

# 1. ENERGIE

Ce chapitre n'est pas un cours de thermodynamique. Il a pour but de rappeler certaines notions sur l'énergie utiles à la compréhension du cours.

## Différentes formes de l'énergie

L'énergie sert à effectuer un travail, à appliquer une force sur un système pour le déplacer ou changer son mouvement, à fournir de la chaleur, etc. On peut la classer de diverses manières :

- énergie mécanique : fournie par un fluide en mouvement (courant d'eau d'une rivière, vent, marées), par un ressort ou un fluide comprimé, par la pesanteur,
- énergie électrique : associée au magnétisme, au courant électrique
- énergie thermique : fournie par la combustion de charbon, de pétrole, de gaz,
- énergie chimique : fournie par les aliments, par une pile électrique,
- énergie lumineuse : utile pour les plantes, qui utilisent la photosynthèse,
- énergie nucléaire : présente dans les atomes, obtenue par fusion ou fission.

L'énergie peut se trouver sous forme potentielle ou cinétique :

- potentielle : eau d'un barrage, ressort comprimé, pile électrique, ...
- cinétique : corps en mouvement, ...

L'énergie est à disposition sous forme potentielle, et on l'utilise sous forme cinétique. La source est un réservoir contenant un fluide (pétrole, air sous pression, ressort comprimé, eau retenue par un barrage, batterie électrique, ...).

## Conservation et transformation de l'énergie

L'énergie se conserve : elle ne peut être créée ou supprimée ; elle peut être transformée. Par exemple, dans la collision de deux boules de billard, l'énergie cinétique initiale des deux boules est égale à l'énergie cinétique des deux boules après le choc. Dans toute transformation d'énergie, l'énergie après transformation est égale à celle avant transformation.

L'énergie peut être transférée selon trois principes : sous la forme de travail, de chaleur, ou de rayonnement. Une grue peut lever une charge de masse  $m$  d'une hauteur  $h$  en exerçant une force verticale vers le haut (opposée à la gravitation). Elle fournit un travail :  $m \cdot g \cdot h$ . Lorsqu'on chauffe de l'eau dans une casserole à l'aide d'un réchaud à gaz, le mélange air – gaz brûle en fournissant de l'énergie, qu'il transfère vers la casserole et l'eau qui s'échauffent, mais aussi vers le milieu ambiant.

Le Soleil nous transmet de l'énergie par rayonnement ( $1 \text{ kW/m}^2$ ). Le transfert par rayonnement intervient chaque fois qu'on est en présence d'ondes (lumière, rayons ultraviolet, X, gamma). Tous les systèmes perdent de l'énergie par rayonnement : le corps humain perd ainsi 50% de son énergie.

Le même effet peut être obtenu par ces trois modes : une brûlure de la peau peut être provoquée par :

- contact avec un corps chaud (transfert sous forme de chaleur)
- frottement rapide le long d'une corde (transfert sous forme de travail)
- exposition prolongée au Soleil (transfert par rayonnement)

L'énergie peut être transformée, mais pas n'importe comment. On peut faire les transformations suivantes :

- énergie électrique -> énergie mécanique : moteur électrique
- énergie mécanique -> énergie mécanique : transmission, par exemple boîte de vitesses
- énergie chimique -> énergie électrique : pile
- énergie mécanique -> énergie électrique : dynamo, alternateur, turbine hydraulique
- énergie thermique -> énergie mécanique : moteur Stirling, turbine à vapeur ou à gaz,
- énergie électrique -> énergie thermique : chauffage par résistance électrique
- énergie électrique -> énergie lumineuse : lampe électrique

Certaines transformations sont impossibles à ce jour : on ne sait pas transformer l'énergie chimique contenue dans le charbon directement en énergie électrique. On est obligé de passer par l'intermédiaire de l'énergie thermique. La combustion du charbon fournit de la chaleur que l'on utilise pour créer de la vapeur d'eau sous pression, qui alimente une turbine à gaz qui fait tourner une génératrice électrique. De même, le corps humain part de l'énergie chimique (aliments), qu'il utilise sous forme électrique pour actionner les muscles.

Dans toute transformation, l'énergie se dégrade en fournissant de la chaleur. La turbine, la génératrice, sont des systèmes en mouvement, qui subissent des frottements, donc une perte, transformée en chaleur. Un véhicule automobile lancé subit des frottements externes de l'air et des frottements internes de ses mécanismes. Les roues, le moteur, les organes de transmission, s'échauffent. Toute l'énergie n'est pas utilisée pour fournir le travail demandé.

Le rendement d'une transformation d'énergie est le rapport entre l'énergie utile et l'énergie fournie par la source. Quelques valeurs :

- chaudière à fioul : 0.90
- pile électrique : 0.90
- centrale nucléaire : 0.30
- moteur à 4 temps : 0.25
- lampe à incandescence : 0.05

La lampe à incandescence chauffe plus qu'elle n'éclaire, et pourtant c'est pour s'éclairer qu'on l'utilise.

## **Energies non renouvelables et énergie renouvelables**

La source d'énergie peut être diverse. On utilise des sources renouvelables ou non.

### **Energies non renouvelables (fossiles, nucléaires)**

#### *Energies fossiles*

Elles sont issues de la matière vivante, végétale ou animale : charbon, pétrole, gaz naturel. Le charbon est la plus abondante dans le monde, il a été utilisé le premier par la Révolution

Industrielle, en remplacement des énergies mécaniques (eau, vent, animaux, hommes) de l'époque. Il représente environ 25% de la consommation d'énergie dans le monde.

Le pétrole est venu un peu plus tard, il a supplanté le charbon dans un grand nombre d'applications, principalement par sa plus grande facilité de stockage et transport (liquide). Il représente près de 40% de la consommation d'énergie dans le monde.

Le gaz a commencé à être utilisé lors des chocs pétroliers des années 1970. Il représente environ 25% de la consommation d'énergie dans le monde.

### *Energie nucléaire*

Elle est localisée dans les noyaux des atomes. La fission de noyaux lourds (uranium 235, plutonium 239) sous l'impact de neutrons libère de l'énergie : 1 gramme d'uranium fournit autant d'énergie que 3 tonnes de charbon.

L'énergie nucléaire représente 16% de la production mondiale d'électricité (près de 80% en France).

Les déchets constituent un problème pour l'environnement. Mais l'énergie nucléaire ne contribue que très peu à l'effet de serre : le programme nucléaire en France a permis de diviser la production de CO<sub>2</sub> par 3,5 (par rapport à l'énergie fournie par le pétrole et le gaz).

### **Energies renouvelables**

Ce sont les premières utilisées par l'homme : le vent, le soleil, la chaleur de la Terre, les chutes d'eau. Elles sont, sur de très grandes échelles de temps, renouvelables. Elles servent surtout à la production d'électricité ou de chaleur.

On utilise : le soleil, le vent (moulins et éoliennes), l'eau (moulins, turbines), la géothermie (énergie contenue dans la Terre sous forme de chaleur), la biomasse (énergie stockée dans la matière vivante), le retraitement des déchets (par fermentation ou incinération).

Ces énergies représentent seulement de l'ordre de 5 % de la consommation d'énergie dans le monde.

### **Les réserves**

Aux rythmes d'utilisation actuels, les réserves estimées à :

- pétrole : 40 ans
- gaz naturel : 70 ans
- charbon : 230 ans
- uranium : 50 ans

On comprend l'intérêt croissant pour les énergies renouvelables : utilisation d'éoliennes, de la géothermie, du solaire, de la biomasse.

## 2. DEFINITIONS

### 2.1. Transmission

Une transmission est un mécanisme qui reçoit de la puissance d'un moteur et la transmet à un récepteur. Ce mécanisme peut provoquer un changement de vitesse ou de couple, un changement de mouvement. Il possède un rendement, qui est le rapport de la puissance de sortie à la puissance d'entrée :

$$\eta = \frac{P_s}{P_e}$$

La conception d'un système de transmission dépend de nombreux facteurs :

- le type d'application : la machine réceptrice peut être une machine outil, une perceuse à main, un arbre de force d'un tracteur, une hélice de bateau, etc.
- la puissance à transmettre : elle est de quelques W pour un jouet, quelques centaines de W pour un appareil ménager, quelques kW pour une machine outil, de 1 à 2 GW pour un arbre de turbine de centrale électrique
- la vitesse de rotation ou de translation, ainsi que l'accélération, à l'entrée comme à la sortie : certains mécanismes tournent à une vitesse inférieure à 0,1 tr/min (horlogerie par exemple), d'autres à 40 000 à 120 000 tr/min (broches de machines outil à grande vitesse)

Les mécanismes de transmission utilisent plusieurs principes : l'obstacle (engrenages, chaînes, clavettes, cannelures, etc.) ou l'adhérence ou la friction (embrayage, frein, coupleur).

On rencontre :

- les systèmes à brins flexibles (poulie et courroie ; roue dentée et chaîne)
- les systèmes à roues de friction (variateurs)
- les systèmes à engrenages (réducteurs, boîtes de vitesses, différentiels)
- les accouplements
- les systèmes à articulations (bielle manivelle par exemple)
- les cames

Il peut y avoir changement de mouvement ou non, changement de vitesse ou non. Les mouvements peuvent être continus ou discontinus.

## 2.2. Rapport de transmission

### 2.2.1 Transformation d'une rotation en une rotation

- Arbres en prise directe (figure1)

S'ils sont alignés, les deux arbres tournent à la même vitesse :  $i = 1$ . La transmission est homocinétique. S'ils sont concourants, le rapport de transmission dépend de la technologie utilisée, et la rapport peut être variable (joint de Cardan par exemple). La transmission n'est pas homocinétique.



Figure 1 – Arbres en prise directe

- Arbres parallèles (figure 2)

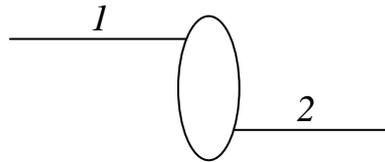


Figure 2 – Arbres parallèles

Le rapport de transmission entre l'arbre d'entrée 1 et l'arbre de sortie 2 est :

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2}$$

Il est positif si les arbres tournent dans le même sens, négatif si ils tournent en sens inverses.

Pour une transmission par poulies et courroie (figure 3), le rapport de transmission est :

$$i = \frac{d_2}{d_1}$$

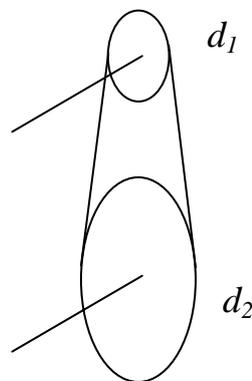


Figure 3 – Transmission par poulies et courroie

Pour un engrenage extérieur (figure 4), le rapport de transmission est :  $i = -\frac{d_2}{d_1}$

Pour un engrenage intérieur (figure 5), il est :  $i = \frac{d_2}{d_1}$

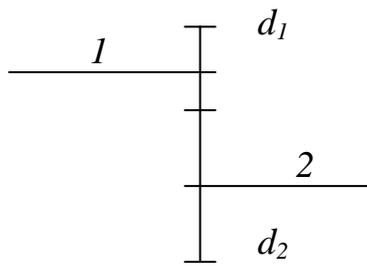


Figure 4 – Liaison par engrenage extérieur

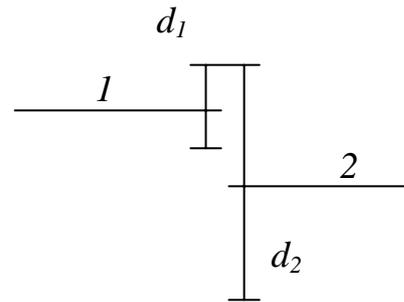


Figure 5 – Liaison par engrenage intérieur

Dans les cas où les arbres ne sont pas parallèles, on peut soit utiliser les conventions de signes des référentiels, soit traiter le sens au cas par cas.

- *mécanisme uniforme* : le rapport de transmission est constant
- *mécanisme homocinétique* : le rapport de transmission est constant et égal à 1.

### 2.2.2 Autres transformations

- *Transformation d'une translation en une translation* : on peut aussi définir un rapport de transmission, qui est sans dimension
- *Transformation d'une rotation en une translation ou inversement* : on peut aussi définir le rapport de transformation, qui sera dimensionnel
- *Transformation en un mouvement quelconque* : il est beaucoup plus délicat d'exprimer le rapport de transmission

### 2.2.3 Lois

- *Loi d'espace* : c'est la loi qui relie les mouvements d'entrée et de sortie :  $y = y(x)$
- *Loi de mouvement* : c'est la loi qui exprime un mouvement en fonction du temps :  $x(t)$ ,  $y(t)$ , etc.

- *Loi de vitesse* :  $\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{d\alpha}{dt}$

- *Loi d'accélération* :  $\frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^2y}{dt^2}, \frac{d^2\alpha}{dt^2}$

- *Loi de « jerk »* :  $\frac{d^3x}{dt^3}$  Elle est utile dans certaines applications, cames par exemple.

## 2.3 Puissance – Rendement – Moment

Arbre d'entrée : vitesse  $\omega_1$ , moment  $M_1$ , puissance  $P_1$

Arbre de sortie : vitesse  $\omega_2$ , moment  $M_2$ , puissance  $P_2$

- Puissance de l'arbre d'entrée :  $P_1 = M_1 \omega_1$

- Puissance de l'arbre de sortie :  $P_2 = M_2 \omega_2$

- Rendement : Il y a des pertes, et :  $P_2 < P_1$ . 
$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{M_2 \omega_2}{M_1 \omega_1}$$

Par conséquent,  $P_2$  étant inférieure à  $P_1$ ,  $M_2$  ne peut pas être égal à  $\frac{M_1 \omega_1}{\omega_2}$  :

$$M_2 < \frac{M_1 \omega_1}{\omega_2}$$

## 2.4 Courbe de puissance, courbe de moment (ou couple)

La performance d'un mécanisme est exprimée par la variation de sa puissance et de son moment en fonction d'un paramètre, la vitesse en général. Les figures suivantes donnent quelques exemples de courbes caractéristiques de mécanismes.

Un moteur électrique à courant continu a une courbe de couple comme celle représentée sur la figure 6.

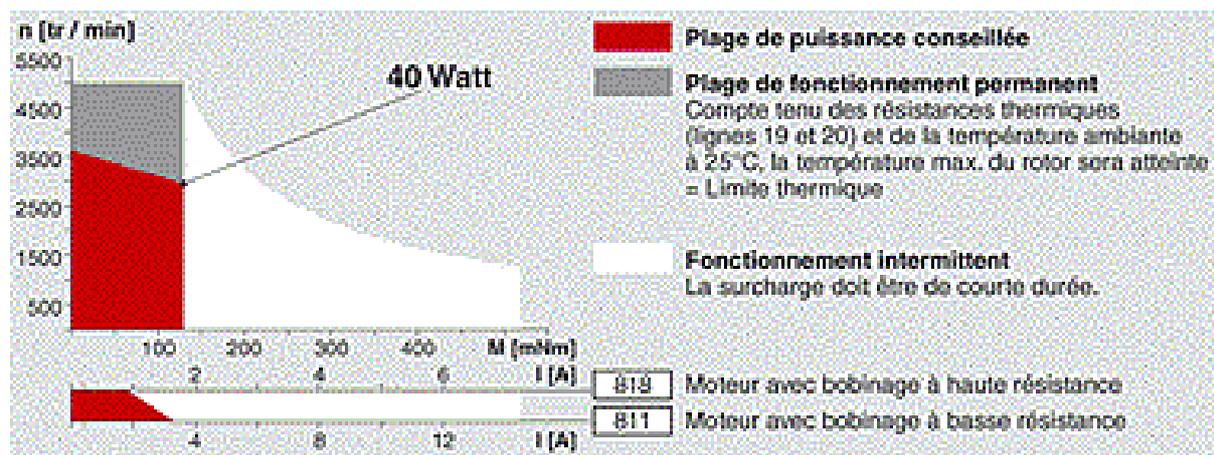


Figure 6 - Couple d'un moteur électrique à courant continu MAXON F2260 40 W (doc MAXON)

Un tel moteur présente une courbe de couple schématisée sur la figure 7. La vitesse est maximale pour un couple nul, elle diminue linéairement pour s'annuler pour le couple maximal  $C_{max}$ . La limitation imposée par le constructeur est due à l'échauffement des bobinages si l'intensité du courant dépasse la valeur indiquée.

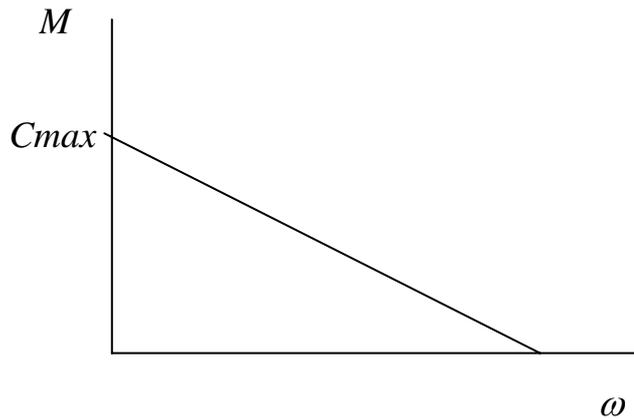


Figure 7 – Couple d'un moteur à courant continu

Un moteur électrique asynchrone a une courbe de couple comme celle représentée sur la figure 8. Le couple part d'une valeur non nulle (couple de démarrage), varie pour atteindre sa valeur maximale, puis devenir nul à la vitesse maximale  $N_s$ . On note le couple nominal  $C_N$ . Le moteur est capable de démarrer (couple non nul à vitesse nulle), et peut fournir un couple maximal (ou couple de décrochage) légèrement supérieur à 2 fois le couple nominal.

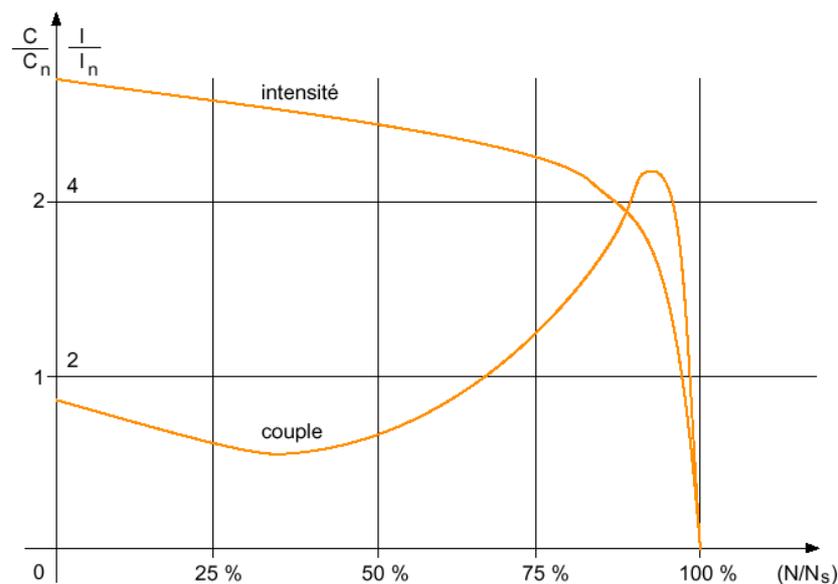


Figure 8 - Courbe typique du couple pour un moteur asynchrone (doc Merlin Gerin)

Un moteur d'automobile à combustion interne a une courbe de couple et une courbe de puissance comme celles représentées sur la figure 9. On constate que le couple maximal et la puissance maximale ne sont pas obtenus pour le même régime (vitesse de rotation).

La figure 10 présente ces courbes pour différents types de moteurs montés sur un même véhicule. le moteur à essence fournit une puissance supérieure, à vitesse plus élevée (6 000 tr/min) ; les moteurs Diesel fournissent leur puissance maximale à une vitesse plus basse (3 800 tr/min). Il en est de même des couples : le couple maximal est fourni à plus bas régime par les moteurs diesel. Ils tournent moins vite, posent donc moins de problèmes dynamiques.

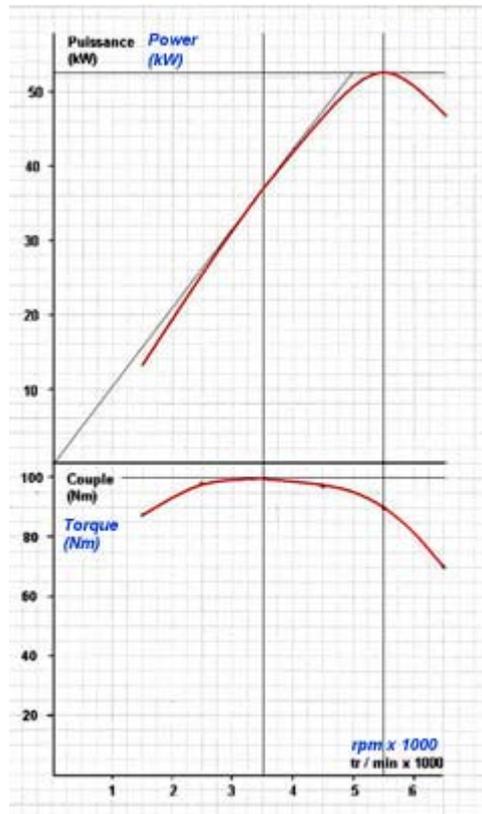


Figure 9 – Allures des courbes de puissance et de couple d'un moteur d'automobile

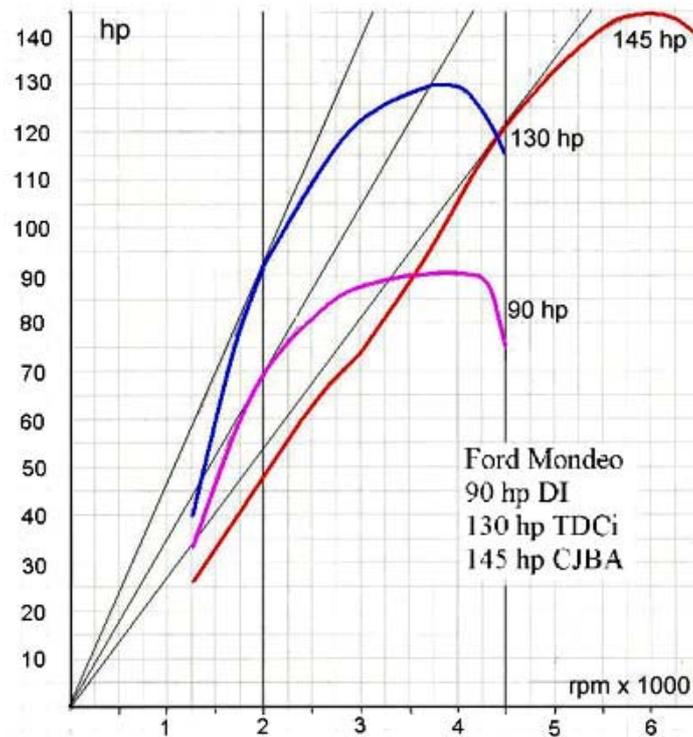


Figure 10 – Courbes de puissance de divers moteurs (doc auto-innovations)

La figure 11 présente la courbe de puissance d'une éolienne, en fonction de la vitesse du vent. La puissance fournie croît avec la vitesse du vent. La courbe n'est pas présentée aux plus grandes vitesses : elle décroît (figure 12). Les éoliennes ne sont pas utilisées à grande vitesse.

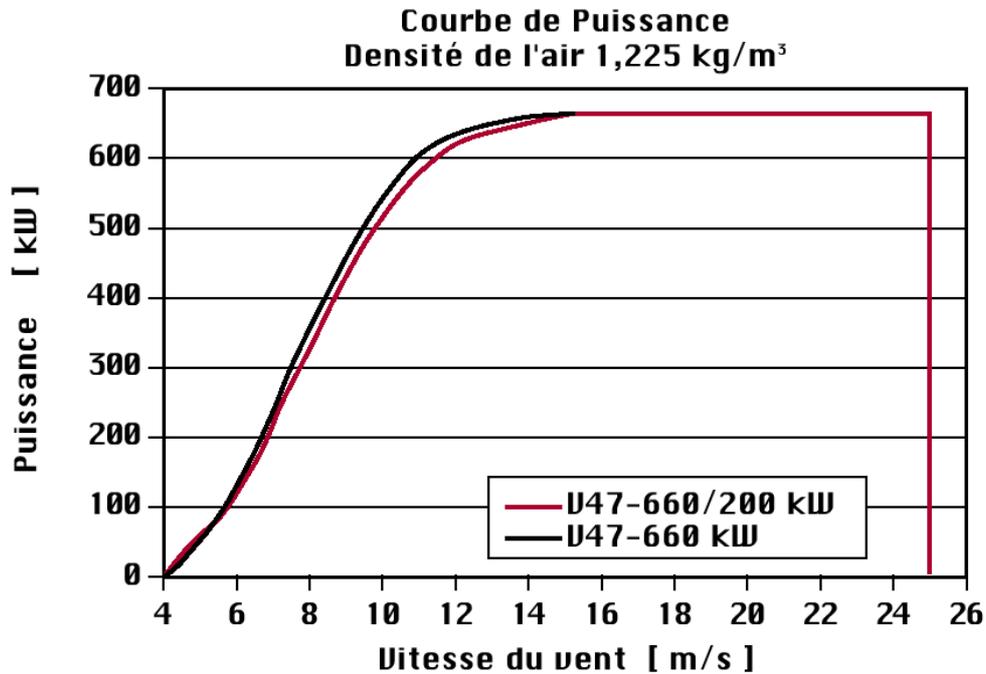


Figure 11 - Courbe de puissance d'une éolienne VESTAS V47 660 kW (doc VESTAS)

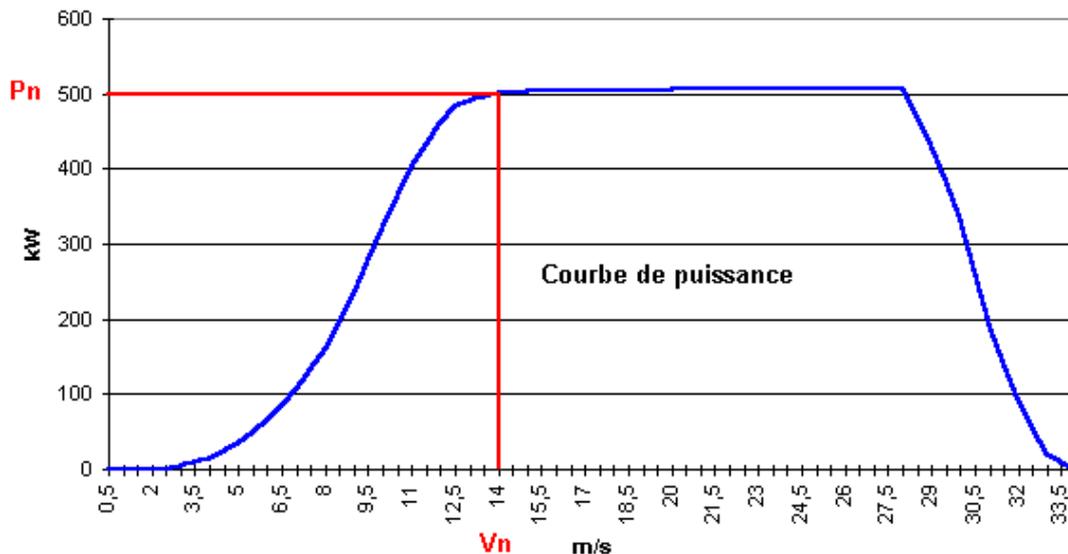


Figure 12 - Courbe de puissance d'une éolienne

Il est aussi intéressant de connaître le rendement d'un système. La figure 13 représente la courbe de rendement d'une éolienne, qui explique aussi pourquoi elle n'est pas intéressante à haute vitesse.

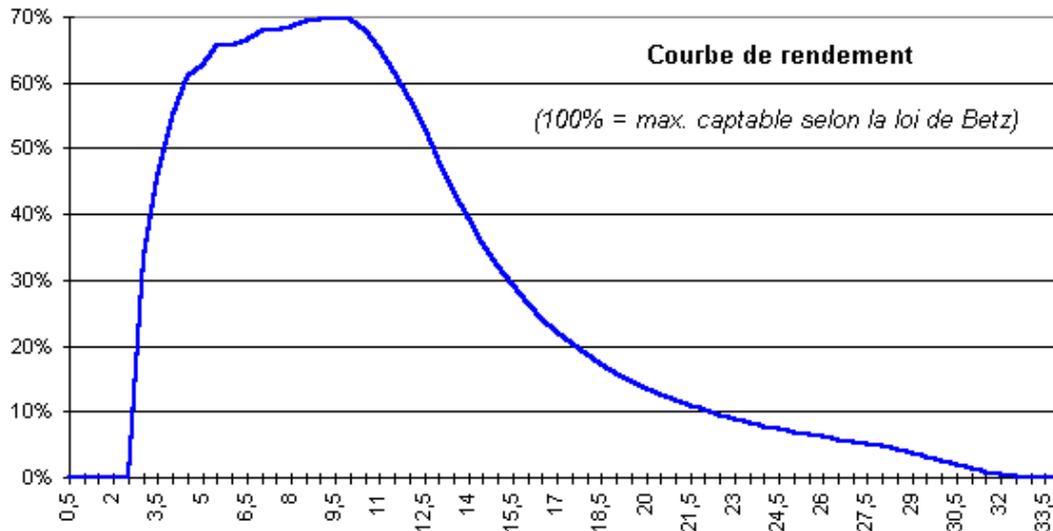


Figure 13 - Courbes de puissance et de rendement d'une Eolienne E40 Saint With, Belgique  
 (doc [http://users.swing.be/compagnons-eole/eolienne/divers/e40.htm#puiss\\_E40](http://users.swing.be/compagnons-eole/eolienne/divers/e40.htm#puiss_E40))

## 2.5. Adaptation moteur – récepteur

Les courbes caractéristiques des moteurs et des récepteurs sont de diverses formes (figure 14). Lors du choix d'un moteur devant entraîner un récepteur, il faut en tenir compte.

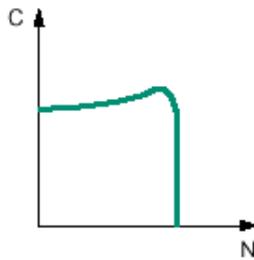
Le point de fonctionnement se situe à l'intersection des deux courbes (figure 15). Il y a donc lieu de bien choisir et dimensionner le moteur devant entraîner un récepteur. En particulier, il faut que le moteur :

- puisse démarrer, donc avoir un couple suffisant au démarrage (on utilise des processus particuliers pour démarrer les moteurs électriques : montage étoile – triangle par exemple)
- puisse atteindre la vitesse requise et fournir les accélérations attendues
- puisse supporter les variations de charge du récepteur
- - ...

On ne choisit donc pas un moteur au hasard

### Formes de couple moteur

#### Type 1

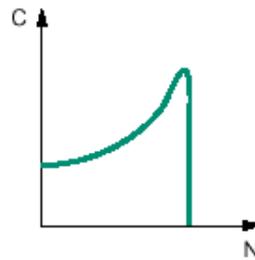


Courbe presque plate entre  $C_d$  et  $C_{maxi}$

#### Types de rotor :

simple cage à encoches profondes et barres fines  
simple cage à encoches trapézoïdales, ou en L, ou en T

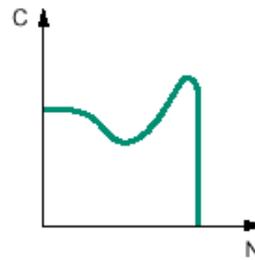
#### Type 2



Courbe croissante entre  $C_d$  et  $C_{maxi}$

simple cage

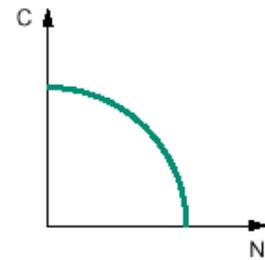
#### Type 3



Courbe avec creux entre  $C_d$  et  $C_{maxi}$

simple cage à encoches trapézoïdales, ou en L, ou en T  
double cage

#### Type 4

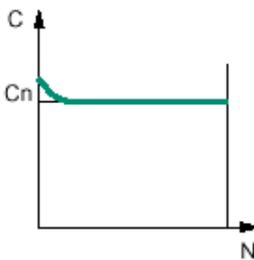


Courbe décroissante  
 $C_d = C_{maxi}$

rotor à fort glissement

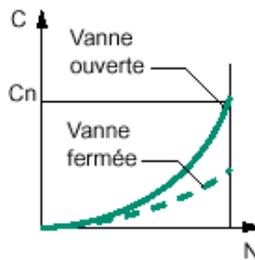
### Formes de couple résistant

#### Type A constant



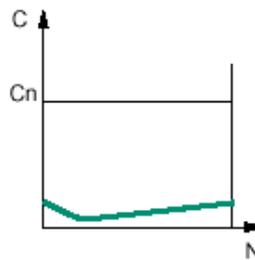
compresseurs à pistons, engins de levage et manutention, bandes transporteuses, broyeurs

#### Type B parabolique



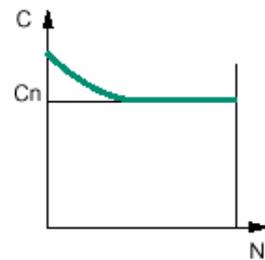
compresseurs centrifuges, pompes centrifuges, pompes à vis, pompes à hélice, ventilateurs, turbines

#### Type C négligeable



machines génératrices de groupes convertisseurs

#### Type D à décollage important



broyeurs, concasseurs (après calage)

Figure 14 - Courbes de couples de moteurs électriques et de récepteurs

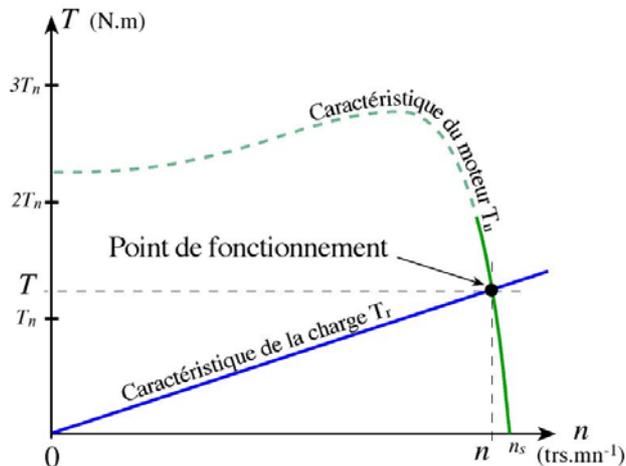


Figure 15 - Point de fonctionnement

La figure 16 représente les courbes d'effort de traction (proportionnel au couple) du moteur d'un camion à 10 vitesses, ainsi que les pentes à gravir (de 0 à 25%), en fonction de la vitesse (abscisse). Le graphique rouge indique que le véhicule chargé à 38 tonnes nécessite une force de traction de 3500 daN pour gravir une pente de 6%, et qu'il doit le faire en 5<sup>ème</sup> vitesse. Sa vitesse sera de 22 km/h. Il ne peut pas en 6<sup>ème</sup> (force de traction, donc couple insuffisants). Il ne peut pas non plus en 4<sup>ème</sup>, car le moteur tournerait trop vite.

Pour une pente de 8%, il semble que la 5<sup>ème</sup> ne peut convenir, et que la 4<sup>ème</sup> soit limite. Il y a ce qu'on appelle un « trou », qui pose quelques problèmes au conducteur.

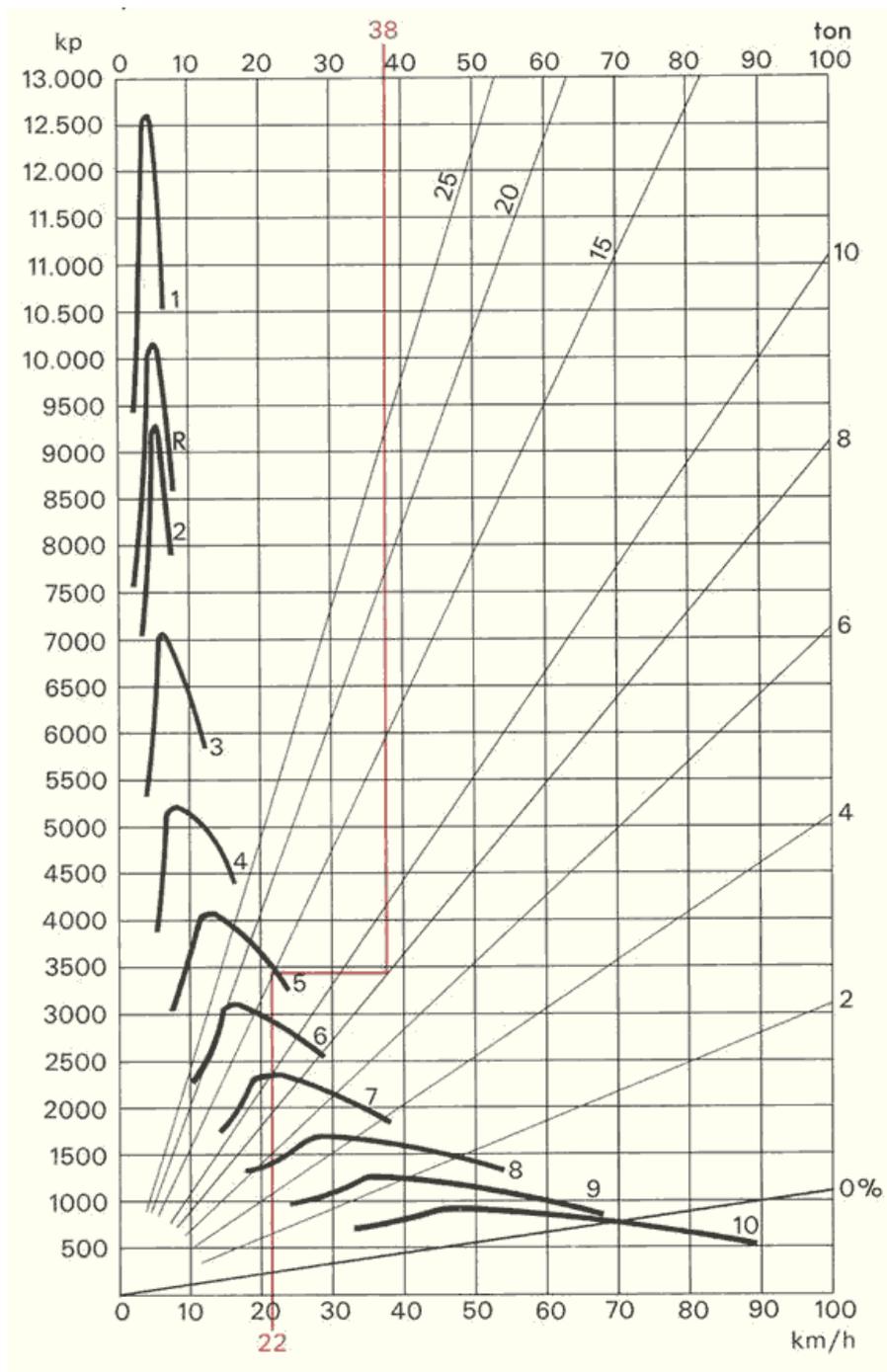


Figure 16 - Choix du rapport pour grimper une pente (doc auto-innovations)

## 2.6 Transmission par adhérence ou par obstacle

Il existe deux modes pour transmettre un mouvement : par adhérence et friction ; par obstacle.

La différence fondamentale réside dans l'orientation de l'effort transmis (figure 17).

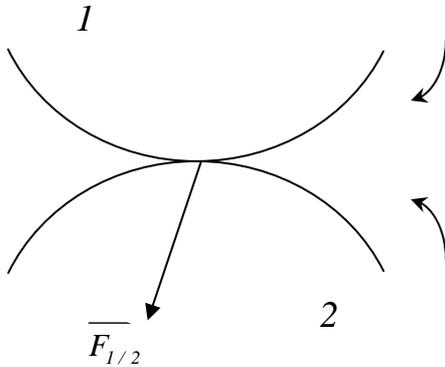


Figure 17.a Transmission par adhérence

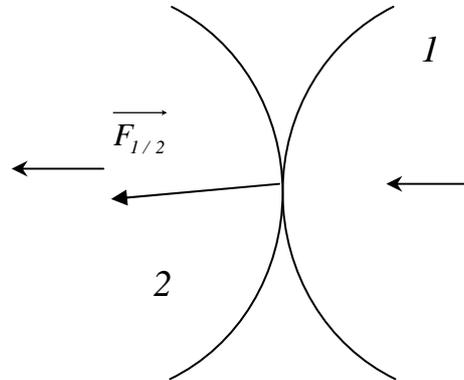


Figure 17.b Transmission par obstacle

Dans le cas de l'adhérence, la force utile, parallèle au déplacement, est la composante tangentielle  $N$  de  $\vec{F}_{1/2}$ . Sa valeur maximale est telle que :

$$T = N \operatorname{tg} \varphi_0 \text{ (adhérence)} \quad T = N \operatorname{tg} \varphi \text{ (friction)}$$

Dans le cas de l'obstacle, la force utile est beaucoup plus élevée, car très proche de ou égale à la composante normale de  $\vec{F}_{1/2}$ .

Si on exprime l'efficacité en fonction de l'angle d'inclinaison de la force par rapport à la direction du mouvement, on peut dire que :

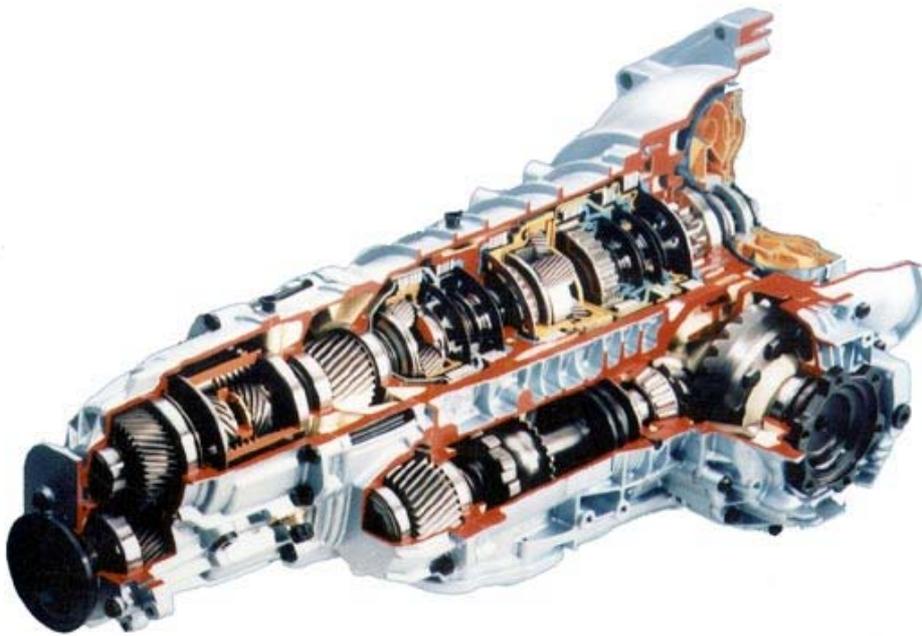
- dans le cas de l'adhérence, la force  $\vec{F}_{1/2}$  est inclinée par rapport à la normale au contact d'un angle maximal égal à l'angle d'adhérence. Sinon, il y a glissement et donc non transmission. Elle est inclinée d'un angle supérieur à  $90^\circ - \varphi_0$  par rapport au déplacement.
- dans le cas de l'obstacle, la force  $\vec{F}_{1/2}$  est très proche de la direction du mouvement. Pour une transmission par engrenage, on verra plus loin que cet angle d'inclinaison, nommé angle de pression, est de  $20^\circ$  en général.

La transmission par adhérence nécessite un effort normal nettement plus élevé que la transmission par obstacle pour transmettre un même effort utile.

Par contre, elle n'est pas positive, en ce sens qu'elle autorise éventuellement le glissement, ce qui apporte les avantages suivants :

- sécurité : lorsque l'effort résistant augmente trop, la transmission autorise le glissement, ce qui constitue une sécurité ; on peut choisir un réglage d'effort normal maximal qui détermine la valeur de l'effort tangentiel pour lequel il y a démarrage du glissement : ceci permet d'entraîner jusqu'à une valeur de tarage, et de glisser au delà
- souplesse : par des variations de forme et de dimension, on peut créer une transmission à rapport variable continu, alors que ceci est impossible à l'aide d'engrenages par exemple (on pourra créer des conditions de changement de vitesse, mais avec des valeurs discrètes du rapport)

Ceci est illustré sur les figures 18 et 19.



*Figure 18 – Boîte de vitesses manuelle à 5 rapports (doc. ZF-Group)*



*Figure 19 – Variateur de vitesses (doc. ZF-Group)*

### 3. TRANSMISSION PAR ADHERENCE

#### 3.1 Exemple d'application : mouvement d'un vélo sur un sol horizontal

Un exemple bien connu de la transmission par adhérence est celui de la roue motrice d'un véhicule (vélo, moto, automobile, locomotive, etc.). Il s'agit de la transformation d'un mouvement de rotation en un mouvement de translation. La roue est en contact avec le sol ou un rail. L'efficacité de la transmission dépend principalement des matériaux au contact, dont le comportement est caractérisé par les coefficients d'adhérence et de frottement. La résultante des efforts appliqués par le sol sur la roue comporte une composante normale  $N$  et une composante tangentielle  $T$  telles que :

$$T = N f \text{ (frottement)} \quad T = N f_0 \text{ (adhérence)}$$

Les notions de base de l'adhérence et du frottement ont été présentées dans le polycopié « Liaisons et Guidages ».

- Démarrage du vélo

Si par exemple nous considérons un vélo à l'arrêt sur un sol horizontal (figure 20), il est soumis aux efforts extérieurs :

- le poids du vélo  $\vec{q}$  et le poids du cycliste  $\vec{Q}$
- la résultante des efforts appliqués par le sol sur la roue arrière motrice  $\vec{S}$
- la résultante des efforts appliqués par le sol sur la roue avant  $\vec{U}$

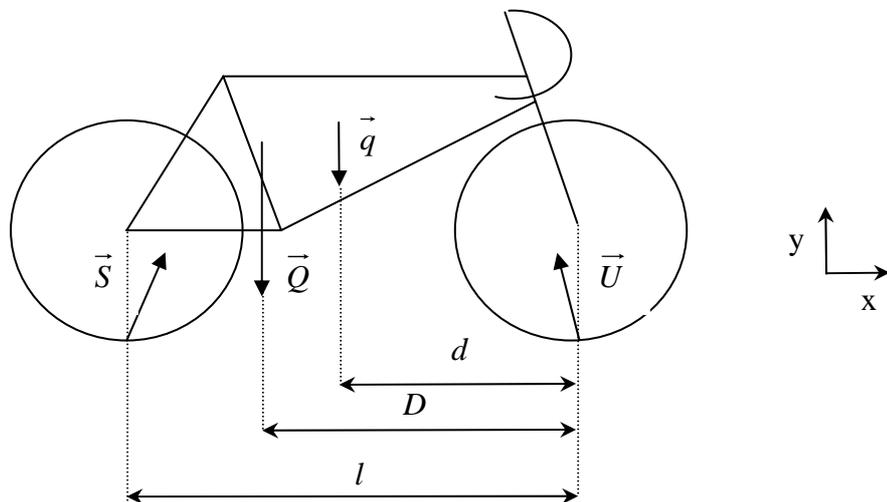


Figure 20 – Forces extérieures appliquées à un vélo portant son cycliste

Isolons ce vélo (en déplacement à vitesse constante) et appliquons le principe fondamental de la statique avec les moments calculés en  $U$ , point de contact de la roue avant avec le sol :

$$\begin{aligned} S_x + U_x &= 0 \\ S_y + U_y - Q - q &= 0 \\ S_y \cdot l - Q \cdot D - q \cdot d &= 0 \end{aligned}$$

Ces trois équations comportent 4 inconnues. Elles permettent de résoudre partiellement.

$$S_y = \frac{Q D + q d}{l}$$

$$U_y = Q + q - \frac{Q D + q d}{l}$$

Pour connaître  $S_x$ , isolons la roue arrière lorsque le cycliste exerce un effort sur la pédale (figure 21). Elle est soumise aux actions extérieures :

- la force exercée par la chaîne sur le pignon arrière  $\vec{T}$
- la résultante des actions exercées par le sol  $\vec{S}$
- la force exercée par le cadre  $\vec{C}$

Dans ce calcul, on néglige les pertes dans le guidage par roulements de la roue dans son palier et les pertes par résistance au roulement au contact sol / roue arrière.

L'application du principe fondamental de la statique (moments calculés en  $C$ ) fournit :

$$S_x + T - C_x = 0 \quad (1)$$

$$S_x - C_x = 0 \quad (2)$$

$$S_x \cdot R - T \cdot r = 0 \quad (3) \quad R : \text{rayon de la roue} \quad r : \text{rayon du pignon}$$

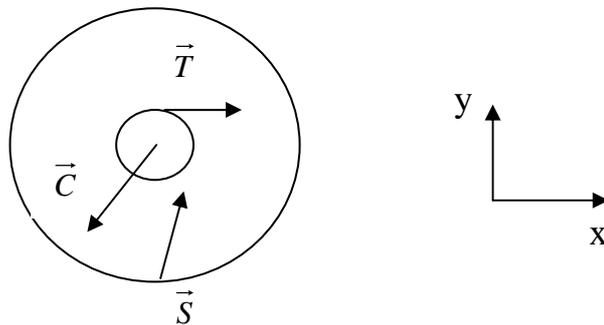


Figure 21 – Roue arrière isolée

$$S_x = T \frac{r}{R}$$

$$C_x = T \frac{r}{R} + P$$

$$S_y = C_y$$

Le rapport  $\frac{S_x}{S_y}$  est : 
$$\frac{S_x}{S_y} = \frac{T \frac{r}{R}}{\frac{QD + qd}{l}}$$

Selon le rapport entre  $S_X$  et  $S_Y$ , il y a ou non adhérence entre la roue arrière et le sol :

- lorsque la force exercée par le sol est inclinée d'un angle inférieur ou égal à l'angle d'adhérence  $\varphi_0$ , il y a adhérence
- lorsque le calcul indique que la force exercée par le sol est inclinée d'un angle supérieur à l'angle d'adhérence  $\varphi_0$ , il ne peut pas y avoir équilibre, il y a donc glissement : la force est inclinée d'un angle égal à l'angle de frottement  $\varphi$  (pour étudier le mouvement, il faut faire une étude de dynamique, la statique étant en défaut).

On doit donc comparer  $\frac{S_X}{S_Y}$  à  $tg \varphi_0 = f_0$

A la limite de l'adhérence et du glissement :  $\frac{S_X}{S_Y} = tg \varphi_0 = f_0$

Il y a donc adhérence si : 
$$\frac{T \frac{r}{R}}{\frac{QD + qd}{l}} \leq f_0$$

La force  $T_{lim}$  que le cycliste peut exercer à la limite de l'adhérence est :

$$T_{lim} = \frac{QD + qd}{l} \frac{R}{r} f_0$$

On constate que  $S_Y$  augmente lorsque le poids du cycliste augmente et lorsque la distance  $D$  augmente : un cycliste plus lourd et disposé plus vers l'arrière provoque une composante normale plus lourde et permet une composante tangentielle plus élevée avant d'atteindre la limite de l'adhérence et du glissement.

L'étude complète du problème nécessite de considérer les pertes dans les guidages internes du vélo (pédalier, axes de roues, liaisons chaîne/plateau et chaîne/pignon, contacts sol/roues). Si nous faisons cette étude, nous constatons que :

- la force  $T_{lim}$  à exercer est plus élevée que celle calculée ci dessus
- dès que la force exercée est plus élevée que  $T_{lim}$ , le vélo se met en mouvement : il n'est plus en équilibre
- lorsque le mouvement est continu à vitesse constante, le problème est un problème de statique, et on en déduit que la composante tangentielle motrice sur la roue arrière est égale à la résistance au roulement des deux roues sur le sol

Certains véhicules à moteur sont munis de dispositifs empêchant le patinage des roues au démarrage.

- Freinage

Considérons le vélo lancé à une vitesse constante  $\vec{V}_0$  sur un sol horizontal. Le vélo n'est plus soumis à une force motrice de la part du cycliste, mais celui-ci exerce un effort sur la poignée des freins et transmet une force  $\vec{F}$  sur les disques. Dans ces conditions, les roues subissent de la part du sol des composantes tangentielles exercées vers l'arrière du mouvement. Le vélo va être soumis à un mouvement décéléré, qui ne peut pas être étudié par la statique, mais par la dynamique. Isolons par exemple la roue avant (figure 22).

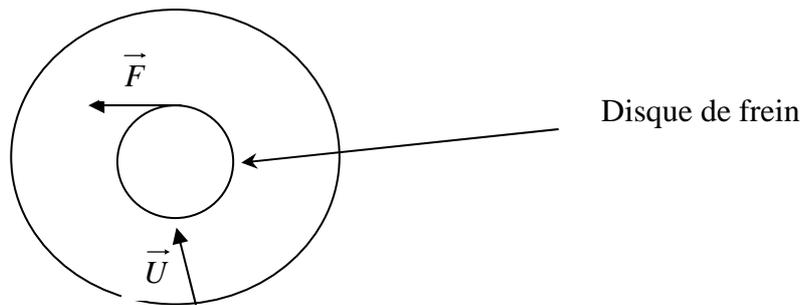


Figure 22 – Roue avant au freinage

Plusieurs cas peuvent se produire :

- la force de freinage n'est pas trop élevée, la roue continue de tourner sans glisser sur le sol
- la force de freinage est trop élevée, elle bloque le frein, et la roue glisse sur le sol

Comme c'est la force exercée par le sol sur les roues qui conditionne l'arrêt, la deuxième possibilité (glissement) est moins efficace que la première (adhérence). On rappelle que le coefficient d'adhérence est plus élevé que le coefficient de frottement de glissement. Certains véhicules à moteur sont munis de systèmes permettant d'éviter le blocage des freins (système ABS).

Au début du freinage, le vélo a une vitesse  $V_0$ , et une énergie cinétique :  $E = \frac{1}{2} m \cdot V_0^2$

$m$  : masse totale, soit masse du vélo + masse du cycliste

A la fin du freinage, à l'arrêt, l'énergie cinétique est nulle. Par conséquent, en appliquant le théorème de l'énergie cinétique entre le début du freinage et l'arrêt, nous obtenons :

$$W = 0 - \frac{1}{2} m \cdot V_0^2 = -\frac{1}{2} m \cdot V_0^2$$

Supposons que l'arrêt ait lieu sur une distance  $d$ . Le travail des forces est :

Forces exercées par le sol :  $- S_x \cdot d - U_x \cdot d$

Forces exercées par les freins, en supposant qu'ils exercent la même force :  $- 2 \cdot F \cdot r \cdot \alpha$

$\alpha$  : angle dont le disque de frein tourne lors du freinage

$$\alpha = \frac{d}{\pi R} \quad R \quad : \text{ rayon de la roue}$$

$$D'où : -S_x \cdot d - U_x \cdot d - 2 \cdot F \cdot r \frac{d}{\pi R} = -\frac{1}{2} m \cdot V_0^2$$

Cette équation comporte 3 inconnues :  $S_x$ ,  $U_x$ ,  $F$ . Pour pouvoir résoudre, il faut faire une étude de dynamique, qui fournit les équations nécessaires. Elle peut cependant être utile, car si on définit les valeurs limites de  $S_x$  et  $U_x$  pour éviter le glissement, elle fournit la valeur maximale de la force de freinage à exercer.

### 3.2 Transmission par roues de friction

La transmission par roues de friction a été utilisée aux débuts de l'automobile et du train. Les dispositifs utilisés permettaient de transmettre avec une variation continue de la vitesse de sortie, ce qui évitait le recours aux boîtes de vitesses. La friction a été remplacée par les engrenages, qui ne peuvent pas fournir une variation continue de la vitesse (nécessité de la boîte de vitesses), mais qui ont l'avantage de ne pas patiner. Toutefois, il semble y avoir un regain pour la transmission par friction, pour les machines outils et aussi pour l'automobile.

Comme nous l'avons montré avec l'exemple du vélo, la force tangentielle qu'une roue peut transmettre est proportionnelle à la force normale au contact des surfaces des deux éléments. Les dispositifs à roues de friction nécessitent des efforts normaux élevés et doivent être réalisés en matériaux supportant de fortes pressions.

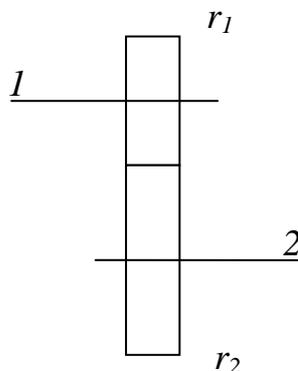


Figure 23 – Roues de friction

S'il n'y a pas glissement, les deux roues ont la même vitesse sur la génératrice de contact, et le rapport de transmission est :

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{r_2}{r_1}$$

Le très grand intérêt de la friction entre roues est la possibilité de faire varier la vitesse en faisant varier le rayon de contact. De nombreux dispositifs ont été réalisés, utilisant des formes simples (plan, cylindre, cône, sphère) et d'autres plus complexes (tores par exemple).

Un exemple d'une application de l'adhérence est la transmission du vélomoteur "SOLEX" à l'aide d'une petite roulette entraînant directement par friction sur le pneu avant.

Quelques dispositifs sont présentés dans ce qui suit.

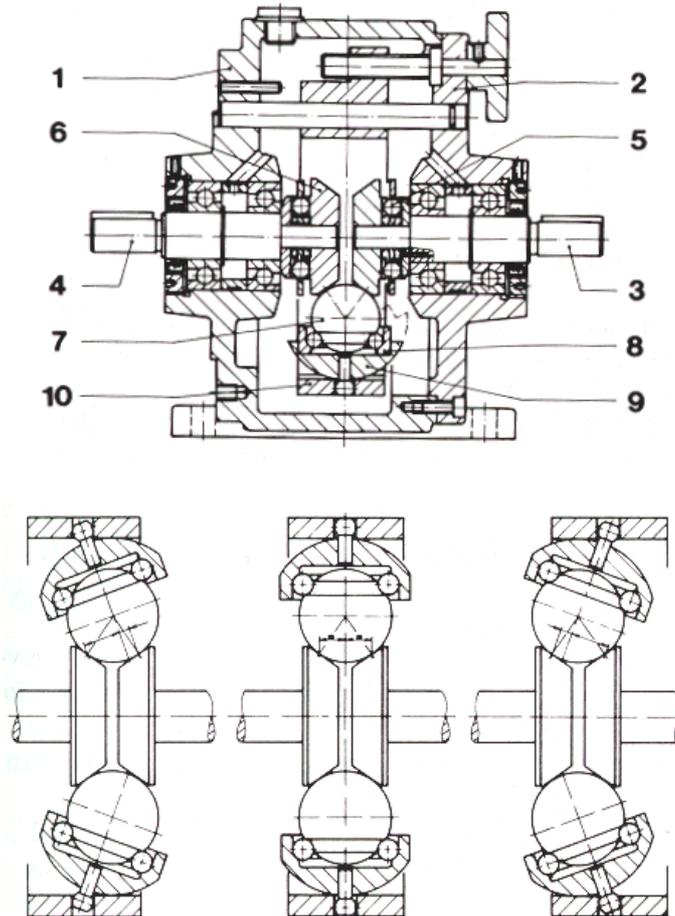


Figure 24 – Variateur KOPP

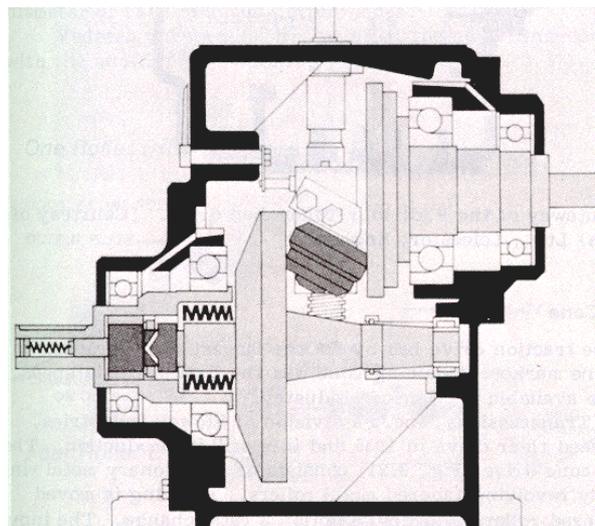


Figure 25 - Variateur FU

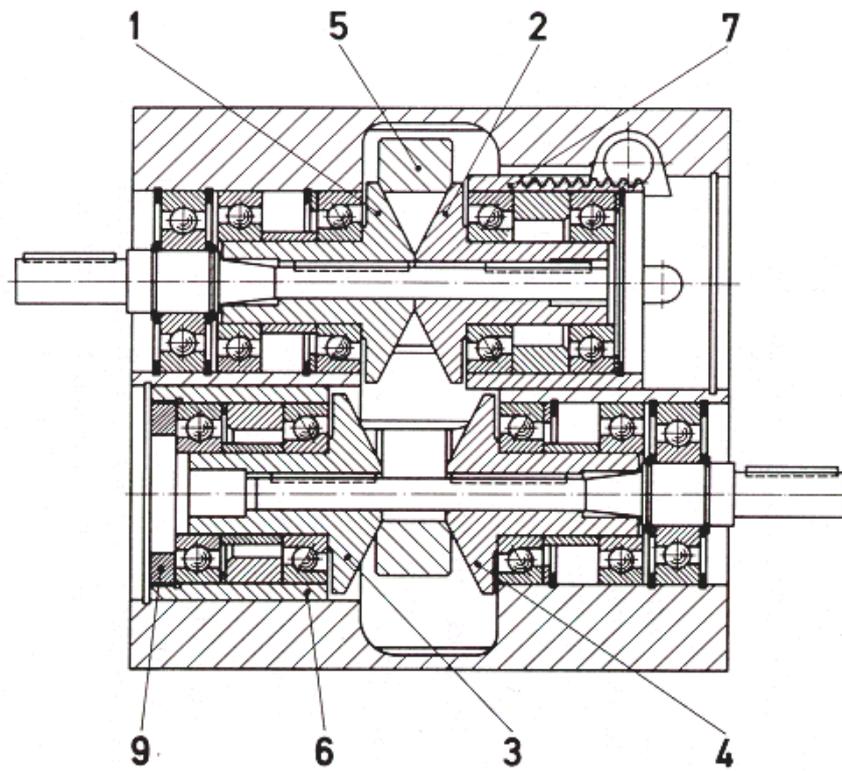


Figure 26 - Variateur Heynau H

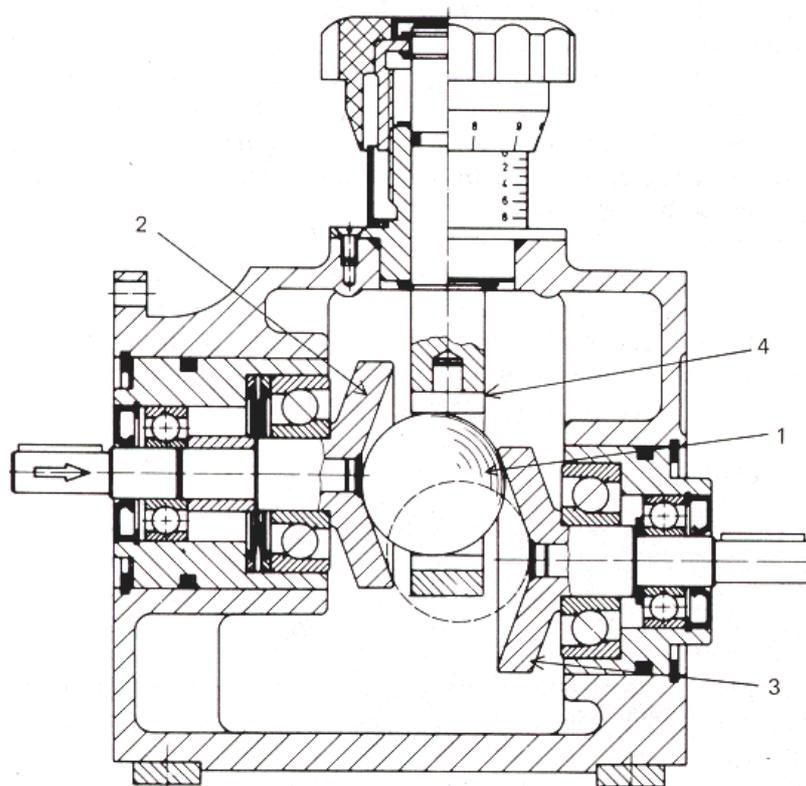


Figure 27 - Variateur Heynau mini-drive

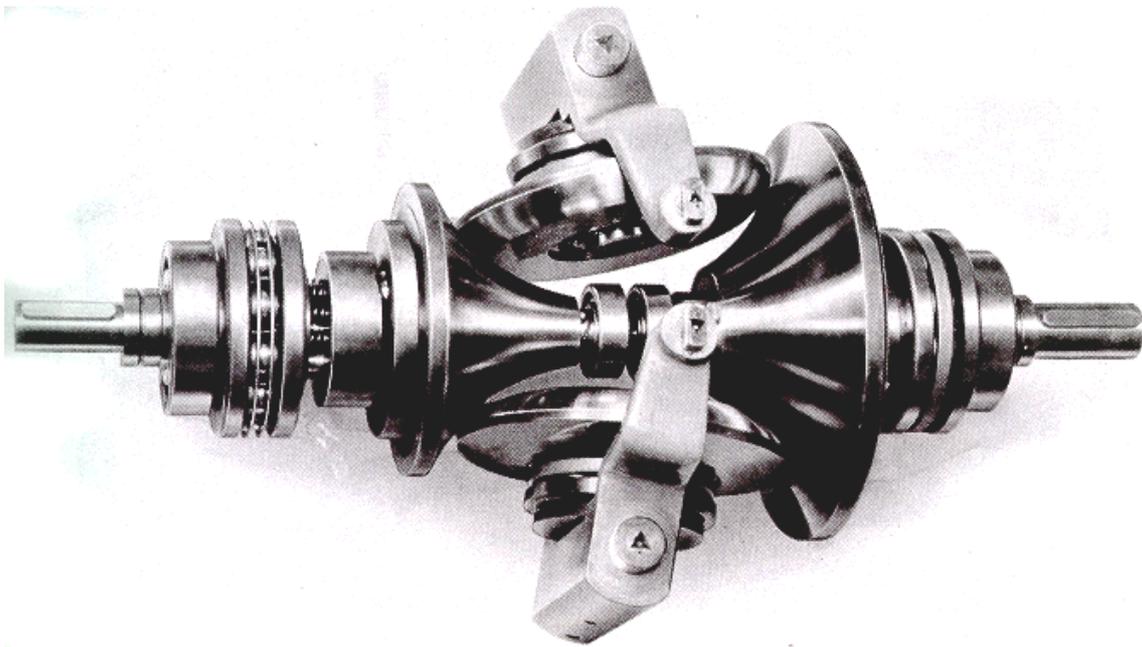


Figure 28a - Variateur Toroïdal Arter

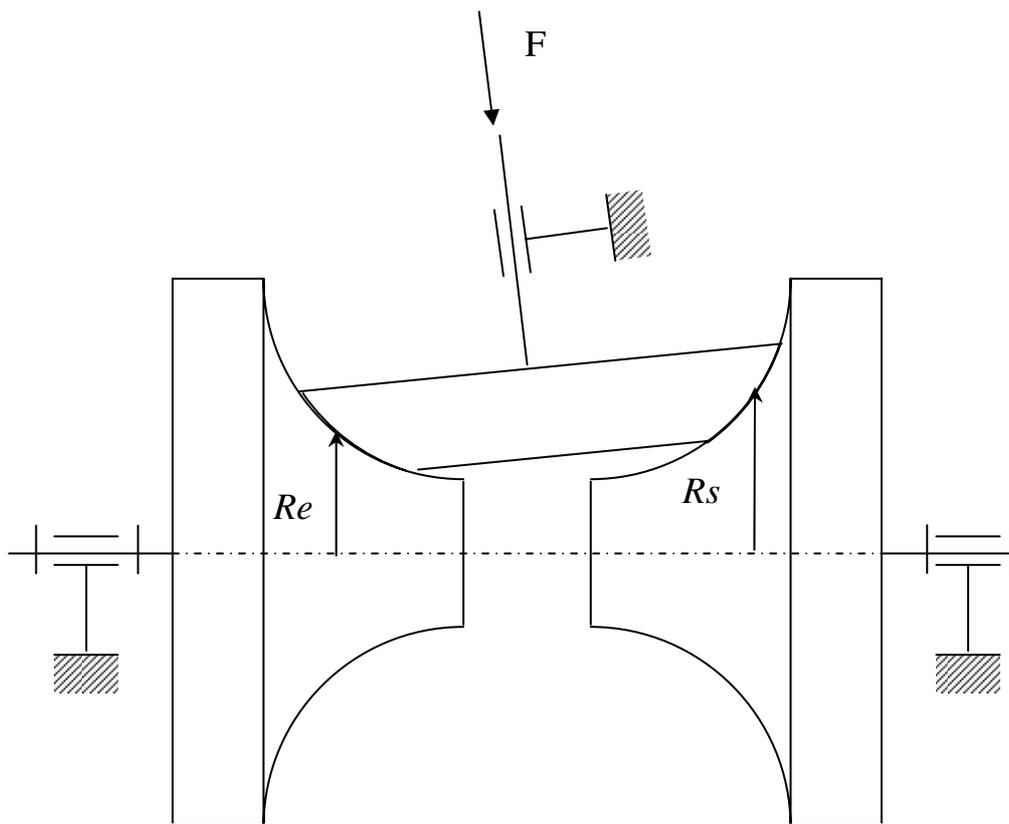


Figure 28b – Principe de la transmission semi toroïdale

Le rapport de transmission est :

$$i = \frac{\omega_e}{\omega_s} = - \frac{R_s}{R_e}$$

La technologie des variateurs de vitesse est utilisée par certains constructeurs d'automobiles (Torotrack « Infinitely Variable Transmission », Mini BMW « CVT », Nissan « Extroïd Half Toroidal CVT »), pour transmettre avec une possibilité de variation continue de la vitesse, afin de régler en permanence le régime à son point de fonctionnement optimal, à l'aide de capteurs de couple (minimisation de la consommation et des rejets polluants).

Les évolutions récentes concernent deux points extrêmement importants :

- le contrôle automatique des efforts appliqués
- l'évolution des contacts : de nouveaux fluides ont été élaborés pour améliorer le contact entre surfaces ; ces fluides ont la particularité d'augmenter le coefficient d'adhérence lorsqu'ils sont soumis à de fortes pressions. Dans ce cas, on peut obtenir des coefficients d'adhérence plus élevés que ceux rencontrés habituellement, et donc soit diminuer les efforts normaux soit augmenter les efforts tangentiels. Evolution à suivre.

### 3.3 Transmission par poulie et courroie

#### 3.3.1 Courroie plate

Les mouvements ont depuis longtemps été transmis à l'aide de poulies et courroies, au départ pour exercer des efforts (palans, etc.) Les poulies et courroies ont été principalement utilisées dans les ateliers pour transmettre la puissance aux machines à partir d'une unité motrice unique. L'avantage est la flexibilité des courroies, qui peuvent accepter d'être déformées de manière importante. On trouve ce mode de transmission dans de nombreux mécanismes, l'automobile par exemple (courroie de distribution ; courroie d'entraînement de pompe à eau, alternateur, ventilateur), mais aussi dans certaines machines outils (perceuses).

Le mouvement entre deux arbres est transmis à l'aide de deux poulies et une courroie. Si l'on admet qu'il n'y a pas de glissement, le rapport des vitesses des arbres est égal au rapport inverse des diamètres des poulies :

$$i = \frac{V_1}{V_2} = \frac{D_2}{D_1}$$

Considérons un élément de courroie d'angle  $d\alpha$  (figure 29). Il est soumis aux tensions à chaque extrémité et à la pression de la poulie. S'il ne glisse pas, et que la rotation a lieu à vitesse constante, nous pouvons considérer qu'il y a équilibre.

L'élément en équilibre est soumis à trois forces coplanaires et donc concourantes.

$$\frac{P_x}{2} = \theta \sin \frac{d\alpha}{2}$$
$$d\theta = P_y$$

Soit, à la limite de l'équilibre, avec  $P_Y = P_X f_0$  :

$$d\theta = f_0 \theta \frac{d\alpha}{2}$$

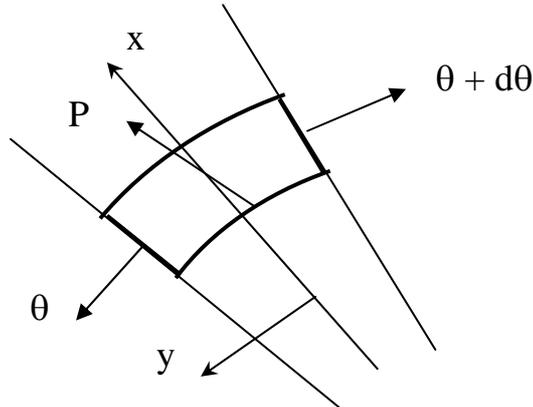


Figure 129 – Equilibre d'un élément de courroie

L'élément est très petit, on peut confondre l'angle avec son sinus :  $\sin \frac{d\alpha}{2} = \frac{d\alpha}{2}$

Nous obtenons :  $d\theta = f_0 \cdot \theta \cdot d\alpha$

Réolvons cette équation différentielle en posant que les tensions dans la courroie sont  $T$  et  $t$  :

$$\int_0^\alpha \frac{d\theta}{\theta} = \int_0^\alpha d\alpha$$

Soit :  $\ln \theta = \alpha$

Et :  $\frac{T}{t} = e^{f_0 \alpha} \quad T = t e^{f_0 \alpha}$

De plus, il existe une relation entre  $T$  et  $t$  que l'on obtient à partir de la puissance à transmettre :

$(T - t) \cdot V = P$  soit :  $T - t = F = \frac{P}{V}$  ( $F$  effort tangentiel à transmettre).

Alors, en remplaçant  $t$ , on obtient :

$$T = F \frac{e^{f_0 \alpha}}{e^{f_0 \alpha} - 1} \text{ et } t = F \frac{1}{e^{f_0 \alpha} - 1}$$

L'effort transmissible dépend du coefficient d'adhérence  $f_0$  et de l'arc d'enroulement  $\alpha$ . On augmente cet effort en augmentant l'arc d'enroulement, par exemple en utilisant un tendeur de courroie (figure 30). On utilise des courroies en cuir ou en matériaux polymères ou composites.

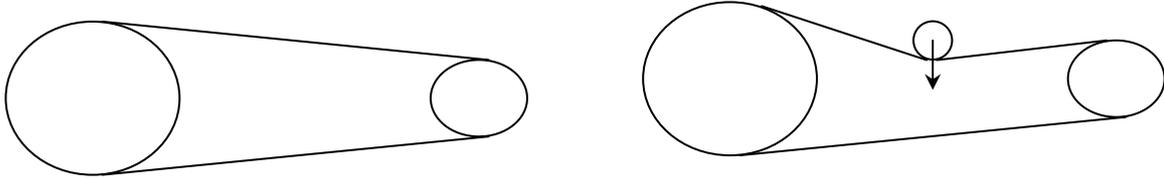


Figure 30 – Augmentation de l'arc d'enroulement

Nous avons négligé la déformation de la courroie : en fait, le brin tendu s'allonge plus que le brin mou ; il s'ensuit que la vitesse de la courroie n'est pas la même en tous les points, et qu'il y a un peu de glissement appelé glissement fonctionnel, qui peut être de 2%.

Nous avons aussi négligé l'effet centrifuge qui tend à éloigner la courroie de la poulie.

Pour assurer simplement le positionnement de la courroie sur les poulies, celles-ci sont légèrement bombées : par effet centrifuge, la courroie se dirige vers la position où le diamètre est le plus élevé, donc dans le plan de symétrie (figure 31).

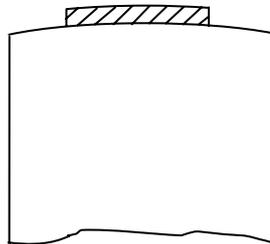


Figure 31 – Bombage de la poulie

### 3.3.2 Courroie trapézoïdale

La qualité spécifique d'une courroie trapézoïdale est son adhérence : celle-ci est très élevée, grâce à l'arc-boutement qui se produit. Avec un angle de  $36^\circ$ , une courroie trapézoïdale fournit une adhérence avec un coefficient égal à 3 fois celui d'une courroie plate. Ceci présente l'intérêt suivant : pour un même effort tangentiel transmis, une courroie trapézoïdale nécessite un effort normal nettement plus faible.

On utilise des caoutchoucs ou polyuréthanes pour de petites puissances à transmettre et de petites vitesses ( $< 10$  m/s). Au delà, on utilise des matériaux composites constitués d'une matrice polymère renforcée par des fibres métalliques ou céramiques.

### *- Transmission à vitesse variable*

Les courroies trapézoïdales ont été utilisées dans des variateurs de vitesse mécaniques utilisant des poulies à géométrie variable, pour des applications industrielles ou des véhicules automobiles : motocyclette Mobylette, voiture DAF (transmission Variomatic), scooters.

La technologie poulies courroie est utilisée dans des automobiles modernes, la courroie étant remplacée par une chaîne spéciale (Audi « Multitronic Transmission », Honda Civic « Continuously Variable Transmission Hybrid ». Le remplacement de la courroie par une chaîne apporte une meilleure transmission, qui s'apparente plutôt à une transmission par obstacle.

La technologie poulie courroie est aussi utilisée dans les convoyeurs à bandes pour diverses applications de transport de matériaux, pièces, êtres humains.



*Figure 32 - Transmission Variomatic sur véhicule de compétition DAF, formule F3, 1968*

## 4. TRANSMISSION PAR ENGRENAGE

### 4.1 Types de transmission par engrenage

Les engrenages sont connus depuis longtemps : les grecs les utilisaient pour actionner des treuils (« baroukos »). Ces treuils utilisaient des engrenages cylindriques et à roue et vis sans fin. Des mécanismes de moulin ont des engrenages coniques. Les engrenages ont longtemps été en bois, le 20<sup>ème</sup> siècle a créé des engrenages en métal, en matière plastique. Dans les engrenages, la transmission du mouvement se fait par obstacle : il n'y a pas de risque de patinage comme avec la friction.

Un engrenage est composé de deux éléments : un pignon et une roue dentée.

On utilise différents engrenages selon la transformation de mouvement souhaitée.

Transformation d'une rotation en une rotation :

- arbres parallèles : engrenages cylindriques (à denture droite ou hélicoïdale)
- arbres concourants : engrenages coniques
- arbres en position quelconque :
  - engrenages cylindriques à denture hélicoïdale
  - roue et vis sans fin
  - engrenages hypoïdes

Transformation d'une rotation en une translation : pignon et crémaillère

On utilise des roues à denture extérieure et des roues à denture intérieure.

La denture peut être droite, hélicoïdale, à chevrons, en spirale.

Les engrenages circulaires transmettent le mouvement avec un rapport de vitesses constant. Des engrenages de formes différentes peuvent transmettre le mouvement avec un rapport de vitesses variable ou même de manière discontinue.

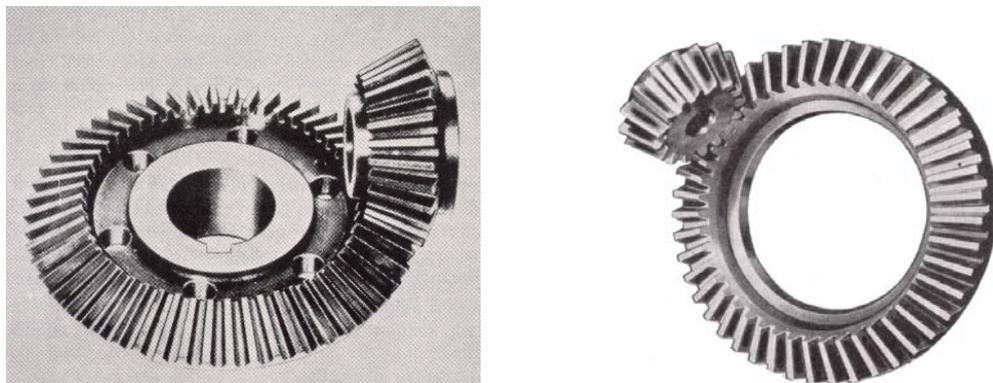
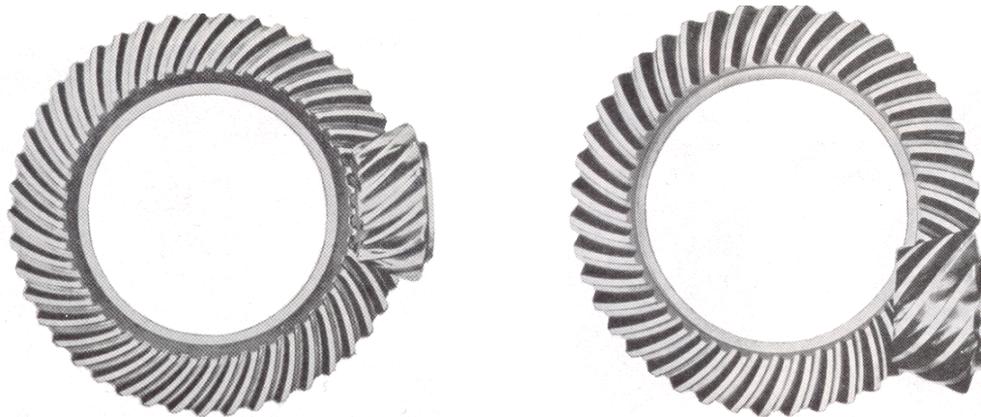
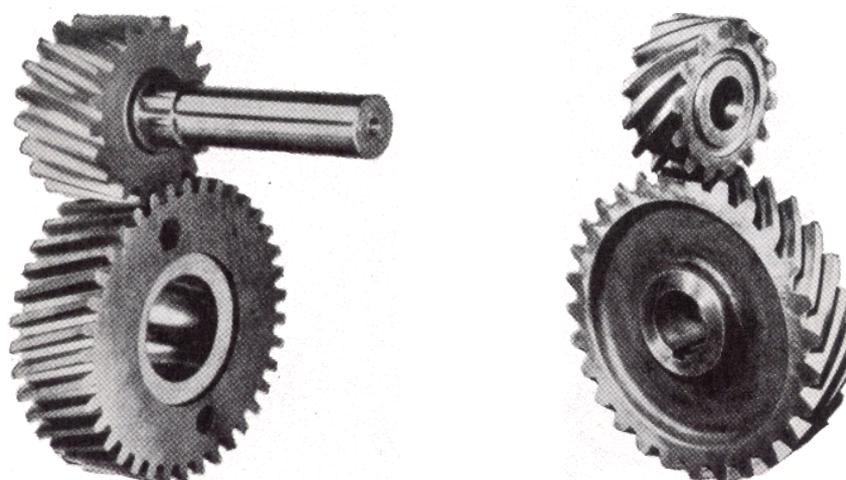


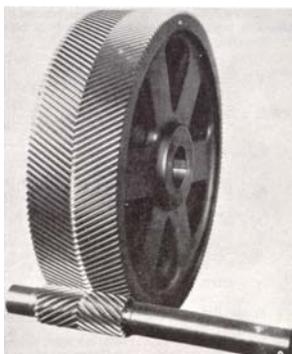
Figure 32 – Engrenages coniques à denture droite



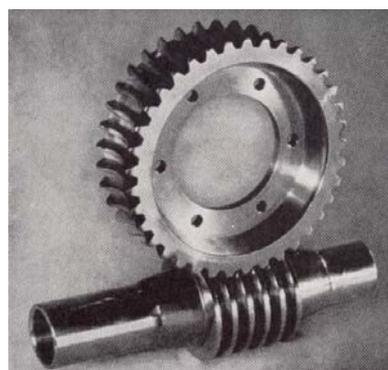
*Figure 33 – Engrenages coniques à dentures spirale et hypoïde*



*Figure 34 – Engrenages cylindriques à denture hélicoïdale*



*Figure 35 – Engrenage cylindrique à chevrons*



*Figure 36 – Roue et vis sans fin*

## 4.2 Premiers éléments

### 4.2.1 Diamètre primitif – Module – Nombre de dents

Les définitions qui suivent sont relatives à l'engrenage cylindrique droit. Pour les autres engrenages, des définitions spécifiques seront données ultérieurement.

Un engrenage est constitué de deux éléments : un pignon, une roue. Du point de vue cinématique, ils sont équivalents à deux roues de friction en contact en un point  $C$  (figure 37). Les cercles équivalents sont appelés cercles primitifs, le point de contact est nommé pôle.

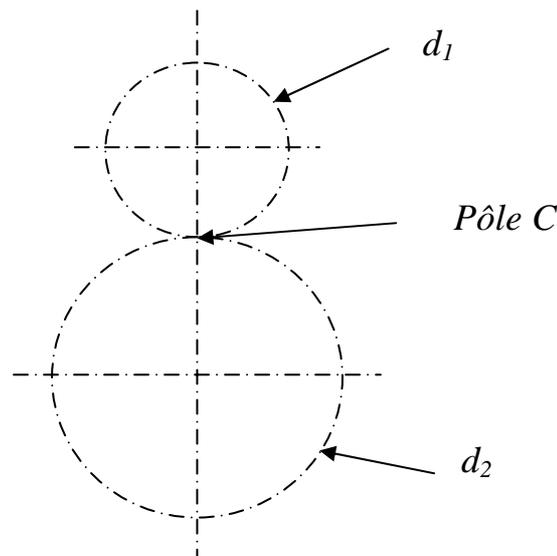


Figure 37 – Cercles primitifs et pôle

On définit une relation entre les dimensions d'un engrenage et le nombre de dents. On appelle module le rapport du diamètre primitif au nombre de dents :

$$m = \frac{d}{z}$$

Le pas de la denture est :  $p = \frac{\pi d}{z} = m \pi$

La denture est définie par (figure 27) :

- le cercle de tête :  $d_a = d + 2 h_a = d + 2 m$
- le cercle de pied :  $d_f = d - 2 h_f = d - 2,5 m$
- la saillie :  $h_a = m$
- le creux :  $h_f = 1,25 m$
- la hauteur de dent :  $h = h_a + h_f$
- la largeur de denture :  $b = K \cdot m$  (avec  $K$  de 7 à 12 selon la qualité de l'engrènement)
- l'épaisseur de la dent sur le cercle primitif :  $s = \frac{p}{2} = \frac{\pi m}{2}$

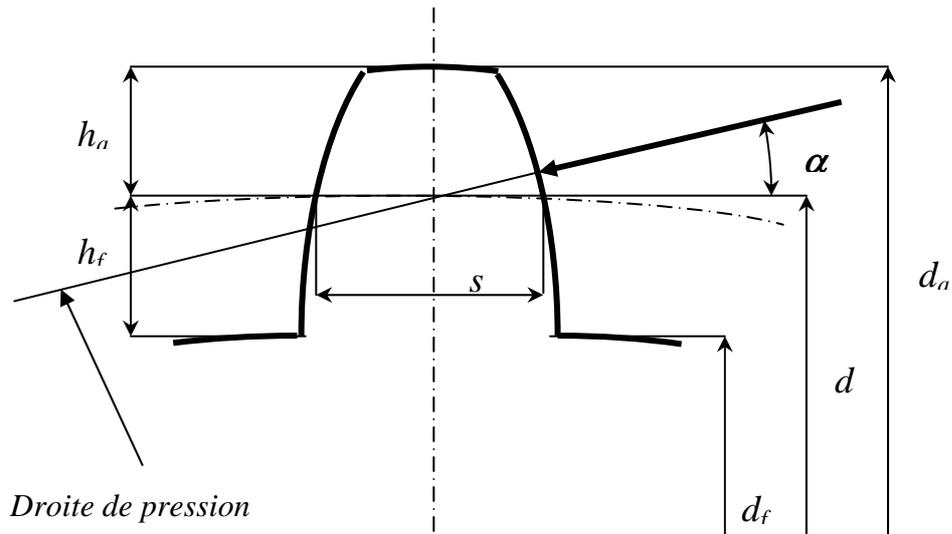


Figure 38 – Caractéristiques géométriques

Nota : la définition de l'épaisseur de la dent ne tient pas compte du jeu fonctionnel nécessaire.

Le module (donc l'épaisseur de la dent) est déterminé par une étude de résistance à l'effort tangentiel. Les valeurs usuelles du module sont normalisées.

| MODULE - Valeurs normalisées principales |     |    |
|--|-----|----|
| 0,5                                      | 2,5 | 12 |
| 0,6                                      | 3   | 16 |
| 0,8                                      | 4   | 20 |
| 1  | 5   | 25 |
| 1,25                                     | 6   | 32 |
| 1,5                                      | 8   | 40 |
| 2  | 10  | 50 |

Tableau I – Modules normalisés

#### 4.2.2 Rapport de transmission

Le rapport de transmission entre un arbre d'entrée 1 et un arbre de sortie 2 est :

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2}$$

Il est positif si les arbres tournent dans le même sens, négatif s'ils tournent en sens inverses.

Considérons un engrenage extérieur (figure 39.a). Le rapport de transmission est :

$$i = -\frac{d_2}{d_1} = -\frac{z_2}{z_1}$$

Dans le cas d'un engrenage intérieur (figure 39.b), il est :

$$i = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1}$$

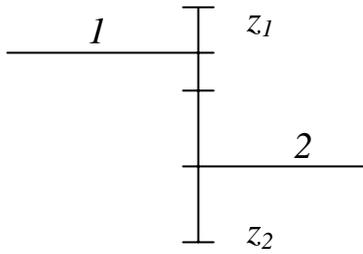


Figure 39.a – Engrenage extérieur

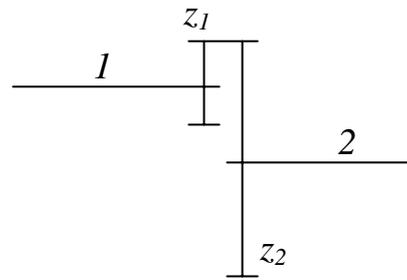


Figure 39.b – Engrenage intérieur

Pour avoir une formule valable dans tous les cas, on décide d'affecter du signe + les nombres des dents des pignons et roues extérieures, du signe – les nombres des dents des couronnes intérieures. Avec cette convention :

$$i = -\frac{d_2}{d_1} = -\frac{z_2}{z_1}$$

Cette convention est utile dans le cas des engrenages dont les arbres sont parallèles. Dans les cas plus complexes, on peut soit utiliser les conventions de signes des référentiels, soit traiter le sens au cas par cas.

- train d'engrenages

Soit un système comportant plusieurs arbres (figure 40).

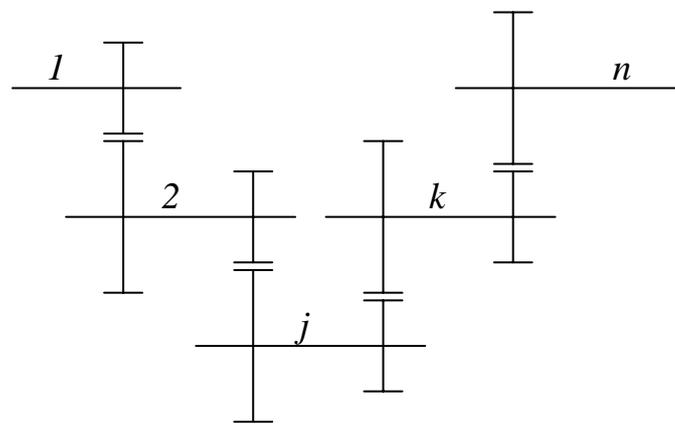


Figure 40 – Train d'engrenages

Le rapport de transmission entre l'arbre 1 et l'arbre 2 est :

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{z_2}{z_1}$$

De même, avec les mêmes notations, le rapport de transmission entre l'arbre j et l'arbre k est :

$$i_{jk} = \frac{\omega_j}{\omega_k} = -\frac{z_k}{z_j}$$

Le rapport de transmission entre l'arbre d'entrée  $l$  et l'arbre de sortie  $n$  est :

$$i_{ln} = i_{12} \cdot i_{23} \cdot \dots \cdot i_{(n-1)n}$$

Le signe est facile à obtenir :

$$\text{sgn } i_{ln} = (-1)^n$$

### 4.2.3 Moment – Puissance – Rendement

Arbre d'entrée : vitesse  $\omega_1$ , moment  $M_1$ , puissance  $P_1$

Arbre de sortie : vitesse  $\omega_2$ , moment  $M_2$ , puissance  $P_2$

Par définition du rendement :

$$\eta = \frac{P_1}{P_2} = \frac{M_2 \omega_2}{M_1 \omega_1}$$

## 4.3 Profils

### 4.3.1 Conditions d'engrènement

Pour que la transmission soit régulière, sans à coup ou choc, il faut :

- un même pas pour toutes les dents d'un pignon ou d'une roue
- un même module pour un pignon et une roue en prise
- l'absence d'interférence : il doit y avoir suffisamment de place dans le creux interdentaire d'une roue pour que la dent de l'autre puisse pénétrer sans coincer
- deux profils conjugués
- un rapport de conduite tel que deux dents soient entrées en contact avant que les deux dents précédentes ne soient plus en contact

### 4.3.2 Profils conjugués

Les profils des dents sont dits conjugués lorsque le rapport des angles élémentaires parcourus par le pignon  $d\Phi_1$  et par la roue  $d\Phi_2$  est constant.

$$-\frac{d\Phi_1}{d\Phi_2} = i$$

Comme les cercles primitifs roulent sans glisser au pôle  $C$ , le rapport de transmission est constant si le pôle est fixe.

Considérons deux dents en contact (figure 41).

Au point de contact  $P$ , traçons la normale  $N$  et la tangente  $T$  aux deux profils.

Les vitesses des points de chaque dent au contact sont :

$$\vec{V}_1 = \vec{r}_1 \wedge \vec{\omega}_1$$

$$\vec{V}_2 = \vec{r}_2 \wedge \vec{\omega}_2$$

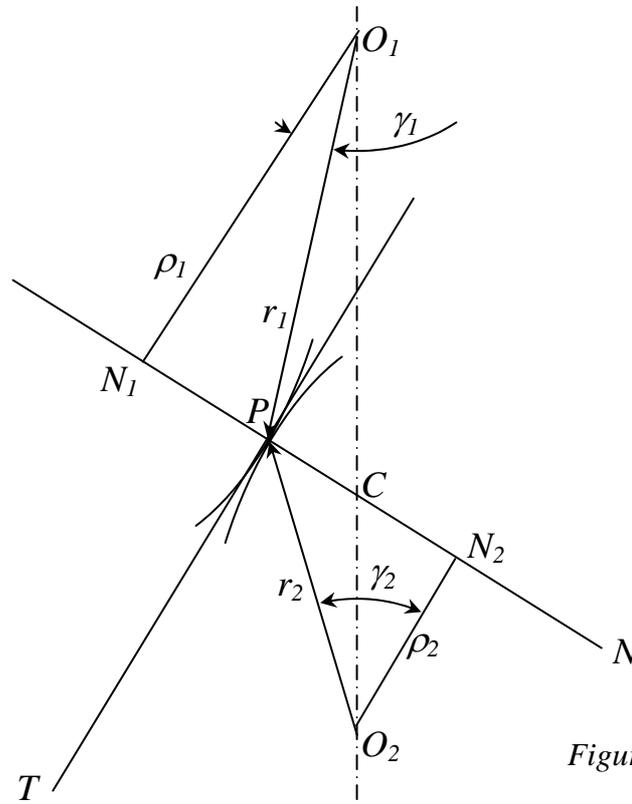


Figure 41 – Profils conjugués

Les profils doivent rester en contact : les projections de ces vitesses sur la normale doivent être égales (sinon, les profils s'éloignent ou s'interpénètrent).

$$\omega_1 r_1 \cos \gamma_1 = \omega_2 r_2 \cos \gamma_2$$

Ceci peut s'écrire :

$$\omega_1 O_1 N_1 = \omega_2 O_2 N_2$$

La normale au contact coupe la ligne des centres  $O_1 O_2$  au point  $C$ , donc :

$$\frac{O_1 C}{O_2 C} = \frac{O_1 N_1}{O_2 N_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$$

On peut formuler la loi d'engrènement comme suit : la normale commune en tout point de contact de deux profils conjugués doit passer par un même point fixe sur la ligne des centres, appelé pôle.

Comme les cercles primitifs roulent sans glisser au pôle  $C$ , le rapport de transmission est constant si le pôle  $C$  est fixe.

### 4.3.3 Ligne d'engrènement

C'est le lieu des points de contact entre dents, lorsque les deux roues tournent. Elle passe par le pôle. Elle est limitée par les cercles de tête du pignon et de la roue. Selon le sens de rotation, il peut y avoir deux lignes d'engrènement. On distingue la période d'approche (entre le début de l'engrènement et le pôle), et la période de retraite (entre le pôle et la fin de l'engrènement).

La forme de la ligne d'engrènement dépend du profil des dents. Elle est rectiligne pour un profil en développante de cercle.

### 4.3.4 Vitesse de glissement

Projetons les deux vitesses précédemment calculées sur la tangente au contact :

$$\begin{aligned}\vec{V}_1 \cdot \vec{T} &= r_1 \omega_1 \sin \gamma_1 = \omega_1 N_1 P \\ \vec{V}_2 \cdot \vec{T} &= r_2 \omega_2 \sin \gamma_2 = \omega_2 N_2 P\end{aligned}$$

La vitesse relative de 1 par rapport à 2 au point de contact  $P$  selon la tangente  $T$  est :

$$V_{12} = \omega_1 N_1 P - \omega_2 N_2 P$$

Les deux points n'ont pas la même vitesse tout le long de l'engrènement. Ils glissent l'un par rapport à l'autre. La vitesse de glissement est :

$$V_{12} = (\omega_1 + \omega_2) PC$$

La vitesse de glissement au contact est proportionnelle à la distance du point au pôle. Elle est nulle au pôle, où il y a roulement sans glissement.

Le glissement produit des pertes par frottement. Il provoque un échauffement et une usure, et nécessite une lubrification.

### 4.3.5 Profils courants

Pour que l'engrènement soit correct, il faut que les profils soient conjugués. On peut à priori choisir un profil arbitraire sur une dent et construire le profil conjugué sur l'autre. Cependant, seules certains profils satisfont à toutes les conditions. Et ce sont des profils relativement faciles à fabriquer.

- *denture cycloïdale*

Un profil cycloïdal est la trajectoire décrite par un point d'un cercle qui roule sans glisser sur une droite. Lorsque le cercle roule à l'extérieur d'un cercle, on obtient une épicycloïde. Lorsque le cercle roule à l'intérieur d'un cercle, on obtient une hypocycloïde.

Le profil conjugué d'une épicycloïde est une hypocycloïde et réciproquement. Un tel profil est montré sur la figure 42.

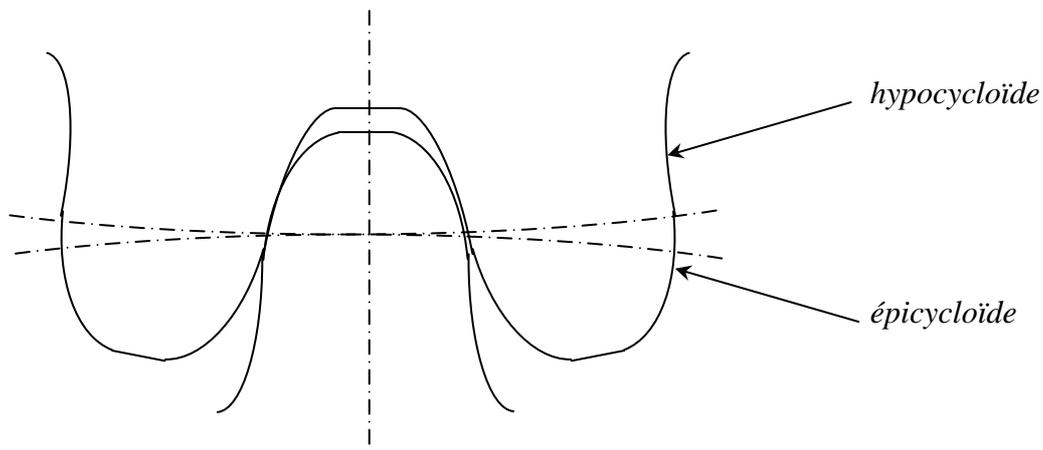


Figure 42 – Dents à profil cycloïdal, engrènement représenté avec jeu

Flanc du pied : hypocycloïde

Flanc de la tête : épicycloïde

Il y a toujours contact entre une épicycloïde et une hypocycloïde, donc entre une ligne concave et une ligne convexe.

Avantages :

- il n'y a jamais interférence, quel que soit le nombre de dents
- le glissement relatif est plus faible
- au point de contact, les rayons de courbure sont dans le même sens, ce qui fournit une pression (Hertz) faible

Il en résulte une usure plus faible et un rendement plus élevé : c'est la raison de leur utilisation en horlogerie ou micromécanique ou on souhaite des rapports de transmission très petits (1/10 000 par exemple).

Inconvénients :

- la force de contact change de direction, ce qui peut provoquer des vibrations
- le pied des dents est plus faible que celui des profils en développante (à module égal)
- l'entraxe entre les deux arbres doit être très précis
- le taillage des dents est fait avec une fraise au profil (le taillage par génération est très compliqué)

Ces inconvénients font qu'on n'utilise guère les engrenages cycloïdaux en mécanique.

- *denture en développante*

Le profil le plus utilisé est la développante de cercle (figure 43). Elle est tracée sur un cercle de base (diamètre  $d_b$ , pas  $p_b$ ).

Dans ce cas, la ligne d'action des efforts exercés par une dent du pignon sur une dent de la roue est une droite appelée ligne d'action. L'angle de pression (angle de la ligne d'action avec la tangente au cercle) est en général de  $20^\circ$ . La ligne d'action est tangente aux deux cercles de base des deux éléments de l'engrenage.

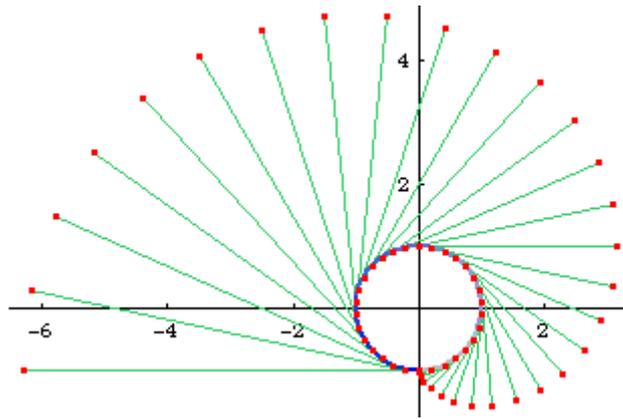


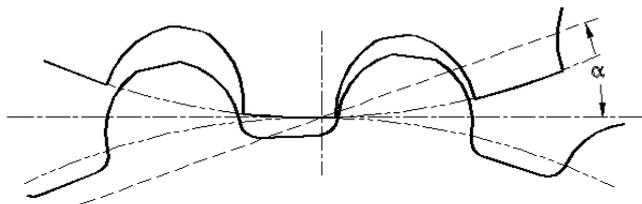
Figure 43 – Profil en développante de cercle

Pour assurer la continuité de l'engrènement et éviter l'interférence, il faut un nombre minimal de dents :

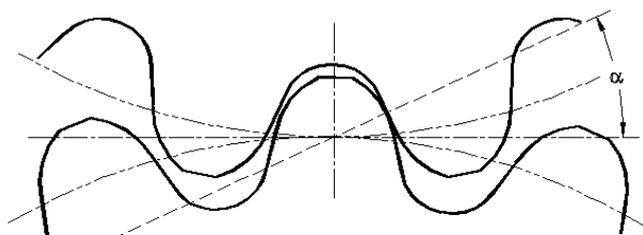
- $Z_{\text{mini}} \geq 13$  pour des roues de même diamètre
- $Z_{\text{mini}} \geq 18$  pour une roue entraînant une crémaillère

- denture Wildhaber - Novikov

Un profil particulier a été développé pour fournir des engrenages plus résistants aux efforts. Il est formé d'arcs de cercle. Comme pour le profil cycloïdal, l'avantage réside dans le fait qu'une dent a un profil concave et l'autre dent un profil convexe face à face (figure 44).



Profil sur un seul élément



Profil sur les deux éléments

Figure 44 – Profil Wildhaber - Novikov

Ainsi, la pression hertzienne au contact est beaucoup plus faible qu'avec les engrenages à développante. Ces engrenages peuvent supporter des charges beaucoup plus élevées et être plus compacts. Les pertes sont environ deux fois plus petites que celles des profils en développante. On les utilise dans des cas de charge sévères (hélicoptères). Cependant, ils apportent plus de difficultés liées à l'interférence.

## 4.4 Engrenage à développante

### 4.4.1 Vitesse au contact - Ligne d'engrènement

Considérons la figure 45 dans laquelle une développante est tracée sur le cercle de base.

Par définition :

$$NP_1 = \widehat{NA_1}$$

Pour une rotation de  $d\Phi$ , la relation devient :

$$NP_2 = \widehat{NA_2}$$

Nous en déduisons :

$$P_1P_2 = A_1A_2$$

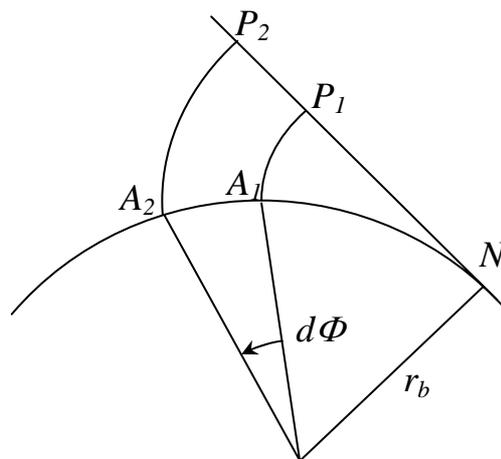


Figure 45 – Profil en développante

Ceci peut s'écrire :

$$dx = r_b d\Phi$$

Pour obtenir la vitesse, dérivons par rapport au temps :

$$\frac{dx}{dt} = r_b \frac{d\Phi}{dt} = r_b \omega$$

La vitesse du point d'intersection de la développante avec la tangente au cercle de base est égale à la vitesse périphérique sur le cercle de base. La tangente commune  $N_1N_2$  aux cercles

de base du pignon et de la roue est la droite génératrice des deux profils. Elle est normale aux deux profils, par conséquent les profils sont tangents en un point situé sur  $N_1N_2$ . Au cours de la rotation, le point de contact reste sur la tangente commune  $N_1N_2$ : la ligne d'engrènement est la droite portée par  $N_1N_2$ . Le pôle est le point d'intersection de la tangente  $N_1N_2$  avec la droite joignant les centres  $O_1$  et  $O_2$ .

Les vitesses  $\omega_1$  et  $\omega_2$  sont liées par la relation :

$$v = r_{b1} \omega_1 = r_{b2} \omega_2$$

Le rapport de transmission est :

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}}$$

D'après la figure, on a :

$$\frac{O_2C}{O_1C} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}}$$

Donc,  $O_1C$  et  $O_2C$  sont les rayons primitifs du pignon et de la roue, et  $C$  est le pôle. Comme la normale aux profils au point de contact passe toujours par le point  $C$ , les profils sont conjugués.

La ligne d'engrènement est appelée droite de pression : c'est selon cette direction qu'est inclinée la force exercée par le pignon sur la roue et réciproquement. L'angle de cette droite avec la tangente aux cercles primitifs est appelé angle de pression. On peut le choisir, mais il est limité par des exigences. On utilise des angles de  $14,5^\circ$  à  $25^\circ$ , mais l'angle de pression normalisé est  $20^\circ$ .

- *pas de base*

Le pas de base est le pas mesuré sur le cercle de base :

$$p_b = \frac{\pi d_b}{z} = \frac{\pi d}{z} \cos \alpha = p \cos \alpha$$

$p$  pas primitif

#### 4.4.2 Rapport de conduite et nombre de dents en contact

Les positions limites de contact des dents sont représentées par  $E$  et  $F$  sur la figure 46: une dent du pignon entre en contact avec la dent  $1$  de la roue en  $E$ , alors que la dent précédente  $2$  est en contact en  $A$ . Celle ci quittera le contact au point  $F$ . Par définition, on appelle rapport de conduite :

$$\varepsilon = \frac{\widehat{L_1L_3}}{\widehat{L_1L_2}}$$

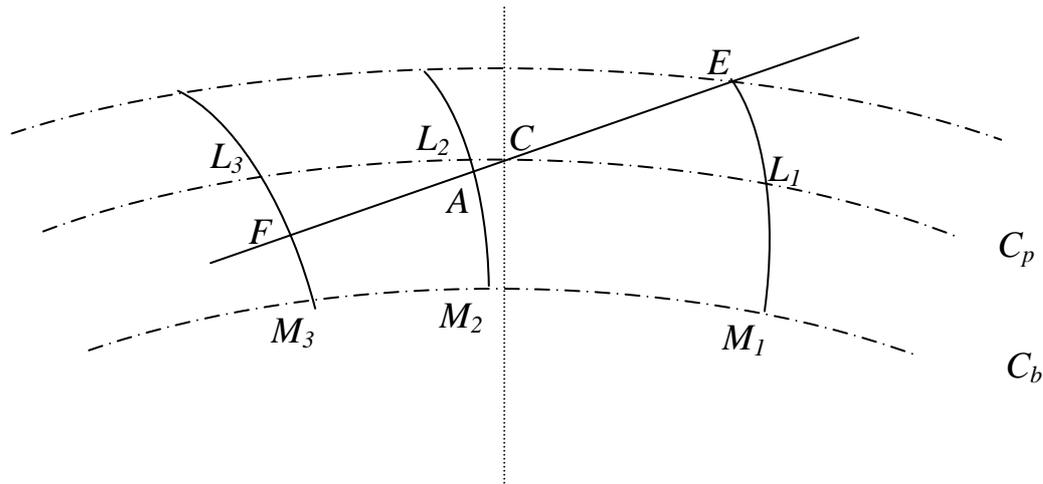


Figure 46 – Dents en prise

Il permet de définir le nombre de dents en prise simultanément.

$$\varepsilon = \frac{\widehat{M_1 M_3}}{\widehat{M_1 M_2}} = \frac{\widehat{M_1 M_3}}{p_b} = \frac{EF}{p_b} = \frac{EA + AF}{p_b} = \frac{g_a + g_r}{p_b}$$

$g_a$  : longueur d'approche

$g_r$  : longueur de retraite

Si l'on veut que le mouvement soit continu, il convient que deux dents soient en contact avant que les dents précédentes rompent leur contact. On souhaite donc un rapport de conduite supérieur à 1. Dans la pratique, on s'efforcera qu'il soit supérieur à 1,2.

Selon la figure 47, le rapport de conduite peut être écrit sous la forme :

$$\varepsilon = \frac{1}{p_b} \left( \sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - a \sin \alpha \right)$$

$a$  : entraxe ( $a = O_1 O_2$ )

La valeur maximale est obtenue pour un nombre de dents infini (figure 48) :

$$EF_{max} = 2 \frac{m}{\sin \alpha} \quad \varepsilon_{max} = 2 \frac{m}{p_b \sin \alpha} = \frac{4}{\pi \sin 2\alpha}$$

Le tableau II montre ces valeurs pour différents angles de pression.

|   |      |      |      |
|---|------|------|------|
| Angle de pression $\alpha$<br>(°)               | 14,5 | 20   | 25   |
| Rapport de conduite maximal $\varepsilon_{max}$ | 2,63 | 1,98 | 1,69 |

Tableau II – Rapport de conduite maximal et angle de pression

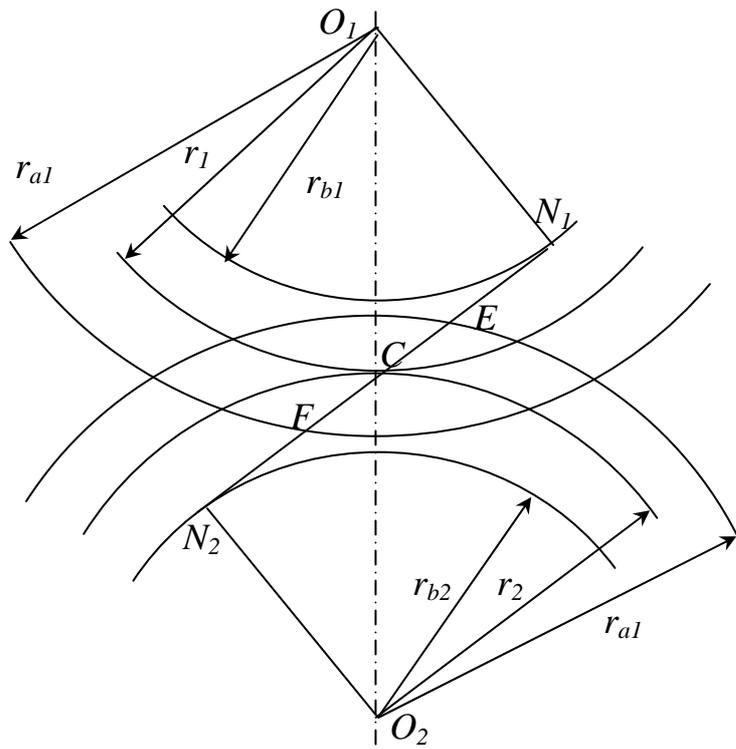


Figure 47 – Limites de l'engrènement et rapport de conduite

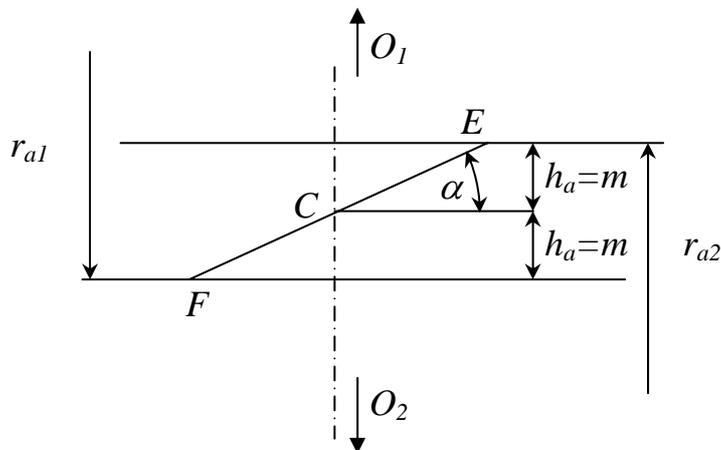


Figure 48 – Calcul de  $\epsilon_{max}$

Si le rapport de conduite est égal à 1, une dent quitte le contact lorsque la suivante entre en contact. Ceci n'est pas acceptable car les imperfections de fabrication vont conduire à des imprécisions et par suite des vibrations.

Avec l'angle de pression normalisé ( $20^\circ$ ), le rapport de conduite est toujours inférieur à 2 : il y a toujours une zone dans laquelle une seule dent du pignon est en prise avec une dent de la roue. La plupart des engrenages ont un rapport de conduite au moins égal à 1,4.

### 4.4.3 Interférence

Si on augmente l'angle de pression, on diminue la longueur de conduite et le rapport de conduite. Si on diminue l'angle de pression, on risque de créer une interférence entre les dents.

L'interférence est la pénétration du profil d'une dent d'un élément de l'engrenage dans celui d'une dent de l'autre élément.

Pour certaines combinaisons de nombres de dents des deux éléments d'un engrenage, il y a interférence entre la tête de la dent du pignon et le pied de la dent de la roue. La développante démarre sur le cercle de base. Elle ne peut être qu'extérieure à ce cercle : il est impossible d'avoir une portion de la développante à l'intérieur du cercle de base. La ligne d'action étant tangente aux deux cercles de base, les deux points de tangence  $N_1$  et  $N_2$  représentent les limites de la ligne d'action. Si les dents sont telles que le début du contact apparaît avant le premier point de tangence, alors la portion de développante de la roue menée est en face d'une portion du pignon menant qui n'est pas une développante : il y a interférence. Ceci est indésirable, car une dent pénètre dans une autre dent, ce qui ne peut arriver sans causer un dommage. On rencontre l'interférence pour les petits nombres de dents. Pour qu'il n'y ait pas interférence, il faut que l'engrènement soit limité au segment  $N_1 N_2$ . Ceci fournit la valeur maximale de l'angle de pression que l'on peut utiliser.

Selon la figure 36, la longueur d'action est  $EF$ . Elle est exprimée par :

$$EF = \left( \sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - a \sin \alpha \right)$$

L'interférence sera évitée si  $E$  et  $F$  sont à l'intérieur de  $N_1 N_2$ , ce que l'on peut exprimer par  $EC < CN_2$ .

Une première limite est donnée lorsque le point d'entrée  $E$  est confondu avec le point de tangence  $N_2$  (figure 49). Elle donne le rayon mini de la roue 2 pour un rayon donné du pignon 1.

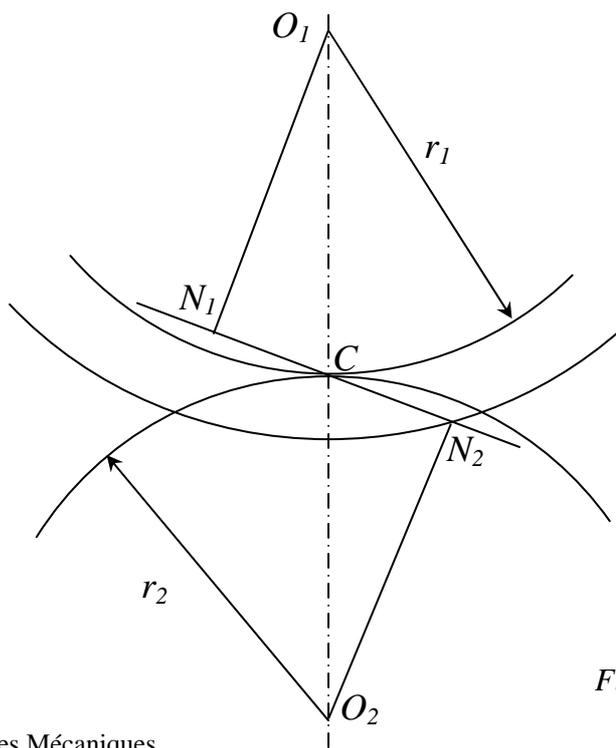


Figure 49 – Limite d'interférence

$$CN_2 = N_1N_2 - N_1C = \sqrt{O_1N_2^2 - O_1N_1^2} - N_1C$$

$$\text{Donc : } r_{2min} \sin \alpha = \sqrt{(r_1 + m)^2 - (r_1 \cos \alpha)^2} - r_1 \sin \alpha$$

$$\text{Avec : } r_1 = \frac{m z_1}{2} \text{ et : } r_{2min} = \frac{m z_{2min}}{2}, \text{ on trouve :}$$

$$z_{2min} = \sqrt{z_1^2 + 4 \frac{1 + z_1}{\sin^2 \alpha}} - z_1$$

La deuxième limite est obtenue lorsque le point  $F$  est confondu avec le point de tangence  $N_1$ . Elle donne le rayon maximal de la roue 2 pour un rayon donné du pignon  $l$ . On peut faire le calcul, mais on peut aussi remarquer qu'à un rayon minimal d'un élément de l'engrenage correspond un maximum de l'autre élément. En remplaçant  $z_{2min}$  par  $z_1$  et  $z_1$  par  $z_{2max}$  dans la précédente expression, on obtient :

$$z_{2max} = \frac{\left(\frac{z_1}{2} \sin \alpha\right)^2 - 1}{1 - \frac{z_1}{2} \sin^2 \alpha}$$

Quelques valeurs typiques sont données pour un engrenage formé d'un pignon et d'une roue dans le tableau III.

| Nombre minimal de dents du pignon pour un nombre de dents de la roue | Nombre maximal de dents de la roue pour un nombre de dents du pignon |
|--|--|
| 17   | 1309   |
| 16   | 101  |
| 15   | 45   |
| 14   | 26   |
| 13   | 16   |

Tableau III – Nombre de dents pour éviter l'interférence - Angle de pression 20°

- Cas particulier du pignon – crémaillère

Dans ce cas, la crémaillère a un nombre de dents infini :  $z_1 \infty$ .

On obtient le nombre minimal de dents du pignon :  $z_{min} = \frac{2}{\sin^2 \alpha}$

Il dépend de l'angle de pression. Il est de 32 dents pour un angle de pression de 14,5° ; 17,04, soit 18 dents pour un angle de 20° ; 11,2, soit 12 dents pour un angle de 25°.

- Cas particulier : même nombre de dents pour le pignon et la roue

Le nombre de dents dépend de l'angle de pression (tableau IV).

|                                      |      |    |    |
|--------------------------------------|------|----|----|
| Angle de pression $\alpha$<br>(°)    | 14,5 | 20 | 25 |
| Nombre de dents<br>minimal $z_{min}$ | 23   | 13 | 9  |

Tableau IV – Nombre minimal de dents d'un pignon et d'une roue identiques

Pour éviter l'interférence en utilisant des nombres de dents plus faibles, on réalise des modifications des profils, dits corrigés pour améliorer le comportement des engrenages. Ces techniques de déport des dentures ne sont pas traitées dans ce document.

Nota : l'angle de pression a des effets contradictoires sur le rapport de conduite et sur l'interférence. Pour augmenter le rapport de conduite, on doit augmenter l'angle de pression ; pour diminuer le nombre de dents minimal du pignon et éviter l'interférence, on doit diminuer l'angle de pression. Il faut donc choisir une valeur intermédiaire satisfaisant au mieux ces contraintes : l'angle de pression normalisé est 20°.

Nota : rappelons que l'engrenage cycloïdal ne produit pas d'interférence, et que l'on peut utiliser de très petits nombres de dents.

## 4.5 Engrenages cylindriques à denture hélicoïdale

La denture hélicoïdale permet d'augmenter le rapport de conduite, pour toujours avoir au moins deux paires de dents en contact. L'engrènement est plus doux, plus silencieux. Il apporte une composante axiale de l'effort, ce qui oblige à utiliser des roulements à contact oblique ou des butées. A module égal et nombre de dents égal, il est un peu plus volumineux.

### 4.5.1 Principe

Les dents sont enroulées en hélice sur le cylindre de base. On notera  $\beta$  l'angle de l'hélice (figure 50). On considère deux sections dans lesquelles les grandeurs géométriques sont différentes à cause de l'angle d'hélice :

- section apparente, normale à l'axe, indice  $t$
- section réelle, normale au flanc des dents, indice  $n$

On taille les dentures hélicoïdales avec les mêmes outils que les dentures droites, c'est donc le module réel qui est important pour la fabrication. L'angle de pression réel  $\alpha_n$  correspond à celui de l'outil de taillage. L'angle de pression apparent est facilement obtenu :

$$\operatorname{tg} \alpha_t = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta}$$

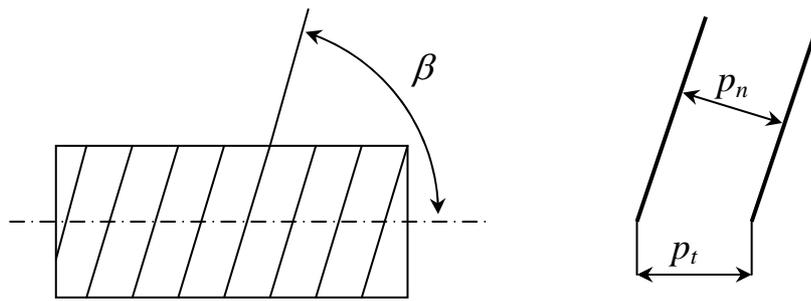


Figure 50 – Caractéristiques réelles et apparentes

- Module réel :  $m_n$  – Module apparent :  $m_t$

- Pas réel :  $p_n = \pi m_n = p_t \cos \beta$  – Pas apparent :  $p_t = \pi m_t$

Saillie – Creux – Hauteur de dent :  $h_a = m_n$        $h_f = 1,25 m_n$        $h = 2,25 m_n$

Le diamètre primitif est un multiple du diamètre apparent :

$$d = m_t z = \frac{m_n}{\cos \beta} z$$

Il est plus grand que le diamètre primitif d'une denture droite de même module. Pour un même module, donc une même épaisseur de dent, un engrenage hélicoïdal occupe plus de place qu'un engrenage droit.

#### 4.5.2 Rapport de conduite

Grâce à l'inclinaison d'hélice, la longueur de conduite est plus grande. En effet, si nous considérons les deux points extrêmes d'une dent,  $A$  et  $B$ ,  $B$  entre en contact avant que  $A$  soit sorti, et lorsque  $A$  est sorti,  $B$  est toujours en contact. La longueur de conduite est la longueur de conduite de l'engrenage droit augmentée de l'arc correspondant à  $AB$ . Le rapport de conduite est la somme des deux rapports :

$$\varepsilon = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta \quad \text{avec : } \varepsilon_\beta = \frac{b \sin \beta}{\pi m_n}$$

Habituellement,  $\varepsilon_\beta$  est supérieur à 1, donc  $\varepsilon$  est supérieur à 2 : il y a toujours au moins deux paires de dents en prise.

## 4.6 Engrenage conique

Les engrenages coniques sont utilisés pour transmettre entre deux arbres concourants non alignés. L'angle peut être de  $90^\circ$ , mais aussi autre (figure 51).

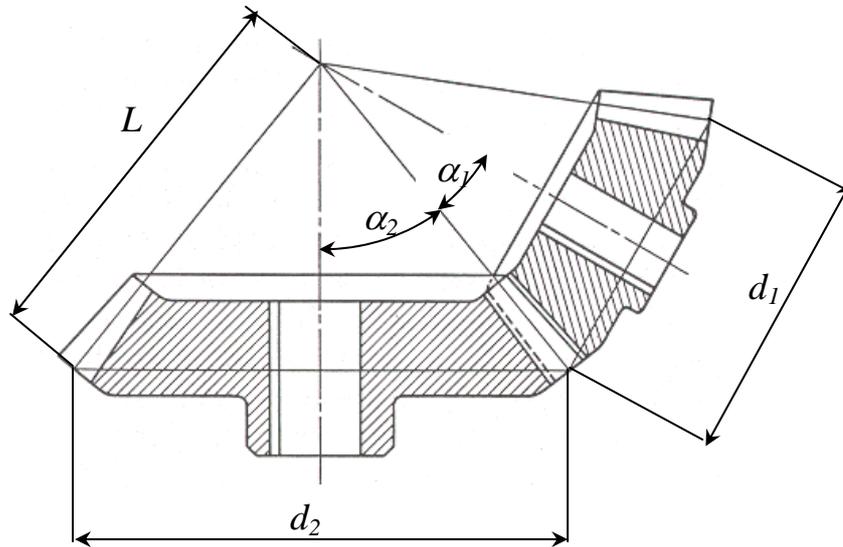


Figure 51 – Transmission par engrenage conique

On rencontre les engrenages coniques à denture droite, à denture spirale, à denture hypoïde.

Comme on le voit par une simple étude de géométrie, la vitesse dépend de la position sur le cône. Il est nécessaire que les cônes aient le même sommet si l'on veut que l'engrènement se fasse correctement :

$$L = \frac{r_1}{\sin \alpha_1} = \frac{d_1}{2 \sin \alpha_1} = \frac{d_2}{2 \sin \alpha_2}$$

Le rapport de transmission est :

$$i = \frac{d_2}{d_1} = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2}$$

Le pignon et la roue ont un cône primitif de référence. On définit un cône de tête, un cône de pied. Le pignon et la roue sont caractérisés par l'angle primitif et par le module  $m$  sur un cercle de ce cône, appelé cercle primitif de référence (intersection du cône primitif avec un plan perpendiculaire à son axe). Le plan d'intersection peut être quelconque. Sur ce cercle, on définit le diamètre primitif  $d$ , les diamètres de tête et de pied, la saillie et le creux de la dent.

#### - Denture conique spirale

On utilise des angles de spirale de 20 à 45°, la valeur la plus utilisée étant 35°. On obtient un plus grand nombre de dents en contact qu'avec les dentures coniques droites. La denture spirale fournit une conception plus compacte que la denture droite. L'angle de pression est habituellement de 20°, et le nombre minimal de dents pour éviter l'interférence est 12.

#### - Denture hypoïde

La différence essentielle avec la denture conique est que les deux axes ne sont pas dans un même plan. Elle fournit en général une conception plus compacte.

### 4.7 Roue et vis sans fin

C'est un engrenage utilisé pour transmettre un mouvement et une puissance entre deux arbres non coplanaires, orthogonaux en général (figure 52). Il est formé d'une vis tournant à haute vitesse et d'une roue tournant plus lentement. La vis est motrice, la roue est réceptrice. Dans de nombreux cas, le système est irréversible (la roue ne peut pas entraîner la vis), ce qui est une sécurité : un palan ou un treuil à roue et vis sans fin ne peut pas être entraîné par la charge lorsqu'on supprime la force motrice.

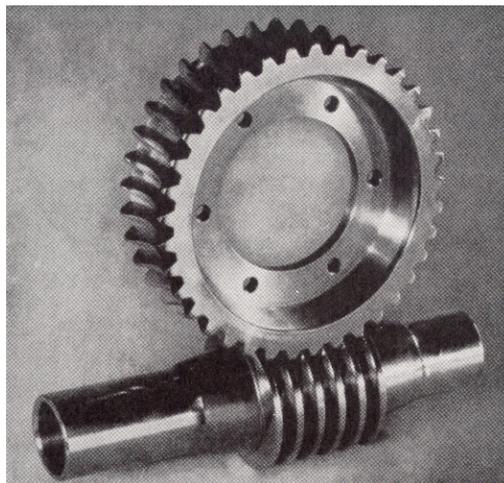


Figure 52 – Roue et vis sans fin

#### - Vis

Elle peut comporter un ou plusieurs filets. Elle possède donc deux pas : le pas hélicoïdal  $p_x$  (distance entre deux filets successifs), le pas axial  $p_z$  (pas mesuré sur un même filet).

Pas axial :  $p_z = z p_x$  avec  $z$  : nombre de filets

Module axial :  $p_x = \pi m_x$  et donc:  $m_x = \frac{m_n}{\cos \beta}$

Diamètre primitif :  $d = \frac{P_z}{\pi \operatorname{tg} \beta}$  avec  $\beta$  : angle d'hélice

Saillie :  $h_a = m_n$

Creux :  $h_f = m_n$

- *Roue*

On trouve plusieurs formes de roues qui fournissent un contact sur une ligne plus ou moins grande. Les dimensions caractéristiques sont :

Pas :  $p = \pi \frac{d_r}{z_r} = \pi \frac{d_v}{z_v}$

Rapport de transmission :  $i = \frac{z_r}{z_v}$

$d_r$  : diamètre primitif de la roue

$d_v$  : diamètre primitif de la vis

$z_r$  : nombre de dents de la roue

$z_v$  : nombre de filets de la vis

Le système roue et vis sans fin fournit un grand rapport de réduction de vitesses, et donc d'augmentation du couple. Les systèmes courants ont des angles de pression de 14,5°, 20°, 25° et 30°. Habituellement, ces systèmes présentent une configuration telle que le diamètre de la vis vérifie la relation :

$$1,6 < \frac{a^{0,875}}{d_v} < 3$$

$a$  est l'entraxe

Cette relation a été établie pour minimiser les pertes par frottement.

## 4.8 Train épicycloïdal

### 4.8.1 Définitions

Un train épicycloïdal est un ensemble de pignons et roues :

- un pignon planétaire (ou soleil)
- une couronne dentée intérieure
- des pignons satellites montés sur un arbre porte satellites

Pour équilibrer les forces, on monte au minimum trois satellites.

Les trois arbres peuvent tourner (figure 53) : l'arbre du planétaire, l'arbre porte satellites, l'arbre de la couronne. On peut en bloquer un. Il y a donc plusieurs possibilités de le faire fonctionner. Chaque arbre peut être moteur, récepteur ou fixe.

Un train épicycloïdal peut aussi être utilisé avec deux arbres moteurs et un arbre récepteur (somme de puissance) ou avec un arbre moteur et deux arbres récepteurs (répartition de puissance).

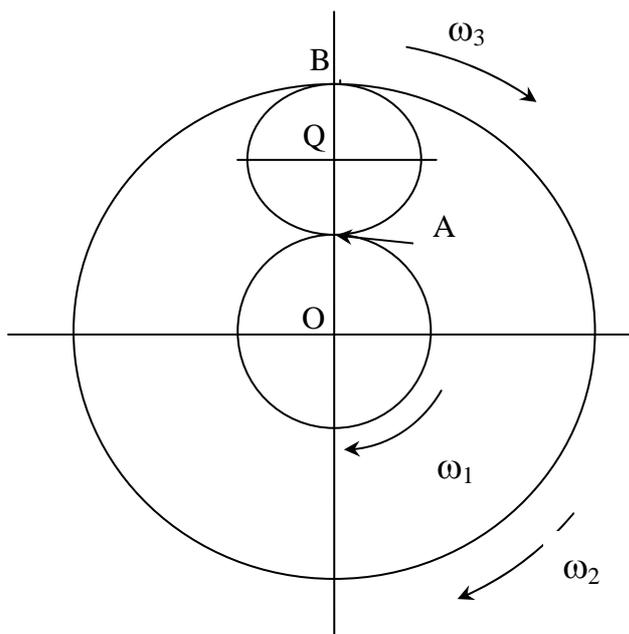
#### 4.8.2 Raison du train et formule de Willis

Considérons d'abord le bras porte satellites arrêté. Le rapport de transmission est alors :

$$i_0 = \frac{\omega'_3}{\omega'_1} = \frac{\omega_{12}}{\omega_{32}}$$

On l'appelle raison du train épicycloïdal.

Supposons maintenant que les trois arbres tournent (figure 53).



- |     |                                  |     |   |
|-----|----------------------------------|-----|---|
| 1 : | planétaire, rayon primitif $r_1$ | O : | axe du planétaire                       |
| 2 : | satellites, rayon primitif $r_2$ | A : | point de contact planétaire - satellite |
| 3 : | couronne, rayon primitif $r_3$   | Q : | axe du porte satellites                 |
|     |                                  | B : | point de contact satellite - couronne   |

Figure 53 – Vitesses dans un train épicycloïdal

On ajoute au mouvement précédent (porte satellites fixe) un mouvement global de rotation de l'ensemble, à la vitesse du bras porte satellites. Les vitesses de rotation des arbres sont alors, en appliquant le principe de composition des vitesses :

$$\begin{aligned}\omega_1 &= \omega'_1 + \omega_2 \\ \omega_2 &= 0 + \omega_2 \\ \omega_3 &= \omega'_3 + \omega_2\end{aligned}$$

On en déduit les vitesses relatives :

$$\begin{aligned}\omega_{12} &= \omega_1 - \omega_2 \\ \omega_{32} &= \omega_3 - \omega_2\end{aligned}$$

En reportant dans la formule de la raison du train épicycloïdal, nous obtenons :

$$i_0 = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_3 - \omega_2} \quad (\text{Formule de Willis})$$

Si on bloque le bras porte satellite :

$$i = \frac{\omega_3}{\omega_1} = \frac{1}{i_0}$$

Si on bloque le planétaire :

$$i_0 = -\frac{\omega_2}{\omega_2 - \omega_3} \quad i = \frac{\omega_3}{\omega_2} = \frac{i_0 - 1}{i_0}$$

Si on bloque la couronne :

$$i_0 = -\frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_2} \quad i = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{1}{1 - i_0}$$

La formule de Willis n'est pas indispensable pour un train épicycloïdal simple. Elle est très utile pour les trains épicycloïdaux complexes.

On peut aussi utiliser les développements sur les vitesses lorsque les mouvements des arbres sont connus. Exemple : train épicycloïdal à deux arbres mobiles et satellites doubles (figure 54). Le planétaire est moteur (rayon primitif  $r_1$ ). La couronne est fixe (rayon primitif  $r_0$ ). Le bras porte deux satellites, de rayons primitifs  $r'_2$  (engrène avec  $r_1$ ) et  $r''_2$  (engrène avec  $r_0$ ).

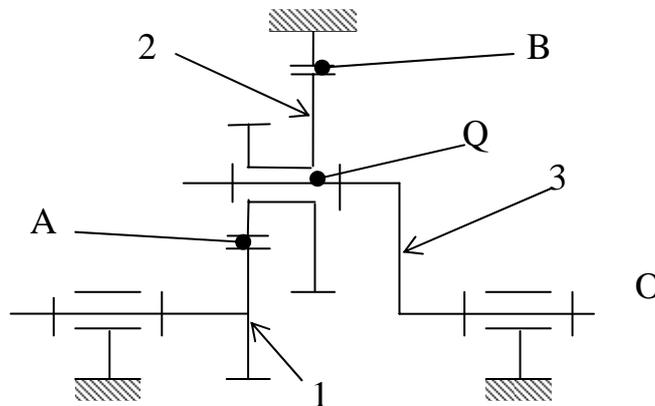


Figure 54 – Train épicycloïdal double

Dans la rotation de 1 :  $V_{A10} = \omega_1 \cdot OA$  donc :  $V_{A20} = \omega_1 \cdot OA$

Dans la rotation de 2 :  $V_{B20} = 0$  donc :  $V_{Q20} = \omega_1 \cdot OA \frac{BQ}{BA}$

Dans la rotation de 3 :  $V_{Q30} = \omega_3 \cdot OQ$

Or :  $V_{Q20} = V_{Q30}$  puisqu'il y a engrènement.

On en déduit :  $\omega_3 \cdot OQ = \omega_1 \cdot OA \frac{BQ}{BA}$

Et donc :  $\frac{\omega_1}{\omega_3} = \frac{OQ}{OA} \frac{BA}{BQ} = \frac{z_1 + z'_2}{z_1} \frac{z'_2 + z''_2}{z'_2}$

Notons que :  $z_1 + z'_2 + z''_2 = z_0$

Les deux arbres 1 et 3 tournent dans le même sens.

### 4.8.3 Compatibilité géométrique des trains épicycloïdaux

On doit respecter quelques conditions si l'on veut que le réducteur épicycloïdal fonctionne correctement :

- les nombres de dents doivent être déterminés correctement. Puisqu'ils sont proportionnels aux diamètres, il faut vérifier que les nombres de dents permettent d'avoir des diamètres correspondants. Par exemple :  $z_1 + 2 z_2 = z_3$  pour un train simple
- le fonctionnement impose qu'il existe un jeu entre deux satellites, afin qu'ils ne se touchent pas. Si  $s$  est le nombre de satellites, l'angle au centre entre deux satellites voisins est :  $\alpha = \frac{2\pi}{s}$ . L'entraxe entre deux satellites est :  $e = m (z_1 + z_2) \sin \frac{2\pi}{p}$ . Le diamètre de tête des satellites est :  $d_a = m z_2 + 2 m$ . La condition sur le jeu entre deux satellites implique :  $e - d_a \geq m$ .

On en déduit que pour que deux satellites ne se touchent pas ; il faut :

$$(z_1 + z_2) \sin \frac{2\pi}{s} > z_2 + 3$$

- les dentures doivent concorder. Le premier satellite est facile à introduire entre la couronne et le planétaire. Pour introduire les suivants, il faut que les dents soient exactement alignées. Cette condition impose, pour des satellites simples :

$$\frac{z_1 - z_3}{s} \text{ entier positif ou négatif}$$

Pour des satellites doubles (dentures  $z'_2$  et  $z''_2$ ) :  $\frac{z_1 z''_2 - z'_2 z_3}{s N}$  entier positif ou négatif

$S$  : nombre de satellites

$N$  : plus grand commun diviseur de  $z'_2$  et  $z''_2$

#### 4.8.4 Cas particulier : différentiel

Un mécanisme différentiel est par exemple utilisé sur une voiture pour permettre aux roues d'un même essieu d'avoir des vitesses de rotation différentes lorsque le véhicule est dans un virage. En effet, on ne souhaite pas qu'une de ces roues glisse (figure 55).

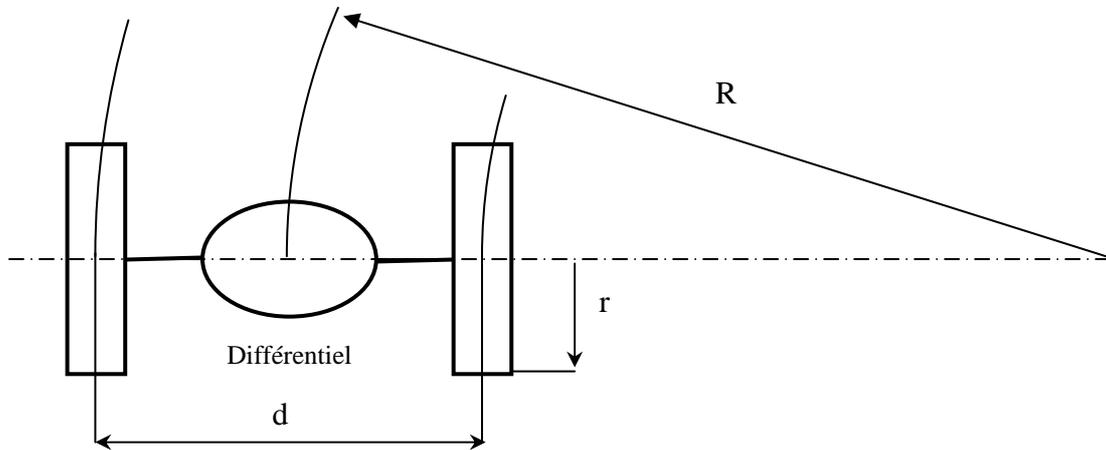


Figure 55 – Véhicule en virage

Un différentiel est schématisé sur la figure 56. Il s'agit en fait d'un réducteur épicycloïdal spatial.

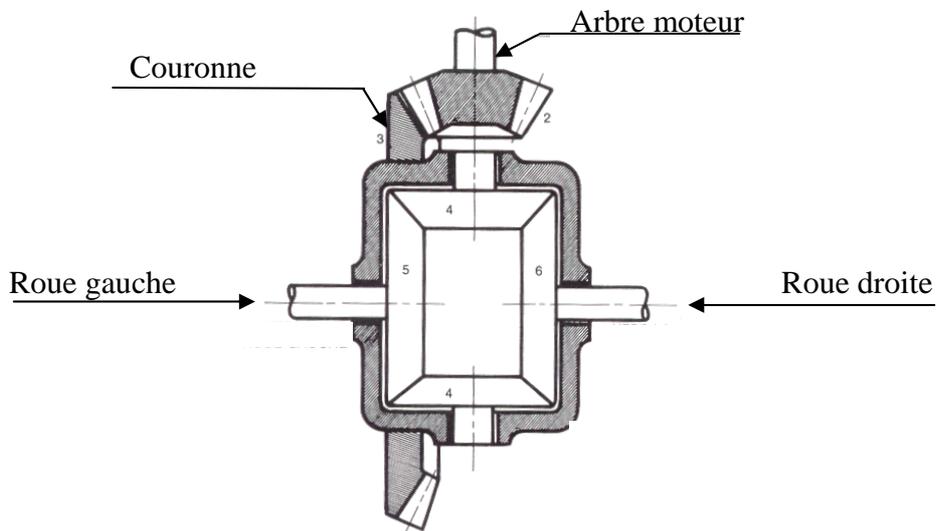


Figure 56 – Différentiel pour automobile

Les vitesses des deux arbres de roues sont :

$$\omega'_1 = \frac{1}{r} \left( R + \frac{d}{2} \right) \frac{V}{R} \quad \text{et} \quad \omega''_1 = \frac{1}{r} \left( R - \frac{d}{2} \right) \frac{V}{R}$$

Les planétaires 1' et 1'' ont le même nombre de dents : la raison du train est :  $i_0 = -1$ .

La vitesse du bras est :

$$\omega_2 = \frac{1}{2}(\omega'_1 + \omega''_1) = \frac{V}{R}$$

D'où :

$$\frac{\omega'_1}{\omega''_1} = \frac{R + \frac{d}{2}}{R - \frac{d}{2}}$$

Le rapport des puissances est :

$$\frac{P'_1}{P''_1} = \frac{M'_1 \omega'_1}{M''_1 \omega''_1} = \frac{R + \frac{d}{2}}{R - \frac{d}{2}}$$

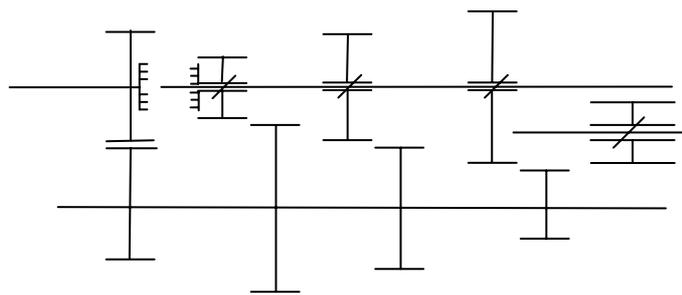
La puissance transmise par la roue extérieure est plus élevée que celle transmise par la roue intérieure.

## 4.9 Boîtes de vitesses

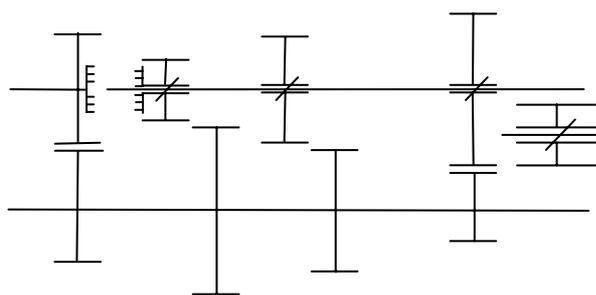
Les boîtes de vitesses sont utilisées pour adapter le couple moteur au couple résistant : par exemple, avec une voiture automobile, lorsque le couple résistant augmente (par exemple dans une côte), la vitesse du moteur diminue, le couple moteur diminue, et il n'est plus capable de fournir un couple suffisant. On augmente le couple en changeant le rapport de transmission (on "change de vitesse"). Une boîte de vitesses fournit des rapports de transmission discrets (pas de variation continue). On utilise les boîtes de vitesses dans les véhicules automobiles (voitures, motos, camions, tracteurs, etc.), dans les machines outils, etc. On utilise des trains à engrenages cylindriques et coniques et des trains épicycloïdaux : utilisés par exemple comme boîtes de vitesses pour vélos, situés dans le moyeu de la roue arrière, pour remplacer les pignons extérieurs et le dérailleur. On trouve des systèmes à 3 vitesses, 4 vitesses, 7 vitesses et même à 14 vitesses. Dans un espace aussi restreint, on ne pourrait pas utiliser une boîte de vitesses à trains d'engrenages cylindriques extérieurs. De plus, le système est à l'abri des intempéries.

### 4.9.1 Boîte à train baladeur

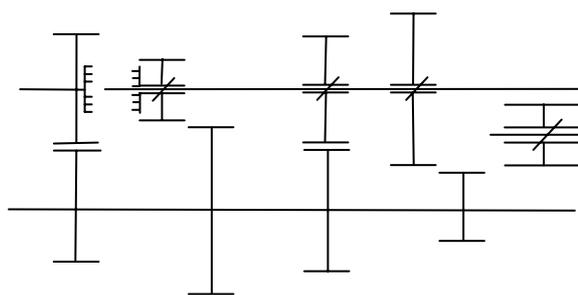
C'est le dispositif qui a été utilisé le premier pour les automobiles. Les liaisons entre les pignons de l'arbre secondaire et cet arbre sont des glissières. Les pignons tournent donc toujours à la même vitesse que cet arbre. Ils sont déplacés axialement par des fourchettes qui les font engrener avec leur correspondant de l'arbre intermédiaire. Une boîte à 4 vitesses utilisant ce principe est représentée sur la figure 57. La 4<sup>ème</sup> est obtenue par liaison directe entre arbre primaire et arbre secondaire par crabots. La marche arrière est obtenue par le pignon d'un deuxième arbre auxiliaire qui vient engrener avec le pignon  $z_{s1}$  de l'arbre secondaire et le pignon  $z_{i1}$  de l'arbre intermédiaire.



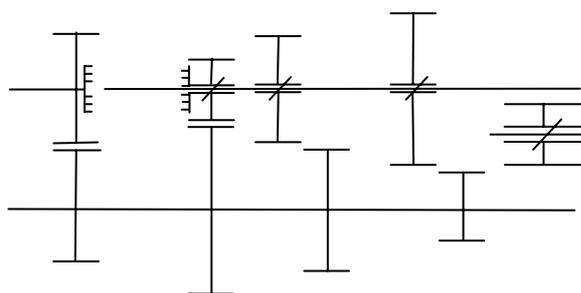
Point mort



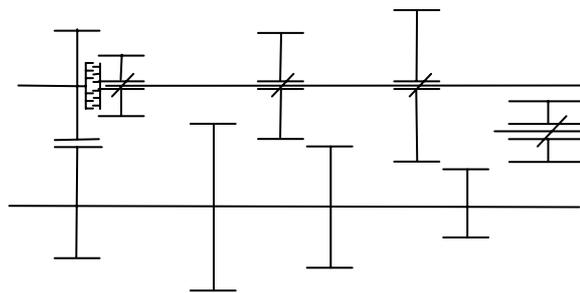
1<sup>ère</sup> vitesse



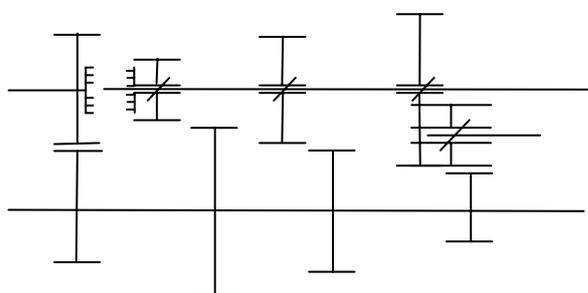
2<sup>ème</sup> vitesse



3<sup>ème</sup> vitesse



4<sup>ème</sup> vitesse



Marche arrière

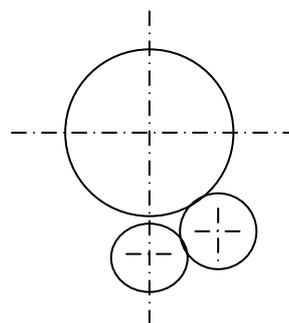


Figure 57 - Boite de vitesses à pignons baladeurs

En marche avant, les arbres primaire et secondaire tournent dans le même sens. En marche arrière, ils tournent en sens inverses.

Dans une boîte à train baladeur, le changement de vitesse s'accompagne d'un choc puisque les pignons correspondants tournent à des vitesses différentes. Ces chocs répétés sont préjudiciables pour les dentures, qui sont soumises à une usure et une détérioration rapide. Tous les pignons étant solidaires des arbres en rotation, il est impossible de réaliser une synchronisation. On utilise ces boîtes dans les machines outils où les vitesses sont changées à l'arrêt. On les a utilisées dans l'automobile jusque dans les années trente. Depuis, on utilise les boîtes à pignons toujours en prise, avec le passage synchronisé.

- *Rapports de transmission :*

$$1^{\text{ère}} : i = \frac{z_p \cdot z_{i1}}{z_{i0} \cdot z_{s1}} \quad 2^{\text{ème}} : i = \frac{z_p \cdot z_{i2}}{z_{i0} \cdot z_{s2}} \quad 3^{\text{ème}} : i = \frac{z_p \cdot z_{i3}}{z_{i0} \cdot z_{s3}} \quad 4^{\text{ème}} : i = 1$$

$$\text{marche arrière} : i = - \frac{z_p \cdot z_{i1}}{z_{i0} \cdot z_{s1}}$$

#### 4.9.2 Boîte à pignons toujours en prise

C'est le dispositif le plus répandu aujourd'hui pour les automobiles. La disposition est la même, mais les pignons ne se déplacent plus en translation le long de l'arbre secondaire : ils peuvent tourner par rapport à cet arbre, ce qui constitue une liaison pivot.. Des pignons correspondants sont toujours en prise. Lorsque le rapport n'est pas engrené, les deux pignons tournent (celui de l'arbre secondaire est fou, c'est à dire qu'il tourne librement autour de l'arbre qui est entraîné par un autre rapport). Au moment de la sélection du rapport, le pignon fou devient solidaire de son arbre au moyen d'un manchon synchroniseur fixé sur l'arbre par des cannelures et commandé par une fourchette. L'accouplement entre le manchon et le pignon correspondant s'effectue au moyen de dents.

Les pignons fous ont deux dentures différentes : l'une, périphérique, qui sert à transmettre le mouvement de l'arbre primaire au secondaire par l'intermédiaire de l'arbre auxiliaire ; l'autre pour le passage des vitesses. Le choc qui se produit au moment de l'engrènement n'est pas supporté par une ou deux dents seulement, mais par l'ensemble des dents.

Dans les boîtes de vitesses, on adopte généralement des dentures hélicoïdales. Elles sont plus silencieuses que les dentures droites et ont un rapport de conduite plus élevé. On utilise des dentures droites pour la première et la marche arrière des véhicules économiques.

Le synchroniseur a pour but de mettre les dents des deux éléments de l'engrenage à la même vitesse. Ceci est obtenu par :

- des crabots
- des composants à surfaces coniques de friction.

Dans les boîtes synchronisées, les forces à l'engrènement sont plus faibles, les vitesses peuvent être engagées à tout instant.

Les boîtes de vitesses fournissent des rapports fixes : pour obtenir des rapports continuellement variables, il faut utiliser les variateurs à adhérence.

#### 4.10 Efforts dans les engrenages

La résultante des efforts exercés par la dent d'un élément de l'engrenage sur une dent de l'autre élément est :

- dirigée dans le plan perpendiculaire aux deux dents au point de contact
- inclinée de l'angle de pression (figure 58)

Pour un engrenage cylindrique à denture droite, l'effort ne comporte pas de composante axiale (l'effort est dans un plan perpendiculaire à l'axe).

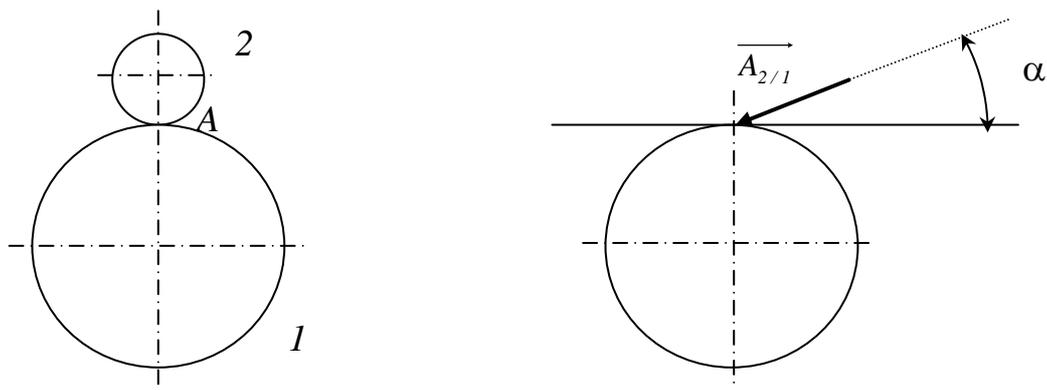


Figure 58 – Direction de l'effort

Par contre, pour un engrenage cylindrique à denture hélicoïdale (figure 59), l'effort comporte trois composantes :

$$\vec{A}_{2/1} = \begin{pmatrix} F \cos \alpha \sin \beta \\ F \cos \alpha \cos \beta \\ -F \sin \alpha \end{pmatrix}$$

L'engrenage conique engendre des efforts ayant des composantes dans plusieurs directions (figure 60) :

$$\text{Denture droite : } \{A_{2/1}\}_A = \left. \begin{cases} A_X = F_N \sin \alpha_1 \\ A_Y = F_T \\ A_Z = F_N \cos \alpha_1 \end{cases} \right\}_{(x,y,z)}$$

$$\text{avec : } F_T = F_N \operatorname{tg} \alpha$$

et : 
$$F_T = \frac{2 M}{d_m}$$

$M$  : couple appliqué à l'arbre 1

$d_m$  : diamètre primitif moyen

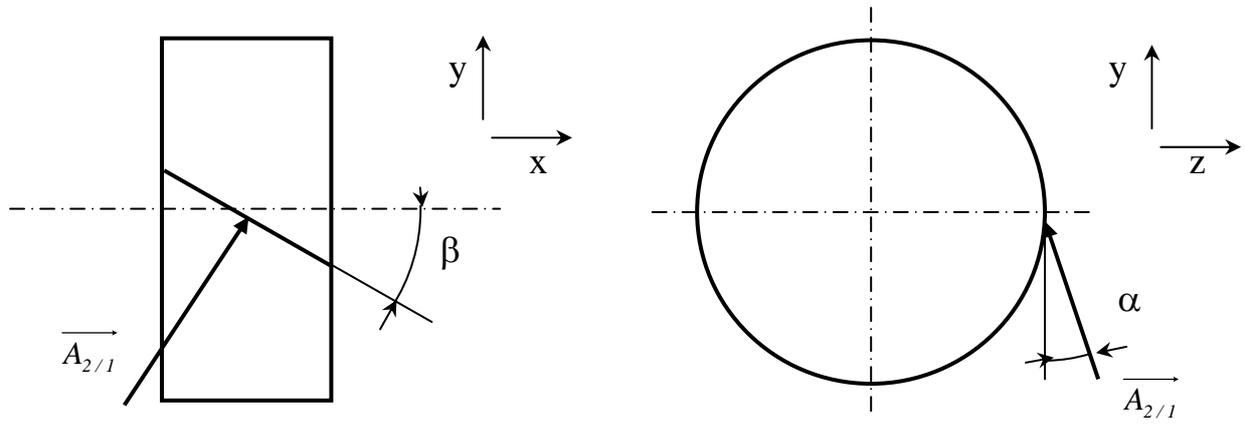


Figure 59 – Effort dans un engrenage cylindrique à denture hélicoïdale

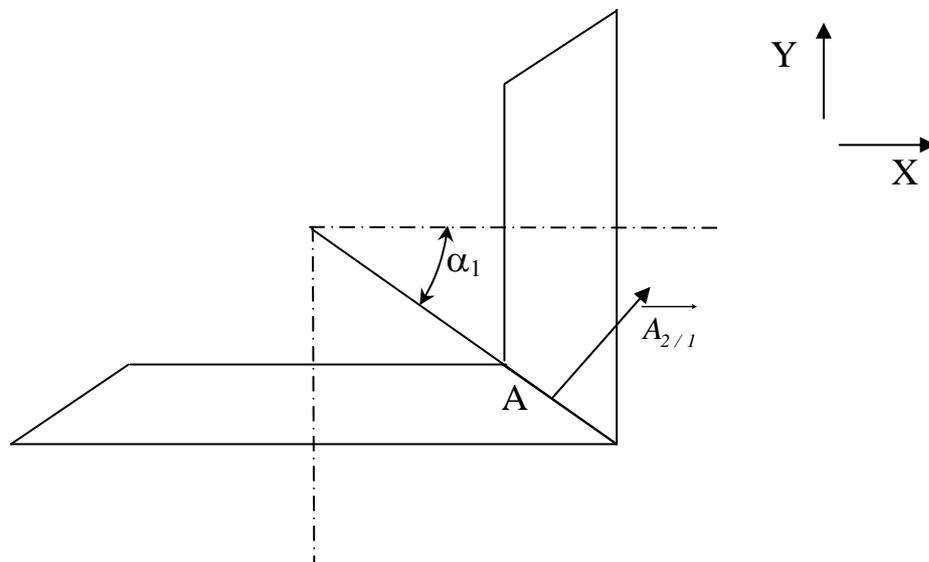


Figure 60 – Efforts dans un engrenage conique

## 4.11 Fabrication des engrenages

On peut fabriquer les engrenages par formage ou usinage.

### Formage

On peut utiliser les procédés de moulage, étirage, extrusion, frittage. Par exemple, on moule des pignons et roues en matière plastique : le moule est alors un pignon ou une roue, qu'il faut usiner.

### Usinage

Plusieurs opérations sont nécessaires : ébauche (fraisage, taillage) et finition (rasage, brunissage, rectification, rodage). On utilise des fraises au profil (fraise-mère) ou des outils. On peut aussi utiliser l'électroérosion à fil pour les dentures droites.

#### *- Taillage par fraise de forme*

On utilise des fraises « au module » qui sont des fraises de forme à profil constant dont le profil correspond au creux de la roue à tailler. Cet outil permet le taillage sur fraiseuse, il est aussi fait sur machine automatique. La fraise usine un creux entre deux dents, revient à sa position d'origine, la roue tourne d'un pas, la fraise usine le creux suivant, etc. La fraise au module permet de tailler les engrenages cylindriques à denture droite et à denture hélicoïdale. La précision n'est pas très bonne. Il est nécessaire de posséder un jeu de fraises de tous les modules.

Ce mode de taillage est le seul efficace pour les dentures ne pouvant pas être taillées par génération (denture Wildhaber - Novikov) ou étant très difficiles à tailler par génération, les machines étant extrêmement complexes (denture cycloïdale).

#### *- Taillage par reproduction*

Le principe consiste à engendrer la denture avec un outil de rabotage (machine Gleason). On utilise un gabarit représentant le profil. Le chariot se déplace parallèlement à l'axe de l'engrenage à tailler et le support d'outil décrit une courbe identique au profil de la denture à tailler. Les déplacements sont aussi obtenus par commande numérique. On utilise ce principe aussi pour les dentures coniques.

#### *- Taillage par génération (denture en développante)*

Il est fondé sur le fait que toutes les roues à développante de cercle qui engrènent avec un même pignon engrènent entre elles. Le taillage est fait avec une fraise mère, un outil crémaillère ou un outil pignon.

Dans le taillage par fraise mère, l'outil est une vis dont la surface hélicoïdale correspond à celle d'une vis sans fin qui engrènerait avec la roue à tailler. La fraise mère tourne en se déplaçant parallèlement à l'axe, et la roue (ou le pignon) à tailler tourne comme s'il engrénait (machine GSP).

Dans le taillage avec outil crémaillère, l'outil est une crémaillère à flanc droit. Le taillage s'effectue par un déplacement rectiligne alternatif de l'outil dans un plan parallèle à l'axe. En même temps, à chaque passe, la roue reçoit un mouvement de rotation et de translation conjugués (machines MAAG et Sunderland).

Le taillage à l'outil pignon est semblable au précédent, mais l'outil a la forme d'un pignon. L'outil est animé d'un mouvement rectiligne alternatif pour la coupe, l'outil et la roue sont animés de rotations conjuguées. Ce principe permet le taillage des engrenages cylindriques à denture droite et à denture hélicoïdale, et les engrenages coniques (machine Fellows).

#### *- Finition*

Les imperfections des méthodes précédentes nécessitent souvent de finir les surfaces, par rectification, ou rasage.

La rectification est faite soit avec une meule de forme profilée à l'aide d'un appareil spécial. Certaines machines permettent de rectifier les deux flancs à la fois, d'autres ne permettent de rectifier qu'un flanc des dents à chaque passage, la rectification du deuxième flanc est effectuée après rotation de la roue.

Dans la rectification par génération, la roue se déplace d'un mouvement rectiligne alternatif parallèle à son axe, en subissant une rotation et une translation combinées de telle sorte qu'elle se déplace comme si elle roulait sur une crémaillère. La dent de cette crémaillère est matérialisée par les arêtes de deux meules assiettes (machine MAAG) ou d'une meule bi conique.

Le rasage est une opération particulière qui permet d'obtenir une très bonne qualité de surface. L'outil est un pignon à denture hélicoïdale de grande précision comportant un grand nombre de saignées sur chaque dent. La roue à finir est montée folle entre deux pointes et est entraînée à grande vitesse par l'outil pignon qui engrène sur lui en appuyant fortement. Il se produit un glissement favorisé par la légère inclinaison des axes l'un par rapport à l'autre. Lors du glissement, les entailles du pignon constituent de petits outils qui érodent la roue à finir.



*Figure 61 – Fraise de forme pour taillage*

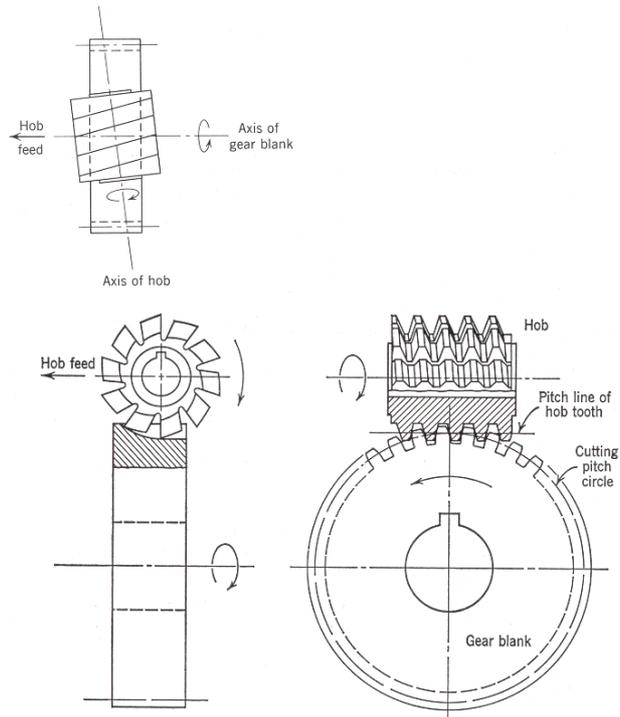


Figure 62 – Taillage d'une roue avec une fraise de forme

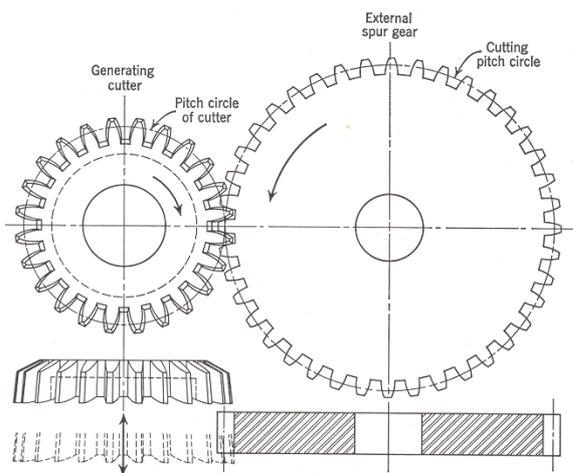
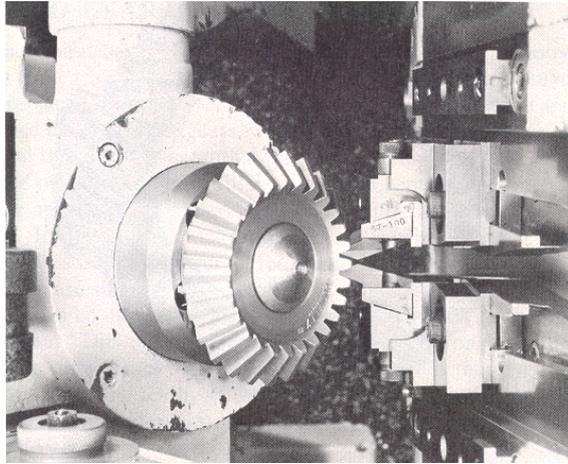
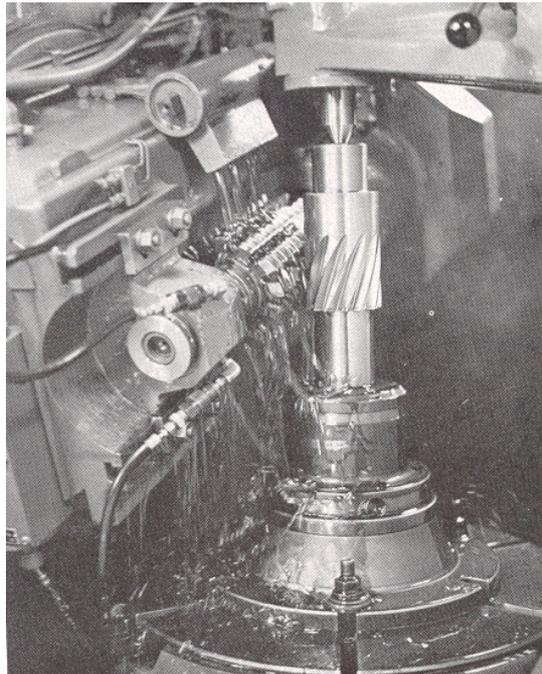


Figure 63 – Taillage d'une roue avec un outil pignon



*Figure 64 – Taillage d'un pignon conique*



*Figure 65 – Taillage d'un pignon hélicoïdal avec une fraise-mère*

## 4.12 Mécanisme Harmonic Drive

Ce réducteur utilise un train épicycloïdal dont l'un des éléments est flexible (figur66). Il est formé :

- d'un arbre came planétaire ovale déformable  $1$
- d'une pièce intermédiaire  $2$  ovale qui engrène avec la couronne  $3$
- d'une couronne dentée  $3$
- d'un guidage à roulement entre la came  $1$  et la pièce  $2$

Sur le dispositif de la figure, supposons la couronne  $3$  fixe. Lorsque l'arbre planétaire tourne, il entraîne la déformation de la pièce  $2$  qui reste engrenée avec la couronne  $3$ . Au bout d'un demi tour de rotation de  $1$ , la pièce intermédiaire  $2$  tourne d'une dent en sens inverse. Ce mécanisme permet l'obtention de très grands rapports de transmission :

- couronne  $3$  fixe :  $i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{z_1}{z_2 - z_1}$

- pièce  $2$  fixe :  $i = \frac{\omega_1}{\omega_3} = \frac{z_2}{z_2 - z_1}$

$$z_2 - z_1 = K \cdot U$$

$U$  : nombre d'ondes de l'arbre  $1$ , généralement :  $U = 2$

$K$  : coefficient, habituellement :  $K = 1$

Le couple transmissible va de 30 à 30 000 N.m, pour une puissance de 0,1 à 50 kW.

Un dispositif Harmonic Drive peut être utilisé comme réducteur (rendement 80 à 90%) ou comme multiplicateur (rendement 60 à 70%).

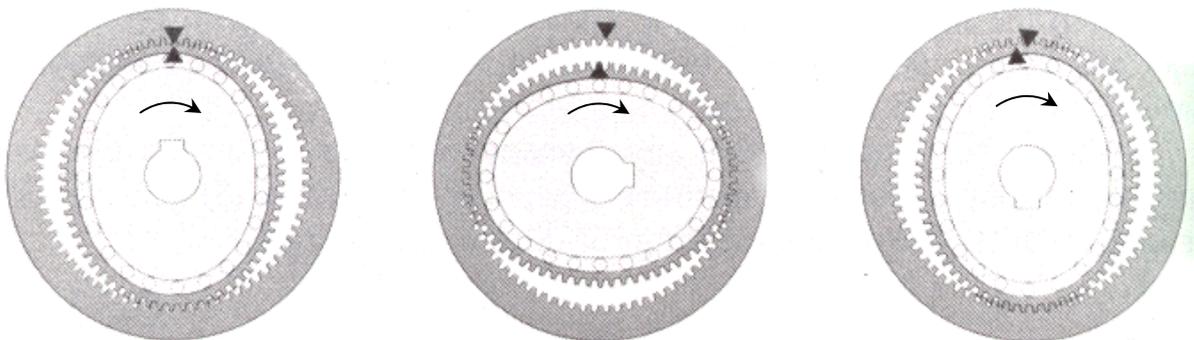


Figure 66 – Mécanisme Harmonic Drive

## 5. ACCOUPLEMENTS, JOINTS

### 5.1 Définitions

Le but des accouplements et embrayages est de transmettre un couple entre deux arbres coaxiaux, entre un axe et le composant monté dessus (pignon, poulie, etc.). Les arbres peuvent être coaxiaux, mais leur alignement peut aussi présenter quelques défauts (figure 67).

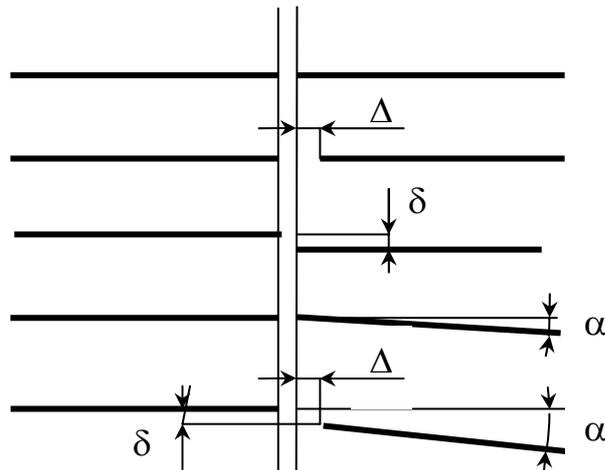


Figure 67 – Alignement des arbres

Des arbres parfaitement alignés peuvent être reliés par des accouplements rigides. Des arbres mal alignés sont reliés par des accouplements capables de compenser les défauts d'alignement. Lorsque les charges à transmettre donnent lieu à des chocs ou vibrations, on utilise des accouplements élastiques. Les liaisons peuvent être permanentes ou non :

- accouplements permanents constamment engagés
- embrayages commandés manuellement
- embrayages automatiques, comprenant le contrôle du couple (embrayages de sécurité), du sens de rotation (roues libres), de la vitesse (embrayages centrifuges)

La caractéristique principale des accouplements et embrayages est le couple transmis. Les accouplements et embrayages sont reliés aux arbres sur des surfaces cylindriques, coniques ou planes (perpendiculaires à l'axe).

Le couple à transmettre est formé d'une composante statique et d'une composante dynamique.

$C_s$  couple statique (fonctionnement continu) : à l'arrêt ou en marche à vitesse constante

$C_s$  couple dynamique (démarrage, arrêt)

On peut exprimer le couple dynamique comme proportionnel au couple statique :  $C = K \cdot C_s$

$K$  facteur dynamique

Pour les machines à faible masse accélérée :  $K = 1$  à  $1,5$ .

Pour les machines à plus importante charge (compresseurs, pompes, rectifieuses, etc.) :  $K = 1,5$  à  $2$ .

Pour les machines à forte masse et chocs importants (cylindres de laminoir, marteau pilon, etc.) :  $K = 2,5$  à  $3$ .

Si la machine est entraînée par un moteur à combustion interne,  $K$  est augmenté de 20 à 40%.

## 5.2 Accouplements

Les accouplements sont des dispositifs qui relient deux arbres de manière permanente. On ne peut désaccoupler les arbres que par démontage de l'accouplement.

### 5.2.1 Accouplements rigides

Ils sont utilisés pour relier de manière rigide deux arbres parfaitement alignés. Ils transmettent le couple (moment par rapport à l'axe) mais aussi les forces axiales et radiales et les moments de flexion. Ils sont surtout employés pour les arbres longs et lorsqu'on dispose de suffisamment de place.

#### - *Accouplement à manchon*

Il consiste en un tube reliant les deux arbres à l'aide de goupilles, clavettes ou cannelures (figure 68). Il peut aussi être soudé (par exemple pour relier deux canalisations de manière étanche).

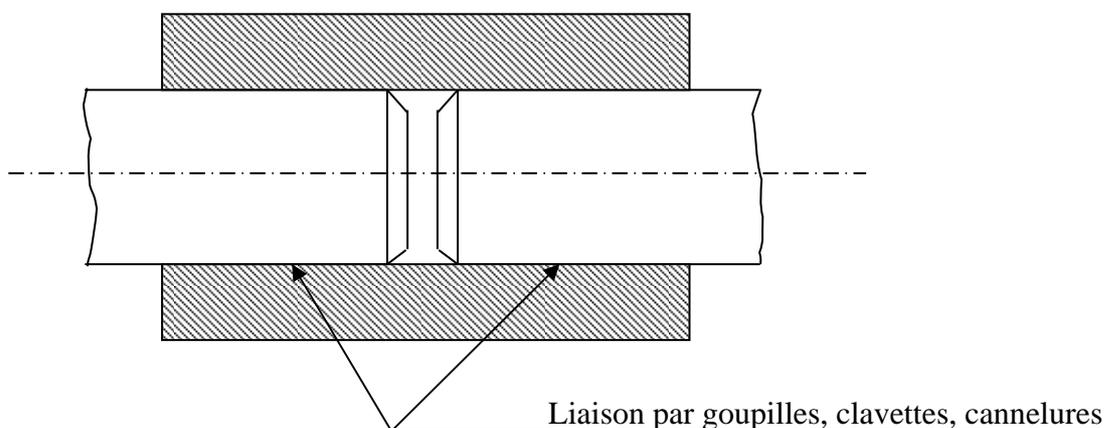


Figure 68 – Manchon d'accouplement

#### - *Accouplement à plateaux*

L'accouplement est composé de deux pièces comportant des plateaux. Chaque pièce est reliée à un arbre par clavette ou cannelure, les plateaux sont reliés entre eux par des boulons (figure 69).

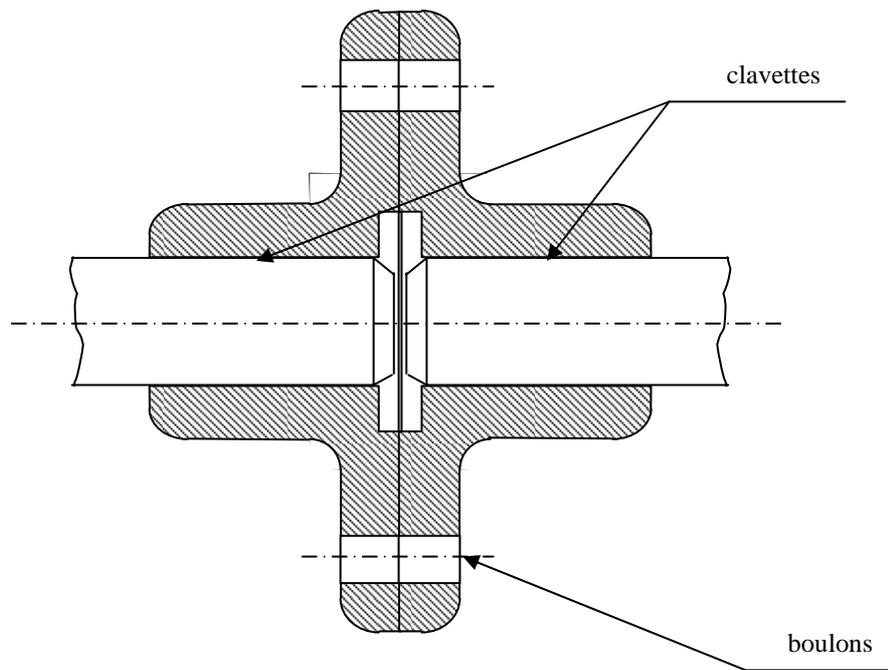


Figure 69 – Accouplement à manchons à plateaux

Il est nécessaire que les arbres à relier soient bien alignés. Sinon, ils seront soumis à la flexion. La liaison est assurée par l'adhérence entre les faces des deux plateaux. Si  $N$  est la force normale exercée par les boulons, la force transmise par adhérence est :  $T = N f_0$ . La force à exercer par chaque boulon pour assurer l'adhérence est :

$$N = \frac{2 C}{d_m n f_0}$$

- $C$  : couple (moment) à transmettre
- $d_m$  : diamètre moyen
- $n$  : nombre de boulons
- $f_0$  : coefficient d'adhérence

Si les plateaux glissent l'un par rapport à l'autre, les boulons sont alors soumis au cisaillement.

#### - Accouplements à dentures

Pour éviter le glissement, on utilise des accouplements à dentures droites (alignement des axes nécessaire) ou bombées (tolèrent un léger défaut angulaire).



Figure 70 – Accouplement à dentures (doc. HPC Europe)

## 5.2.2 Accouplements élastiques

Ils sont utilisés pour supporter les chocs et variations de la charge, et pour limiter les effets des vibrations. De plus, ils tolèrent un léger désalignement entre les arbres. Ils sont très efficaces pour les mécanismes à inversion de sens et ayant du jeu. Quand ils sont soumis à des chocs, ils accumulent et dissipent une partie de l'énergie. Ils peuvent être utilisés pour empêcher l'apparition de résonances. Ils sont définis par leur rigidité et leur capacité d'amortissement. La rigidité est constante ou variable : la rigidité est constante lorsque l'angle de rotation est proportionnel au couple appliqué :  $C = k \cdot \alpha$

Un accouplement élastique consiste en deux parties et en éléments élastiques qui peuvent être en métal ou en polymère.

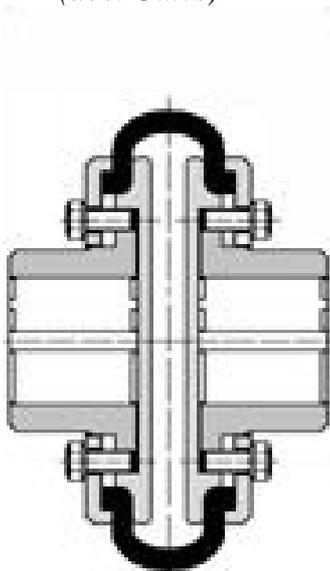
- *Accouplements avec éléments non métalliques*



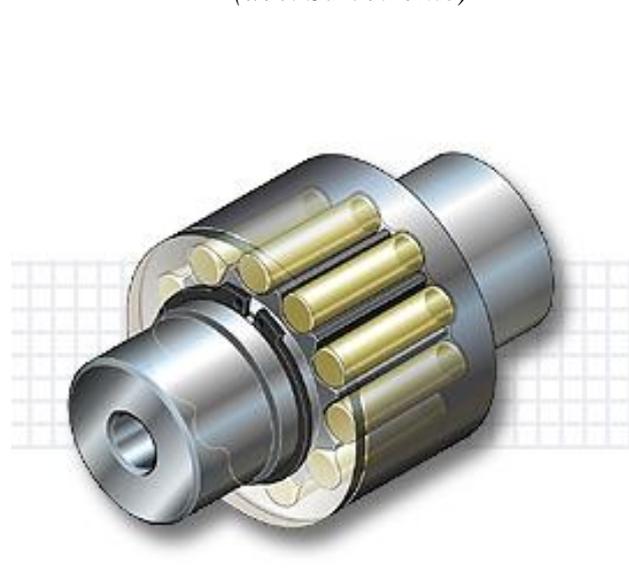
(doc. Gates)



(doc. Servotronic)



(doc. HPC Europe)



(doc. Tschan)

Figure 71 – Accouplements élastiques

De nombreux types existent, nous en avons représenté seulement quelques uns.

- *Accouplements avec éléments métalliques*

Ils sont caractérisés par une durée de vie plus élevée que les accouplements à éléments polymères. Ils sont faits d'éléments à faible épaisseur (plaques, fils, ressorts). L'élément élastique peut être soumis à la torsion, à la flexion, ou à la flexion et à la torsion simultanées. Deux exemples sont montrés sur la figure 72.



*A soufflet (doc. Servotronic)*



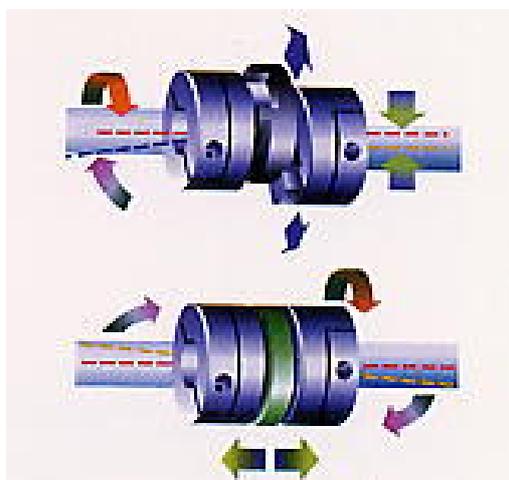
*(doc. HPC Europe)*

*Figure 72 - Accouplements élastiques métalliques*

## 5.3 Joints

### 5.3.1 Joint de Oldham

On l'utilise pour relier deux arbres parallèles distants d'une quantité faible  $\delta$ . Il est composé de trois pièces (figure 73) : deux manchons 1 et 2 solidaires chacun d'un arbre, et comportant chacun une rainure ; une pièce intermédiaire comportant deux tenons venant s'insérer dans les rainures des pièces 1 et 2 (liaisons glissières). Le désaxage des arbres peut atteindre 0,04 fois le diamètre des arbres. Un léger défaut de parallélisme est accepté (maximum 30').



*Figure 73 – Joint de Oldham*

### 5.3.2 Joint de Cardan

On l'utilise pour relier deux arbres non parallèles (angle  $\alpha$  pouvant atteindre 40 à 45°). Il est composé de trois pièces (figure 74) : deux manchons 1 et 2 solidaires chacun d'un arbre ; une noix intermédiaire 3 composée de deux axes perpendiculaires et reliée aux manchons 1 et 2 par des liaisons pivots glissants. On l'a utilisé dans l'automobile pour transmettre le couple entre les arbres de sortie de la boîte de vitesse et les arbres de roues.

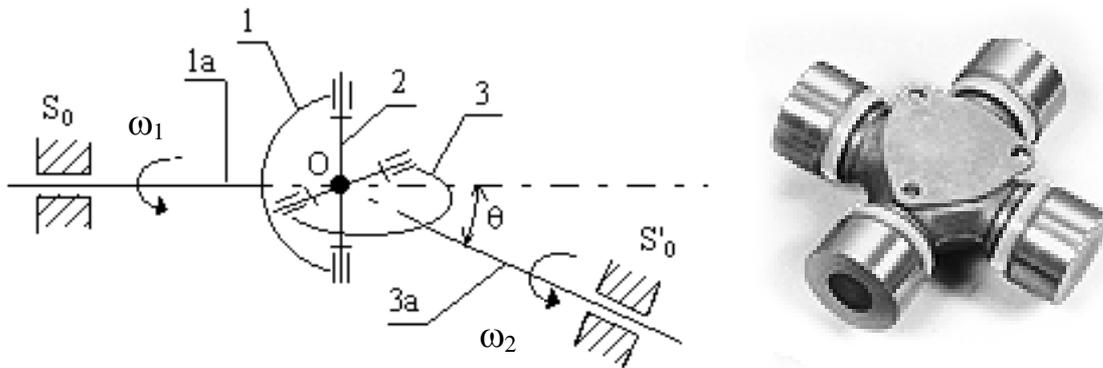


Figure 74 – Principe du joint de Cardan et noix de Cardan

Le joint de Cardan n'est pas un joint homocinétique : si l'arbre moteur tourne à vitesse constante, il n'en est pas de même de l'arbre récepteur dont la vitesse oscille autour d'une valeur moyenne. En effet, le rapport des vitesses des deux arbres est :

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1 - \sin^2 \theta \cos^2 \alpha}{\cos \theta}$$

- $\theta$  : angle entre les deux arbres
- $\alpha$  : angle de rotation de l'arbre d'entrée par rapport au référentiel
- $\omega_1$  : vitesse de rotation de l'arbre d'entrée
- $\omega_2$  : vitesse de rotation de l'arbre de sortie

Ce rapport des vitesses dépend de l'angle entre les arbres mais aussi de la position angulaire de l'arbre d'entrée. Les vitesses minimales et maximales de l'arbre 2 sont telles que :

$$\frac{\omega_{2max}}{\omega_1} = \frac{\omega_1}{\omega_{2min}} = \frac{1}{\cos \theta}$$

Le coefficient de non uniformité de la rotation est :

$$k = \frac{\omega_{2max} - \omega_{2min}}{\omega_1} = \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta}$$

Pour de petits angles  $\theta$  :  $k \cong \theta^2$

Pour des angles  $\theta$  élevés, le rapport  $k$  n'est pas négligeable. Pour un angle  $\theta$  de  $45^\circ$  ( $k = 0,707$ ), la différence d'angle de rotation  $\alpha$  entre les deux arbres est de  $\pm 10^\circ$ .

Si l'arbre récepteur commande les roues d'une automobile, il s'ensuit nécessairement un glissement des pneumatiques sur le sol. La mise en série de deux joints de Cardan avec les arbres extrêmes parallèles fournit l'homocinétisme : les arbres extrêmes tournent à la même vitesse à tout instant.

### 5.3.3 Joint homocinétique ou joint universel

Il s'agit de joints remplissant la même fonction que le joint de Cardan, mais fournissant un rapport de vitesses constant. Par exemple, le joint de la figure 75 est composé de deux pièces comportant des rainures dans lesquelles des billes sphériques viennent s'interposer.



*Figure 75 – Joint homocinétique (doc. GKN)*

## 6. EMBRAYAGES

Les embrayages sont utilisés pour connecter et déconnecter deux arbres en rotation ou au repos. Les embrayages sont commandés manuellement ou automatiquement. Ils utilisent l'obstacle (couple transmis élevé) ou la friction (couple limité par la perte d'adhérence).

### 6.1 Embrayages à engrenement

Ils sont employés pour transmettre des couples élevés et quand on peut accepter un engrenement avec chocs. Ils consistent en deux demi parties qui ont des dentures conjuguées. On utilise deux types de crabots :

- à dentures latérales (figure 76) : les dents sont sur les faces d'appui
- à dentures périphérique : l'une des pièces est un pignon à denture externe, l'autre une couronne à denture interne ; l'engrenement peut être synchronisé

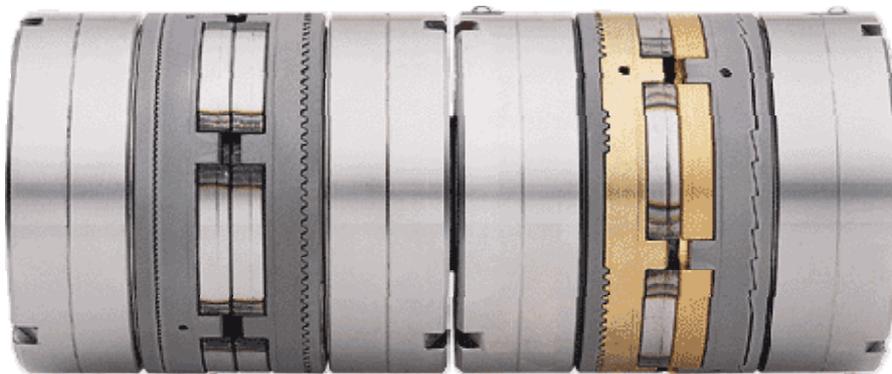


Figure 76 – Embrayage à crabots (doc. Telcomec)

Les nombres de dents sont déterminés par le couple à transmettre et par le temps d'engrenement requis. Un nombre de dents plus élevé permet de transmettre un couple plus fort et un engrenement plus rapide.

### 6.2 Embrayages à friction

Le couple est transmis par l'adhérence entre deux ou plusieurs pièces (poulie et courroie, disques, couronne et patins, cônes). Le couple peut être contrôlé par la régulation de la force normale (par exemple à l'aide d'un dispositif hydraulique à pression variable). La friction permet la mise en contact à n'importe quelle vitesse : le frottement provoque une diminution de la différence de vitesses des deux arbres jusqu'à ce qu'elles soient égales, alors il y a adhérence.

- *Embrayages à disques* (figure 77). Ils sont très utilisés dans la mécanique et l'automobile. Ils ont les surfaces de frottement les plus simples. Ils peuvent avoir un seul disque ou plusieurs (jusqu'à 8 ou 12). Les disques sont en acier trempé s'ils travaillent avec lubrification, ou en matériau apportant un bon coefficient d'adhérence lorsqu'ils travaillent à sec.

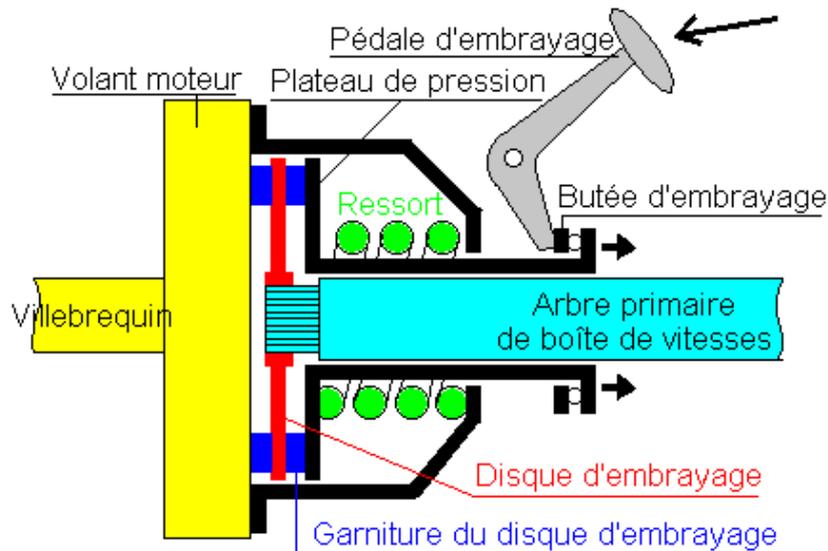


Figure 77 – Principe de l'embrayage à disque

- *Embrayages à cônes.* Les deux surfaces coniques sont engagées et désengagées par déplacement axial. Les surfaces coniques permettent la transmission d'un couple très élevé car elles tolèrent de très fortes forces normales. On doit cependant éviter le coincement, et l'angle du cône est supérieur à l'angle d'adhérence : 8 à 15° pour des surfaces métalliques. On les utilise sur certaines transmissions automatiques.

- *Embrayages à surface de friction cylindrique.* La friction est faite entre une couronne et des patins. Les patins peuvent être déplacés par un fluide sous pression (huile, air) ou par force centrifuge.

### 6.3 Synchroniseurs

On utilise des synchroniseurs pour mettre deux arbres à la même vitesse pour pouvoir engrener un pignon et une roue dentée dans les boîtes de vitesses. Un synchroniseur utilise la friction entre deux surfaces coniques. Dans un premier temps, la fourchette de commande met en contact les deux surfaces coniques, ce qui permet de synchroniser les vitesses des deux arbres. Puis, la fourchette déplace l'un des éléments pour l'engrènement.

Dans les boîtes de vitesses à pignon toujours en prise, la synchronisation est réalisée par un doigt entrant dans une rainure oblongue : la synchronisation est faite en une trentaine de degrés, et avec choc.

La commande de l'embrayage peut être hydraulique, pneumatique ou magnétique (un électroaimant force les deux éléments à entrer en contact).

On utilise aussi des embrayages à poudre : l'espace entre les disques est rempli de poudre de fer et est traversé par un champ magnétique qui donne à la poudre de la résistance au cisaillement.

## 6.4 Embrayages automatiques

### - Embrayages de sécurité

Ils sont utilisés pour limiter les couples lorsque ceux ci deviennent trop élevés. On les utilise :

- dans les mécanismes à impact
- dans les machines travaillant avec un mélange non homogène (extraction de minerai, concassage de pierres, etc.)
- dans les machines automatiques (pas d'opérateur présent)
- dans les parties de mécanismes ne transmettant qu'une partie de la puissance du moteur (mécanisme d'avance d'une machine outil par exemple)

Ces embrayages fonctionnent sur le principe de la rupture d'un élément de sécurité (goupille par exemple), par le déplacement d'un élément (bille poussée par un ressort) ou par le glissement (figure 78).

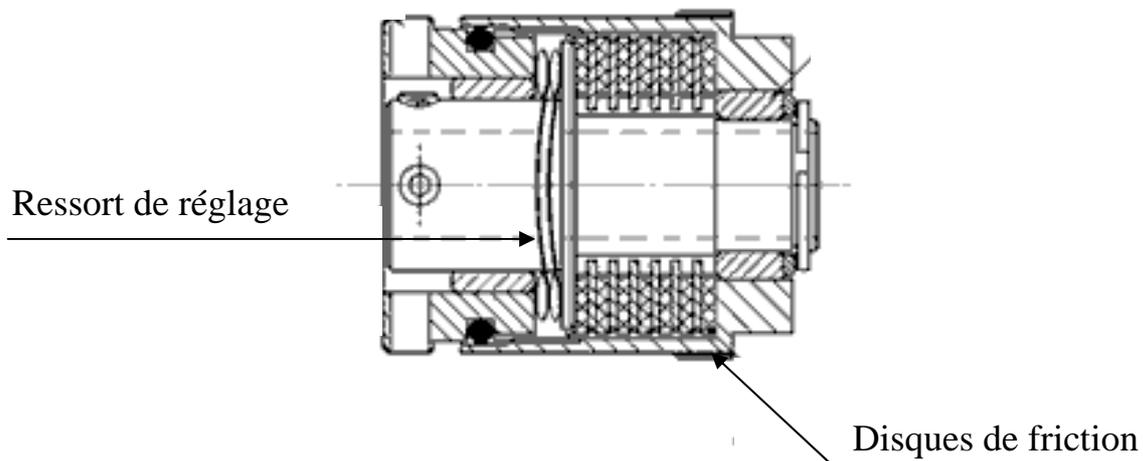


Figure 78 – Limiteur de couple à friction

### - Roues libres

Une roue libre transmet le couple dans un seul sens de rotation et permet une rotation libre dans l'autre sens (figure 79). Lorsque l'arbre  $I$  tourne dans le sens horaire, les billes  $3$  subissent des efforts aux points  $A$  et  $B$  : ces billes peuvent être en équilibre si les deux efforts (opposés) sont inclinés d'angles inférieurs à l'angle d'adhérence (figure 80).

Ceci est obtenu si :

$$\frac{\theta}{2} \leq \varphi_0$$

Par conséquent, le système est conçu pour que l'angle  $\theta$  soit inférieur à 2 fois l'angle d'adhérence. On recommande un angle maximal de  $7^\circ$  pour ce genre d'embrayage. En rotation dans l'autre sens, il est au contraire fait en sorte que l'angle correspondant soit nettement supérieur à cette valeur, l'équilibre ne peut avoir lieu, et  $I$  peut tourner par rapport à 2.

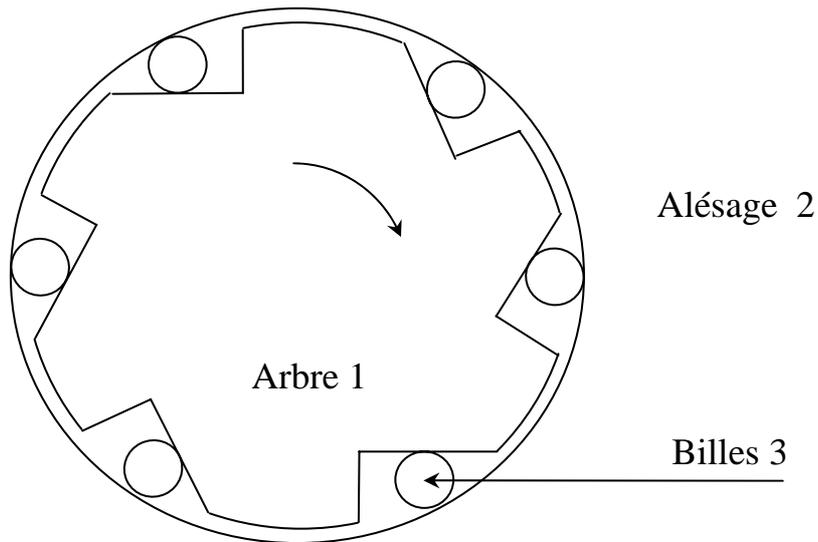


Figure 79 – Roue libre à billes

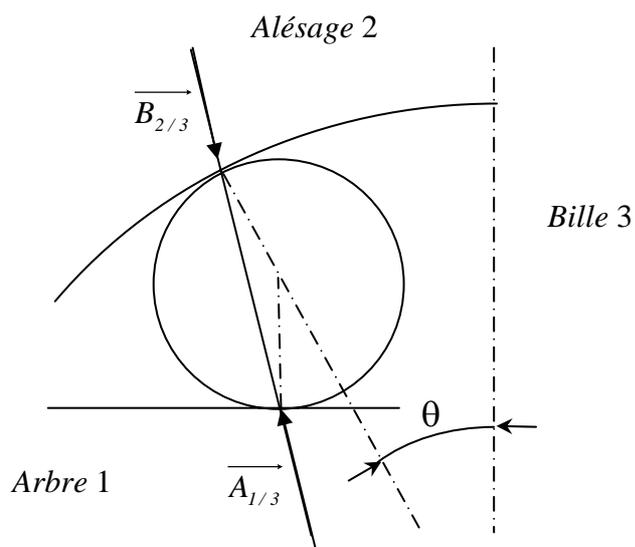


Figure 80 – Equilibre d'une bille de la roue libre

#### - Embrayages centrifuges

Il s'agit d'embrayages dans lesquels le mécanisme de contrôle est remplacé par des masses soumises à une action centrifuge (figure 81). Quand l'arbre moteur atteint une certaine vitesse, les forces centrifuges agissent sur les masselottes et mettent en contact les éléments frottants avec la couronne de l'arbre mené. Les masselottes sont souvent attachées à des bras flexibles. Elles peuvent aussi être retenues par des ressorts.

La force centrifuge exercée sur une masselotte est :

$$F_c = m \omega^2 r$$

$m$  : masse de la masselotte  
 $\omega$  : fréquence de rotation  
 $r$  : rayon sur lequel la masselotte évolue

Le couple transmissible par  $n$  masselottes est :

$$C = m \omega^2 r f_0 n R$$

$R$  : rayon de la couronne sur lequel les masselottes sont pressées par la force centrifuge

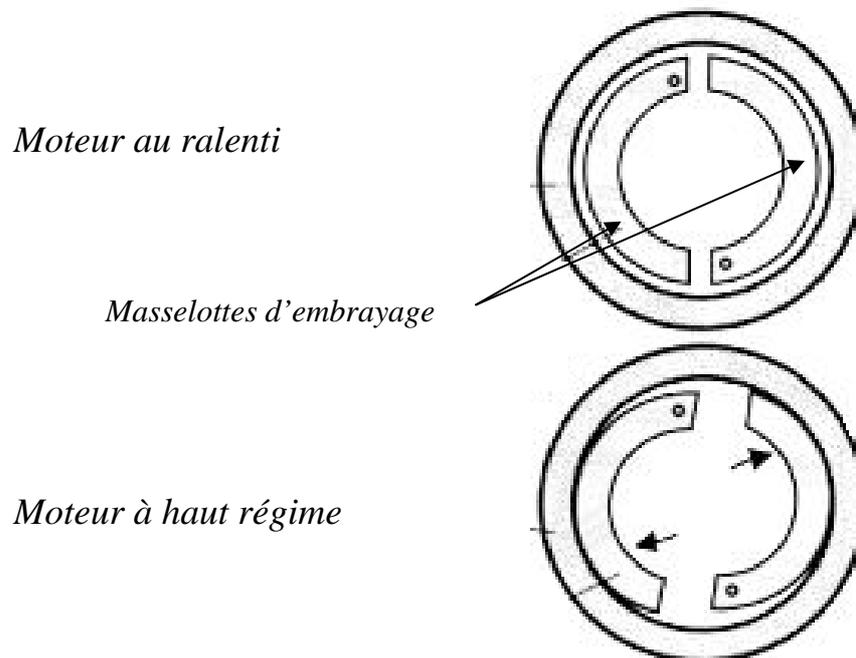


Figure 81 – Principe de l'embrayage centrifuge

Les embrayages centrifuges sont utilisés pour permettre au moteur de tourner lorsque le véhicule est à l'arrêt : On les utilise sur des vélomoteurs, motoculteurs, moteurs hors bord de bateaux, karts, certaines automobiles (2 CV Citroën par exemple), etc.

#### - Coupleurs

Le frottement prolongé des éléments (disques par exemple) conduit à une usure importante. Pour cette raison, on utilise des coupleurs qui utilisent soit un liquide soit une poudre, soit le magnétisme pour transmettre le couple.

Les *coupleurs hydrauliques* sont des embrayages à glissement permanent : la vitesse angulaire de l'arbre mené reste constamment inférieure à celle de l'arbre menant, le couple étant transmis intégralement. On les utilise pour les mécanismes qui travaillent dans des conditions

variables, avec des arrêts et démarrages fréquents et entraînés par des moteurs à faible capacité de démarrage : les coupleurs permettent au moteur de démarrer en entraînant le récepteur progressivement, grâce au glissement relatif permis par le liquide.

Les *coupleurs centrifuges* (à huile ou à poudre fine) acceptent des variations cycliques importantes de couple et présentent un glissement très faible en marche normale (figure 82). Ils sont utilisés sur les matériels présentant de fortes irrégularités de couple moteur (moteurs thermiques) ou de couple résistant (concasseurs, compresseurs à piston, broyeurs, malaxeurs); les *coupleurs hydrauliques* ont un élément menant jouant le rôle d'une pompe centrifuge et un élément mené assimilable à une turbine : la force centrifuge agissant sur l'huile entraîne la turbine et ne peut fonctionner qu'avec un certain glissement. En faisant varier la quantité d'huile, on modifie le glissement à volonté ; on peut donc les utiliser en variateurs de vitesse. De tels coupleurs, à remplissage variable, sont employés sur les gros moteurs marins et sur les locomotives diesel. On les emploie aussi dans l'automobile comme dispositif d'embrayage entre un moteur et une boîte de vitesses automatique.

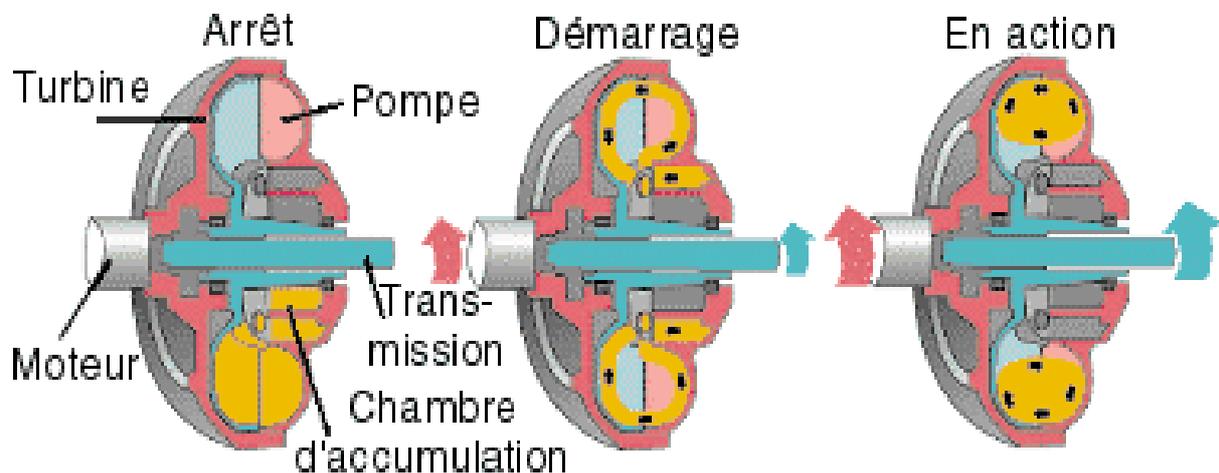


Figure 82 – Principe d'un coupleur centrifuge (doc. Fendt)

Les *coupleurs électriques synchrones* (électromagnétiques) n'ayant pas de pièces en contact, durent plus longtemps et ne réclament pas d'entretien, mais consomment de l'énergie électrique.

Les *coupleurs à poudre magnétique coagulante* sont basés sur la propriété qu'ont les poudres d'acier inoxydable magnétique de se coaguler progressivement et de plus en plus fort sous l'influence d'un champ magnétique fourni par un électroaimant, jusqu'à former une masse solide qui solidarise l'élément meneur avec l'élément mené. Dès que le courant cesse d'exciter l'électroaimant, la poudre redevient fluide et l'appareil débraie. Le couple peut être réglé par l'action sur le courant d'excitation.

## 7. FREINS

### 7.1 Principe

Un frein est un dispositif qui permet d'arrêter un organe ou une machine en mouvement. Il est en quelque sorte un embrayage qui met à la même vitesse deux organes, avec la particularité que cette vitesse est nulle.

On utilise les mêmes principes : friction à l'aide de disques, tambours, sabots, etc. ; électromagnétisme, courants de Foucault.

Le freinage est une opération dynamique qui provoque une décélération. Il dissipe l'énergie sous forme de chaleur. Cette énergie peut être récupérée grâce à certains systèmes (recharge de batteries).

#### Arrêt d'un mécanisme

Soit un corps de masse  $m$  en translation à une vitesse  $V_0$ . On le soumet à une décélération  $-\gamma$ .

Les lois du mouvement sont :

$$\text{accélération : } \frac{d^2x}{dt^2} = -\gamma$$

$$\text{vitesse : } \frac{dx}{dt} = V_0 - \gamma t$$

$$\text{espace : } x = V_0 t - \frac{\gamma}{2} t^2 \quad (x = 0 \text{ à l'instant initial du freinage})$$

$$\text{La durée du freinage est exprimée par : } t = \frac{V_0}{\gamma}$$

$$\text{La distance de freinage est exprimée par : } d = \frac{V_0^2}{2\gamma}$$

A titre d'exemple, un véhicule automobile de 1 000 kg se déplaçant à la vitesse de 130 km/h soumis à une décélération de 1 g ( $9,81 \text{ m/s}^2$ ) s'arrête en 3,7 secondes sur une distance de 78,5 m. La distance de freinage est proportionnelle au carré de la vitesse initiale (à décélération constante).

#### Dissipation d'énergie

Le véhicule a une énergie cinétique :  $E = \frac{1}{2} m V_0^2$  au début du freinage. Celle-ci sera nulle à l'arrêt. Le travail à fournir est donc :  $W = \frac{1}{2} m V_0^2$ . La puissance correspondante supposée

$$\text{constante est : } P = \frac{W}{t} = \frac{\frac{1}{2} m V_0^2}{\frac{V_0}{\gamma}} = \frac{1}{2} m V_0 \gamma.$$

Pour le véhicule d'une tonne lancé à 130 km/h, ce travail est de 650 kJ, ce qui correspond à une puissance de 180 kW.

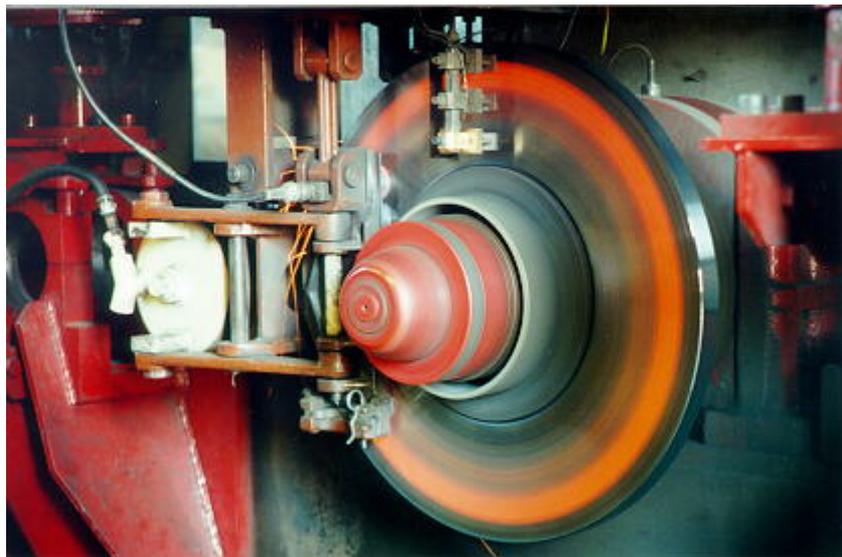
Un ascenseur de poids 5 000 N descend avec une vitesse constante de 0,5 m/s. La puissance dissipée par le frein pendant que l'ascenseur descend est de 2 500 W. La quantité de chaleur dissipée par le frein durant 20 s est 50 kJ.

L'énergie dissipée sous forme de chaleur lors du freinage d'une automobile apporte une température de 300° à 800° qui doit être acceptée par le disque et les plaquettes.

La décélération que le dispositif de freinage permet d'obtenir dépend du coefficient de frottement entre la pièce mobile et la pièce immobile. Sur une route humide ou verglacée, il est nettement plus difficile de s'arrêter que sur une route sèche. Le coefficient d'adhérence d'une route humide est plus faible que celui d'une route sèche, il faut une distance plus grande pour s'arrêter sur route humide (la décélération est plus faible).

Les freins sont une des parties les plus étonnantes d'une Formule 1. En seulement 3 secondes et moins de 80 mètres, une Formule 1 passe de 200 km/h à l'arrêt, les forces impliquées dans cette décélération sont élevées, environ "4 g" pour un gros freinage. A titre de comparaison une Porsche 911 type 996, réputée pour son freinage très performant, mets 4,2 secondes et 93 mètres pour passer de 160 km/h à l'arrêt.

Un TGV lancé à 300 km/h s'arrête sur 3 300 mètres en freinage d'urgence, provoquant une élévation de température des disques de frein de l'ordre de 800°C (figure 83). Sur les véhicules de Formule 1, les freins à disques en composite carbone-carbone sont efficaces de 700°C à 2 500°C (il est nécessaire de les porter à 700°C minimum avant de pouvoir freiner sérieusement). De tels freins ne peuvent pas être utilisés sur des véhicules courants, la température n'étant pas suffisamment élevée. On utilise des disques en fonte ou en acier.



*Figure 83 – Echauffement d'un disque de frein (doc. SNCF)*

Les freins utilisés sur les avions ont des caractéristiques indiquées dans le tableau III.

| Avion            | Masse<br>(10 <sup>3</sup> kg) | Masse du<br>frein<br>(kg)                    | Energie<br>dissipée par<br>frein<br>(MJ) | Diamètre de<br>roue<br>(m) |
|------------------|-------------------------------|--|--|----------------------------|
| A300-600         | 172,6                         | 77,12  | 76                                       | 1                          |
| A310             | 157,9 to 164,9                | 75,2 to 77,12                                | 70-76                                    | 1                          |
| A318/319/320     | 70,4 to 77,4                  | 68,2   | 70                                       | 1                          |
| A321             | 88,4                          | 96,6   | 85                                       | 1,1                        |
| A330/340         | 253,5 to 271,9                | 1500 cycles:<br>129<br>2500 cycles:<br>134,7 | 105                                      | 1,15                       |
| A340-<br>500/600 | 365                           | 146  | 124                                      | 1,15                       |
| 767-300          | 186                           | 89   | 90                                       | 1                          |

Tableau III – Caractéristiques de freins d’avions (doc. Messier Bugatti)

## 7.2 Mécanique du freinage

- Freinage d’un arbre

Un arbre est freiné par action de frottement  $\vec{F}$  sur un disque (figure 84).

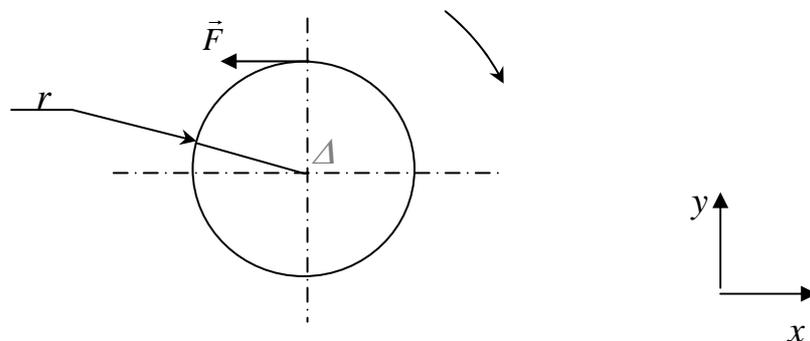


Figure 84 – Freinage d’un arbre

L'étude dynamique de cet arbre fournit l'équation de moment autour de l'axe de rotation :

$$I_{\Delta} \frac{d^2\theta}{dt^2} = F r$$

$I_{\Delta}$  : moment d'inertie de l'arbre autour de l'axe  $\Delta$

On en déduit la décélération angulaire et on peut calculer la vitesse angulaire et la loi du mouvement par intégrations.

- Freinage d'un véhicule

La roue est soumise aux efforts exercés par le sol sur le pneumatique, par les plaquettes sur le disque, par les liaisons des paliers. Celles ci étant à roulements sont supposées des liaisons parfaites et donc n'ont pas de moment résistant porté par l'axe de rotation. L'équation qui nous intéresse pour le freinage est l'équation de moment par rapport à l'axe de rotation.

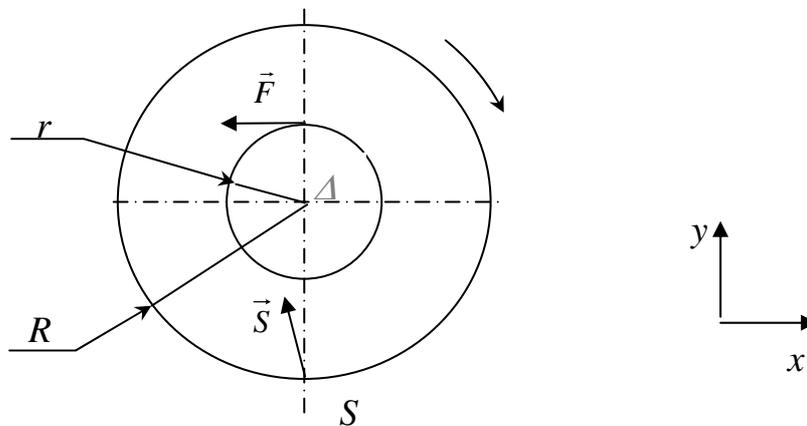


Figure 85 – Roue au freinage

Appliquant le principe de la dynamique à la roue, nous obtenons :

$$\frac{m}{4} \frac{d^2x}{dt^2} = -F - T \quad \text{projection de la somme sur l'axe } x$$

$$0 = -\frac{m g}{4} + N \quad \text{projection de la somme sur l'axe } y$$

$$I_{\Delta} \frac{d^2\theta}{dt^2} = F r - T R \quad \text{projection du moment en } \Delta \text{ sur l'axe } z$$

$I_{\Delta}$  : moment d'inertie de la roue par rapport à l'axe ( $\Delta$ ,  $z$ )

$r$  : rayon moyen du disque

$R$  : rayon du pneu

$T$  : composante tangentielle de l'effort  $\vec{S}$

$N$  : composante normale de l'effort  $\vec{S}$

Nous avons négligé l'effet dynamique de la suspension et fait l'hypothèse que les 4 roues jouent le même rôle. Ceci n'est pas exact, mais nous ne pouvons faire une étude plus complète à ce stade de l'enseignement.

La force exercée par le sol doit être inclinée au maximum de l'angle d'adhérence (limite du glissement). Dans ce cas, il existe une relation entre la décélération angulaire et la décélération linéaire :

$$R \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{d^2x}{dt^2}$$

En résolvant le système, on obtient :

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -T \frac{\frac{m}{4}R(R+r)}{\frac{m}{4}rR - I_{\Delta}}$$

$$F = T \frac{I_{\Delta} + \frac{m}{4}R^2}{\frac{m}{4}rR - I_{\Delta}}$$

Si la force exercée par le frein est trop élevée, il y a glissement au contact pneu – sol, la roue ne tourne plus. La valeur maximale de la force de freinage est obtenue lorsque la force exercée par le sol est inclinée de l'angle d'adhérence, c'est à dire lorsque :

$$T = N f_0$$

La décélération maximale due au freinage est :

$$\frac{d^2x}{dt^2}_{maxi} = -\frac{\frac{m}{4}g f_0}{\frac{m}{4}(r+R) - \frac{I_{\Delta}}{R}}(r+R)$$

La force maximale de freinage est :

$$F_{maxi} = \frac{m}{4}g f_0 \frac{I_{\Delta} + \frac{m}{4}R^2}{\frac{m}{4}rR - I_{\Delta}}$$

Sur route humide ( $f_0$  faible), on doit exercer un effort  $F$  plus faible que sur route sèche pour ne pas bloquer les roues.

Le tableau IV donne quelques valeurs du coefficient d'adhérence de pneumatiques sur route.

| Nature du sol       | Coefficient d'adhérence |
|---------------------|-------------------------|
| Bitume rugueux      | 0,8 – 0,9               |
| Bitume lisse        | 0,7 – 0,8               |
| Pavés secs          | 0,6 – 0,7               |
| Bitume lisse humide | 0,4 – 0,5               |
| Boue                | 0,1                     |
| Verglas             | ≤ 0,05                  |

Tableau IV – Coefficient d'adhérence pneumatique sur route

La décélération ne dépend pas de la masse du véhicule.

Supposons maintenant que l'effort de freinage est trop élevé et que les roues sont bloquées (figure 86). Le véhicule est en translation. L'application du principe fondamental de la dynamique selon l'axe du mouvement fournit :

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = - 4 T$$

Avec  $T = \frac{m g}{4} f$  (les quatre roues jouent le même rôle), nous obtenons :

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = - m g \operatorname{tg} \varphi = - m g f$$

La décélération communiquée au véhicule est :

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = - g f$$

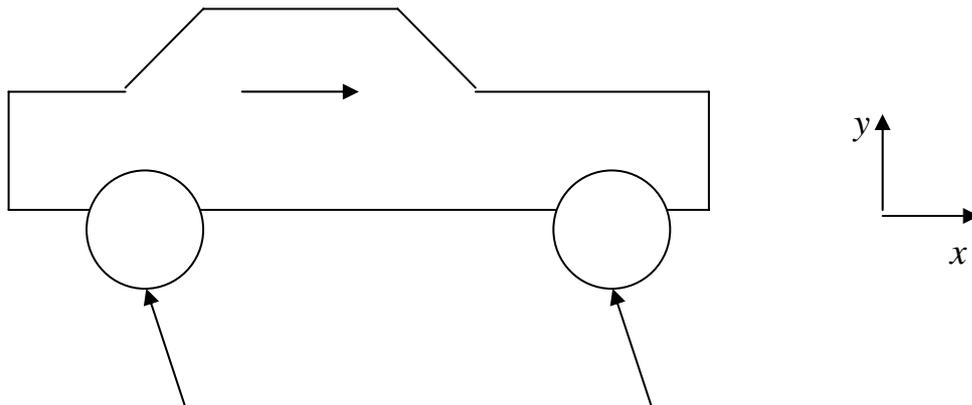


Figure 86 – Véhicule au freinage

La roue étant en équilibre, l'équation de moment autour de son axe fournit :

$$F = \frac{R}{r} T = \frac{R}{r} \frac{m g}{4} f$$

Remarquons qu'on obtient des relations identiques pour la décélération maximale et la force maximale en adhérence en négligeant  $I_A$  dans la formule :

$$\frac{d^2 x}{dt^2}_{maxi} = -g f_0 \quad F_{maxi} = \frac{m}{4} g f_0 \frac{R}{r}$$

Ces deux formules sont équivalentes, le moment d'inertie ne jouant aucun rôle dans le cas du blocage des roues.

Le coefficient d'adhérence est plus élevé que le coefficient de frottement, donc le freinage est plus efficace si on ne bloque pas les roues.

Sur bitume sec, la décélération en adhérence peut atteindre 0,8 à 0,9 g (« véhicule de Monsieur tout le monde »).

Sur bitume humide, elle n'est que de 0,4 à 0,5 g.

Sur route très humide ou boueuse, elle tombe à 0,1 g.

Pour un véhicule de 1 000 kg, la distance d'arrêt est :

- 81 m pour  $f_0 = 0,8$
- 162 m pour  $f_0 = 0,4$
- 650 m pour  $f_0 = 0,1$

Avec des pneumatiques de compétition (Formule 1) sur route sèche, le coefficient d'adhérence peut monter jusqu'à 3,5 (arrêt sur 100 m avec une vitesse initiale de 300 km/h, soit une décélération de  $-35 \text{ m/s}^2$ ).

- *Dispositif anti blocage des roues (ABS)*

Si la force  $F$  est trop élevée, les roues glissent par rapport au sol et se bloquent. Dans ce cas, le véhicule est en translation et est soumis à 4 forces exercées par le sol (supposées égales), de composantes liées par le coefficient de frottement :

$$T = N f = \frac{m g}{4} f$$

Des dispositifs ont été mis au point pour éviter le blocage des roues. Le système ABS (anti blocage system) utilise des capteurs pour mesurer en permanence la vitesse de la roue : si celle-ci devient nulle, c'est que la roue glisse sur le sol (sauf à l'arrêt bien sûr). Si une roue tente de le faire, des soupapes hydrauliques limitent ou réduisent le freinage sur cette roue. Ceci empêche le dérapage et permet de maintenir le contrôle de la direction.

Nota : nous avons supposé que les quatre roues jouaient le même rôle lors du freinage. Ceci n'est pas vrai. A cause de la plongée vers le bas du nez du véhicule (forces d'inertie) qui tend à pivoter autour des roues avant, les forces de freinage sont plus élevées à l'avant qu'à l'arrière : les roues avant assurent 60 à 70% du freinage. Il faut donc limiter les forces de freinage à l'arrière, d'une même valeur. Sinon, si les roues arrières sont soumises aux mêmes efforts de freinage que les roues avant, comme elles supportent des efforts normaux inférieurs, elles vont se bloquer et être moins efficaces. On l'observe plus facilement sur un deux roues : il est possible de passer par dessus la roue avant et faire une culbute en cas de freinage violent (la roue arrière quitte le sol, seule la roue avant freine).

## 7.3 Types de freins

### 7.3.1 Freins travaillant par frottement

#### - frein à tambour

Il se compose d'un tambour en fonte solidaire de la roue, de mâchoires solidaires du châssis et d'un cylindre qui presse les mâchoires contre le tambour (figure 87).

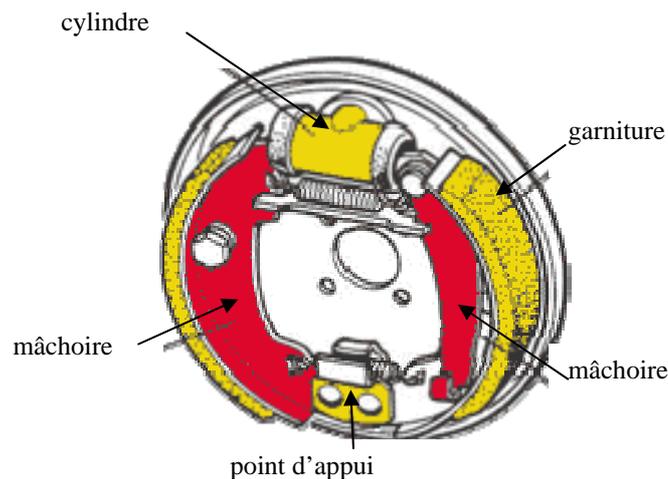


Figure 87 – Principe du frein à tambour (doc. 321 auto)

Les mâchoires sont en acier recouvert d'une garniture d'un matériau composite ayant un bon coefficient de frottement (0,35 à 0,40) avec le matériau du tambour et s'usant plus vite. L'usure peut être rattrapée par un mécanisme de réglage accessible de l'extérieur (non automatique).

#### - frein à disque

Il se compose d'un disque solidaire de la roue et d'étriers équipés de plaquettes, solidaires du châssis (figure 88). La force peut être exercée mécaniquement (comme sur les vélos, à l'aide de câbles) ou par pression hydraulique (voitures, motos, camions, et certains VTT). Le même principe est utilisé sur la plupart des vélos, le freinage ayant lieu directement sur la jante.

Le disque de frein est un organe fortement sollicité. Il est en fonte ou en acier, en composite carbone – carbone, et même en céramique sur des véhicules de compétition. Les plaquettes sont en matériau composite fournissant un bon coefficient de frottement avec le matériau du disque et s’usant plus vite (on remplace les plaquettes périodiquement).

Le frein à disque peut supporter des efforts plus importants que le frein à tambour : le disque est pressé sur les deux faces, de manière symétrique et ne se déforme pas, alors que le tambour subit des forces l’obligeant à se déformer vers l’extérieur. Le frein à disques est très performant car il est progressif et dissipe bien la chaleur. C’est la raison pour laquelle il est adopté pour le freinage avant. La plupart des véhicules sont équipés de freins à disques à l’avant et à tambours à l’arrière (les roues arrière participent moins au freinage que les roues avant). Certains véhicules possèdent des freins à disques à l’avant et à l’arrière (nécessité de fournir une puissance de freinage plus élevée, comme sur les véhicules de compétition).

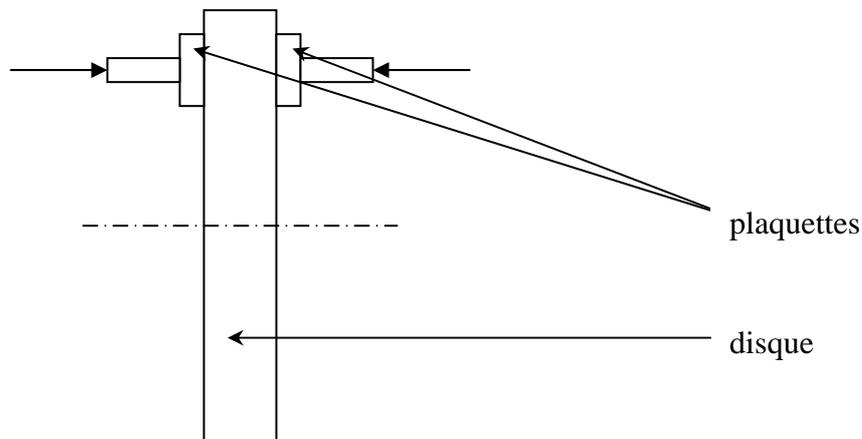


Figure 88 – Principe du frein à disque



Figure 89a - Frein à disque pour VTT  
(doc. Free)



Figure 89b – Frein à disque pour automobile  
(doc. 321 auto)

- matériaux

La puissance développée par le freinage est dissipée sous forme de chaleur provoquant une élévation de température des disques jusqu'à 300 et 800 °C pour les véhicules automobiles classiques, jusqu'à 2 000 – 2 500°C pour des applications à haute puissance (Formule 1, avions, TGV).

Le contact acier ou fonte – composite fournit un coefficient de frottement de 0,35 à 0,5. Des matériaux plus ou moins performants ont été élaborés pour les plaquettes. Le coefficient de frottement varie avec la température : il nécessite une température minimale de l'ordre de 150 °C puis est constant jusqu'à 500 à 600 °C (figure 90). Le coefficient chute fortement au delà.

Les freins modernes utilisant ces matériaux sont utilisés dans de nombreuses applications de sécurité : manutention des matériaux, machines électriques, systèmes d'entraînement de grues, etc.

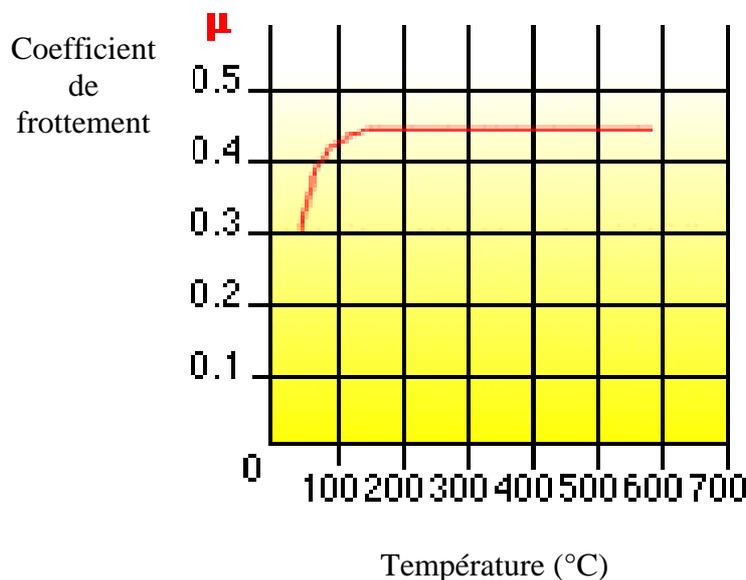


Figure 90 – Variation du coefficient de friction avec la température  
(doc. Ferodo, plaquettes DS2000)

Pour des disques en carbone – carbone, la température minimale de fonctionnement correct est de 700 °C, et ils peuvent être utilisés jusqu'à 2 500 °C. On les utilise dans les automobiles de compétition, les avions, les trains à grande vitesse (freinage d'urgence).

L'intérêt du disque de frein en carbone tient à sa capacité de tenir des températures extrêmes de 2 500 °C, ce qui permet d'absorber une très grande puissance de freinage. La chaleur est telle que le disque devient incandescent.

On annonce l'utilisation prochaine de disques en céramique (composite fibres de carbone infiltré de silicium) pour des automobiles de compétition. Ce disque peut supporter des températures de 1 400 °C sans déformation, fissure ou vibration. De plus, il aura la capacité de fonctionner dès les basses températures, ce qui le rendra suffisamment progressif pour être utilisée par Monsieur "Tout le monde". Le disque est fixé sur une bague isolante pour ne pas transmettre la chaleur au moyeu. Le coefficient de frottement disque/plaquette est 0,50, plus

élevé que le disque en fonte. Ce coefficient de frottement est insensible à l'eau et le disque est insensible à la corrosion. Le disque en céramique est deux fois plus léger que le disque classique. Les plaquettes de frein sont en alliage métallique. Ces freins ont été utilisés par le constructeur Audi sur les véhicules vainqueurs aux 24 Heures du Mans, et vont l'être sur certains véhicules de Mercedes et Porsche.

- *frein à bande ou à courroie*

Il est formé d'un cylindre ou tambour sur lequel une courroie vient frotter (figure 91). La courroie est accrochée au point  $P$  et est tendue par un effort au point  $Q$ . Ce frein ne fonctionne que dans un seul sens. Les calculs peuvent être faits comme pour la transmission poulie – courroie.

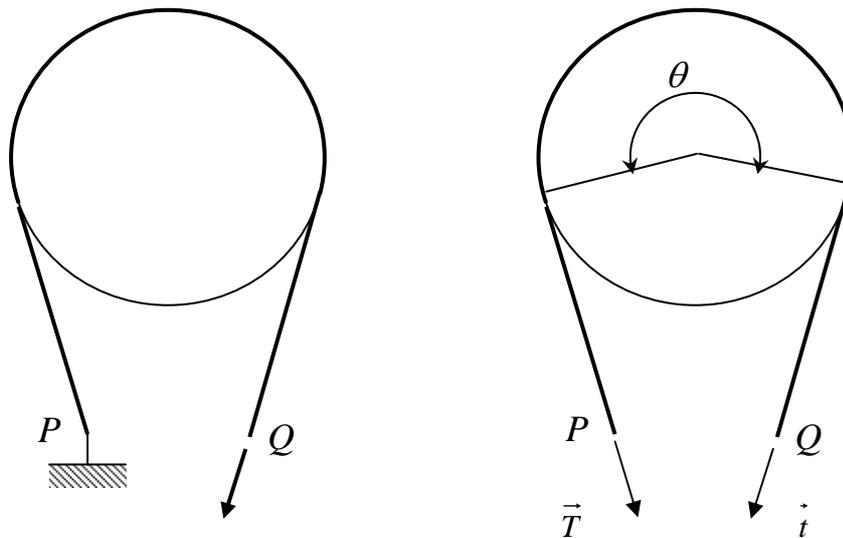


Figure 91 - Frein à bande

Efforts dans la courroie :  $T = t e^{f\theta}$  (remarquer que  $T > t$ )

Couple de freinage :  $M = (T - t) r = t(e^{f\theta} - 1) r$

On augmente l'efficacité du frein en augmentant  $\theta$ ,  $r$  et  $f$ .

- *commande*

La commande de la mise en pression des éléments du disque a été mécanique à ses débuts (câbles, tringles, leviers, etc.). Elle est maintenant : hydraulique, pneumatique ou électromécanique.

Par exemple, les freins électromagnétiques actionnés par mise sous tension freinent lorsque la bobine est alimentée. L'induit est attiré par des forces électromagnétiques, ce qui applique le disque entre deux plaques (plaque de l'induit et plaque d'appui) : il est freiné, arrêté et maintenu en place.

Les freins électromagnétiques à manque de courant fonctionnent selon le principe inverse. À la mise sous tension, l'induit est attiré par les forces électromagnétiques. Ce mouvement est

utilisé pour comprimer un ressort pour permettre au disque de friction de tourner librement. Si la tension est coupée, la force électromagnétique disparaît et le ressort comprime la plaque d'induit contre le disque de friction qui est pris en sandwich entre la plaque d'induit et la plaque de pression. Le couple qui en résulte freine et bloque la charge en place.

Ces freins électromagnétiques à manque de courant servent pour le freinage, le positionnement et le maintien de charges. De ce fait, ils sont également des éléments de sécurité importants en cas de coupure de courant ou d'arrêt d'urgence. On les utilise par exemple dans les ascenseurs.

#### *- frein de sécurité électro-pneumatique*

Ce frein crée une dépression dans la conduite de frein, ce qui provoque le serrage des mâchoires sur les disques de frein ou des sabots sur les roues. Lorsque le mécanicien agit sur ce frein, ce sont des électrovalves qui déclenchent et contrôlent la dépression au même moment en chaque point du convoi, de manière à éviter les à-coups et le blocage des roues, surtout à grande vitesse. Il permet des freinages très puissants : par exemple un TGV lancé à 300 km/h s'arrête sur 3300 mètres en freinage d'urgence sur sol horizontal, provoquant une élévation de température des disques de frein de l'ordre de 800°C, au lieu de 500°C en freinage normal.

### **7.3.2 Ralentisseurs électriques**

#### *- freins rhéostatiques*

Le freinage rhéostatique est utilisé sur les véhicules à traction électrique. Il repose sur un principe simple : lorsque le train roule et que les moteurs de traction ne sont pas alimentés, ils fonctionnent en alternateurs ou en génératrices, suivant le type de moteurs employés, et par conséquent ils produisent du courant. Ce courant produit est donc envoyé dans des rhéostats, qui dissipent l'énergie et qui freinent le train. Ce principe est utilisé sur les TGV en freinage : le freinage électrique (ou rhéostatique) permet des freinages en douceur et quasi-imperceptibles par le voyageur.

#### *- ralentisseurs à courants de Foucault*

Ces freins agissent par induction magnétique, donc sans contact et sans usure. Ils sont utilisés comme ralentisseurs sur les camions (assistance au freinage par disques). Lors du freinage par frottement, l'énergie dissipée est intense et ne peut être évacuée suffisamment par les disques et plaquettes qui s'échauffent trop : le coefficient de frottement devient faible et les freins n'agissent plus. Les ralentisseurs permettent d'éviter la surchauffe des disques et plaquettes. D'une part, ils assurent un freinage efficace ; d'autre part, ils accroissent la durée de vie des disques et plaquettes (5 à 10 fois). Le freinage assuré par les ralentisseurs est d'autant plus fort que la vitesse est élevée.

Le principe des courants de Foucault est le suivant. On fait tourner un disque épais d'aluminium ou de cuivre entre les pôles d'un électro-aimant. Si l'on fait tourner le disque sans que l'électro-aimant soit alimenté, celui-ci tourne normalement. Si l'on alimente la bobine, la vitesse de rotation diminue, il y a freinage. Le freinage s'explique par des courants

induits qui se produisent dans la masse du métal. Les forces électromotrices étant court-circuitées par la masse métallique, il se produit des courants importants (courants de Foucault). Ces courants induits s'opposent à la cause qui les produit, c'est à dire la rotation du disque (loi de Lenz). Ils jouent donc le rôle de frein.

En général les courants de Foucault sont nuisibles. Ils provoquent une perte d'énergie qui se traduit par un échauffement du métal. Pour réduire au maximum ces pertes on réduit les courants de Foucault par la division du métal.

Dans le cas du freinage, les courants de Foucault sont utiles.

- *ralentisseur hydraulique*

Le système est monté sur l'arbre de sortie de boîte. Une roue à aubes est montée sur l'arbre à l'aide de cannelures. La roue baigne dans une chambre remplie d'huile. On fait varier le couple de freinage en faisant varier la pression de l'huile présente dans la chambre. Le chauffeur règle sa vitesse et active le système. Un calculateur fait varier la pression d'huile en fonction des différents paramètres (pente, poids, vitesse souhaité, etc.)

Un avantage non négligeable du système est que les pertes dues à l'échauffement sont réduites par rapport à un frein de type courants de Foucault.

Ce système est d'une efficacité prouvée et supérieure aux normes imposées. Par exemple, il est capable de maintenir à 30 km/h un camion de 40 tonnes sur une pente de 7% pendant 6 km.

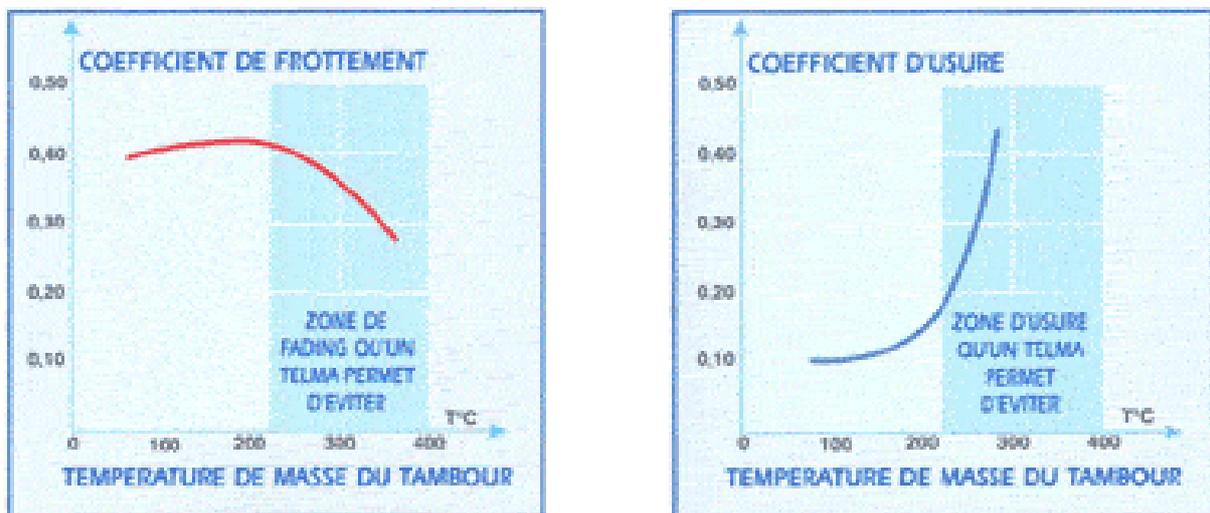


Figure 92 – Apports d'un ralentisseur sur un véhicule poids lourd (doc. TELMA)

## 8. CAMES

### 8.1 Définitions

Les mécanismes à cames sont des mécanismes de transformation de mouvement. On les utilise dans l'horlogerie, les machines à coudre, les moteurs à explosion, les machines outils, etc.

Un mécanisme à came est formé d'une pièce de forme complexe (came) qui appuie sur une pièce (suiveur ou poussoir) pour la déplacer. On rencontre plusieurs techniques: la transformation d'une rotation continue en une translation alternative (figure 93); la transformation d'une rotation continue en une rotation alternative (figure 94); la transformation d'une translation en une translation (figure 95); la transformation d'une rotation continue en une rotation discontinue (figure 96).

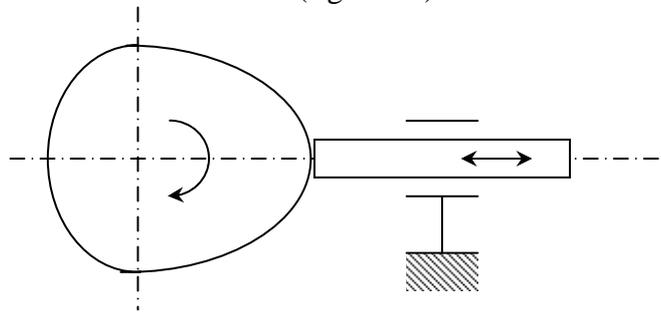


Figure 93 – Transformation de rotation continue en translation alternative

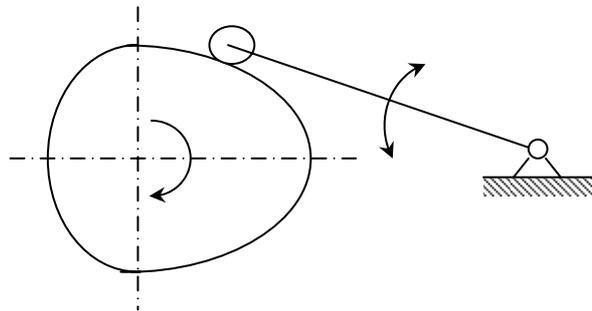


Figure 94 – Transformation de rotation continue en rotation alternative

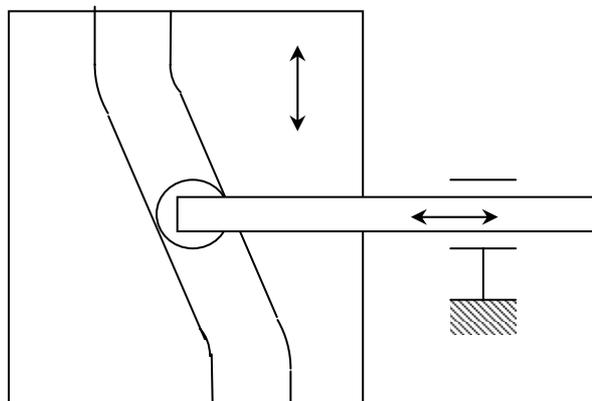


Figure 95 - Transformation de translation en translation

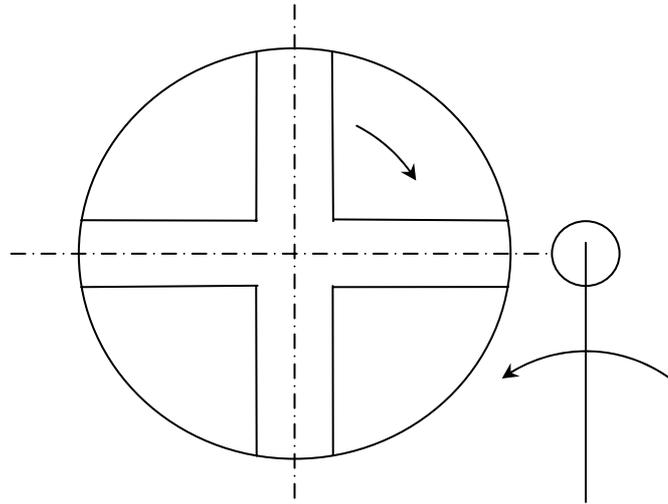


Figure 96 - Transformation de rotation continue en rotation discontinue  
(dispositif à croix de Malte)

La surface d'appui du galet sur la came peut être ponctuelle, plane, sphérique, ou munie d'un galet cylindrique. Le mouvement du suiveur dépend du profil de la came et de sa forme d'appui. Le contact doit être maintenu entre la came et le suiveur : on utilise des ressorts pour plaquer le suiveur contre la came ou des dispositifs à portée dans les deux sens (par exemple un galet dans une rainure).

## 8.2 Loi de transformation de mouvement

C'est la loi reliant les deux mouvements :  $y(x)$ . Elle définit la relation entre les mouvements de la came et du suiveur. La loi de mouvement du suiveur est :  $y(t)$

On utilise un certain nombre de grandeurs pour étudier le mouvement du suiveur :

- loi d'espace  $y = y(x(t))$
- loi de vitesse  $\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \frac{dx}{dt}$
- loi d'accélération  $\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d^2y}{dx^2} \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \frac{dy}{dx} \frac{d^2x}{dt^2}$
- loi de saut (jerk)  $\frac{d^3y}{dt^3} = \frac{d^3y}{dx^3} \left(\frac{dx}{dt}\right)^3 + 3 \frac{d^2y}{dx^2} \frac{dx}{dt} \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dy}{dx} \frac{d^3x}{dt^3}$

Dans le cas fréquent où la came est en rotation à vitesse constante :

$$\frac{dx}{dt} = \omega \quad \text{et} \quad \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^3x}{dt^3} = 0$$

Alors :  $y = y(\omega t)$

|              |  |
|--------------|--|
| Vitesse      | $\frac{dy}{dt} = \omega \frac{dy}{dx}$           |
| Accélération | $\frac{d^2y}{dt^2} = \omega^2 \frac{d^2y}{dx^2}$ |
| Saut         | $\frac{d^3y}{dt^3} = \omega^3 \frac{d^3y}{dx^3}$ |

La loi de transformation de mouvement suffit à définir toutes les caractéristiques cinématiques du mouvement du suiveur.

Une discontinuité de la loi d'espace est appelée un saut. Une discontinuité de la vitesse est appelée un choc. Une discontinuité de l'accélération est appelée une saccade. Les sauts, chocs et saccades sont indésirables dans les mécanismes. La fonction saut permet de connaître la régularité de l'accélération. On détermine la loi de mouvement pour :

- satisfaire la loi d'espace désirée
- éviter les sauts

### Mouvement du suiveur

Dans la quasi totalité des cas, la came est le moteur, le suiveur est le récepteur. Le mouvement du suiveur est imposé, on en déduit celui de la came : le mouvement du suiveur est le point de départ de l'étude. Considérons par exemple un suiveur en déplacement de translation effectuant le mouvement souhaité de la figure 97. Le cycle est composé d'un repos (OA), d'une montée (AB), d'un repos (BC), d'une descente (CD).

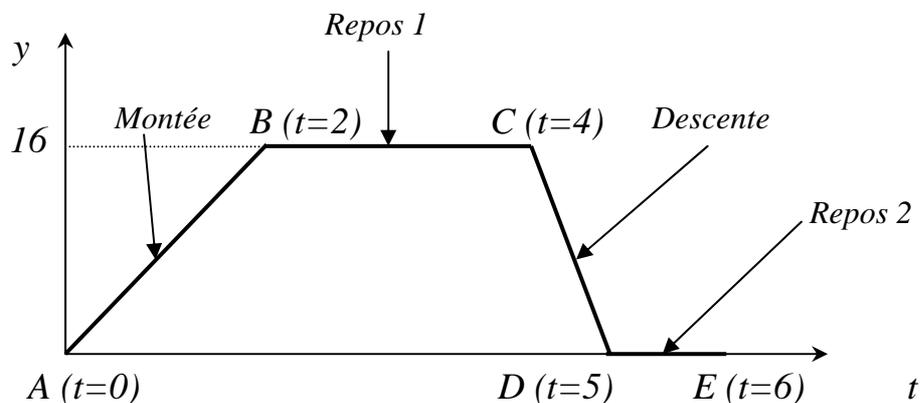


Figure 97 – Mouvement du suiveur

Les mouvements de montée et de descente peuvent être des droites, mais il est préférable d'utiliser d'autres lois mathématiques pour permettre un fonctionnement sans choc et sans saccade. Supposons par exemple qu'on cherche une loi polynomiale permettant le passage du repos 1 au repos 2, sans saut, choc ou saccade. Nous devons vérifier qu'aux points A et B :

$$y(A) = 0 \quad \frac{dy}{dt}(A) = 0 \quad \frac{d^2y}{dt^2}(A) = 0$$

$$y(B) = 16 \quad \frac{dy}{dt}(B) = 0 \quad \frac{d^2y}{dt^2}(B) = 0$$

Ces conditions aux limites permettent de déterminer 6 coefficients, nous pouvons donc prendre un polynôme de degré 5 :

$$y(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5$$

La résolution du système fournit :  $a_0 = 0 \quad a_1 = 0 \quad a_2 = 0 \quad a_3 = 5 \quad a_4 = -\frac{15}{2} \quad a_5 = 3$

Le polynôme cherché est :  $y = 5t^3 - \frac{15}{2}t^4 + 3t^5$

On peut ensuite faire de même pour la descente, et on connaît la loi de mouvement du suiveur en fonction du temps.

Les lois de mouvement peuvent être plus complexes. Par exemple, pour les soupapes des moteurs à explosion, on peut utiliser des mouvements composés d'une sinusoïde, d'une cycloïde et d'un polynôme.

*Quelques exemples de lois de mouvement :*

- Vitesse constante : ne convient que pour des vitesses faibles
- Accélération constante :  $y = 2 t^2$  : il y a une saccade au point d'inflexion : ne convient que pour des vitesses moyennes
- Saut constant :  $y = 3 t^2 - 2 t^3$  : saccade infinie : ne convient que pour des vitesses faibles
- Loi polynomiale : on peut adapter presque tous les polynômes aux conditions du cahier des charges, sans saut ni saccade : l'accélération diminue en général avec l'augmentation du degré du polynôme ; bonne loi pour des vitesses élevées
- Loi harmonique :  $y = \frac{1}{2}(1 - \cos \pi t)$  : saccade infinie au début et à la fin du mouvement : vitesses moyennes
- Loi cycloïde :  $y = t - \frac{1}{2\pi} \sin 2\pi t$  : mouvement sans saut ni saccade : convient pour de très grandes vitesses

## Profil de la came

Le profil de la came doit être déterminé pour fournir la loi de mouvement souhaitée pour le suiveur. Il dépend de la géométrie du contact avec le suiveur. On peut rechercher le profil de la came par une étude graphique ou une étude analytique.

- Cas d'un suiveur à contact ponctuel (figure 98)

Soit  $M$  le point de contact entre le suiveur et la came pour un angle de came  $\alpha$ .

Soient  $x$  et  $y$  les coordonnées du point  $M$  dans le référentiel  $(x,y)$  lié à la came :  $x$  et  $y$  fournissent la géométrie de la came. Le référentiel est choisi tel que l'axe  $y$  fournit le point le plus à droite du suiveur. Soit  $u$  la coordonnée dans le référentiel  $(u,v)$  fixe; d'axe  $u$  porté par l'axe du suiveur.

$u = L + s$  ( $s(t)$  loi du mouvement) ;  $L$  cote du point de la came le plus proche du point  $O$ .  
Si  $R$  est le rayon de la came pour l'angle  $\alpha$  :  $R = u = L + s$ . Le profil de la came est facile à déterminer.

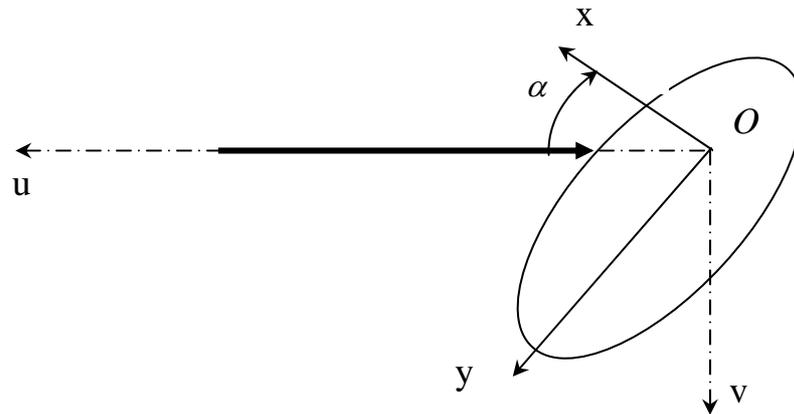


Figure 98 - Suiveur à contact ponctuel

- Cas d'une came poussant un suiveur à surface plane (figure 99)

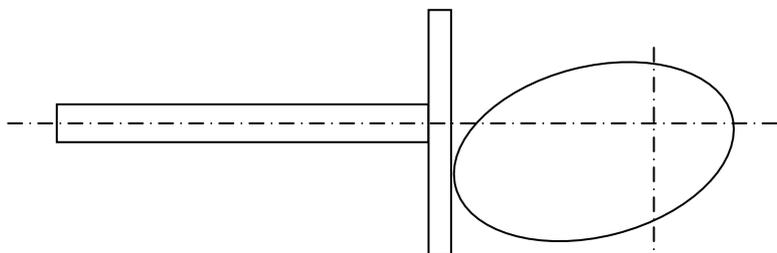


Figure 99 – Came et suiveur à surface plane

Nous pouvons représenter plusieurs positions particulières pour par exemple connaître la levée du suiveur (distance entre le point le plus à gauche et le point le plus à droite). Nous posons un référentiel lié à la came, tel que l'axe  $y$  fournit la position extrême du suiveur la plus proche de l'axe de la came (figure 100).

Considérons la position de la figure 101 (la came est à un angle  $\alpha$ ).

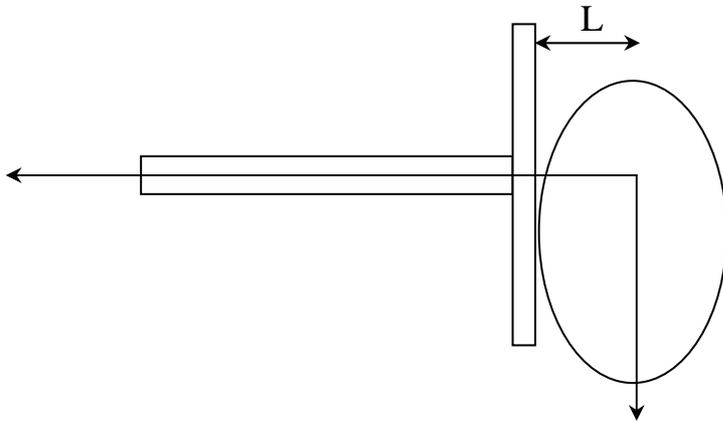


Figure 100 – Position de recul maximal

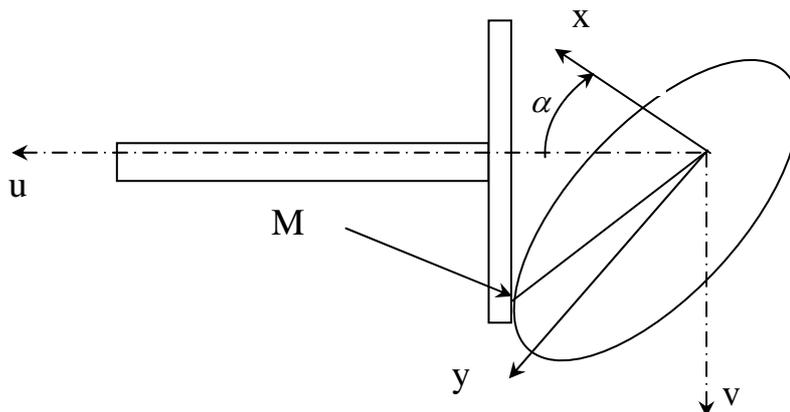


Figure 101 – Came en position angulaire  $\alpha$ .

Soient  $x$  et  $y$  les coordonnées du point  $M$  dans le référentiel  $(x,y)$  :  $x$  et  $y$  fournissent la géométrie de la came.

Soient  $u$  et  $v$  ses coordonnées dans le référentiel  $(u,v)$  :  $u$  fournit le mouvement du suiveur selon son axe :  $u = L + s$ , avec  $s(t)$  loi de mouvement du suiveur ;  $v$  fournit la coordonnée transversale du contact.

Ces coordonnées sont liées par les relations :

$$\begin{aligned} x &= u \cos \alpha - v \sin \alpha & u &= x \cos \alpha + y \sin \alpha \\ y &= u \sin \alpha + v \cos \alpha & v &= -x \sin \alpha + y \cos \alpha \end{aligned}$$

On remarque que :  $v = \frac{du}{d\alpha} = \frac{ds}{d\alpha}$

La connaissance de  $s$ , donc de  $u$  et de  $v$ , permet de connaître  $x$  et  $y$ , donc le profil de la came. On peut aussi obtenir ce profil graphiquement.

- Cas d'une came excentrique et d'un suiveur à surface plane (figure 102)

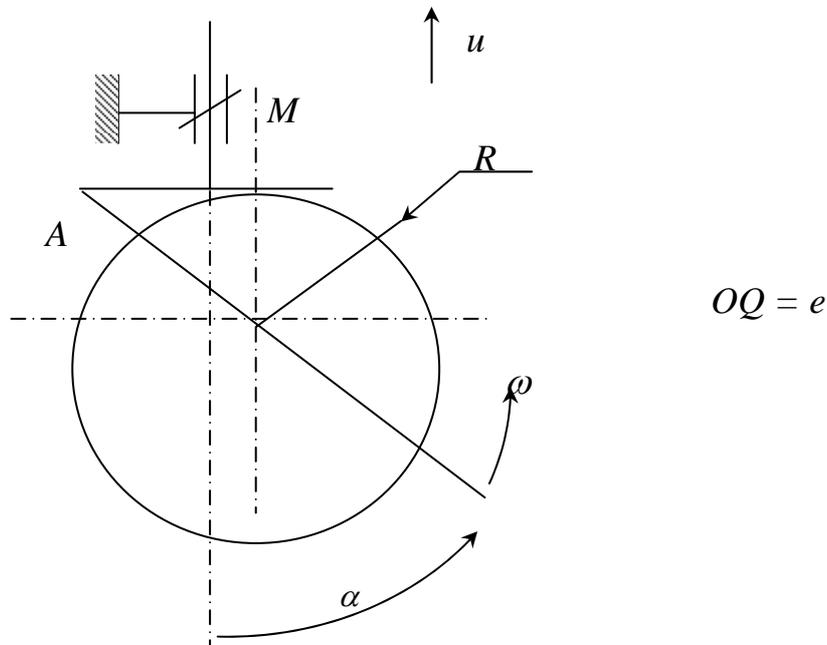


Figure 102 – Cas d'une came excentrique et d'un suiveur à surface plane

La came est un cylindre dont l'axe de rotation est décalé par rapport à l'axe du cylindre, d'une distance  $e$ . A l'origine ( $\alpha = 0$ ), le point A est en contact avec le plan du suiveur. Le déplacement du suiveur sur l'axe  $u$  pour l'angle  $\alpha$  est :

$$s = HM - OA = (R - e \cos\alpha) - (R - e) = e (1 - \cos\alpha)$$

Ses dérivées sont :

$$\text{Vitesse: } \frac{ds}{dt} = e \sin\alpha \quad \text{Accélération: } \frac{d^2s}{dt^2} = e \cos\alpha \quad \text{Saut: } \frac{d^3s}{dt^3} = -e \sin\alpha$$

On constate une excellente loi de mouvement, sans saut, choc ou saccade.

- Cas d'un suiveur avec galet (figure 103)

Ce cas peut être traité à titre d'exercice.

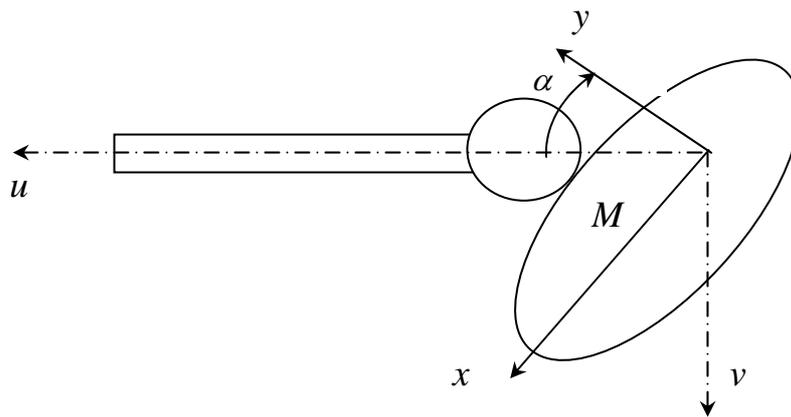


Figure 103 – Suiveur avec galet

- Une approche dynamique du problème du contact came – suiveur

Reprenons le cas d'une came et d'un suiveur à surface plane (figure 104). Le suiveur sert à soulever une masse  $M$ . On néglige les frottements dans le guidage du suiveur. Un ressort appuie le suiveur contre la came. La loi de mouvement du suiveur est :

$u = 10t^3 - 15t^4 + 6t^5$  pour la montée et  $u = 10(1-t)^3 - 15(1-t)^4 + 6(1-t)^5$  pour la descente. Ces profils ont été déterminés pour qu'il n'y ait ni saut ni saccade aux points extrêmes.

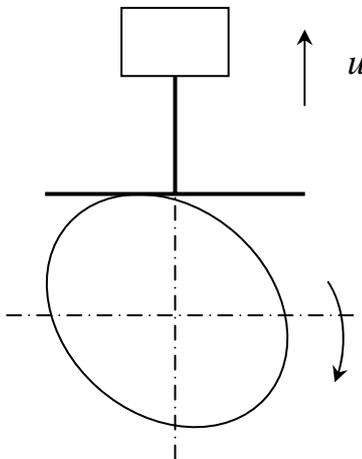


Figure 104 – Came et suiveur plan

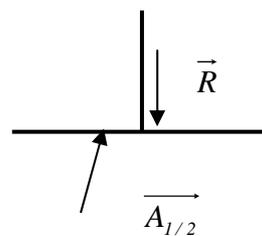


Figure 105 – Isolement du suiveur

Isolons le suiveur (figure 105). Il est soumis aux efforts :

- $\vec{R}$ , exercé par le ressort de rappel
- $\vec{A}_{1/2}$ , exercé en  $M$  par la came ;

Appliquons la loi fondamentale de la dynamique, en translation, à la montée :

$$\{\vec{N}, \vec{A}_{1/2}\} = \{(M + m) \vec{\Gamma}\}$$

$M$  : masse à soulever  
 $m$  : masse du suiveur

$$-R + A_{12} \cos \varphi = (M + m) \frac{d^2 u}{dt^2} = (M + m) (60 t - 180 t^2 + 120 t^3)$$

Pour qu'il y ait toujours contact entre suiveur et came, il faut que  $A_{12}$  soit positif.

$$R > -(M + m) (60 t - 180 t^2 + 120 t^3)$$

Ceci doit toujours être valable, y compris pour la valeur maximale de l'accélération. Elle est obtenue pour :

$$t = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{6} \text{ Elle est négative en : } t = \frac{3 + \sqrt{3}}{6}$$

Il faut donc que le ressort exerce une force supérieure à :  $R > -(M + m) \left( \frac{d^2 u}{dt^2} \right) \left( t = \frac{3 + \sqrt{3}}{6} \right)$

A la descente, le problème est le même, mais la loi d'accélération est quelque peu différente :

$$-R + A_{12} \cos \varphi = (M + m) \frac{d^2 u}{dt^2} = (M + m) [60 (1-t)^2 - 180 (1-t)^3 + 120 (1-t)^4]$$

### 8.3 Dimensionnement et Fabrication

Les surfaces ne doivent pas présenter de défauts géométriques ou microgéométriques pouvant altérer le fonctionnement. Elles doivent présenter une résistance suffisante pour ne pas être détériorées par la pression de contact et le frottement de glissement ou roulement. Dans le cas d'un suiveur à galet, le rayon de celui-ci doit toujours être plus petit que le rayon de courbure de la came.

Les mécanismes à cames peuvent subir plusieurs types de détérioration des surfaces :

- écaillages, piqûres, arrachements provoqués par des phénomènes de fatigue
- ondulations du profil dues aux vibrations du suiveur
- usure par frottement

Le contact est un contact hertzien : la pression ne doit pas dépasser une pression hertzienne admissible  $p_{0adm}$  connue par expérience. Celle-ci dépend des matériaux et des conditions de lubrification.

Les cames sont en fonte ou en acier, les suiveurs en acier trempé.

Les cames sont fabriquées par fraisage, rectification ou même par électroérosion à fil. L'usinage a été rendu plus facile par les machines à commande numérique.

Nota : nous n'avons pas vraiment traité ici l'aspect dynamique du contact des cames et des suiveurs, qui nécessitent des notions de dynamique non encore acquises, ni l'aspect du choix

des matériaux et de leur résistance. Ils pourront être abordés dans les enseignements des semestres suivants.

## Références

- (1) M. AUBLIN, R. BONCOMPAIN, M. BOULATON, D. CARON, E. JEAY, B. LALAGE, J. REA : Systèmes mécaniques – Théorie et dimensionnement, 2<sup>ème</sup> édition, Editions DUNOD, 2004
- (2) C. BARLIER, R. BOURGEOIS : Mémotech Plus–Conception et dessin, 1<sup>ère</sup> édition, Editions Casteilla, 2003
- (3) M. DEJEANS, H. LEHU, D. SACQUEPEY, D. SPENLE, : Précis de construction mécanique. Tome 3. Projets - Calculs, Dimensionnement, Normalisation, AFNOR-NATHAN, 1997
- (4) VSM : Extrait de normes pour écoles techniques, 7<sup>ème</sup> édition, 1997

Des informations intéressantes peuvent être obtenues en consultant les sites suivants :

Accouplements et embrayages :

[www.vulkan.fr](http://www.vulkan.fr)  
[www.accel.fr](http://www.accel.fr)  
[www.hoceurope.com](http://www.hoceurope.com)  
[www.mayr.ch](http://www.mayr.ch)  
[www.metalbalkupplungen.de](http://www.metalbalkupplungen.de)  
[www.servotronic.fr](http://www.servotronic.fr)  
[www.dynamonde.com](http://www.dynamonde.com)  
[www.tschan.de](http://www.tschan.de)  
[www.telcomec.it](http://www.telcomec.it)  
[www.gkuplc.com](http://www.gkuplc.com)  
[www.europe.gates.com](http://www.europe.gates.com)

Variateurs :

[motobec.multimania.com](http://motobec.multimania.com)  
[perso.wanadoo.fr/lexique.auto/dbvaextroid.html](http://perso.wanadoo.fr/lexique.auto/dbvaextroid.html)  
[zone103.free.fr/mob/vario.htm](http://zone103.free.fr/mob/vario.htm)  
[www.ventico.tm.fr](http://www.ventico.tm.fr)

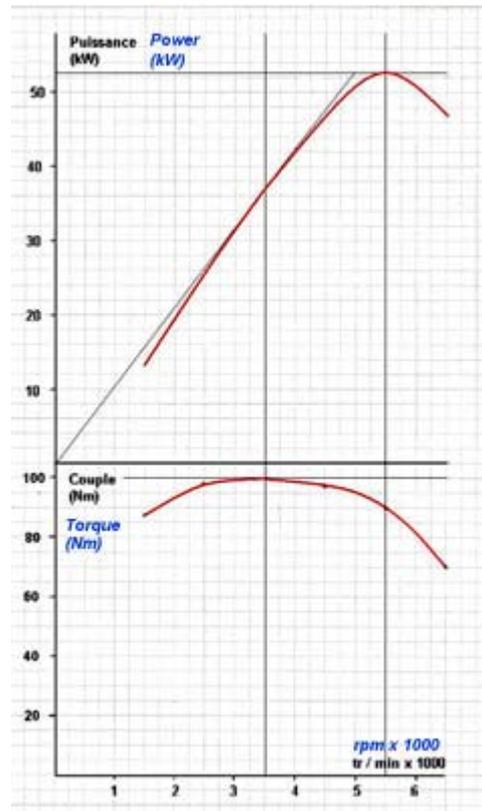
Freins :

[www.321auto.com](http://www.321auto.com)  
[www.rocknbike.com](http://www.rocknbike.com)  
[www.tandems.free.fr](http://www.tandems.free.fr)  
[www.hayesdiscbrake.com](http://www.hayesdiscbrake.com)  
[www.ferodo.co.uk](http://www.ferodo.co.uk)  
[pollution.nord.free.fr](http://pollution.nord.free.fr)  
[www.sncf.com](http://www.sncf.com)  
[www.a-carb.com](http://www.a-carb.com)  
[www.messier-bugatti.com](http://www.messier-bugatti.com)  
[www.telma.com](http://www.telma.com)

## Annexe

### Exemple du moteur thermique d'automobile

#### Courbes de puissance et de couple



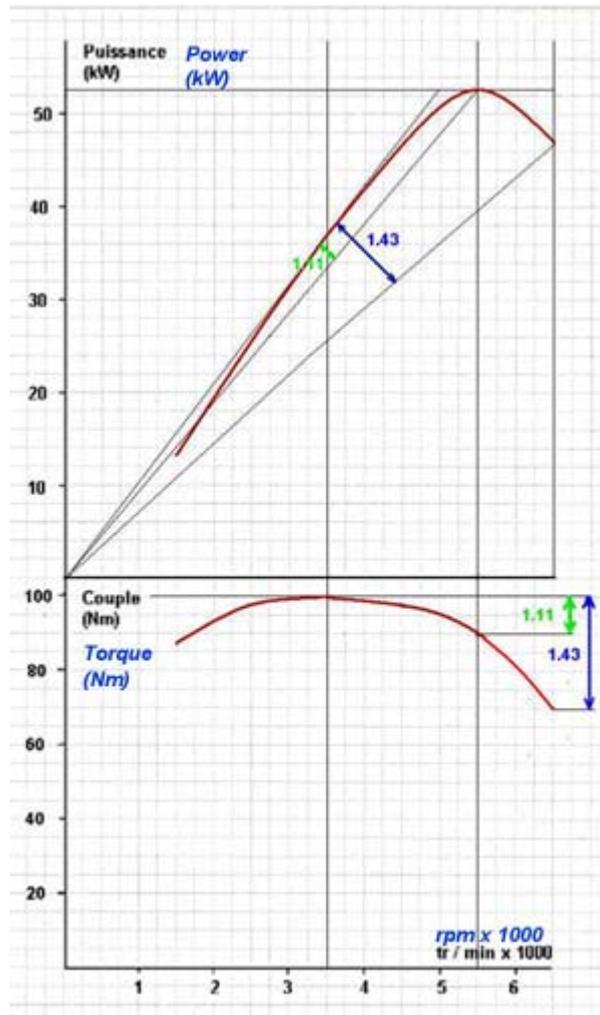
*Courbes de puissance et de couple d'un moteur d'automobile*

On constate que le couple maximal et la puissance maximale ne sont pas obtenus pour le même régime (vitesse de rotation).

La figure présente les performances de trois moteurs installés sur un même véhicule :

#### Réserve de couple

Elle est obtenue par comparaison du couple maximal et du couple nominal (couple à puissance maximale). Sur les graphiques de la figure, on obtient une réserve de couple de 1,11, soit 11%.



### Réserve de couple

#### Adaptation

Tout conducteur a constaté que le moteur à combustion interne ne peut pas fonctionner à faible vitesse : en dessous de 1500 tr/min, il fournit un couple très faible, donc inadapté à entraîner le véhicule, soit au départ, soit en montée. Si on aborde une côte avec une vitesse supérieure à celle pour laquelle le couple est maximal, deux cas peuvent se présenter :

- le couple demandé pour grimper la côte est inférieur ou égal au couple maximal, et le moteur peut continuer à entraîner le véhicule
- le couple demandé est supérieur, le moteur ne peut le fournir, il s'arrêtera si on ne change pas de rapport de vitesses

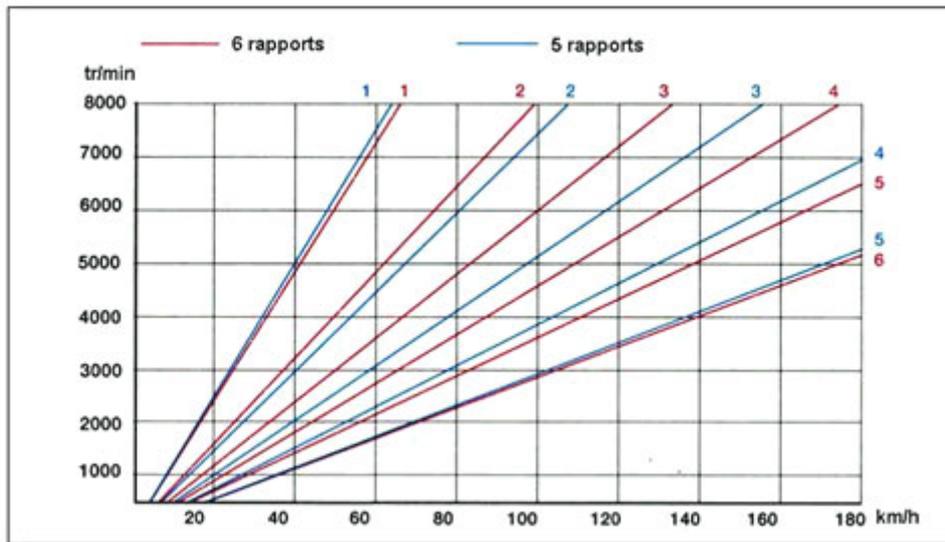
Si on aborde cette montée avec une vitesse inférieure à la vitesse pour laquelle le couple est maximal, le problème est plus crucial.

Il est donc nécessaire d'adapter le couple fourni aux roues motrices, par une augmentation de ce couple à l'aide de la boîte de vitesses. Pour démarrer, il faut un couple élevé (obtenu en « première » vitesse. Il est possible de démarrer en deuxième sur terrain plat, mais pas en montée. En général, on ne peut pas démarrer en troisième, sauf en faisant patiner exagérément

l'embrayage. Lorsqu'on aborde une montée, il est souhaitable, ou nécessaire, d'augmenter le couple en « descendant » de vitesse.

Un pignon de 10 dents entraînant une roue de 40 dents réalise un rapport de démultiplication de 4, c'est à dire que la roue dentée tournera 4 fois moins vite que le pignon. Comme la puissance est le produit du couple multiplié par la vitesse de rotation, il en résulte que le couple de la roue de 40 dents sera, si l'on néglige les pertes par friction, 4 fois plus important que le couple appliqué sur le pignon de 10 dents.

Une boîte à vitesses doit comporter une plage de rapports (dite "ouverture") assez large pour assurer à la fois un pouvoir en côte suffisant et un régime moteur pas trop élevé en vitesse de croisière.



*Rapports d'une boîte de vitesses*