 Pression  
 électromagnétique, 4  
 électrostatique, 4, 113  
 hydropneumatique, 4  
 magnétique, 24  
 Primitive à collecteur, 49  
 Probabilité conditionnelle, 182, 451  
 Problème standard, 379  
 Procédé LIGA, 118  
 Puissance transitoire, 154

---

## Q-R

Quantification, 441  
 Rapport cyclique, 196  
 Réactance cyclique de fuite, 52  
 Récupération d'énergie, 77  
 Réduction du flux, 285, 300  
 Réfraction des lignes de champ, 13  
 Régime, 122  
 Régulateur, 346, 350-351, 354



à variance minimale, 412  
 auto-ajustable, 386, 410  
 linéaires, 258  
 Régulation, 363  
 Rejets de perturbation, 379  
 Réluctance, 11  
 Repère  
 lié au champ tournant, 315  
 lié au rotor, 315  
 lié au stator, 314  
 quelconque, 56  
 Résistance thermique, 126  
 Retard, 164, 442  
 Retour d'état, 327, 366-367  
 Robustesse, 287, 372, 374  
 Rotor plat, 32  
 RST, 363

## S

SBPA, 165  
 Schéma  
 équivalent, 103, 192-193, 224  
 standard, 377  
 électrique équivalent d'un circuit magnétique, 11  
 équivalent thermique, 126  
 équivalent d'un aimant, 20  
 Séparation de modes, 303  
 Séquence binaire pseudo-aléatoire, 452  
 service, 122  
 S1, 124  
 S2, 132  
 S3, 133  
 Shunt magnétique, 18  
 Signal aléatoire, 447  
 Single stack, 69, 71  
 Spire de Frager, 38  
 Stabilité, 229, 340-341  
 robuste, 377  
 asymptotique, 401  
 Stationnaire, 447  
 STPA, 165  
 Switched Reluctance Motor, 91  
 Synthèse  $H_\infty$ , 372

Système  
 augmenté, 377  
 bielle - manivelle, 151  
 épicycloïdal, 149  
 électrodynamique, 28  
 électromagnétique, 28  
 électrostrictif, 6  
 magnétostrictif, 5  
 piézo-électrique, 6  
 relucant avec aimant, 28  
 relucant sans aimant, 28

## T

Taux  
 d'harmoniques, 138  
 de montée en puissance, 154  
 Température de Curie, 10  
 Temps mort, 222  
 Tension de réactance, 153  
 Terres rares, 16  
 Théorème  
 d'Ampère, 7  
 de Ferraris, 239  
 de Gauss, 114  
 Transducteur, 3  
 électromécanique, 68  
 Transfert en boucle  
 fermée, 344  
 ouverte, 340  
 Transformation  
 de Clarke, 46  
 de Park, 44, 49-51  
 orthonormée, 47  
 Laplace, 426  
 en z, 361, 425

## V

Variable  
 aléatoire, 447  
 aléatoire indépendante, 449  
 d'état, 428

instrumentale, 180

Variations de modèle, 372

Vecteur

Gaussien, 451

aléatoire, 450

Vieillessement, 123

Vis à bille, 151

Vis-écrou, 151

---

## Z

---

Zones

de fonctionnement, 226

mortes, 75



# Bibliographie

*Cette liste bibliographique ne contient que les références réellement utilisées dans ce livre. Ceci explique l'omission de certains textes fondamentaux à l'origine de travaux exposés dans notre ouvrage. Celui-ci s'appuie fortement sur les cours d'Actionneurs Electriques de DESS EEA et DEA Génie Electrique de G. Grellet et les cours Contrôle et commande des actionneurs électriques de G. Clerc dans ces mêmes formations à l'UCBL et à l'ECL.*

## Chapitre 1

- [Y. DOTE] S. KINOSHITA. - *Brushless servomotors fundamentals and applications*, Oxford Science Publications, 1990.
- [CH. FRASER] J. MILNE. - *Electro-mechanical engineering : an integrated approach*, IEEE Press et Mac graw Hill, 1996.
- [M. JUFER] - *Tranducteurs electromecaniques traité d'électricité*, Volume 9, EPFL, 1993, Presses Polytechniques Romandes.
- [LOUIS 88] J.P. LOUIS. - *Actionneurs électriques pour la robotique : servomoteurs à courant continu*, Journées EEA, Toulouse, 1984.
- [D.K. MIU] - *Mechatronics electromechanics and contromechanics*, springer verlag, 1992.

## Chapitre 2

- [A. AH-JACO] A. JAMMAL, G. GRELLET - *Modelling battery PWM inverter asynchronous motor group for an electric vehicle drive chain*, VP/CV, La Rochelle, Novembre 1993.
- [F. BADIN] P. MAILLARD, A. JAMMAL, G. GRELLET - *Simulation software for EV calculation of vehicle energy consumption and driveability*, International Multiconference DATA Systems, Calcutta, Décembre 1992.
- [CH. COMTE] G. GRELLET - *Influence des harmoniques d'espace sur les performances d'un moteur asynchrone à rotor massif lisse saturé*, Electricmacs'96, Saint Nazaire, Septembre 1996.

- [GRAY 91] C.B. GRAY. - *Electrical machines and drive systems*, Longman Scientific and Technical, Harlow, England, 1991.
- [G. GRELLET] L. MARIAUX - *General method of saturated reactance calculation for induction motor*, International Conference on Electrical Machines, Proceeding part II, Vienne, Septembre 1976.
- [M. JUFER] - *Tranducteurs électromécaniques traité d'électricité*, Volume 9, EPFL, 1993, Presses Polytechniques Romandes.
- [LACROUX 94] G. LACROUX. - *Les actionneurs électriques pour la robotique et les asservissements*, Tec et Doc, Lavoisier, Paris, 1994.
- [A. MAKKI] A. JAMMAL, G. GRELLET - *Steady state performance calculation of saturated capacitor single phase asynchronous motor*, ICEM'96, Vigo, Septembre 1996.
- [A. MAKKI] A. JAMMAL, G. GRELLET - *Effects of space harmonics on capacitor single phase asynchronous motor steady state performance*, EPE'96, Brussels, June 1996.
- [A. MAKKI] A. AH-JACO, A. JAMMAL, G. GRELLET - *Modelling of battery PWM - Inverter - PM synchronous motor for vehicle drive chain*. EPE Symposium on Electrical Drive Design and Application, Lausanne, Octobre 1994.

### Chapitre 3

- [A. ABOU AKAR] G. GRELLET - *Steady state performance calculation of saturated single and double cage induction motors fed from any voltage wave*, IMACS TC1, Nancy, Septembre 1990.
- [A. ABOU AKAR] G. GRELLET - *Space harmonics in saturated cage induction motors. The effects of geometric and winding parameters*, ICEM'90, Cambridge, Massachussets (USA), Août 1990.
- [ALGER] - *The nature of induction machine*, Gordon and Breach, 1965.
- [J. CHATELAIN] - *Machines électriques traité d'électricité*, Volume 10, EPFL 1983, Presses Polytechniques Romandes.
- [A. JAMMAL] G. GRELLET - *Steady state performance of an asynchronous motor drive with serie capacitors and parallel impedance*, International Conference on « Evolution and modern aspect of induction machines », Turin, Juillet 1986.
- [C.V. JONES] - *The unified theory of electrical machines*, Butterworths 1967.

### Chapitre 4

- [M. JUFER] - *Tranducteurs électromécaniques traité d'électricité*, Volume 9, EPFL, 1993, Presses Polytechniques romandes.

[M. KANT] - *Les actionneurs électriques pas à pas*, Hermes, 1989.

[T.J.E. MILLER] - *Brushless permanent magnet and reluctance motor drives*, Oxford science publications 1989.

[T.J.E. MILLER] - *Switched reluctance motors and their control*, Oxford science publications 1993.

## Chapitre 5

[HANITSCH 94] R. HANITSCH. - *Micromotors and actuators - technologies and characteristics*, ICEM'94 Paris, sept 1994.

[SARRAUTE 93] E. SARRAUTE. - *Etude et modélisation des microactionneurs intégrés sur silicium* - Thèse INPT, LEEI, octobre 1993.

[SHASHIDA KENJO 93] TOSHIIKU SASHIDA AND TAKASHI KENJO. - *An introduction to ultrasonic motors*, Clarendon Press, Oxford, 1993.

[TAI 89] YU-CHONG TAI ET RICHARD MULLER. - *ic - processed electrostatic synchronous motors, sensors and actuators* Vol. 20, 1989, p. 49-55.

## Chapitre 6

[Y. BERTIN] - *Analyse des transferts de chaleur dans un moteur électrique asynchrone, développement d'un environnement C.A.O ; et modélisation thermoaéraulitiques*, Thèse ENSMA, Poitiers, septembre 1987.

[LACROUX 94] G. LACROUX. - *Les actionneurs électriques pour la robotique et les asservissements*, Tec et Doc, Lavoisier, Paris, 1994.

[G. GRELLET] - *Pertes dans les machines tournantes*. Traité d'électrotechnique de l'encyclopédie « Techniques de l'Ingénieur » - Rubrique Machines Electriques, Novembre 1989.

[D. ROY] - *Modélisation thermique des machines électriques tournantes - application à la machine à induction*, Thèse INPG, Grenoble, novembre 1983.

LOGICIEL ESACAP, *de modélisation thermique par schéma électrique équivalent*, distribué par Stansim Research Skovparken 9, DK 2990 Nivaa Danemark.

LOGICIEL MODTHERM de modélisation thermique, distribué par Cedrat S.A. Meylan 38240.

[H. YAHOU] A. JAMMAL, G. GRELLET - *Thermal Monitoring of three phase cage asynchronous motor*, ICEM'94, Paris, Septembre 1994.

## Chapitre 7

- [ASTRÖM 66] K.J. ASTRÖM, T. BOHLIN. - *Numerical identification of linear dynamical system for normal operational records*, Proceedings, p. 96-111, 2nd IFAC Symposium on the theory of self adaptive control systems, Teddington, UK, Ptenum Press, New York, 1966.
- [BORNE 92A] P. BORNE, G. DAUPHIN-TANGUY, J.P. RICHARD, F. ROTTELA, I. ZAMBETTAKIS. - *Modélisation et identification des processus*, tome 1, Technip, Paris, 1992.
- [BORNE 92B] P. BORNE, G. DAUPHIN-TANGUY, J.P. RICHARD, F. ROTTELA, I. ZAMBETTAKIS. - *Modélisation et identification des processus*, tome 2, Technip, Paris, 1992.
- [BOUSSAK 92] M. BOUSSAK, G. A. CAPOLINO. - « Recursive least squares rotor time constant identification for vector controlled induction machine », *Electrical machines and power systems*, Vol. 20, p. 137-147, Hemisphere Publishing Corporation, 1992.
- [LACROUX 94] G. LACROUX. - *Les actionneurs électriques pour la robotique et les asservissements*, Tec et Doc, Lavoisier, Paris, 1994.
- [FOULARD 87] C. FOULARD, S. GENTIL, J.P. SANDRAZ. - *Commande et régulation par ordinateur numérique*, Eyrolles, Paris, 1987.
- [GARCES 80] L.J. GARCÉS. - « Parameter adaptation for speed controller static AC drive with squirrel-cage induction motor », *IEEE transactions on industry applications*, vol. IA-16, n°2, p. 173-178, March/April 1980.
- [GRANTHAM 85] C. GRANTHAM. - « Determination of induction motor parameter variations from a variable frequency standstill test », *Electrical machines and power systems*, Vol. 10, p. 239-248, Hemisphere Publishing Corporation, 1985.
- [KHELIF 94] M. KHELIF. - *Contribution à l'étude et à la prédiction des défauts de vieillissement par fatigue thermique des composants électroniques de puissance*, Thèse de doctorat soutenue à l'École Centrale de Lyon, Ecully, France, Novembre 1994.
- [LANDAU 93] I. LANDAU. - *Identification et commande des systèmes*, Hermès, Paris, 1993.
- [LJUNG 87] L. LJUNG. - *System identification : theory for the user*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, USA, 1987.
- [LORON 94] L. LORON, G. LALIBERTE, G. DEHAY. - « Input signal analysis for the estimation of the induction motor parameters », *ICEM Proceedings*, Vol. 3, p. 386-391, ICEM Paris, France, September 1994.
- [LOUIS 88] J.P. LOUIS. - *Actionneurs électriques pour la robotique : servomoteurs à courant continu*, Journées EEA, Toulouse, 1984.
- [MILNE 88] G. MILNE. - *State space identification tool*, The Mathworks Inc, South Natick USA, March 1988, p. 3-10.

- [NAJIM 88] M. NAJIM. - *Modélisation et identification en traitement du signal*, Masson, Paris, 1988.
- [RICHALET 91] J. RICHALET. - *Pratique de l'identification*, Traité des nouvelles technologies, série Automatique, Hermès, Paris, 1991.
- [RIVOIRE 90B] M. RIVOIRE ET J.-L. FERRIER. - *Cours d'automatique : Commande par ordinateur, Identification*, tome 3, Eyrolles, Paris, 1990.
- [SASTRY 89] S. SASTRY, M. BODSON. - *Adaptive control : Stability, Convergence and robustness*, Prentice Hall International, Englewood Cliffs, New Jersey, USA, 1989.
- [SÖDERSTRÖM 81] T. SÖDERSTRÖM, P. STOICA. - *Comparison of some instrumental variable methods - Consistency and accuracy aspects*, *Automatika*, vol.17, n°1, p. 101-115, January 1981.
- [TOUHAMI 94] O. TOUHAMI, H. GUESBAOUI, C. IUNG. - « Asynchronous machine parameter identification using the recursive least-squares method », *ICEM Proceedings*, Vol. 3, p. 458-462, ICEM Paris, France, September 1994.
- [VAS 93] PETER VAS. - *Parameter Estimation, Condition Monitoring, and Diagnosis of Electrical Machines*, Oxford Science Publications, New York, USA, 1993.
- LOGICIEL FLUX 2D *de calcul de champs magnétiques en deux dimensions*, distribué par Cedrat S.A., 38240 Meylan.
- LOGICIEL CAMICASE *de calcul des paramètres et performances d'un moteur asynchrone triphasé à cage*, Laboratoire d'Electrotechnique Université Lyon I Villeurbanne et Moteurs Leroy Somer, Angoulême.

## Chapitre 8

- [LOUIS 88] J.-P. LOUIS, B. MULTON, M. LAVABRE. - *Commande des machines à courant continu à vitesse variable*, Traité de Génie Electrique D3610-3611, Techniques de l'Ingénieur, Paris, 1998.
- [LOUIS 88] J.P. LOUIS. - *Actionneurs électriques pour la robotique : servomoteurs à courant continu*, Journées EEA, Toulouse, 1984.

## Chapitre 9

- [BROECK 88] H.W. VAN DER BROECK, H.C. SKUDELNY, G.V. STANKE. - « Analysis and realization of a pulse-width modulator based on voltage space vector », *IEEE Transactions on industry applications*, Vol. 24, n°1, p. 142-150, January/February 1988.
- [FAUCHER 93] J. FAUCHER. - « Quelques aspects de la modulation de largeur d'impulsions », *Commande des machines asynchrones*, Journées de l'Enseignement de l'Electrotechnique et de l'Electronique Industrielle, SEE-MAFPEN, Gif-sur-Yvette, France, 18 et 19 mars 1993.



- [HOLTZ 87] J. HOLTZ, P. LAMMERT, W. LOTZKAT. - « High-speed drive system with ultrasonic MOSFET PWM inverter and single chip microprocessor control », *IEEE Transactions on industry applications*, Vol. IA 23, n°6, p. 1010-1015, November/December 1987.
- [A. JAMMAL] G. GRELLET - *Modelisation and stability of an asynchronous motor drive supplied at constant frequency and voltage*, Electric Machines and Power Systems, Vol. 16, n°2, 1989, USA.
- [JORDA 94] X. JORDA, A. FAUR, J.M. RETIF, B. ALLARD. - « Vector control for electrical car induction motor drive using a common microcontroller », *ICEM Proceedings*, Vol. 1, p. 240-245, ICEM Paris, France, September 1994.
- [JORDA 95] X. JORDA. - *Conception et réalisation d'une commande économique de couple d'une machine asynchrone pour la traction électrique*, Thèse de doctorat - Spécialité Dispositifs de l'Electronique Intégrée soutenue à Lyon, INSA, Lyon, France, 21 Juillet 1995.
- [MURPHY 83] J. M. D. MURPHY ET MICHAEL G. EGAN. - « A comparison of PWM strategies for inverter-fed induction motors », *IEEE transactions on industry applications*, Vol. IA-19, n°3, May June 1983.
- [PATEL 73] HASMUKH S. PATEL ET RICHARD G. HOFT. - « Generalized techniques of harmonic elimination and voltage control in thyristor inverters - harmonic elimination », *IEEE transactions on industry applications*, Vol. IA-9, n°3, May-June 1973.
- [PATEL 74] HASMUKH S. PATEL ET RICHARD G. HOFT. - « Generalized techniques of harmonic elimination and voltage control in thyristor inverters - voltage control techniques », *IEEE transactions on industry applications*, Vol. IA-10, n°5, September-October 1974.
- [RETIF 92] J.M. RETIF, B. ALLARD. - « A PWM ASIC using stochastic coding », *PESC Proceedings*, PESC'92, Toledo, Spain, 1992.
- [RETIF 93] J.M. RETIF, BRUNO ALLARD, X. JORDA, A. PEREZ. - « Use of ASIC's in PWM techniques for power converters », *IECON proceedings*, IECON, Hawaï, USA, November 1993.
- [G. SALLES] G. GRELLET - *Asynchronous motor inverse frequency response*, SME'96, Diagnostic and condition monitoring of electrical machines, Cracow, June 1996.
- [SEGUIER 85] G. SEGUIER. - *L'électronique de puissance - les fonctions de base et leurs principales applications*, 5<sup>e</sup> édition, Dunod, Paris, 1989.
- [SEGUIER 89] G. SEGUIER, F. LABRIQUE. - *Les convertisseurs de l'électronique de puissance - La conversion continu / alternatif*, Tome 4, Lavoisier/Tec et Doc, Paris, 1989.
- [S. YAMAMURA] - *AC Motors for high performance applications - Analysis and control*, Marcel DEKKER, inc, 1986.

## Chapitre 10

- [BOSE 86] B.K. BOSE. - *Power Electronics and AC Drives*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, USA, 1986.

- [CHAUPRADE 90] R. CHAUPRADE, F. MILSANT. - *Electronique de puissance - commande des moteurs à courant alternatif*, Eyrolles, Paris, France, 1990.
- [CLERC 91] G. CLERC, G. ROJAT, PH. AURIOL. - *The integrated intelligence increases the performances of static apparatus*, EPE Florence ; Italie, 3-6 Septembre 1991.
- [CLERC 89] G. CLERC. - *Contribution à l'étude du contacteur statique autoprotégé et de sa stratégie de commande*, Thèse de doctorat soutenue à l'Ecole Centrale de Lyon, France, 26 janvier 1989.
- [DE FORNEL 89] B. DE FORNEL. - *Variation de vitesse des machines à courant alternatif*, Polycopié de l'ENSEEIH, Toulouse, France, 1989.
- [DE FORNEL 90] B. DE FORNEL. - « Alimentation des machines asynchrones », *Traité de Génie Electrique*, D3620 et D3621, Techniques de l'Ingénieur, Paris, France, 1990.
- [FOUILLE 80] A. FOUILLÉ. - *Electrotechnique à l'usage des ingénieurs*, Tome 2, Dunod (Bordas), Paris, France, 1980.
- [GRAY 91] C.B. GRAY. - *Electrical machines and drive systems*, Longman Scientific and Technical, Harlow, England, 1991.
- [HEBERT 85] A. HEBERT, C. NAUDET, M. PINARD. - *Machines électriques - Electronique de Puissance*, Dunod (Bordas), Paris, France, 1985.
- [LEONHARD 90] W. LEONHARD. - *Control of Electrical drives*, Springer-Verlag, Berlin, Germany, 1990.
- [SEGUIER 77] G. SEGUIER, F. NOTELET. - *Electrotechnique industrielle*, Tec et Doc, Paris, France, 1977.

## Chapitre 11

- [BACH 83] J.L. BACH. - *Etude et réalisation de la commande numérique sans capteur mécanique d'un variateur de vitesse à machine asynchrone*, Thèse de doctorat de troisième cycle soutenue à Toulouse, France, 1983.
- [BARRET 82] PH. BARRET. - *Régime transitoires des machines tournantes*, Eyrolles, Paris, 1982.
- [BOIDIN 83] M. BOIDIN, B. DE FORNEL, C. REBOULET. - « Commande en couple sans capteur mécanique d'une machine asynchrone d'induction », *Actes du congrès*, Congrès CONUMEL 1983, p. IV-43 à IV-49, Toulouse, France, 9 au 11 mai 1983.
- [BOSE 86] B.K. BOSE. - *Power Electronics and AC Drives*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, USA, 1986.
- [CARDOLETTI 91] L. CARDOLETTI, M. JUFER. - « Sensorless position detection using the supply voltage for a programmable current drive for synchronous motors », *EPE proceedings*, Vol. 4, p. 123-127, EPE Firenze, Florence, Italie, 1991.

- [CARTIGNIES 90] M. CARTIGNIES. - *Etude de l'autopilotage à partir des tensions d'une machine synchrone alimentée par onduleur de tension*, Mémoire de diplôme d'Ingénieur CNAM, Toulouse, France, février 1990.
- [CHAUPRADE 90] R. CHAUPRADE, F. MILSANT. - *Electronique de puissance - commande des moteurs à courant alternatif*, Eyrolles, Paris, France, 1990.
- [DE FORNEL 90] B. DE FORNEL. - « Alimentation des machines asynchrones », *Traité de Génie Electrique*, D3620 et D3621, Techniques de l'Ingénieur, Paris, France, 1990.
- [FAUCHER 81] J. FAUCHER. - *Contribution à l'étude des machines à réluctance variable à commutation électronique*, Thèse de doctorat ès-sciences physiques soutenue à Toulouse, ENSEEIHT, Toulouse, France, 26 juin 1981.
- [FRANKL 91] G. FRANKL. - « Control modes for a variable speed drive with a converter fed synchronous machine », *EPE proceedings*, Vol. 4, p. 592-597, EPE Firenze, Florence, Italie.
- [GASTLI 92] A. GASTLI, N. MATSUI. - « Stator flux controlled V/f PWM inverter with identification of IM parameters », *IEEE transactions on industrial electronics*, vol. 39, n°4, p. 334-340, August 1992.
- [HAPIOT 75] J.C. HAPIOT. - *Machine asynchrone d'induction alimentée en tension par un convertisseur statique à fréquence variable et autopilotée - Etude et mise en œuvre du dispositif - Comportement en régime transitoire*, Thèse de doctorat de spécialité en Electrotechnique soutenue à Toulouse, Université Paul Sabatier, Toulouse, France, 7 juillet 1975.
- [HOUNKPATIN 71] PH. HOUNKPATIN. - *Analyse du fonctionnement d'une machine électrique à commutation statique constitué d'un commutateur thyristors et d'une machine synchrone autopilotée*, Thèse de doctorat ingénieur soutenue à Toulouse, Université Paul Sabatier, Toulouse, France, 7 Octobre 1971.
- [JAKUBOWICZ 78] A. JAKUBOWICZ. - *Etude d'une machine synchrone autopilotée : réalisation, Modélisation et Asservissements*, Thèse de doctorat de 3<sup>e</sup> cycle, spécialité en Electrotechnique, ENPG, Grenoble, France, 29 novembre 1978.
- [JONES 67] C. V. JONES. - *The unified theory of electrical machines*, Butterworths, London, 1967.
- [KATAOKA 93] T. KATAOKA, Y. SATO, A. BENDIABDELLAH. - « A novel volts/hertz control method for an induction motor to improve the torque characteristics in the low speed range », *EPE proceedings*, Vol. 5, p. 485-488, EPE Brighton, Brighton, England, 13-16 September 1993.
- [LAJOIE-MAZENC 81] M. LAJOIE-MAZENC, S. LEICHTER. - « Etude des machines synchrones à aimants alimentées par convertisseur statique fonctionnant en commutation naturelle », *RGE*, p. 201-208, Mars 1981.
- [LAJOIE-MAZENC 84] M. LAJOIE-MAZENC, P. MATHIEU, B. DAVAT. - « Utilisation des aimants permanents dans les machines à commutation électronique », *Journées*

- d'études SEE sur les machines électriques et techniques de pointe*, RGE, p. 605 - 618, Octobre 1984.
- [LAJOIE-MAZENC 91A] M. LAJOIE-MAZENC, PH. VIAROUGE. - « Alimentation des machines synchrones », *Traité de Génie Electrique*, D3630 et D3631, Paris, Techniques de l'Ingénieur, France, 1991.
- [LAJOIE-MAZENC 95] M. LAJOIE-MAZENC. - « Structures, alimentations et commandes des machines à aimants », *Les moteurs synchrones et leurs applications*, Journées de l'Enseignement de l'Electrotechnique et de l'Electronique Industrielle, SEE-MAFPEN, Gif-sur-Yvette, France, 30 et 31 mars 1995.
- [LE HUY 82] H. LE HUY, A. JACUBOWICZ, R. PERRET. - « A self controlled synchronous motor drive using terminal voltage system », *IEEE transactions on industry applications*, Vol. IA-18, p. 46-53, January - February 1982.
- [LEICHTER 80] S. LEICHTER. - *Etude des machines excitées par aimants ferrites et alimentées par convertisseur statique fonctionnant en commutation naturelle : recherche des structures magnétiques optimales et analyse du comportement*, Thèse de doctorat ingénieur, INPT, Toulouse, France, 12 décembre 1980.
- [LEIMGRUBER 77] J. LEIMGRUBER. - « Stationary and dynamic behaviour of a speed controlled synchronous motor with  $\cos(\phi)$  or commutation limit line control », *Conference proceedings*, IFAC Symposium on Control in Power Electronics and Electrical Drives, p. 463-473, Pergamon Press, London, England, 1977.
- [LEONHARD 90] W. LEONHARD. - *Control of Electrical drives*, Springer-Verlag, Berlin, Germany, 1990.
- [MENU 89] C.MENU. - *Machines synchrones à fem trapézoïdales : autopilotage et contrôle de couple numériques*, Thèse de doctorat, spécialité en Génie Electrique, INPG, Grenoble, France, 30 juin 1989.
- [MOGHADDAM 94] F. MOGHADDAM-BÜTZBERGER. - « Réglage et commande en tension/fréquence statoriques variables de servomoteurs asynchrones », *EPE chapter symposium proceeding*, p. 191-196, EPE Chapter Symposium, EPFL, Lausanne, Suisse, 19 au 20 Octobre 1994.
- [NISHIKATA 93] S. NISHIKATA, W. TAKANAMI, T. KATAOKA, A. ISHIZAKI. - « Consideration to the operation limit of a field weakening speed control system for self controlled synchronous motor », *EPE proceedings*, Vol. 5, p. 354-359, EPE Brighton, Brighton, England, 13-16 September 1993.
- [PIETRZAK-DAVID 88] M. PIETRZAK-DAVID. - *Algorithmes de commande d'un variateur électrique asynchrone*, Thèse de doctorat ès sciences en Génie Electrique soutenue à l'ENSEEIH - INPT, Toulouse, France, Juillet 1988.
- [ROJAT 74] G. ROJAT. - *Machine synchrone autopilotée alimentée par un convertisseur statique à commutation assistée*, Thèse de spécialité, Toulouse, France, 12 juillet 1974.

- [ROMBAUT 86] C. ROMBAUT, G. SEGUIER, R. BAUSIERE. - *Les convertisseurs de l'électronique de puissance - La conversion alternatif/ alternatif*, Tome 2, Lavoisier / Tec et Doc, Paris, 1986.
- [VIAROUGE 79] PH. VIAROUGE. - *Contribution à l'étude des procédés de réglage de vitesse des machines synchrones alimentées par convertisseurs statiques en commutation naturelle*, Thèse de doctorat ingénieur, ENSEEIHT, Toulouse, France, 1979.
- [VIAROUGE 83] P. VIAROUGE, M. TURGUAY, H. LE HUY. - « Commande numérique d'une machine synchrone autopilotée à temps d'application de tension inverse minimum », *Actes du congrès*, p. II-44 à II-51, Congrès CONUMEL 1983, Toulouse, France, 9 au 11 mai 1983.
- [WIART 78] A. WIART. - « Evaluation de la composante pulsatoire du couple des moteurs à courant alternatif alimentés par onduleurs de courant », *Revue Jeumont-Schneider*, n°26, p. 29-40, France, Août 1978.

## Chapitre 12

- [AFSHARNIA 94] S. AFSHARNIA, F. MEIBODY-TABAR, F.M. SARGOS. - « A robust estimator of the rotor position in field oriented controlled synchronous machines supplied by PWM-VSI », *ICEM Proceedings*, Vol. 2, p. 545-548, ICEM Paris, France, September 1994.
- [ANDRESEN] E. CH. ANDRESEN, A. HAUN. - « Influence of the pulse-width modulation control method on the performance of frequency inverter induction motor drives ETEP, Vol. 3, n°2, p. 151-161, March/April 1993.
- [BARBIER 94] C. E. BARBIER, B. NOGAREDE, F. VERNIERES. - « Optimization of the electric vehicle drive system control strategy using a global system approach », *ICEM Proceedings*, Vol. 1, p. 341-346, ICEM Paris, France, September 1994.
- [BAUSCH 93] H. BAUSCH, W. ZENG, K. KANELIS, B. LANGE. - « Torque control of current excited synchronous machines for electric vehicles », *ICEMA Proceedings*, Vol. 2, p. 315-319, Adelaïde, Australia, 14-16 September 1993.
- [BAUSCH 94] H. BAUSCH, W. ZENG, K. KANELIS. - « Feed-forward control of current excited synchronous drives », *ICEM Proceedings*, Vol. 1, p. 220-225, ICEM Paris, France, September 1994.
- [BAVARD 93] J. BAVARD. - « Applications de la commande vectorielle à la traction électrique : TGV Trans-Manche, Métro MF88 », *Commande des machines asynchrones*, Journées de l'Enseignement de l'Electrotechnique et de l'Electronique Industrielle, SEEMAFPEN, Gif-sur-Yvette, France, 18 et 19 mars 1993.
- [BELLINI 91] A. BELLINI, G. FIGALLI, F. TOSTI. - « Linearized model of induction motor drives via non linear state feedback decoupling », *EPE proceedings*, EPE Firenze, Vol. 3, p. 36-41, Italie, 1991.

- [BIANCHI 94] N. BIANCHI, S. BOLOGNANI. - « Design considerations about synchronous motor drives for flux-weakening applications », *EPE chapter symposium proceeding*, p. 185-190, EPE Chapter Symposium, EPFL, Lausanne, Suisse, 19 - 20 October 1994.
- [BLASCHKE 72] F. BLASCHKE. - « The principle of field orientation as applied to the new TRANSVECTOR closed loop control system for rotating field machines », *Siemens Review*, Vol. 34, p. 217-220, May 1972.
- [BOGLIETTI 94] A. BOGLIETTI, P. FERRARIS, M. PASTORELLI, F. PROFUMO, C. ZIMAGLIA. - « Induction motors field oriented controllers using data sheets motor parameters », *ICEM Proceedings*, Vol. 2, p. 656-660, ICEM Paris, France, September 1994.
- [BOLDEA 92] I. BOLDEA, S.A. NASAR. - *Vector Control of AC drives*, CRC Press, Boca Raton, Florida, USA, 1992.
- [BOLDEA 94A] I. BOLDEA, N. MUNTEAN, S.A. NASAR. - « Robust low cost implementation of vector control for reluctance synchronous machines », *IEE proceedings*, Electric power applications, Vol. 141, p. 1-6, n°1, January 1994.
- [BOLDEA 94B] I. BOLDEA, N. MUNTEAN. - « Direct voltage-vector speed control of surface permanent magnet synchronous motor drives », *ICEM Proceedings*, Vol. 2, p. 216-221, ICEM Paris, France, September 1994.
- [BORNE 90] P. BORNE, G. DAUPHIN-TANGUY, J.P. RICHARD, F. ROTTELA, I. ZAMBETTAKIS. - *Commande et optimisation de processus*, Eyrolles, Paris, 1990.
- [BORNE 92A] P. BORNE, G. DAUPHIN-TANGUY, J.P. RICHARD, F. ROTTELA, I. ZAMBETTAKIS. - *Modélisation et identification des processus*, tome 1, Technip, Paris, 1992.
- [BORNE 92B] P. BORNE, G. DAUPHIN-TANGUY, J.P. RICHARD, F. ROTTELA, I. ZAMBETTAKIS. - *Modélisation et identification des processus*, Technip, tome 2, Paris, 1992.
- [BOSE 86] B.K. BOSE. - *Power Electronics and AC Drives*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, USA, 1986.
- [BRANCO 93] P. J. C. BRANCO. - « A didactic explanation of field oriented systems sensitivity », *EPE proceedings*, Vol. 5, p. 408-412, EPE Brighton, Brighton, England, 13-16 September 1993.
- [CARON 95] J.P. CARON, J.P. HAUTIER. - « Modélisation et commande de la machine synchrone », *Les moteurs synchrones et leurs applications*, Journées de l'Enseignement de l'Electrotechnique et de l'Electronique Industrielle, SEE-MAFPEN, Gif-sur-Yvette, France, 30 et 31 mars 1995.
- [CASADEI 93] D. CASADEI, G. GRANDI, G. SERRA. - « Rotor flux oriented torque control of induction machines based on stator flux control », *EPE proceedings*, Vol.5, p. 67-72, EPE Brighton, Brighton, England, 13-16 September 1993.

- [CHAMPENOIS 95] G. CAMPENOIS, J.P. FERRIEUX, J.P. ROGNON. - Aspects pédagogiques sur les entraînements par machines synchrones à aimants », *Les moteurs synchrones et leurs applications*, Journées de l'Enseignement de l'Electrotechnique et de l'Electronique Industrielle, SEE-MAFPEN, Gif-sur-Yvette, France, 30 et 31 mars 1995.
- [COLAMARTINO 94] F. COLAMARTINO, C. MARCHAND, J.M. ALLÈGRE. - « Control of a buried permanent magnet synchronous motor without mechanical sensor », *ICEM Proceedings*, Vol. 2, p. 537-539, ICEM Paris, France, September 1994.
- [DE FORNEL 93] B. DE FORNEL, D. ROYE. - « Principes généraux du contrôle vectoriel », *Actes du GDR sur la conception de dispositifs et systèmes électrotechniques*, Toulouse, France, 8 juin 1993.
- [DHAOUADI 90] R. DHAOUADI, N. MOHAN. - « Analysis of current-regulated voltage-source inverters for permanent magnet synchronous motor drives in normal and extended speed ranges », *IEEE transactions on Energy Conversion*, Vol. 5, n°1, p. 137-144, March 1990.
- [DIALLO 93] D. DIALLO, D. ROYE, J. BAVARD, L. M. WEI. - « Indirect field oriented control in high power AC drives », *Journal de physique III*, vol. 3, n°6, p. 1135-1144, June 1993.
- [FAUCHER 93] J. FAUCHER. - « Quelques aspects de la modulation de largeur d'impulsions », *Commande des machines asynchrones*, Journées de l'Enseignement de l'Electrotechnique et de l'Electronique Industrielle, SEE-MAFPEN, Gif-sur-Yvette, France, 18 et 19 mars 1993.
- [FU 91] Y. FU. - *Commandes découplées et adaptatives des machines asynchrones triphasées*, Thèse de doctorat soutenue à Montpellier 2 en Composants Signaux et Systèmes, Montpellier, France, 18 mars 1991.
- [GERMANO 94] A. GERMANO, F. PARASILITI, M. TURSINI. - « Sensorless speed control of a PM synchronous motor drive by Kalman filter », *ICEM Proceedings*, Vol. 2, p. 540-544, ICEM Paris, France, September 1994.
- [GILLE 88] J.-CH GILLE, P. DECAULNE, M. PÉLEGRIN. - *Systèmes asservis non linéaires*, Dunod, Paris, 1988.
- [HAUTIER 93] J. P. HAUTIER, J.P. CARON. - « Modélisation et commande de la machine asynchrone », *Commande des machines asynchrones*, Journées de l'Enseignement de l'Electrotechnique et de l'Electronique Industrielle, SEE-MAFPEN, Gif-sur-Yvette, France, 18 et 19 mars 1993.
- [HO 95] E. HO, P. C. SEN. - « High performance decoupling control techniques for various rotating field machines », *IEEE transactions on industrial electronics*, Vol. 42, n°1, p. 40-49, February 1995.
- [JAHNS 87] T. M. JAHNS. - « Flux-weakening regime operation of an interior permanent-magnet synchronous motor drive », *IEEE transactions on industry applications*, Vol. IA-23, n°4, p. 681-689, July-August 1987.

- [LAJOIE-MAZENC 91B] M. LAJOIE-MAZENC. - « L'alimentation et la commande des machines synchrones » - *Actes des journées du club EEA*, EISEEIH-T-LEEI, Toulouse, France, 14-15 mars 1991.
- [P.C. KRAUSE] O. WASYN CZUK, D. SUDHOFF - *Analysis of electric machinery*, IEEE, Press, 1994.
- [LEONARD 94] K. N. LEONARD, D. A. STONE, N. SCHOFIELD, D. HOWE. - « Real time control of field weakening for a brushless permanent magnet DC motor », *EPE chapter symposium proceeding*, p. 391-396, EPE Chapter Symposium, EPFL, Lausanne, Suisse, 19 au 20 Octobre 1994.
- [LEONHARD 90] W. LEONHARD. - *Control of Electrical drives*, Springer-Verlag, Berlin, Germany, 1990.
- [LEVI 91] E. LEVI, M. SOKOLA, V. MIRONOVIC, D. RAUSKI. - « A simulation study of permanent magnet synchronous machine with current control in stationary and field oriented reference frame », *Proceedings of the International Conference on the Evolution and Modern Aspects of Synchronous Machines*, Vol. 1, p. 279-284, Zurich, Suisse, 27-29 August 1991.
- [LIN 93] F-J. LIN, C.-M. LIAW. - « Control of indirect field oriented induction motor drives considering the effects of dead time and parameter variations », *IEEE transactions on industrial electronics*, vol. 40, n°5, p. 486-495, October 1993.
- [LIU 93] T.-H. LIU, C.-P. CHENG. - « Controller design for a sensorless permanent magnet synchronous drive system », *IEE proceedings*, Electric power applications, Vol. 140, n°6, p. 369-378, November 1993.
- [MATSUSHITA 95] A. MATSUSHITA, T. TSUCHIYA. - « Decoupled preview control system and its application to induction motor drive », *IEEE transactions on industrial electronics*, Vol. 42, n°1, p. 50-57, February 1995.
- [MITZOVA 94] D. MITZOVA, X. ROBOAM, B. DAGUES. - « Comparative study of classical PI and variable structure controllers applied to induction motor vector control », *ICEM Proceedings*, Vol. 2, p. 386-391, ICEM Paris, France, September 1994.
- [MORIMOTO 93] S. MORIMOTO, K. HATANAKA, Y. TONG, Y. TAKEDA, T. HIRASA. - « Servo drive system and control characteristics of salient pole permanent magnet synchronous motor », *IEEE transactions on industry applications*, Vol. 29, n°2, p. 338-343, March/april 1993.
- [NAKANO 84] T. NAKANO. - « A high performance cycloconverter-fed synchronous machine drive system », *IEEE transactions on industry applications*, Vol. IA-20, n°5, p. 1278-1284, September/October 1984.
- [NOVOTNY 91] D. W. NOVONY, P. L. JANSEN. - « Field oriented control of synchronous machines », *Journal of the institution of electronics and telecommunication engineers*, Vol. 37, n°1, p. 46-56, USA, 1991.



- [OURTH 93] T. OURTH. - « Commande vectorielle d'un moteur asynchrone sans capteur », *Journal de physique III*, vol. 3, n°6, p. 1123-1133, June 1993.
- [OURTH 94] T. OURTH, F. CRAMPE, V.T. NGUYEN-PHUOC, M. PIETRZAK-DAVID, B. DE FORNEL. - « Implementation of sensorless speed vector control », *ICEM Proceedings*, Vol. 3, p. 318-323, ICEM Paris, France, September 1994.
- [PIETRZAK-DAVID 88] M. PIETRZAK-DAVID. - *Algorithmes de commande d'un variateur électrique asynchrone*, Thèse de doctorat ès sciences en Génie Electrique soutenue à l'ENSEEIH - INPT, Toulouse, France, Juillet 1988.
- [PIETRZAK-DAVID 93] M. PIETRZAK DAVID, X. ROBOAM. - « Contraintes spécifiques du contrôle vectoriel : description, effets, dégradation des performances », *Actes du GDR sur la conception de dispositifs et systèmes électrotechniques*, Toulouse, France, 8 juin 1993.
- [ROBOAM 91] X. ROBOAM. - *Variateur de vitesse pour machine asynchrone, contrôle de vitesse sans capteur mécanique*, Thèse de doctorat de l' INPT., Toulouse, France, 13 juin 1991.
- [ROOS 90] J. G. ROOS, J. H. R. ENSLIN. - « Analysis, simulation and practical evaluation of torque control strategies for medium power highly responsive PMSM drives », *Proceedings of the Fourth international conference on power electronics and variable speed*, p. 34-39, Editeur IEE, London, England, 17-19 July 1990.
- [SANTISTEBAN 93] J. A. SANTISTEBAN, R. M. STEPHAN. - « Comparative study of vector control methods for induction machines », *EPE proceedings*, Vol. 5, p. 390-395, EPE Brighton, Brighton, England, 13-16 September 1993.
- [SHAKARIAN 94] Y. SHAKARIAN, Y. VINITSKY. - « Controllable electrical machine (modes of operation, technical decisions, control laws) », *ICEM Proceedings*, Vol. 1, p. 103-105, ICEM Paris, France, September 1994.
- [SOONG 94] W.L. SOONG, J.E. MILLER. - « Field weakening performance of brushless synchronous AC motor drives », *IEE proceedings*, Electric power applications, Vol. 141, n°6, p. 331-339, November 1994.
- [VAS 94] PETER VAS. - *Vector control of AC machines*, Oxford Science Publications, New York, USA., 1994.
- [P. VAS] - *Electrical machines and drives*, Oxford Science Publication, 1992.
- [VILAIN 93] J. P. VILAIN, E. MILENT. - « The vector controlled asynchronous actuator and its using possibilities for embarked applications », *EPE proceedings*, Vol. 5, p. 109-114, EPE Brighton, Brighton, England, 13-16 September 1993.
- [YELASSI 91] KH. YELASSI. - *Positionnement d'une machine asynchrone par la méthode du flux orienté*, Thèse de doctorat en Génie Electrique soutenue à l'ENSEEIH - INPT, Toulouse, France, 11 Juillet 1991.

## Chapitre 13

- [AFSHARNIA 94] S. AFSHARNIA, F. MEIBODY-TABAR, F.M. SARGOS. - « A robust estimator of the rotor position in field oriented controlled synchronous machines supplied by PWM-VSI », *ICEM Proceedings*, Vol. 2, p. 545-548, ICEM Paris, France, September 1994.
- [BEGUENANE 94] R. BEGUENANE, C. GHYSELEN. - « Induction motor speed contactless sensor by statoric current analysis : application to rotoric parameters identification », *ICEM Proceedings*, Vol. 3 p. 309-317, ICEM Paris, France, September 1994.
- [BEN AMMAR 91] F. BEN AMMAR, M. PIETRZAK-DAVID, B. DE FORNEL, A. MIRZAIAN. - « Field-oriented control of high power induction motor drives by Kalman filter flux observation », *Proceedings EPE*, EPE Firenze, vol. 2, p. 182-187, Florence, Italie, 1991.
- [BLASCHKE 71] F. BLASCHKE. - « A new method for the structural decoupling of AC induction machines », *IAFC Symposium*, p. 1-15, Düsseldorf, Germany, October 1971.
- [BÖCKER 91] J. BÖCKER, J. JANNING. - « *Discrete-Time Flux Observer for PWM Inverter Fed Induction motors* », *EPE proceedings*, Vol. 2, p. 171-176, EPE Firenze, Florence, Italie, 1991.
- [BORNARD 91] G. BORNARD, H. HAMMOURI. - « A high gain observer for a class of uniformly observable systems », *Proceedings of the 30th conference on decision and control*, p. 1494-1496, Brighton, England, December 1991.
- [BORNE 90] P. BORNE, G. DAUPHIN-TANGUY, J.P. RICHARD, F. ROTTELA, I. ZAMBETTAKIS. - *Commande et optimisation de processus*, Eyrolles, Paris, 1990.
- [COLAMARTINO 94] F. COLAMARTINO, C. MARCHAND, J.M. ALLÈGRE. - « Control of a buried permanent magnet synchronous motor without mechanical sensor », *ICEM Proceedings*, Vol. 2, p. 537-539, ICEM Paris, France, September 1994.
- [DE FORNEL 89] B. DE FORNEL. - *Variation de vitesse des machines à courant alternatif*, Polycopié de l'ENSEEIH, Toulouse, France, 1989.
- [DE FORNEL 91] B. DE FORNEL, J.C.R. DE OLIVEIRA. - « Adaptive discrete estimator for induction motor control », *Proceedings EPE*, EPE Firenze, vol. 2, p. 132-137, Florence, Italie, 1991.
- [DE LARMINAT 93] PH. DE LARMINAT. - *Automatique : commande des systèmes linéaires*, Hermès, Paris, 1993.
- [DIEULESAINT 90] E. DIEULESAINT, D. ROYER. - *Automatique appliquée : Systèmes linéaires de commande à signaux échantillonnés*, Masson, Paris, 1990.
- [I. DORE LANDRAU] - *Identification et commande des systèmes*, Hermès, 1993.

- [DU 93] T. DU, M.A. BRDYS. - « Implementation of extended Luenberger observers for joint state parameter estimation of PWM induction motor drive », *EPE proceedings*, Vol. 4, p. 439-444, EPE Brighton, Brighton, England, 13-16 September 1993.
- [A. EL JAI] A.J. PRITCHARD - *Capteurs et actionneurs dans l'analyse des systèmes distribués*, Masson, 1986.
- [HABETLER 93] T.G. HABETLER, F. PROFUMO, G. GRIVA, M. PASTORELLI, A. BETTINI. - « Stator resistance tuning in a stator flux field oriented drive using an instantaneous hybrid flux estimator », *EPE proceedings*, EPE Brighton, Vol. 4, p. 292-299, Angleterre, September 1993.
- [KIM 94] Y.-R. KIM, S.-K. SUL, M.-H. PARK. - « Speed Sensorless Vector Control of Induction Motor Using Extended Kalman Filter », *IEEE transactions on industry applications*, vol. IA-30, n°5, p. 1225-1233, September/October 1994.
- [LALIBERTE 93] G. LALIBERTE, L. LORON, T. OURTH. - « Application des techniques d'observation d'état à l'estimation des paramètres électriques ou des grandeurs internes (flux et vitesse) de la machine asynchrone », *Contrôle vectoriel des machines asynchrones*, GDR conception des dispositifs et systèmes électrotechniques, Recueil des actes, Service de formation continue de l'ENSEEIH, Toulouse, 8 juin 1993.
- [LEFEVRE 91] D. LEFEVRE, L. LORON. - « Position control of an actuator with two degrees of freedom », *Proceedings EPE*, EPE Firenze, vol. 1, p. 447-458, Florence, Italie, 1991.
- [LORON 91] L. LORON G. H. L. PETERS. - « Application of an extended Kalman filter to the estimation of the parameters of a solid rotor asynchronous drive with two degrees of freedom », *Proceedings EPE*, EPE Firenze, vol. 3, p. 532-537, Florence, Italie, 1991.
- [LUENBERGER 71], D.G. LUENBERGER. - « An introduction to observers », *IEEE trans. Aut. Control*, AC-16, p. 596-603, décembre 1971.
- [MORALES 94] F. MORALES, R. HANITSCH. - « A contribution to the sensorless control of small stepping motors », *ICEM Proceedings*, Vol. 2, p. 549-554, ICEM Paris, France, September 1994.
- [NAJIM 88] M. NAJIM. - *Modélisation et identification en traitement du signal*, Masson, Paris, 1988.
- [OURTH 94] T. OURTH, F. CRAMPE, V.T. NGUYEN-PHUOC, M. PIETRZAK-DAVID, B. DE FORNEL. - « Implementation of sensorless speed vector control », *ICEM Proceedings*, Vol. 3, p. 318-323, ICEM Paris, France, September 1994.
- [PENG 94] F.Z. PENG, T. FUKAO. - « Robust speed identification for speed sensorless vector control of induction motors », *IEEE transactions on industry applications*, Vol. 30, n°5, p. 1234-1240, September/october 1994.
- [PIETRZAK-DAVID 88] M. PIETRZAK-DAVID. - *Algorithmes de commande d'un variateur électrique asynchrone*, Thèse de doctorat ès sciences en Génie Electrique soutenue à l'ENSEEIH - INPT, Toulouse, France, Juillet 1988.

- [VAS 93] PETER VAS. - *Parameter Estimation, Condition Monitoring, and Diagnosis of Electrical Machines*, Oxford Science Publications, New York, USA, 1993.
- [H. YAHOU] G. GRELLET, A. JAMMAL - *Détection de rupture d'anneau des machines asynchrones par l'analyse spectrale du couple électromagnétique observé*, Journal de Physique III, France, 6 avril 1996.
- [H. YAHOU] J. SEETOHUL, G. GRELLET, A. JAMMAL - *Detection of broken bar or end-ring fault in asynchronous machines by spectrum analysis of the observed electromagnetic torque through a supply cable*, Revue Européenne diagnostic et sûreté de fonctionnement, mars 1996.
- [H. YAHOU] G. GRELLET, A. JAMMAL, K. BUSAWON - *On-line estimation of load torque in electrical machine for overload diagnostic*, Kolloquium Technische Diagnostik 96, Dresden, Mars 1996.
- [ZAI 92] L.-C. ZAI, C. L. DEMARCO, T. A. LIPO. - *An extended Kalman filter approach to rotor time constant measurement in PWM induction motor drives*, *IEEE transactions on industry applications*, vol. IA-28, n°1, p. 96-104, January/February 1992.
- [ZDENKOVIC 93] J. ZDENKOVIC, Z. KULJIC, S. CANIC, M. PERKOVAC. - « One method for indirect speed estimation in vector controlled induction machine drive », *EPE proceedings*, Vol. 4, p. 399-404, EPE Brighton, Brighton, England, 13-16 September 1993.

## Chapitre 14

- [BORNE 90] P. BORNE, G. DAUPHIN-TANGUY, J.P. RICHARD, F. ROTTELA, I. ZAMBETTAKIS.- *Commande et optimisation de processus*, Eyrolles, Paris, 1990.
- [BORNE 93A] P. BORNE, G. DAUPHIN-TANGUY, J.P. RICHARD, F. ROTTELA, I. ZAMBETTAKIS. - *Analyse et régulation des processus industriels : régulation continue*, Tome 1, Technip, Paris, 1993.
- [BORNE 93B] P. BORNE, G. DAUPHIN-TANGUY, J.P. RICHARD, F. ROTTELA, I. ZAMBETTAKIS. - *Analyse et régulation des processus industriels : régulation numérique*, Tome 2, Technip, Paris, 1993.
- [BOUCHER 91] P. BOUCHER, D. DUMUR, S. DAUMULER. - « Predictive cascade control of machine tools motor drives », *Proceedings EPE*, EPE Firenze, vol. 2, p. 120-125, Florence, Italie, 1991.
- [BÜHLER 83] H. BÜHLER.- *Electronique de réglage et de commande*, Traité d'électricité, d'électronique et d'électrotechnique, Vol. 16, Dunod, Paris, 1983.
- [CHOUITER 94A] D. CHOUITER, G. CLERC, J.M. RETIF, PH. AURIOL. - « Commande  $H_{\infty}$  pour machine asynchrone », *recueil des communications*, journée d'étude SEE sur les méthodes de l'automatique appliquées à l'électrotechnique, Lille, France, 7 Avril 1994.

- [CHOUITER 94B] D. CHOUITER, G. CLERC, J.M. RETIF, PH. AURIOL. - «  $H_{\infty}$  Controller design for field oriented asynchronous machine », *EPE proceedings*, EPE Chapter Symposium, Lausanne, Suisse, 19-20 October 1994.
- [DE LARMINAT 93] PH. DE LARMINAT. - *Automatique : commande des systèmes linéaires*, Hermès, Paris, 1993.
- [DELUZURIEUX 94] A. DELUZURIEUX, M. RAMI. - *Cours d'électronique numérique et échantillonnée*, Eyrolles, Paris, 1994.
- [DI STEPHANO 85A] J.J. DI STEPHANO, A.R. STUBERRUD, I.J. WILLIAMS. - *Systèmes asservis 1, Cours et problèmes*, Série SCHAUM, Mc Graw-Hill, Paris, 1985.
- [DI STEPHANO 85B] J.J. DI STEPHANO, A.R. STUBERRUD, I.J. WILLIAMS. - *Systèmes asservis 2, Cours et problèmes*, Série SCHAUM, Mc Graw-Hill, Paris, 1985.
- [DIEULESAINT 90] E. DIEULESAINT, D. ROYER. - *Automatique appliquée : Systèmes linéaires de commande à signaux échantillonnés*, Masson, Paris, 1990.
- [DUC 93] G. DUC. - *Robustesse des systèmes multivariables*, Polycopié de l'Ecole Supérieure d'Electricité, Gif-sur-Yvette, France, 1985.
- [FOULARD 87] C. FOULARD, S. GENTIL, J.P. SANDRAZ. - *Commande et régulation par calculateur numérique*, Eyrolles, Paris, 1987.
- [M. GIRARD] - *Boucles à verrouillage de phase Ediscience international*, 1993.
- [GLOVER 88] K. GLOVER, J.-C. DOYLE. - « State-space formulae for all stabilizing controllers that satisfy an  $H_{\infty}$  norm bound and relations to risk sensitivity »,  *syst. Cont. Letters*, vol. 11, p. 167-172, 1988.
- [GUYENOT 89] P. GUYENOT, T. HANS. - *Régulation et asservissement : Eléments de cours et problèmes résolus*, Eyrolles, Paris, 1989.
- [T. HANS] J. PHILIPPINI, P. GUYENOT - *Asservissements numériques*, Eyrolles, 1991.
- [HAPIOT 89] J. C. HAPIOT, C. CHIAPPA. - « Commande numérique structurée pour machines à courant continu », *Actes des journées*, Journées SEE sur les actionneurs électriques esclaves des temps modernes, Valence, France, Novembre 1989.
- [KALINOWSKI 91] D. KALINOWSKI, C. BERGMANN. - Comparaison des lois de commande - Régulation numérique de courant dans l'association convertisseur-machine », *Journal de physique III*, vol. 1, n°5, p. 777-800, Mai 1991.
- [LANDAU 93] I. LANDAU. - *Identification et commande des systèmes*, Hermès, Paris, 1993.
- [LOUIS 88] J. P. LOUIS, B. MULTON, M. LAVABRE. - « Commande des machines à courant continu à vitesse variable », *Traité de Génie Electrique*, D3610 à D3612, Techniques de l'Ingénieur, Paris, France, 1988.

- [MORARI 83] M. MORARI. - « Internal model control - theory and application », *5th international conference on paper, rubber and plastic industries*, Anvers, Belgium, 1983.
- [NUSSBAUMER 87A] H. NUSSBAUMER. - *Commande numérique - Téléinformatique - Sécurité, sûreté, fiabilité*, Informatique industrielle, Tome IV, Presses Polytechniques Romandes, Lausanne, Suisse, 1987.
- [NUSSBAUMER 87B] H. NUSSBAUMER. - *Automates programmables - Commande et réglage - Capteurs*, Informatique industrielle - Tome III, Presses Polytechniques Romandes, Lausanne, Suisse, 1987.
- [OUSTALOU 94] A. OUSTALOU (Coordonnateur), P. LANUSSE, B. MATHIEU, H. KWA-KERNAAK, H. BOURLES, F. AOUN, P. APKARIAN, P. GAHINET, J.-M. BIANNIC, PH. DE LARMINAT, I. LANDAU, F. ROLLAND, C. CYROT, A. VODA, C.E. DE SOUZAT, M. GAUVRIT, G. LAVIGNE, T. BOURRET, J. BERNUSSOU, G. GARCIA, J.F. MAGNI, A. TROFINO NETO, J.M. DION, L. DUGARD - *La robustesse*, Ecole d'été d'automatique de Grenoble, Hermès, Paris, 1994.
- [Z. PASEK] - *Détermination des paramètres dynamiques des moteurs à courant continu*, Electrotech, Obz, 1962-51, p. 104-114.
- [PIGERON 88] B. PIGERON, H. MULLOT, A. CHAIX., L. FELIX, Y. HAUBERT, *Boucles de régulation, Etude et mise au point*, KIRK, Maisons-Alfort, France, 1988.
- [RETIF 95] J.-M. RETIF. - *Contrôle et commande numérique*, Polycopié du cours de DEA, CEGELY / INSA, Villeurbanne, France, 1995.
- [RIVOIRE 89] M. RIVOIRE, J.-L. FERRIER. - *Cours d'automatique, Signaux et systèmes*, Tome 1, Eyrolles, Paris, 1989.
- [RIVOIRE 90A] M. RIVOIRE, J.-L. FERRIER. - *Cours d'automatique, Asservissement-régulation (Commande Analogique)*, Tome 2, Eyrolles, Paris, 1990.
- [RIVOIRE 90B] M. RIVOIRE, J.-L. FERRIER. - *Cours d'automatique : Commande par calculateur - identification*, Tome 3, Eyrolles, 1990.
- [SCHRÖDER 91] D. SCHRÖDER, H. WARMER. - « Predictive speed and current control for D.C. drives », *Proceedings EPE*, EPE Firenze, vol. 2, p. 108-113, Florence, Italie, 1991.
- [SEVELY 89] Y. SEVELY. - *Systèmes et asservissements linéaires échantillonnés*, Dunod, Paris, 1989.

## Chapitre 15

- [ASTRÖM 89] K.J. ASTRÖM, B. WITTENMARK. - *Adaptive Control*, Addison Wesley, USA, 1989.
- [BELLINI 93] A. BELLINI, G. FIGALLI. - « An adaptive control for induction motor drives based on a fully linearized model », *EPE proceedings*, EPE Brighton, Vol. 4, p. 196-201, Angleterre, September 1993.

- [BITMEAD 90] R.R. BITMEAD, M. GEVERS, V. WERTZ. - *Adaptive optimal control*, Series in system and control engineering, Prentice Hall International, Brunswick, Victoria, Australia, 1990.
- [BORNE 93B] P. BORNE, G. DAUPHIN-TANGUY, J.P. RICHARD, F. ROTTELA, I. ZAMBETTAKIS. - *Analyse et régulation des processus industriels : régulation numérique*, Tome 2, Technip, Paris, 1993.
- [BOUSSAK 92] M. BOUSSAK, G.A. CAPOLINO. - « Recursive least squares rotor time constant identification for vector controlled induction machine », *Electrical machines and power systems*, Vol. 20, n°2, p. 137-147, 1992.
- [BRANCO 91] P.J. DA COSTA BRANCO, R.M. STEPHAN. - « A simple adaptive scheme for indirect field orientation of an induction motor », *Proceedings EPE*, EPE Firenze, vol. 2, p. 208-213, Florence, Italie, 1991.
- [BÜHLER 86] H. BÜHLER. - *Réglage par mode de glissement*, Presses Polytechniques Romandes, Lausanne, Suisse, 1986.
- [CAPOLINO 91] G.A. CAPOLINO, H. HENAO. - « Sliding mode position control of induction machine : discrete case », *Proceedings EPE*, EPE Firenze, vol. 3, p. 521-526, Florence, Italie, 1991.
- [DENTE 91] J.A. DENTE, J.H. MAIA. - « A robust position controller for a DC drive using sliding mode : some implementation requirements », *Proceedings EPE*, EPE Firenze, vol. 3, p. 521-526, Florence, Italie, 1991.
- [FETZ 91] J. FET. - « Parameter adaptation for a field oriented induction machine fed by a PWM inverter and determination of the fundamental currents in the range of overmodulation », *Proceedings EPE*, EPE Firenze, vol. 2, p. 138-144, Florence, Italie, 1991.
- [FU 91] Y. FU. - *Commandes découplées et adaptatives des machines asynchrones triphasées*, Thèse soutenue à Montpellier 2 en Composants Signaux et Systèmes, Montpellier, France, 18 mars 1991.
- [GARCÉS 80] L.J. GARCÉS. - « Parameter Adaptation for Speed Controller Static AC Drive with Squirrel-Cage Induction motor », *IEEE transactions on industry applications*, vol. IA-16, n°2, p. 173-178, March/April 1980.
- [GILLE 88] J.-CH GILLE, P. DECAULNE, M. PÉLEGRIN. - *Systèmes asservis non linéaires*, Dunod, Paris, 1988.
- [ISIDORI 89] A. ISIDORI. - *Non linear control systems : an introduction*, Springer Verlag, Berlin, Germany, 1989.
- [LANDAU 86] I.D. LANDAU, L. DUGARD. - *Commande adaptative : Aspects théoriques et pratiques*, Masson, Paris, 1986.
- [LE-HUY 91] H. LE-HUY, K. SLIMANI, PH. VIAROUGE. - « A predictive current controller for synchronous servo drives », *Proceedings EPE*, EPE Firenze, vol. 2, p. 114-119, Florence, Italie, 1991.

- [LIAW 88] C. - M. LIAW, C. - T. PAN, Y. - C. CHEN. - « Design and implementation of an adaptive controller for current fed induction motor », *IEEE transactions on industrial electronics*, vol. 35, n°3, p. 393-401, August 1988.
- [NAJIM 82] K. NAJIM. - *Commande adaptative des processus industriels*, Masson, Paris, 1982.
- [POPOV 73] V.M. POPOV. - *Hyperstability of control systems*, SpringerVerlag, Berlin, FRG, 1973.
- [RÉTIF 79] J. M. RÉTIF. - *Application de la théorie des systèmes adaptatifs avec modèle à la réalisation d'un appareillage d'identification en temps réel*, Thèse de docteur ingénieur soutenue à l'Université Claude Bernard - Lyon 1 -, Villeurbanne, France, Novembre 1979.
- [SALVATORE 91] L. SALVATORE, S. STASI, A. DELL'AQUILA. - « Adaptive control of PM synchronous motor », *Proceedings EPE*, EPE Firenze, vol. 2, p. 126-131, Florence, Italie, 1991.
- [SASTRY 89] S. SASTRY, M. BODSON. - *Adaptive control : Stability, Convergence and robustness*, Prentice Hall International, Englewood Cliffs, New Jersey, USA, 1989.
- [TOUHAMI 94] O. TOUHAMI, H. GUESBAOUI. - « Asynchronous machine parameter identification using the recursive least-squares method », *ICEM Proceedings*, Vol. 3, p. 458-462, ICEM Paris, France, September 1994.

## Annexe 1

- [BELLANGER 90] M. BELLANGER. - *Traitement numérique du signal*, 4<sup>e</sup> édition, Masson, Paris, 1990.
- [DE LARMINAT 93] PH. DE LARMINAT. - *Automatique : commande des systèmes linéaires*, Hermès, Paris, 1993.
- [RIVOIRE 89] M. RIVOIRE, J.-L. FERRIER. - *Cours d'automatique, Signaux et systèmes*, Tome 1, Eyrolles, Paris, 1989.
- [RIVOIRE 90B] M. RIVOIRE, J.-L. FERRIER. - *Cours d'automatique : Commande par calculateur - identification*, Tome 3, Eyrolles, Paris, 1990.

## Annexe 2

- [IANOVICI 85] M. IANOVICI, J. J. MORF (Coordonnateurs), M. AGUET, R. BERSIER, J. BERTUCHOZ, W. BOLINGER, H. CURTINS, F. DE COULON, T. DVORAK, C. GARY, H. KUNZ, P. LEUTHOLD, J.J. MAX, E. MONTANDON, C.J. NADLER, J. NEIRYNCK, H. NUSSBAUMER, J. PIFFARETTI, F.K. REINHART, P. ROBERT, H. SAUVAIN, A. SHAH, B. SZENTKUTI, J.-F. ZURCHER, R. ZWICKY. - *Compatibilité électromagnétique*, Presses Polytechniques Romandes, Zurich, Suisse, 1985.
- [MARDIGUIAN 1992] M. MARDIGUIAN. - *Manuel pratique de compatibilité électromagnétique*, Prâna Recherche et Développement, Les Ulis, France, Octobre 1992.



[VOLLAIRE 94] C. VOLLAIRE. - *Etude et modélisation des différents bruits dans une commande vectorielle de machine asynchrone*, Rapport de DEA d'Electrotechnique, Ecole Centrale de Lyon, Ecully, France, Septembre 1994.

### **Annexe 3**

[BELLANGER 90] M. BELLANGER. - *Traitement numérique du signal*, 4<sup>e</sup> édition, Masson, Paris, 1990.

[BORNE 92A] P. BORNE, G. DAUPHIN-TANGUY, J.P. RICHARD, F. ROTTELA, I. ZAMBETTAKIS. - *Modélisation et identification des processus*, tome 1, Technip, Paris, 1992.

[DE COULON 94] F. DE COULON. - *Théorie et traitement des signaux*, Traité d'électricité, d'électronique et d'électrotechnique, Dunod, France, Septembre 1994.

[DIEULESAINT 90] E. DIEULESAINT, D. ROYER. - *Automatique appliquée : Systèmes linéaires de commande à signaux échantillonnés*, Masson, Paris, 1990.

### **Annexe 4**

[POPOV 73] V.M. POPOV. - *Hyperstability of control systems*, SpringerVerlag, Berlin, FRG, 1973.