

**TOP'FICHES**

**BAC**

Prémière et Terminale

**STI**

Génie électrotechnique

**Électrotechnique**

**Jean-Pierre BISIAUX**

**André DOMENACH**

**Jean-Claude MAUCLERC**

**Daniel VERMET**



**HACHETTE**  
*Éducation*

## ÉGALEMENT PARUS :

### **TOP'EXAM l'atout réussite pour préparer l'examen**

Mathématiques

Anglais

Français

Histoire Géographie

Étude des systèmes techniques industriels Génie mécanique

Étude des systèmes techniques industriels Génie électrotechnique

Étude des systèmes techniques industriels Génie électronique

### **TOP'EXOS l'atout réussite pour s'entraîner**

Mathématiques 1re STI/STL

Physique Appliquée 1re STI Génie mécanique

Physique Appliquée 1re STI Génie électronique

Physique Appliquée 1re STI Génie électrotechnique

Mathématiques Terminale STI/STL

Physique Appliquée Terminale STI Génie mécanique

Physique Appliquée Terminale STI Génie électronique

Physique Appliquée Terminale STI Génie électrotechnique

### **TOP'FICHES l'atout réussite pour réviser**

Mathématiques STI

Électronique STI

Électrotechnique STI

### **TOP'DICO l'atout réussite pour mémoriser**

Industrie et techniques

Maquette : Joëlle Moreau

Réalisation : Suka 22

© HACHETTE 2002, 43, quai de Grenelle 75905 Paris Cedex 15

I.S.B.N. 2.01.16.8332.7

*Tous droits de traduction, de reproduction et d'adaptation réservés pour tous pays.*

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes des articles L. 122-4 et L. 122-5, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective », et, d'autre part, que « les analyses et les courtes citations » dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite ».

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, sans autorisation de l'éditeur ou du Centre français de l'exploitation du droit de copie (20, rue des Grands-Augustins 75006 Paris), constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du Code pénal.

# CONSEILS D'UTILISATION DE CE RECUEIL D'EXERCICES

Chaque fiche traite d'un problème de choix technologique, d'un mode de définition d'un modèle, d'une démarche à adopter pour justifier la solution pertinente au plan technique et satisfaisante selon des critères économiques, face aux exigences du cahier des charges imposé.

L'élève trouvera dans cet ouvrage :

- des **lois fondamentales** accompagnées de justifications ;
- des **exercices résolus** avec leurs résultats et des commentaires utiles ;
- des **exercices à résoudre** accompagnés des résultats prévisibles.

Chaque exercice traite de l'influence d'un ou plusieurs paramètres sur le résultat global, expliquant ainsi la pertinence du choix à effectuer.

Il est conseillé de lire les textes des exercices résolus, d'en noter les données et d'essayer d'en rechercher la solution afin de la confronter avec ce que donne le corrigé.

Les différences constatées peuvent aider à mieux cerner les notions d'unités, de cohérence dans les formules utilisées, d'ordre de grandeur ou d'arrondis qui permettent souvent de faire un choix technologique juste sans allonger les calculs fastidieux.

Bien que l'épreuve du baccalauréat soit une épreuve pratique expérimentale, l'élève trouvera dans ce livre, les outils nécessaires à la préparation de ces travaux pratiques ainsi qu'à la compréhension des phénomènes observés.

Enfin, rappelons que l'élève progresse bien s'il rédige des exercices courts et variés, exercices qui lui permettent d'ancrer ses connaissances au fil du temps, progressivement.

Malgré tout le soin que nous avons apporté à la rédaction de cet ouvrage, celui-ci reste perfectible, nous remercions par avance les lecteurs qui voudront bien nous signaler les erreurs repérées dans ce recueil.

Les auteurs

# SOMMAIRE

## PARTIE I

Conseils aux élèves  
Table des matières  
Index alphabétique  
Historique

## PARTIE II

### FACTURATION DE L'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE

- Fiche 01 Étude du coût de l'énergie électrique
- Fiche 02 Coût de certaines fonctions chez un particulier (tarif bleu)
- Fiche 03 Étude des coûts dans un ensemble immobilier (tarif jaune)
- Fiche 04 S'informer sur les contrats possibles, étudier les conditions économiques
- Fiche 05 S'informer sur la puissance à souscrire en conservant un confort acceptable
- Fiche 06 Définir la puissance d'une installation en tenant compte du démarrage des moteurs
- Fiche 07 Déterminer la puissance apparente si les récepteurs sont très différents
- Fiche 08 Évaluer la nécessité de compenser l'énergie réactive
- Fiche 09 S'informer sur les dispositifs de gestion de plusieurs convertisseurs d'énergie
- Fiche 10 Étudier le fractionnement d'une installation et ses conséquences sur la sélectivité

## PARTIE III

### S'INFORMER SUR L'ÉNERGIE CINÉTIQUE

- Fiche 11 S'informer sur l'énergie cinétique d'un solide en rotation sur l'arbre moteur
- Fiche 12 Comparer l'influence des solides en rotation sur l'arbre moteur
- Fiche 13 Solide en rotation sur un arbre différent de l'arbre moteur
- Fiche 14 Solide en translation, modèle ramené à l'arbre moteur
- Fiche 15 Échanges énergétiques pendant la phase de démarrage ou d'arrêt d'un système mécanique

PARTIE IV  
INFLUENCE DES ÉNERGIES SUR UNE MOTORISATION

- Fiche 16 Influence de l'énergie potentielle sur une motorisation
- Fiche 17 Approche de l'ordre de grandeur d'une motorisation
- Fiche 18 Conditions de fonctionnement d'un moteur asynchrone
- Fiche 19 Étude de la période transitoire d'un système motorisé
- Fiche 20 Récupération d'énergie, fonctionnement 4 quadrants

PARTIE V  
PROTECTION DES MATÉRIELS

- Fiche 21 Définir le modèle du transformateur
- Fiche 22 S'informer sur les éléments liés aux câbles dans une distribution
- Fiche 23 Modéliser une distribution comportant un transformateur et des câbles
- Fiche 24 Étudier l'influence du réseau amont, choisir certains paramètres des disjoncteurs
- Fiche 25 Déterminer le pouvoir de coupure des appareils

PARTIE VI  
SCHÉMAS DE LIAISONS À LA TERRE SLT

- Fiche 26 Étudier les schémas de liaisons à la terre
- Fiche 27 Schémas des liaisons à la terre TNC et TNS vérification des protections
- Fiche 28 Schéma TNC détermination des paramètres de fonctionnement
- Fiche 29 Schéma TN association TNC et TNS
- Fiche 30 Schéma TN longueur admissible des câbles
- Fiche 31 Protection des personnes, effets du courant sur le corps humain
- Fiche 32 Détection du courant de défaut, dispositif différentiel
- Fiche 33 Étudier la subdivision d'une installation en fonction des appareils installés
- Fiche 34 Régime TT, réalisation des prises de terre
- Fiche 35 Schémas des liaisons à la terre IT, neutre isolé ou indépendant
- Fiche 36 Étudier les conséquences d'un deuxième défaut sur un schéma IT

**PARTIE VII**  
**MODULATION D'ÉNERGIE**

- Fiche 37 Modulation d'énergie par gradateur à trains d'ondes
- Fiche 38 Modulation d'énergie par gradateur à angle de phase
- Fiche 39 Modulation d'énergie par variateur de vitesse
- Fiche 40 Modulation d'énergie par variateur de vitesse pour moteur à courant continu
- Fiche 41 Procédés de démarrage des moteurs asynchrones
- Fiche 42 Procédés de démarrage, insertion de résistances rotoriques

**PARTIE VIII**  
**INSTALLATION DOMESTIQUE ET ÉCLAIRAGE**

- Fiche 43 Éclairage, déterminer les sources, leur nombre
- Fiche 44 Éclairage, étudier les paramètres de l'utilance en fonction du local et du mode de pose des sources
- Fiche 45 Éclairage, étudier les incidences de l'éclairage direct et indirect
- Fiche 46 Étudier les différents schémas
- Fiche 47 S'informer sur les règles d'installation

## UN PEU D'HISTOIRE

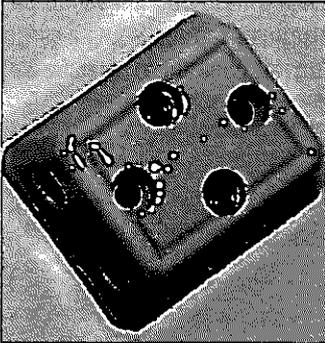
L'électrotechnique s'intéresse à la gestion de l'énergie, crée, transportée, distribuée et utilisée par des appareils électriques.

L'électricité est un fluide qui ne se stocke pas, la production doit donc être en permanence adaptée à la demande, par contre cette énergie se transporte et se pilote très facilement.

Ainsi les lieux de production sont situés dans des endroits distincts des lieux de consommation.

Au cours du siècle dernier, les évolutions technologiques ont été considérables, en voici un aperçu.

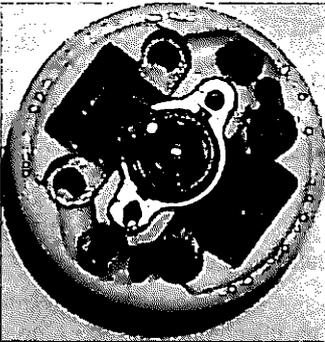
### Technologie utilisée dans les années 50/60



Les prises de courant utilisaient un isolant minéral, la porcelaine.

Ces prises de courant ne possédaient pas de prise de terre.

Elles étaient fixées sur des patères en bois.



Les interrupteurs utilisaient également un isolant de porcelaine.

La vue ci-contre montre un interrupteur couvercle ouvert, ce couvercle en aluminium ou en laiton possédait à l'intérieur un isolant en carton pour éviter le contact avec la phase.

À cette époque, vers 1955, seuls les milieux urbains avaient bénéficié de la distribution d'électricité.

La distribution s'est étendue vers les campagnes, les habitations rurales, les fermes qui se sont vues dotées de la lumière mais aussi de la force motrice (écrémeuse, trapeuse électrique, banc de scie...)

Il fallait tirer les lignes parfois longues pour alimenter quelques maisons isolées dans la campagne, cet effort a été fait par EDF mais souvent les communes participaient.

## ET MAINTENANT

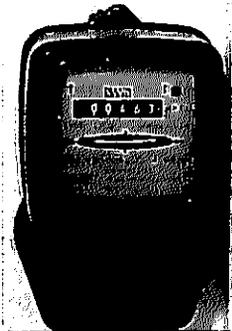
Les contrats de 500 W ou 1 kW (5 A 110 V ou 10 A 110 V) ont vite connu leur limite car les habitants ont voulu les appareils ménagers, le réfrigérateur, l'aspirateur... en plus de la lumière.

EDF s'est trouvé confronté à un double problème :

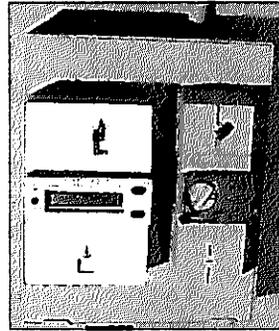
1. Les lignes existantes devenaient insuffisantes pour satisfaire la demande d'énergie (3, 6 ou 9 kW), le doublement de la tension (220 V) n'a été qu'un palliatif en attendant une autre solution.
2. Les lignes aériennes étaient contestées par les écologistes et la foudre causait des dégâts à tous les abonnés.

Une campagne d'enfouissement des lignes a été entreprise visant à disposer d'un réseau de distribution de l'énergie électrique adapté à la demande de chacun ; là aussi EDF a participé mais les collectivités locales également.

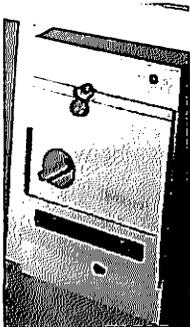
### Compteur électromécanique



### Compteur électronique



Les anciens compteurs électromécaniques devaient être relevés manuellement, ils étaient situés à l'intérieur des habitations, l'occupant devait donc être présent pour cette opération. Les nouveaux compteurs électroniques se relèvent à distance, ils peuvent se configurer également à distance ; ainsi il est possible de modifier le contrat d'un abonné en dehors de sa présence.



Les progrès ont aussi porté sur la protection des personnes, avec les disjoncteurs différentiels, les mises à la terre, etc., afin d'éliminer le plus possible les situations dangereuses.

L'isolant utilisé est maintenant la matière plastique, moulable facilement et qui permet d'obtenir des formes complexes permettant de soigner l'ergonomie et l'esthétique.

## Objectif

Estimer le coût de l'énergie électrique pour un particulier (tarif bleu) et pour un ensemble de logements (tarif jaune).

## Loi fondamentale

L'énergie s'exprime en joules, mais cette unité est beaucoup trop petite pour entrer dans des calculs commerciaux, on utilise alors le kWh (kilo Watt heure).

$$1 \text{ joule} = 1 \text{ watt dépensé en 1 seconde} \quad 1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$$

1 kWh correspond à 1 kW dépensé en 1 heure.

## Calculs et résultats

Analysons une facturation en tarif bleu (particulier contrat 9 kW).

|                      | mars-01 | mai-01 | juil-01 | sep-01 | nov-01 | Total                 |
|----------------------|---------|--------|---------|--------|--------|-----------------------|
| Énergie en kWh       | 1719    | 1809   | 1291    | 906    | 1990   | 7715                  |
| Facturation en euros | 186,11  | 194,88 | 144,32  | 106,72 | 219,56 | 851,59                |
| Coût moyen du kWh    | 0,1083  | 0,1077 | 0,1118  | 0,1178 | 0,1103 | <b>moyenne 0,1104</b> |

Analysons maintenant une facturation en tarif jaune (ensemble immobilier 192 kW)

|                | kWh   | Euros                | Moyen du kWh |
|----------------|-------|----------------------|--------------|
| oct-01         | 19248 | 1001,47              | 0,0520       |
| nov-01         | 17469 | 1424,84              | 0,0816       |
| déc-01         | 19777 | 2833,91              | 0,1433       |
| jan-01         | 22943 | 3188,49              | 0,1390       |
| fév-01         | 18107 | 2583,24              | 0,1427       |
| mars-01        | 18368 | 2650,89              | 0,1443       |
| avr-01         | 21154 | 2456,64              | 0,1161       |
| mai-01         | 19887 | 1020,5               | 0,0513       |
| <b>moyenne</b> |       | <b>0,1088 le kWh</b> |              |

**Remarque** : le coût moyen du kWh varie peu avec le tarif bleu option de base. Par contre en tarif jaune, ce coût évolue beaucoup selon la saison (été ou hiver).

## Commentaires et conseils

Le coût de l'énergie comprend deux composantes, la prime fixe et la facturation des consommations, chaque option tarifaire est définie par ces éléments.

## Exercices pour s'entraîner

## Exercice 1

Un particulier possède un chauffe-eau, de 150 litres, la première chauffe est annoncée par le constructeur à 5 h 30 pour une puissance de 1 800 W, la consommation de ce particulier est de 35 m<sup>3</sup> d'eau chaude par an. Les pertes de ce chauffe-eau sont estimées à 4 % de l'énergie stockée dans l'eau à 80 °C. L'eau froide d'alimentation est à 15 °C en moyenne, à l'entrée du ballon.

En prenant 0,11 € le kWh, estimer l'énergie dépensée et son coût pour :

- la première période de chauffe ;
- la fourniture des 35 m<sup>3</sup> de consommation annuelle ;
- les pertes dues à l'imperfection de l'isolation du ballon ;
- le coût d'un m<sup>3</sup> d'eau chaude si l'eau froide coûte 3,50 € le m<sup>3</sup>.

Énergie de la première chauffe :

$$W_1 = mC(T_2 - T_1) \quad W_1 = 150 \times 1 \times (80 - 15) = 9\,750 \text{ kcal}$$

$$1 \text{ cal} = 4,18 \text{ J donc} \quad W_1 = 40\,755 \text{ kJ}$$

$$1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ kJ} \quad W_1 = \frac{9\,750}{3,6 \cdot 10^3} = 2,7 \text{ kWh.}$$

La première période de chauffe coûte donc :  $2,7 \times 0,11 = 0,297 \text{ €}$ .

Énergie consommée pour la fourniture de l'eau chaude annuelle :

$$W_a = \frac{35\,000 \times 1 \times (80 - 15) \times 4,18}{3,6 \cdot 10^3} = 2\,641,5 \text{ kWh.}$$

Soit 75,5 kWh par m<sup>3</sup>.

Coût annuel :  $2\,641,5 \times 0,11 = 290,5 \text{ €}$  ; soit **8,3 € par m<sup>3</sup>**.

Les pertes sont de 4 % de l'énergie fournie :

$$\text{Pertes} = \frac{4}{100} \times 2\,641,5 = 105,66 \text{ kWh, donc : } \mathbf{11,6 \text{ €}}.$$

Coût d'un m<sup>3</sup> d'eau chaude :

$$\text{eau froide} + \text{énergie} = 3,5 + 8,3 = \mathbf{11,8 \text{ € le m}^3 \text{ d'eau chaude.}}$$

**Remarque** : la première période de chauffe a peu d'importance sur le plan financier, toutefois on évitera de vidanger trop souvent le ballon car cette dépense est inutile.

Dans un m<sup>3</sup> d'eau chaude, l'énergie représente 70 % du coût final.

## Exercice 2

Une machine à laver le linge possède un moteur qui absorbe 550 W et une résistance de 2 200 W pour porter l'eau de lavage à 85 °C, l'eau froide étant à 15 °C.

On estime que le cycle de lavage dure 2 heures, le moteur tournant à 50 %, la résistance étant sous tension 25 minutes au début du cycle seulement.

Donner le coût du lavage de 4 kg selon ces données moyennes à 0,11 € le kWh.

**Réponses possibles :**

moteur : 0,55 kWh ; résistance : 0,917 kWh ; coût du lavage : 0,161 €.

### Objectif

Approcher le coût de cuissons ou d'opérations domestiques à partir d'un coût moyen du kWh de 0,11 €.

### Loi fondamentale

L'énergie se calcule à partir de la puissance et du temps de fonctionnement.

$$W = P \times t \text{ avec } W \text{ en kWh, } P \text{ en kW, } t \text{ en heure.}$$

### Calculs et résultats

Une ménagère s'interroge sur le coût de ses cuissons. Son four a une puissance de 1 500 W, il met 18 minutes à monter en température (on négligera les variations des températures des cuissons).

Elle confectionne une tarte aux fruits, son livre de cuisine indique 40 minutes de cuisson.

Estimer sa dépense si ce four a un facteur de marche de 30 % (la résistance consomme 30 % du temps total de cuisson)

Mise en température de ce four :

$$W_i = 1,5 \times \frac{18}{60} = 0,45 \text{ kWh ; donc : } 0,0495 \text{ €.}$$

Maintien en température du four

$$W_m = 1,5 \times 0,3 \times \frac{40}{60} = 0,3 \text{ kWh ; donc : } 0,033 \text{ €.}$$

**La cuisson totale a coûté  $0,0495 + 0,033 = 0,0825$  €, car rappelons-le, une tarte doit être enfournée à four chaud, donc en température finale choisie.**

### Commentaires et conseils

La montée en température (appelé préchauffage) du four coûte plus que le maintien en température, il y a donc intérêt à fabriquer, dans la mesure du possible plusieurs desserts après une seule montée en température.

### Exercices pour s'entraîner

#### Exercice 1

Un particulier décide de remplacer ses 3 lampes de 60 W de son lampadaire par des lampes de substitution de 13 W.

Le flux lumineux émis passera de 730 lumens par lampe de 60 W à incandescence à 900 lumens pour chaque lampe de substitution.

Les lampes de 60 W coûtent 1,3 € mais les lampes de substitution coûtent 9,2 €.

*L'opération devient-elle rentable ? Au bout de combien de temps si la durée de vie des lampes ordinaires est 1 000 h et celle des lampes de substitution 16 000 heures, si l'on estime que ces lampes fonctionnent 6 heures par jour, tous les jours.*

**Économie annuelle** avec des lampes de substitution :

308,8 kWh, donc : **33,97 €**.

La dépense annuelle devient : 23,7 €,

cela représente donc :  $\frac{23,7}{33,97} = 70\%$ , soit 254 jours ou 1 527 h.

**Remarque** : il faudrait une deuxième lampe ordinaire, pendant cette période d'amortissement de l'investissement, donc l'opération s'amortit facilement dans l'année.

### Exercice 2

Déterminer les consommations et les coûts des cuissons suivantes avec un coût du kWh à 0,11 € et un facteur de marche de 30 %.

| Plat cuisiné | Poids en kg | Temps de cuisson | Préchauffage |
|--------------|-------------|------------------|--------------|
| roti de bœuf | 1,2         | 30 min par kg    | oui          |
| gibier       | 2           | 60 min par kg    | oui          |
| brioche      | 0,8         | 30 min au total  | non          |
| volaille     | 2,5         | 90 min en tout   | oui          |

Réponses possibles (avec un préchauffage de 0,45 kWh)

|              | Énergie   |      |         |
|--------------|-----------|------|---------|
| Rôti de bœuf | 0,72 kWh  | coût | 0,079 € |
| Gibier       | 1,35 kWh  | coût | 0,149 € |
| Brioche      | 0,225 kWh | coût | 0,025 € |
| Volaille     | 1,125 kWh | coût | 0,124 € |

**Remarque** : la brioche ne nécessite pas de préchauffage, car elle est enfournée à four froid, sa cuisson est donc très économique.

### Exercice 3

Un jardinier arrose avec une pompe qui absorbe 1,2 kW et débite 5 m<sup>3</sup> par heure sous 3,5 bars. Cette pompe est utilisée environ 5 heures chaque jour du 10 juin jusqu'au 10 septembre.

Déterminer le coût du m<sup>3</sup> pompé et le comparer au coût de la compagnie des eaux qui est de 3,5 €/m<sup>3</sup>.

*Calculer la dépense annuelle de cette opération.*

**Réponses possibles :**

Temps d'utilisation : 92 jours ; énergie nécessaire : 552 kWh ; coût : 60,72 €.

Volume débité par la pompe : 2 300 m<sup>3</sup> ; coût du m<sup>3</sup> pompé : 0,0264 €.

Le coût du m<sup>3</sup> pompé est inférieur à celui de la compagnie des eaux mais il conviendrait d'ajouter l'entretien de l'installation, d'autre part l'eau n'est pas traitée, la surveillance de la qualité (eau potable) de cette eau est onéreuse.

## Objectif

Déterminer des coûts de fonctionnement des appareils utilisés en parties communes (éclairage, chauffage...).

## Loi fondamentale

L'énergie se calcule à partir de la puissance et du temps de fonctionnement.

$$W = P \times t, \text{ avec } W \text{ en kWh, } P \text{ en kW, } t \text{ en heure}$$

## Calculs et résultats

Supposons que l'énergie soit facturée en prix moyen 0,14 € en période d'hiver et 0,10 € en moyenne sur toute l'année.

Nous allons étudier le coût de certaines fonctions.

### Circuit du chauffage

Les deux pompes de circulation du fluide de chauffage ont une puissance unitaire de 7,5 kW et un rendement de 0,82. Elles fonctionnent du 1<sup>er</sup> octobre au 30 avril, en permanence et nous estimerons que le coût moyen de l'énergie est 0,14 € pendant leur fonctionnement.

Puissance absorbée :

$$P_a = 2 \times \frac{7,5}{0,82} = 18,3 \text{ kW.}$$

Temps de fonctionnement :

$$t = (31 + 30 + 31 + 31 + 28 + 31 + 30) \times 24 = 5\,088 \text{ h.}$$

Énergie consommée

$$W = P_a \times t = 18,3 \times 5\,088 = 93\,110 \text{ kWh.}$$

**Dépense** correspondante (en période d'hiver) :

$$D = 93\,110 \times 0,14 = 13\,035 \text{ €.}$$

### Éclairage

Cet ensemble immobilier comporte 2 bâtiments possédant 12 paliers équipés chacun de 10 lampes de 40 W à incandescence. L'éclairage fonctionne en permanence.

L'on s'interroge sur la rentabilité de changer ces lampes de 40 W par des lampes de substitution de 11 W en même quantité.

**Quelle est la dépense actuelle et quelle économie peut être faite** en utilisant les lampes de substitution si le kWh est estimé à 0,10 € en moyenne ?

**Quelle incidence peut avoir cette opération sur l'installation ?**

Système avec des lampes à incandescence de 40 W

Puissance actuelle du système d'éclairage :

$$P = 40 \times 10 \times 12 \times 2 = 9\,600 \text{ W, ou encore } 9,6 \text{ kW.}$$

Énergie consommée :

$$W_e = 9,6 \times 8\,600 = 82\,560 \text{ kWh.}$$

**Coût actuel de l'éclairage :**

$$D_e = 82\,560 \times 0,10 = 8\,256 \text{ €.}$$

Système équipé de lampes de substitution

Puissance future du système d'éclairage :

$$P_f = 11 \times 10 \times 12 \times 2 = 2,64 \text{ kW.}$$

Énergie prévisible :

$$W_f = 2,64 \times 8\,600 = 22\,704 \text{ kWh.}$$

Coût prévisible :

$$D_f = 22\,704 \times 0,10 = 2\,270 \text{ €.}$$

**Économie réalisable :**

$$E = 8256 - 2270 = 5\,986 \text{ €.}$$

**Commentaires et conseils**

La puissance est divisée par 3,6 donc l'intensité en ligne aussi, par conséquent, l'installation est moins sollicitée, les pertes en ligne sont moindres, les risques d'incendie sont diminués.

L'économie représente 72 % sans compter l'incidence sur la puissance souscrite au contrat qui pourrait être diminuée

**Exercices pour s'entraîner****Exercice 1**

Six ascenseurs ont une puissance unitaire de 11 kW, le rendement de chaque moteur est 0,78. On estime que ces ascenseurs fonctionnent environ 8 heures par jour toute l'année (on négligera les périodes d'arrêt dues aux pannes ou à la maintenance).

*Calculer l'énergie consommée et la dépense annuelle liée au service des ascenseurs.*

**Réponses possibles :**  $W = 247\,077 \text{ kWh}$ , donc coût : 24 707 €.

**Exercice 2**

Des caissons de ventilation mécanique, au nombre de 6, fonctionnent en permanence, leur puissance unitaire est de 1,5 kW et les moteurs ont un rendement de 0,86.

*Déterminer l'énergie consommée et la dépense liée à cette ventilation mécanique.*

**Réponses possibles :** énergie 90 000 kWh, donc coût : 9 000 €.

## Objectif

On se propose de montrer l'influence de plusieurs choix tarifaires selon l'utilisation qui est faite de l'énergie électrique tout en conservant un confort acceptable pour l'utilisateur.

## Loi fondamentale

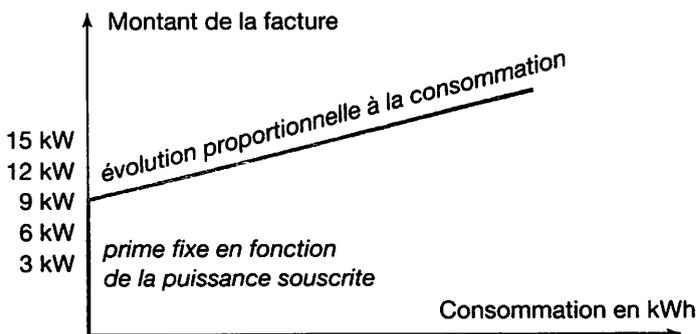
Données sur les différents contrats possibles, **les prix indiqués sont en euros.**

### Tarif bleu

| Puissance<br>souscrite | Prime fixe<br>mensuelle<br>HT | Consommation<br>le kWh<br>HT | Prime fixe<br>mensuelle<br>HT | Consommations               |                         |
|------------------------|-------------------------------|------------------------------|-------------------------------|-----------------------------|-------------------------|
|                        |                               |                              |                               | Heures<br>creuses<br>le kWh | Heures<br>pleines<br>HT |
|                        |                               |                              |                               | 3 kW                        | 1,597                   |
| 6 kW                   | 4,059                         | 0,0780                       | 7,617                         | 0,04435                     | 0,0780                  |
| 9 kW                   | 8,215                         | 0,0780                       | 13,266                        | 0,04435                     | 0,0780                  |
| 12 kW                  | 12,303                        | 0,0780                       | 18,976                        | 0,04435                     | 0,0780                  |
| 15 kW                  | 16,391                        | 0,0780                       | 24,686                        | 0,04435                     | 0,0780                  |
| 18 kW                  | 20,478                        | 0,0780                       | 30,397                        | 0,04435                     | 0,0780                  |

## Calculs et résultats

La facturation de l'énergie peut donc être représentée ainsi :

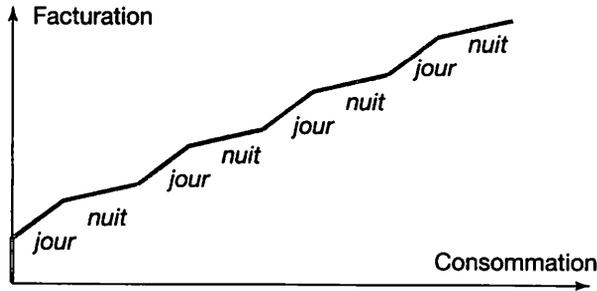


La facture d'énergie se décompose en deux parties.

- La **prime fixe** qui ne dépend que de la puissance souscrite et de l'option tarifaire.
- La **partie liée à la consommation** avec un coût du kWh constant pendant une période donnée.

## Commentaires et conseils

Évolution d'une facturation à double tarif Jour/Nuit



On remarque nettement l'intérêt de consommer la nuit, car le coût du kWh est réduit pour des applications qui le permettent, chauffe-eau, chauffage à accumulation, certains appareils ménagers (lave-linge ou lave-vaisselle...).

## Exercices pour s'entraîner

### Exercice 1

Un particulier possède un chauffe-eau électrique de 250 litres, de puissance 2,2 kW. Sa consommation annuelle est de 40 m<sup>3</sup> d'eau chaude qui nécessite environ 90 kWh par m<sup>3</sup> d'eau chaude produit compte tenu des pertes.

*Chiffrer l'économie faite si son contrat actuel est 9 kW option base qu'il change en option heures creuses.*

Énergie consommée annuellement :

$$W = 40 \times 90 = 3\,600 \text{ kWh.}$$

#### En option base

Prime fixe annuelle :

$$P_{f1} = 8,215 \times 12 = 98,58 \text{ €.}$$

Coût des consommations :

$$C_1 = 0,078 \times 3\,600 = 280,8 \text{ €.}$$

**Total : 379,38 €.**

#### En option tarif Heures creuses

Prime fixe annuelle :

$$P_{f2} = 13,266 \times 12 = 159,19 \text{ €.}$$

Coût des consommations :

$$C_2 = 0,0444 \times 3\,600 = 159,84 \text{ €.}$$

**Total : 319,03 €.**

L'économie est donc de **60,35 €** annuellement, en supposant que le chauffe-eau ne fonctionne que la nuit entre 22 heures et 6 heures du matin.

## Objectif

Définir la puissance à souscrire, donc la prime fixe, et organiser la distribution de manière à assurer un confort acceptable par le client.

## Loi fondamentale

La puissance se définit par :

$$P = \frac{W}{t}$$

Pour les appareils de chauffage, la puissance est une valeur moyenne, car la régulation de température intervient pour établir ou couper le circuit d'une zone de chauffage.

Les radiateurs électriques peuvent être alimentés selon une permutation de manière à limiter la puissance appelée au réseau sans affecter le confort de l'utilisateur.

## Calculs et résultats

Prenons comme exemple un particulier qui possède :

- 6 convecteurs électriques de puissance unitaire de 750 W ;
- un chauffe-eau de 200 l de puissance 2 000 W en fonctionnement nuit seulement ;
- un fer à repasser de 1 200 W, un grille pain de 1 000 W, un aspirateur 1 400 W ;
- un four de puissance 1 500 W, une machine à laver de 2 200 W ;
- l'éclairage, la télévision sont estimés à environ 800 W au total.

Si nous additionnons toutes les puissances unitaires nous trouvons 13 100 W, il faudrait donc souscrire un contrat de 15 kW. Nous allons démontrer que 9 kW suffisent car :

- il est rare de prendre son petit-déjeuner (grille pain) et de passer l'aspirateur au même instant. Donc nous pouvons réduire cette puissance ;
- parce que le chauffage est à fonctionnement intermittent ;
- parce que le chauffe-eau peut fonctionner la nuit et accumuler suffisamment d'eau chaude pour la restituer dans la journée.

Déterminons la puissance nécessaire au chauffage :

$$6 \times 750 = 4\,500 \text{ W.}$$

**La puissance nécessaire la nuit** est :

$$4\,500 + 2\,000 = 6\,500 \text{ W.}$$

Il restera donc 2 500 W pour une activité nocturne (fête) avec four, éclairage...

**La puissance nécessaire de jour** (four + fer + éclairage + grille pain) est :

$$1\,200 + 1\,500 + 800 + 1\,000 = 4\,500 \text{ W.}$$

Il convient d'ajouter le chauffage donc :

$$4\,500 + 4\,500 = 9\,000 \text{ W.}$$

## Commentaires et conseils

Il convient de limiter la puissance souscrite à 9 kW en « **délestant** » les appareils à fonctionnement différé, les convecteurs de chauffage, par exemple.

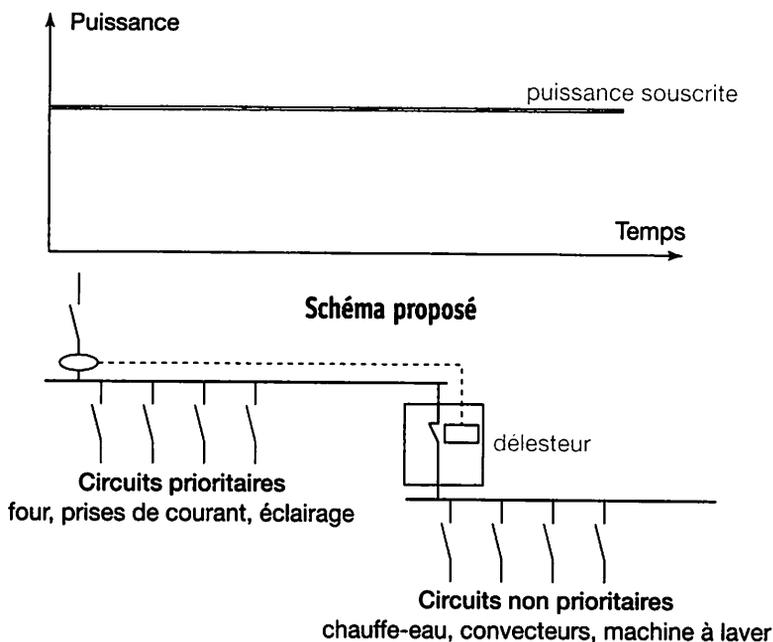
### Incidence sur la prime fixe

Rappelons que la prime fixe est 13,466 € pour 9 kW et 24,686 € pour 15 kW en option jour nuit.

Le coût du kWh consommé restant le même.

L'économie mensuelle réalisée est donc  $24,686 - 13,466 = 11,22$  € par mois, donc 134,64 € pour une année, ce qui est intéressant.

### Organisation de la distribution d'énergie



Le délesteur est un appareil qui détecte l'intensité dans le circuit principal et qui ouvre le circuit des appareils non prioritaires au-delà d'un seuil prééglé.

## Exercice pour s'entraîner

Conduire le même raisonnement si l'on ajoute un lave-vaisselle de 2,2 kW et deux plaques de cuisson de 1,5 kW chacune.

*Quel contrat souscrire ?*

Réponse possible : 12 kW en délestant le lave-vaisselle

La puissance de jour est augmentée de 3 kW si l'on veut utiliser les plaques en toutes circonstances.

## Objectif

On se propose d'étudier la puissance appelée au réseau lorsque des moteurs démarrent (phase transitoire) et en régime établi.

## Loi fondamentale

Le rapport  $\frac{I_d}{I_n}$  pour un moteur asynchrone est de l'ordre de 5 à 7.

Le temps de démarrage dépend de l'inertie entraînée et du couple d'accélération.

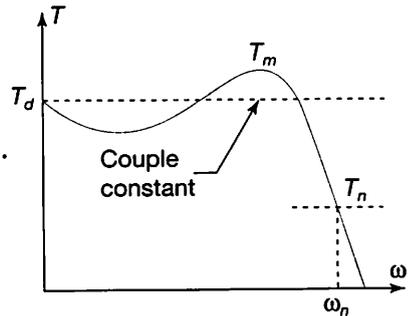
Dans notre approche simplifiée, nous considérerons le couple moteur constant dans l'intervalle  $(0 ; n)$  ( $n$  vitesse nominale) et voisin du couple de démarrage  $T_d$ .

$$T = T_r + J \frac{d\omega}{dt}$$

$$\text{donc : } J \frac{d\omega}{dt} = T - T_r$$

Le terme  $T - T_r$  est appelé **couple d'accélération**.

Contrainte thermique :  $I^2 t$  en  $A^2 \cdot s$ .



## Calculs et résultats

Prenons l'exemple d'un moteur de 5,5 kW 970 tr·min<sup>-1</sup> qui entraîne une chaîne cinématique dont le moment d'inertie ramené sur l'arbre moteur est de 0,3 kg·m<sup>2</sup>.

Ce moteur doit développer un **couple constant** dû à la résistance de la charge de 50 N·m.

L'inertie du rotor du moteur est 59,5·10<sup>-3</sup> kg·m<sup>2</sup>, le rapport  $\frac{T_d}{T_n} = 3,1$ .

Le constructeur donne le rapport  $\frac{I_{\text{démarrage}}}{I_{\text{ nominale}}} = \frac{I_d}{I_n} = 5$ .

L'intensité nominale précisée par le constructeur est 12,9 A sous 400 V.

*Déterminer le temps de démarrage.*

*Estimer la puissance en phase transitoire et en régime établi.*

*Donner la contrainte thermique maximale (pour 1,2  $I_n$  pendant 10 secondes).*

*Préciser dans quelle phase.*

$$\text{Couple moteur à } \omega = 2\pi n : \omega = 101,6 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-1} ; T_n = \frac{P_{\text{utile}}}{\omega} = \frac{5\,500}{101,6} = 54 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

$$\text{Donc : } T_d = 54 \times 3,1 = 167 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

$$\text{Couple accélérateur : } T - T_r = 167 - 50 = 117 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

Inertie totale :  $J_e = 0,3 + 0,0595 = 0,359 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .

Accélération :  $a = \frac{117}{0,359} = 326 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Temps de démarrage :  $t = \frac{\omega}{a} = \frac{101,6}{326} = 0,3 \text{ s}$ .

Puissance absorbée en régime transitoire :

$$P_a = U \times I_d \times \sqrt{3} \quad \text{ou encore} \quad P_a = U \times (5 \times I_n) \times \sqrt{3};$$

$$P_a = 400 \times 5 \times 12,9 \times \sqrt{3} = 44 \text{ 686 VA.}$$

**Remarque** : la puissance absorbée en régime transitoire est beaucoup plus élevée que celle affichée sur la plaque signalétique.

Puissance en régime établi :  $P_a = U \times I_n \times \sqrt{3} = 400 \times 12,9 \times \sqrt{3} = 8 \text{ 937 VA}$ .

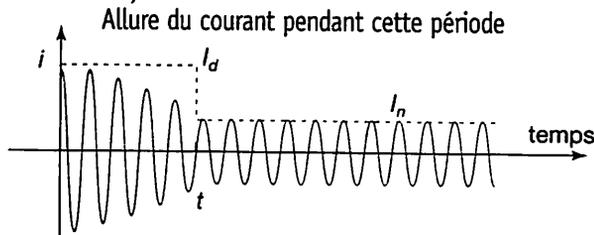
**Évaluation de la contrainte thermique :**

Phase transitoire, démarrage :  $I^2 \cdot t = (5 \times 12,9)^2 \times 0,3 = 1 \text{ 248 A}^2 \cdot \text{s}$ .

Régime établi ( $1,2I_n$  pendant 10 secondes) :  $I^2 \cdot t = (1,2 \times 12,9)^2 \times 10 = 2 \text{ 396 A}^2 \cdot \text{s}$ .

**Conclusion**

La protection laissera passer l'appel de courant car la période de démarrage est équivalente à une surcharge de 20 % pendant 10 secondes (la contrainte thermique d'un fusible Am 16 A est de  $8 \text{ 000 A}^2 \cdot \text{s}$ ).



## Commentaires et conseils

Il est donc important de déterminer le temps estimé de démarrage (ou d'arrêt) et la puissance en régime transitoire et en régime établi.

Vérifier si la protection est capable de supporter la pointe d'intensité au démarrage

## Exercice pour s'entraîner

Un moteur de 2,2 kW entraîne une inertie de  $0,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ . Le rapport  $\frac{I_d}{I_n} = 5,3$  et  $\frac{T_d}{T_n} = 1,9$ ,

l'inertie de son rotor est  $3,9 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  et l'intensité nominale est 5,1 A.

La fréquence de rotation de son rotor est  $1 \text{ 430 tr} \cdot \text{min}^{-1}$  ( $149,7 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-1}$ ).

On estime que le moteur démarre à vide, que le couple résistant est nul.

*Déterminer le temps de démarrage, la puissance absorbée au démarrage et la contrainte thermique au démarrage.*

**Réponses possibles :**

$T_n = 14,7 \text{ N} \cdot \text{m}$  ;  $T_d = 27,9 \text{ N} \cdot \text{m}$  ;  $a = 136,8 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-1}$  ;  $t = 1,1 \text{ s}$  ;  $I^2 \cdot t = 804 \text{ A}^2 \cdot \text{s}$ .

## Objectif

Déterminer la puissance globale de plusieurs récepteurs raccordés sur la même installation, par une méthode simple d'addition des puissances, si plusieurs récepteurs sont alimentés et protégés par le même circuit terminal

L'intensité en ligne peut se déterminer par addition des puissances

## Loi fondamentale

Les puissances de même nature s'additionnent entre elles.

**Puissance active**  $P_{\text{totale}} = P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_i.$

**Puissance réactive**  $Q_{\text{totale}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots + Q_i.$

$$Q = P \tan \varphi \text{ ou } Q = P \sin \varphi.$$

**La puissance apparente**  $S^2 = (P_{\text{totale}})^2 + (Q_{\text{totale}})^2.$

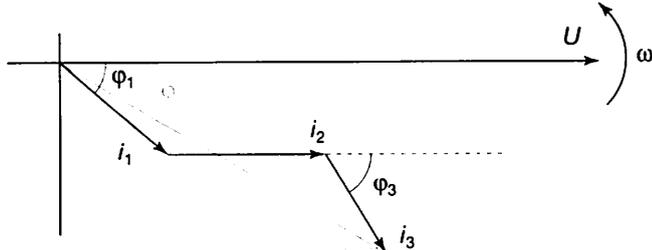
**L'intensité en ligne**  $I = \frac{S}{U \times \sqrt{3}}.$

## Calculs et résultats

Soit une installation comportant :

- deux moteurs de 11 kW ;  $\cos \varphi = 0,78$  ( $\tan \varphi = 0,8$ ) ; rendement  $\eta = 0,8$  ;
- vingt-quatre lampes à incandescence de 300 W chacune ;
- un four à induction de 15 kVA ;  $\cos \varphi = 0,54$  ( $\sin \varphi = 0,84$ ).

Représentation des intensités dans les récepteurs



L'intensité totale est la somme « géométrique » des trois intensités partielles.

Détermination des puissances

Deux moteurs :

Puissance active absorbée :  $P_{01} = \frac{2 \times 11}{0,8} = 27,5 \text{ kW}.$

Puissance réactive :  $Q_{a1} = 27,5 \times 0,8 = 22 \text{ kvar.}$

24 lampes de 300 W :  $P_{a2} = 7,2 \text{ kW} ; Q_{a2} = 0.$

Four à induction :  $S_{a3} = 15 \text{ kVA} ; P_{a3} = 15 \times 0,54 = 8,1 \text{ kW} ; Q_{a3} = 12,6 \text{ kvar.}$

Déterminons maintenant les puissances totales :

$$P = P_{a1} + P_{a2} + P_{a3} = 27,5 + 7,2 + 8,1 = 42,8 \text{ kW.}$$

$$Q = Q_{a1} + Q_{a2} + Q_{a3} = 22 + 0 + 12,6 = 34,6 \text{ kvar.}$$

Puissance apparente totale :

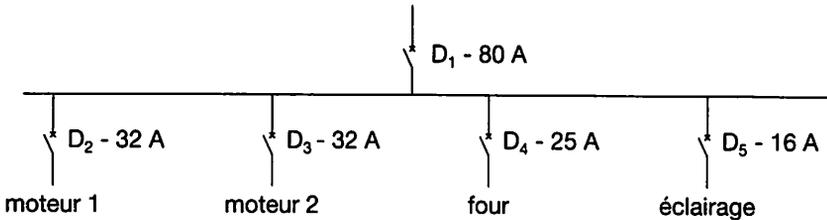
$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} ; \text{ donc : } S = \sqrt{42,8^2 + 34,6^2} = 55 \text{ kVA.}$$

L'intensité en ligne sera donc :

$$I = \frac{S}{U \times \sqrt{3}} = 79,4 \text{ A.}$$

Alors que  $I_1 = 50,8 \text{ A}$ ,  $I_2 = 10,4 \text{ A}$  et  $I_3 = 21,6 \text{ A}$ , leur somme arithmétique est  $82,8 \text{ A}$ , donc supérieure à la somme géométrique de ces trois composantes.

La distribution pourrait être ainsi :



**Remarque :** le facteur de puissance global  $P/S$  est de  $42,8/55 = 0,78$ .

Le four induction dont le facteur de puissance est le plus faible pénalise beaucoup cette installation. Une pénalité de dépassement de consommation d'énergie réactive sera appliquée par EDF.

## Commentaires et conseils

Rechercher les composantes des puissances, active, réactive et n'additionner entre elles que les puissances de même nature.

## Exercice pour s'entraîner

Effectuer la même recherche avec des fluorescents remplaçant les lampes. On installe 36 tubes fluorescents de 36 W parfaitement compensés à 0,93 chacun.

On change le four à induction par un modèle récent absorbant 12 kVA avec un facteur de puissance de 0,78 (compensé également).

( $\cos\varphi_2 = 0,93 ; \tan\varphi_2 = 0,38 ; \cos\varphi_3 = 0,78 ; \sin\varphi_3 = 0,62 ; \tan\varphi_3 = 0,8.$ )

**Réponses possibles :**

$$P_{a2} = 1296 \text{ W} ; Q_{a2} = 512 \text{ var} ; P_{a3} = 9,36 \text{ kW} ; Q_{a3} = 7,5 \text{ kvar} ;$$

$$P = 38,15 \text{ kW} ; Q = 30 \text{ kvar} ; S = 48,55 \text{ kVA} ; I = 70 \text{ A.}$$



## Objectif

Rechercher le contrat optimal pour une facturation la plus juste possible.

### Analyse

Le distributeur national EDF pénalise les abonnés qui consomment plus de 40 % d'énergie réactive par rapport à l'énergie active pendant les mois d'hiver (novembre, décembre, janvier, février).

Le kvarh d'énergie réactive est facturé très cher par rapport au kWh actif. Tout abonné a donc le devoir de compenser ses récepteurs.

Cette pénalité ne s'applique pas au tarif bleu (petits abonnés). Elle ne s'applique pas non plus au tarif jaune. Mais la consommation d'énergie réactive augmente le prix du contrat à souscrire. Il y a donc intérêt à réduire la composante  $Q_{\text{réactive}}$  pour abaisser la prime fixe (facturée au kVA souscrit)

## Loi fondamentale

Puissance apparente :  $S^2 = P^2 + Q^2$ .

Énergie réactive fournie par un condensateur :

$$Q = U^2 C \omega$$

avec :  $\omega$  pulsation ;  $\omega = 2\pi f$  ;  $\omega$  en  $\text{rd} \cdot \text{s}^{-1}$  et  $f$  en Hz.

Les constructeurs fournissent des batteries de compensation.

| Puissance<br>en kvar | Fusibles<br>recommandé | Puissance<br>en kvar | Fusibles<br>recommandé |
|----------------------|------------------------|----------------------|------------------------|
| 5                    | 20A                    | 30                   | 100A                   |
| 10                   | 32A                    | 40                   | 160A                   |
| 15                   | 80A                    | 50                   | 200A                   |
| 20                   | 100A                   | 60                   | 250A                   |
| 25                   | 100 A                  | 70                   | 250A                   |

## Calculs et résultats

Une installation comporte dans le poste privé d'un abonné :

- un transformateur de 160 kVA qui consomme 4 kvar à vide ou en charge et 650 W de pertes à vide. Ses pertes en charge sont de 2 800 W ;
- un compresseur, déjà ancien, équipé d'un moteur asynchrone de puissance utile de 15 kW ; 1 455  $\text{tr} \cdot \text{min}^{-1}$  ;  $\eta = 0,89$  ;  $\cos\varphi = 0,85$  ;
- un système d'éclairage par tubes fluorescents parfaitement compensés à 0,93. Cet éclairage comporte 30 luminaires équipés chacun de deux tubes de 36 W ;

– un atelier de fabrication comportant 18 presses, équipées chacune d'un moteur de 5,5 kW ;  $n = 970 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$  ;  $\eta = 0,82$  ;  $\cos\varphi = 0,75$ .

Cette usine travaille en deux factions de 8 heures, toutefois le transformateur reste sous tension en permanence. La consommation active de nuit est négligeable (éclairage de secours).

#### Évaluation des consommations

| Équipement     | Puissance active |                | $\cos\varphi$ | Puissance réactive | Temps de marche | Énergie mensuelle |                   |
|----------------|------------------|----------------|---------------|--------------------|-----------------|-------------------|-------------------|
|                | utile<br>kW      | absorbée<br>kW |               |                    |                 | active<br>kWh     | réactive<br>kvarh |
| Compresseur    | 15               | 16,9           | 0,85          | 10,4               | 16              | 8090              | 5013              |
| Luminaires     |                  | 2,2            | 0,93          | 0,9                | 16              | 1037              | 410               |
| Transformateur |                  | 3,5            |               | 4,0                | 24              | 2484              | 2880              |
| Presses        | 99               | 120,7          | 0,75          | 106,5              | 16              | 57951             | 51113             |
| <b>Total</b>   |                  | <b>143,2</b>   |               | <b>121,8</b>       |                 | <b>69562</b>      | <b>59416</b>      |

**Remarque** : pour les mois d'hiver, EDF tolère une consommation d'énergie réactive égale à 40 % ( $\tan\varphi = 0,4$ ) ; dans ce cas précis l'énergie réactive représente :

$$\frac{W_r}{W_o} = \frac{59\,416}{69\,562} = 0,85 ; \text{ donc : } 85 \text{ \%}.$$

L'énergie tolérée par EDF est donc  $69\,562 \times 0,4 = 27\,825$  kvarh.

Il convient donc de compenser :

$$59\,416 - 27\,825 = 31\,591 \text{ kvarh}$$

et ceci en 30 jours avec 16 heures travaillées.

La puissance de la batterie à installer est donc :

$$\frac{31\,591}{30 \times 16} = 65,8 \text{ kvar}.$$

Le choix pourrait être une batterie de 70 kvar à installer à l'origine de l'installation. Ceci s'appelle une compensation globale.

## Commentaires et conseils

Cette solution ne serait pas bonne car la nuit, le transformateur absorbe 4 kvar et la batterie de compensation « fournirait » 70 kvar, donc un courant absorbé inutile, des pertes en ligne, des pertes dans les enroulements du transformateur...

Il convient de compenser le transformateur séparément et les machines avec des condensateurs qui se déconnectent en même temps que ces machines.

## Exercice pour s'entraîner

*On n'étudie pas la compensation du transformateur.*

Dans l'hypothèse où seul un groupe de six machines est compensé, ainsi que le compresseur, définir les batteries de condensateurs à installer.

**Réponses possibles :**

$Q_{c1} = 3,64 \text{ kvar}$  ;  $Q_{c2} = 19,4 \text{ kvar}$  ; donc 5 kvar (compresseur) et 20 kvar (6 machines).

## Objectif

Nous allons étudier le schéma d'une installation qui permettrait de réduire la puissance souscrite auprès de EDF en « disciplinant les récepteurs » sans affecter la fonction d'usage.

## Loi fondamentale

La puissance absorbée est :

$$P_a = \frac{P_u}{\eta}$$

L'intensité de démarrage est  $k$  fois l'intensité nominale :

$$I_d = k I_n$$

**Dans l'hypothèse de récepteurs identiques, nous pourrions nous permettre d'additionner arithmétiquement les intensités unitaires pour obtenir l'intensité totale.**

## Calculs et résultats

Supposons une station de pompage équipée de quatre pompes identiques dont l'une reste toujours en « pompe de secours ». Il n'y a donc en permanence que trois pompes en fonctionnement.

### Caractéristiques des pompes

Pompes immergées de  $10 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$  ; hauteur de refoulement 105 m ; puissance 5,5 kW.

Moteur :  $2\,920 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$  ;  $\eta = 0,83$  ; rapport  $k = \frac{I_d}{I_n} = 8,6$  ;  $I_n = 10,9 \text{ A}$  ( $\cos\varphi = 0,88$  ;  $\sin\varphi = 0,47$ ).

Intensité de démarrage :  $I_d = 8,6 \times 10,9 = 93,7 \text{ A}$  ( $\cos\varphi = 0,5$  ;  $\sin\varphi = 0,866$ ).

Si les trois pompes démarrent en même temps, l'intensité appelée est 3 fois 93,7 A, donc : **281 A**.

La puissance à souscrire en triphasé 400 V serait :

$$S = 400 \times 281 \times \sqrt{3} = 195 \text{ kVA.}$$

Supposons que l'on n'autorise qu'un seul démarrage à la fois, le cas le plus défavorable serait 2 intensités nominales et une intensité de démarrage. Mais attention, au démarrage le facteur de puissance est de l'ordre de  $\cos\varphi = 0,5$ .

Composantes des 2 pompes démarrées :

$$2 \times I_1 \cos\varphi = 19,2 \quad ; \quad 2 \times I_1 \sin\varphi = 10,3.$$

Composantes de la pompe qui démarre :

$$I_1 \cos\varphi = 46,8 \text{ A} \quad ; \quad I_1 \sin\varphi = 81 \text{ A.}$$

Somme des  $I \cos\varphi = 66 \text{ A}$  (composante en phase avec  $U$ ).

Somme des  $I \sin\varphi = 91,3 \text{ A}$  (composante en quadrature avec  $U$ ).

D'où une intensité :  $I = \sqrt{66^2 + 91,3^2} = 112,6 \text{ A.}$

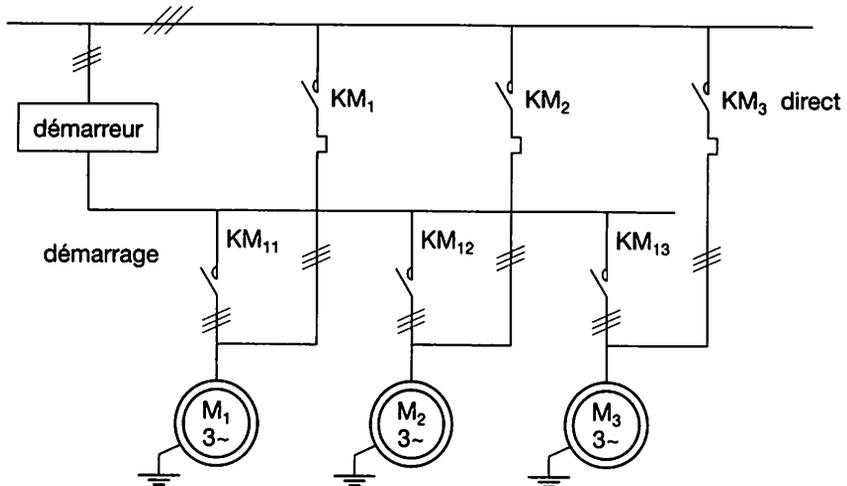
La puissance à souscrire serait donc de :

$$400 \times 113 \times \sqrt{3} = 78,3 \text{ kVA.}$$

donc environ 80 kVA ce qui représente une économie importante sur la prime fixe.

*Par ailleurs les câbles sont de section inférieure, les disjoncteurs et appareils de protection de calibre inférieur donc moins chers...*

Schéma de cette installation



M<sub>4</sub> : secours, non représenté.

## Commentaires et conseils

La recherche de l'intensité en ligne doit être effectuée par une méthode rigoureuse.

Soit en estimant les composantes de chaque intensité ;

soit en estimant les puissances actives et réactives.

Les composantes et les puissances de même nature s'additionnent.

## Exercice pour s'entraîner

Un immeuble possède 3 ascenseurs équipés de moteurs asynchrones :

975 tr · min<sup>-1</sup> ; 18,5 kW ; facteur de puissance : 0,8 ; rendement : 0,895 ; rapport  $\frac{I_d}{I_n} = 6,9$  ;  
 $I_n = 37,3 \text{ A.}$

La période de démarrage d'un ascenseur est inférieure à la seconde. Le facteur de puissance au démarrage sera pris égal à 0,5.

Ces ascenseurs sont soumis à une autorisation de démarrage, ainsi la contrainte maximale est obtenue si deux ascenseurs fonctionnent et un seul démarre.

*Déterminer l'intensité en ligne maximale et la puissance à souscrire.*

**Réponses possibles :**

$P_{a1} = 20,7 \text{ kW}$  ;  $I_{a1} = 257 \text{ A}$  ;  $I \text{ en ligne} = 326,8 \text{ A}$  ;  $S = 226 \text{ kVA.}$

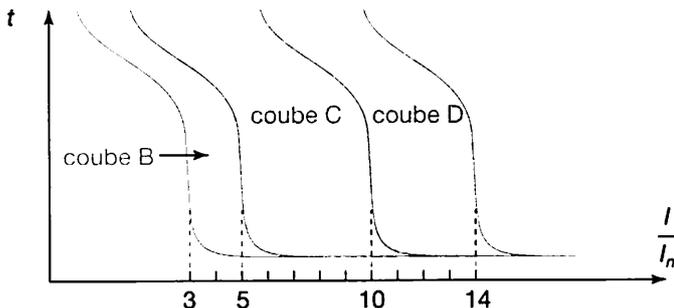
**Objectif**

Montrer que les calibres entre le disjoncteur de tête et les disjoncteurs divisionnaires obéissent à quelques règles simples afin de garantir une bonne sélectivité dans les protections ampéremétriques.

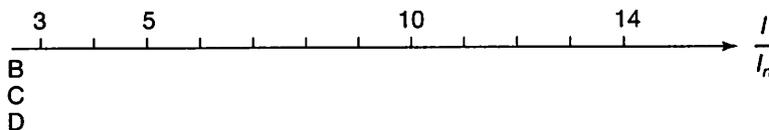
**Loi fondamentale**

La courbe de déclenchement d'un disjoncteur magnétothermique est située :

- courbe B de 3 à 5  $I_n$  (protection adaptée aux lignes longues) ;
- courbe C de 5 à 10  $I_n$  (protection générale) ;
- courbe D de 10 à 14  $I_n$  (protection adaptée aux moteurs, démarrages longs).

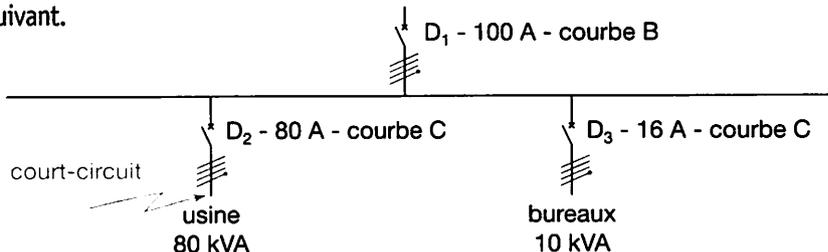


Nous pouvons représenter les plages de fonctionnement pour un même calibre ainsi :



**Calculs et résultats**

Supposons une distribution comportant une usine et des bureaux, le schéma pourrait être le suivant.



Représentons les plages de fonctionnement des disjoncteurs.



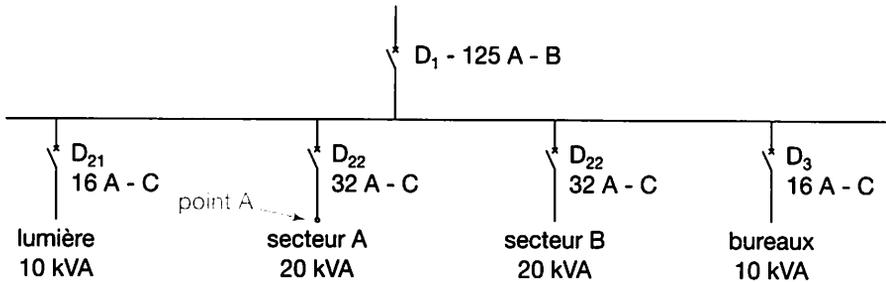
Nous remarquons que, pour un courant de court-circuit compris entre 400 et 500 A, les deux disjoncteurs s'ouvrent. Ainsi les bureaux sont privés d'énergie et d'éclairage pour un incident dans l'usine.

Il n'y a pas sélectivité, donc un fonctionnement anarchique des protections.

### Commentaires et conseils

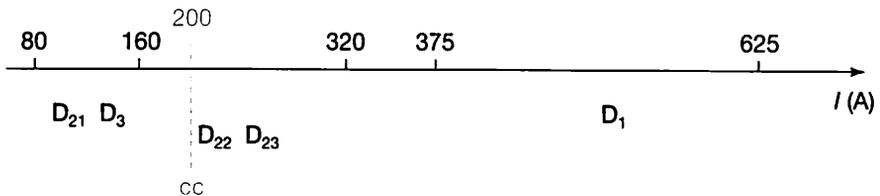
Il convient de subdiviser une installation de manière à améliorer la sélectivité et à séparer les circuits « lumière » des autres circuits, afin d'assurer une bonne circulation du personnel, par exemple.

Le schéma proposé pourrait être :



### Exercice pour s'entraîner

Montrer que le système proposé améliore la sélectivité et donner l'effet d'un courant présumé de court circuit de 200 A au point A.

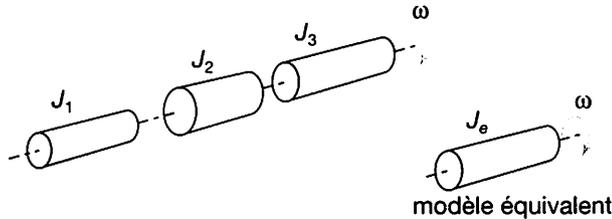


Un court-circuit au point A permet de conserver :

- l'éclairage ;
- l'activité dans les bureaux (informatique) ;
- certains secteurs de fabrication.

## Objectif

Nous nous proposons d'étudier l'influence de l'énergie dans un système mécanique, limité pour l'instant à des cylindres en fixés sur l'axe de rotation.



## Loi fondamentale

L'énergie cinétique emmagasinée par un cylindre en rotation, dépend de plusieurs paramètres dont :

- le **moment d'inertie du cylindre**  $J$  exprimé en kilogramme mètre carré :  $\text{kg} \cdot \text{m}^2$  ;
- la **vitesse angulaire**  $\omega$  exprimée en radians par seconde :  $\text{rd} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Cette énergie mécanique emmagasinée s'exprime par :

$$W_c = \frac{1}{2} J \cdot \omega^2, \text{ avec } W_c \text{ en joules, } J \text{ en } \text{kg} \cdot \text{m}^2, \omega \text{ en } \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}.$$

## Calculs et résultats

Plusieurs cylindres sont situés sur le même arbre, de moments :

$$J_1 = 0,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad J_2 = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad J_3 = 0,05 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

L'arbre est entraîné à la fréquence de rotation  $n$  de  $955 \text{ tr} \cdot \text{s}^{-1}$ , donc à une vitesse angulaire  $\omega$  de  $100 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-1}$ .

*Calculer les différentes énergies accumulées sous forme mécanique, évaluer l'énergie totale accumulée sur cet arbre.*

*Rechercher un modèle équivalent à  $J_1$  ;  $J_2$  ;  $J_3$  que nous appellerons  $J_e$ .*

Énergies accumulées par chaque cylindre :

$$W_{c1} = \frac{1}{2} J_{c1} \omega^2 \quad W_{c1} = \frac{1}{2} \times 0,2 \times 100^2 = 1000 \text{ J} ;$$

$$W_{c2} = \frac{1}{2} J_{c2} \omega^2 \quad W_{c2} = \frac{1}{2} \times 1,2 \times 100^2 = 6000 \text{ J} ;$$

$$W_{c3} = \frac{1}{2} J_{c3} \omega^2 \quad W_{c3} = \frac{1}{2} \times 0,05 \times 100^2 = 250 \text{ J}.$$

L'énergie totale accumulée sur l'arbre est :

$$W_{ct} = 1000 + 6000 + 250 = 7250 \text{ J.}$$

**Remarque** : l'énergie accumulée par chaque élément dépend de son moment d'inertie puisque la fréquence de rotation est identique pour les trois éléments.

**Le modèle équivalent doit accumuler la même énergie mécanique sur un arbre tournant à  $\omega = 100 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-1}$ .**

Donc :

$$J_e = \frac{2 W_{ct}}{\omega^2} = \frac{2 \times 7250}{100^2} = 1,45 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

$J_e$  est équivalent à la somme  $J_1 + J_2 + J_3$  :  $1,2 + 0,2 + 0,05$ .

## Commentaires et conseils

Nous pouvons donc écrire que :  $J_e = J_1 + J_2 + J_3$ .

Le calcul de l'énergie mécanique accumulée doit se faire à partir du modèle équivalent  $J_e$ .

### Réversibilité du système

Si  $\omega$  est nulle,  $W_c$  est nulle ; donc nous pouvons affirmer que :

- si la fréquence de rotation passe de 0 à  $\omega$ , l'énergie est accumulée et dépend de la valeur finale de  $\omega$  ( $W_c$  sera notée positive) ;
- si la fréquence de rotation passe de  $\omega$  à 0, l'énergie est restituée et dépend de la valeur initiale de  $\omega$  ( $W_c$  sera notée négative).

Le signe de  $W_c$  dépend donc du signe de  $\frac{d\omega}{dt}$  (accélération ou décélération).

## Exercice pour s'entraîner

Un solide en rotation de moment  $0,1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  est entraîné par un moteur à deux vitesses  $1500 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$  ( $157 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-1}$ ) et  $1000 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$  ( $105 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-1}$ ).

Calculer les énergies accumulées à  $157 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-1}$  et à  $105 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-1}$

Donner le pourcentage de l'énergie libérée lorsque le moteur passe de  $1500 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$  à  $1000 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ .

**Réponses possibles :**

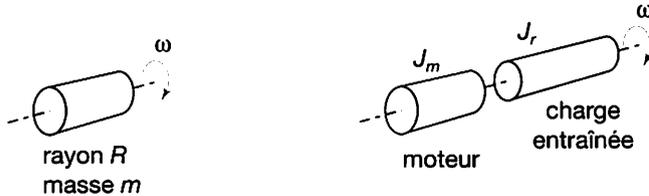
$$W_{ct} = 1232 \text{ J} ; W_{ct} = 551 \text{ J.}$$

Énergie libérée : 55 % pour une variation de  $\omega$  de 33 %.

### Objectif

Nous nous proposons de cerner les contraintes sur un arbre moteur avec une inertie directement fixée sur l'arbre moteur.

Les fiches suivantes s'attacheront à ramener la situation des solides situés autre part que sur l'arbre moteur vers ce modèle.



Les moments d'inertie sur un axe s'additionnent :  $J$  équivalent =  $J_r + J_m$ .

### Loi fondamentale

Le moment d'inertie d'un cylindre en rotation s'exprime par :

$$J = \frac{1}{2} mR^2 \text{ avec } J \text{ en } \text{kg} \cdot \text{m}^2 ; m \text{ masse en } \text{kg} ; R \text{ rayon en } \text{m}.$$

L'énergie cinétique  $W_c$  emmagasinée ou libérée est :

$$W_c = \frac{1}{2} J\omega^2 \text{ avec } W_c \text{ en } \text{J} ; J \text{ en } \text{kg} \cdot \text{m}^2 ; \omega \text{ en } \text{rd} \cdot \text{s}^{-1}.$$

### Calculs et résultats

Exercice 1 (inertie extérieure au moteur prépondérante)

Supposons qu'un moteur de 2,2 kW tourne à  $960 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$  ; son rotor a un moment d'inertie (donnée constructeur) de  $8,7 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ , il entraîne en bout d'arbre une meule lapidaire dont le diamètre est 400 mm, l'épaisseur 100 mm et la masse 28 kg.

Comparer les moments d'inertie du rotor et de la meule.

Estimer l'énergie emmagasinée par les deux cylindres en rotation à  $960 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ .

La vitesse angulaire est :  $\omega = 2 \times \pi \times n$ ,  $\omega$  exprimée en  $\text{rd} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $n$  en  $\text{tr} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Pour une vitesse angulaire  $\omega = 100,5 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-1}$ , le moment d'inertie de la meule est :

$$J_m = \frac{1}{2} \times 28 \times 0,2^2 = 560 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

Donc le moment d'inertie de la meule est 64 fois plus important que celui du rotor.

Énergie cinétique emmagasinée par l'ensemble meule + rotor :

$$W_{c1} = \frac{1}{2} \times 568,7 \cdot 10^{-3} \times 100,5^2 = \mathbf{2872 \text{ J}}$$

Exercice 2 (inertie extérieure au moteur négligeable)

Supposons un moteur de perceuse qui entraîne directement un foret à bois, à queue conique.

Le moment d'inertie du rotor du moteur est :  $2 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .

Puissance du moteur : 750 W à  $950 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$  ; le foret a un diamètre de 16 mm et une longueur de 200 mm, la densité de l'acier est voisine de 7,84.

*Même question que pour l'exercice 1*

Volume du foret :  $V = \pi \times R^2 \times L$ .

$$V = \pi \times 0,08^2 \times 2 = 0,04 \text{ dm}^3 = 0,3 \text{ kg}.$$

Moment d'inertie :

$$J_f = \frac{1}{2} \times 0,3 \times (8 \cdot 10^{-3})^2 = 9,6 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

Le moment d'inertie du foret est négligeable devant celui du rotor du moteur.

Énergie cinétique emmagasinée par l'ensemble foret + rotor :

$$W_{c2} = \frac{1}{2} \times (2 + 0,009) \cdot 10^{-3} \times 100,5^2 = \mathbf{10 \text{ J}}$$

## Commentaires et conseils

Dans l'exercice 1, le moment d'inertie du rotor est négligeable par rapport à la charge, l'énergie nécessaire au démarrage est conditionnée par la meule (elle change de diamètre avec l'usure).

Dans l'exercice 2, l'inertie totale est limitée à celle du rotor du moteur, les outils (forets) quelque soit leur diamètre n'ont pratiquement pas d'influence sur l'énergie emmagasinée par l'ensemble tournant.

Respecter les unités : la masse en kg, le rayon en m, la fréquence de rotation en  $\text{tr} \cdot \text{s}^{-1}$ , la vitesse angulaire en  $\text{rd} \cdot \text{s}^{-1}$ .

## Exercices pour s'entraîner sur les fiches 11 et 12

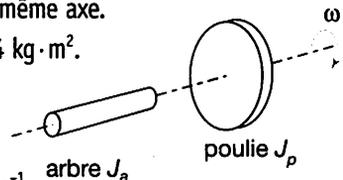
11

*Pour résoudre cet exercice il est conseillé de consulter la fiche 11.*

Exercice 111

Un arbre moteur  $J_a$  et une poulie  $J_p$  sont fixés sur le même axe.

$$J_a = 0,1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \text{ et } J_p = 2,4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$



Déterminer le modèle équivalent aux 2 éléments.

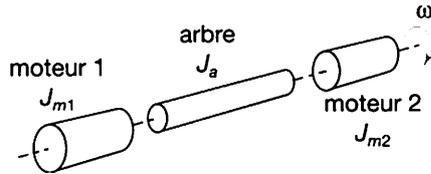
Estimer l'énergie mécanique accumulée à  $\omega = 150 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-1}$ .

**Réponse :**  $J_e = 2,5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  et  $W_c = 28125 \text{ J}$ .

### Exercice 112

Un ensemble est constitué de 2 moteurs ( $J_{m1}$  et  $J_{m2}$ ) montés sur un arbre unique  $J_a$ .

$$J_{m1} = J_{m2} = 0,08 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \text{ et } J_a = 0,01 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$



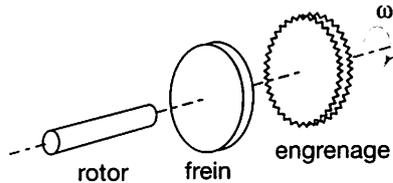
Rechercher le modèle équivalent.

**Réponse :**  $J_e = 0,17 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .

### Exercice 113

Un moteur frein entraîne un engrenage fixé en bout d'arbre dont le moment d'inertie est  $0,01 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .

Le rotor du moteur a une inertie de  $0,089 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ , le moment du frein est  $0,04 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .



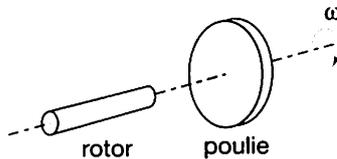
Rechercher le modèle équivalent.

**Réponse :**  $0,139 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .

Pour résoudre cet exercice il est conseillé de consulter la fiche 12.

### Exercice 121

Un moteur de  $11 \text{ kW}$  tournant à  $1450 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$  possède un rotor dont le moment d'inertie propre est de  $54 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ . Il entraîne une poulie pleine assimilable à un cylindre fixé directement en bout d'arbre, de  $800 \text{ mm}$  de diamètre, de masse  $120 \text{ kg}$ .

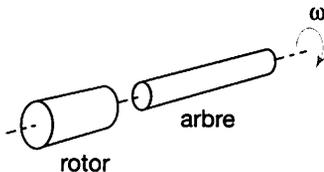


Donner le rapport  $J_{poulie}$  sur  $J_{rotor}$  et l'énergie emmagasinée par la poulie.

**Réponse :**  $J_p = 9,6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  ;  $\frac{J_p}{J_r} = 178$  ;  $W_a = 110 \text{ kJ}$ .

## Exercice 122

Un moteur de 18,5 kW tournant à 2940 tr · min<sup>-1</sup> dont le rotor possède un moment d'inertie propre de  $54 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  entraîne un arbre de transmission mécanique de diamètre 100 mm et de longueur 2 m (les 3 roulements seront négligés).



Donner le rapport  $J_{\text{poulie}}$  sur  $J_{\text{rotor}}$  et l'énergie totale emmagasinée.

Réponse :  $\frac{J_p}{J_r} = 2,8$  ;  $W_t = 9613 \text{ J}$ .

## Exercice 123

Ce même moteur de 18,5 kW entraîne une poulie pleine de diamètre 150 mm et de longueur 200 mm.

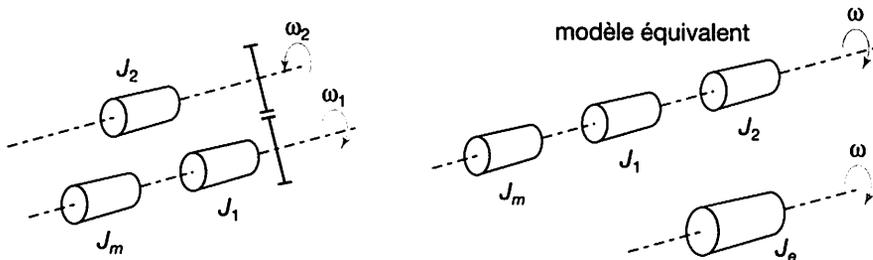
Donner le rapport  $J_{\text{poulie}}$  sur  $J_{\text{rotor}}$  et l'énergie totale emmagasinée.

Réponse :  $\frac{J_p}{J_r} = 1,44$  ;  $W_t = 6217 \text{ J}$ .

## Exercice 124

Deux arbres tournent à la même fréquence de rotation (poulies de même diamètre et courroies crantées) et entraînent des cylindres dont le moment d'inertie est de  $0,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  chacune. Le rotor du moteur a un moment d'inertie de  $237 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .

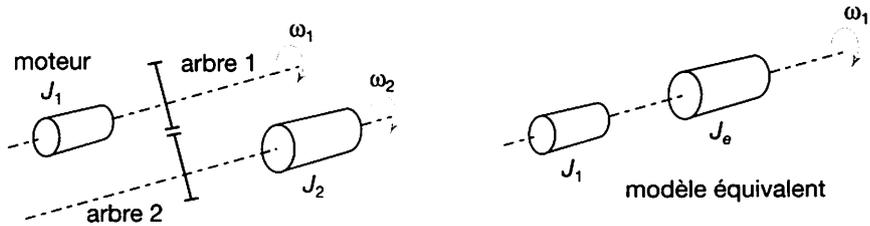
Donner le modèle équivalent.



Réponse :  $J_e = J_1 + J_2 + J_m = 0,637 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .

## Objectif

Nous allons chercher un modèle équivalent au cylindre en rotation sur l'arbre 2 mais ramené sur l'arbre moteur 1.



## Loi fondamentale

L'énergie cinétique emmagasinée doit être équivalente quelque soit l'arbre sur lequel est représenté le modèle

Sur l'arbre 2 l'énergie cinétique se calcule par :

$$W_{c2} = \frac{1}{2} J_2 \omega_2^2.$$

Le modèle équivalent sur l'arbre 1 doit emmagasiner la même énergie cinétique, donc :

$$W_{c2} = W_{c1} \text{ et } W_{c1} = \frac{1}{2} J_e \omega_1^2.$$

alors :

$$J_2 \omega_2^2 = J_e \omega_1^2 ;$$

d'où :

$$J_e = J_2 \times \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2.$$

Les moments d'inertie ramenés sur un arbre s'additionnent :

$$J_e = J_a + J_b + \dots + J_r.$$

## Calculs et résultats

## Exercice 1

Un réducteur est constitué de deux étages, son rapport de réduction est de 10 ; le premier pignon a un moment d'inertie propre  $J_a = 0,5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  et sur le 2<sup>e</sup> arbre le moment des solides en rotation est de  $1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .

Le rapport de réduction est le rapport de la vitesse d'entrée sur la vitesse de sortie.

Déterminer le moment équivalent ramené sur l'arbre moteur  $J_e$ .

Calculer les énergies accumulées pour chaque moment  $J_o$  et  $J_e$  à  $150 \text{ rd}\cdot\text{s}^{-1}$ .  
Peut-on négliger le moment d'inertie des solides situés sur le 2<sup>e</sup> arbre ?

Le rapport des vitesses est de 10, donc :  $\frac{\omega_1}{\omega_2} = 10$ .

Moment :

$$J_e = J_2 \times \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 = 1 \times \left(\frac{1}{10}\right)^2 = 10^{-2} \text{ kg}\cdot\text{m}^2.$$

Énergie accumulée par  $J_o$  :

$$W_o = \frac{1}{2} \times 0,5 \times 150^2 = 11,25 \text{ kJ}.$$

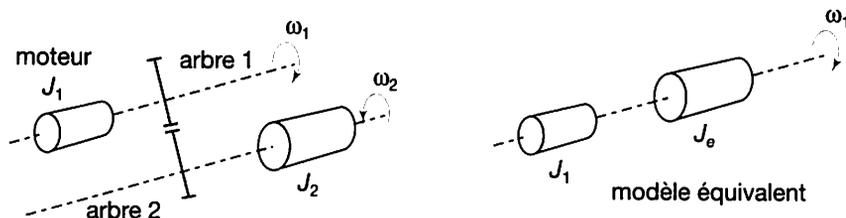
Énergie accumulée par  $J_e$  :

$$W_e = \frac{1}{2} \times 10^{-2} \times 150^2 = 112,5 \text{ J}.$$

L'énergie accumulée par  $J_e$  est cent fois plus petite que celle de  $J_o$ , dans la plupart des applications nous pouvons négliger cette action.

### Exercice 2

Sur un palan électrique, le moment d'inertie du rotor d'un moteur est de  $17,7 \cdot 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$  pour une puissance de 3 kW à une vitesse angulaire de  $100 \text{ rd}\cdot\text{s}^{-1}$ . Sur l'arbre moteur est fixé un disque de frein de 200 mm de diamètre et de masse 2 kg, le rapport de réduction du réducteur est de 5, le moment d'inertie du pignon situé sur l'arbre 2 est  $0,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ .



Calculer les moments d'inertie équivalents ramenés sur l'arbre moteur.

Moment d'inertie du frein :

$$J = \frac{m}{2} R^2 ; J_f = \frac{2}{2} \times 0,1^2 = 10 \cdot 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2.$$

Moment équivalent au pignon ramené sur l'arbre moteur :

$$J_e = J_2 \times \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 = 0,2 \times \left(\frac{1}{5}\right)^2 = 8 \cdot 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2.$$

Les moments d'inertie des trois éléments sont voisins, ils doivent être pris en compte dans le moment global.

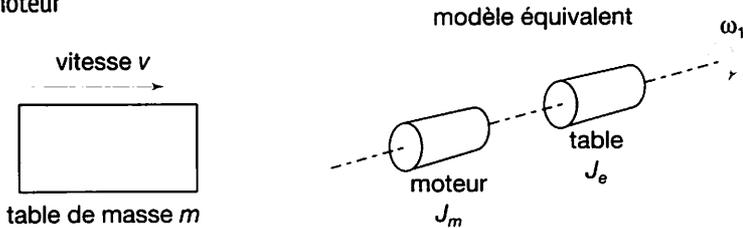
$$J_t = J_1 + J_f + J_e = 17,7 + 10 + 8 = 35,7 \cdot 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2.$$

### Commentaires et conseils

Il est commode de toujours ramener les moments d'inertie sur l'arbre d'entrée, car cela conditionne, en général les contraintes sur l'arbre moteur.

### Objectif

Nous nous proposons d'étudier les échanges énergétiques lorsqu'un élément mécanique est animé par un mouvement de translation, et de ramener son modèle équivalent sur l'arbre moteur



### Loi fondamentale

L'énergie cinétique accumulée (ou restituée) par un solide en translation dépend de la masse entraînée et de la vitesse linéaire du solide.

$$W_c = \frac{1}{2} mv^2 \text{ avec } W_c \text{ en J ; masse } m \text{ en kg ; vitesse } v \text{ en m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

### Calculs et résultats

Le modèle  $J_e$  assimilable à un cylindre fixé sur l'arbre moteur doit échanger la même énergie cinétique que l'élément en translation.

$$\text{Donc : } \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} J_e \omega^2 \quad ; \quad \text{alors : } J_e = m \left( \frac{v}{\omega} \right)^2.$$

### Commentaires et conseils

Il convient de toujours ramener le modèle équivalent  $J_e$  sur l'arbre moteur afin de simplifier l'étude.

Les différents moments d'inertie sur un arbre s'additionnent de manière à obtenir le moment d'inertie global.

#### Exercice 1

Une raboteuse possède une table dont la masse est estimée à 600 kg, animée d'une vitesse linéaire de  $0,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Cette table est mue par un moteur de 5,5 kW dont la fréquence de rotation est  $1430 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ .

Le rotor du moteur possède un moment d'inertie de  $17,7 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .

Rechercher le modèle équivalent.

Estimer et comparer les énergies cinétiques accumulées par chaque élément.

Vitesse angulaire :  $\omega = 2\pi n = 150 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Énergie cinétique de la table :

$$W_{\alpha} = \frac{1}{2} \times 600 \times 0,4^2 = 48 \text{ J.}$$

Énergie cinétique du rotor :

$$W_{\sigma} = \frac{1}{2} \times 17,7 \cdot 10^{-3} \times 150^2 = 199 \text{ J.}$$

L'influence de l'inertie de la table est de l'ordre du quart de celle du rotor du moteur.

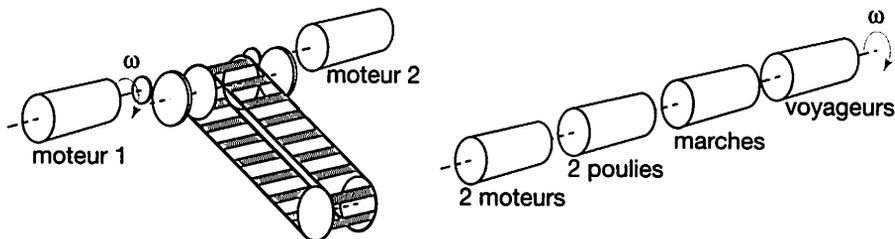
### Exercices pour s'entraîner

Un tapis roulant horizontal possède 200 marches identiques de masse 26 kg, la vitesse linéaire de ce tapis est de  $0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Les 4 poulies d'entraînement à chaque extrémité ont un diamètre de 800 mm, leur moment d'inertie unitaire est de  $1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .

Ce tapis est entraîné par 2 moteurs de puissance 3 kW, de fréquence de rotation  $2860 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$  ( $\omega = 300 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-1}$ ), chaque rotor a un moment d'inertie de  $2,4 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .

On estime que les éléments du réducteur sont négligeables.



Comparer les énergies mises en jeu par chaque élément.

Rechercher le modèle équivalent à tous ces éléments ramenés sur l'arbre moteur.

Énergie cinétique des marches :

$$W_{cm} = \frac{1}{2} \times (26 \times 200) \times 0,5^2 = 650 \text{ J.}$$

Vitesse angulaire des poulies :

$$v = \pi d n, \text{ soit : } n = \frac{v}{\pi d} = \frac{0,5}{\pi \times 0,8} = 0,2 \text{ tr} \cdot \text{s}^{-1}, \text{ donc : } \omega = 1,25 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Énergie cinétique des poulies :

$$W_{\sigma p} = 4 \times 1,2 \times 1,25^2 = 7,5 \text{ J (négligeable).}$$

Énergie cinétique des rotors de moteurs :

$$W_{\sigma m} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2,4 \cdot 10^{-3} \times 300^2 = 216 \text{ J.}$$

**Remarque** : L'influence des poulies est très faible devant celui des autres éléments.

Modèle équivalent au tapis :

$$J_e = 2 \frac{W_{\alpha}}{\omega^2}, \text{ donc : } J_e = 2 \times \frac{650}{300^2} = 14,4 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

**Le moment d'inertie  $J_e$ , représentant le tapis, est trois fois plus important que celui des moteurs.**

## Objectif

L'influence des échanges énergétiques pendant les phases transitoires de démarrage ou d'arrêt d'un système mécanique conditionne la puissance du convertisseur d'énergie. Nous allons donc étudier la puissance nécessaire de ce convertisseur d'énergie en fonction des contraintes énergétiques du système.

## Loi fondamentale

En ne considérant que l'énergie mécanique à fournir pour générer ou annuler l'énergie cinétique mise en jeu dans un système mécanique, il convient de développer une puissance.

$$P = \frac{W_c}{t}$$

avec  $W_c$  énergie à fournir en joules ;  $P$  puissance en watts et  $t$  temps de démarrage ou d'arrêt en seconde.

Certaines contraintes données par les constructeurs sont l'accélération (ou la décélération)  $\frac{d\omega}{dt}$  en  $m \cdot s^{-2}$  ou encore  $a$  accélération en  $m \cdot s^{-2}$ .

Pour simplifier l'étude, nous prendrons l'hypothèse d'un mouvement uniformément accéléré ou décéléré (accélération constante), donc la vitesse est une fonction affine du temps.

$$v = a \times t$$

d'où le temps de démarrage :  $t = \frac{v}{a}$ .

## Calculs et résultats

## Exercice 1

Le tapis roulant précédent nécessitait 1025 J pour le tapis et les voyageurs et 216 J pour les moteurs.

Vérifions que la motorisation permet un démarrage respectant l'accélération donnée par le constructeur.

Supposons que l'accélération désirée soit de  $0,8 m \cdot s^{-2}$ .

Le temps de démarrage est estimé à :  $t = \frac{0,5}{0,8} = 0,625 s$

L'énergie à fournir est :

$$W = W_{\text{cinétique tapis et voyageurs}} + W_{\text{rotor des moteurs}}$$

La puissance du moteur doit être :  $P = \frac{W_c}{t}$

$$P = \frac{1241}{0,625} = 1985 \text{ W.}$$

**Conclusion : la motorisation convient.**

### Exercice 2

Ce tapis est prévu pour recevoir 2 voyageurs par marche (largeur 1 mètre).

Vérifier si la puissance des moteurs convient toujours.

Nombre de voyageurs :  $100 \times 2 = 200$  ;

masse des voyageurs :  $200 \times 50 = 10\,000 \text{ kg}$ .

Énergie cinétique à fournir :

$$W_c = \frac{1}{2} \times 104 \times 0,5^2 + (216 + 650) = 2116 \text{ J.}$$

Puissance :

$$P = 3385 \text{ W } (t = 0,625 \text{ s}).$$

**La puissance de la motorisation convient encore** lorsque le tapis est plein à 100 % de voyageurs (2 moteurs de 3 kW chacun).

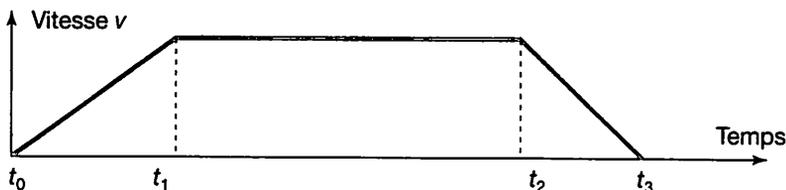
### Commentaires et conseils

Dans le choix d'une motorisation, il convient de vérifier que la puissance permet d'obtenir une accélération prévue par le cahier des charges.

Dans le cas où la puissance de la motorisation deviendrait inférieure à la valeur prévue (baisse de tension d'alimentation), le temps de démarrage se trouverait sensiblement modifié.

### Exercice pour s'entraîner

Un portail métallique (porte de garage en translation) de masse 150 kg se ferme à la vitesse linéaire de  $1,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .



Ce portail est mu par un moteur dont le rotor tourne à  $1400 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ , le moment d'inertie de son rotor est de  $1,8 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .

Calculer l'énergie cinétique mise en jeu pendant la phase de démarrage.

Déterminer la puissance permettant une accélération de  $0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

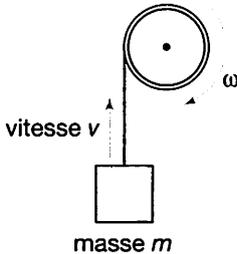
**Réponses possibles :**

$W_{\text{portail}} = 108 \text{ J}$  ;  $W_{\text{rotor}} = 19 \text{ J}$  ;

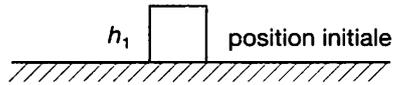
temps démarrage  $t_d = 2,4 \text{ s}$  ; puissance minimale  $P = 53 \text{ W}$ .

## Objectif

Nous nous proposons d'étudier l'influence de la variation d'énergie potentielle sur un mécanisme capable de faire varier l'altitude de solides (levage, manutention...).



$h_2$  position finale



## Loi fondamentale

L'énergie potentielle est fonction de la masse déplacée, de l'accélération de la pesanteur et de la différence de hauteur.

$$W_p = m \times g \times (h_2 - h_1)$$

$W_p$  exprimée en joules,  $m$  masse en kg ;  $g$  accélération  $9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  ;  $h_2$  hauteur finale en m ;  $h_1$  hauteur initiale en m.

## Calculs et résultats

### Exercice 1

Supposons qu'une masse de 400 kg de parpaings soit déplacée du sol au 10<sup>e</sup> étage sur un chantier en construction, calculer l'énergie potentielle accumulée par la masse.

Si la hauteur finale  $h_2 = 28 \text{ m}$  ; la hauteur initiale  $h_1 = 2 \text{ m}$ .

L'énergie potentielle est :  $W_p = 400 \times 9,81 \times 26 = 102\,024 \text{ J} = 102 \text{ kJ}$ .

Cette énergie potentielle est accumulée donc nous la compterons positive.

Si nous avons à redescendre une masse identique, des excédents de chantier par exemple, l'énergie potentielle serait récupérée, donc nous la compterions négative.

## Commentaires et conseils

Il est important de bien cerner la notion de hauteur initiale et de hauteur finale.

Cette énergie potentielle est signée, elle dépend du signe de  $h_2 - h_1$ .

### Exercice 2

Sur un chantier d'un bâtiment en construction, on dispose un outillage (des banches et des tables) afin de réaliser les murs et les planchers.

Sur un étage la masse est estimée à 4 tonnes (mis en place en plusieurs étapes).

Calculer l'énergie potentielle lorsque l'on déplace la masse d'un étage de 2,90 m.

Calculer l'énergie emmagasinée par cette masse lorsque 12 étages sont construits.

On redescend tout cet outillage au rez de chaussée ( $h_1 = 0$ ). Calculer l'énergie restituée par cet outillage, commenter le résultat.

Énergie accumulée pour un étage :

$$W_{pm} = 4000 \times 9,81 \times (2,90 - 0) = 113\,796 \text{ J.}$$

Énergie accumulée pour 12 étages :

$$W_{pm} = 113\,796 \times 12 = 1\,365 \text{ kJ.}$$

Énergie restituée (descente 12 étages)

$$W_{pd} = 4000 \times 9,81 \times [0 - (12 \times 2,90)] = -1\,365 \text{ kJ.}$$

**Remarque** : l'outillage étant revenu en sa position initiale, l'énergie potentielle est revenue à sa valeur initiale.

### Exercice 3

Un escalier mécanique transporte 60 passagers dont la masse moyenne est 70 kg.

Cet escalier permet de se rendre du premier au second étage d'un grand magasin. La hauteur entre deux étages est 3,25 m.

Déterminer l'énergie potentielle accumulée par un passager puis par tous les passagers lorsque l'escalier est plein.

Évaluer la puissance nécessaire seulement pour assurer la variation d'énergie potentielle des 60 passagers si ceux-ci mettent 10 secondes à atteindre l'étage supérieur.

Énergie potentielle accumulée par un passager :

$$W_{p1} = 70 \times 9,81 \times (6,5 - 3,25) = 2\,232 \text{ J.}$$

Pour 60 passagers :

$$W_{p60} = 2\,232 \times 60 = 133\,920 \text{ J.}$$

Puissance équivalente :

$$P = \frac{W}{t} = \frac{133\,920}{10} = 13\,392 \text{ W} = 13,4 \text{ kW.}$$

## Exercices pour s'entraîner

### Exercice 1

15 passagers descendent du premier au rez de chaussée.

Évaluer l'énergie potentielle et commentez le résultat (rez-de-chaussée  $h = 0$ ).

**Réponse possible** :

$$W_{pd} = -33\,480 \text{ J.}$$

Dans ce cas les passagers restituent de l'énergie à la motorisation de l'escalier.

### Exercice 2

Un ascenseur possède une cabine de masse 800 kg, d'un contrepoids de masse 1200 kg.

Sa capacité est de 10 passagers de masse unitaire estimée à 70 kg.  
La hauteur de départ est 8 m celle d'arrivée est 52 m.

Évaluer l'énergie nécessaire pour :

- déplacer la cabine vide en montée, en descente ;
- déplacer la cabine pleine, en montée, en descente.

Estimer la puissance nécessaire pour fournir la seule énergie potentielle des passagers, sachant que le parcours dure 55 secondes.

### Réponse

Cabine vide :  $W_{pm} = - 172\ 656\ \text{J}$  ;  $W_{pd} = + 172\ 656\ \text{J}$ .

Cabine pleine :  $W_{pm} = + 129\ 492\ \text{J}$  ;  $W_{pd} = - 129\ 492\ \text{J}$ .

Puissance :  $P = 3139\ \text{W}$  (moteur de 4 kW minimum).

### Exercice 3

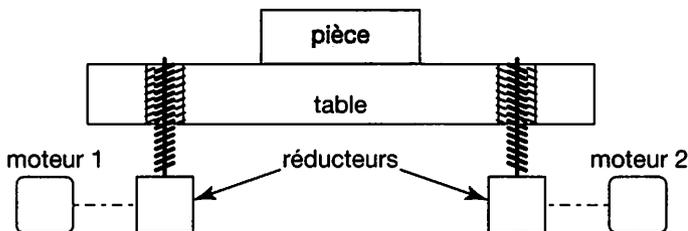
Une table de machine outil est mue par un système de vérin électrique comportant deux moteurs associés chacun à un système vis écrou.

Cette table de masse 600 kg peut recevoir une pièce à usiner de masse 1 tonne. La vitesse ascensionnelle de la table est 100 mm par minute.

Le rendement du système réducteur et vis écrou est de 0,18.

Le chargement de la pièce se fait à une hauteur de table de 300 mm du sol, l'usinage s'effectue à 800 mm du sol.

Schéma cinématique du dispositif



Calculer les énergies nécessaires et la puissance de chaque moteur en supposant qu'ils participent chacun pour la moitié à la fourniture d'énergie.

Énergie nécessaire pour soulever la masse (table + pièce) :

$$W = 7848\ \text{J}.$$

Énergie à fournir par les moteurs :  $W_m = 43600\ \text{J}$ .

Temps de montée de la table ( $h = 500\ \text{mm}$ ) :

$$t = 300\ \text{s}.$$

Puissance totale :

$$P_t = 145\ \text{W}.$$

**Puissance de chaque moteur :**

$$P_m = 75\ \text{W}.$$

**Exercice 4**

Une porte à guillotine a une masse de 200 kg. Ses dimensions sont 5 m de longueur et 2,5 m de hauteur. On désire que cette porte se ferme en 5 secondes maximum, le rendement de la chaîne cinématique (treuil + réducteur) est de 0,72.

*Déterminer la puissance nécessaire du moteur d'entraînement.*

Énergie potentielle accumulée par la porte :

$$W_p = 4905 \text{ J.}$$

Énergie à fournir par le moteur :

$$W_m = 6812,5 \text{ J.}$$

Puissance du moteur :

$$P_m = 1362,5 \text{ W.}$$

**Donc un moteur de 1,5 kW.**

**Exercice 5**

Un pont élévateur utilisé pour la maintenance des camions de 35 tonnes de masse totale, soulève cette masse en 1 minute à 1,2 m de hauteur, le rendement de la chaîne cinématique est estimé à 0,65.

Sachant que 4 moteurs sont synchronisés pour soulever ce pont à chaque angle, déterminer la puissance de chaque moteur.

**Réponse :**

$$W_p = m \times g \times h = 35 \times 103 \times 9,81 \times 1,2 = 412 \text{ kJ.}$$

$$\text{Énergie à fournir : } W_f = \frac{412}{0,65} = 633,9 \text{ kJ.}$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{633,9}{60} = 10,56 \text{ kW.}$$

Donc 4 moteurs de 2,64 kW ; en pratique, de 3 kW.

## Objectif

Il s'agit d'approcher le choix d'une motorisation à partir de calculs énergétique simples, avec une estimation grossière des rendements des éléments mis en jeu  
Ces calculs servent souvent à cerner les grandes lignes d'une solution technologique afin de définir des ordres de grandeur, de masse, de puissance, de coût.

## Loi fondamentale

Un système de conversion de l'énergie électrique en énergie mécanique doit fournir :

- l'énergie cinétique lors du démarrage (freinage) régime transitoire ;
- l'énergie potentielle lors du régime établi.

**W cinétique**

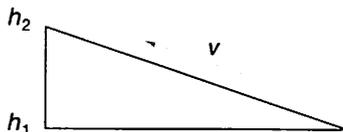
$$W_c = \frac{1}{2} mv^2 \text{ ou } \frac{1}{2} J\omega^2$$

La puissance s'estime à partir de  $P = \frac{W}{t}$ .

Avec  $P$  en watts,  $W$  en joules et  $t$  en secondes.

**W potentielle**

$$W_p = mg(h_2 - h_1)$$



## Calculs et résultats

Soit un escalier mécanique capable de transporter 100 personnes de 70 kg chacune d'un étage  $h_1 = 2,5$  m à un autre étage  $h_2 = 7,5$  m.

La longueur du tapis est 45 m, sa vitesse linéaire est  $v = 0,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ , l'accélération est  $a = 0,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ . le rendement de la chaîne cinématique entre l'escalier et le moteur est 0,6. L'escalier comporte 50 marches de masse unitaire 22 kg.

On négligera l'inertie des poulies, du rotor du moteur, des organes de liaison.

*Déterminer l'énergie nécessaire aux seuls passagers, en montée, puis à la sortie de l'arbre moteur.*

*Estimer la puissance nécessaire et commenter le résultat.*

Masse des passagers : 7000 kg.

Masse des marches :

$$22 \times 2 \times 50 = 2200 \text{ kg (il y a autant de marches au retour qu'à l'aller).}$$

### Énergie cinétique pendant le régime transitoire

Masse entraînée :  $m = 7000 + 2200 = 9200 \text{ kg}$ .

Énergie accumulée par l'ensemble :

$$W_c = \frac{1}{2} \times 9200 \times 0,5^2 = 1150 \text{ J.}$$

Énergie que doit fournir le moteur :

$$W_c = \frac{1015}{0,6} = 1916 \text{ J.}$$

Temps de démarrage :

$$t = \frac{v}{a} = \frac{0,5}{0,2} = 2,5 \text{ s.}$$

Puissance nécessaire :

$$P_c = \frac{1916}{2,5} = 767 \text{ W.}$$

### Énergie potentielle pendant le régime établi

Les marches n'interviennent pas car l'énergie potentielle consommée par la marche qui monte est fournie par celle qui descend. Le bilan global pour les marches est nul.

Énergie potentielle pour les passagers :

$$W_p = 7000 \times 9,81 \times (7,5 - 2,5) = 343\,350 \text{ J.}$$

Énergie à fournir par le moteur :

$$W_p = \frac{343\,350}{0,6} = 572\,250 \text{ J.}$$

Temps de montée des passagers :

$$t = \frac{\text{longueur du tapis}}{\text{vitesse}} = \frac{45}{0,5} = 90 \text{ s.}$$

Puissance nécessaire :

$$P_p = \frac{572\,250}{90} = 6358 \text{ W.}$$

**Puissance choisie du moteur : 7,5 kW.**

### Commentaires et conseils

Le calcul des énergies potentielle et cinétique à fournir par la motorisation permet de cerner le cas le plus défavorable.

### Exercice pour s'entraîner

Supposons que la largeur de cet escalier varie et que sa capacité soit d'un seul passager par marche, soit 50 passagers de 70 kg et que la vitesse linéaire soit portée à  $0,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

*Déterminer les énergies nécessaires et donner la puissance nécessaire à la motorisation.*

*Quel est le cas le plus défavorable ?*

### Réponses possibles :

$$W_c = 3040 \text{ J} ; P_c = 1216 \text{ W} ; W_p = 286\,125 \text{ J} ; t = 56,25 \text{ s} ; P_p = 5087 \text{ W.}$$

## Objectif

Expliquer les caractéristiques d'un moteur asynchrone avec un modèle approché, simple, afin d'étudier la période de démarrage.

## Loi fondamentale

**Couple nominal :**

$$T_n = \frac{P_u}{\omega_r}$$

**Glissement :**

$$g = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s}$$

## Calculs et résultats

Recherchons sur un catalogue les données constructeur, par exemple :

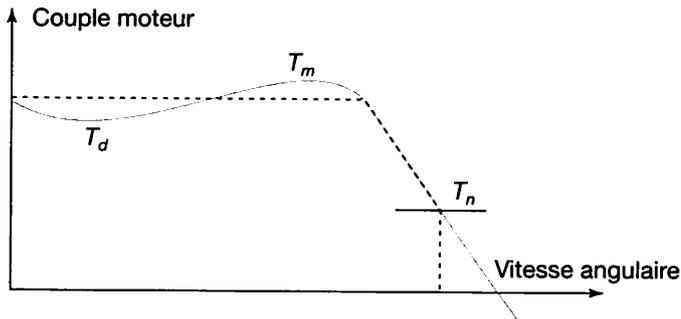
Moteur 11 kW ; 4 pôles ;  $n = 1450 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ .

Moment d'inertie du rotor :  $J = 54 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .

Vitesse de synchronisme :  $1500 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ , glissement :  $50 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ .

Couple de démarrage  $T_d : \frac{T_d}{T_n} = 2,1$  ; couple maximal  $T_m : \frac{T_m}{T_n} = 2,5$ .

Courbe caractéristique :



Vitesse angulaire de l'arbre moteur :

$$\omega_r = 2 \times \pi \times n = 2 \times \pi \times \frac{1450}{60} = 151,8 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-1}$$

Couple nominal :

$$T_n = \frac{P}{\omega_r} = \frac{11000}{151,8} = 72,46 \text{ Nm}$$

Couple de démarrage  $T_d$  :

$$T_d = 2,1 T_n = 152 \text{ Nm}$$

Couple maximal  $T_m$  :

$$T_m = 2,3 T_n = 167 \text{ Nm}$$

## Commentaires et conseils

Nous pouvons considérer que le couple moteur reste constant et vaut approximativement la moyenne de  $T_m$  et  $T_d$ .

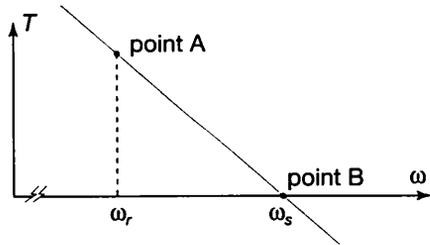
Dans ce cas, le couple supposé constant sera :  $\frac{T_m + T_d}{2}$ .

Donc : 
$$T_{\text{moyen}} = \frac{167 + 152}{2} = 159,5 \text{ Nm.}$$

La droite (supposée) représentant le couple de ce moteur en fonction de la vitesse angulaire a pour coordonnées :

point A :  $T_n = 74,6$  ;  $\omega_r = 151,8 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-1}$  ;

point B :  $T = 0$  ;  $\omega_r = \omega_s = 157 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-1}$ .



## Exercices pour s'entraîner

### Exercice 1

Supposons que ce moteur de 4 kW entraîne une meule dont le moment d'inertie est équivalent à celui du rotor.

*Calculer le temps de démarrage de l'ensemble tournant en considérant que le couple reste constant pendant le démarrage.*

Couple :  $T = 159,5 \text{ Nm.}$

Moment d'inertie total :  $2 \times 54 \cdot 10^{-3} = 108 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$

Vitesse angulaire à obtenir :  $\omega_r = 151,8 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-1}.$

### 2 méthodes sont possibles.

- D'abord, nous pouvons calculer l'énergie cinétique à fournir :

$$W_c = \frac{1}{2} J \omega_r^2 = \frac{1}{2} \times 108 \cdot 10^{-3} \times 151,8^2 = 1244 \text{ J.}$$

Le **temps de démarrage** s'obtient par :

$$t = \frac{W_c}{P} = \frac{1244}{11000} = 0,11 \text{ s.}$$

- Mais nous pouvons également estimer l'évolution de la vitesse :

$$T = J \frac{d\omega}{dt} ; \text{ donc } \frac{d\omega}{dt} = \frac{T}{J} = \frac{159,5}{108 \cdot 10^{-3}} = 1477 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-2}.$$

L'accélération angulaire est donc :  $1477 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-2}$ .

Le **temps de démarrage** vaut :

$$t = \frac{\omega_r}{\frac{d\omega}{dt}} = \frac{151,8}{1477} = 0,103 \text{ s.}$$

*Nous pouvons donc estimer le temps de démarrage avec un modèle simple qui donne un résultat acceptable pour la plupart des applications.*

### Objectif

Observer la période transitoire, au démarrage ou au freinage d'un ensemble motorisé.  
Estimer les temps de démarrage ou de freinage.

### Loi fondamentale

$$T = T_r + J \frac{d\omega}{dt}$$

avec  $T$  couple moteur en Nm ;  $T_r$  couple résistant en Nm ;  $J$  moment d'inertie en  $\text{kg} \cdot \text{m}^2$  ;  
 $\frac{d\omega}{dt}$  accélération en  $\text{rd} \cdot \text{s}^{-2}$ .

### Calculs et résultats

Supposons un engin de levage qui doit soulever une charge de 400 kg à une vitesse ascensionnelle de  $0,45 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . La hauteur finale de la charge est 22 m. Le rendement des éléments mécaniques de cet appareil est 0,72.

Le moteur choisi a pour caractéristiques :

$P = 3 \text{ kW}$  ;  $n = 1420 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$  ; moment d'inertie du rotor :  $5,1 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  ; couple de démarrage  $T_d = 2,3 T_n$  et couple maximal  $T_m = 2,5 T_n$ .

Couple nominal :  $T_n = 20,17 \text{ Nm}$ .

Vitesse angulaire :  $\omega_r = 148,7 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-1}$  ;

Couple constant pendant le démarrage :  $T = 2,4 T_n = 48,4 \text{ Nm}$ .

#### Régime permanent en montée

Énergie potentielle  $W_p$  accumulée par la charge :

$$W_p = mgh = 400 \times 9,81 \times 22 = 86328 \text{ J.}$$

Énergie à fournir :

$$W_{p1} = \frac{431\ 640}{0,72} = 119\ 900 \text{ J.}$$

Temps de montée de la charge :  $t = \frac{22}{0,45} = 48,9 \text{ s}$ .

Puissance équivalente à fournir pour monter la charge :

$$P = \frac{W}{t} = 2452 \text{ W.}$$

Le couple équivalent sur l'arbre moteur est donc à  $148,7 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-1}$  :

$$T_r = 16,49 \text{ Nm.}$$

#### Période de démarrage

L'accélération au démarrage est égale à :

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{T - T_r}{J} = \frac{48,4 - 16,49}{5,1 \cdot 10^{-3}} = 6257 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Le temps de démarrage est donc :

$$t = \frac{\omega_r}{\frac{d\omega}{dt}} = 0,023 \text{ s}.$$

### Commentaires et conseils

Il convient de faire attention aux unités et de conduire les calculs avec rigueur après une soigneuse analyse des documents constructeur.

### Exercices pour s'entraîner

#### Exercice 1

Supposons que la hauteur finale soit maintenant de 35 m, les autres données restant inchangées.

L'énergie potentielle accumulée par la charge est :

$$W_p = 400 \times 9,81 \times 35 = 137\,340 \text{ J}.$$

L'énergie à fournir par le moteur doit être :

$$W_p = \frac{137\,340}{0,72} = 190\,750 \text{ J}.$$

Le temps de montée est donc :

$$t = \frac{h}{v} = \frac{35}{0,45} = 77,8 \text{ s}.$$

Donc la puissance équivalente sera :

$$P = \frac{W}{t} = 2452 \text{ W}.$$

**Remarque** : le couple résistant n'a pas varié (la charge est toujours 400 kg) donc la période transitoire conserve les mêmes paramètres de démarrage.

#### Exercice 2

Supposons maintenant que la hauteur ne varie pas ( $h = 22 \text{ m}$ ) et que la charge soit de 450 kg (charge maximale de l'engin). Le temps de montée reste 48,9 s et le couple maximal 48,4 Nm.

Le moment d'inertie du rotor est  $5,1 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .

Comparer l'accélération obtenue à celle de Exercice 1.

L'énergie accumulée par la charge est :

$$W_p = 450 \times 9,81 \times 22 = 97\,119 \text{ J}.$$

L'énergie à fournir sera 134 887 J, ce qui correspond à une puissance équivalente de 2758 W et un couple de 18,55 Nm, donc :

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{48,9 - 18,55}{5,1 \cdot 10^{-3}} = 5950 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-1}.$$

**Nous notons une accélération plus faible, 5950 au lieu de 6257  $\text{rd} \cdot \text{s}^{-1}$ , soit - 5 %.**

## Objectif

Étudier l'influence de l'énergie potentielle libérée par la charge pendant la phase de descente d'un engin de levage. Estimer dans ce cas l'énergie prélevée sur le réseau.

## Loi fondamentale

**Énergie potentielle :**  $W_p = mg(h_2 - h_1).$

**Énergie cinétique :**  $W_c = \frac{1}{2} mv^2$  ou  $\frac{1}{2} J\omega^2.$

## Calculs et résultats

Supposons un treuil de levage prévu pour soulever à une hauteur de 34 m au dessus du sol, une masse maximale de 1,2 tonnes à une vitesse ascensionnelle de  $0,45 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ , son moteur est à 6 pôles, donc sa vitesse de synchronisme est  $1000 \text{ tr}\cdot\text{min}^{-1}$ .

*Déterminer la puissance nécessaire en montée pour soulever cette charge en considérant que le rendement des éléments reste constant et égal à 0,75 (25 % de pertes).*

*Étudier le comportement du moteur en descente, préciser les points de fonctionnement sur la courbe dans le plan « couple vitesse ».*

Étude du comportement en montée

Énergie accumulée par la charge :  $W_p = 1200 \times 9,81 \times 34 = 400\,248 \text{ J}.$

Énergie que le moteur doit fournir :  $W_{p1} = 533\,664 \text{ J}.$

Temps de montée de la charge :

$$t = \frac{h}{v} = \frac{34}{0,45} = 75 \text{ s}.$$

Puissance à développer par le moteur :

$$P = \frac{W_{p1}}{t} = 7063 \text{ W}.$$

*Choix du moteur (données constructeur)*

Puissance : 7,5 kW ; fréquence de rotation : 965 tr/min ; inertie rotor :  $84 \cdot 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$  ;

rendement :  $\eta = 0,852$  ;  $\frac{T_d}{T_n} = 1,3$  ;  $\frac{T_m}{T_n} = 1,3$  ;  $\cos\varphi = 0,8.$

Puissance absorbée sur le réseau lors de la montée

Le moteur absorbe :

$$P_o = \frac{P}{\eta} = \frac{7063}{0,852} = 8290 \text{ W}.$$

## Étude du comportement en descente

La charge libère une énergie équivalente à celle accumulée lors de la montée. Donc :

$$W_{chd} = 400\,248 \text{ J.}$$

Cette énergie traverse les éléments mécaniques de rendement 0,75, donc sur l'arbre moteur il reste :

$$W_{méca} = W_{chd} \times \eta = 400\,248 \times 0,75 = 300\,186 \text{ J.}$$

**Remarque** : nous avons perdu 25 % de l'énergie (100 062 J) dans la mécanique par frottements divers (câbles et poulies, engrenages...).

Cette énergie présente sous forme mécanique sur l'arbre moteur transforme ce moteur en génératrice asynchrone.

L'énergie présente coté réseau, après conversion par le moteur, vaut :

$$W_{mr} = W_{méca} \times \eta_m = 255\,758 \text{ J.}$$

Nous avons perdu 15% de cette énergie dans les organes du moteur (pertes fer et cuivre, pertes mécaniques par ventilation et dans les roulements)

Il reste donc  $W_{mr} = 255\,758 \text{ J}$ , énergie qui sera restituée au réseau, pour un temps de descente qui nous évaluerons identique à celui de la montée, soit :  $t = 75,5 \text{ s}$ .

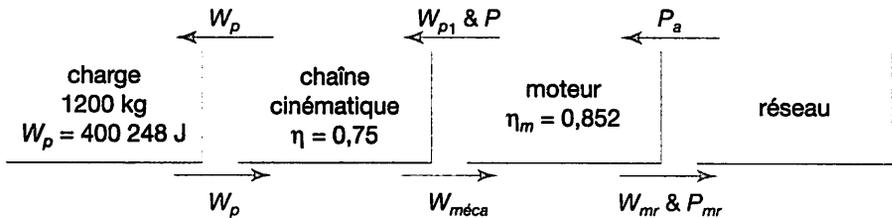
La puissance équivalente est donc :

$$P_{mr} = \frac{W_{mr}}{t} = 3387 \text{ W.}$$

Illustration de ce fonctionnement

**Sens montée**

Le moteur absorbe une énergie fournie par le réseau.

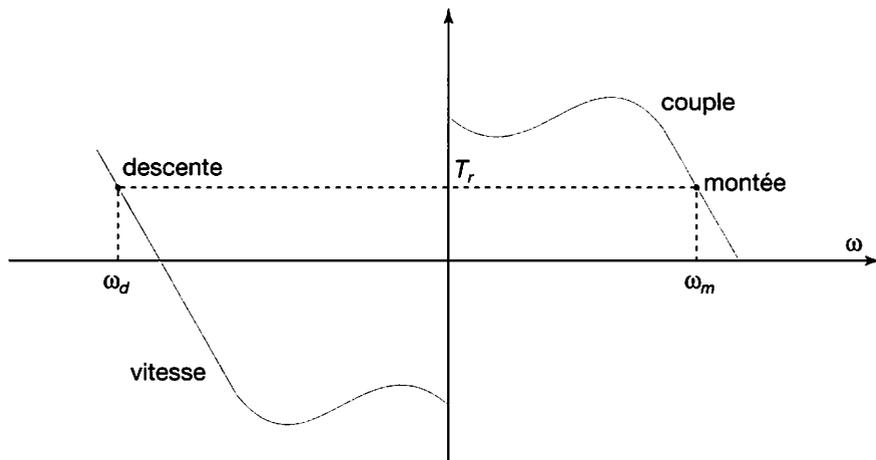
**Sens descente**

Le moteur fournit au réseau l'énergie récupérée lors de la descente de la charge, cette énergie est soit :

- absorbée par le réseau si les éléments sont réversibles ;
- transformée sous forme de chaleur dans une résistance si les éléments ne sont pas réversibles (modulateur d'énergie...).

**Remarque** : dans cette étude nous avons négligé l'énergie cinétique, celle-ci n'intervient que pendant les périodes transitoires et pendant les phases de montée et descente à vitesse régulière.

Points de fonctionnement dans le plan « couple vitesse ».



Le couple résistant dépend de l'accélération de la pesanteur (même action quelque soit le sens de déplacement).

### Dans le sens montée

Le moteur fournit une énergie de manière à élever la charge, donc à accumuler de l'énergie potentielle dans cette charge

Le glissement du moteur est de l'ordre de quelques % conforme à ce que le constructeur indique sur sa notice.

Le moteur se comporte comme dans toutes les applications classiques.

### Dans le sens descente

Le moteur est transformé en génératrice asynchrone, l'énergie mécanique a son point d'entrée sur l'arbre moteur, l'énergie électrique de sortie est restituée au réseau ou dégradée sous forme de chaleur

La vitesse angulaire du rotor est supérieure à la vitesse de synchronisme

Le fonctionnement est hypersynchrone, l'écart de vitesse au dessus de la vitesse de synchronisme est de quelques %.

Dans ce cas l'énergie réactive nécessaire à la magnétisation du moteur est puisée sur le réseau, l'énergie active est restituée au réseau.

L'intensité absorbée par ce moteur est « en avance » sur la tension, ce moteur se comporte comme générateur.

## Exercices d'entraînement sur les chapitres précédents

Pour résoudre cet exercice il est conseillé de consulter la fiche 17.

17

## Exercice 172

Un engin de levage soulève des charges estimées à 3 tonnes à une vitesse ascensionnelle de  $0,25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Ces charges sont amenées du sol au point le plus haut d'un bâtiment estimé à 35 m.

La motorisation est de 15 kW, le moment d'inertie du rotor est  $191 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ , ce rotor tourne à  $975 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$  et le rendement de la chaîne cinématique est 0,5.

Déterminer si l'énergie cinétique de la charge et du rotor sont prépondérantes devant l'énergie potentielle nécessaire pour soulever la charge.

Justifier la motorisation.

Énergie cinétique :

$$W_{c \text{ charge}} = 93,75 \text{ J} ; W_{c \text{ rotor}} = 995 \text{ J}.$$

Énergie potentielle :

$$W_p = 2060 \text{ kJ}, t = 140 \text{ s} ; \text{d'où} : P_p = 14,7 \text{ kW}.$$

**Conclusion :**

Le moteur est bien choisi, l'énergie cinétique accumulée par le rotor est grande devant celle de la masse transportée.

18

Pour résoudre cet exercice il est conseillé de consulter la fiche 18.

## Exercice 182

Supposons qu'un moteur entraîne maintenant un gros lapidaire dont le moment d'inertie est  $0,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .

Caractéristiques du moteur :

$$4 \text{ pôles} ; 1425 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1} ; J = 7,1 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 ; T_{\text{moyen}} = 2,75 T_n.$$

Déterminer les énergies cinétiques mises en jeu et estimer son temps de démarrage.

**Réponses possibles :**

Énergies cinétiques emmagasinées par les éléments :

$$W_{c \text{ moteur}} = 79 \text{ J} ; W_{c \text{ lapidaire}} = 2227 \text{ J}.$$

$$\text{Couple nominal} : T_n = \frac{P}{\omega} = 26,8 \text{ Nm}.$$

$$\text{Couple moyen} : T = 73,7 \text{ Nm}.$$

$$\text{Accélération angulaire} : \frac{d\omega}{dt} = \frac{T}{J} = 356 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-1}.$$

$$\text{Temps de démarrage} : t = 0,4 \text{ s}.$$

**Remarque :** le moment d'inertie du lapidaire est 28 fois plus important que celui du rotor du moteur, l'essentiel de l'énergie à fournir au démarrage est déterminé par ce lapidaire, donc par cet outil fixé sur l'arbre du moteur.

### Exercice 183

Un moteur de 4 kW, 2 pôles, tourne à 2840 tr·min<sup>-1</sup>.

Les rapports donnés par le constructeur sont :  $\frac{T_d}{T_n} = 4,2$  et  $\frac{T_m}{T_n} = 3,5$ .

Déterminer les éléments du modèle de ce moteur.

Préciser les coordonnées des points de la courbe  $T = f(n)$ .

#### Réponses possibles :

Vitesse angulaire du moteur :  $\omega_r = 297,4 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Couple nominal, couple de démarrage, couple maximal :

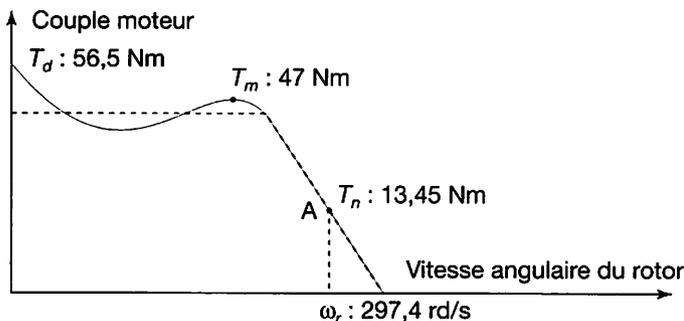
$$T_n = 13,45 \text{ N} \cdot \text{m} ; T_d = 56,5 \text{ N} \cdot \text{m} ; T_m = 47 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

Valeur du couple moyen :  $T = 51,75 \text{ N} \cdot \text{m}$ .

Point A :  $T_n = 13,45 \text{ Nm} ; \omega_r = 297,4 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Point B :  $T = 0 ; \omega_r = 314 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Courbe  $T = f(n)$  :



18 Pour résoudre cet exercice il est conseillé de consulter la fiche 19.

### Exercice 193

Soit un engin de levage : charge 450 kg ; vitesse ascensionnelle 0,45 m·s<sup>-1</sup> ; moment d'inertie du rotor : 5,1·10<sup>-3</sup> kg·m<sup>2</sup> ; couple maximal 48,4 N·m ; temps de montée 48,9 s pour une hauteur de 22 m.

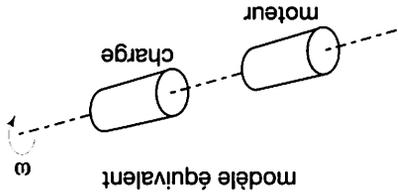
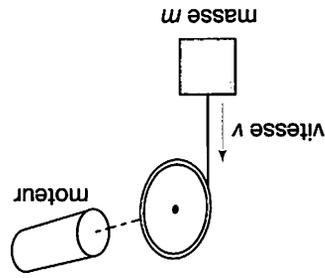
Nous avons négligé jusqu'à présent l'énergie cinétique emmagasinée par la masse de 450 kg, nous allons rechercher maintenant son influence.

Énergie cinétique emmagasinée par la masse :

$$W_c = \frac{1}{2} mv^2 = 45,6 \text{ J}.$$

Le modèle équivalent sur l'arbre moteur est :

$$J_{ch} = \frac{2W_c}{\omega^2} = \frac{2 \times 45,6}{148,7^2} = 4,1 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$



Notons que la charge présente un moment d'inertie ramené sur l'arbre moteur du même ordre de grandeur que celui du rotor de ce moteur.

*Temps de démarrage en tenant compte de la charge*

Accélération : 
$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{T - T_r}{J + J_m} = \frac{48,4 - 18,55}{(5,1 + 4,1) \cdot 10^{-3}} = 3244 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-2}$$

Le temps de démarrage : 
$$t = \frac{\omega}{\frac{d\omega}{dt}} = 0,046 \text{ s.}$$

Le temps de démarrage est sensiblement double car le moteur doit entraîner deux inertes de même ordre de grandeur.

**Remarque :** dans ces exercices nous avons considéré que le couple moteur restait constant et que le glissement prenait l'unique valeur qui est annoncée par le constructeur, en réalité ces grandeurs varient, mais l'approximation sur les grandeurs étudiées reste acceptable.

## Objectif

À l'origine d'une installation privée, un transformateur est disposé en général pour passer de 20 kV à 230/400V, tension utilisable par l'abonné.  
Nous allons déterminer le modèle équivalent de ce transformateur.

## Loi fondamentale

Dans un circuit, les résistances s'additionnent entre elles et les réactances entre elles :

$$R_{\text{equ}} = \text{somme } (R_1 + R_2 + \dots + R_i) ; X_{\text{equ}} = \text{somme } (X_1 + X_2 + \dots X_i).$$

L'impédance se définit par :  $(Z_{\text{equ}})^2 = \{(R_{\text{equ}})^2 + (X_{\text{equ}})^2\}$ .

$$\text{Transformateur : } R_t = \frac{p_c}{3 I_n^2} ; Z_t = k \% \times \frac{V}{I_n} ; X_t^2 = Z_t^2 - R_t^2.$$

## Calculs et résultats

Essayons de décoder la documentation fournie par le constructeur, pour un transformateur de 400 kVA.

Puissance 400 kVA ; tension de court circuit 6 %.

Pertes à vide (pertes dans le fer) :  $p_0 = 1\,200\text{ W}$ .

Pertes dues à la charge à 75 °C (dans les enroulements en cuivre) :  $p_c = 4\,800\text{ W}$ .

Tension en charge :  $U = 400\text{ V}$ .

Calculons le courant nominal dans un fil de phase.

$$I = \frac{S}{U \times \sqrt{3}} = \frac{400 \cdot 10^3}{400 \times \sqrt{3}} = 577\text{ A}.$$

## Hypothèse

Le transformateur triphasé sera considéré comme 3 éléments monophasés identiques et le courant est nul dans le neutre.

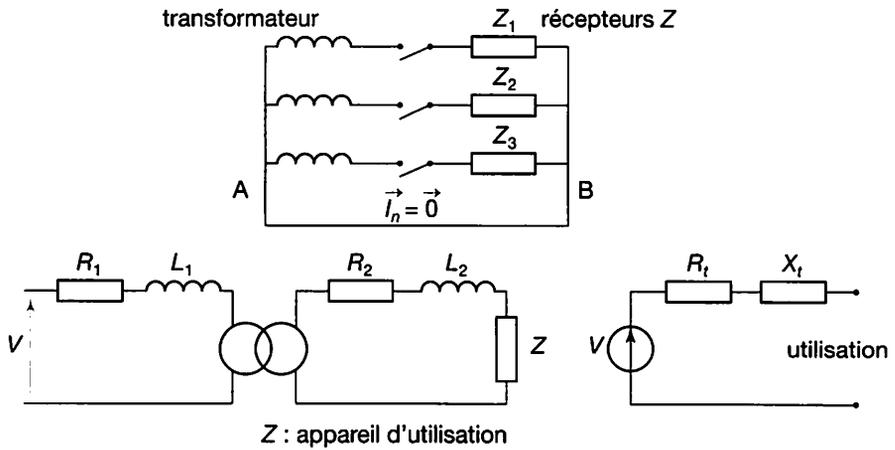
Les points A et B ont même potentiel

## Définition

La tension de court circuit est la tension appliquée au transformateur de manière à obtenir le courant secondaire nominal.

Afin d'effectuer les calculs d'impédance tous les éléments doivent être ramenés au secondaire, que nous appellerons :

$$R_t ; X_t ; Z_t$$



### Commentaires et conseils

Les résistances s'additionnent entre elles et les réactances également.

Les résistances doivent être considérées à chaud, à la température de fonctionnement du transformateur (généralement 75 °C).

### Exercices pour s'entraîner

#### Exercice 1

Un transformateur de 800 kVA possède des pertes à vide de 2000 W, des pertes dues à la charge de 8 200 W et une tension de court circuit de 6 %. Sa tension en charge est 400V.

Déterminer les éléments de ce transformateur.

Intensité nominale : 
$$I_n = \frac{S}{\sqrt{3} \times U} = \frac{800 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \times 400} = 1\,154 \text{ A.}$$

Résistance : 
$$R_{\text{equ}} = \frac{p_c}{3 I_n^2} = \frac{8\,200}{3 \times 1\,154^2} = 2,05 \text{ m}\Omega.$$

$$Z_{\text{equ}} = k \frac{V_{\text{cc}}}{I_n} = 0,06 \times \frac{231}{1\,154} = 12 \text{ m}\Omega.$$

$$X_{\text{equ}} = \sqrt{Z_{\text{equ}}^2 - R_{\text{equ}}^2} = \sqrt{12^2 - 2,05^2} = 11,8 \text{ m}\Omega.$$

#### Exercice 2

Déterminer les éléments du modèle si les pertes dues à la charge sont 6 800 W pour un transformateur de 630 kVA et une tension de court circuit de 6 %.

Réponses possibles :

$$I_n = 909 \text{ A} ; R_{\text{equ}} = 2,7 \text{ m}\Omega ; X_{\text{equ}} = 15 \text{ m}\Omega.$$

## Objectif

Déterminer les éléments Résistance et Réactance d'une liaison par câbles dans une distribution d'énergie électrique.

## Loi fondamentale

La résistance d'un câble peut se calculer par :

$$R = \rho \times \frac{L}{s}$$

avec :  $\rho$  résistivité en  $\Omega \cdot \text{m}^2/\text{m}$ , L longueur du câble en m, s section en  $\text{m}^2$ .

La résistivité  $\rho$  est donnée à chaud (50 °C) ; sa valeur est généralement :

pour le cuivre :  $1,9 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}^2/\text{m}$ ,

pour l'aluminium :  $2,94 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}^2/\text{m}$ .

En pratique, on utilise un calcul plus simple ramené au km de câble.

Par exemple, un câble de 10  $\text{mm}^2$  en cuivre, long de 1 000 m aura pour résistance :

$$R = \frac{1,9 \cdot 10^{-8} \times 10^3}{10 \cdot 10^{-6}} = 1,9 \Omega, \text{ ou encore } 1\,900 \text{ m}\Omega \text{ par km.}$$

Pour la même raison les constructeurs donnent une réactance par km.

Par exemple, pour un câble unipolaire :

$$X = 0,12 \Omega \text{ par km ou encore } X = 120 \text{ m}\Omega \text{ par km.}$$

## Calculs et résultats

Calculer les paramètres d'un câble en cuivre de 50  $\text{mm}^2$  de section et dont la longueur est 180 m, si la réactance est 120 m $\Omega$  par km.

$$\text{Résistance par km : } R = \frac{1,9 \cdot 10^{-8} \times 10^3}{50 \cdot 10^{-6}} = 380 \text{ m}\Omega \text{ par km.}$$

Donc :

$$R_{\text{câble}} = 380 \times 0,18 = 68,4 \text{ m}\Omega ;$$

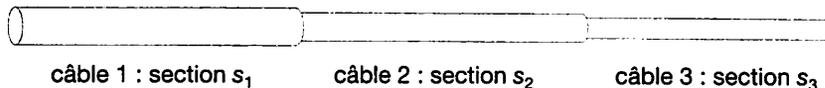
$$X_{\text{câble}} = 120 \times 0,18 = 21,6 \text{ m}\Omega.$$

## Commentaires et conseils

La résistance d'un câble est souvent plus importante que sa réactance (en dessous d'une section de 150  $\text{mm}^2$  en cuivre).

Si plusieurs tronçons de câble de section différente sont reliés à la suite l'un de l'autre, la résistance totale est la somme des résistances partielles, de même pour les réactances.

$$R_t = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_i ; \quad X_t = X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_i .$$



## Exercices pour s'entraîner

### Exercice 1

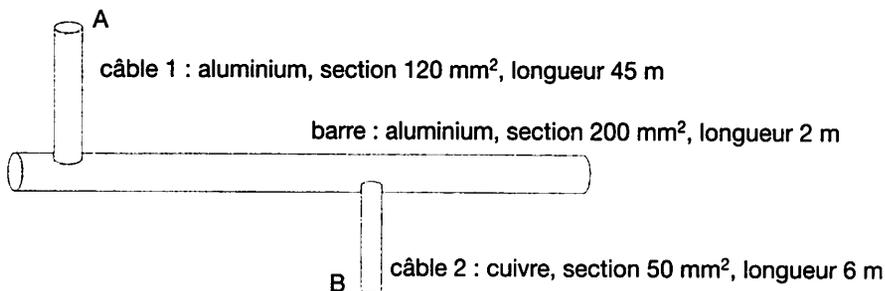
Une distribution est représentée ci-dessous, la résistance par km est :

120 mm<sup>2</sup> aluminium : 245 mΩ ;

95 mm<sup>2</sup> cuivre : 380 mΩ.

La réactance de tous les éléments est estimée à 120 mΩ par km.

Déterminer la résistance et la réactance entre les points A et B ; en déduire l'impédance globale. Peut-on négliger un élément ? lequel ?



#### Câble 1

Résistance :  $R_1 = 245 \times 0,045 = 11 \text{ m}\Omega$ .

Réactance :  $X_1 = 120 \times 0,045 = 5,4 \text{ m}\Omega$ .

#### Câble 2

Résistance :  $R_2 = 380 \times 0,060 = 22,8 \text{ m}\Omega$ .

Réactance :  $X_2 = 120 \times 0,060 = 7,2 \text{ m}\Omega$ .

#### Barre

Résistance :  $R_b = \frac{2,94 \cdot 10^{-8} \times 2}{200 \cdot 10^{-6}} = 0,294 \text{ m}\Omega$ .

Réactance :  $X_b = 120 \times 2 \cdot 10^3 = 0,24 \text{ m}\Omega$ .

**Somme des résistances :  $R = 11 + 22,8 + 0,294 = 34 \text{ m}\Omega$ .**

**Somme des réactances :  $X = 5,4 + 7,2 + 0,24 = 12,84 \text{ m}\Omega$ .**

Les éléments de la barre de distribution représentent 1 à 2 % du total calculé, en pratique nous pourrions négliger ces éléments.

Impédance comprise entre A et B :

$$Z_{ab} = \sqrt{34^2 + 12,84^2} = 36,3 \text{ m}\Omega$$

## Objectif

Définir les paramètres d'une distribution en vue de calculer l'impédance globale, donc le courant présumé de court circuit.

## Loi fondamentale

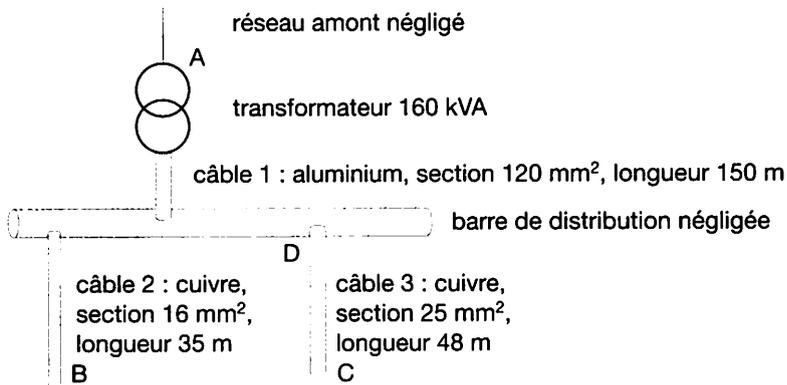
L'impédance d'un circuit se calcule par :

$$Z^2 = R^2 + X^2.$$

Le courant de court circuit se calcule par :

$$I_{cc} = \frac{V}{Z}.$$

## Calculs et résultats



Les pertes dues à la charge du transformateur sont  $p_c = 2\,300\text{ W}$ , sa tension de court-circuit de 6 %, la tension entre phase et neutre en charge  $V = 231\text{ V}$ .

Les résistances et réactances par km des câbles sont :

$$120\text{ mm}^2 \quad R/\text{km} = 245\text{ m}\Omega \quad X/\text{km} = 120\text{ m}\Omega$$

$$25\text{ mm}^2 \quad R/\text{km} = 760\text{ m}\Omega \quad X/\text{km} = 120\text{ m}\Omega$$

$$16\text{ mm}^2 \quad R/\text{km} = 1\,188\text{ m}\Omega \quad X/\text{km} = 120\text{ m}\Omega$$

Déterminer les impédances entre les points A et B d'une part ainsi qu'entre les points A et C d'autre part.

### Transformateur

Intensité nominale :

$$I_n = \frac{160 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \times 400} = 231\text{ A}.$$

Résistance :  $R_t = \frac{2\,300}{3 \times 231^2} = 14,4 \text{ m}\Omega.$

Impédance :  $Z_t = \frac{231 \times 6/100}{231} = 60 \text{ m}\Omega.$

Réactance :  $X_t = 60^2 - 14,4^2 = 58,2 \text{ m}\Omega.$

**Câble 1**

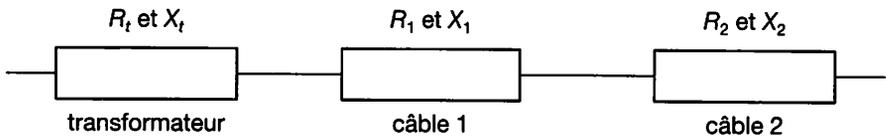
Résistance :  $R_1 = 245 \times 0,15 = 36,75 \text{ m}\Omega$  ;  $X_1 = 120 \times 0,15 = 18 \text{ m}\Omega.$

**Câble 2**

Résistance :  $R_2 = 1\,188 \times 0,035 = 41,6 \text{ m}\Omega$  ;  $X_2 = 120 \times 0,035 = 4,2 \text{ m}\Omega.$

**Câble 3**

Résistance :  $R_3 = 760 \times 0,048 = 36,5 \text{ m}\Omega$  ;  $X_3 = 120 \times 0,048 = 5,76 \text{ m}\Omega.$

**Représentation de la liaison A—B :****Les éléments entre A et B sont donc :**

Résistance :  $R_{ab} = R_t + R_1 + R_2 = 92,75 \text{ m}\Omega.$

Réactance :  $X_{ob} = X_t + X_1 + X_2 = 80,4 \text{ m}\Omega.$

D'où une impédance de :  $Z_{ac} = 122,7 \text{ m}\Omega.$

**Donc un courant de court circuit présumé de  $I_{\alpha(ab)} = 1\,883 \text{ A}.$**

**Commentaires et conseils**

Notons que la plus grande réactance est celle du transformateur, valant plusieurs fois celle des câbles.

**Exercice pour s'entraîner**

Étudions maintenant les éléments situés entre les points A et C, pour cela il suffit d'échanger le câble 2 par le câble 3.

La liaison entre A et C devient :

Résistance :  $R_{ac} = R_t + R_1 + R_3 = 87,65 \text{ m}\Omega.$

Réactance :  $X_{ac} = X_t + X_1 + X_2 = 81,96 \text{ m}\Omega.$

D'où une impédance de :  $Z_{ac} = 120 \text{ m}\Omega.$

**Donc un courant de court circuit présumé de  $I_{\alpha(ac)} = 1\,925 \text{ A}.$**

## Objectif

Nous allons tout d'abord estimer l'influence des caractéristiques du réseau amont (réseau du distributeur national EDF) et vérifier que pour simplifier les calculs, il convient parfois de le négliger.

## Loi fondamentale

Le distributeur national EDF donne souvent comme caractéristiques 250 MVA ou 500 MVA, selon l'abonné, sa situation sur le réseau, sa puissance souscrite...

Ces caractéristiques correspondent à une puissance instantanée que pourrait délivrer le réseau, lors d'un court circuit très bref (diminution d'impédance très brève).

## Calculs et résultats

Supposons un abonné dont le poste de transformation est équipé d'un transformateur de 2000 kVA, tension de court circuit 6 %, les pertes dues à la charge sont 17 500 W valeur donnée à 75 °C.

*Étudier l'influence du réseau amont, des paramètres internes du transformateur lors d'un court circuit aux bornes aval du transformateur (enroulements secondaires en court circuit).*

### Réseau amont

C'est un générateur particulier capable de délivrer 500 MVA sous 400 V en permanence ou lors d'un court circuit.

Son impédance est donc :  $Z_a = \frac{U^2}{S} = 0,336 \text{ m}\Omega$ .

Ce réseau est constitué de générateurs synchrones (alternateurs de centrale) ; les constructeurs admettent généralement pour ce réseau :  $\cos\varphi = 0,15$  ;  $\sin\varphi = 0,98$ .

D'où :  $R_a = 0,05 \text{ m}\Omega$  et  $X_a = 0,33 \text{ m}\Omega$ .

### Transformateur

Intensité nominale :  $I_n = \frac{S}{U\sqrt{3}} = 2 887 \text{ A}$ .

Résistance :  $R_t = \frac{17 500}{3 \times 2 887^2} = 0,7 \text{ m}\Omega$ .

Impédance :  $Z_t = u \% \times \frac{V}{I_n} = 4,8 \text{ m}\Omega$ .

Réactance :  $X_t = 4,75 \text{ m}\Omega$ .

Circuit total (réseau amont et transformateur) :

$$R_{\text{total}} = 0,05 + 0,7 = 0,75 \text{ m}\Omega \quad ; \quad X_{\text{total}} = 0,33 + 4,75 = 5,08 \text{ m}\Omega.$$

Impédance vue des bornes aval du transformateur :

$$Z = 5,135 \text{ m}\Omega.$$

Donc, courant de court circuit :  $I_{cc} = \frac{V}{Z} = 44\,985 \text{ A}.$

La part du réseau amont est :

$$\frac{R_a}{R_t} = 7 \% ; \quad \frac{X_a}{X_t} = 7 \% \text{ environ.}$$

**Il est difficile de négliger cette valeur qui représenterait 7 %, donc environ 3 200 A d'erreur sur le courant présumé de court circuit.**

C'est donc un élément à prendre en compte comme les autres, dans ce cas.

**Cas où il serait possible de négliger le réseau amont**

Reprenons notre exemple avec un transformateur de 160 kVA :

$$R_t = 14,4 \text{ m}\Omega \text{ et } X_t = 58,3 \text{ m}\Omega.$$

Le réseau amont représente :

$$\frac{R_a}{R_t} = 0,35 \% ; \quad \frac{X_a}{X_t} = 0,57 \%.$$

**Dans ce cas, le réseau amont peut parfaitement être négligé car il intervient pour moins de 1 % dans les calculs.**

## Commentaires et conseils

Le réseau amont ne sera négligé que lorsque l'on aura évalué son importance devant les autres éléments.

Le choix des disjoncteurs ou en général des appareils de protection amène à définir des caractéristiques en pouvoir de coupure supérieures au résultat des calculs, ce qui permet de négliger certains éléments.

## Exercice pour s'entraîner

Une distribution comporte un transformateur de 2 500 kVA : pertes dues à la charge 25 kW, tension de court circuit 7 %, intensité nominale secondaire 3 600 A.

*Montrer que le réseau amont ( $R_a = 0,05 \text{ m}\Omega$ ,  $X_a = 0,33 \text{ m}\Omega$ ) n'est pas négligeable dans le cas où un court circuit se produirait en sortie du transformateur.*

Résistance : 
$$R_t = \frac{P_c}{3 I_n^2} = 0,64 \text{ m}\Omega.$$

Impédance : 
$$Z_t = k \% \frac{V}{I_n} = 4,49 \text{ m}\Omega.$$

Réactance : 
$$X_t = \sqrt{Z_t^2 - R_t^2} = 4,45 \text{ m}\Omega.$$

$$\frac{R_a}{R_t} = 8 \% ; \quad \frac{X_a}{X_t} = 7 \%.$$

**Le calcul du courant de court circuit serait entaché d'une erreur de 7 à 8 %, il convient de tenir compte du réseau amont.**

## Objectif

Il s'agit d'approcher la valeur du courant présumé de court circuit, dans une distribution afin de cerner la contrainte maximale imposée lors de la coupure du courant dans ce circuit.

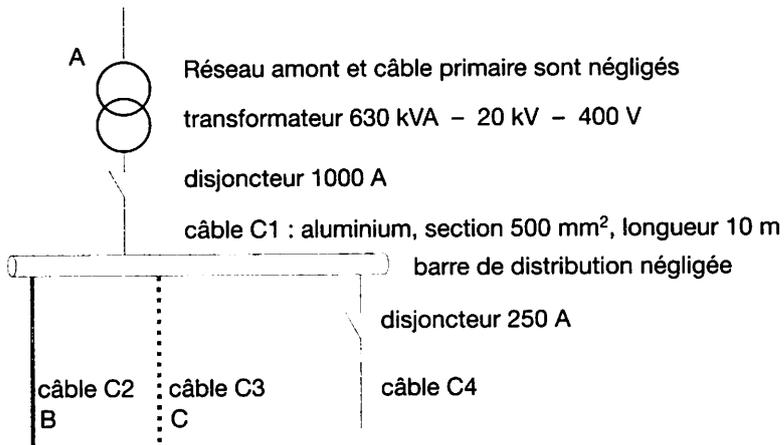
## Loi fondamentale

Le courant présumé se calcule par :

$$I_{cc} = \frac{V}{Z} \text{ avec } Z^2 = R^2 + X^2.$$

## Calculs et résultats

Supposons une distribution composée des éléments suivants :



Le câble C2, identique à C3, en aluminium, a une section de 185 mm<sup>2</sup> et une longueur de 65 m.

Le câble C4, en aluminium, a une section de 120 mm<sup>2</sup> et une longueur de longueur 85 m.

Les valeurs de résistance sont :

500 mm<sup>2</sup> aluminium : 58,8 mΩ par km ;

185 mm<sup>2</sup> aluminium : 159 mΩ par km ;

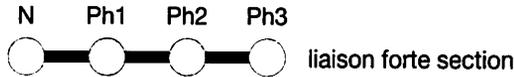
120 mm<sup>2</sup> aluminium : 245 mΩ par km.

L'inductance est commune aux trois câbles et a pour valeur 120 mΩ par km.

*Déterminer le courant présumé lors d'un court circuit « boulonné » trois phases et neutre en court circuit.*

## Commentaires et conseils

### Court circuit « boulonné »



Les paramètres du transformateur sont :  $R_t = 2,7 \text{ m}\Omega$  et  $X_t = 15 \text{ m}\Omega$ .

|                       | Longueur<br>en m | R/km | Résistance<br>en $\text{m}\Omega$ | Réactance<br>en $\text{m}\Omega$ | Impédance<br>Z en $\text{m}\Omega$ |
|-----------------------|------------------|------|-----------------------------------|----------------------------------|------------------------------------|
| <b>Transformateur</b> |                  |      | 2,7                               | 15,0                             |                                    |
| <b>Câble 1</b>        | 12               | 58,8 | 0,7                               | 1,4                              |                                    |
| <b>Câble 2</b>        | 65               | 159  | 10,3                              | 7,8                              |                                    |
| <b>Câble 4</b>        | 105              | 245  | 25,7                              | 12,6                             |                                    |
| <b>au point B</b>     |                  |      | 13,7                              | 24,2                             | <b>27,86</b>                       |
| <b>au point C</b>     |                  |      | 29,1                              | 29,0                             | <b>41,13</b>                       |

Valeur du courant de court circuit au point B :

$$I_{\alpha} = \frac{231}{27,86 \cdot 10^{-3}} = 8\,291 \text{ A.}$$

Valeur du courant de court circuit au point C :

$$I_{\alpha} = \frac{231}{41,13 \cdot 10^{-3}} = 5\,616 \text{ A.}$$

### Pouvoir de coupure

Le pouvoir de coupure d'un appareil (interrupteur, disjoncteur...) est le courant maximal que peut couper cet appareil sans subir de dégâts. Ce pouvoir de coupure est indiqué et garanti par les constructeurs.

**Remarque** : au point B, le pouvoir de coupure doit être supérieur à 8 300 A, donc 10 000 A, alors qu'au point C ce pouvoir de coupure pourra être 6 000 A.

## Exercice pour s'entraîner

Supposons que le câble 1 ait une longueur de 6,5 m, sa section restant identique et que le câble 2 voit sa longueur réduite à 50 m.

Déterminer le nouveau pouvoir de coupure nécessaire.

Le choisir dans la liste 3000, 4 500 ; 6 000 ; 10 000 ; 20 000.

### Réponses possibles :

$I_{\alpha} = 10\,203 \text{ A}$  ; P de C : 20000A.

## Exercices d'entraînement sur les chapitres précédents

Pour résoudre cet exercice il est conseillé de consulter la fiche 21.

21

### Exercice 211

On désire remplacer un transformateur de 800 kVA par deux transformateurs équivalents de puissance unitaire de 400 kVA, de pertes à vide  $p_0 = 1\ 200$  W et de pertes dues à la charge  $p_c = 4\ 800$  W.

Déterminer le modèle équivalent si la tension de court circuit est 6 %.

Intensité nominale (calculée plus haut) :  $I_n = 577$  A.

$$\text{Résistance :} \quad R_{\text{equ}} = \frac{4\ 800}{3 \times 577^2} = 4,8 \text{ m}\Omega.$$

$$\text{Impédance :} \quad Z_{\text{equ}} = \frac{0,06 \times 231}{577} = 24 \text{ m}\Omega.$$

$$\text{Réactance :} \quad X_{\text{equ}} = \sqrt{24^2 - 4,8^2} = 23,5 \text{ m}\Omega.$$

Les deux transformateurs en parallèle présentent une résistance (réactance) équivalente à  $R/2$  ( $X/2$ ).

$$\text{Donc :} \quad R_{\text{equ2}} = \frac{R_{\text{equ}}}{2} = 2,4 \text{ m}\Omega.$$

$$X_{\text{equ2}} = \frac{X_{\text{equ}}}{2} = 11,75 \text{ m}\Omega.$$

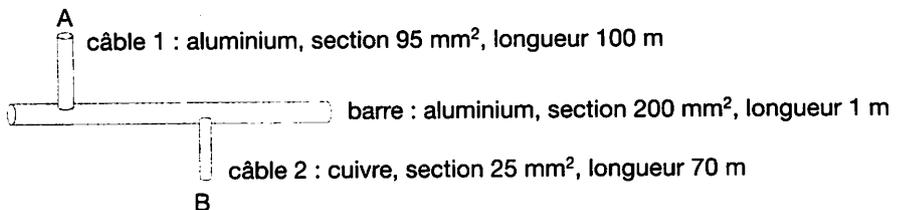
Pour que ces deux transformateurs fonctionnent correctement en parallèle, il faut que leur tension de court-circuit soit identique (et que le rapport de transformation soit également le même).

Pour résoudre cet exercice il est conseillé de consulter la fiche 22.

22

### Exercice 221

Supposons qu'une distribution soit constituée d'un câble 1 de section  $95 \text{ mm}^2$  en aluminium, de longueur 100 m et que le câble 2 ait une section de  $25 \text{ mm}^2$  en cuivre, de longueur 70 m. On négligera la barre de liaison entre ces deux câbles.



Déterminer les paramètres de cette distribution.

#### Réponses possibles :

Câble 1 : résistance  $R_1 = 30,9 \text{ m}\Omega$  ; réactance  $X_1 = 12 \text{ m}\Omega$ .

Câble 2 : résistance  $R_2 = 53,2 \text{ m}\Omega$  ; réactance  $X_2 = 8,4 \text{ m}\Omega$ .

Au total :  $R = 84,1 \text{ m}\Omega$  ;  $X = 20,4 \text{ m}\Omega$  ;  $Z = 86,5 \text{ m}\Omega$ .

23

Pour résoudre cet exercice il est conseillé de consulter la fiche 23 (suite de l'exercice 1).

## Exercice 231

Remplaçons maintenant le câble 1 par un  $185 \text{ mm}^2$  de longueur 10 m, car la restructuration de l'usine a permis de changer le transformateur dont la puissance devient 250 kVA, ( $R_t = 8,7 \text{ m}\Omega$  et  $X_t = 37,4 \text{ m}\Omega$ ).

En supposant que le court circuit se produise au point D, en bout du câble 1, réfléchir sur l'incidence de cette modification ( $I_{cc}$ ).

Nous allons refaire le calcul sur le tronçon qui a la plus forte contrainte :

Résistance :  $R_1 = 3,92 \text{ m}\Omega$  ;  $X_1 = 2,4 \text{ m}\Omega$ .

Au point D :  $R_d = R_t + R_1 = 12,6 \text{ m}\Omega$  ;  $X_d = X_t + X_1 = 39,8 \text{ m}\Omega$ .

Impédance A, D :  $Z_{ad} = 41,7 \text{ m}\Omega$ .

Courant de court circuit :  $I_{cc} = 5\,540 \text{ A}$ .

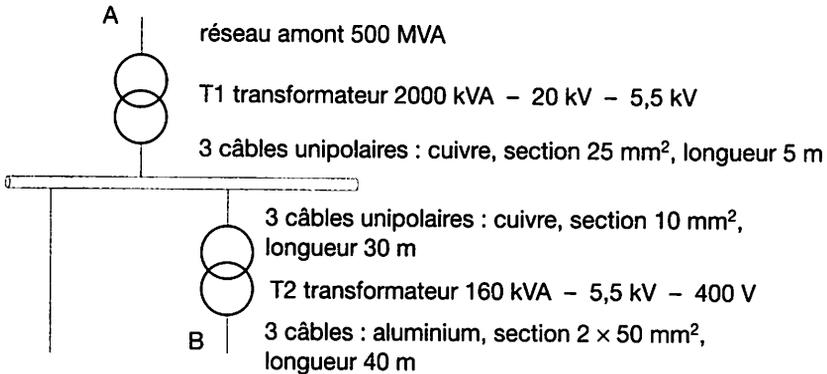
**Ce courant de court circuit élevé pour une petite distribution nécessitera un pouvoir de coupure élevé des disjoncteurs.**

Pour résoudre cet exercice il est conseillé de consulter la fiche 24.

24

## Exercice 241

Un réseau de distribution est constitué ainsi :



Les paramètres des câbles et des transformateurs sont :

|   | Résistance<br>$R_i$ en $\text{m}\Omega$ | Réactance<br>$R_i$ en $\text{m}\Omega$ |
|---|---|--|
| Câble $25 \text{ mm}^2$ longueur 5m           | 3,8                                     | 0,6                                    |
| Câble $10 \text{ mm}^2$ longueur 30m          | 57                                      | 3,6                                    |
| Câble $2 \times 50 \text{ mm}^2$ longueur 40m | 7,6                                     | 4,8                                    |
| Transformateur T1                             | 159                                     | 1047                                   |
| Transformateur T2                             | 14,4                                    | 58,3                                   |
| <b>Total</b>                                  | <b>241,8</b>                            | <b>1114,3</b>                          |

Le réseau amont ( $R = 0,05 \text{ m}\Omega$  et  $X = 0,33 \text{ m}\Omega$ ) peut être négligé car son influence est inférieure à 0,1 %.

### Objectif

Nous nous proposons de dégager l'essentiel des caractéristiques et des contraintes d'un SLT en vue de son choix en fonction d'une application.  
Afin d'éviter la présence d'une tension dangereuse pour l'utilisateur, les masses des appareils sont reliées soit à une prise de terre, soit au neutre.

### Loi fondamentale

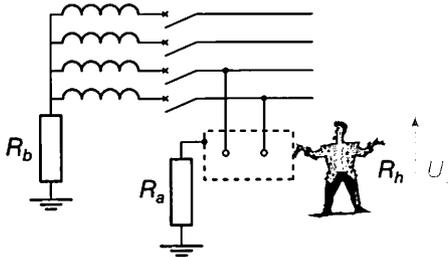
Il existe trois modes de liaisons à la terre résumés dans le tableau ci-dessous :

| SLT | Situation du neutre                     | Situation des masses                |
|-----|---|-------------------------------------|
| TT  | Neutre relié à la terre                 | Masses reliées à une prise de terre |
| TN  | Neutre relié à la terre                 | Masses reliées au neutre            |
| IT  | Neutre isolé de la terre ou indépendant | Masses reliées à une prise de terre |

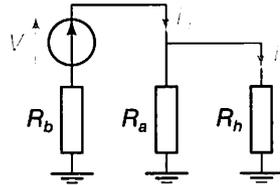
### Calculs et résultats

Recherchons les conditions d'une bonne protection des utilisateurs.

Schéma d'une distribution



Modèle du circuit



Prenons pour hypothèse une résistance  $R_b = 10 \Omega$ , une résistance du corps humain  $R_h = 2000 \Omega$  et une résistance  $R_a = 100 \Omega$ , l'appareil d'utilisation étant alimenté sous 230 V et protégé par un disjoncteur différentiel de calibre 30 mA.

La résistance équivalente à  $R_a$  et  $R_h$  est :

$$R_{\text{equ}} = \frac{100 \times 2000}{100 + 2000} = 95 \Omega.$$

Le courant de défaut sera donc :

$$I_d = \frac{230}{95 + 10} = 2,19 \text{ A.}$$

La tension  $U_c$  est obtenue par :

$$U_c = R_{\text{equ}} \times I_d = 95 I_d \text{ 2,19} = 208 \text{ V.}$$

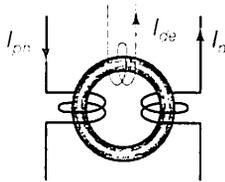
**Cette situation est dangereuse** car elle dépasse le seuil admis par la norme, d'autre part le courant dans le corps humain est :

$$I_h = \frac{208}{2000} = 104 \text{ mA.}$$

En général l'utilisateur est protégé par des dispositifs automatiques qui provoquent l'ouverture du circuit (ici à partir de 30 mA).

### Dispositif différentiel

Les disjoncteurs ou interrupteurs différentiels sont munis d'un tore magnétique qui détecte la différence entre le courant issu de la phase et le courant de retour du neutre. Si cette différence dépasse le seuil fixé, l'appareil déclenche ( $\Delta I_d/2$ ).



Si  $\vec{I}_{ph} \neq \vec{I}_n$   
 $I_{de}$  provoque le déclenchement  
 avec ouverture du circuit

### Commentaires et conseils

La norme fixe des valeurs maximales pour la résistance de prise de terre, de manière à être sûr que le dispositif différentiel déclenchera bien sur un défaut en fonction de la tension de contact, elle-même fixée par la nature du local.

Valeurs maximales de la prise de terre

Tension de contact

| Calibre du différentiel | Local mouillé 25 V | Local sec 50 V |
|-------------------------|--------------------|----------------|
| 10 mA                   | 2500 $\Omega$      | 5000 $\Omega$  |
| 30 mA                   | 833 $\Omega$       | 1666 $\Omega$  |
| 100 mA                  | 250 $\Omega$       | 500 $\Omega$   |
| 300 mA                  | 83 $\Omega$        | 166 $\Omega$   |
| 500 mA                  | 50 $\Omega$        | 100 $\Omega$   |
| 1 A                     | 25 $\Omega$        | 50 $\Omega$    |
| 3 A                     | 8,3 $\Omega$       | 16,6 $\Omega$  |

### Exercice pour s'entraîner

Quelle résistance maximale doit avoir une prise de terre lorsqu'une laverie est protégée par un différentiel 100 mA.

**Réponse possible** : 250  $\Omega$ .

## Objectif

Expliquer l'organisation du SLT ; TN avec ses impératifs, ses conditions de protection des personnes.

## Loi fondamentale

Le schéma TNC (neutre et conducteur de protection confondus) doit toujours précéder le schéma TNS (neutre et conducteur de protection séparés).

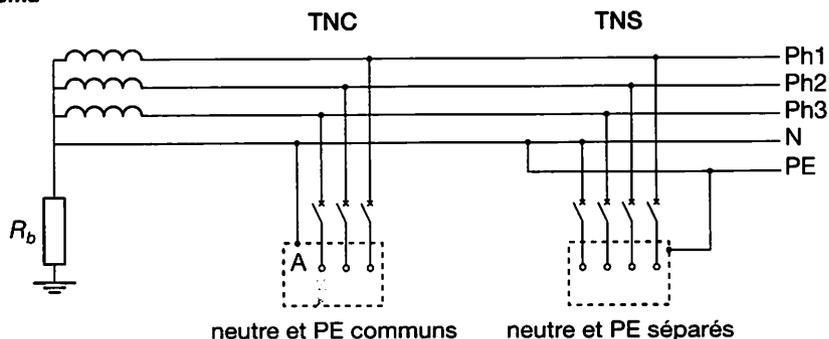
### Le conducteur de protection ne doit jamais être coupé.

Les masses (susceptibles d'être touchées par l'utilisateur) sont reliées au neutre par un conducteur de résistance négligeable, les masses sont donc toujours au potentiel de la terre du neutre.

Le schéma TNS (séparé) devient obligatoire si les sections sont inférieures à :

10 mm<sup>2</sup> en cuivre,  
16 mm<sup>2</sup> en aluminium,  
ou pour des câbles souples.

## Schéma



## Calculs et résultats

Supposons une installation en TNC, les câbles cuivre à isolant élastomère ont une section de 50 mm<sup>2</sup> et une longueur de 40 m, on considère que les sections de phase et de neutre sont identiques.

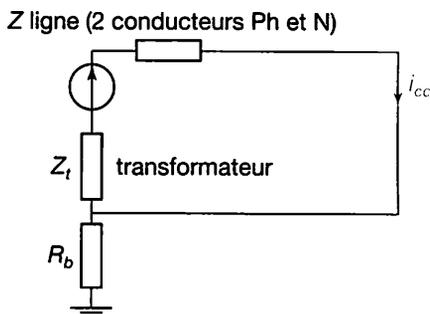
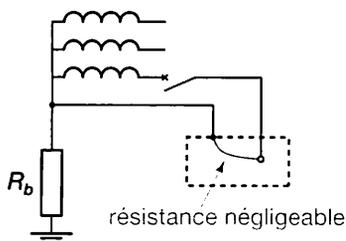
Il se produit un court circuit franc phase/neutre au point A.

Le calibre du disjoncteur est 200 A, courbe C.

La partie amont de l'installation (transformateur de 160 kVA + câbles) a une résistance de 14 mΩ et une réactance de 58 mΩ.

Déterminer le courant de court circuit et le déclenchement possible du disjoncteur.

### Schéma TNC et modèle



Résistance du câble :

$$0,38 \times 80 = 30,4 \text{ m}\Omega \text{ (il y a 2 longueurs de 40 m).}$$

Réactance du câble :  $0,12 \times 80 = 9,6 \text{ m}\Omega$ .

La résistance totale est donc :  $14 + 30,4 = 44,4 \text{ m}\Omega$ .

La réactance totale est :  $58 + 9,6 = 67,6 \text{ m}\Omega$ .

Donc une impédance du circuit de :  $Z = 80,8 \text{ m}\Omega$ .

Le courant de court circuit présumé est :

$$I_{\alpha} = \frac{V}{Z} = 2590 \text{ A.}$$

La plage de fonctionnement du disjoncteur de calibre thermique 200 A est 1000 A à 2000 A.

**Dans ces conditions, le disjoncteur déclenche en cas de court circuit, donc l'utilisateur est bien protégé.**

### Commentaires et conseils

Le fort courant de court circuit n'influe pas sur le potentiel des masses qui restent reliées au neutre, donc au potentiel de la terre du neutre.

C'est la gestion du court circuit qui garantit la protection de l'utilisateur.

### Exercice pour s'entraîner

Supposons maintenant que la ligne soit beaucoup plus longue, par exemple que la longueur du câble soit 120 m, le transformateur reste identique mais le disjoncteur est de courbe D plage de fonctionnement de  $10$  à  $14 I_n$  (de 2000 à 2800 A).

Le calcul précédent donne une impédance :

$$Z = 136,4 \text{ m}\Omega.$$

Donc un courant de court circuit :

$$I_{\alpha} = 1686 \text{ A.}$$

**L'utilisateur n'est pas protégé, il y a un risque important d'incendie.**

### Objectif

Étudier les conditions de protection des personnes, compte tenu des impératifs de distribution de l'énergie et du déclenchement automatique souhaité.

Montrer que la longueur des câbles de liaison doit respecter des règles strictes.

### Loi fondamentale

Puissance distribuée :  $S = U \times I \times \sqrt{3}$   $S$  en kVA ;

Réactance d'un câble :  $X_c = 0,12 L$   $X_c$  en mΩ,  $L$  en m ;

Résistance d'un câble :  $R_c = k_c \times \frac{L}{s}$   $R_c$  en mΩ,  $s$  en mm<sup>2</sup> ;

avec  $k_c = 19$  pour le cuivre et  $k_c = 29,4$  pour l'aluminium.

### Calculs et résultats

Supposons qu'une distribution soit réalisée à partir d'un transformateur de 250 kVA en triphasé 400 V.

Les câbles utilisés sont à isolant PVC et âme en cuivre, ces câbles sont posés sur tablettes, les intensités admissibles sont données dans le tableau ci dessous :

#### Câbles en cuivre

|                            |     |     |     |     |     |     |
|----------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Section en mm <sup>2</sup> | 25  | 35  | 50  | 70  | 95  | 120 |
| Intensité admissible en A  | 127 | 158 | 192 | 246 | 298 | 346 |

#### Câbles en aluminium

|                            |     |     |     |     |     |     |
|----------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Section en mm <sup>2</sup> | 35  | 50  | 70  | 95  | 120 | 150 |
| Intensité admissible en A  | 122 | 149 | 192 | 235 | 273 | 316 |

Déterminons le calibre du disjoncteur de tête.

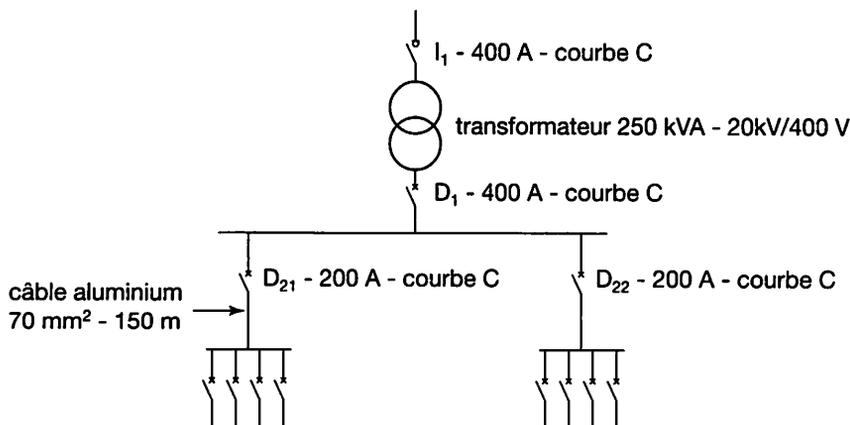
$$I = \frac{S}{U\sqrt{3}} = \frac{250 \times 10^3}{400 \times \sqrt{3}} = 361 \text{ A.}$$

Le calibre du disjoncteur doit être 400 A avec sa protection réglée à 361 A.

Plage de fonctionnement de ce disjoncteur :

Courbe C ; 1800 à 3600 A.

La distribution est ainsi réalisée, les 2 circuits sont identiques.



Le calibre des 2 disjoncteurs divisionnaires  $D_{21}$  et  $D_{22}$  sera :

200 A ; courbe C.

Leur plage de fonctionnement sera de 1000 à 2000 A.

*Section du câble aval du disjoncteur  $D_2$ .*

Intensité : 180 A, donc  $50 \text{ mm}^2$  cuivre ou  $70 \text{ mm}^2$  aluminium.

Supposons que le choix économique se porte sur le câble  $70 \text{ mm}^2$  aluminium.

La résistance par km du câble est :

$$R = \frac{29,4 \times 1000}{70} = 420 \text{ m}\Omega \text{ par km.}$$

Dans l'hypothèse d'un court circuit au point A entre phases, calculons l'impédance minimale du circuit pour obtenir un courant de court circuit de 1000 A afin d'obtenir l'ouverture du disjoncteur  $D_{21}$ .

$$Z = \frac{U}{I_{cc}} = \frac{400}{1000} = 0,4 \Omega \text{ ou encore } 400 \text{ m}\Omega.$$

Recherchons les composantes des divers éléments (en négligeant le réseau amont).

Transformateur :  $R_t = 8,7 \text{ m}\Omega$  ;  $X_t = 37,4 \text{ m}\Omega$ .

Câble ( $2 \times 150 \text{ m}$ ) :  $R_c = 126 \text{ m}\Omega$  ;  $X_c = 36 \text{ m}\Omega$ .

Donc une impédance totale de :

$$R = 134,7 \text{ m}\Omega ; X = 73,4 \text{ m}\Omega ; \text{ d'où : } Z = 153 \text{ m}\Omega.$$

**Nous constatons que l'impédance obtenue est inférieure à celle qui provoque le déclenchement.**

Vérifions le courant obtenu :

$$I_{cc} = \frac{400}{153 \cdot 10^{-3}} = 2614 \text{ A.}$$

**Nous sommes donc sûr du déclenchement automatique.**