

R. MÉRAT
R. MOREAU
L. ALLAY
J.-P. DUBOS
J. LAFARGUE
R. LE GOFF

STI - BTS

CONIL JEAN-PIERRE
18 LES NVX HORIZONS
78990 ELANCOURT
JP.CONIL@FREESURF.FR

Génie électrotechnique

moteurs et variateurs

NATHAN

Sommaire

Électricité

| | |
|--|-----|
| 1. Circuit électrique. Courant électrique | 6 |
| 2. Tension électrique | 10 |
| 3. Loi d'Ohm | 14 |
| 4. Résistance. Conductivité. Résistivité | 18 |
| 5. Associations de résistances | 22 |
| 6. Électromoteurs. Générateurs | 26 |
| 7. Électromoteurs. Récepteurs | 30 |
| 8. Dipôles actifs linéaires | 34 |
| 9. Puissance et énergie électriques | 38 |
| 10. Condensateur. Champ électrique | 42 |
| 11. Associations de condensateurs | 46 |
| 12. Champ magnétique | 50 |
| 13. Champs magnétiques produits par des courants | 54 |
| 14. Déviation d'un faisceau d'électrons | 58 |
| 15. Force électromagnétique | 62 |
| 16. Flux magnétique | 66 |
| 17. F.é.m. induite. Loi de Faraday | 70 |
| 18. Applications de la loi de Faraday | 74 |
| 19. Courants induits. Loi de Lenz | 78 |
| 20. Auto-induction | 82 |
| 21. Modèle d'une bobine | 86 |
| 22. Régimes périodiques | 90 |
| 23. Régimes sinusoïdaux | 94 |
| 24. Représentation de Fresnel | 98 |
| 25. Dipôles élémentaires | 102 |
| 26. Dipôles réels | 106 |
| 27. Dipôles linéaires associés en série | 110 |
| 28. Dipôles linéaires associés en parallèle | 114 |
| 29. Puissances en régime sinusoïdal | 118 |
| 30. Systèmes triphasés équilibrés | 122 |
| 31. Régime triphasé équilibré. Puissances | 128 |

Électrotechnique

| | |
|---|-----|
| 32. Circuits magnétiques | 130 |
| 33. Circuits magnétiques en alternatif | 134 |
| 34. Transformateur, étude expérimentale | 138 |
| 35. Transformateur parfait | 142 |

| | |
|---|-----|
| 36. Transformateur réel | 146 |
| 37. Transformateur, modèle linéaire | 150 |
| 38. Transformateur monophasé, modèle de Thévenin | 154 |
| 39. Transformateur monophasé, transformateurs spéciaux | 158 |
| 40. Bobine à noyau de fer | 162 |
| 41. Machine à courant continu : principe | 166 |
| 42. Machine à courant continu : force électromotrice | 170 |
| 43. Machine à courant continu : réversibilité | 174 |
| 44. Machine à courant continu en génératrice | 178 |
| 45. Moteur à excitation indépendante | 182 |
| 46. Moteur à excitation en série, moteur universel | 186 |
| 47. Moteur à courant continu, démarrage | 190 |
| 48. Moteur à excitation indépendante, rendement | 194 |
| 49. Moteur pas à pas | 198 |
| 50. Champ tournant dans l'air | 202 |
| 51. Machine triphasée. Champ tournant dans l'entrefer | 206 |
| 52. Moteur synchrone. Moteur asynchrone. Principe | 210 |
| 53. Machines synchrones | 214 |
| 54. Alternateur F.é.m. | 218 |
| 55. Alternateur en charge | 222 |
| 56. Machine synchrone. Modèle. Moteur synchrone | 226 |
| 57. Moteur asynchrone triphasé, étude expérimentale | 230 |
| 58. Moteur asynchrone triphasé, bilan des puissances | 234 |
| 59. Moteur asynchrone triphasé, modèle équivalent | 238 |
| 60. Moteur asynchrone, propriétés | 242 |
| 61. Moteur asynchrone triphasé, fonctionnement industriel | 244 |

Électronique de puissance

| | |
|--|-----|
| 62. Diode de redressement | 250 |
| 63. Diode. Comportement | 254 |
| 64. Thyristor | 258 |
| 65. Transistor de puissance | 262 |
| 66. Transistor MOSFET | 266 |
| 67. Amplification de puissance | 270 |
| 68. Redressement non commandé en monophasé | 274 |
| 69. Filtrage par condensateur | 278 |
| 70. Filtrage par une bobine | 282 |
| 71. Redressement non commandé en triphasé | 286 |
| 72. Redressement commandé. Principe | 290 |
| 73. Redressement commandé double alternance | 294 |
| 74. Alimentation d'une machine à courant continu | 298 |
| 75. Onduleur assisté | 302 |

| | |
|--|-----|
| 76. Redresseurs industriels | 306 |
| 77. Gradateurs | 310 |
| 78. Hacheur série. Principe | 314 |
| 79. Hacheur série avec charge inductive | 318 |
| 80. Hacheur parallèle | 322 |
| 81. Hacheur réversible | 326 |
| 82. Alimentation à découpage : convertisseur « <i>fly-back</i> » | 330 |
| 83. Alimentation à découpage « <i>forward</i> » | 334 |
| 84. Onduleur à deux transistors | 338 |
| 85. Onduleur en pont | 342 |
| 86. Onduleur à M.P.L.I. | 346 |
| 87. Onduleurs. Applications | 350 |
| 88. Systèmes commandés | 354 |
| 89. Systèmes asservis | 358 |
| 90. Régulation de la vitesse d'un moteur | 362 |
| 91. Précision et stabilité | 366 |
| 92. Transducteurs et capteurs | 370 |
| 93. Moteurs électriques. Commande électronique | 374 |
| 94. Variateurs pour moteur à courant continu - 1 | 378 |
| 95. Variateurs pour moteur à courant continu - 2 | 384 |
| 96. Variateurs pour moteur synchrone | 388 |
| 97. Moteur synchrone autopiloté | 392 |
| 98. Variateurs pour moteur synchrone autopiloté | 396 |
| 99. Variateurs pour moteur asynchrone | 400 |
| 100. Moteur asynchrone. Variateur en boucle fermée | 408 |
| 101. Commande vectorielle - 1 | 412 |
| 102. Commande vectorielle - 2 | 416 |
| 103. Transformation de Park | 418 |
| Annexes : Rappels de mécanique : travail, puissance | 422 |
| Système international d'unités (SI) | 425 |
| Index | 429 |

Ce livre s'adresse aux utilisateurs de matériels électriques, techniciens ou non, qui ont besoin de disposer rapidement d'informations théoriques ou pratiques. Il est également destiné à tous ceux qui souhaitent se familiariser avec l'électricité et ses applications industrielles, lecteurs occasionnels ou autodidactes que la lecture d'un manuel scolaire ne motive pas toujours suffisamment. Cet ouvrage peut aussi constituer un aide-mémoire très utile aux étudiants et aux auditeurs de la formation permanente.

La présentation retenue doit permettre un accès facile à l'information recherchée et un apprentissage aisé. En effet, à chaque notion importante correspond un chapitre. Sur quatre pages, le lecteur trouve une loi ou le modèle d'un composant ou une méthode d'étude d'un circuit accompagné d'exemples d'applications et d'exercices avec leurs solutions. Ainsi les difficultés de l'étude sont réparties entre des chapitres courts qui constituent une suite d'étapes simples. Après chacune d'elles les connaissances peuvent être contrôlées et confortées avant de passer à la suivante. Cette démarche qui apporte simultanément progressivité et assurance en soi sera certainement appréciée de tous ceux que l'étude des sciences intéresse.

Le contenu de chaque chapitre reste toujours simple car les auteurs ont choisi de privilégier l'observation et l'exploitation d'expériences plutôt que l'exposé de théories et le recours aux mathématiques. Pour un utilisateur, une bonne compréhension des applications d'une loi est souvent plus importante que les éventuelles équations différentielles qui peuvent lui correspondre. En effet, ces connaissances peuvent suffire pour acquérir une bonne maîtrise de nombreux équipements électriques, ce qui est l'objectif de tout utilisateur, la complexité des systèmes techniques excluant de plus en plus la possibilité d'acquérir les capacités nécessaires pour le dépannage et même parfois la maintenance.

Les auteurs

L'électricité permet de transporter de l'énergie de manière commode. Elle permet aussi de réaliser de multiples transformations d'énergie.

1 Circuit électrique

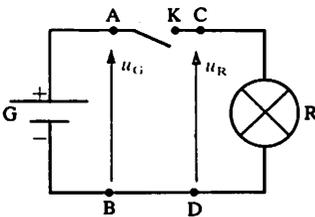


Fig. 1. Schéma d'un circuit électrique élémentaire. G est le générateur ; R est le récepteur.

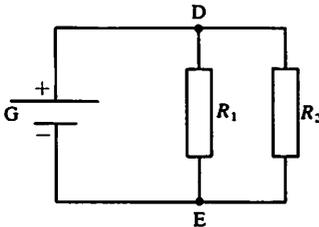


Fig. 2

► Dipôle : appareil électrique comportant deux bornes.

Réalisation d'un circuit électrique

Pour réaliser un circuit électrique il faut au moins (fig. 1) : un générateur, un récepteur (lampe, moteur...), un interrupteur et des fils de liaison. Le générateur et le récepteur possèdent deux bornes chacun : ce sont des dipôles.

Fonctions des éléments d'un circuit

- Le générateur est la source d'énergie.
- Les fils de liaison assurent le transport de l'énergie électrique vers le récepteur.
- Le récepteur convertit l'énergie électrique en exploitant les effets du courant électrique (effets calorifiques, lumineux, magnétiques, chimiques, etc.).

Nœud, branche, maille

- Un nœud est une connexion qui réunit plus de deux dipôles. Sur la figure 2, D et E sont des nœuds.
- Une branche est une portion comprise entre deux nœuds consécutifs. Le circuit de la figure 2 comporte trois branches entre les nœuds D et E.
- Une maille est un chemin fermé : E, G, D, R_1 , E et E, R_1 , D, R_2 , E sont deux mailles du circuit de la figure 2.

2 Intensité du courant électrique

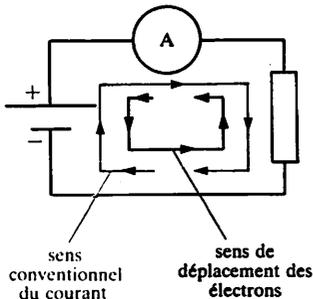


Fig. 3

Nature du courant électrique

Le courant électrique résulte d'un déplacement de particules (voir remarque p. 8) portant une charge électrique.

Dans les métaux, ces porteurs sont des électrons, c'est-à-dire des particules élémentaires portant une charge négative (rappelons que cette particule élémentaire est l'élément de base de tous les nuages électroniques de tous les atomes).

Dans les liquides et les gaz, les porteurs sont des électrons et des ions positifs ou négatifs.

Quantité d'électricité
Unités usuelles
- le coulomb (C)
- l'ampère-heure (Ah)
1 Ah = 3 600 C.



Fig. 4. Ampèremètre analogique et numérique.

Remarque importante : en général, l'intensité du courant est notée i et nous la considérons comme une grandeur algébrique. Tout en respectant cette règle, nous chercherons à travailler, le plus souvent possible, avec des grandeurs positives. Donc, lorsque le sens du courant est connu (ou peut être déduit de l'observation du circuit) nous orienterons chaque branche dans le sens où le courant la parcourt et nous aurons alors : $i > 0$.

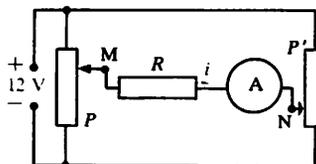


Fig. 5. L'orientation d'une branche permet de définir une intensité algébrique pour le courant dans cette branche.

Sens conventionnel du courant

Par convention, on dit que le courant sort par le pôle positif du générateur. Ce sens conventionnel du courant est opposé au sens réel de déplacement des charges négatives (fig. 3).

Définition de l'intensité du courant

Si le courant est constant et si une quantité q d'électricité traverse une section droite du conducteur en une durée t , l'intensité i du courant est égale à :

$$i = \frac{q}{t} \quad \left\{ \begin{array}{l} i \text{ en ampères (A)} \\ q \text{ en coulombs (C)} \\ t \text{ en secondes (s)} \end{array} \right.$$

Mesure de l'intensité d'un courant

La mesure de l'intensité du courant s'effectue avec un ampèremètre. Il doit être monté en série dans le circuit pour être traversé par le courant à mesurer. L'appareil peut être numérique : la valeur de l'intensité est alors directement affichée.

L'appareil peut être à aiguille : il est dit analogique.

Certains appareils sont à la fois numériques et analogiques (fig. 4).

Si l'ampèremètre est polarisé, le courant doit le traverser dans un sens déterminé (souvent, il doit entrer dans l'appareil par une borne repérée par un signe + ou par la couleur rouge).

Représentation de l'intensité du courant

Dans une branche de circuit, le courant électrique est susceptible de changer de sens si les propriétés du circuit ou si les réglages sont modifiés. Pour indiquer le sens du courant, en même temps que son intensité, on oriente la branche en plaçant une flèche sur un conducteur de cette branche.

On attribue un signe à l'intensité du courant dans la branche : signe + si le courant circule dans le sens de la flèche, signe - si le courant circule dans le sens opposé.

Exemple : la flèche placée sur la branche MN (fig. 5) fixe l'orientation positive choisie et alors : $i = 3 \text{ A}$ indique qu'un courant de 3 A circule de M vers N, $i = -3 \text{ A}$ indique qu'un courant de 3 A circule de N vers M.

L'intensité du courant est une grandeur algébrique.

3 Loi des nœuds

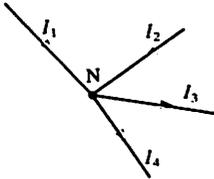


Fig. 6. Les conducteurs réunis en N sont parcourus par des courants dont l'intensité et le sens sont connus :

$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4.$$

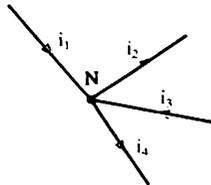


Fig. 7. Les flèches placées sur les conducteurs indiquent les orientations adoptées. En comparant les figures 6 et 7 nous pouvons écrire : $i_1 = I_1$; $i_2 = -I_2$; $i_3 = -I_3$; $i_4 = I_4$ et : $i_1 + i_3 = i_2 + i_4$.

En courant continu, ou lentement variable, il ne peut y avoir accumulation de charges électriques en un point du circuit : la somme des charges électriques arrivant à chaque instant au nœud N est égale à la somme des charges qui s'en éloignent (conservation de l'électricité).

Conséquence : si I_1, I_2, I_3, I_4 désignent les intensités des courants de sens connu (fig. 6) au nœud N, nous avons :

$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4$$

Dans le cas d'intensités algébriques ce résultat conduit à la loi suivante :

La somme algébrique des intensités des courants dans les conducteurs orientés vers un nœud est égale à la somme algébrique des intensités des courants dans les conducteurs orientés à partir du nœud.

Exemple (fig. 7) : $i_1 + i_3 = i_2 + i_4$

4 Remarque : particule portant une charge électrique

La matière est constituée d'atomes.

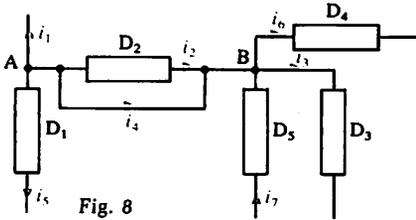
Un atome est formé d'un noyau, chargé positivement, autour duquel gravitent des électrons qui sont des particules élémentaires portant une charge électrique négative (masse d'un électron : $9,1 \cdot 10^{-31}$ kg; charge d'un électron : $-1,6 \cdot 10^{-19}$ C).

Un atome est électriquement neutre. S'il comporte Z électrons, son noyau renferme Z protons qui sont des particules élémentaires chargées positivement (masse d'un proton : $1,67 \cdot 10^{-27}$ kg; charge d'un proton : $+1,6 \cdot 10^{-19}$ C).

Les atomes de certains corps peuvent perdre un ou plusieurs électrons. L'ensemble restant constitue un ion positif.

Dans les conducteurs métalliques d'un circuit électrique, le passage d'un courant résulte d'un déplacement d'électrons devenus « libres ».

- 1 Dans la portion de circuit de la figure 8, calculer les intensités i_1 , i_2 et i_3 sachant que $i_4 = 7 \text{ A}$, $i_5 = 2 \text{ A}$, $i_6 = 3 \text{ A}$, $i_7 = 5 \text{ A}$.



Solution :

-Le dipôle D_2 est en court-circuit :

$$i_2 = 0 \text{ A}$$

-Au nœud A nous avons :

$$i_1 + i_2 + i_4 + i_3 = 0$$

$$\text{soit : } i_1 = -(i_2 + i_4 + i_3) \Rightarrow$$

$$i_1 = -9 \text{ A}$$

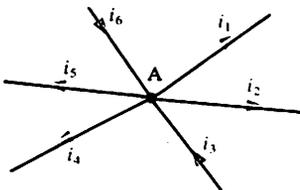
-Au nœud B nous avons :

$$i_2 + i_4 + i_7 = i_6 + i_3$$

$$\text{ou : } i_3 = i_2 + i_4 + i_7 - i_6 \Rightarrow$$

$$i_3 = 9 \text{ A}$$

- 2 Pour le nœud A on mesure (fig. 9) : $i_1 = -3 \text{ A}$; $i_2 = 8 \text{ A}$; $i_3 = 4 \text{ A}$; $i_4 = -5 \text{ A}$; $i_6 = 7 \text{ A}$. Calculer i_5 . Comment placer un ampèremètre pour mesurer i_5 ?



Solution :

Au nœud A, la loi des nœuds peut se traduire par la relation suivante :

$$i_1 + i_2 + i_4 + i_5 = i_3 + i_6$$

$$\text{D'où : } i_5 = i_3 + i_6 - (i_1 + i_2 + i_4)$$

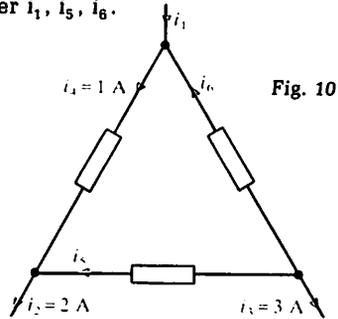
$$\text{soit : } i_5 = [4 + 7 - (-3 + 8 - 5)] \text{ A}$$

$$\Rightarrow i_5 = 11 \text{ A}$$

Pour placer un ampèremètre analogique ou numérique, si nous nous imposons d'obtenir un résultat positif, il faut tenir compte du sens réel du courant dans la branche où il est inséré. Ce sens réel correspond :

- à l'orientation de la branche si l'intensité du courant est positive dans cette branche ;
- au sens contraire de l'orientation de la branche si l'intensité du courant est négative dans cette branche.

- 3 Dans le montage de la figure 10, calculer i_1 , i_5 , i_6 .



Solution :

Nous appliquons la loi des nœuds aux intensités algébriques :

$$\text{- en B : } i_1 + i_6 = i_4 \quad (1)$$

$$\text{- en C : } i_4 + i_5 = i_2 \quad (2)$$

$$\text{- en D : } i_3 + i_5 + i_6 = 0 \quad (3)$$

En C, deux intensités sont connues, nous pouvons calculer la troisième :

$$i_5 = i_2 - i_4 \Rightarrow i_5 = (2 - 1) \text{ A} \Rightarrow i_5 = 1 \text{ A}$$

La relation (3) permet maintenant le calcul de i_6 :

$$i_6 = -(i_3 + i_5) \Rightarrow i_6 = -(3 + 1) \text{ A}$$

$$\Rightarrow i_6 = -4 \text{ A}$$

Dans la branche BD, le courant circule de B vers D.

Nous utilisons la relation (1) pour déterminer i_1 :

$$i_1 = i_4 - i_6 \Rightarrow i_1 = [1 - (-4)] \text{ A}$$

$$\Rightarrow i_1 = 5 \text{ A}$$

1 Différence de potentiel (d.d.p.) ou tension

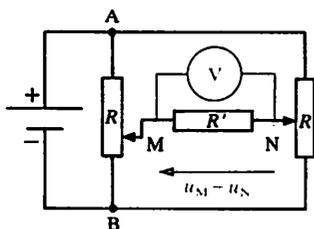


Fig. 1. Mesure d'une tension à l'aide d'un voltmètre et représentation symbolique de cette tension au moyen d'une flèche.

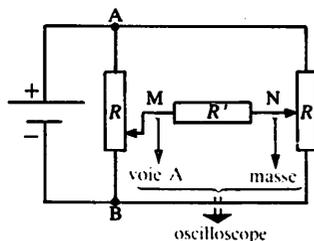


Fig. 2. Mesure de la tension u_{MN} au moyen d'un oscilloscope.

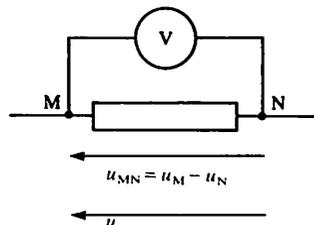


Fig. 3. Trois notations possibles pour la tension u_{MN} .

Définition

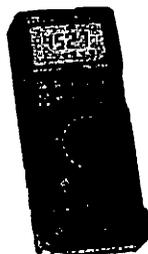
La différence de potentiel, ou tension, entre deux points M et N est la valeur indiquée par un voltmètre supposé parfaitement exact, branché entre les points M et N (fig. 1).

Une d.d.p. s'exprime en volts (symbole : V).

La mesure d'une tension peut être réalisée à l'aide d'un voltmètre (numérique ou analogique) ou d'un oscilloscope (fig. 2).

Multimètre numérique et analogique. Il est notamment utilisable en voltmètre pour tensions continues et pour tensions alternatives.

Pour la partie analogique, au lieu d'une aiguille pivotant devant une échelle (comme figure 4, page 5), l'appareil est équipé d'un dispositif à cristaux liquides appelé barographe. Il se trouve placé à la partie inférieure de la fenêtre d'affichage. La zone visible (elle apparaît de couleur sombre) a une longueur proportionnelle à la valeur affichée.



Notation d'une d.d.p.

- Dans le montage de la figure 1 la borne \oplus du voltmètre numérique est reliée au point M et l'autre borne au point N. Si l'appareil indique + 6,55 V, nous notons que la d.d.p. entre M et N est :

$$u_M - u_N = +6,55 \text{ V} \quad \text{ou} : \quad u_{MN} = +6,55 \text{ V}$$

Nous représentons cette d.d.p. par une flèche dont la pointe est en M (c'est-à-dire du côté de la première lettre en indice) et l'autre extrémité en N.

Si nous relions la borne \oplus du voltmètre au point N et l'autre borne au point M, l'appareil affiche alors - 6,55 V et nous notons :

$$u_N - u_M = -6,55 \text{ V} \quad \text{ou} : \quad u_{NM} = -6,55 \text{ V}$$

La tension est une grandeur algébrique.

- Autre notation (fig. 3) : la tension est représentée par une lettre sans indice, par exemple u , et on lui associe une flèche-tension sur un schéma (il est indispensable de répéter la lettre à côté de la flèche-tension). Une lettre u à côté d'une flèche-tension dont la pointe est en M et le talon en N signifie $u = u_{MN}$.

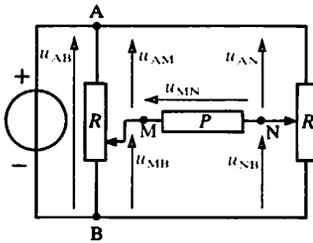


Fig. 4. Additivité des tensions. Exemple des valeurs relevées pour des positions déterminées de M et N :

$u_{AB} = 12,00 \text{ V}$; $u_{AM} = 8,00 \text{ V}$;
 $u_{AN} = 2,55 \text{ V}$; $u_{MB} = 4,00 \text{ V}$;
 $u_{NB} = 9,45 \text{ V}$; $u_{MN} = -5,45 \text{ V}$.

Potentiel de référence

Sur le montage de la figure 4, nous pouvons mesurer les tensions $(u_M - u_B)$, $(u_A - u_B)$, $(u_N - u_B)$, etc., c'est-à-dire toute tension entre un point quelconque et le point B pris comme référence. Sur le plan de l'écriture des résultats, nous pouvons poser $u_B = 0 \text{ volt}$ et considérer u_M , u_A , u_N , u_B comme des grandeurs physiques (ce choix sera justifié ultérieurement). Ces grandeurs sont appelées des potentiels.

u_B est le potentiel de référence pour le montage. L'écriture peut alors être simplifiée :

$$u_M - u_B = 4,00 \text{ V} \text{ devient alors : } u_M = 4,00 \text{ V}$$

Souvent la terre est prise comme référence de potentiel.

Dans de nombreux dispositifs le potentiel de référence est celui de la carcasse métallique qui sert de support (elle est appelée la masse).

2 Loi des mailles

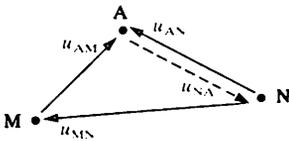


Fig. 5. A, M et N sont trois nœuds d'un montage électrique qui n'est pas représenté.

Étude expérimentale

Sur le dispositif expérimental précédent (fig. 4), nous mesurons successivement : u_{AB} , u_{AM} , u_{AN} , u_{MB} , u_{NB} , u_{MN} . Nous pouvons ensuite vérifier les relations suivantes :

$$u_{AB} = u_{AM} + u_{MB} = u_{AN} + u_{NB}$$

$$u_{AN} = u_{AM} + u_{MN}$$

$$u_{MB} = u_{MN} + u_{NB}$$

Loi d'additivité des tensions

Ces résultats peuvent être généralisés, et avec trois nœuds A, M, N quelconques (fig. 5) d'un montage électrique nous pouvons écrire :

$$u_{AM} + u_{MN} = u_{AN}$$

C'est la loi des branches.

Comme : $u_{NA} = -u_{AN}$, nous pouvons aussi écrire :

$$u_{AM} + u_{MN} - u_{AN} = 0 \text{ ou : } u_{AM} + u_{MN} + u_{NA} = 0$$

C'est la loi des mailles.

Loi des branches

La tension entre deux points A et N d'un circuit est égale à la somme des tensions qui peuvent être relevées entre les extrémités de branches reliant A à N. Ces tensions sont affectées d'un signe qui est déterminé en supposant qu'un observateur

Les fils de liaison d'un circuit électrique sont assimilés à des conducteurs parfaits. La tension entre les extrémités d'un fil parcouru par un courant est considérée comme nulle.

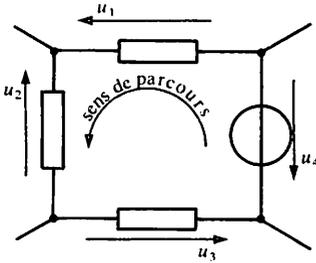


Fig. 6. Application de la loi des mailles. Compte tenu du sens de parcours choisi nous écrirons :
 $- u_1 + u_2 - u_3 + u_4 = 0$

parcourt les différentes branches considérées en allant de A vers N. Ainsi, à une tension u on affecte :

- le signe + si la flèche-tension qui lui correspond est rencontrée par la pointe ;
- le signe - si la flèche-tension qui lui correspond est rencontrée par le talon.

Règle d'écriture de la loi des mailles

On place une flèche-tension arbitraire à côté de chacun des éléments de la maille (fig. 6).

On choisit un sens de parcours arbitraire pour la maille.

On décrit la maille dans le sens choisi et on écrit que la somme algébrique des tensions est nulle en respectant la convention suivante :

- si la flèche-tension est rencontrée par la pointe, la tension est affectée du signe + ;
- si la flèche-tension est rencontrée par le talon, la tension est affectée du signe -.

3 Utilisation d'un oscilloscope

La tension à mesurer (ou à visualiser) doit être appliquée entre l'entrée A et la masse (voie 1) ou entre l'entrée B et la masse (voie 2).

En l'absence de tension sur ces voies, les réglages permettent d'obtenir une trace lumineuse rectiligne que l'on place suivant l'axe médian horizontal de l'écran (fig. 7).

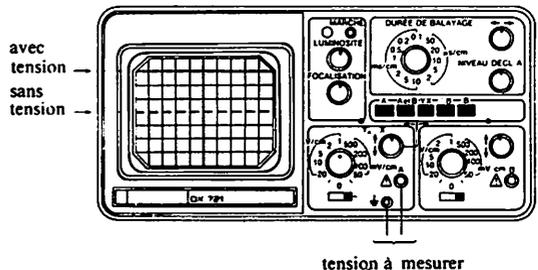
En appliquant une tension continue sur la voie 1, on provoque un déplacement vertical y de la trace lumineuse.

La tension u_{AM} inconnue est égale au produit de y par le calibre c choisi pour la voie 1 :

$$u_{AM} = y \cdot c$$

Fig. 7. La trace horizontale s'est déplacée de 3 divisions dans le sens vertical, vers le haut de l'écran. Sur cet écran, chaque division correspond à une longueur de 1 cm. Le calibre choisi, 1 V/cm, se lit en face de l'index porté par le bouton placé en bas et à gauche, dans le cadre regroupant les boutons de la voie 1. Dans l'exemple observé nous avons : $y = 3$ cm et $c = 1$ V/cm. Donc :

$$u_{AM} = 3 \text{ V}$$



- 1 Dans le montage de la figure 8, on a mesuré : $u_{DA} = 10 \text{ V}$, $u_{AC} = 20 \text{ V}$ et $u_{BF} = 5 \text{ V}$. En prenant le point D pour référence des potentiels, calculer les potentiels des points A, B, C, E et F (l'ordre n'est pas imposé).

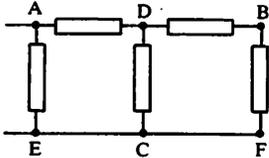


Fig. 8

Solution :

$$u_{DA} = u_D - u_A \Rightarrow u_A = u_D - u_{DA} \Rightarrow \boxed{u_A = -10 \text{ V}}$$

$$u_{AC} = u_A - u_C \Rightarrow u_C = u_A - u_{AC} \Rightarrow \boxed{u_C = -30 \text{ V}}$$

$$u_{EC} = 0 \Rightarrow u_E = u_C \Rightarrow \boxed{u_E = -30 \text{ V}}$$

$$u_{CF} = 0 \Rightarrow u_F = u_C \Rightarrow \boxed{u_F = -30 \text{ V}}$$

$$u_{BF} = u_B - u_F \Rightarrow u_B = u_{BF} + u_F \Rightarrow \boxed{u_B = -25 \text{ V}}$$

- 2 Pour le circuit de la figure 9 on donne : $u_1 = 20 \text{ V}$, $u_2 = 5 \text{ V}$ et $u_4 = -8 \text{ V}$. Calculer toutes les autres tensions fléchées sur la figure.

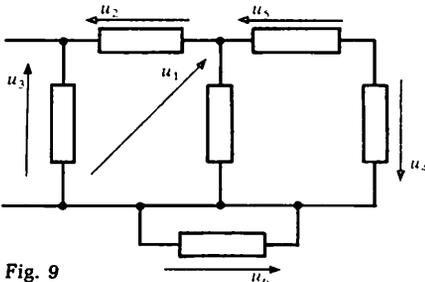


Fig. 9

Solution :

Calcul de u_3

$$u_3 = u_1 + u_2 \Rightarrow u_3 = (20 + 5) \text{ V} \Rightarrow \boxed{u_3 = 25 \text{ V}}$$

Calcul de u_1

$$u_5 = u_4 + u_1 \Rightarrow u_5 = (-8 + 20) \text{ V} \Rightarrow \boxed{u_5 = 12 \text{ V}}$$

Calcul de u_6

u_6 est la tension entre deux points réunis par un fil : $\boxed{u_6 = 0 \text{ V}}$

- 3 Pour la branche AB (fig. 10) on relève : $u = 20 \text{ V}$ et $u_2 = 5 \text{ V}$. Quelle est la valeur de u_1 ?

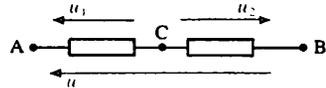


Fig. 10

Solution :

Appliquons la loi d'additivité des tensions.

Nous obtenons :

$$u = u_1 - u_2$$

$$\text{D'où : } u_1 = u + u_2$$

$$\text{soit : } u_1 = (20 + 5) \text{ V} \Rightarrow \boxed{u_1 = 25 \text{ V}}$$

Variante

On peut préférer appliquer la loi des branches avec les notations des tensions comportant des lettres en indice. La correspondance est la suivante :

$$u = u_{AB}; u_1 = u_{AC}; u_2 = u_{BC}$$

Nous cherchons u_{AC} . Nous écrivons :

$$u_{AC} = u_{AB} + u_{BC}$$

(Les indices se succèdent dans le même ordre que les lettres dans une relation de Chasles écrite pour des segments orientés d'un même axe : $AC = \overline{AB} + \overline{BC}$.)

$$\text{D'où : } u_{AC} = u + u_2$$

1 Résistance ou dipôle résistif

► Caractéristique d'un dipôle

Pour connaître le fonctionnement d'un dipôle on relève une courbe qui indique quelle est l'intensité i du courant dans le dipôle pour chaque valeur de la tension u appliquée entre ses deux bornes.

On trace soit la courbe $u(i)$ (lire u fonction de i) soit la courbe $i(u)$.

Cette courbe est appelée la caractéristique $u(i)$ ou $i(u)$ du dipôle.

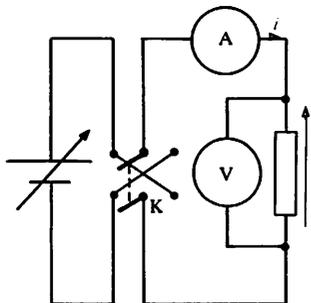


Fig. 1. Montage permettant de relever la caractéristique $u(i)$ d'une résistance. On inverse le courant dans le dipôle au moyen de K.

2 Loi d'Ohm

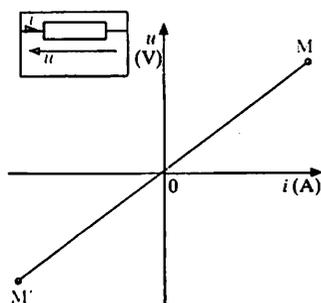


Fig. 2. Caractéristique courant-tension d'une résistance linéaire avec limitations en M et M'.

Une classification sommaire des matériaux, en tenant compte de leurs propriétés électriques, conduit à distinguer les conducteurs et les isolants. Les premiers peuvent être traversés plus ou moins aisément par un courant électrique. Les seconds s'opposent plus ou moins efficacement au passage de tout courant électrique. Nous verrons qu'une troisième catégorie de matériaux a été placée entre les deux précédentes : ce sont les *semiconducteurs* dont les propriétés sont exploitées en électronique essentiellement.

Le chapitre qui suit concerne des dispositifs divers réalisés en matériaux conducteurs. Pour être placés dans un circuit ils sont pourvus de deux bornes et sont appelés résistances ou dipôles résistifs.

Une résistance est un *dipôle* :

- passif : il ne peut pas fournir d'énergie,
- symétrique : il n'est pas polarisé.

La caractéristique courant-tension d'une résistance passe par l'origine des axes O et est symétrique par rapport à ce point. Rappelons qu'elle doit être relevée (fig. 1) en maintenant constante la température.

La caractéristique $u(i)$ relevée à température constante montre que la tension u est proportionnelle à l'intensité i du courant :

$$\frac{u}{i} = R = \text{constante}$$

Le coefficient de proportionnalité R est la *résistance du dipôle*.

Si l'intensité du courant qui parcourt la résistance est i , la tension entre les bornes du dipôle est :

$$(1) \quad \boxed{u = Ri} \quad \begin{cases} u \text{ en volts} & (\text{V}) \\ i \text{ en ampères} & (\text{A}) \\ R \text{ en ohms} & (\Omega) \end{cases}$$

Le passage du courant dans une résistance s'accompagne d'un effet thermique (ex. : radiateur électrique). De ce fait, le domaine d'utilisation du

composant est limité par la puissance qu'il peut dissiper. Si le point de fonctionnement ne se trouve pas entre M et M' (fig. 2), l'énergie thermique produite n'est pas entièrement évacuée, la température croît rapidement et cela entraîne, le plus souvent, la destruction du composant.

Résistance. Dans le langage usuel le mot résistance désigne à la fois le composant et sa mesure en ohms.

Conductance. La conductance G d'un dipôle résistif est l'inverse de sa résistance :

$$\boxed{G = \frac{1}{R}} \quad \left\{ \begin{array}{l} G \text{ en siemens (S)} \\ R \text{ en ohms } (\Omega) \end{array} \right.$$

3 Puissance

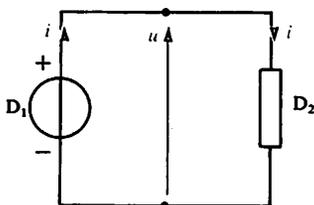


Fig. 3. D_1 est le dipôle générateur qui alimente le dipôle récepteur D_2 .

► Les résistances linéaires sont les plus utilisées. En l'absence de précision, le terme résistance doit être compris comme résistance linéaire.

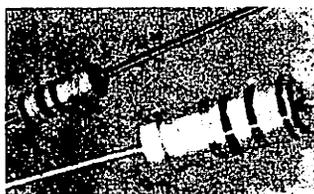


Fig. 4. Deux résistances de même valeur mais prévues pour dissiper des puissances différentes.

Conventions

Le dipôle D_1 (fig. 3) est un générateur qui alimente le dipôle récepteur D_2 .

Pour le dipôle D_1 , la flèche-tension u et la flèche orientant le conducteur ont le même sens, c'est la convention générateur.

Pour le dipôle D_2 , les flèches pour u et i ont des sens contraires, c'est la convention récepteur.

Le générateur D_1 fournit un courant d'intensité i , constante et positive; la tension u est également constante et positive. La puissance que le générateur fournit au récepteur est égale à :

$$(2) \quad \boxed{P = ui} \quad \left\{ \begin{array}{l} P \text{ en watts (W)} \\ u \text{ en volts (V)} \\ i \text{ en ampères (A)} \end{array} \right.$$

P représente aussi la puissance absorbée par le récepteur.

Puissance dissipée dans une résistance linéaire

Avec la convention récepteur, un dipôle passif auquel est appliquée la tension u et qui est parcouru par un courant d'intensité i reçoit une puissance électrique :

$$(3) \quad P = ui$$

Pour une résistance en régime permanent (température de fonctionnement constante), cette puissance reçue est transformée entièrement en chaleur (fig. 4). C'est l'effet Joule. Pour cette raison, nous noterons souvent P_i la puissance reçue et dissipée par une résistance.

Application. Si une résistance R peut dissiper une puissance P_{\max} , nous pouvons calculer :

- l'intensité maximale du courant qui peut la traverser :

$$i_{\max} = \sqrt{\frac{P_{\max}}{R}}$$

- la tension u_{\max} qu'on peut lui appliquer :

$$u_{\max} = Ri_{\max} = \sqrt{P_{\max}R}$$

Ainsi, pour une résistance 100Ω , 8 W nous obtenons :

$$i_{\max} = \sqrt{\frac{8}{100}} = 0,28 \text{ A};$$

$$u_{\max} = 0,28 \times 100 = 28 \text{ V}.$$

Ce sont les limites du domaine d'utilisation.

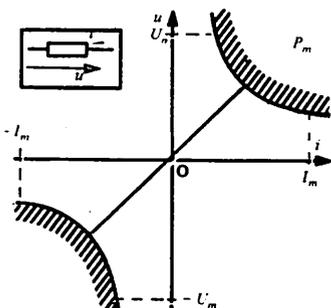


Fig. 5. Caractéristique avec la limitation en puissance pour le dipôle.

Dans le cas d'une résistance linéaire, les relations (1) et (3) entraînent la double égalité :

$$P_j = Ri^2 = \frac{u^2}{R} \quad \left\{ \begin{array}{l} P_j \text{ en watts (W)} \\ R \text{ en ohms } (\Omega) \\ u \text{ en volts (V)} \end{array} \right.$$

Cette double égalité n'est donc vraie que si la loi d'Ohm est vérifiée et vice versa. Elle est équivalente à la loi d'Ohm.

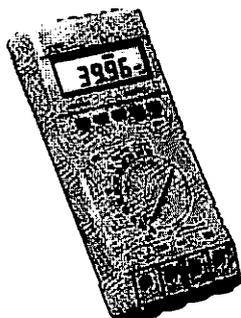
Limitations du fonctionnement statique

En courant continu (fonctionnement statique), l'état électrique d'un dipôle est entièrement connu quand sont fixées la valeur u de la tension entre ses bornes et la valeur i de l'intensité du courant qui le traverse. Par exemple (fig. 5), si $u = U_0$, $i = I_0$, le couple (U_0, I_0) appartient nécessairement à la caractéristique du dipôle.

Pour que cet état électrique puisse être maintenu sans risque de détérioration, certaines conditions doivent être respectées et le constructeur indique au moins l'une des caractéristiques suivantes (fig. 5) :

- la tension maximale U_m qui peut être appliquée au dipôle;
- l'intensité maximale I_m du courant admissible dans celui-ci;
- la puissance P_m que le dipôle récepteur peut absorber ou celle que le dipôle générateur peut fournir.

4 Mesure



La mesure directe d'une résistance se fait à l'aide d'un ohmmètre.

Une mesure indirecte très utilisée est la méthode voltampèremétrique (fig. 6). On mesure u et i et on calcule la valeur de R : $R = \frac{u}{i}$.

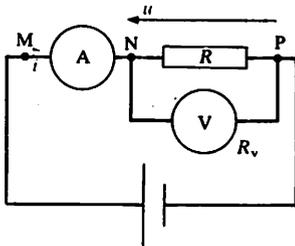


Fig. 6. Montage pour la mesure d'une résistance (montage dit courte dérivation car le voltmètre est placé directement aux bornes de la résistance)

$$R \approx \frac{u}{i}$$

- 1 Quelle tension maximale une résistance marquée 100 Ω-25 W peut-elle supporter ? Quelle est alors l'intensité du courant qui la traverse ?

Solution :

Une résistance R , alimentée sous une tension u , dissipe sous forme de chaleur une puissance P_j

$$P_j = \frac{u^2}{R} \rightarrow u = \sqrt{P_j \cdot R}$$

$$u = \sqrt{25 \times 100} \text{ V} \quad \Rightarrow \quad \boxed{u = 50 \text{ V}}$$

Dans ces conditions, elle est traversée par un courant d'intensité :

$$i = \frac{u}{R} \Rightarrow i = \frac{50}{100} \text{ A} \quad \Rightarrow \quad \boxed{i = 0,50 \text{ A}}$$

- 2 Un rhéostat porte les indications suivantes : 150 Ω-3 A. Calculer :

- la puissance maximale qu'il peut recevoir,
- la tension maximale applicable entre ses bornes.

Solution :

1. Puissance maximale

La puissance maximale P_m que peut recevoir le rhéostat est égale à celle qu'il dissipe lorsqu'il est traversé par un courant constant d'intensité $i_m = 3 \text{ A}$. D'où :

$$P_m = Ri_m^2$$

$$P_m = (150 \times 3^2) \text{ W} \Rightarrow \quad \boxed{P_m = 1,35 \text{ kW}}$$

2. Tension maximale

Dans ces conditions, la tension u_m entre ses bornes est égale à :

$$u_m = Ri_m$$

$$\text{soit : } u_m = (150 \times 3) \text{ V} \Rightarrow \quad \boxed{u_m = 450 \text{ V}}$$

- 3 On réalise le montage de la figure 6.

1. Trouver une relation entre i , u , R et la résistance R_v du voltmètre.

2. On pose $R_m = \frac{u}{i}$.

- a) Exprimer R en fonction de R_m et R_v .
b) A quelle condition peut-on écrire $R \approx R_m$?

Solution :

1. Relation entre u , i , R et R_v

Appelons i_R l'intensité du courant traversant la résistance R .

L'intensité du courant traversant le voltmètre est égale à $(i - i_R)$.

D'où : $u = Ri_R$ et : $u = R_v(i - i_R)$

$$\text{soit : } i_R = \frac{u}{R} \quad \text{et : } u = R_v \left(i - \frac{u}{R} \right)$$

$$\text{soit encore : } \boxed{R_v i = u \left(1 + \frac{R_v}{R} \right)}$$

2. Expression de R

a) L'expression précédente peut aussi s'écrire sous la forme suivante :

$$1 + \frac{R_v}{R} = \frac{R_v}{R_m} \Rightarrow \frac{R_v}{R} = \frac{R_v}{R_m} - 1$$

$$\Rightarrow \frac{R}{R_v} = \frac{1}{\frac{R_v}{R_m} - 1} \Rightarrow R = \frac{R_v}{\frac{R_v}{R_m} - 1}$$

Multiplions le numérateur et le dénominateur du second membre par $\frac{R_m}{R_v}$, nous trouvons :

$$\boxed{R = \frac{R_m}{1 - \frac{R_m}{R_v}}}$$

b) $R \approx R_m$ si le dénominateur de l'expression donnant R est sensiblement égal à 1, c'est-à-dire si l'inégalité suivante est vérifiée :

$$\boxed{\frac{R_m}{R_v} \ll 1}$$

Avec un voltmètre de résistance R_v égale à 10 kΩ, cette méthode de mesure est satisfaisante pour des résistances inférieures à 0,1 kΩ (l'erreur relative due à la méthode est inférieure à 1 %).

1 Classement des résistances

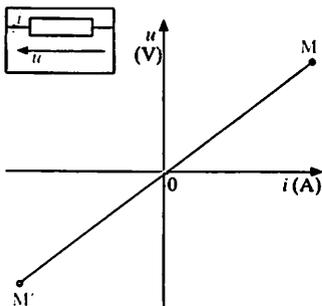
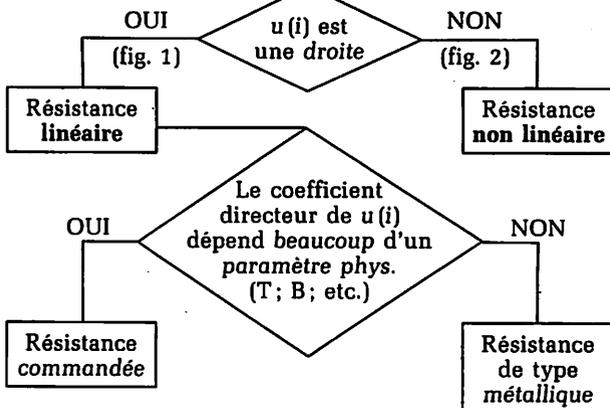


Fig. 1. Caractéristique d'une résistance linéaire. C'est la caractéristique d'une résistance analogue à celle qui a été étudiée au chapitre 3.

Le classement est réalisé en tenant compte de la forme de la caractéristique $u(i)$ comme l'indique l'organigramme suivant :



2 Résistance non linéaire. Varistance

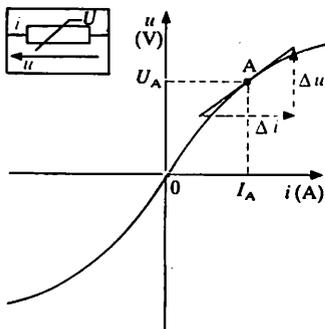


Fig. 2. Caractéristique d'une résistance dépendant de la tension (appelée souvent VDR, de l'anglais voltage dependant resistor).

- Pour des conditions de fonctionnement fixées (point de fonctionnement en A sur la figure 2) la varistance présente une résistance déterminée :

$$(R_S)_A = \frac{U_A}{I_A} \begin{cases} U_A \text{ en volts (V)} \\ I_A \text{ en ampères (A)} \\ R_S \text{ en ohms } (\Omega) \end{cases}$$

C'est la résistance statique pour la tension U_A . Elle est liée au coefficient directeur de OA. La valeur de la résistance statique diminue quand la tension augmente.

- Pour un fonctionnement autour du point A (tension u variant autour de U_A), on peut considérer que le point de fonctionnement se déplace sur une portion de la caractéristique $u(i)$ qui est confondue sensiblement avec la tangente à la courbe en A. On définit alors la résistance dynamique en A :

$$r_A = \frac{\Delta u}{\Delta i}$$

La valeur de r_A est liée au coefficient directeur de la tangente en A à la caractéristique $u(i)$.

3 Résistances commandées

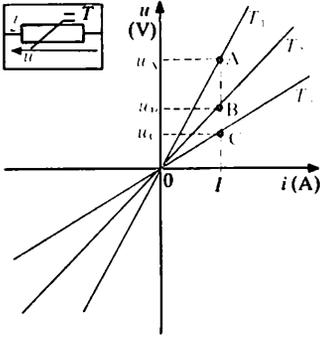
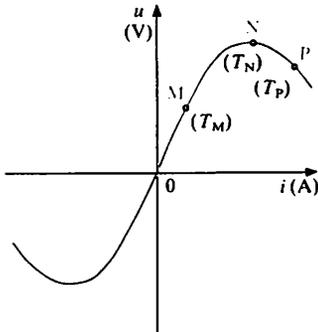


Fig. 3. Thermistance. Caractéristique et symbole.



Exemple : thermistance à coefficient de température négatif (C.T.N.)

La caractéristique $u(i)$ peut être relevée à température constante pour différentes températures : $T_1 < T_2 < T_3$ (fig. 3). Pour chaque température il faut opérer très rapidement afin d'éviter que l'échauffement du composant ne perturbe les mesures.

A température constante T , la thermistance à C.T.N. présente une résistance R_T (résistance statique). La valeur de R_T diminue beaucoup quand la température augmente :

$$R_A > R_B > R_C$$

Relevée à température ambiante constante, la caractéristique $u(i)$ n'est plus linéaire (fig. 4). En effet, le passage du courant chauffe la thermistance : sa température augmente progressivement ($T_P > T_N > T_M$). Dans ce cas il faut opérer lentement et, pour chaque mesure, attendre que l'équilibre thermique soit atteint.

Fig. 4. Caractéristique d'une thermistance à C.T.N. à température ambiante constante (mêmes conventions pour u et i que celles de la figure 3).

4 Résistivité. Conductivité

Exemples de résistivité

| Métal | Résistivité (Ωm) |
|-----------|----------------------------------|
| argent | $1,5 \cdot 10^{-8}$ |
| cuiivre | $1,6 \cdot 10^{-8}$ |
| aluminium | $2,6 \cdot 10^{-8}$ |
| tungstène | $5 \cdot 10^{-8}$ |
| fer | $8,5 \cdot 10^{-8}$ |

Résistance d'un conducteur filiforme homogène

A température constante, la résistance électrique d'un conducteur filiforme et homogène est :

- proportionnelle à la longueur l du conducteur,
- inversement proportionnelle à la section S de celui-ci.

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} R \text{ en ohms} & (\Omega) \\ \rho \text{ en ohms-mètres} & (\Omega\text{m}) \\ l \text{ en mètres} & (\text{m}) \\ S \text{ en mètres carrés} & (\text{m}^2) \end{array} \right.$$

Résistivité

ρ est la résistivité du matériau ; elle s'exprime en ohms-mètres (symbole : Ωm).

Calcul de la conductivité et de la conductance d'un fil de longueur $l = 0,8$ m, de diamètre $d = 1$ mm, de résistivité $\rho = 3 \cdot 10^{-8}$ m.
 Conductivité :

$$\gamma = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{3 \cdot 10^{-8}} \approx 33,3 \cdot 10^6 \text{ S/m.}$$

$$\text{Conductance : } G = \gamma \cdot \frac{S}{l}$$

$$G = \frac{3,14 \times \left(\frac{10^{-3}}{2}\right)^2}{3 \cdot 10^{-8} \times 0,8} = 32,7 \text{ S}$$

Sondes de température. La variation de la résistivité avec la température est exploitée pour réaliser des sondes de température très précises. On peut mesurer des écarts de température de 10^{-3} °C dans l'intervalle de températures $[-250$ °C, 400 °C].

Conductivité

La conductivité est l'inverse de la résistivité :

$$\gamma = \frac{1}{\rho} \quad \left\{ \begin{array}{l} \gamma \text{ en siemens par mètre (S/m)} \\ \rho \text{ en ohms-mètres } (\Omega\text{m}) \end{array} \right.$$

γ est exprimée en siemens par mètre (symbole : S/m).

Conductance

La conductance du conducteur peut s'écrire :

$$G = \gamma \frac{S}{l} \quad \left\{ \begin{array}{l} G \text{ en siemens (S)} \\ \gamma \text{ en siemens par mètre (S/m)} \\ S \text{ en mètres carrés (m}^2\text{)} \\ l \text{ en mètres (m)} \end{array} \right.$$

Variation de la résistivité avec la température

- Pour les métaux et les alliages, la résistivité est fonction de la température.

Les valeurs ρ_0 et ρ_θ de la résistivité d'un métal, respectivement à 0 °C et θ °C, sont liées par la relation :

$$\rho_\theta = \rho_0 (1 + a\theta)$$

a est le coefficient de température. Il s'exprime en degrés Celsius à la puissance moins un (symbole : °C⁻¹).

Pour les métaux, a est sensiblement égal à $(1/250)$ °C⁻¹.

La résistivité ρ_0 dépend de la nature du matériau.

Par exemple :

- pour le cuivre : $\rho_0 = 1,6 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$;
- pour l'aluminium : $\rho_0 = 2,8 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$.

-Supraconductivité

En deçà d'une température très basse (moins de 80 kelvins), la résistivité de certains corps devient nulle (fig. 5). Dans ces conditions, les conducteurs peuvent être traversés par des courants très intenses sans produire ni chute de tension, ni pertes calorifiques. On exploite cette propriété pour engendrer des champs magnétiques très intenses (35 teslas) en faisant circuler de forts courants dans des bobines supraconductrices.

Applications des résistances

- Chauffage électrique à résistances : les éléments métalliques résistants utilisés sont conçus pour fonctionner à des températures élevées.
- En électronique on utilise des résistances de faible puissance pour la réalisation des divers circuits.

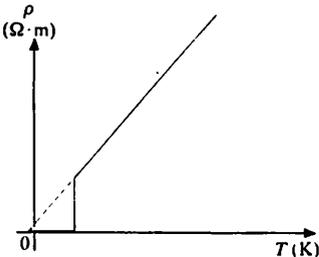


Fig. 5. Supraconductivité. Exemples de corps supraconducteurs : le plomb au-dessous de $7,2$ K (-266 °C), l'aluminium au-dessous de $1,1$ K (-272 °C).

- 1 On veut tracer la caractéristique $u(i)$ d'une thermistance. Lors du relevé de mesures, on obtient les valeurs suivantes :

| | | | | | | | | | |
|----------|---|------|-----|-----|------|-----|-----|-----|-----|
| i (mA) | 0 | 12,5 | 25 | 50 | 62,5 | 75 | 100 | 125 | 150 |
| u (V) | 0 | 3,6 | 5,8 | 7,6 | 7,9 | 7,8 | 7,5 | 6,9 | 6,2 |

Tracer cette caractéristique $u(i)$. Que remarque-t-on ?

Solution :

La caractéristique $u(i)$ est représentée par une courbe présentant un maximum de coordonnées :

$$I_C = 62,5 \text{ mA et } U_C = 7,9 \text{ V.}$$

- 2 Une bobine est constituée de 1000 spires circulaires (diamètre moyen $D = 12 \text{ cm}$) en fil de cuivre de diamètre $d = 0,4 \text{ mm}$. Caractéristiques du cuivre : résistivité à 0°C : $1,6 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$; coefficient de température : $4 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. La dilatation du fil sera négligée. Calculer sa résistance : à 0°C et à 100°C .

Solution :

1. Résistance à 0°C

La résistance d'un conducteur homogène, filiforme, de longueur l ($l = n\pi D$), de section s ($s = \pi d^2/4$) et de résistivité ρ est :

$$R = \rho \frac{l}{s}$$

A 0°C : $R = R_0$

$$R_0 = 1,6 \cdot 10^{-8} \times \frac{1000 \times 3,14 \times 0,12}{3,14 \times (2 \cdot 10^{-4})^2} \Omega$$

$$\Rightarrow \boxed{R_0 = 48 \Omega}$$

2. Résistance à 100°C

A 100°C , la résistivité du cuivre est égale à :

$$\rho_{100} = \rho_0 (1 + \alpha \times 100)$$

Puisque la dilatation est négligée, la longueur et la section du fil sont encore l et s . D'où :

$$R = R_0 (1 + \alpha \theta)$$

$$R = [48 (1 + 4 \cdot 10^{-3} \times 100)]$$

$$\Rightarrow \boxed{R = 67,2 \Omega}$$

- 3 La mesure de la résistance des enroulements d'une machine à courant continu a donné à 20°C : $R = 0,50 \Omega$. Calculer la résistance R' des enroulements de cette machine lorsque la température est 80°C . Le coefficient de température du cuivre est égal à $4 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

Solution :

Appelons ρ_{20} et ρ_{80} la résistivité du cuivre respectivement à 20°C et à 80°C .

A 20°C , la résistance R du fil de cuivre constituant l'enroulement est :

$$R = \rho_{20} \frac{l}{s} \quad (l \text{ longueur du fil de section } s).$$

A 80°C , la résistance de ce fil est :

$$R' = \rho_{80} \frac{l}{s} \quad (\text{en général le rapport } \frac{l}{s} \text{ est supposé constant}).$$

$$\text{D'où : } \frac{R'}{R} = \frac{\rho_{80}}{\rho_{20}}$$

$$\text{ou encore : } R' = R \frac{\rho_{80}}{\rho_{20}}$$

Or la résistivité à la température θ est donnée par la relation :

$$\rho_\theta = \rho_0 (1 + \alpha \theta) \text{ avec : } \alpha = 4 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$$

$$\text{Donc : } R' = R \frac{\rho_0 (1 + 80\alpha)}{\rho_0 (1 + 20\alpha)}$$

$$\text{D'où : } R' = R \frac{1 + 80\alpha}{1 + 20\alpha}$$

$$R' = \left(0,5 \frac{1 + 80 \times 4 \cdot 10^{-3}}{1 + 20 \times 4 \cdot 10^{-3}} \right) \Omega$$

$$\Rightarrow \boxed{R' = 0,61 \Omega}$$

1 Dipôle équivalent

Le dipôle équivalant à un ensemble de dipôles est le dipôle unique qui aurait exactement la même caractéristique $u(i)$ que l'ensemble considéré.

2 Association en série

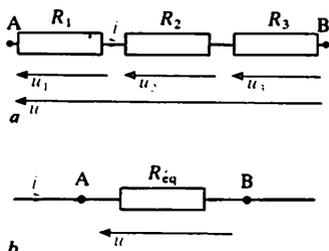


Fig. 1. Association de trois résistances en série (a) et dipôle équivalent (b).

► Moyen mnémotechnique : en série les résistances s'ajoutent.

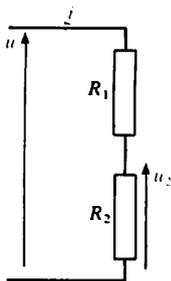


Fig. 2. Diviseur de tension.

Entre A et B sont placées trois résistances en série (fig. 1) : elles sont traversées par le même courant d'intensité i . Nous pouvons écrire :

$$u = u_1 + u_2 + u_3 = R_1 i + R_2 i + R_3 i$$

soit :

$$u = (R_1 + R_2 + R_3)i$$

Le dipôle équivalant à cet ensemble présente une résistance $R_{\text{éq}}$ telle que :

$$u = R_{\text{éq}} \cdot i$$

Donc :

$$R_{\text{éq}} = R_1 + R_2 + R_3$$

Application : diviseur de tension

Deux résistances R_1 et R_2 en série sont alimentées sous une tension u (fig. 2). Calculons la tension u_2 aux bornes de R_2 .

$$u = (R_1 + R_2)i$$

$$u_2 = R_2 i$$

D'où :

$$u_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u$$

La tension u_2 n'est qu'une fraction de la tension u (d'où le nom du montage).

Exemple d'application : sonde atténuatrice d'oscilloscope. C'est une résistance additionnelle (R_1) que l'on place en série avec la résistance d'entrée (R_2) de l'oscilloscope. Si $R_1 = 9 \text{ M}\Omega$ et $R_2 = 1 \text{ M}\Omega$ alors $u_2 = u/10$. La tension appliquée à l'entrée de l'oscilloscope n'est que le dixième de la tension u . Dans ces conditions une telle sonde permet donc de multiplier le calibre de l'oscilloscope par un facteur 10.

3 Association en parallèle

Entre A et B sont associées trois résistances R_1 , R_2 , R_3 alimentées sous la même tension u (fig. 3).

► Moyen mnémotechnique : en parallèle, les conductances s'ajoutent.

$$i = i_1 + i_2 + i_3 = \frac{u}{R_1} + \frac{u}{R_2} + \frac{u}{R_3}$$

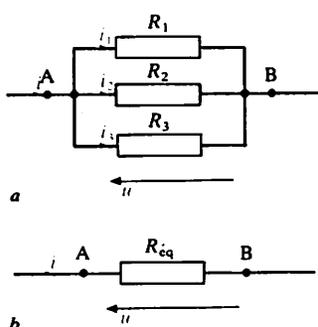


Fig. 3. Association de trois résistances en parallèle (a) et dipôle équivalent (b).

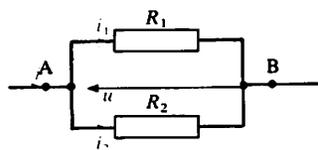


Fig. 4. Diviseur de courant.

► Pour deux résistances \$R_1\$ et \$R_2\$ en parallèle on retiendra le résultat :

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

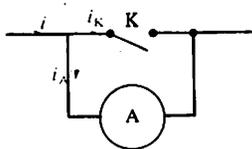


Fig. 5. Protection d'un ampèremètre. Si \$K\$ est fermé (résistance pratiquement nulle) : \$i_K = i\$ et \$i_A = 0\$.

Si \$K\$ est ouvert : \$i_K = 0\$ et \$i_A = i\$. On ouvre \$K\$ au moment de la mesure seulement. Si le courant \$i\$ varie beaucoup (courant de démarrage d'un moteur) et dépasse transitoirement le calibre de l'ampèremètre, celui-ci ne risque pas d'être détruit si l'interrupteur \$K\$ est fermé.

soit :
$$i = u \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right]$$

Le dipôle équivalent présente une résistance \$R_{\text{eq}}\$ telle que :

$$i = \frac{u}{R_{\text{eq}}}$$

D'où :
$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

ce que nous pouvons écrire :

$$G_{\text{eq}} = G_1 + G_2 + G_3$$

Application : diviseur de courant

Un diviseur de courant est l'association de deux résistances \$R_1\$ et \$R_2\$ en parallèle (fig. 4).

$$i = i_1 + i_2 = \frac{u}{R_1} + \frac{u}{R_2}$$

soit :
$$i = G_1 u + G_2 u$$

$$i = (G_1 + G_2) u \Rightarrow u = \frac{i}{G_1 + G_2}$$

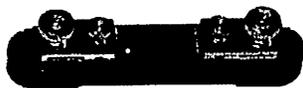
or :
$$i_1 = G_1 u$$

D'où :
$$i_1 = \frac{G_1}{G_1 + G_2} i$$

Le courant dans la résistance \$R_1\$ ne représente qu'une fraction du courant \$i\$ dans le circuit principal.

Cette propriété est utilisée, par exemple, pour mesurer un courant dont l'intensité \$i\$ est grande (supérieure aux calibres des ampèremètres). Un ampèremètre de résistance \$R_1\$ est associé en parallèle avec un shunt de résistance \$R_2\$ connue. De la lecture de \$i_1\$, il est aisé de déduire l'intensité \$i\$ cherchée.

Cette propriété est également exploitée pour protéger un ampèremètre (fig. 5).



Shunt 50 A. L'ampèremètre doit être relié aux deux bornes les plus petites.

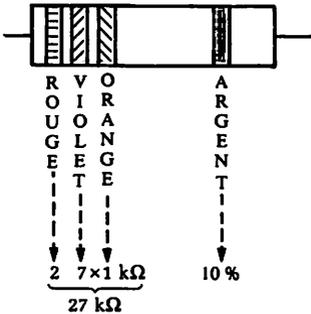
4 Résistances utilisées en électronique

Séries de Renard E6 et E12

| E6 | E12 |
|-----|-----|
| 1,0 | 1,0 |
| | 1,2 |
| 1,5 | 1,5 |
| | 1,8 |
| 2,2 | 2,2 |
| | 2,7 |
| 3,3 | 3,3 |
| | 3,9 |
| 4,7 | 4,7 |
| | 5,6 |
| 6,8 | 6,8 |
| | 8,2 |

Exemple :

R = 27 kΩ à 10 %



- 1 Le dipôle de la figure 6 est alimenté sous 120 V. Calculer sa résistance.
 On donne : $R_1 = 3,0 \Omega$, $R_2 = 6,0 \Omega$,
 $R_3 = 17 \Omega$, $R_4 = 20 \Omega$, $R_5 = 4,0 \Omega$,
 $R_6 = 18 \Omega$, $R_7 = 36 \Omega$.

Solution :

Résistance du dipôle AB

Résistance du dipôle NB :

$$\frac{1}{R_{NB}} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_7}$$

Résistance du dipôle M'B :

$$R_{M'B} = R_3 + R_{NB}$$

Résistance du dipôle MB :

$$\frac{1}{R_{MB}} = \frac{1}{R_{M'B}} + \frac{1}{R_4}$$

Résistance du dipôle AM :

$$\frac{1}{R_{AM}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Résistance du dipôle AB :

$$R_{AB} = R_{AM} + R_{MB}$$

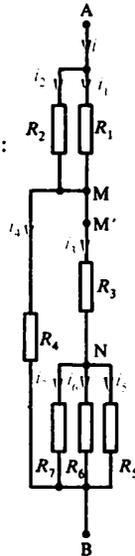


Fig. 6

- 2 Les applications numériques fournissent les résultats suivants :

$$R_{NB} = 3,0 \Omega ; R_{M'B} = 20 \Omega ;$$

$$R_{MB} = 10 \Omega ; R_{AM} = 2,0 \Omega ;$$

$$\Rightarrow R_{AB} = 12 \Omega$$

Un milliampèremètre de calibre $I_c = 1 \text{ mA}$, et de résistance interne $r = 100 \Omega$, est associé à un shunt s pour mesurer des courants d'intensités comprises entre 0 et 1 A.

1. Quelle doit être la résistance du shunt pour obtenir un ampèremètre de calibre $I_c = 1 \text{ A}$?

2. Quelle est alors la résistance R de l'appareil ainsi obtenu ?

Solution :

1. Détermination du shunt

Le milliampèremètre et le shunt sont branchés en parallèle (fig. 7).

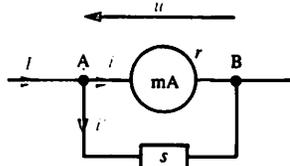


Fig. 7

Le milliampèremètre et le shunt étant soumis à la même tension u , nous pouvons écrire :

$$u = ri \text{ et } u = si' \text{ soit : } ri = si' \text{ et } s = \frac{ri}{i'}$$

Appliquons la loi des nœuds en A pour déterminer i' en fonction de I et i :

$$I = i + i' \text{ donc : } i' = I - i.$$

$$\text{D'où : } s = \frac{ri}{I - i}$$

Application numérique :

Si $I = I_c = 1 \text{ A}$ le milliampèremètre est traversé par un courant

$$i = I_c = 1 \text{ mA} :$$

$$s = \frac{100 \times 10^{-3}}{1 - 10^{-3}} \Rightarrow s \approx 0,10 \Omega$$

2. Résistance équivalente R

La résistance équivalente de l'ensemble ampèremètre-shunt est donnée par la relation suivante :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{r} + \frac{1}{s} \text{ D'où : } R = \frac{rs}{r + s}$$

Application numérique :

$$R = \frac{100 \times 0,1}{100 + 0,1} \Omega \Rightarrow R \approx 0,10 \Omega$$

On retrouve que si deux résistances sont associées en parallèle, si l'une est très petite devant l'autre, la résistance équivalente de l'ensemble est sensiblement égale à la plus petite des deux.

Un électromoteur est souvent soit générateur (pile, alimentation) soit récepteur.

Quand le même électromoteur peut assumer les deux fonctions, il est dit réversible (exemple : accumulateur de voiture).

Un électromoteur est un dipôle actif dissymétrique :

- *actif* : il fournit de l'énergie électrique à partir d'une autre forme d'énergie (mécanique, chimique, lumineuse, ou même électrique mais de caractéristiques différentes), ou il en consomme pour la convertir en énergie d'une autre forme ;
- *dissymétrique* : ses deux bornes ne jouent pas le même rôle et son fonctionnement dépend du branchement, car il est polarisé.

Un générateur fournit de l'énergie électrique à une charge.

1 Caractéristique courant-tension d'un générateur linéaire

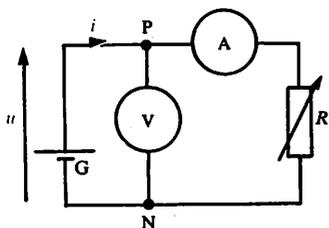


Fig. 1. Montage utilisable pour le relevé de la caractéristique $u(i)$ du générateur G.

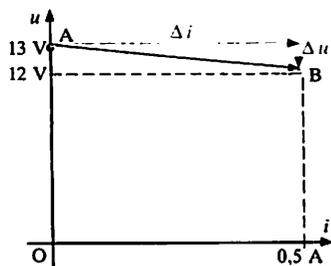


Fig. 2. Exemple de caractéristique de générateur linéaire. Son équation peut s'écrire : $u = u_0 - ri$ avec : $u_0 = 13 \text{ V}$ et

$$r = -\frac{12 - 13}{0,5} = 2,0 \Omega.$$

Montage

Pour obtenir la caractéristique $u(i)$ d'un générateur il suffit de le faire débiter dans une résistance R réglable (fig. 1). En agissant sur R on ajuste i à la valeur désirée.

Résultats

Nous choisissons la convention générateur, ainsi u et i sont des grandeurs positives (voir fig. 1).

Nous limitons notre étude au cas où la caractéristique $u(i)$ est sensiblement une portion de demi-droite (fig. 2). Le générateur est alors dit linéaire. Nous constatons que la tension aux bornes du générateur décroît quand l'intensité du courant débité augmente.

L'équation de la caractéristique est de la forme :

$$u = u_0 - ri$$

- u_0 est la tension à vide du générateur, c'est aussi sa force électromotrice.

- r est la résistance interne apparente du générateur. La valeur de cette résistance est obtenue en calculant le coefficient directeur de la caractéristique $u(i)$.

Si nous posons : $\Delta u = u_B - u_A$ et : $\Delta i = i_B - i_A$

$$r = -\frac{\Delta u}{\Delta i}$$

Remarque :

Tous les générateurs n'admettent pas une caractéristique linéaire.

2 Modèle équivalent de Thévenin

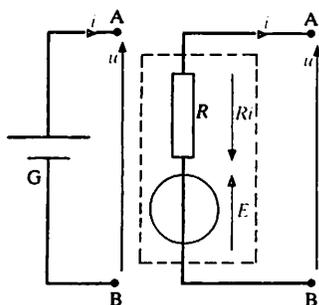


Fig. 3. Schémas d'un accumulateur et de son modèle résultant du relevé de la caractéristique $u(i)$: $E = u_0$, $R = r$, u_0 et r sont les deux grandeurs qui caractérisent le générateur linéaire dont la caractéristique a pour équation : $u = u_0 - ri$ (caractéristique analogue à celle représentée figure 2).

Modéliser un générateur c'est le remplacer, par la pensée, ou sur un schéma, par une association de dipôles élémentaires, caractérisée par la même relation $u(i)$ que le générateur réel (ou aussi proche que possible de celle-ci).

L'association, si elle existe, est appelée *modèle équivalent du générateur*.

Dans le cas d'un générateur linéaire, le modèle équivalent le plus simple est constitué d'un générateur de tension parfait, de f.é.m. E , en série avec une résistance R (fig. 3). En effet, la caractéristique d'une telle association est une portion de demi-droite d'équation : $u = E - Ri$. Pour qu'elle se confonde avec la caractéristique du générateur réel, dont l'équation est :

$$u = u_0 - ri$$

il faut réaliser les conditions suivantes :

$$\begin{cases} E = u_0 \\ R = r \end{cases}$$

Donc, pour le modèle équivalent :

- la f.é.m. E du générateur de tension est égale à u_0 ,
- la résistance R est égale à r .

Ce modèle équivalent est appelé *modèle équivalent de Thévenin*.

3 Association de générateurs linéaires

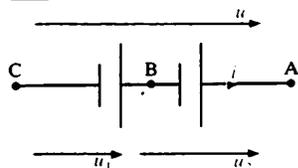


Fig. 4. Schéma des générateurs réels, en série.

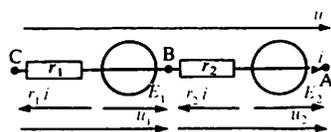


Fig. 5. Chaque générateur est remplacé par son modèle équivalent de Thévenin.

Association en série

Deux générateurs sont en série quand la borne positive de l'un est reliée à la borne négative de l'autre (fig. 4). L'ensemble peut être remplacé par un générateur unique qui a même caractéristique $u(i)$ que le groupement.

Modèle du groupement

Remplaçons les éléments réels du schéma du montage par leurs modèles de Thévenin respectifs (fig. 5).

Appliquons la loi d'addition des tensions :

$$u = u_1 + u_2$$

$$u = (E_1 - r_1 i) + (E_2 - r_2 i)$$

$$u = (E_1 + E_2) - (r_1 + r_2) i$$

Cherchons ensuite un nouveau modèle, équivalent à l'ensemble considéré.

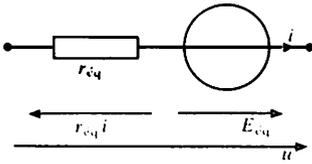


Fig. 6. Modèle équivalent de l'ensemble.

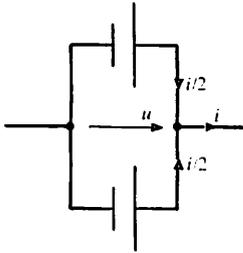


Fig. 7. Les générateurs étant identiques, chacun d'eux fournit $\frac{i}{2}$.

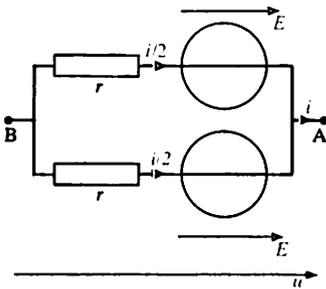


Fig. 8. Chaque générateur est remplacé par son modèle équivalent de Thévenin

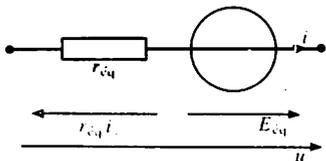


Fig. 9. $E_{eq} = E$; $r_{eq} = \frac{r}{2}$.

Il faut aussi avoir (fig. 6) : $u = E_{eq} - r_{eq} i$.
Par conséquent, nous prendrons :

$$E_{eq} = E_1 + E_2 \quad \text{et} \quad r_{eq} = r_1 + r_2$$

Ce résultat peut être étendu à l'association de n générateurs en série. Si les n générateurs sont identiques :

- la f.é.m. du dipôle équivalent est égale à n fois la f.é.m. de l'un des générateurs du groupe;
- la résistance du dipôle équivalent est égale à n fois la résistance de l'un des générateurs.

Remarque

En pratique, cette association est toujours réalisée avec des générateurs identiques (piles, éléments d'accumulateurs...). Elle permet d'obtenir des tensions élevées, mais l'intensité maximale reste la même que celle d'un seul des générateurs du groupement.

Association en parallèle

Deux générateurs sont en parallèle lorsque leurs bornes homologues sont reliées entre elles (fig. 7).

Modèle du groupement

Considérons deux générateurs identiques dont les modèles équivalents de Thévenin sont représentés sur la figure 8. Déterminons le modèle de Thévenin de ce groupement (fig. 9). L'équation de sa caractéristique est de la forme :

$$u = E_{eq} - r_{eq} i$$

Comme chaque générateur est traversé par un courant d'intensité $i/2$ nous pouvons aussi écrire :

$$u = E - r \frac{i}{2}$$

Pour que ces deux égalités soient simultanément satisfaites, nous prendrons :

$$E_{eq} = E \quad \text{et} \quad r_{eq} = \frac{r}{2}$$

Remarque

En pratique, on n'associe en parallèle que des générateurs identiques. Dans le cas contraire, une différence de f.é.m. entraînerait, à vide, un courant de circulation à l'intérieur du groupement, échauffant inutilement l'ensemble (risque de destruction).

- 1 Un générateur de f.é.m. $E = 4,5 \text{ V}$ et de résistance interne $r = 1,5 \Omega$ alimente deux résistances $R_1 = 3 \Omega$ et $R_2 = 6 \Omega$ associées en parallèle (fig. 10).

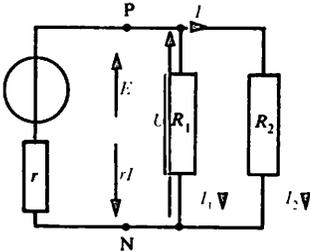


Fig. 10

Déterminer :

- l'intensité du courant débité par le générateur,
- la tension aux bornes des résistances R_1 et R_2 ,
- l'intensité du courant dans chaque résistance.

Solution :

1. Intensité du courant débité par le générateur

Pour calculer cette intensité I nous remplaçons le schéma de la figure 10 par celui de la figure 11 où l'association R_1 - R_2 est remplacée par la résistance R du dipôle équivalent.

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

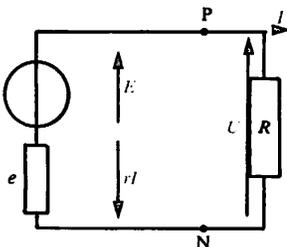


Fig. 11

Appliquons la loi d'Ohm.

$$U = E - rI = RI$$

$$\text{D'où : } I = \frac{E}{R + r}$$

$$\text{soit : } R = \frac{3 \times 6}{3 + 6} \Omega$$

$$\Rightarrow R = 2 \Omega$$

$$I = \frac{4,5}{2 + 1,5} \text{ A} \Rightarrow I \approx 1,3 \text{ A}$$

2. Tension U

$$U = RI \Rightarrow U = (2 \times 1,3) \text{ V}$$

$$\Rightarrow U \approx 2,6 \text{ V}$$

3. Intensité du courant dans chaque résistance

Nous pouvons écrire :

$$I_1 = \frac{U}{R_1} \text{ et } I_2 = \frac{U}{R_2}$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{2,6}{3} \text{ A}$$

$$\Rightarrow I_1 = 0,87 \text{ A}$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{2,6}{6} \text{ A}$$

$$\Rightarrow I_2 = 0,43 \text{ A}$$

- 2 Deux générateurs linéaires, de résistances internes identiques, montés en série donnent une tension à vide $U_{10} = 36 \text{ V}$. Lorsqu'ils sont montés en opposition, cette tension est $U_{20} = 12 \text{ V}$ (fig. 12).

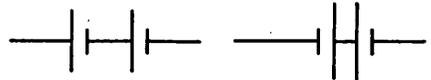


Fig. 12. Montage en série.

Montage en opposition.

Calculer la f.é.m. de chaque générateur.

Solution :

Appelons E_1 et E_2 les f.é.m. respectives de ces générateurs ($E_1 > E_2$). Lorsqu'ils sont associés en série nous pouvons écrire

$$U_{10} = E_1 + E_2 \quad (1)$$

Lorsqu'ils sont placés en opposition l'un par rapport à l'autre nous obtenons une tension U_{20} telle que :

$$U_{20} = E_1 - E_2 \quad (2)$$

Nous avons à résoudre le système formé par les deux équations (1) et (2).

$$\begin{cases} E_1 + E_2 = 36 & (1) \\ E_1 - E_2 = 12 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_1 + E_2 = 36 & (1) \\ E_1 - E_2 = 12 & (2) \end{cases}$$

La résolution de ce système donne :

$$E_1 = 24 \text{ V} \text{ et } E_2 = 12 \text{ V}$$

1 Fonction d'un électromoteur-récepteur

Si une partie de l'énergie électrique reçue par un électromoteur est convertie en énergie mécanique, chimique, électrique, etc. (exemples moteurs électriques, électrolyseurs, onduleurs...), celui-ci est appelé un **récepteur actif**.

Rappelons qu'une résistance est un récepteur passif car elle convertit en chaleur toute l'énergie électrique qu'elle reçoit.

2 Caractéristique courant-tension d'un récepteur linéaire

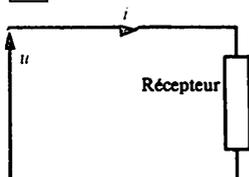


Fig. 1

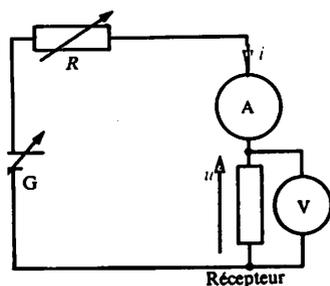


Fig. 2. Montage utilisable pour le relevé de la caractéristique du dipôle récepteur.

Nous utilisons la convention récepteur : ainsi u et i , sont des grandeurs algébriques positives quand l'électromoteur fonctionne effectivement en récepteur (fig. 1).

Montage

Pour obtenir cette caractéristique aisément il est commode d'alimenter le récepteur au moyen d'un générateur fournissant une tension réglable. Dans certains cas il peut être utile d'ajouter une résistance réglable en série dans le circuit afin de limiter l'intensité du courant (si la tension était brutalement augmentée par inadvertance) ou dans le but de permettre un réglage progressif de cette intensité (fig. 2).

Résultats

La caractéristique $u(i)$ est sensiblement une portion de demi-droite (fig. 3). La tension u augmente en même temps que l'intensité i du courant.

Si nous appelons u'_0 son ordonnée à l'origine et r' son coefficient directeur, son équation est la suivante :

$$u = u'_0 + r' i$$

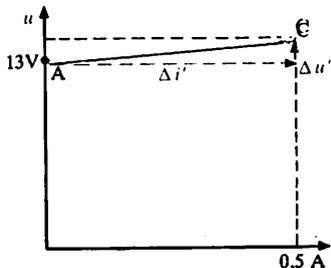


Fig. 3

- L'ordonnée à l'origine est la f.é.m. E de l'électromoteur : $E = u'_0$

- Le coefficient directeur représente la résistance interne de l'électromoteur :

$$r' = \frac{\Delta u'}{\Delta i'} = \frac{u_C - u_A}{i_C - i_A}$$

Lorsque la caractéristique de l'électromoteur-récepteur est une portion de droite, l'électromoteur est dit **linéaire**.

3 Modèle équivalent de Thévenin du récepteur

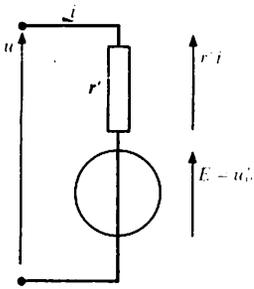


Fig. 4

Le modèle équivalent est une association de dipôles élémentaires qui a la même caractéristique que le récepteur réel. Ici, ce modèle se compose d'un générateur de tension parfait, de f.é.m. E , en série avec une résistance r' (fig. 4).

En utilisant ce modèle nous trouvons que la tension aux bornes du récepteur est égale à :

$$u = E + r'i$$

Ce qui correspond bien à la relation obtenue pour le récepteur réel puisque :

$$E = u_0$$

4 Les électromoteurs réversibles

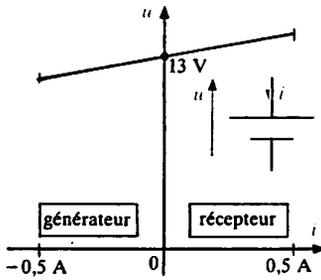


Fig. 5. Caractéristique d'un électromoteur linéaire réversible, avec la convention récepteur.

De nombreux électromoteurs (piles, alimentations stabilisées, électrolyseurs) ne sont pas réversibles. Dans la mesure du possible, on doit utiliser la convention générateur pour décrire le fonctionnement des générateurs, et la convention récepteur pour ceux d'entre eux qui ne sont que récepteurs.

Quelques électromoteurs (batterie d'accumulateurs) sont réversibles. Pour décrire leur fonctionnement une convention n'est pas meilleure que l'autre.

Toutefois, l'allure de la caractéristique dépend de la convention adoptée. Il est donc important de toujours bien préciser la convention choisie.

Ainsi avec la convention récepteur on obtient la caractéristique de la figure 5 où les points de fonctionnement en récepteur se trouvent dans le quadrant 1. C'est la conséquence du fait que cette convention implique que u et i sont des grandeurs simultanément positives uniquement lorsque l'électromoteur est utilisé en récepteur.

Avec la convention générateur on obtient la caractéristique de la figure 6. Dans ce cas la tension u et l'intensité i sont simultanément positives pour le fonctionnement en générateur.

Les deux caractéristiques sont évidemment équivalentes. Le passage de l'une à l'autre revient à poser $i = -j$.

Un modèle équivalent unique peut représenter cet électromoteur. Il ne dépend pas de l'orientation du conducteur mais il n'en est pas de même de l'expression de la tension u .

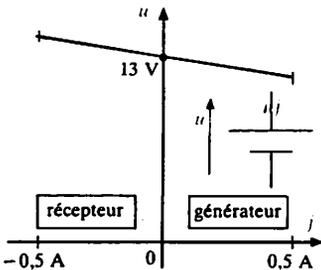


Fig. 6. Caractéristique d'un électromoteur linéaire réversible, avec la convention générateur.

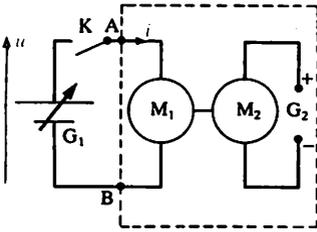


Fig. 7. L'électromoteur étudié se trouve dans le cadre en pointillés. Dans l'expérience qui va être décrite nous allons voir que, si l'une des machines (M_2) joue toujours le rôle de moteur, l'autre fonctionne soit en moteur, soit en générateur, selon les conditions qui lui sont imposées. Les rotors de ces machines ont été solidarisés au moyen d'un petit cylindre creux qui tient lieu d'accouplement. Dans ce but, à chacune des extrémités de ce cylindre on a rigidement fixé l'axe d'une machine.

Outre cet ensemble, le montage comporte une source réglable, réversible, G_1 et un accumulateur G_2 , de f.é.m. voisine de 6 V, qui sera utilisé pour alimenter le moteur M_2 . La source G_1 peut être obtenue en associant un accumulateur et un rhéostat monté en potentiomètre ou en utilisant une alimentation réglable après avoir placé entre ses bornes une résistance de 10Ω .

Notons que le groupe M_1, M_2 tourne toujours dans le même sens. En revanche sa vitesse de rotation dépend de l'intensité i du courant dans M_1 . La f.é.m. de l'électromoteur M_1, M_2, G_2 dépend de cette vitesse.



Ensemble des machines M_1 et M_2 accouplées pour réaliser l'expérience correspondant au montage schématisé figure 7.

Exemple d'électromoteur linéaire réversible : l'ensemble M_1, M_2, G_2 (fig. 7)

Montage expérimental

M_1 et M_2 sont deux petites machines à courant continu. Elles sont prévues pour équiper des perceuses miniatures et, donc, pour fonctionner en moteurs.

1. K est ouvert

Le groupe tourne entraîné par le moteur M_2 . Un voltmètre placé entre les bornes A et B indique la tension à vide u_0 de la machine M_1 , c'est-à-dire de l'électromoteur constitué par l'ensemble M_1, M_2, G_2 .

2. K est fermé

Une tension u est alors appliquée entre A et B à l'aide de la source réglable G_1 . Le modèle équivalent de cet électromoteur est analogue à celui de la figure 4. Il associe une source de tension de f.é.m. $E = u_0$ (tension mesurée précédemment) et une résistance r qui représente la résistance interne de la machine (si elle n'est pas donnée par le constructeur elle peut être facilement mesurée). La tension u est égale à :

$$u = E + ri = u_0 + ri$$

Deux cas de fonctionnement peuvent alors être envisagés :

- $u > u_0$ soit $(u - u_0) > 0$ et $i = \frac{u - u_0}{r} > 0$

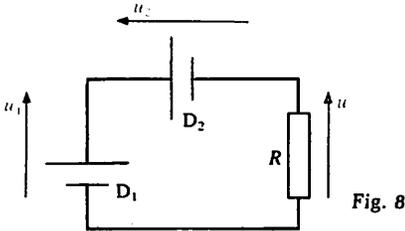
Pour ce régime de fonctionnement, simultanément les grandeurs u et i sont positives. Puisque nous avons adopté la convention récepteur cela signifie que l'électromoteur M_1, M_2, G_2 fonctionne en récepteur.

- $0 < u < u_0$ soit $(u - u_0) < 0$ et $i = \frac{u - u_0}{r} < 0$

Dans ce cas les grandeurs u et i sont de signe contraire. Compte tenu de la convention choisie nous pouvons dire que l'électromoteur M_1, M_2, G_2 fonctionne en générateur.

L'ensemble M_1, M_2, G_2 constitue un électromoteur réversible et linéaire.

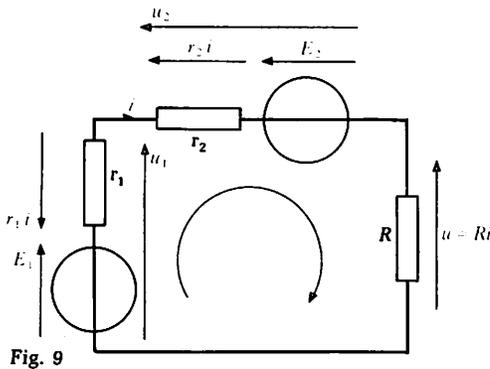
- 1 Les dipôles linéaires D_1 et D_2 (fig. 8) ont les caractéristiques respectives suivantes : $E_1 = 48 \text{ V}$ et $r_1 = 1,5 \Omega$, $E_2 = 24 \text{ V}$ et $r_2 = 0,50 \Omega$. Ils sont placés en série avec une résistance R de 10Ω . Calculer :
- l'intensité du courant dans le circuit;
 - la tension aux bornes de chaque dipôle.



Solution :

1. Intensité du courant

Au montage réel nous faisons correspondre le schéma de la figure 9 où les dipôles D_1 et D_2 sont remplacés par leur modèle équivalent de Thévenin.



Appliquons la loi des mailles (sens de parcours en rouge)

$$-E_1 + r_1 i + r_2 i + E_2 + Ri = 0$$

$$\Rightarrow i = \frac{E_1 - E_2}{R + r_1 + r_2}$$

$$\text{soit : } i = \frac{48 - 24}{10 + 1,5 + 0,5} \text{ A} \Rightarrow i = 2,0 \text{ A}$$

L'intensité du courant i est positive : D_1 fonctionne en générateur et D_2 joue le rôle de récepteur.

2. Tension aux bornes de chaque dipôle

Tension aux bornes de l'électromoteur-générateur D_1 :

$$u_1 = E_1 - r_1 i \Rightarrow u_1 = (48 - 1,5 \times 2) \text{ V}$$

$$\Rightarrow u_1 = 45 \text{ V}$$

- Tension aux bornes de l'électromoteur-récepteur D_2 :

$$u_2 = E_2 + r_2 i \Rightarrow u_2 = (24 + 0,5 \times 2) \text{ V}$$

$$\Rightarrow u_2 = 25 \text{ V}$$

- Tension aux bornes de la résistance R

$$u = Ri = u_1 - u_2 \Rightarrow u = (10 \times 2) \text{ V}$$

$$\Rightarrow u = 20 \text{ V}$$

- 2 Un générateur linéaire, de f.é.m. $E = 24 \text{ V}$ et de résistance interne $r = 1,0 \Omega$, alimente un moteur et une résistance R de $2,0 \Omega$ associés en série. La tension aux bornes du moteur est 18 V . Calculer l'intensité du courant qui traverse le moteur.

Solution :

Sur le schéma de la figure 10 le générateur et le moteur sont remplacés par leur modèle de Thévenin. Appliquons la loi des mailles :

$$-E + ri + Ri + u = 0 \Rightarrow i = \frac{E - u}{R + r}$$

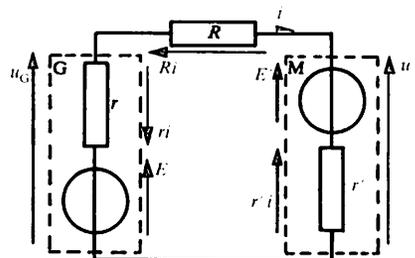


Fig. 10

$$\text{D'où : } i = \frac{24 - 18}{2 + 1} \text{ A} \Rightarrow i = 2,0 \text{ A}$$

1 Sources parfaites

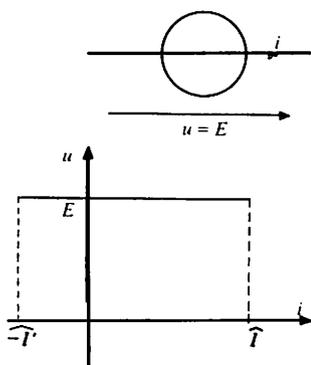
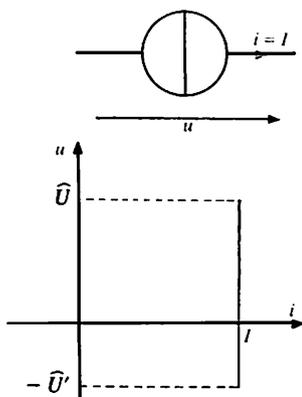


Fig. 1. En fait, l'intensité du courant que peut débiter une source de tension est limitée par une valeur maximale \hat{I} .



Générateur de tension parfait

Un générateur de tension parfait (on dit aussi : source de tension) maintient entre ses bornes la même tension $u = E$ quelle que soit l'intensité i du courant qu'il débite.

Sa résistance interne est nulle.

Les deux caractéristiques d'une source de tension sont donc :

- sa f.é.m. E ,
- une résistance interne nulle.

La figure 1 rappelle le symbole et la caractéristique d'une source de tension.

Exemple : une batterie d'accumulateurs, alimentation continue stabilisée (pour $i > 0$).

Générateur de courant parfait

Un générateur de courant parfait (appelé parfois source de courant) débite un courant constant dans le dipôle placé entre ses bornes.

Une source de courant est donc caractérisée au moyen d'un seul paramètre qui est l'intensité I_{cc} de son courant de court-circuit.

La figure 2 donne le symbole et la caractéristique d'une source de courant.

Exemple : des dispositifs électroniques simples, réalisés avec des amplificateurs opérationnels, des transistors, des régulateurs intégrés, etc., peuvent constituer des sources de courant.

Fig. 2. En réalité la tension aux bornes d'une source de courant ne peut dépasser une valeur \hat{U} .

2 Transformations de Thévenin et de Norton

Il est possible de déterminer par le calcul les éléments des modèles de Thévenin de certains dipôles actifs.

Nous supposons que les électromoteurs appartenant à ces dipôles sont :

- linéaires : leur caractéristique courant-tension est de la forme $u = E - ri$ (avec la convention générateur);

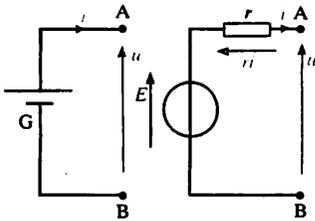


Fig. 3. Générateur et son modèle de Thévenin associé.

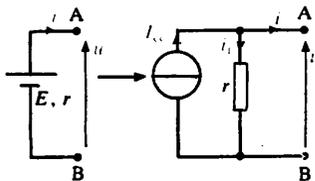


Fig. 4. Générateur et son modèle de Norton associé : $I_{cc} = \frac{E}{r}$; $i_f = \frac{U}{r}$;

$i = I_{cc} - i_f$ (en l'absence de charge $i_f = I_{cc}$).

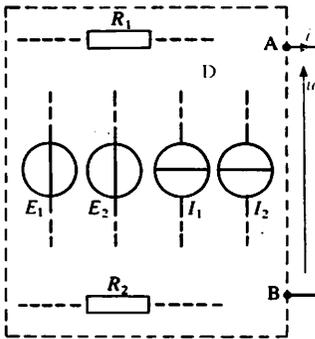


Fig. 5

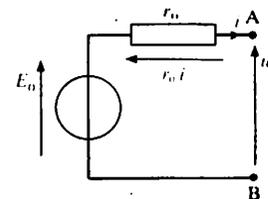


Fig. 6

- réversibles : ils peuvent fonctionner en générateur ou en récepteur;
- autonomes : leur f.é.m. et leur résistance interne sont indépendantes des autres éléments du montage.

Modèle de Norton d'un électromoteur

La figure 3 représente un électromoteur linéaire et son modèle équivalent de Thévenin.

La relation $u = E - ri$ qui les caractérise, peut également s'écrire :

$$\frac{u}{r} = \frac{E}{r} - i \text{ ou } i = \frac{E}{r} - \frac{u}{r}$$

Posons : $\frac{E}{r} = I_{cc}$. C'est l'intensité du courant de court-circuit de l'électromoteur; elle ne dépend que des caractéristiques de l'électromoteur.

D'où :

$$i = I_{cc} - \frac{u}{r}$$

Cette relation permet alors de construire un nouveau modèle de l'électromoteur (fig. 4) : le modèle équivalent de Norton.

Le modèle de Norton et le modèle de Thévenin sont deux modèles du même électromoteur linéaire : ils sont équivalents. Le modèle de Thévenin est un modèle série, le modèle de Norton est un modèle parallèle.

Théorème de Thévenin

Dans le cas général d'un réseau D (fig. 5) qui comporte plusieurs électromoteurs linéaires et des résistances (réseau linéaire), vu de deux de ses points A et B il est équivalent à un générateur de Thévenin (fig. 6) de f.é.m. E_0 et de résistance interne r_0 .

- E_0 est égale à la tension à vide entre A et B : $E_0 = u(0)$

- r_0 est la résistance vue de A et B en «éteignant» tous les générateurs (remplacement par un court-circuit pour les sources de tension, ouverture de la branche pour une source de courant).

E_0 dépend linéairement de $E_1, E_2, \dots, I_1, I_2$:

$$E_0 = a_1 E_1 + a_2 E_2 + \dots + b_1 I_1 + b_2 I_2 + \dots$$

r_0 ne dépend que des résistances R_1, R_2, \dots

$$r_0 = f(R_1, R_2, \dots)$$

► Générateur « éteint ». Bien noter que cette expression signifie que, sur un schéma :

- les sources de tension sont remplacées par des courts-circuits;
- les sources de courant sont enlevées et toute branche qui en contenait une reste ouverte.

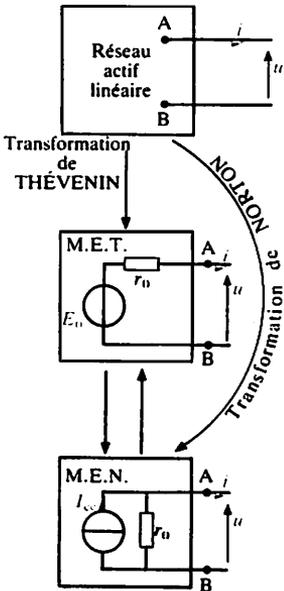


Fig. 7. Le courant de court-circuit du générateur du modèle de

Thévenin est $I_{cc} = \frac{E_0}{r_0}$. C'est le courant constant débité par la source de courant du modèle de Norton dans la résistance et la charge (si une charge est branchée).

Utilisation du théorème de Thévenin

Les éléments du modèle de Thévenin d'un réseau D vu de deux de ses points A et B ne sont calculés que lorsque ce réseau est assez simple.

S'il est complexe, il vaut mieux en tracer la caractéristique $u_{AB}(i)$. Le théorème de Thévenin précise que pour que cette caractéristique soit une droite, il suffit que le réseau soit linéaire. Ayant tracé cette droite, on identifie ensuite :

- la f.é.m. E_0 du modèle de Thévenin du réseau à l'ordonnée à l'origine de la droite,
- la résistance r_0 du modèle de Thévenin à la valeur absolue du coefficient directeur de la droite.

Transformation de Norton

Nous avons vu plus haut qu'un électromoteur linéaire de bornes A et B admettait aussi bien un modèle de Thévenin qu'un modèle de Norton.

Puisque tout réseau D actif, linéaire, vu de deux points A et B, est équivalent à un générateur de Thévenin, ce réseau est également équivalent à un générateur de Norton (fig. 7).

Les éléments du générateur de Norton sont alors :

I_{cc} : intensité du courant de court-circuit circulant entre A et B lorsque ces points sont réunis par un conducteur de résistance nulle.

r_0 : résistance interne vue entre A et B quand tous les générateurs du réseau D sont « éteints ».

Recherche d'un modèle de Thévenin

Il faut dessiner un schéma pour le calcul de E_0 et un autre pour celui de r_0 .

Calcul de E_0 : la charge doit être débranchée pour bien mettre en évidence la tension à vide.

Calcul de r_0 : le schéma ne doit comporter aucune source de tension (les remplacer par un court-circuit) et aucune source de courant (laisser les branches qui les contenaient ouvertes).

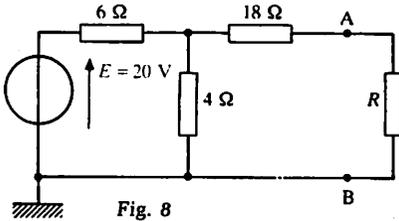
Recherche d'un modèle de Norton

Il faut dessiner un schéma pour le calcul de I_{cc} et un schéma pour le calcul de r_0 .

Calcul de I_{cc} : la charge du montage doit être remplacée par un conducteur de résistance nulle (court-circuit) : I_{cc} est l'intensité du courant dans ce conducteur.

Calcul de r_0 : opérer comme indiqué pour le modèle de Thévenin.

- 1 Déterminer les éléments du générateur de Thévenin qui alimente la résistance R du montage de la figure 8.



Solution :
Appelons E_0 et r_0 ces éléments (voir fig. 6).

1. Calcul de la résistance r_0
Nous enlevons par la pensée la résistance R et annulons la f.é.m. du générateur de tension (fig. 9).

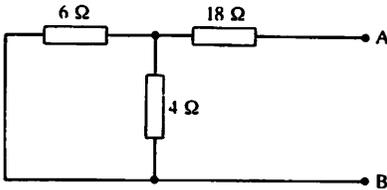


Fig. 9

$$r_0 = \left(18 + \frac{4 \times 6}{4 + 6} \right) \Omega \Rightarrow r_0 = 20,4 \Omega$$

2. Calcul de la f.é.m. E_0
Nous cherchons la valeur de la tension U_{AB} à vide (c'est-à-dire R toujours débranchée). Nous raisonnons donc sur le schéma de la figure 10.

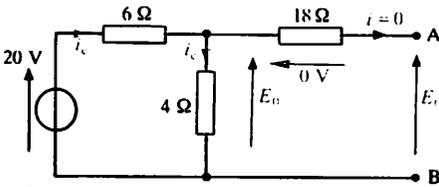


Fig. 10

$$E_0 = (U_{AB}) \text{ à vide}$$

$$i_c = \frac{20}{6 + 4} = 2 \text{ A}$$

$$E_0 = (4 \times 2) \text{ V} \Rightarrow E_0 = 8 \text{ V}$$

- 2 Pour le montage de la figure 11, calculer l'intensité du courant i .

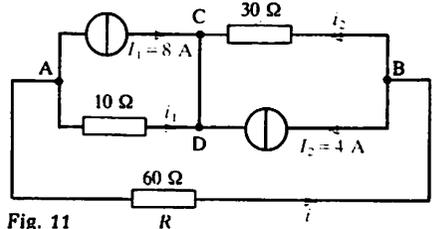


Fig. 11

Solution :
Calculons les paramètres du générateur de Thévenin qui alimente la résistance R . Débranchons cette résistance et remplaçons chaque générateur de Norton par son modèle de Thévenin équivalent (fig. 12).

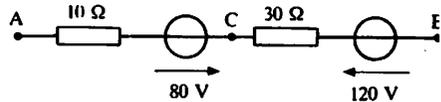


Fig. 12

Pour le dipôle AB nous trouvons :

$$(U_{AB}) \text{ à vide} = 40 \text{ V} \Rightarrow E_0 = 40 \text{ V}$$

C'est la f.é.m. du modèle équivalent de Thévenin cherché.

Pour calculer r_0 il faut annuler les f.é.m. :

$$\Rightarrow r_0 = 40 \Omega$$

D'où la réduction du montage (fig. 13) et la valeur de l'intensité i :

$$i = \frac{E_0}{r_0 + R} \Rightarrow i = \frac{40}{40 + 60} \text{ A} \Rightarrow i = 0,40 \text{ A}$$

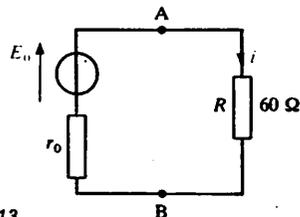


Fig. 13

1 Puissance électrique

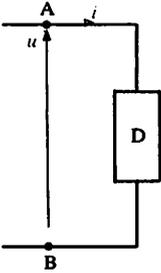


Fig. 1. Convention récepteur :
 $p = ui$.

- $p > 0$, D est récepteur.
- $p < 0$, D est générateur.

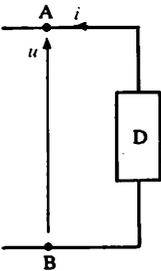


Fig. 2. Convention générateur :
 $p = ui$.

- $p > 0$, D est générateur.
- $p < 0$, D est récepteur.

Expression générale de la puissance

Sur la figure 1, D est un dipôle quelconque, parcouru par un courant d'intensité i , constante, et soumis à la tension u , constante. Avec la convention récepteur, la puissance reçue par D s'écrit :

$$p = ui \quad \begin{cases} p \text{ en watts} & (\text{W}) \\ u \text{ en volts} & (\text{V}) \\ i \text{ en ampères} & (\text{A}) \end{cases}$$

Nous pouvons aussi utiliser la convention générateur pour le dipôle D (fig. 2). Alors, la puissance fournie par D est :

$$p = ui$$

Cas particuliers des résistances linéaires

Pour une résistance R (fig. 3) nous savons exprimer la puissance P dissipée par effet Joule, de deux autres manières. En effet, la loi d'Ohm appliquée à la résistance s'écrit $u = Ri$ et nous obtenons :

$$P = Ri^2 = \frac{u^2}{R}$$

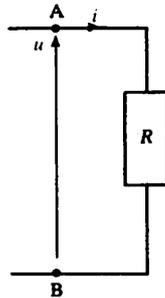


Fig. 3

2 Énergie électrique

Relation entre puissance et énergie en régime permanent

Si, pendant la durée t , un dipôle D consomme en permanence la puissance constante $p = P$, il absorbe au total l'énergie :

$$W = Pt \quad \begin{cases} W \text{ en joules} & (\text{J}) \\ P \text{ en watts} & (\text{W}) \\ t \text{ en secondes} & (\text{s}) \end{cases}$$

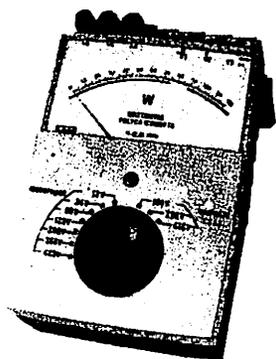


Fig. 4

► $1 \text{ J} = 1 \text{ W} \times 1 \text{ s} = 1 \text{ Ws}$.

► On utilise aussi comme unité d'énergie le wattheure (Wh) et le kilowattheure (kWh).

$1 \text{ Wh} = 3600 \text{ J}$

(car $1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$).

$1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$.



Fig. 5. Un tour de disque correspond à une consommation de 2,5 Wh : $k = 2,5 \text{ Wh/tr}$.

Remarque : puissance moyenne.

Si, pendant la durée t , la puissance consommée par D n'est pas constante, on définit la puissance moyenne $P = \bar{p}$ par le rapport :

$$P = \frac{W}{t}$$

Dans cette expression W est encore l'énergie absorbée pendant la durée t .

Expressions de l'énergie électrique

- Dipôle D

En régime permanent, et avec des conventions telles que u et i soient des grandeurs positives et constantes : $u = U$ et $i = I$ (fig. 4), le dipôle D reçoit pendant une durée t une énergie W :

$$W = UIt$$

$$\begin{cases} W \text{ en joules} & (\text{J}) \\ U \text{ en volts} & (\text{V}) \\ I \text{ en ampères} & (\text{A}) \\ t \text{ en secondes} & (\text{s}) \end{cases}$$

- Cas général

Dans l'expression précédente le produit $Q = It$ représente la quantité d'électricité qui a traversé le dipôle pendant la durée t . D'où une expression de l'énergie W :

$$W = UQ = (V_A - V_B)Q$$

W représente l'énergie que le générateur fournit à la charge électrique Q et qui est cédée au dipôle D .

- Résistances linéaires

Dans le cas de la résistance R de la figure 3, l'énergie dissipée par effet Joule peut s'écrire :

$$W = RI^2t$$

C'est la loi de Joule.

3 Conservation de l'énergie

- L'énergie peut prendre diverses formes : énergie mécanique, énergie électrique, énergie thermique, énergie rayonnante (forme d'énergie émise par le Soleil notamment), énergie chimique (énergie exploitée lors de la combustion d'un carburant par exemple).

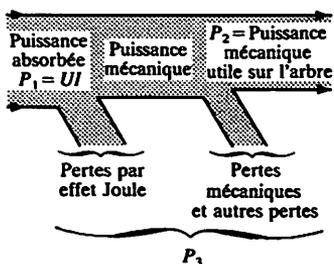


Fig. 6. Bilan des puissances pour un moteur.

L'énergie peut subir des transformations : par exemple, un petit groupe électrogène brûle environ 0,4 litre d'essence par heure (énergie chimique) et fournit une puissance électrique de 500 W. Toutefois, l'énergie chimique de l'ensemble carburant-comburant n'est pas totalement convertie en énergie électrique utile. D'autres formes d'énergie apparaissent et constituent des pertes par rapport au but recherché (pertes thermiques, pertes mécaniques, pertes par effet Joule).

Le principe de conservation de l'énergie énonce que l'énergie totale consommée par un système est égale à la somme de l'énergie restituée par ce système et de son augmentation d'énergie interne.

-Le diagramme de la figure 6 est un exemple de bilan des puissances mises en jeu dans un moteur à courant continu.

4 Mesures de l'énergie et de la puissance

Mesure de l'énergie électrique

La mesure de cette énergie s'effectue avec un compteur d'énergie (fig. 5). Il est caractérisé par sa constante k qui représente l'énergie consommée par l'installation par tour de disque du compteur.

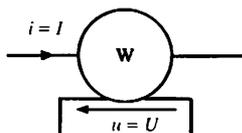


Fig. 7

Mesure de la puissance électrique

- En courant continu (constant) la puissance est calculable après mesure de U et de I .
- La mesure directe de la puissance peut être réalisée avec un wattmètre.

La quantité à mesurer, P , étant fonction de u et de i , l'appareil doit être sensible à ces deux grandeurs (fig. 7). Il comporte donc :

- un circuit tension très résistant appelé aussi circuit « fil fin »;
- un circuit courant, peu résistant, appelé aussi circuit « gros fil ».
- La figure 8 montre un exemple de branchement d'un wattmètre pour mesurer la puissance consommée par le dipôle D .

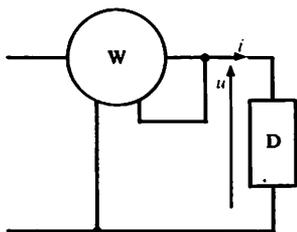


Fig. 8. Montage d'un wattmètre dit courte dérivation.

1 Sur un radiateur électrique on lit les indications suivantes : 220 V-1 500 W. Pour le régime de fonctionnement nominal, calculer :

1. l'intensité I_n du courant qui traverse le radiateur;
2. l'énergie électrique consommée en 8 heures (en kilojoules).

Solution :

1. Intensité I_n du courant nominal

Le régime de fonctionnement nominal est caractérisé par les valeurs suivantes :

$$U_n = 220 \text{ V}; P_n = 1\,500 \text{ W}$$

$$\text{et : } I_n = \frac{P_n}{U_n}$$

$$I_n = \frac{1\,500}{220} \text{ A} \quad \Rightarrow \quad I_n \approx 6,82 \text{ A}$$

2. Énergie électrique W consommée en une durée t de 8 heures

Cette énergie est égale à :

$$W = P_n \cdot t \quad W = [1\,500 \times (3\,600 \times 8)] \text{ J}$$

$$\Rightarrow \quad W = 4,32 \cdot 10^3 \text{ kJ}$$

2 Une installation, alimentée sous 220 V, comporte un disjoncteur de calibre 30 A. On met en service un four électrique de 3 kW, un fer à repasser de 800 W, et 2 radiateurs de 1 000 W chacun. Combien de lampes d'une puissance P_1 de 75 W peut-on brancher en même temps ?

Solution :

Au total, l'installation peut recevoir une puissance :

$$P_T = 220 \times 30 = 6\,600 \text{ W}$$

Lorsque tous les appareils sont branchés on dispose d'une puissance P' pour les lampes :

$$P' = 6\,600 - 800 - 3\,000 - 2\,000 = 800 \text{ W}$$

Le nombre n de lampes qu'il est possible de brancher est égal à :

$$n = \frac{P'}{P_1} \Rightarrow n = \frac{800}{75} = 10,66$$

$$\text{soit } \boxed{10 \text{ lampes de } 75 \text{ W}}$$

3 Un moteur électrique fonctionnant en régime permanent développe une puissance mécanique $P_u = 1,0 \text{ kW}$, et produit une quantité de chaleur W_J de 12 kJ en une minute.

Calculer :

1. la puissance électrique totale consommée par le moteur;
2. l'énergie consommée par le moteur en 4 h;
3. le rendement du moteur.

Solution :

1. Puissance électrique

La puissance transformée en chaleur dans le moteur représente l'énergie dissipée en chaleur chaque seconde dans ce récepteur.

$$P_J = \frac{W_J}{t} = \frac{12\,000}{60} \text{ W} \quad \Rightarrow \quad P_J = 200 \text{ W}$$

La puissance électrique totale P_T consommée par le moteur est égale à la somme de la puissance mécanique qu'il fournit et de la puissance dissipée en chaleur :

$$P_T = P_u + P_J$$

$$P_T = 1\,000 + 200 = 1\,200 \text{ W}$$

$$\Rightarrow \quad P_T = 1,2 \text{ kW}$$

2. Énergie consommée en 4 h

L'énergie W consommée par le moteur pendant une durée t' de 4 h est égale à :

$$W = P \cdot t'$$

$$\text{soit : } W = [1\,200 \times 4 \times 3\,600] \text{ J}$$

$$\Rightarrow \quad W = 17,3 \cdot 10^6 \text{ J}$$

$$\text{ou : } W = (1,2 \times 4) \text{ kWh}$$

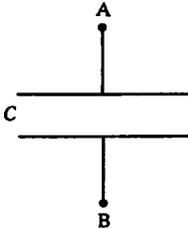
$$\Rightarrow \quad W = 4,8 \text{ kWh}$$

3. Rendement du moteur

Il est égal au quotient $\frac{P_u}{P_T}$

$$\eta = \frac{P_u}{P_T} = \frac{1}{1,2} \approx 0,83 \quad \Rightarrow \quad \eta = 83 \%$$

1 Présentation



Condensateur : représentation normalisée.

Un condensateur est constitué de deux surfaces conductrices séparées par un isolant. Les surfaces conductrices sont les armatures du condensateur ; l'isolant (mica, papier huilé, polystyrène, polyester, polycarbonate, verre) est le diélectrique (fig. 1). L'aspect extérieur d'un condensateur (forme, dimensions) dépend beaucoup de sa technologie et des applications auxquelles il est destiné.

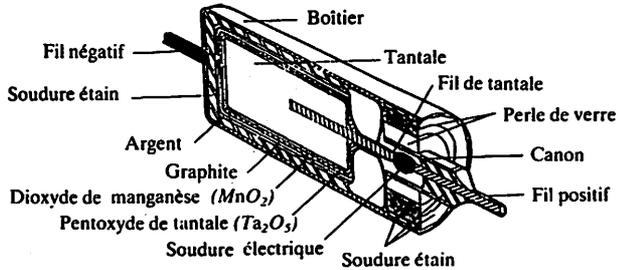


Fig. 1. Condensateur chimique.

2 Capacité d'un condensateur

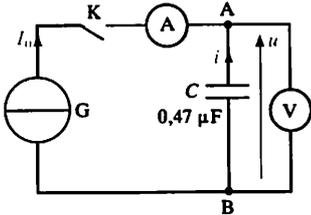


Fig. 2

On parle souvent de « la » charge d'un condensateur, il s'agit de la valeur absolue de q_A et q_B :

$$|q_A| = |q_B| = q.$$

On admet que les charges q_A et q_B sont uniformément réparties sur les plaques.

Dans les condensateurs usuels, l'épaisseur e est très faible. Les charges des armatures sont condensées sur les surfaces en regard. Elles sont de signes opposés :

$$q_B = -q_A = C(V_B - V_A)$$

Expérience

Chargeons un condensateur C à l'aide d'un générateur de courant réglable G (fig. 2). Fixons I_0 à 1 mA ($I_0 = I_{0_1} = 1$ mA). Notons l'évolution de la tension u aux bornes du condensateur. Elle croît de $u = 0$ à $u = U = 5$ V. C'est une fonction linéaire du temps, représentée sur la figure 3 par la demi-droite D_1 , dont l'équation est de la forme :

$$V_A - V_B = u = k_1 t$$

Prenons maintenant $I_0 = I_{0_2} = 0,5$ mA. Nous obtenons une demi-droite D_2 qui correspond à l'équation : $u = k_2 t$.

Dans chaque cas, l'armature A du condensateur reçoit la quantité d'électricité $q_A = I_0 t$ égale à :

$$\text{- si } I_0 = I_{0_1} : (q_A)_1 = I_{0_1} t_1 = I_{0_1} \frac{U}{k_1} = \frac{I_{0_1}}{k_1} U ;$$

$$\text{- si } I_0 = I_{0_2} : (q_A)_2 = I_{0_2} t_2 = I_{0_2} \frac{U}{k_2} = \frac{I_{0_2}}{k_2} U.$$

Nous constatons que $k_1 = 2k_2$, et que les rapports

$$\frac{I_{0_1}}{k_1} \text{ et } \frac{I_{0_2}}{k_2} \text{ sont égaux.}$$

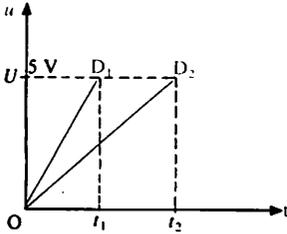


Fig. 3. Droite D_1 : $u = k_1 t$ avec $k_1 = 2,10 \cdot 10^3 \text{ Vs}^{-1}$ pour $I_{0_1} = 1 \text{ mA}$.
 Droite D_2 : $u = k_2 t$ avec $k_2 = 1,05 \cdot 10^3 \text{ Vs}^{-1}$ pour $I_{0_2} = 0,5 \text{ mA}$.
 $\frac{I_{0_1}}{k_1} = \frac{I_{0_2}}{k_2} = 0,47 \cdot 10^{-6}$ unités du système international (U.S.I.).

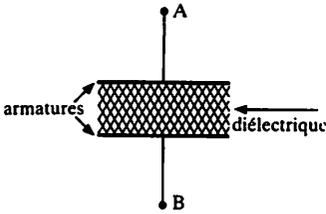


Fig. 4. Condensateur plan avec diélectrique.

► Le farad est une unité peu adaptée aux capacités des condensateurs couramment utilisés. Les sous-multiples suivants sont couramment employés :

1 $\mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F}$, 1 $\text{nF} = 10^{-9} \text{ F}$,
 1 $\text{pF} = 10^{-12} \text{ F}$

Posons : $\frac{I_0}{k} = C$

L'expérience montre donc que C ne dépend pas du courant de charge. C'est une constante caractéristique du condensateur, appelée *capacité du condensateur*.

Conclusion

$$C = \frac{q_A}{U} = \frac{q_A}{V_A - V_B} \quad \begin{cases} q \text{ en coulombs} & (\text{C}) \\ U, V_A, V_B \text{ en volts} & (\text{V}) \\ C \text{ en farads} & (\text{F}) \end{cases}$$

Capacité d'un condensateur plan

- La capacité d'un condensateur dépend de sa forme, de ses dimensions et de la nature du diélectrique.
- Pour un condensateur plan (fig. 4), la capacité a pour expression :

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{e} \quad \begin{cases} C \text{ en farads} & (\text{F}) \\ \epsilon_0 \text{ en farads par mètre} & (\text{F/m}) \\ \epsilon_r, \text{ sans dimension} \\ S \text{ en mètres carrés} & (\text{m}^2) \\ e \text{ en mètres} & (\text{m}) \end{cases}$$

en désignant par :

S : la surface d'une armature,
 e : l'épaisseur du diélectrique,

$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi \times 10^9} \text{ F/m}$: la permittivité du vide,

ϵ_r : la permittivité relative du diélectrique ou constante diélectrique; ϵ_r est une *grandeur sans dimension*.

3 Champ électrique

Notion de champ électrique

Si une charge électrique positive est placée entre les armatures A et B d'un condensateur, dont le diélectrique est l'air, on constate qu'elle se trouve soumise à une force. Elle est repoussée par l'armature positive du condensateur et attirée par l'armature négative. On dit qu'un champ électrique est établi entre les armatures A et B. En un point, le champ électrique est représenté par un vecteur \vec{E} ,

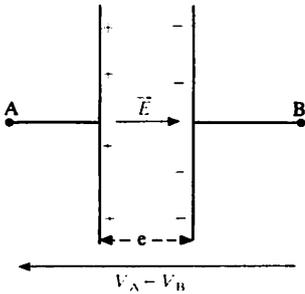


Fig. 5. Le champ électrique \vec{E} est uniforme (le même en tout point), car les charges des deux plaques sont réparties uniformément.

dirigé de l'armature positive vers l'armature négative (fig. 5), et de valeur :

$$E = \frac{V_A - V_B}{e} \quad \left\{ \begin{array}{l} V_A \text{ et } V_B \text{ en volts (V)} \\ e \text{ en mètres (m)} \\ E \text{ en volts par mètre (V/m)} \end{array} \right.$$

e est la distance séparant les armatures entre lesquelles se trouve un diélectrique supposé homogène (l'air par exemple).

Champ de claquage ou champ disruptif

Pour un condensateur déterminé, le champ électrique est proportionnel à la tension appliquée. Si ce champ devient trop grand, un arc électrique peut s'établir entre les armatures (courant intense) et endommager le diélectrique.

La valeur maximale du champ est le *champ de claquage* ou *champ disruptif*.

Au champ disruptif est associée une tension maximale à partir de laquelle le condensateur est détruit.

La tension normale d'utilisation est très largement inférieure à cette valeur maximale.

► Ordre de grandeur de quelques champs disruptifs

| Nature du diélectrique | Champ disruptif (kV/cm) |
|------------------------|-------------------------|
| Papier imprégné | 70 |
| Mica | 600 |
| Air sec | 32 |
| Téflon | 400 |

4 Force électrostatique

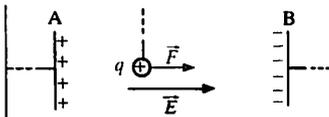


Fig. 6. La sphère est soumise à une force \vec{F} qui change de sens lorsque q change de signe.

Entre les deux armatures A et B d'un condensateur, dont le diélectrique est l'air, une charge électrique q est soumise à une force (fig. 6) d'expression :

$$\vec{F} = q\vec{E} \quad \left\{ \begin{array}{l} q \text{ en coulombs (C)} \\ E \text{ en volts par mètre (V/m)} \\ F \text{ en newtons (N)} \end{array} \right.$$

\vec{E} est le champ électrique à l'endroit où se trouve la charge;

\vec{F} est la force électrostatique appliquée à la charge électrique.

Lorsque q est positive, la force \vec{F} est dirigée de A vers B; lorsque q est négative, elle est dirigée de B vers A.

1 Un condensateur plan est constitué par deux armatures métalliques carrées A et B, parallèles, de 50 cm de côté, séparées par une épaisseur d'air, e , de 2 cm.

1. On établit entre les armatures une d.d.p. U constante de 1000 V. Quel est le champ électrique entre les armatures ?

2. Quelle charge prend alors chaque armature ?

3. Entre les armatures on place une plaque de mica dont la permittivité relative est 8. Quelle est la capacité du condensateur ainsi constitué ?

Solution :

1. **Champ électrique E** (voir fig. 5)

Le champ électrique entre les armatures est égal à :

$$E = \frac{U}{e} = \frac{1000}{2 \cdot 10^{-2}} \text{ V/m}$$

$$\Rightarrow E = 5 \cdot 10^4 \text{ V/m}$$

2. **Charge du condensateur**

Capacité d'un condensateur plan :

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{e}$$

Application numérique :

$$C = \frac{1}{36\pi \cdot 10^9} \times 1 \times \frac{(50 \times 50) \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{-2}} \text{ F}$$

$$\Rightarrow C = 0,11 \text{ nF}$$

Charge prise par le condensateur :

$$q = Cu = (0,11 \cdot 10^{-9} \times 10^3) \text{ C}$$

$$\Rightarrow q = 0,11 \mu\text{C}$$

3. **Nouvelle valeur de la capacité**

La capacité du condensateur devient :

$$C' = \epsilon_r C = (8 \times 0,11) \text{ nF}$$

$$\Rightarrow C' = 0,88 \text{ nF}$$

2 Les caractéristiques d'un condensateur plan sont les suivantes : valeur de la capacité : $C = 40 \text{ pF}$; épaisseur du diélectrique : $e = 10 \text{ mm}$, surface des armatures $S = 1 \text{ dm}^2$.

Il est soumis à une tension $U = 100 \text{ V}$.

1. Quelle est la charge du condensateur ?

2. Quelle est la valeur du champ électrique entre les armatures du condensateur ?

3. Quelle est la permittivité relative de l'isolant ?

Solution :

1. **Charge prise par le condensateur**

La charge du condensateur est égale à :

$$Q = CU$$

$$\text{soit : } Q = (40 \cdot 10^{-12} \times 100) \text{ C}$$

$$\Rightarrow Q = 4 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

2. **Champ électrique E entre les armatures du condensateur plan**

$$E = \frac{U}{e} = \left(\frac{100}{10^{-2}} \right) \text{ V/m} \Rightarrow E = 10^4 \text{ V/m}$$

3. **Permittivité de l'isolant**

La capacité du condensateur plan est donnée par l'expression :

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{e}$$

$$\text{D'où : } \epsilon_r = \frac{Ce}{\epsilon_0 S}$$

$$\text{soit : } \epsilon_r = \frac{40 \cdot 10^{-12} \times 10^{-2}}{\frac{1}{36\pi \cdot 10^9} \times 10^{-2}} \Rightarrow \epsilon_r = 4,5$$

3 On charge un condensateur avec un courant constant d'intensité $I_0 = 5,0 \text{ mA}$. A l'instant t la tension aux bornes du condensateur est : $u_c(t) = 10^4 t$ (USI). Quelle est la capacité du condensateur ?

Solution :

A l'instant t , nous pouvons écrire :

$$q = I_0 t = Cu_c$$

$$\text{d'où : } C = \frac{I_0 t}{u_c}$$

soit :

$$C = \left(\frac{5 \cdot 10^{-3} \times t}{10^4 \times t} \right) \text{ F} \Rightarrow C = 0,5 \mu\text{F}$$

Dans de nombreux montages électriques, il est utile d'associer des condensateurs en parallèle ou en série.

1 Définition de la capacité équivalente

Lorsque des condensateurs sont associés, en parallèle ou en série, le condensateur équivalent est celui qui, soumis à la même tension que l'association considérée, accumule la même quantité d'électricité que celle-ci.

2 Condensateurs en parallèle

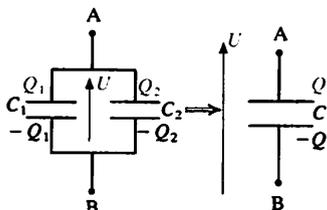


Fig. 1. C est équivalent à C_1 en parallèle avec C_2 si $Q = Q_1 + Q_2$.

Le montage de la figure 1 est formé de deux condensateurs en parallèle.

Nous pouvons écrire :

$$\left. \begin{array}{l} Q_1 = C_1 U \\ Q_2 = C_2 U \end{array} \right\} \Rightarrow (Q_1 + Q_2) = (C_1 + C_2) U$$

Or : $Q = Q_1 + Q_2$ et $Q = CU$ donc : $C = C_1 + C_2$

Les capacités des condensateurs en parallèle s'ajoutent.

3 Condensateurs en série

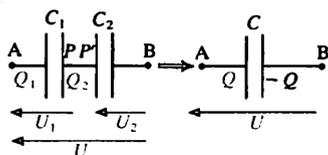


Fig. 2. C est équivalent à C_1 en série avec C_2 si $Q_1 = Q_2 = Q$.
Si les condensateurs sont initialement déchargés, le conducteur unique formé par l'armature P appartenant à C_1 , l'armature P' appartenant à C_2 et le fil qui les relie, porte une charge initiale nulle. Cette charge ne peut varier puisque ce conducteur est isolé, donc :
 $-Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow Q_1 = Q_2$.

Le montage de la figure 2 comporte deux condensateurs en série.

Nous pouvons écrire :

$$Q_1 = C_1 U_1 \Rightarrow U_1 = \frac{Q_1}{C_1}$$

$$Q_2 = C_2 U_2 \Rightarrow U_2 = \frac{Q_2}{C_2}$$

$$U = U_1 + U_2 \Rightarrow U = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2}$$

Or si les condensateurs étaient initialement déchargés :

$$Q_1 = Q_2 = Q = CU \Rightarrow U = \frac{Q}{C}$$

D'où :

$$\frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$

▶ Résultat à retenir
Dans le cas de deux condensateurs en série,

l'expression $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$, conduit au résultat :

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

ce qui entraîne : $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

L'inverse de la capacité équivalente est égale à la somme des inverses des capacités des condensateurs en série.

4 Bilan énergétique

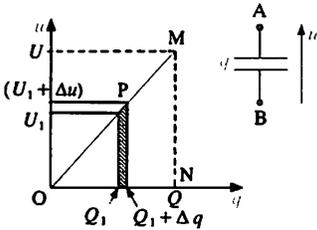


Fig. 3. $u = \frac{1}{C} \cdot q$; l'aire du trapèze hachuré est comprise entre $U_1 \cdot \Delta q$ et $(U_1 + \Delta u) \cdot \Delta q$. Nous notons Δq un petit accroissement de q , Δu un petit accroissement de u , etc. $U_1 \cdot \Delta q$ serait la valeur de l'énergie emmagasinée si u restait égale à U_1 ; $(U_1 + \Delta u) \cdot \Delta q$ correspond à l'énergie emmagasinée si $u = U_1 + \Delta u = \text{constante}$.

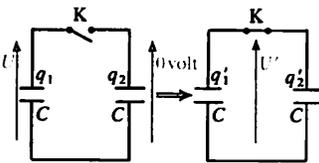


Fig. 4. $C = 10 \mu\text{F}$. État initial : $q_1 = Q$; $q_2 = 0$; K est ouvert. État final (K fermé).
 $q_1' + q_2' = q_1 + q_2 = Q$.
Or : $q_1' = \frac{U'}{C} = q_2'$.
Donc : $q_1' = q_2' = \frac{Q}{2}$.

Si U est proche de 100 V , à la fermeture de K un récepteur radio est perturbé par le rayonnement électromagnétique associé à la diminution d'énergie stockée par les condensateurs.

Énergie emmagasinée par un condensateur

La tension et la charge d'un condensateur sont liées par la relation : $u = \frac{q}{C}$. Lorsque la tension

augmente de $u = U_1$ à $u = (U_1 + \Delta u)$ la charge croît de $q = Q_1$ à $q = (Q_1 + \Delta q)$.

Nous savons que si la tension u restait égale à U_1 , l'énergie acquise par le condensateur serait (voir chap. 9).

$$\Delta W_1 = U_1 \Delta q \text{ (aire d'un rectangle)}$$

Pratiquement l'énergie emmagasinée par le condensateur est représentée par l'aire de la figure 3.

Lorsque le condensateur se charge, la tension à ses bornes passe de $u = 0$ à $u = U$. L'énergie totale emmagasinée par le condensateur est alors représentée par le triangle OMN :

$$W = \frac{1}{2} UQ \quad \begin{cases} W \text{ en joules (J)} \\ U \text{ en volts (V)} \\ Q \text{ en coulombs (C)} \end{cases}$$

Comme $Q = CU$ nous obtenons également :

$$W = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \quad \begin{cases} W \text{ en joules (J)} \\ C \text{ en farads (F)} \\ U \text{ en volts (V)} \\ Q \text{ en coulombs (C)} \end{cases}$$

Association d'un condensateur chargé et d'un condensateur déchargé de même capacité

Un condensateur, de capacité C , chargé sous la tension U (fig. 4), est mis en parallèle avec un condensateur identique mais initialement déchargé. La charge totale Q se conserve : elle se répartit par moitié sur chaque condensateur.

Nous pouvons écrire les relations suivantes :

$$Q = CU \text{ et } : \frac{Q}{2} = CU'$$

La tension finale aux bornes du montage est donc :

$$U' = \frac{U}{2}$$

Bilan énergétique

-énergie initiale : $W_i = \frac{1}{2} CU^2$

-énergie finale : $W_f = \left(\frac{1}{2} CU'^2\right) \times 2 \Rightarrow W_f = \frac{1}{4} CU^2$

50 % de l'énergie initiale est partie par rayonnement électromagnétique lors de la fermeture de l'interrupteur K. Un récepteur radio, placé à proximité, rend compte de cette émission en faisant entendre un craquement.

Note technique : les condensateurs « chimiques »

On réalise des condensateurs de très grande capacité en utilisant certaines propriétés chimiques de l'aluminium, du tantale, du carbone, etc.

Les condensateurs électrochimiques à l'aluminium sont polarisés. Leur borne positive (anode) est en aluminium. Le diélectrique est une très mince pellicule d'alumine isolante qui s'obtient par électrolyse lors de la « formation » du condensateur. Le contact électrique entre l'alumine et la cathode constituée par le boîtier est dû à un électrolyte (par exemple du phosphate d'aluminium), d'où le nom de condensateurs électrolytiques. Cet électrolyte est immobilisé dans un gel. Par divers procédés, et notamment la gravure, on augmente la surface utile des armatures. Les condensateurs électrolytiques à l'aluminium ont un courant de fuite assez important, de l'ordre de $1 \mu A$ par microfarad. Leur capacité peut aller jusqu'à 0,15 F.

La plupart des condensateurs au tantale sont également polarisés. L'anode est alors constituée de tantale poreux, ce qui permet d'obtenir une grande surface effective. Le diélectrique est une très mince pellicule d'oxyde de tantale (de l'ordre de 1 nm). L'électrolyte, permettant d'établir le contact électrique entre l'oxyde de tantale et la cathode argentée, est soit de l'acide sulfurique pris dans un gel, soit du bioxyde de manganèse (condensateurs au tantale à électrolyte solide). La capacité des condensateurs au tantale peut, sous un volume très faible, atteindre 1 mF.

Certains condensateurs récents non polarisés peuvent présenter une capacité de 1 F pour un volume d'une vingtaine de centimètres cubes.

Les « armatures » d'un tel condensateur sont constituées de particules de carbone activé — permettant d'obtenir une surface de 1000 m² par gramme de carbone — humectées d'acide sulfurique et séparées par une paroi perméable aux ions.

1 On associe trois condensateurs, de capacités respectives C_1 , C_2 et C_3 , telles que :

$$C_2 = 2C_1 \text{ et } C_3 = 3C_1$$

1. Initialement ces condensateurs ne sont pas chargés. Ils sont associés en série et l'ensemble est soumis à une tension U de 220 V. Quelle est la tension U_2 aux bornes du condensateurs C_2 ?

2. Associés en parallèle ils forment un dipôle de capacité $C = 24 \mu\text{F}$. Calculer la capacité C_1 .

Solution :

1. Tension U_2 aux bornes de C_2

Les condensateurs étant associés en série (fig. 5) nous pouvons écrire que chaque condensateur porte la même quantité d'électricité Q . Nous pouvons alors obtenir une première expression pour les tensions U_1 , U_2 et U_3 :

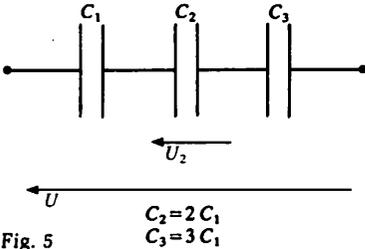


Fig. 5

$$U_1 = \frac{Q}{C_1}, U_2 = \frac{Q}{C_2} \text{ et } U_3 = \frac{Q}{C_3}$$

comme $C_2 = 2C_1$ et $C_3 = 3C_1$, nous obtenons :

$$U_1 = \frac{Q}{C_1}, U_2 = \frac{Q}{2C_1} \text{ et } U_3 = \frac{Q}{3C_1}$$

$$\text{Soit : } U_1 = 2U_2 \text{ et } U_3 = \frac{2}{3} U_2$$

$$\text{Or : } U = U_1 + U_2 + U_3$$

$$\text{D'où : } U = \frac{11}{3} U_2$$

$$\text{Ou : } U_2 = \frac{3}{11} U$$

$$\text{Soit : } U_2 = \left(\frac{3}{11} \times 220\right) \text{ V} \Rightarrow \boxed{U_2 = 60 \text{ V}}$$

2. Calcul de C_1

Les trois condensateurs sont associés en parallèle (fig. 6). Si C est la capacité équivalente de l'ensemble nous pouvons écrire :

$$C = C_1 + C_2 + C_3$$

$$\text{Où : } C_2 = 2C_1 \text{ et } C_3 = 3C_1$$

$$\text{Donc : } C = 6C_1$$

$$\text{D'où : } C_1 = \frac{C}{6}$$

$$\text{Soit : } C_1 = \left(\frac{24}{6}\right) \mu\text{F} \Rightarrow \boxed{C_1 = 4,0 \mu\text{F}}$$

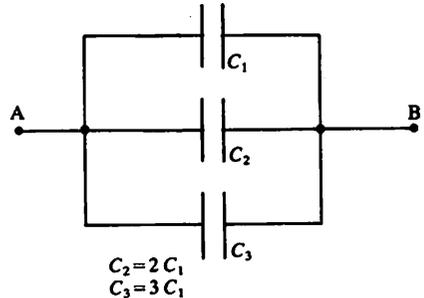


Fig. 6

2 Les armatures d'un condensateur plan à air sont distantes de $e = 5,0 \text{ mm}$. On désire obtenir un condensateur de capacité $C = 18 \text{ pF}$. Quelle doit être la surface S de chaque armature ?

Solution :

La capacité d'un condensateur plan à air est donnée par la relation :

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{e}$$

$$\text{D'où : } S = \frac{Ce}{\epsilon_0}$$

$$S = [18 \cdot 10^{-12} \times 5 \cdot 10^{-3} \times 36\pi \cdot 10^9] \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow \boxed{S = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2}$$

1 Mise en évidence

► Rappel des propriétés des aimants :

- Un aimant présente un pôle nord et un pôle sud.
- Deux pôles de même nom se repoussent.
- Deux pôles de noms contraires s'attirent.

Un aimant ou une bobine parcourue par un courant impose une orientation déterminée à une aiguille aimantée placée dans leur voisinage. On dit que ces dispositifs sont des sources de champ magnétique.

On peut mettre en évidence un champ magnétique :

- par l'orientation d'une aiguille aimantée ;
- par la déviation de particules chargées électriquement et en mouvement. Alors que dans un champ magnétique, des charges au repos restent au repos, un faisceau de particules électrisées est dévié (fig. 1). Cette action d'un champ magnétique sera étudiée plus en détail au chapitre 14 ;
- à l'aide d'un détecteur appelé sonde à effet Hall (fig. 2).

Le champ magnétique modifie la circulation des charges électriques dans la sonde (un générateur extérieur impose le passage d'un courant dans celle-ci) et cela se traduit par l'apparition d'une tension dite de Hall (effet Hall) qui est facile à décélérer et à mesurer.

Remarque. L'effet Hall est aussi utilisé :

- dans certaines pinces ampèremétriques, dispositifs qui permettent la mesure d'un courant dans un circuit sans insérer un ampèremètre dans celui-ci ;
- dans des transducteurs et des capteurs.

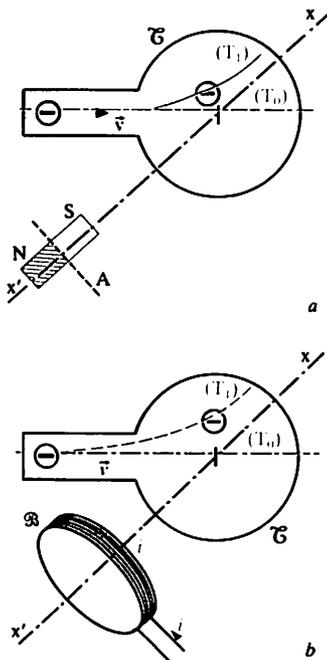


Fig. 1. Action sur des charges en mouvement.

Un tube à déflexion T , tube de J. Perrin, permet d'obtenir un faisceau d'électrons animés d'une vitesse \vec{v} . La trajectoire (T_0) des électrons, rendue visible par fluorescence sur un écran (non représenté), est rectiligne. Cette trajectoire est modifiée (T_1) lorsqu'un aimant est approché du tube (a) ou lorsque la bobine est parcourue par un courant d'intensité i (b).

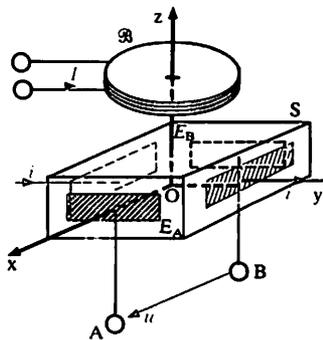


Fig. 2. Sonde à effet Hall. Elle est constituée par le solide S , conducteur ou semiconducteur qui est parcouru par un courant d'intensité constante i dans la direction Oy . Lorsque S est placé dans le champ magnétique créé par la bobine B , une tension de Hall est obtenue entre les électrodes E_A et E_B .

2 Vecteur champ magnétique

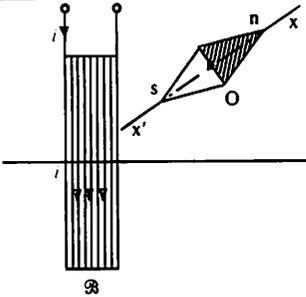


Fig. 3. Orientation de l'aiguille aimantée placée au point O.

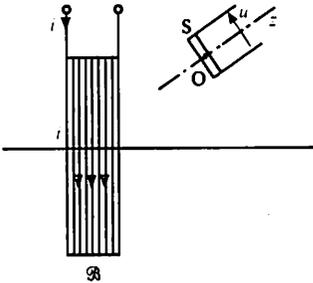


Fig. 4. Position permettant de relever la tension de Hall de valeur maximale (vue de dessus de la bobine et de la sonde rectangulaire S) au point O.

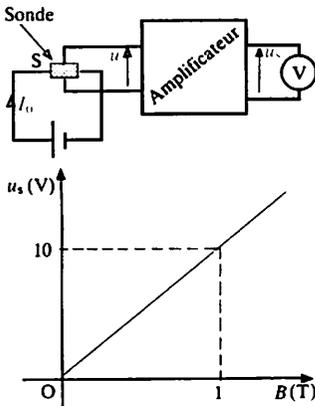


Fig. 5. Mesure d'un champ magnétique à l'aide d'un teslamètre à effet Hall.

- Direction du champ magnétique

Lorsque la bobine \mathcal{B} (fig. 3) est parcourue par un courant, une aiguille aimantée placée en un point O proche de \mathcal{B} prend une orientation bien définie. Si une sonde à effet Hall S est placée en ce point O, à la place de l'aiguille aimantée (fig. 4), la tension u mesurée présente un maximum lorsque l'axe Oz de la sonde a la même direction que l'aiguille aimantée dans l'expérience précédente. Cette direction privilégiée, indiquée par l'aiguille aimantée, est la direction du champ magnétique en O.

- Sens du champ magnétique

Si le courant dans la bobine est inversé (passage de $+i$ à $-i$), toutes choses restant égales par ailleurs :
 — une aiguille aimantée placée en O effectue une rotation de 180° ,
 — la tension mesurée par une sonde à effet Hall change de signe sans changer de valeur absolue. Nous pouvons attribuer un sens au champ magnétique en O : c'est le sens sud-nord de l'aiguille aimantée (fig. 3).

- Intensité du champ magnétique

L'intensité d'un champ magnétique, en un point, est définie au chapitre 14 paragraphe 1. Pour l'instant, nous pouvons dire que le champ magnétique en un point est d'autant plus intense que la valeur maximale de la tension de Hall mesurée en ce point est plus grande. L'unité de champ magnétique est le tesla (symbole : T).

En conclusion, le champ magnétique au point O peut être représenté par un vecteur \vec{B} . Ses caractéristiques complètes sont fournies par une sonde de Hall, mais sa direction et son sens sont facilement mis en évidence au moyen d'une aiguille aimantée.

Mesure avec un teslamètre

La mesure du champ magnétique est réalisée grâce à un teslamètre qui comprend :

- une sonde à effet Hall qui doit être placée au point où le champ doit être mesuré ;
- éventuellement un amplificateur linéaire qui délivre une tension u_s proportionnelle à la tension de Hall ; elle est mesurée au moyen d'un voltmètre qui est directement gradué en teslas (fig. 5).

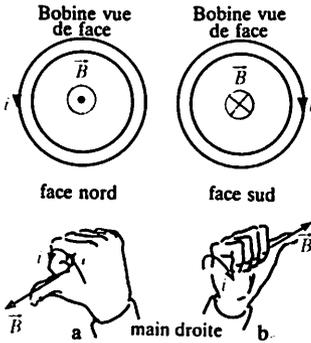


Fig. 6. Représentation symbolique d'un champ magnétique \vec{B} : a) qui est dirigé vers l'observateur ; b) qui est dirigé vers l'arrière de la feuille.

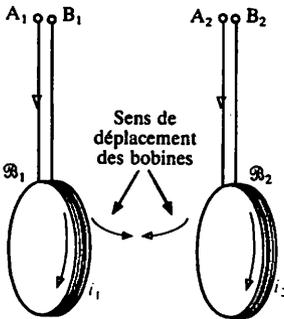


Fig. 7. Interactions magnétiques entre deux bobines. Deux bobines \mathcal{B}_1 et \mathcal{B}_2 parcourues par des courants d'intensité i_1 et i_2 (le circuit d'alimentation n'est pas représenté) sont suspendues librement en A_1B_1 et A_2B_2 . Il y a action à distance du champ magnétique créé par \mathcal{B}_1 sur les conducteurs de \mathcal{B}_2 et réciproquement.

Ordre de grandeur des modules des champs magnétiques

- 20 μT : Composante horizontale du champ magnétique terrestre,
- 100 μT : Aiguille aimantée,
- 1 mT : Fermeture d'un interrupteur à lames souples (I.L.S. ou relais Reed),
- 50 mT : Aimants permanents ordinaires,
- 500 mT : Aimants permanents des machines électriques,
- 1 T : Enroulement des machines électriques,
- 35 T : Électroaimants supraconducteurs.

Analogie entre un aimant et une bobine parcourue par un courant

Les deux faces d'une bobine parcourue par un courant ne sont pas magnétiquement équivalentes (bobine plate ou bobine longue). Le vecteur \vec{B} semble sortir par une face et entrer par l'autre : par analogie avec un aimant la première est la face nord, la seconde est la face sud.

Pour déterminer si une face est nord ou sud il suffit d'appliquer la règle de la main droite (fig. 6) :

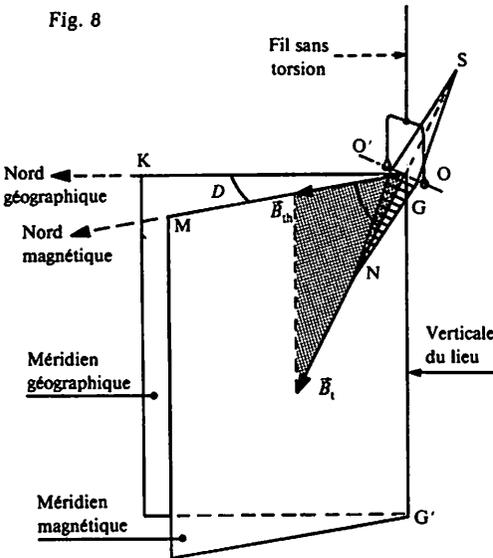
Le pouce indique le sens du vecteur \vec{B} , donc la face nord de la bobine, quand les autres doigts sont placés dans le sens réel de circulation du courant.

Avec deux bobines \mathcal{B}_1 et \mathcal{B}_2 (fig. 7), on peut constater :

- qu'il y a attraction entre des faces de noms contraires,
 - qu'il y a répulsion entre des faces de même nom.
- Ces interactions magnétiques, analogues à celles qui sont observées avec des pôles d'aimant, montrent la grande similitude de comportement de deux sources de champ.

- 1 La figure 8 représente la position d'une aiguille aimantée, mobile autour d'un axe OO' , placée dans le champ magnétique terrestre à Paris. Elle est inclinée vers le sol; on mesure $\hat{I} = 64^\circ$ (inclinaison). Le module B_{th} de la composante horizontale du champ magnétique \vec{B}_t étant égal à $20 \cdot 10^{-6}$ T, calculer le module B_t de ce champ magnétique.

Fig. 8



Solution :

\vec{B}_{th} est la projection orthogonale de \vec{B}_t sur l'horizontale du plan MGG' (plan vertical passant par le centre de gravité G de l'aiguille)

$$B_{th} = B_t \cos \hat{I}$$

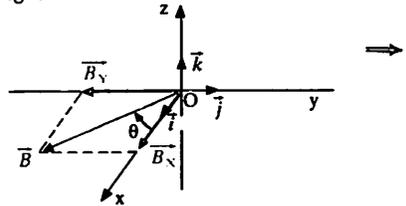
$$\text{et : } B_t = \frac{B_{th}}{\cos \hat{I}}$$

soit :

$$B_t = \left(\frac{20 \cdot 10^{-6}}{\cos 64^\circ} \right) \text{ T} \Rightarrow \boxed{B_t = 4,6 \cdot 10^{-5} \text{ T}}$$

- 2 On désigne par \vec{i} , \vec{j} et \vec{k} les vecteurs unitaires respectifs des trois axes Ox , Oy et Oz d'un trièdre trirectangle. Une sonde à effet Hall, placée en O de manière à détecter un champ magnétique dirigé selon Ox et de même sens que le vecteur \vec{i} , indique 30 mT. Placée de manière à détecter en O un champ magnétique dirigé selon Oy et de même sens que le vecteur \vec{j} , elle indique -40 mT. Enfin, placée selon la direction Oz , elle indique une valeur nulle (fig. 9).

Fig. 9



Caractériser le vecteur champ magnétique \vec{B} en O .

Solution :

Si B_x , B_y et B_z désignent les projections du vecteur champ magnétique \vec{B} respectivement sur les axes Ox , Oy et Oz , nous pouvons écrire :

$$\vec{B} = B_x \vec{i} + B_y \vec{j} + B_z \vec{k}$$

avec : $B_x = 30$ mT ; $B_y = -40$ mT ; $B_z = 0$ (résultats des mesures).

Le vecteur \vec{B} est donc contenu dans le plan défini par les vecteurs \vec{i} et \vec{j} (fig. 9). Nous tirons immédiatement les deux grandeurs qui permettent de le caractériser :

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} \text{ et : } \tan \theta = \frac{B_y}{B_x}$$

Applications numériques :

$$B = \sqrt{(30 \cdot 10^{-3})^2 + (-40 \cdot 10^{-3})^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{B = 50 \text{ mT}}$$

$$\tan \theta = \frac{-40}{30} = -1,33 \Rightarrow \boxed{\theta = -53^\circ}$$

1 Lignes de champ

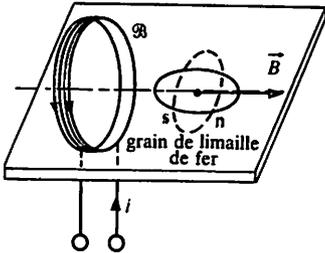


Fig. 1. Grain de limaille de fer dans un champ magnétique \vec{B} .

Sous l'action d'un champ magnétique \vec{B} un grain de limaille de fer s'aimante suivant sa plus grande dimension (fig. 1). Cet aimant s'oriente dans le champ magnétique \vec{B} et il indique alors la direction de ce champ.

En saupoudrant de la limaille de fer sur une feuille de carton placée près d'un aimant, on constate que les grains de limaille se disposent suivant des lignes appelées *lignes de champ*.

Une ligne de champ apporte à l'utilisateur une information rapide sur la direction du champ magnétique en chaque point de la ligne.

2 Spectres magnétiques

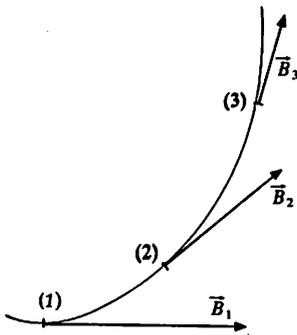


Fig. 3. Ligne de champ magnétique.

L'ensemble des lignes de champ d'un plan ou d'une zone constitue un *spectre magnétique* (fig. 2).

Une ligne de champ est, en chacun de ses points, tangente au vecteur champ magnétique (fig. 3). C'est une courbe orientée : en un point, le sens de la ligne de champ est le sens du vecteur champ \vec{B} .

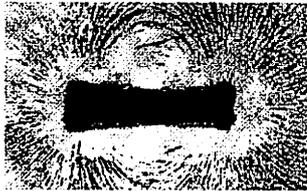


Fig. 2. Spectre magnétique d'un aimant droit. On oriente les lignes de champ du pôle nord vers le pôle sud (à l'extérieur de l'aimant).

3 Exemples de sources de champ magnétique

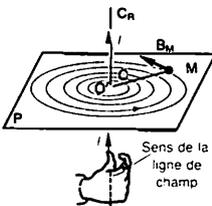


Fig. 4. Règle de la main droite : si le pouce est placé suivant le conducteur, dans le sens de circulation du courant I , les autres doigts indiquent le sens des lignes de champ.

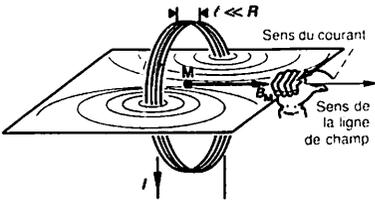
Conducteur rectiligne

Le conducteur, parcouru par un courant d'intensité I est placé verticalement. On réalise un spectre magnétique dans un plan P , perpendiculaire au conducteur.

Les *lignes de champ* (fig. 4) sont des cercles de centre O , point où le conducteur coupe le plan P .

Le *champ magnétique* en un point M tel que $OM = r$ est égal à :

$$B_M = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{2 \cdot 10^{-7} I}{r} \left\{ \begin{array}{l} I \text{ en ampères (A)} \\ r \text{ en mètres (m)} \\ B_M \text{ en teslas (T)} \end{array} \right.$$



Bobine plate $\left\{ \begin{array}{l} \text{Rayon } R, \\ N \text{ spires,} \\ \text{Longueur } l \ll R. \end{array} \right.$

Fig. 5. Orientation des lignes de champ
L'orientation d'une ligne de champ est donnée par la règle de la main droite suivante : le pouce donne le sens de la ligne de champ quand les autres doigts sont placés dans le sens de circulation du courant.

Bobine plate

La bobine, formée de N spires, est placée dans un plan vertical. Le spectre magnétique est réalisé dans le plan médian horizontal de la bobine.

Lignes de champ (fig. 5)

- Vers le centre de la bobine ce sont sensiblement des droites perpendiculaires au plan de la bobine.
- Dans le voisinage des conducteurs ce sont des cercles centrés sur le faisceau de conducteur.
- Entre ces deux zones, ce sont des lignes de plus en plus incurvées en allant du centre de la bobine vers le faisceau de conducteurs.

Champ magnétique au centre de la bobine

Une spire unique, de rayon R , parcourue par un courant d'intensité I , produit en son centre un champ magnétique égal à :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} = \frac{2\pi \cdot 10^{-7} I}{R} \left\{ \begin{array}{l} I \text{ en ampères (A)} \\ R \text{ en mètres (m)} \\ B \text{ en teslas (T)} \end{array} \right.$$

Une bobine de N spires, identiques à la précédente, produit en son centre un champ magnétique donné par la relation suivante :

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R} = \frac{2\pi \cdot 10^{-7} NI}{R} \left\{ \begin{array}{l} I \text{ en ampères (A)} \\ R \text{ en mètres (m)} \\ B \text{ en teslas (T)} \end{array} \right.$$

Bobine longue

La bobine longue ou solénoïde, comporte N spires réparties en plusieurs couches, en général, sur une longueur l .

Le spectre magnétique est réalisé dans le plan médian horizontal du solénoïde.

Lignes de champ (fig. 6)

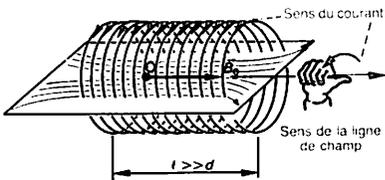
- A l'intérieur de la bobine, ce sont des droites parallèles à l'axe de la bobine (champ uniforme).
- A l'extérieur, ce sont des courbes qui relient les deux faces de la bobine. Le spectre obtenu est analogue à celui d'un barreau aimanté droit.

Champ magnétique au centre O de la bobine

Il est donné par la relation suivante :

$$B_0 = \mu_0 \frac{NI}{l} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{NI}{l},$$

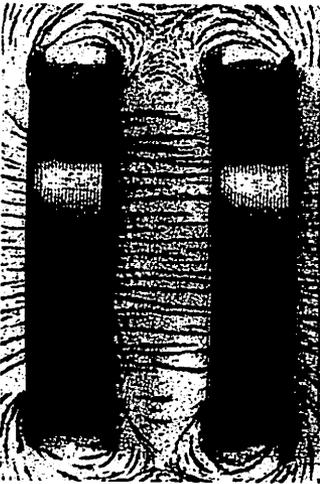
$$B_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} nI.$$



Diamètre : d Longueur : $l \gg d$ N spires
 $n = \frac{N}{l}$ = nombre de spires par mètre.

Fig. 6. Orientation des lignes de champ
L'orientation d'une ligne de champ est obtenue en appliquant la règle de la main droite donnée pour une bobine plate.

4 Excitation magnétique



► **Champ magnétique uniforme :**
 Deux bobines plates identiques ou bobines de Helmholtz, distantes d'une longueur égale à leur rayon et parcourues par des courants de même sens créent un champ magnétique. Dans une grande partie de l'espace compris entre les deux bobines, les lignes de champ sont parallèles. En tout point de cet espace, le vecteur champ magnétique \vec{B} reste équipollent à lui-même : le champ magnétique est uniforme.

Une étude expérimentale, conduite avec un circuit électrique parcouru par un courant d'intensité i et placé dans un milieu homogène, montre qu'en un point M , le module du champ magnétique B_M :

- est proportionnel à l'intensité i du courant,
- dépend de la forme du circuit et de sa position par rapport à M ,
- dépend du milieu dans lequel se trouve M ; celui-ci sera caractérisé par une constante magnétique ou perméabilité magnétique μ (μ_0 pour le vide ou l'air).

Dans le vide ou dans l'air, le module du champ magnétique s'écrit :

$$B_M = \mu_0 \gamma i \quad \begin{cases} B_M \text{ en teslas} & (T) \\ \mu_0 \text{ et } \gamma \text{ en unités SI} \\ i \text{ en ampères} & (A) \end{cases}$$

γ est une constante qui dépend de la forme du circuit et de sa position par rapport au point M .

B_M est donc le produit :

- d'un facteur (γi) qui traduit l'action de la source magnétique (le circuit électrique); (γi) est appelé excitation magnétique,
- d'un facteur μ_0 qui caractérise le milieu magnétique.

Vecteur excitation magnétique

En chaque point, une grandeur magnétique, indépendante du milieu, peut être définie. C'est une grandeur vectorielle dont le module est égal à l'excitation magnétique (γi). Ainsi en un point dans le vide ou dans l'air, où le champ magnétique est un vecteur \vec{B} , on définit un vecteur excitation magnétique \vec{H} par la relation :

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} \Leftrightarrow \vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad \begin{cases} B \text{ en teslas (T)} \\ \mu_0 \text{ en unités SI} \\ H \text{ en ampères} \\ \text{par mètre (A/m)} \end{cases}$$

Remarque.

Il est important de noter que le vecteur champ magnétique est le seul dont les caractéristiques puissent être obtenues directement par la mesure, par exemple au moyen d'une sonde à effet Hall.

Exercice résolu

13 Champs magnétiques produits par des courants

Deux fils conducteurs, rectilignes et parallèles, de très grande longueur, de section négligeable vis-à-vis de leur distance $d = 16 \text{ cm}$, sont parcourus par des courants de même intensité : $I = 4 \text{ A}$, courant ascendant dans le premier fil, courant descendant dans le second fil. Ces fils percent un plan horizontal en O_1 pour le premier, en O_2 pour le second.

- Déterminer le vecteur champ magnétique \vec{B} créé par les deux courants au point M, milieu de O_1O_2 .
- Le plan des deux fils se confond avec le plan du méridien magnétique terrestre. Le module de la composante horizontale \vec{B}_0 du champ magnétique terrestre est égal à $2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ (fig. 7). En M est placée une petite aiguille aimantée (boussole).

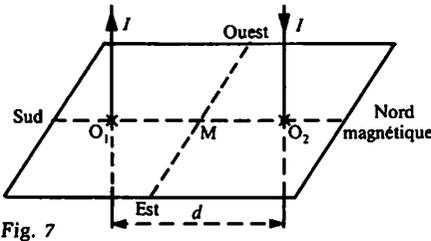


Fig. 7

- Quelle est l'orientation de l'aiguille aimantée quand il ne passe aucun courant dans les deux fils?
- De quel angle et dans quel sens cette aiguille aimantée tourne-t-elle quand les courants circulent dans les deux fils?
- Déterminer alors le vecteur champ magnétique résultant \vec{B}' au point M.

Solution :

1. Vecteur \vec{B} au point M

Chaque conducteur parcouru par un courant est source de champ magnétique dont la direction et le sens sont donnés par la règle de la main droite. En M (fig. 8) : $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$.

Les vecteurs \vec{B}_1 et \vec{B}_2 ont même direction, même sens et même module (courant I et $O_1M = O_2M$)

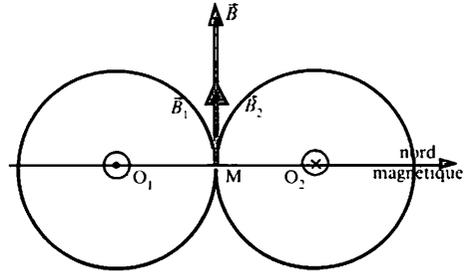


Fig. 8. L'observateur se trouve au-dessus du plan P.

$$B = 2B_1 = 2B_2 \text{ avec : } B_1 = \mu_0 \frac{I}{2\pi r} \text{ et : } r = \frac{d}{2}.$$

$$\text{Donc : } B = 2\mu_0 \frac{I}{\pi d}$$

$$B = \frac{2 \times 4\pi \cdot 10^{-7} \times 4 \text{ T}}{\pi \times 0,16} \Rightarrow \boxed{B = 20 \mu\text{T}}$$

2. Orientation de l'aiguille aimantée

- En l'absence de courants la boussole indique le nord magnétique (fig. 9).

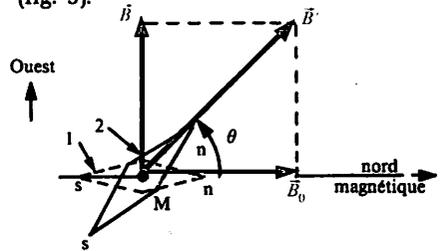


Fig. 9. Aiguille aimantée :

- absence de courants dans les fils,
- présence de courants dans les fils.

- En présence de courants dans les fils, l'aiguille aimantée prend la direction nord-ouest (fig. 9)

$$\tan \theta = \frac{B}{B_0} \Rightarrow \tan \theta = 1 \Rightarrow \theta = 45^\circ.$$

- Vecteur champ magnétique en M : $\vec{B}' = \vec{B} + \vec{B}_0$.

$$\text{D'où : } B' = \sqrt{B^2 + B_0^2} \text{ avec : } B = B_0.$$

$$\text{Donc : } B' = B_0\sqrt{2}$$

$$B' = (2 \cdot 10^{-5}\sqrt{2}) \text{ T} \Rightarrow \boxed{B' = 2,8 \cdot 10^{-5} \text{ T}}$$

1 Relation champ magnétique-force

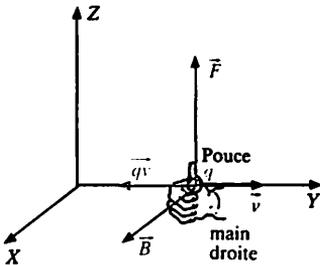


Fig. 1. Force magnétique ou de Lorentz qui s'exerce sur un électron ($q = -e < 0$).

L'action d'un champ magnétique sur une particule chargée en mouvement démontre l'existence d'une force magnétique agissant sur cette particule (voir chapitre 12).

En un point où le champ magnétique est représenté par un vecteur \vec{B} , une particule portant une charge électrique q , animée d'une vitesse \vec{v} , est soumise à une force magnétique \vec{F} (fig. 1) qui présente les caractéristiques suivantes :

- sa direction est orthogonale au plan formé par les vecteurs \vec{v} et \vec{B} ;
- son sens dépend du signe de la charge q de la particule, du sens du vecteur vitesse \vec{v} , du sens du champ magnétique \vec{B} . Il est donné par la règle de la main droite : le pouce est dirigé suivant la force \vec{F} quand les autres doigts indiquent la rotation inférieure à 180° qui amène le vecteur $(q\vec{v})$ sur le vecteur \vec{B} ;
- son module est proportionnel :
 - à la valeur absolue de la charge de la particule ($|q|$),
 - au module du vecteur vitesse \vec{v} ,
 - au module du vecteur champ magnétique \vec{B} ,
 - au sinus de l'angle (\vec{v}, \vec{B}) ,

$$F = |q v B \sin(\vec{v}, \vec{B})|$$

\vec{F} est aussi appelée force de Lorentz.

Autre expression mathématique de la force \vec{F}

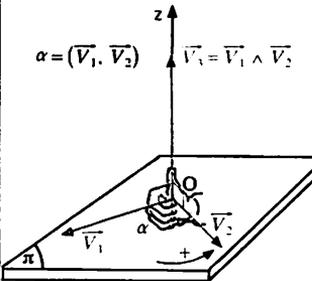
$$\vec{F} = q \vec{v} \wedge \vec{B} \quad \left\{ \begin{array}{ll} F \text{ en newtons} & \text{(N)} \\ q \text{ en coulombs} & \text{(C)} \\ v \text{ en mètres par seconde} & \text{(m/s)} \\ B \text{ en teslas} & \text{(T)} \end{array} \right.$$

Remarque : cette relation permet de définir l'unité de champ magnétique. Si les vecteurs \vec{v} et \vec{B} sont orthogonaux ($\sin(\vec{v}, \vec{B}) = 1$), la force \vec{F} a une intensité égale à :

$$F = |q| v B.$$

Par exemple, on a $B = 1 \text{ T}$ lorsque $q = 1 \text{ C}$, $v = 1 \text{ m/s}$ et que $F = 1 \text{ N}$.

Rappel sur le produit vectoriel.



Module de \vec{V}_3 : $V_3 = V_1 V_2 |\sin \alpha|$
 Sens : les vecteurs $\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3$ forment un trièdre direct. \vec{V}_3 a le sens indiqué par le pouce de la main droite quand les autres doigts indiquent la plus petite rotation qui amène \vec{V}_1 sur \vec{V}_2 .

2 Particule chargée dans un champ magnétique uniforme

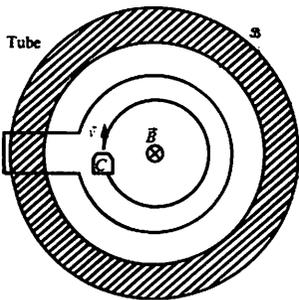


Fig. 2. Trajectoire circulaire des électrons. Du canon à électrons c sortent des électrons animés d'une vitesse \vec{v} qui est orthogonale au champ magnétique \vec{B} .

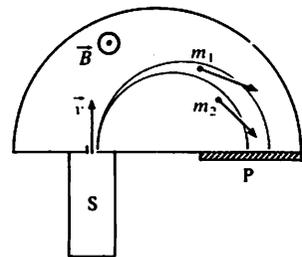


Fig. 3. Principe du spectrographe de masse.

Fig. 4. Tube cathodique d'un récepteur de télévision.

Les électrons du faisceau formé dans le tube T sont animés d'une vitesse \vec{v} . Lorsqu'ils sont soumis à l'action du champ magnétique \vec{B} si les vecteurs \vec{v} et \vec{B} sont orthogonaux, l'expérience (fig. 2) montre que la trajectoire est un cercle (ou une portion de cercle) et que le module du vecteur vitesse reste constant et égal à \vec{v} :

- situé dans un plan perpendiculaire au vecteur \vec{B} ,
- de rayon R ;

$$R = \frac{mv}{|q|B}$$

| | |
|-------------------------|-------|
| R en mètres | (m) |
| m en kilogrammes | (kg) |
| v en mètres par seconde | (m/s) |
| q en coulombs | (C) |
| B en teslas | (T) |

Cette relation est applicable à toute particule de masse m qui porte une charge q , lorsque les vecteurs \vec{v} et \vec{B} sont orthogonaux.

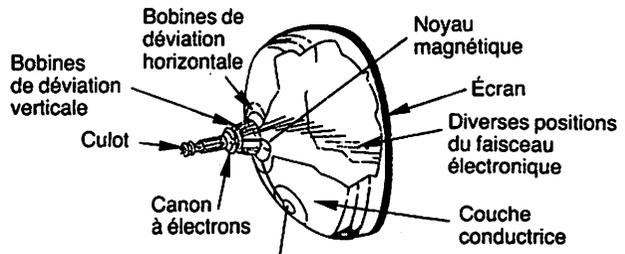
Applications

- Spectrographe de masse

Une source S injecte des ions, animés d'une vitesse \vec{v} , dans une enceinte sous vide où règne un champ magnétique uniforme \vec{B} (fig. 3). Les ions suivent des trajectoires circulaires et sont arrêtés par une plaque photographique P qui enregistre autant de taches qu'il y a de particules de masses différentes. Ce dispositif permet de mesurer les masses des ions.

- Tubes cathodiques des récepteurs de télévision

Dans le tube cathodique d'un téléviseur (fig. 4), le faisceau d'électrons forme sur l'écran un spot lumineux qui doit pouvoir se déplacer sur la totalité de l'écran afin de restituer l'image à transmettre.



Connexion reliant la couche interne métallique et les électrodes finales du canon à électrons

La géométrie des tubes utilisés nécessite des angles de déviation importants ($\theta \approx 110^\circ$). Cette contrainte impose l'emploi de la déviation magnétique. Des écrans de visualisation de microordinateurs et de minitel fonctionnent également suivant ce principe.

3 Particule chargée dans un champ électrique uniforme

Nous savons qu'une charge électrique q , placée dans un champ électrique uniforme \vec{E} , est soumise à l'action d'une force électrostatique : $\vec{f} = q\vec{E}$. Si elle peut être déplacée, l'action de cette force électrostatique provoque sa mise en mouvement (si elle est immobile au moment de l'application du champ \vec{E}), ou une modification de son mouvement ou de sa trajectoire.

Application : oscilloscope

Un dispositif, appelé canon à électrons, fournit des électrons animés d'une vitesse constante \vec{v}_0 et dirigés suivant l'axe d'un tube. Un vide poussé a été réalisé dans ce tube pour rendre le déplacement des électrons possible.

A la suite du canon à électrons se trouve un système de deux plaques formant un condensateur sans diélectrique (le vide règne entre les deux plaques). Une tension est appliquée entre les deux plaques, ce qui permet d'obtenir un champ électrique dans l'espace qu'elles délimitent (fig. 5).

En l'absence de champ, l'électron passe entre les deux plaques en décrivant une droite à une vitesse constante \vec{v}_0 .

En présence d'un champ électrostatique, orthogonal à \vec{v}_0 du fait de la disposition des plaques, la trajectoire de l'électron devient une portion de parabole entre les plaques de déviation. Dès que la particule est sortie du système de déviation sa trajectoire est de nouveau rectiligne (droite portée par la tangente à la parabole au point de sortie).

Dans un oscilloscope on utilise deux systèmes semblables pour obtenir une déviation suivant un axe vertical et une déviation suivant un axe horizontal. La combinaison des deux déviations permet de déplacer le spot électronique (impact des particules sur l'écran fluorescent du tube) dans le plan que forme l'écran du tube cathodique (fig. 6).

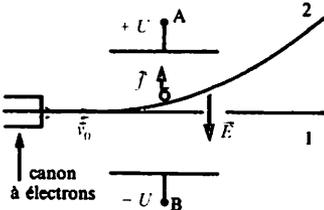


Fig. 5. Trajectoire d'un électron — en l'absence de champ électrostatique \vec{E} — en présence d'un champ électrostatique : $E = \frac{V_A - V_B}{d}$ si d désigne la distance séparant les plaques de déviation.

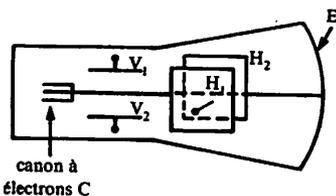
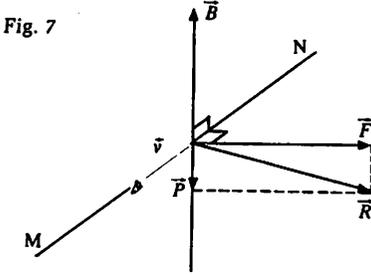


Fig. 6. Principe de l'oscilloscope avec deux systèmes de plaques de déviation pour le faisceau d'électrons : V_1 et V_2 pour obtenir une déviation verticale, H_1 et H_2 pour obtenir une déviation horizontale.

- 1 Un électron animé d'une vitesse \vec{v} est soumis à l'action d'un champ magnétique uniforme \vec{B} . Les vecteurs \vec{v} et \vec{B} sont orthogonaux (fig.7).



- Calculer le module F de la force de Lorentz \vec{F} qui s'exerce sur cet électron.
- Calculer le module P du poids \vec{P} de l'électron.
- Calculer le rapport F/P . Comparer la résultante des forces agissantes \vec{R} et la force \vec{F} .

Application numérique :

$$-e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}; \quad v = 7,5 \cdot 10^4 \text{ m/s};$$

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2; \quad m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg};$$

$$B = 1,0 \text{ T}$$

Solution :

1. Module F de la force de Lorentz
Ce module est donné par la relation :

$$F = |qvB \sin(\vec{v}, \vec{B})| \quad \text{avec : } q = -e$$

$$F = \left[1,6 \cdot 10^{-19} \times 7,5 \cdot 10^4 \times 1 \times \sin \frac{\pi}{2} \right] \text{ N}$$

$$\Rightarrow \boxed{F = 1,2 \cdot 10^{-14} \text{ N}}$$

2. Module P du poids de l'électron
 $P = mg \Rightarrow P = (9,1 \cdot 10^{-31} \times 9,8) \text{ N}$

$$\Rightarrow \boxed{P = 8,9 \cdot 10^{-30} \text{ N}}$$

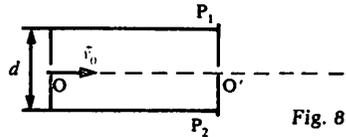
3. Rapport F/P

Les deux résultats précédents nous permettent de calculer ce rapport :

$$\frac{F}{P} = 1,8 \cdot 10^{15} \Rightarrow P \ll F$$

La résultante \vec{R} des forces agissant sur l'électron peut être considérée comme égale à la force de Lorentz \vec{F} .

- 2 Dans un tube où règne un vide poussé, un dispositif produit un pinceau de particules formé d'ions positifs de masses différentes mais de même charge q . Les ions pénètrent entre deux plaques métalliques planes horizontales P_1 et P_2 , parallèlement à celles-ci, en un point O situé à égale distance de P_1 et P_2 . En passant au point O ils sont animés de la même vitesse \vec{v}_0 (fig. 8).



En l'absence de tout champ électrique ou magnétique le pinceau sort par un orifice O' . L'action du champ de pesanteur est négligée. On appelle d la distance séparant les plaques.

On applique une tension $U_{P_1 P_2}$ constante entre les plaques P_1 et P_2 . Quel doit être le signe de $U_{P_1 P_2}$ pour que le pinceau de particules soit dévié verticalement vers le haut ?

Solution :

Signe de la tension $U_{P_1 P_2}$

Les ions émis portent une charge positive q . Lorsqu'ils se trouvent dans le champ électrique \vec{E} produit par les plaques P_1 et P_2 , ils sont soumis à une force \vec{f}_e telle que :

$$\vec{f}_e = q\vec{E}$$

Pour que \vec{f}_e provoque une déviation verticale du pinceau d'ions vers le haut, il faut que le vecteur \vec{E} soit dirigé de P_2 vers P_1 . Donc il faut que la plaque P_2 soit portée à un potentiel plus grand que P_1 , ce qui impose :

$$U_{P_2 P_1} > 0 \Rightarrow \boxed{U_{P_1 P_2} < 0}$$

15 FORCE ÉLECTROMAGNÉTIQUE

1 Conducteur dans un champ magnétique

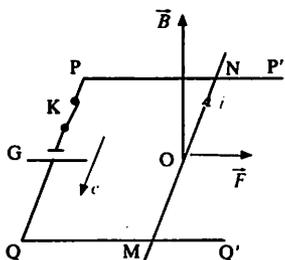


Fig. 1. La barre rigide MN est posée sur deux rails horizontaux PP' et QQ' fixes et se trouve dans un champ magnétique uniforme \vec{B} . Un générateur G de f.é.m. e permet de faire passer un courant d'intensité i dans ce circuit.

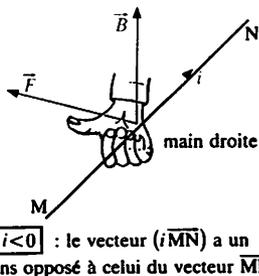
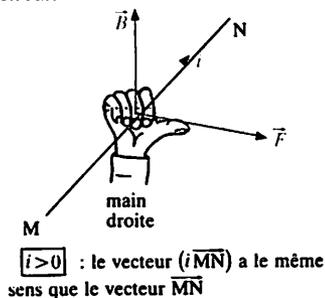


Fig. 2. Force de Laplace : le sens de la force \vec{F} est donné par la règle de la main droite : le pouce est dirigé suivant la force \vec{F} quand les autres doigts indiquent la plus petite rotation qui amène le vecteur $i \cdot \vec{MN}$ sur le vecteur champ magnétique \vec{B} .

PP' et QQ' sont deux rails horizontaux conducteurs de l'électricité, sur lesquels peut rouler une barre conductrice MN.

Dès la fermeture de l'interrupteur K (fig. 1), la barre, dont la portion MN se trouve dans le champ magnétique uniforme \vec{B} , se met en mouvement. Elle se déplace toujours suivant une normale à la direction MN, quelle que soit sa position initiale sur les deux rails; elle est donc soumise à un ensemble de forces admettant une somme vectorielle \vec{F} .

On constate que :

- la direction de la force \vec{F} est orthogonale au plan formé par le conducteur MN et le vecteur champ magnétique \vec{B} ;
- le sens de la force \vec{F} dépend du sens du courant i et du sens du champ magnétique \vec{B} . Ce sens est donné par la règle de la main droite : le vecteur force \vec{F} est dans le sens du pouce quand les autres doigts indiquent la plus petite rotation qui amène le vecteur $(i \cdot \vec{MN})$ - vecteur porté par MN et orienté dans le sens où le courant circule réellement - sur le vecteur champ magnétique \vec{B} (fig. 2).

Le module de la force \vec{F} est proportionnel :

- à la valeur absolue de l'intensité du courant ($|i|$),
- à la longueur l de la partie de conducteur plongée dans le champ magnétique : $l = MN$ dans le cas considéré,
- à l'intensité B du champ magnétique uniforme,
- au sinus de l'angle α formé par le conducteur et le vecteur champ magnétique \vec{B} .

$$F = |i|lB \sin \alpha$$

| | |
|--------------|-----|
| F en newtons | (N) |
| i en ampères | (A) |
| l en mètres | (m) |
| B en teslas | (T) |

Remarque 1

Si le champ magnétique n'est pas uniforme sur toute la longueur l , il faut calculer la force élémentaire \vec{f} qui s'exerce sur chaque élément de conducteur de longueur l_1 qui se trouve dans un champ magnétique pouvant être considéré comme uniforme puis faire la somme des vecteurs \vec{f} .

Remarque 2

La force électromagnétique peut être représentée par le produit vectoriel suivant :

$$\vec{F} = i\vec{l} \wedge \vec{B}$$

Dans cette expression, \vec{F} est la force électromagnétique de Laplace subie par le conducteur MN (fig. 2) dont une portion de longueur l se trouve dans un champ magnétique uniforme \vec{B} ; ($i\vec{l}$) désigne un vecteur ayant la direction du conducteur considéré, dont le sens est celui indiqué par l'orientation du conducteur et de module ($|i|l$).

2 Moteur électrodynamique

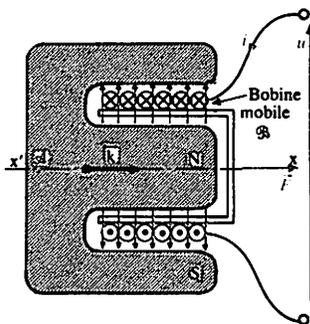


Fig. 3. Moteur électrodynamique. Un champ magnétique radial \vec{B} est créé par un aimant permanent A de forme annulaire. Dans l'entrefer cylindrique se trouve une bobine mobile \mathcal{B} capable de se mouvoir librement selon l'axe xx' (vecteur unitaire \vec{k}). La bobine \mathcal{B} , constituée par un fil conducteur de longueur totale l , est parcourue par un courant d'intensité i .

Principe

Un moteur électrodynamique comporte une bobine mobile \mathcal{B} , placée dans l'entrefer cylindrique d'un circuit magnétique fixe (fig. 3). Le conducteur électrique se trouve ainsi dans un champ magnétique radial (dans l'entrefer, les lignes de champ se confondent avec les rayons des cylindres qui délimitent cet espace).

Lorsque la bobine est parcourue par un courant d'intensité i , un petit élément de longueur l , placé en un point où le champ magnétique est égal à \vec{B} , est soumis à une force de Laplace \vec{f} dirigée suivant l'axe $x'x$ (le vecteur \vec{B} est normal au conducteur et donc à l'élément \vec{l} et ces deux vecteurs se trouvent dans un plan normal à $x'x$).

$$\vec{f} = i l B \vec{k}$$

Les forces de Laplace élémentaires ainsi définies ont toutes la même direction et le même sens. Elles admettent une somme vectorielle \vec{F} dirigée suivant l'axe $x'x$ et proportionnelle à l'intensité i du courant.

Sous l'effet de cette force électromagnétique, la bobine \mathcal{B} effectue un mouvement de translation. Ce système réalise une conversion électromécanique. Le générateur qui alimente la bobine fournit une puissance électrique qui est transformée en puissance mécanique.

Exemple : haut-parleur électrodynamique

La bobine \mathcal{B} (fig. 4), alimentée par un courant variable d'intensité i , est soumise à une force de Laplace, variable dans le temps. Le déplacement de

la bobine \mathcal{B} est communiqué à la membrane et cela entraîne une variation locale de la pression du milieu ambiant (air). Ces variations de pression se transmettent de proche en proche, donnant naissance à l'onde sonore qui se propage dans ce milieu.

Ainsi, la membrane sert d'adaptateur entre le système vibrant (bobine) et le milieu ambiant (air). L'énergie électrique fournie au système vibrant est transformée en énergie acoustique. Le haut-parleur est donc un transducteur électro-acoustique.

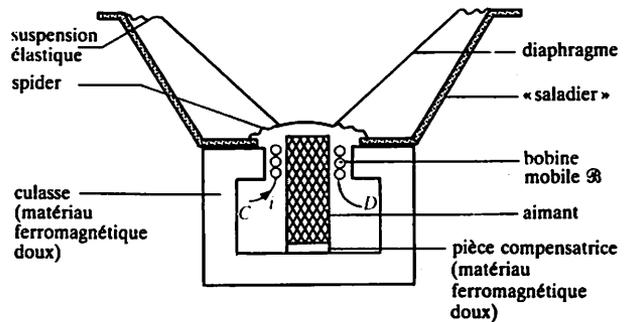


Fig. 4. Coupe d'un haut-parleur électrodynamique. Le haut-parleur électrodynamique est essentiellement constitué :
 — d'un moteur électrodynamique : le centrage de la bobine \mathcal{B} dans l'entrefer est assuré par une bague appelée spider ;
 — d'une membrane conique (diaphragme) solidaire de la bobine \mathcal{B} et liée élastiquement au bâti par l'intermédiaire d'une suspension élastique.
 Deux bornes C et D, solidaires du bâti, permettent l'alimentation électrique de la bobine \mathcal{B} sans perturber les déplacements de la membrane.

Remarque : Définition légale de l'ampère (04/12/75)

L'ampère est l'intensité du courant électrique constant qui, maintenu dans deux conducteurs parallèles, rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable et placés à une distance de un mètre l'un de l'autre dans le vide, produirait entre ces deux conducteurs une force de $2 \cdot 10^{-7}$ newton par mètre de longueur.

Exercice résolu

15 Force électromagnétique

Un conducteur rectiligne homogène OP de masse m et de longueur l est suspendu en O (fig. 5). L'extrémité P plonge dans une cuve remplie de mercure. Le conducteur OP, parcouru par un courant d'intensité i , est soumis à l'action d'un champ magnétique uniforme créé entre les points M et N par un aimant permanent en forme de U (non représenté sur la figure) de telle sorte que le vecteur champ magnétique \vec{B} soit perpendiculaire au plan de la figure.

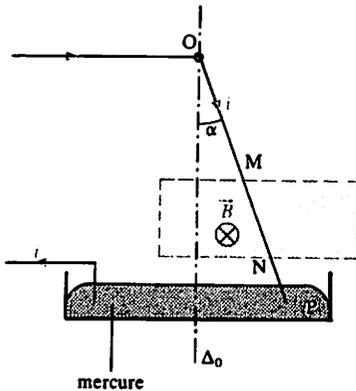


Fig. 5

1. Calculer la force de Laplace \vec{F} qui s'exerce sur le conducteur OP.

2. Quel angle α fait le conducteur OP avec la verticale Δ_0 ?

Applications numériques : $m = 10 \text{ g}$; $l = 30 \text{ cm}$; $OM = 24 \text{ cm}$; $ON = 26 \text{ cm}$; $i = 6 \text{ A}$; $B = 50 \text{ mT}$; $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

Solution :

1. Force de Laplace

Seule la portion MN du conducteur OP est soumise à l'action du champ magnétique \vec{B} . Le conducteur OP, parcouru par un courant d'intensité i , est soumis à une force électromagnétique de Laplace :

- sa direction est orthogonale à OP et au vecteur \vec{B} ;

- son point d'application est le milieu K de MN ($OK = \frac{OM + ON}{2}$) ;

- son sens est donné par la règle de la main droite ;

- son module se calcule à partir de la relation :

$$F = i \cdot MN \cdot B \quad (\vec{B} \text{ est orthogonal à } MN)$$

Soit :

$$F = [6 \times (26 - 24) \cdot 10^{-2} \times 50 \cdot 10^{-3}] \text{ N}$$

$$\Rightarrow F = 6 \cdot 10^{-3} \text{ N}$$

2. Calcul de l'angle α

A l'équilibre, les moments par rapport à l'axe de rotation du poids \vec{P} et de la force de Laplace \vec{F} sont égaux (fig. 6) :

$$\mathcal{M}_{\vec{P}/O} = \mathcal{M}_{\vec{F}/O}$$

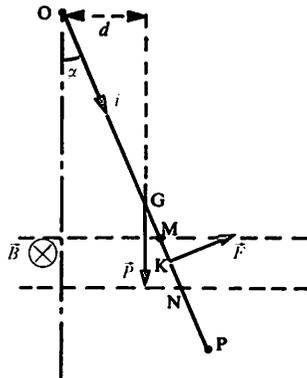


Fig. 6

Or : $\mathcal{M}_{\vec{P}/O} = P \cdot d$ et $\mathcal{M}_{\vec{F}/O} = F \cdot OK$

avec : $P = m \cdot g$; $d = OG \sin \alpha$;

$$OG = \frac{l}{2} ; OK = \frac{OM + ON}{2}$$

$$\text{D'où : } mg \frac{l}{2} \sin \alpha = F \frac{OM + ON}{2}$$

$$\text{et : } \sin \alpha = \frac{F(OM + ON)}{mgl}$$

$$\text{Soit : } \sin \alpha = \frac{6 \cdot 10^{-3} \times (26 + 24) \cdot 10^{-2}}{10 \cdot 10^{-3} \times 9,8 \times 30 \cdot 10^{-2}}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = 0,10 \Rightarrow \alpha \approx 0,10 \text{ rad}$$

$$\text{ou } \alpha \approx 6^\circ$$

16 FLUX MAGNÉTIQUE

1 Flux à travers une spire

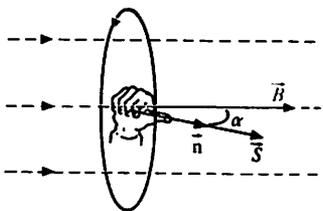


Fig. 1. Flux magnétique à travers une spire.

Cas d'un champ magnétique uniforme

A toute spire nous associons une normale orientée \vec{n} et un vecteur surface $\vec{S} = S\vec{n}$ (S : aire de la spire). Pour définir ces vecteurs, même si la spire n'est pas parcourue par un courant, nous fixons une orientation pour le conducteur et nous déduisons le sens de la normale orientée en appliquant la règle de la main droite (fig. 1) : le pouce indique le sens de la normale \vec{n} quand les autres doigts sont placés suivant le conducteur de la spire, dans le sens de l'orientation choisie.

Le flux magnétique Φ à travers une spire de surface S est donné par la relation :

$$\boxed{\Phi = BS \cos(\vec{S}, \vec{B})} \quad \left\{ \begin{array}{l} \Phi \text{ en webers (Wb)} \\ B \text{ en teslas (T)} \\ S \text{ en mètres carrés (m}^2\text{)} \end{array} \right.$$

L'unité de flux magnétique est le weber (symbole : Wb).

Le flux total Φ_t à travers une bobine \mathcal{B} de N spires est égal à :

$$\Phi_t = NBS \cos(\vec{S}, \vec{B})$$

Le flux à travers une spire est positif lorsque les lignes de champ qui traversent la spire ont le même sens que le vecteur surface \vec{S} .

Remarque : le flux magnétique Φ est aussi égal au produit scalaire des vecteurs \vec{B} et \vec{S} :

$$\boxed{\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S}}$$

Cas d'un champ magnétique non uniforme

On découpe la surface S en petits éléments d'aire s pour lesquels le vecteur champ peut être considéré comme uniforme. Il est alors possible de calculer le flux élémentaire à travers s pour en déduire, par une sommation, le flux total Φ .

2 Règle du flux maximal. Cas d'un circuit soumis aux seules actions électromagnétiques

Le flux magnétique est une grandeur physique qui est un scalaire et non un vecteur. Il permet d'exprimer simplement la loi qui régit le mouvement d'un circuit électrique plongé dans un

champ magnétique quelconque qui ne varie pas en fonction du temps.

Le mouvement spontané d'un circuit dans un champ magnétique constant dans le temps, s'effectue de telle sorte que le flux magnétique à travers ce circuit devienne maximal.

Les expériences du chapitre précédent illustrent cette règle dite règle du flux maximal.

3 Applications

► **Galvanomètre à cadre mobile**
Exemples des caractéristiques d'un vumètre ordinaire.

$N = 500$ spires; $S = 1,0 \text{ cm}^2$;

$B = 0,30 \text{ T}$; $\Phi_0 = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ Wb}$.

$C = 1,5 \cdot 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$.

$i = 10 \mu\text{A}$: le cadre tourne d'un angle $\alpha = 1 \text{ rad}$.

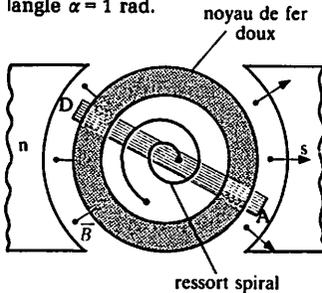


Fig. 2. Cadre mobile dans le champ radial (vue de dessus).

Galvanomètre magnétoélectrique

Un cadre rectangulaire (N spires) est placé dans l'entrefer d'un circuit magnétique dans lequel le champ magnétique est radial. Ce cadre peut pivoter autour d'un axe Δ ; deux ressorts de rappel le maintiennent dans une position de repos déterminée en l'absence de courant dans le cadre (fig. 2). Ils opposent un couple résistant lorsque le cadre est écarté de sa position de repos. Le moment Γ_r de ce couple résistant est proportionnel à l'angle de rotation θ du cadre, angle mesuré à partir de la position de repos :

$$\Gamma_r = C\theta \quad (C : \text{constante de proportionnalité})$$

Recherchons les sommes vectorielles des forces électromagnétiques élémentaires pour chaque côté du cadre. Seules les forces qui s'exercent sur les conducteurs verticaux sont à prendre en compte. Les forces de Laplace appliquées aux côtés AA' et DD' d'une spire (fig. 3) sont perpendiculaires au plan du cadre et au vecteur champ magnétique \vec{B} . Elles forment un couple de moment : $\Gamma_{1m} = Bil.2r$. Le produit ($2lr$) étant égal à la surface S du cadre, nous pouvons écrire :

$$\Gamma_{1m} = BiS$$

Le moment résultant du couple appliqué aux N spires est donc :

$$\Gamma_m = N\Gamma_{1m} = NBiS$$

Posons : $NBS = \Phi_0$ (Φ_0 est appelé constante de flux du galvanomètre). Le moment du couple électromagnétique est donc égal à :

$$\Gamma_m = \Phi_0 i$$

Le cadre tourne et il prend une position d'équilibre qui correspond à l'égalité des moments des deux couples antagonistes :

$$\Gamma_m = \Gamma_r$$

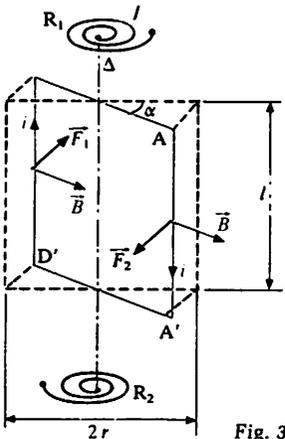


Fig. 3

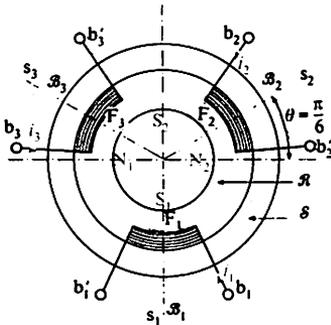


Fig. 4. Principe du moteur pas à pas à aimant permanent. Les trois bobines \mathfrak{S}_1 , \mathfrak{S}_2 et \mathfrak{S}_3 sont réparties régulièrement sur le stator S de la machine. Le rotor \mathfrak{R} est constitué par un aimant permanent tétrapolaire (deux paires de pôles alternativement nord et sud).

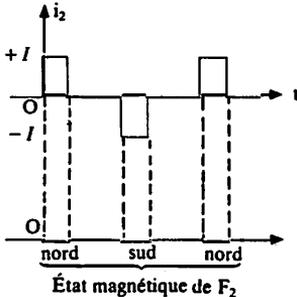


Fig. 5. Commande impulsionnelle.

► **Caractéristiques technologiques d'un moteur pas à pas.** La séquence de commande est réalisée par un système électronique.

Les pas des moteurs sont de 15° , $7,5^\circ$ ou $1,8^\circ$.

La gamme des vitesses possibles s'étend de 10^2 à 10^3 tr/min.

La gamme des couples moteurs s'étend de quelques millinewtons-mètres à quelques newtons-mètres.

Ces moteurs sont de plus en plus utilisés pour résoudre des problèmes nécessitant un positionnement précis par exemple : machines-outils à commande numérique.

Si le cadre tourne d'un angle α , pour atteindre cette position d'équilibre nous pouvons écrire :

$$\Phi_0 i = C\alpha$$

soit : $i = K\alpha$ avec : $K = C/\Phi_0 = \text{constante}$.

Il y a proportionnalité entre l'intensité i du courant et l'angle de déviation α du cadre.

Cela est utilisé dans des appareils de mesures électriques : galvanomètres, ampèremètres, voltmètres (appareils à aiguille), etc.

Moteurs pas à pas

La figure 4 présente une structure simplifiée permettant de comprendre le principe de ces machines.

Chaque enroulement peut être alimenté avec un courant en créneaux (impulsions de courant). Par exemple, la bobine \mathfrak{S}_2 peut ne pas être alimentée ou être parcourue par un courant d'intensité i_2 positive ou négative (fig. 5). Dans ces deux derniers cas, la face interne F_2 de la bobine \mathfrak{S}_2 est alors respectivement pôle nord ou pôle sud. Examinons une phase de fonctionnement de ce moteur. A l'instant initial, supposons le rotor \mathfrak{R} dans la position de la figure 4. Un courant d'intensité i_2 négative est envoyé dans la bobine \mathfrak{S}_2 ; la face F_2 devient un pôle sud.

La règle du flux maximal régit le mouvement du rotor : le pôle N_2 vient se placer en face de la bobine.

Le déplacement angulaire, appelé pas du moteur, est, dans cet exemple, $\theta = \pi/6$ rad. La position d'équilibre est stable. En maintenant le courant d'intensité i_2 suffisamment longtemps, le rotor se bloque dans la position voulue (propriété spécifique de ces moteurs).

Le courant d'intensité i_2 est annulé et un courant d'intensité i_3 positive est envoyé dans la bobine \mathfrak{S}_3 . La face F_3 devient un pôle nord. Le pôle S_2 du rotor vient se placer en face de la bobine \mathfrak{S}_3 .

Après ces deux opérations successives, le rotor du moteur a tourné de deux pas, donc de $\pi/3$ rad.

Une alimentation séquentielle des trois bobines permet d'obtenir une rotation permanente. L'inversion du sens de rotation est obtenue en modifiant la séquence de commande.

- 1 Une bobine plate de $N = 100$ spires est soumise à l'action d'un champ magnétique uniforme \vec{B} ($B = 0,10$ T). Les lignes de champ sont perpendiculaires à la surface S de la bobine. Calculer le flux magnétique Φ à travers cette bobine. On donne :
 $S = 100 \text{ cm}^2$.

Solution :

Le conducteur de la bobine sera orienté de façon que la normale orientée \vec{n} , donnée par la règle de la main droite, soit colinéaire au vecteur \vec{B} (voir fig. 1). Dans ces conditions le flux Φ à travers la bobine est égal à :
 $\Phi = NSB \cos(\vec{n}, \vec{B}) = NBS$
 car $(\vec{n}, \vec{B}) = 0$
 soit : $\Phi = (100 \times 10^2 \cdot 10^{-4} \times 0,1) \text{ Wb}$

$$\Rightarrow \Phi = 0,10 \text{ Wb}$$

- 2 Le cadre mobile d'un galvanomètre (fig. 2) est formé de N spires rectangulaires de hauteur l et de largeur $2r$. Parcouru par un courant d'intensité I , le cadre tourne d'un angle θ dans le sens trigonométrique. Deux ressorts spiraux opposent un couple dont le moment est égal à $C\theta$ (C : constante de torsion des ressorts).

1. Donner l'expression du moment Γ du couple électromagnétique qui s'exerce sur le cadre plongé dans le champ magnétique radial \vec{B} .

2. Ecrire l'équation d'équilibre du cadre.

3. En déduire la position angulaire prise par le cadre.

Application numérique : $l = 1,5 \text{ cm}$;
 $r = 0,5 \text{ cm}$; $N = 10$ spires ; $i = 0,2 \text{ mA}$;
 $C = 3 \cdot 10^{-7} \text{ Nm/rad}$; $B = 0,3 \text{ T}$.

Solution :

1. Moment du couple électromagnétique

Prenons la représentation de la figure 3.

- Les côtés AD et A'D' sont soumis à des forces de Laplace dont les supports sont confondus avec l'axe de rotation Δ : elles n'ont aucun effet de rotation sur le cadre.
- Les côtés AA' et DD' sont soumis à des forces de Laplace perpendiculaires au plan du cadre et au champ magnétique \vec{B} . Le cadre est soumis à un couple électromagnétique de moment égal à :

$$\Gamma = NBil \cdot 2r$$

en désignant par :

(Bil) l'intensité de la force de Laplace s'exerçant sur un conducteur, $2r$ la distance séparant chaque couple de forces,

N le nombre de spires donc le nombre de couples de forces s'exerçant sur le cadre.

2. Équation d'équilibre du cadre

Le cadre tourne d'un angle θ pour atteindre sa position d'équilibre. Dans cette position, au couple moteur Γ s'oppose l'action du couple résistant de moment $\Gamma_r = C\theta$.

Donc à l'équilibre : $\Gamma = \Gamma_r$,

ce qui conduit à l'équation :

$$2NBilr = C\theta$$

3. Position angulaire prise par le cadre

L'équation précédente nous permet de calculer θ :

$$\theta = \frac{2NBilr}{C}$$

soit :

$$\theta = \frac{2 \times 10 \times 0,3 \times 0,2 \cdot 10^{-3} \times 1,5 \cdot 10^{-2} \times 0,5 \cdot 10^{-2}}{3 \cdot 10^{-7}} \text{ rad}$$

$$\Rightarrow \theta = 0,30 \text{ rad}$$

1 Expérience

Aimant droit

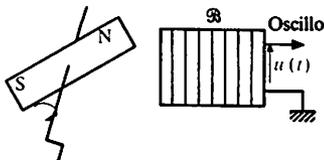


Fig. 1. Obtention d'une f.é.m. induite.

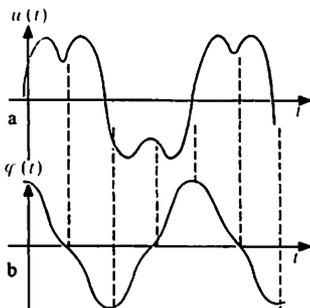


Fig. 2. La forme un peu particulière de la tension $u(t) = e(t)$ obtenue avec un aimant droit est due au fait que le flux dans la bobine \mathcal{B} ne varie pas tout à fait sinusoidalement en fonction du temps.

Relions les deux bornes d'une bobine \mathcal{B} à celles d'un oscilloscope. Devant l'une des faces de \mathcal{B} , faisons tourner un aimant à une vitesse angulaire uniforme (fig. 1).

Sur l'écran de l'oscilloscope nous obtenons une courbe périodique (fig. 2) attestant l'existence d'une tension $u(t)$ aux bornes de \mathcal{B} .

Interprétation

L'impédance d'entrée de l'oscilloscope étant très grande, l'intensité du courant dans la bobine est négligeable. Si une tension $u(t)$ est mise en évidence, c'est qu'une force électromotrice $e(t)$, égale à $u(t)$, a été engendrée dans la bobine. On dit que cette f.é.m. est induite dans la bobine.

Une f.é.m. est induite dans une bobine chaque fois que le flux magnétique $\varphi(t)$ qu'elle embrasse varie (d'où l'appellation induction électromagnétique). Ici, cette variation est due à la rotation de l'aimant et nous pouvons constater que, plus l'aimant tourne vite (donc, plus les variations du flux $\varphi(t)$ sont rapides), et plus la f.é.m. induite a une grande amplitude.

Notons que, dans cette expérience, la source de champ est l'aimant. La variation du flux magnétique embrassé par la bobine est due au déplacement de l'aimant (inducteur) par rapport à la bobine (circuit induit).

2 Loi de Faraday

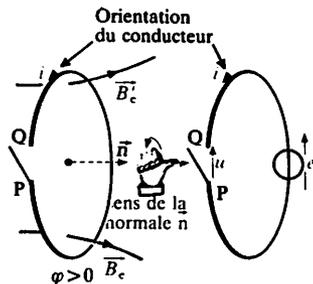


Fig. 3. La spire est orientée arbitrairement. Notons que le champ magnétique extérieur \vec{B}_c produit un flux φ positif à travers la spire.

Conventions

Lorsqu'une orientation est fixée pour le conducteur constituant une spire :

- la règle de la main droite permet de placer la normale orientée \vec{n} à la spire. Si la spire est parcourue par un courant d'intensité positive le sens de \vec{n} est le sens du champ produit par la spire (champ propre).
- Le flux d'un champ magnétique \vec{B}_c à travers la spire est positif lorsque les lignes de champ sont orientées dans le même sens que la normale \vec{n} (fig. 3) et donc aussi que le champ propre.
- Une f.é.m. est positive si, seule source de tension du circuit, elle tend à faire circuler un courant d'intensité positive.

Ces conventions s'appliquent à une bobine, mais



Fig. 4. La flèche F indique le sens que doivent avoir les lignes de champ \vec{B}_c pour donner naissance à un flux ϕ positif à travers la bobine \mathcal{B} (elle peut être coupée dans un ruban adhésif et collée sur la bobine). Pour toute bobine possédant une borne P marquée et la flèche F correspondante, on sait définir : une intensité positive, un flux positif et une force électromotrice induite positive. A vide, c'est la tension v_{QP} qui est égale à la force électromotrice e (comme dans le cas de la spire unique de la figure 3).

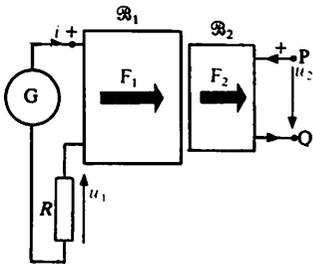


Fig. 5. Le générateur G peut être une source de courant. Quelle que soit la charge il débite un courant d'intensité i ayant l'allure désirée. S'il s'agit d'une source de tension la résistance R doit être importante pour que i ait bien la même forme que la tension fournie par G . Avec une bobine inductrice \mathcal{B}_1 de 500 spires, on peut prendre $R = 1\,000\ \Omega$.

La bobine \mathcal{B}_2 , où est induite la force électromotrice $e(t)$, peut être le siège d'oscillations parasites (dûes à sa capacité répartie). On évite cet inconvénient en plaçant, en parallèle avec \mathcal{B}_2 , une résistance de $10\ k\Omega$ par exemple.

cela impose de connaître son sens d'enroulement. Comme dans la pratique il est rarement visible, nous sommes conduits à adopter l'attitude suivante :

1. Nous marquons d'un signe distinctif, par exemple avec de la peinture rouge, l'une des bornes d'entrée de la bobine. Appelons P cette borne. Un courant qui entre effectivement par la borne P à une intensité algébrique positive (fig. 4).
2. En faisant circuler un tel courant dans la bobine nous obtenons un champ magnétique dont le sens peut être repéré à l'aide d'une aiguille aimantée. Ce sens est celui du champ propre à la bobine : il sera marqué sur celle-ci au moyen d'une flèche F .
3. Un champ extérieur \vec{B}_0 donne naissance à un flux positif à travers chaque spire de la bobine s'il a le sens de la flèche F .

Établissement expérimental de la loi de Faraday

Montage

Une bobine \mathcal{B}_1 (fig. 5), assimilable à un solénoïde, alimentée par un générateur G est utilisée pour produire un champ magnétique variable : c'est l'inducteur du montage. Une résistance R , placée dans le circuit, permet de visualiser sur l'oscilloscope la tension $u_1 = Ri$ qui est proportionnelle à l'intensité i du courant dans \mathcal{B}_1 et au champ magnétique \vec{B} produit en un point par \mathcal{B}_1 (puisque B est proportionnel à i).

Une seconde bobine \mathcal{B}_2 , appelée bobine induite, est placée au centre de la bobine \mathcal{B}_1 , dans la zone où le champ est uniforme et assez facilement calculable (le tableau du chapitre 13 ne donne que la valeur de B au centre du solénoïde). Comme le précise la figure 5, les flèches F_1 et F_2 doivent avoir le même sens. Ainsi un courant d'intensité i positive produit dans \mathcal{B}_2 un flux ϕ positif. La tension $u_2 = v_{QP}$ aux bornes de \mathcal{B}_2 est visualisée en même temps que u_1 .

En conclusion, grâce à l'oscilloscope bicourbe, nous pouvons connaître à tout instant les courbes (fig. 6) :

$u_1(t)$, image du flux $\phi(t)$;

$u_2(t)$ qui, lorsque \mathcal{B}_2 est à vide, est égale à la f.é.m. $e(t)$ induite dans \mathcal{B}_2 par les variations de $\phi(t)$.

Observations

Le courant fourni par le générateur G a une intensité i en dents de scie. Le flux inducteur ϕ

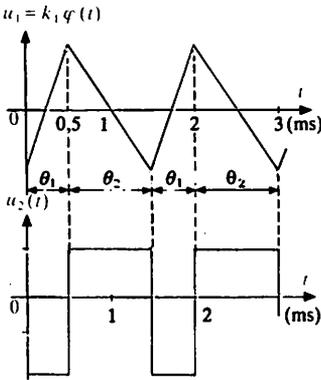


Fig. 6. Oscillogrammes correspondant aux tensions $u_1(t)$ et $u_2(t)$.

La force électromotrice $e(t)$ est constante quand le flux φ croît ou décroît linéairement. Sa valeur absolue est deux fois plus élevée quand la même variation de φ s'effectue en une durée deux fois plus faible (0,5 ms au lieu de 1,0 ms).

croît pendant un intervalle de temps θ_1 et décroît pendant un intervalle de temps θ_2 . Dans chacun de ces intervalles de temps le flux φ est une fonction du temps de la forme :

$$\varphi = at + b$$

a et b étant des constantes qui dépendent de l'intervalle considéré.

Durant les intervalles θ_1 , le flux φ est une fonction croissante du temps ($\frac{d\varphi}{dt} > 0$) et la f.é.m. induite est négative ($e < 0$).

Durant les intervalles θ_2 , le flux φ est une fonction décroissante du temps ($\frac{d\varphi}{dt} < 0$) et la f.é.m. induite est positive ($e > 0$).

Mesures

- Les courbes obtenues à l'aide de l'oscilloscope (fig. 6) permettent de déterminer e et ($\frac{du_1}{dt}$) sur un intervalle (θ_1 par exemple).

- Il faut ensuite chercher la relation entre ($\frac{du_1}{dt}$) et ($\frac{d\varphi}{dt}$). Au centre de \mathcal{B}_1 , solénoïde de N_1 spires réparties sur une longueur l , le champ B est égal à :

$$B = \mu_0 N_1 \frac{i}{l} = \mu_0 N_1 \frac{u_1}{lR}$$

Le flux embrassé par la bobine \mathcal{B}_2 qui comporte N_2 spires de surface S est égal à : $\varphi = N_2 BS$

d'où : $\varphi = k_1 u_1$ avec : $k_1 = \mu_0 N_1 N_2 \frac{S}{lR}$

et :
$$\frac{d\varphi}{dt} = k_1 \left(\frac{du_1}{dt} \right)$$

- Les valeurs obtenues pour e et ($\frac{d\varphi}{dt}$) montrent que, sur chaque intervalle : $e(t) = - \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)$.

Loi de Faraday : la f.é.m. induite dans un circuit qui embrasse un flux φ qui varie en fonction du temps est égale à :

$$\boxed{e = - \frac{d\varphi}{dt}} \quad \left\{ \begin{array}{l} e \text{ en volts} \quad (\text{V}) \\ \varphi \text{ en webers} \quad (\text{Wb}) \\ t \text{ en secondes} \quad (\text{s}) \end{array} \right.$$

Une spire conductrice plane fermée, de surface S , est animée d'un mouvement de rotation uniforme, de vitesse $N = 50$ tours par seconde, autour de l'un de ses diamètres MN , dans un champ magnétique uniforme \vec{B} perpendiculaire à MN (fig. 7).

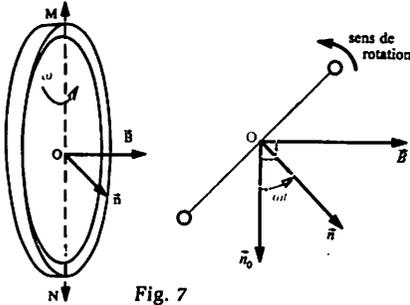


Fig. 7

À l'instant initial, le plan de la spire est parallèle à la direction de \vec{B} .

1. Quelle est, en fonction du temps, l'expression de la force électromotrice d'induction qui apparaît dans la spire ? Calculer numériquement sa valeur efficace sachant que $S = 100 \text{ cm}^2$ et $B = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ T}$.

2. Quelles sont les positions de la spire lorsque cette force électromotrice s'annule ? Déterminer, par le calcul, à quelles dates cela se produit.

Solution :

1. F.é.m. induite dans la spire

Pour déterminer la f.é.m. induite e dans la spire il faut connaître comment le flux ϕ à travers la spire varie en fonction du temps. Avec l'orientation indiquée sur la spire, nous obtenons : $\phi = BS \cos(\vec{n}, \vec{B})$.

Exprimons l'angle (\vec{n}, \vec{B}) en fonction d'angles connus :

$$(\vec{n}, \vec{B}) = (\vec{n}_0, \vec{B}) - (\vec{n}_0, \vec{n})$$

\vec{n}_0 , vecteur pris pour référence, représente la position occupée par la normale \vec{n} à l'instant initial ($t = 0$). D'après les données de l'énoncé nous avons :

$$(\vec{n}_0, \vec{B}) = \frac{\pi}{2}$$

(\vec{n}_0, \vec{n}) correspond à l'angle balayé par la normale \vec{n} en une durée t . Si nous appelons ω la vitesse angulaire de rotation de la spire (qui effectue N tours par seconde) :

$$(\vec{n}_0, \vec{n}) = \omega t \quad \text{avec} : \omega = 2\pi N$$

$$\text{Donc} : (\vec{n}, \vec{B}) = \frac{\pi}{2} - \omega t$$

$$\text{et} : \phi = BS \cos\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right) = BS \sin \omega t$$

Nous déterminons e en appliquant la loi de Faraday :

$$e = -\frac{d\phi}{dt}$$

Nous obtenons la relation :

$$e = -BS\omega \cos \omega t$$

Valeur efficace E de e

$$E = \frac{BS\omega}{\sqrt{2}} = \frac{BS(2\pi N)}{\sqrt{2}}$$

soit :

$$E = \left[\frac{10^{-2} \times 10^2 \cdot 10^{-4} \times 2\pi \times 50}{\sqrt{2}} \right] \text{ V}$$

$$\Rightarrow E = 22,2 \text{ mV}$$

2. Positions de la spire lorsque $e = 0$

$$e = 0 \text{ si} : \omega t = (2k + 1) \frac{\pi}{2}$$

k étant un entier positif ou nul.

Cela correspond aux instants t où la normale \vec{n} est confondue avec le vecteur \vec{B} ou est opposée à ce vecteur.

$$\text{Nous avons alors} : t = (2k + 1) \frac{\pi}{2\omega}$$

Compte tenu de la valeur de la vitesse angulaire de rotation ($\omega = 2\pi N$)

nous trouvons :

$$t = (2k + 1) \frac{\pi}{4\pi N} = \frac{2k + 1}{4N}$$

$$\text{soit} : t = \frac{2k + 1}{4 \times 50} \text{ s} \Rightarrow t = \frac{1}{200} (2k + 1) \text{ s}$$

La f.é.m. s'annule pour les valeurs de t suivantes : 5 ms, 15 ms, 25 ms, etc.

1 F.é.m. induite dans un conducteur rectiligne

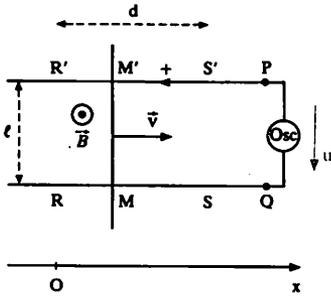


Fig. 1. Le champ magnétique \vec{B} est créé par un ou plusieurs aimants « en fer à cheval ». Si la région de l'espace dans laquelle il est créé est plus large que les rails, rien n'est changé au résultat car grâce aux contacts glissants, la tension u n'est égale qu'à la force électromotrice utile $e = Blv$. C'est donc pour simplifier que nous supposons le champ magnétique limité au rectangle $RR'S'S$.

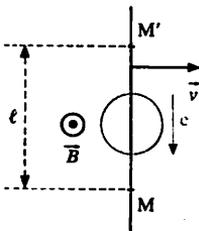


Fig. 2. Force électromotrice totale induite dans un conducteur rectiligne. Une portion de longueur l est placée dans un champ magnétique \vec{B} , avec \vec{v} normal à \vec{B} et $\vec{M'M}$ perpendiculaire à la fois à \vec{B} et à \vec{v} . Avec les conventions ci-dessus : $e = Blv$.

Expérience (fig. 1)

Le champ magnétique est uniforme dans la région de l'espace limitée au rectangle $RR'S'S'$. Le vecteur \vec{B} est orthogonal au plan des rails en laiton RS et $R'S'$.

Une barre en laiton MM' peut se déplacer parallèlement à elle-même tout en restant en contact avec les rails. Elle ne subit donc que des mouvements de translation caractérisés par le vecteur vitesse \vec{v} . Un oscilloscope est relié aux extrémités Q et P des deux rails.

Orientons le circuit formé par l'oscilloscope, les portions PM' et MQ des deux rails et la portion utile $M'M$ de la barre.

La normale \vec{n} à ce circuit (règle de la main droite) a le même sens que le champ magnétique \vec{B} : le flux magnétique à travers ce circuit est donc positif. Nous appelons v la mesure algébrique de la projection du vecteur \vec{v} sur l'axe Ox .

Valeur de la f.é.m. induite

Lorsque la vitesse v est positive, le flux ϕ décroît en fonction du temps.

Si la distance entre les rails est l et si la vitesse v est constante, nous pouvons écrire :

$$\phi = \phi_0 - Blvt \text{ avec : } \phi_0 = \text{valeur de } \phi \text{ à l'instant } t = 0.$$

La loi de Faraday donne alors la valeur de la f.é.m. induite :

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = Blv \begin{cases} e \text{ en volts} & (V) \\ B \text{ en teslas} & (T) \\ l \text{ en mètres} & (m) \\ v \text{ en mètres par seconde} & (m/s) \end{cases}$$

Pour connaître cette f.é.m., il suffit de mesurer la tension $u = v_{QP}$.

Dans le cas étudié, auquel nous nous limitons, les vecteurs \vec{B} , $\vec{M'M}$ et \vec{v} sont orthogonaux entre eux. La f.é.m. e , comptée positivement comme l'indique la figure 2, est induite sur toute la longueur de la barre lorsque celle-ci se déplace dans le champ magnétique.

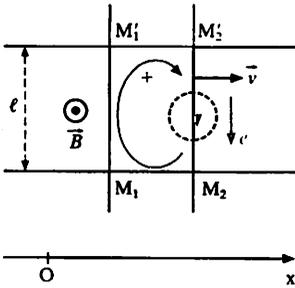


Fig. 3. La formule $e = -\frac{d\varphi_c}{dt}$ permet de calculer la force électromotrice induite dans un conducteur unique, indépendamment du circuit dans lequel il se trouve. Elle constitue un cas particulier de la loi de Faraday.

Pour définir le flux algébrique φ_c , il faut :

- orienter le conducteur,
- considérer deux positions successives de ce conducteur et orienter le contour qu'il balaye, dans le champ magnétique, en généralisant à l'ensemble du contour l'orientation du conducteur dans sa position finale. Le flux coupé φ_c est alors le flux à travers ce contour orienté.

Il reste alors à définir la force électromotrice algébrique e induite dans le conducteur orienté : e est positive si elle tend à faire circuler un courant d'intensité positive dans ce contour.

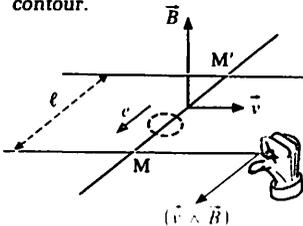


Fig. 4. Utilisation de la main droite pour obtenir le sens du vecteur $(\vec{v} \wedge \vec{B})$ et donc de la flèche associée à la f.é.m. algébrique e .

Flux coupé et flux embrassé

Pour mesurer la f.é.m., il faut bien évidemment constituer un circuit. Cela permet de définir le flux variable embrassé par le circuit lorsque la barre est déplacée.

Cependant, la f.é.m. e est induite dans la barre même s'il n'y a pas de circuit constitué. Cela conduit à définir e à partir du flux coupé φ_c par le conducteur.

La barre $M'M$ étant orientée comme précédemment de M' vers M , considérons deux positions successives, M'_1M_1 et M'_2M_2 (fig. 3), occupées aux instants t_1 et $t_2 = t_1 + dt$.

Nous nous intéressons au contour $M'_2M_2M_1M'_1$ que nous orientons en prolongeant à tout le contour l'orientation de M'_2M_2 , c'est-à-dire celle de la barre dans la position 2 (flèche rouge au centre du contour). Entre les instants t_1 et t_2 la barre coupe un flux $d\varphi_c$ qui est égal au flux embrassé par le contour orienté $M'_2M_2M_1M'_1$. Dans l'exemple considéré $d\varphi_c$ est négatif et, tant que la barre reste dans le champ \vec{B} , la valeur absolue de φ_c augmente : $d\varphi_c = -(Blv) dt$.

Avec nos conventions (fig. 4), nous pouvons écrire :

$$e = -\frac{d\varphi_c}{dt} = Blv$$

Cette expression montre que la valeur de la f.é.m. induite dans la barre dépend bien du flux coupé par celle-ci.

Représentation symbolique de la f.é.m.

La f.é.m. algébrique est représentée par une flèche de même sens que le vecteur correspondant au produit vectoriel $(\vec{v} \wedge \vec{B})$ (revoir chap. 14).

Remarque

Il faut que le conducteur coupe des lignes de champ pour qu'il y ait une f.é.m. induite. Ce ne peut être le cas si les vecteurs $M'M$ et \vec{v} sont colinéaires, c'est-à-dire :

- si la barre glisse le long d'elle-même,
- ou si \vec{B} et \vec{v} sont colinéaires (la barre suit alors les lignes de champ mais ne les coupe pas),
- ou si $M'M$ et \vec{B} sont colinéaires : le conducteur est parallèle à \vec{B} et ne peut couper les lignes de champ.

2 F.é.m. due à un champ radial

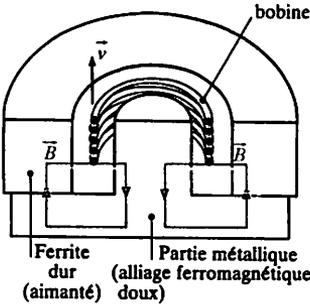


Fig. 5. Un haut-parleur peut fonctionner en microphone (principe des microphones électrodynamiques). Lorsque la bobine se déplace dans le champ magnétique radial du haut-parleur, une force électromotrice e est engendrée. On peut la mesurer aux bornes de la bobine, l'amplifier, etc.

Le circuit magnétique du haut-parleur représenté figure 5 comporte un anneau de ferrite très fortement aimanté. Le champ magnétique est radial dans l'entrefer.

La bobine, solidaire de la membrane du haut-parleur, se déplace dans ce champ radial lorsque l'appareil est utilisé. En chaque point de l'entrefer, une petite portion de longueur l_1 de conducteur est perpendiculaire à la fois au vecteur \vec{B} et au vecteur vitesse \vec{v} ; le vecteur \vec{v} est lui-même perpendiculaire à \vec{B} . Dans ce cas, la formule $e = Bl_1v$ s'applique (B est supposé constant).

Au total, pour la bobine, qui comprend N spires de rayon r , la longueur à considérer est égale à : $l = 2\pi rN$.

La f.é.m. induite dans la bobine est égale à :

$$e = 2\pi rNBv$$

3 Transformateurs

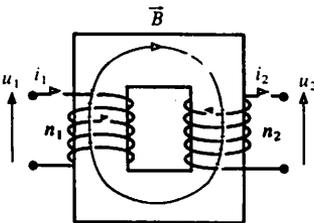


Fig. 6. Les sens positifs choisis sur les enroulements 1 et 2 sont tels qu'une même ligne de champ, canalisée par le circuit magnétique, pénètre dans chaque spire par une face du même type (sud ou nord).

Dans un transformateur, les courants primaire et secondaire créent un flux qui varie en fonction du temps (fig. 6). Ce flux est sensiblement le même dans chaque spire de chaque enroulement (à quelques faibles fuites près). Le flux total embrassé par un enroulement est donc proportionnel au nombre de spires qui le forment. Si nous appelons ϕ le flux commun par spire :

- l'enroulement 1, qui comporte N_1 spires, embrasse le flux ϕ_1 :

$$\phi_1 = N_1\phi$$

- l'enroulement 2, qui comporte N_2 spires, embrasse le flux ϕ_2 :

$$\phi_2 = N_2\phi$$

Les f.é.m. e_1 et e_2 induites respectivement dans les enroulements 1 et 2 sont égales à :

$$e_1 = -N_1 \frac{d\phi_1}{dt} \text{ et } e_2 = -N_2 \frac{d\phi_2}{dt}$$

Nous pouvons écrire la proportion : $\frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1}{N_2}$.

Nous verrons que cela explique que les tensions primaire et secondaire d'un transformateur restent dans un rapport sensiblement constant en fonctionnement normal.

Une boucle carrée de fil conducteur, de côté a , est déplacée à la vitesse \vec{v} d'un mouvement de translation uniforme.

Elle traverse une région de l'espace, de section carrée de côté $b > a$, à l'intérieur de laquelle règne un champ magnétique uniforme \vec{B} normal au plan de la boucle (figures 7, 8 et 9).

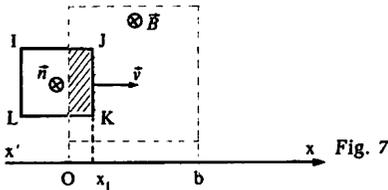


Fig. 7

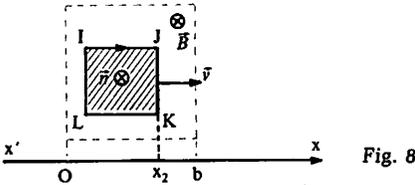


Fig. 8

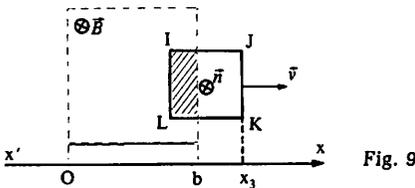


Fig. 9

Dans les trois cas de figure, la boucle est orientée dans le sens de rotation des aiguilles d'une montre.

Dans chaque cas, déterminer l'expression littérale de la force électromotrice e induite dans la spire et calculer la valeur numérique de cette f.é.m.

- figure 7 : $0 < x_1 < a$ sachant que à $t = 0$ s, $x_1 = 0$;

- figure 8 : $a < x_2 < b$;

- figure 9 : $b \leq x_3 < b + a$.

Pour les applications numériques on donne :

$B = 1,0 \cdot 10^{-2}$ T ; $a = 2,0$ cm ;
 $v = 0,10$ m/s

Solution :

Le flux magnétique à travers la boucle varie au cours du mouvement de celle-ci ; il y aura donc induction d'une force électromotrice.

Pour chaque cas de figure on calcule d'abord le flux Φ , puis la f.é.m. induite e en appliquant la loi de Faraday : $e = -\frac{d\Phi}{dt}$.

1^{er} cas : figure 7 :

Désignons par \vec{n} la normale positive à la boucle. Elle a même direction que le vecteur \vec{B} . Le flux à travers la spire est égal à :

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{n}S = BS \cos(\vec{n}, \vec{B}) = BS$$

S désigne la surface qui embrasse un flux :

$$S = ax_1 = avt$$

D'où : $\Phi = Bavt$

La f.é.m. e cherchée, donnée par la loi de Faraday, est égale à :

$$e = -Bav$$

soit : $e = (-10^{-2} \times 2,0 \cdot 10^{-2} \times 0,1)$ V

$$\Rightarrow e = -2,0 \cdot 10^{-5} \text{ V.}$$

2^o cas : figure 8 :

Dans ce cas le flux à travers la boucle est constant.

$$\Phi = Ba^2$$

et :

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = 0$$

3^o cas : figure 9 :

La valeur du flux magnétique embrassé par la boucle est encore donnée par la relation : $\Phi = BS$

avec : $b \leq x_3 < b + a$ et :

$$S = a[a - (x_3 - b)] = a^2 - a(x_3 - b)$$

Or : $x_3 = vt$

Donc : $S = a^2 - avt + ba$

et : $\Phi = B(a^2 - avt + ab)$

Nous obtenons : $e = -\frac{d\Phi}{dt} = -B(-av)$

soit : $e = Bav \Rightarrow e = 2 \cdot 10^{-5} \text{ V}$

1 Courants induits

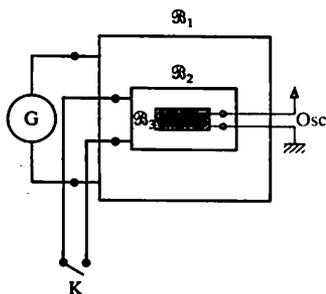


Fig. 1. La bobine \mathcal{B}_1 est, par exemple, une bobine de 1000 spires d'un transformateur démontable. Elle est alimentée à une fréquence voisine de 5 kHz, par un générateur G délivrant une tension sinusoïdale.

La bobine \mathcal{B}_2 se compose de 400 spires (par exemple), bobinées sur un mandrin creux. Elle peut être mise en court-circuit. La bobine \mathcal{B}_3 peut être glissée à l'intérieur de \mathcal{B}_2 . \mathcal{B}_3 peut être constituée d'une centaine de spires enroulées sur un petit bâtonnet de ferrite doux.

Dans le chapitre précédent nous n'avons considéré que des circuits ouverts ou des circuits comportant des appareils comme des voltmètres ou des oscilloscopes. Nous allons maintenant étudier les courants induits auxquels donnent naissance les forces électromotrices d'induction, quand les circuits où elles sont créées sont peu résistifs.

Expérience

Une bobine \mathcal{B}_2 est placée dans le champ magnétique variable produit par la bobine inductrice \mathcal{B}_1 (fig. 1). Une force électromotrice e_2 y est induite. Une bobine \mathcal{B}_3 permet de détecter la présence d'un champ magnétique variable à l'intérieur de la bobine \mathcal{B}_2 . En effet, \mathcal{B}_3 , dont les bornes sont reliées à un oscilloscope, est le siège d'une force électromotrice, si un champ magnétique variable règne à l'intérieur de \mathcal{B}_2 .

- Au début de l'expérience, le circuit de \mathcal{B}_2 est ouvert : aucun courant n'y circule. Le champ produit au niveau de la bobine détectrice \mathcal{B}_3 est celui que produit \mathcal{B}_1 . La sensibilité de l'oscilloscope est réglée pour que la tension aux bornes de \mathcal{B}_3 produise sur l'écran une courbe d'une amplitude de 4 carreaux (par exemple).
- La bobine \mathcal{B}_2 est maintenant en court-circuit : la tension aux bornes de \mathcal{B}_3 est très fortement réduite. Le champ magnétique résultant de la bobine inductrice \mathcal{B}_1 et du courant induit dans \mathcal{B}_2 est donc beaucoup plus faible que le champ inducteur dû à \mathcal{B}_1 seule. Le courant induit dans \mathcal{B}_2 s'est donc opposé, par le champ magnétique qu'il crée, aux variations du champ magnétique créé par \mathcal{B}_1 .

Interprétation par la loi de Faraday

Avec nos conventions, l'expression de la force électromotrice d'induction est : $e = -\frac{d\phi}{dt}$.

- Si le flux extérieur ϕ_0 embrassé par un circuit croît, la force électromotrice induite dans le circuit est négative. Elle donne donc naissance, si elle est seule à intervenir, à un courant d'intensité négative. A son tour, ce courant crée un flux négatif (flux propre) qui s'oppose donc à la croissance du flux total embrassé par le circuit.

- Le même raisonnement montre que si le flux extérieur décroît, le courant induit, positif, crée dans le circuit où il circule, un flux propre positif, qui s'oppose à la décroissance du flux total embrassé par le circuit.

Loi qualitative de Lenz

On généralise l'ensemble des résultats précédents en énonçant la loi de Lenz :

| Par ses effets, le courant induit s'oppose à la |
cause qui lui a donné naissance.

2 Courants de Foucault

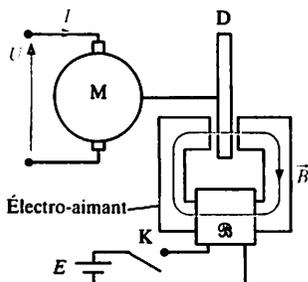


Fig. 2. Le disque D est en aluminium. Le champ magnétique \vec{B} est produit par l'électro-aimant. L'interrupteur K permet d'établir ou de supprimer ce champ \vec{B} . Si l'on pratique des encoches dans le disque, disposées selon des rayons, les effets sont considérablement réduits car les courants de Foucault sont moins importants.

Dans l'expérience de la figure 2 portons notre attention sur l'intensité du courant dans le moteur qui entraîne le disque. Notons I_0 cette intensité lorsque le moteur est alimenté sous la tension U et qu'aucun champ magnétique n'agit sur le disque. Appliquons un champ \vec{B} : l'intensité I du courant appelé par le moteur est nettement supérieure à I_0 . Le moteur absorbe alors une puissance plus importante.

Quand un champ magnétique \vec{B} est appliqué, une partie du disque passe dans le champ \vec{B} puis en sort. Le flux à travers un circuit fictif de cette région du disque varie. Des courants induits appelés courants de Foucault circulent à l'intérieur du disque métallique et, par leurs effets, ils s'opposent à ces variations (loi de Lenz) donc à la rotation du disque.

Les courants de Foucault constituent un cas particulier de courants induits. Ils existent dans tout conducteur soumis à un champ \vec{B} variable.

Leur effet est parfois recherché. Ainsi les autocars et les poids lourds sont équipés d'un ralentisseur dont l'élément essentiel est un disque qui tourne en même temps que les roues. Ce disque est placé dans l'entrefer d'électro-aimants. Sous l'action du champ magnétique, des courants de Foucault sont induits dans le disque et sont la cause du freinage du véhicule.

En revanche les courants de Foucault qui prennent naissance dans les tôles des transformateurs provoquent leur échauffement et diminuent leur rendement. Pour en réduire l'importance, on feuillette les circuits magnétiques des transformateurs.

3 Aspect énergétique du phénomène d'induction électromagnétique

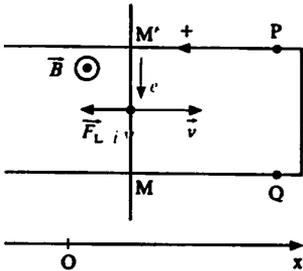


Fig. 3. Reprenons l'expérience des deux rails, mais, au lieu de relier les bornes P et Q à un oscilloscope, réunissons-les par un court-circuit. Supposons que la vitesse v soit positive. La force électromotrice d'induction, e , positive, donne alors naissance à un courant d'intensité i positive. Ce courant, passant dans la barre $M'M$, elle-même placée dans un champ magnétique, provoque l'apparition d'une force de Laplace dirigée vers la gauche : elle s'oppose au déplacement de la barre. Or c'est ce déplacement qui a provoqué la variation de flux initiale. Là encore, le courant induit, par ses effets, s'oppose à la cause qui a provoqué l'apparition de la force électromotrice d'induction.

Circuit sans générateur

Pour déplacer le conducteur $M'M$ de la figure 3 vers la droite, il faut lui appliquer une force \vec{F}_M ayant le sens du vecteur \vec{v} caractérisant le déplacement. Ce déplacement dans le champ \vec{B} crée une force électromotrice et un courant induit si le circuit est fermé.

Une force de Laplace \vec{F}_L s'exerce alors sur le conducteur et elle s'oppose à la force motrice \vec{F}_M . Cette situation constitue le modèle très simplifié de tous les convertisseurs électromagnétiques, tels que les génératrices et les alternateurs, qui fournissent de l'énergie électrique à partir d'énergie mécanique. Remarquons que si la vitesse de la barre est constante, la force motrice \vec{F}_M est exactement opposée à la force de Laplace :

$$F_M = Bil$$

La puissance mécanique nécessaire pour entretenir le mouvement est donc égale à :

$$P_M = \vec{F}_M \cdot \vec{v} = Bilv$$

Or la force électromotrice induite dans la barre étant égale à Blv , la puissance électrique débitée par le générateur ainsi constitué est égale à :

$$P_E = ei = Blvi$$

Donc :

$$P_M = P_E$$

Bien entendu, la puissance mécanique est entièrement convertie en puissance électrique dès lors que l'on est en régime permanent.

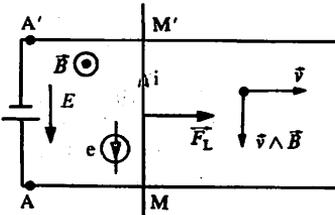


Fig. 4. Principe des moteurs électriques : la force de Laplace, due à l'intensité i imposée par le générateur extérieur, provoque le déplacement de la barre $M'M$. Celle-ci est le siège d'une force électromotrice d'induction $e = Blv$, qui s'oppose à E .

Circuit avec générateur

La figure 4 présente une situation où un générateur extérieur, de force électromotrice E , impose le sens du courant au circuit déformable $A'M'MA$. La force de Laplace impose le mouvement de la barre $M'M$. Celle-ci se déplace alors vers la droite avec le vecteur vitesse \vec{v} . Une force électromotrice d'induction e , ayant le sens du vecteur $(\vec{v} \wedge \vec{B})$, prend alors naissance dans la barre et s'oppose à E . C'est là le principe de tous les moteurs qui convertissent en énergie mécanique une partie de l'énergie électrique qu'on leur fournit. Ils présentent une force électromotrice d'induction qui s'oppose à celle de la source de tension qui les alimente.

Dans un plan horizontal on dispose deux rails conducteurs C et D, rectilignes, parallèles, à une distance a l'un de l'autre (fig. 5). Une tige conductrice PQ peut glisser sans frottement sur les rails en restant perpendiculaire à ces rails. L'ensemble de ce dispositif est placé dans un champ magnétique uniforme \vec{B} vertical, dirigé vers le haut. Dans tout le problème et en tout point, on pourra négliger, devant \vec{B} , le champ magnétique créé par le circuit lui-même.

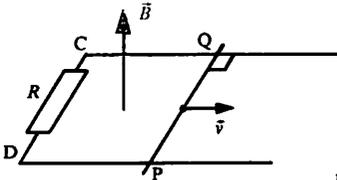


Fig. 5

C et D sont reliés par un conducteur ohmique de résistance R .

1. On déplace la tige à vitesse constante \vec{v} de la gauche vers la droite. Déterminer l'intensité i du courant dans le circuit. Préciser le sens de ce courant. Quelle puissance électrique est dissipée dans le circuit ?

2. Déterminer le sens et l'intensité de la force électromagnétique \vec{F} qui s'exerce sur la tige PQ. Calculer la puissance mécanique fournie par cette force au cours du déplacement. La comparer à la puissance électrique dissipée.

On donne : $a = 5,0 \text{ cm}$; $B = 0,20 \text{ T}$; $E = 6,0 \text{ V}$; $R = 24 \text{ } \Omega$; $v = 6,0 \text{ m/s}$.

Solution :

1. Intensité du courant induit

Pour déterminer l'intensité du courant induit nous devons chercher quelle f.é.m. e est induite dans le circuit.

Nous orientons la boucle PQCD dans le sens trigonométrique. La normale \vec{n} à ce circuit a donc même sens que \vec{B} . Appelons φ_0 le flux embrassé par ce circuit à l'instant initial ($t = 0$), et φ le flux embrassé à l'instant t . Nous pouvons écrire : $\varphi = \varphi_0 + Bavt$

La f.é.m. e est donnée par la loi de

$$\text{Faraday : } e = -\frac{d\varphi}{dt} = -Bav$$

L'intensité du courant dans ce circuit de résistance R est donc égale à :

$$i = \frac{e}{R} = -\frac{Bav}{R}$$

$$\text{Soit : } i = -\frac{0,20 \times 5,0 \cdot 10^{-2} \times 6,0}{24} \text{ A}$$

$$\Rightarrow i = -2,5 \text{ mA}$$

Le signe moins indique que le courant circule dans le sens contraire de l'orientation choisie, c'est-à-dire de Q vers P dans la tige mobile.

Puissance électrique dissipée

Toute la puissance électrique P_e engendrée dans le circuit est dissipée en chaleur dans la résistance.

$$P_e = ei = \frac{e^2}{R} = Ri^2$$

$$\text{Nous obtenons : } P_e = \frac{(Bav)^2}{R}$$

$$\text{Soit : } P_e = \frac{(0,20 \times 5,0 \cdot 10^{-2} \times 6,0)^2}{24} \text{ W}$$

$$\Rightarrow P_e = 0,15 \text{ mW}$$

2. Force électromagnétique qui s'exerce sur PQ

La tige PQ est parcourue par un courant d'intensité i , lorsqu'elle se déplace dans le champ magnétique uniforme défini par le vecteur \vec{B} . Elle subit l'action d'une force électromagnétique \vec{F} donnée par la loi de Laplace. Comme \vec{B} est normal au conducteur PQ le module de cette force est égal à : $F = |i| \cdot B \cdot a$

La règle de la main droite (qui prend en compte le sens du courant réel et non l'orientation du circuit) indique que le vecteur \vec{F} est opposé au vecteur \vec{v} .

$$\text{Soit : } F = (2,5 \cdot 10^{-3} \times 0,20 \times 5,0 \cdot 10^{-2}) \text{ N}$$

$$\Rightarrow F = 25 \text{ } \mu\text{N}$$

1 Mise en évidence

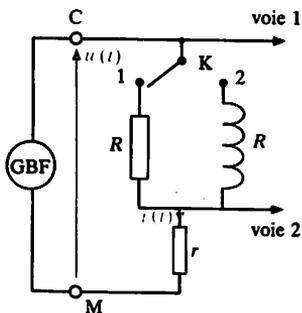


Fig. 1. Circuit inductif. Un oscilloscope est utilisé pour visualiser, sur les voies 1 et 2, les tensions $u(t)$ et $v(t)$. Cette dernière est prélevée aux bornes de la résistance r , ce qui permet de déduire, d'après la loi d'Ohm, l'évolution de l'intensité du courant dans le circuit.

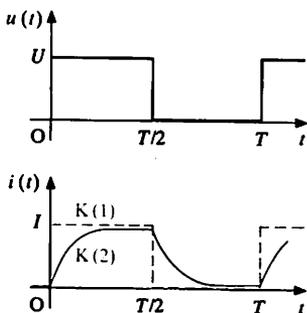


Fig. 2. Oscillogrammes des grandeurs $u(t)$ et $i(t)$.

Expérience

Le montage de la figure 1 est alimenté par un générateur basse fréquence qui fournit une tension en crêteaux. Un oscilloscope est utilisé pour visualiser simultanément la tension u appliquée au montage et l'intensité i du courant dans celui-ci. Lorsque l'interrupteur K est dans la position 1 le circuit est constitué de deux résistances de valeur R et r . Lorsqu'il est dans la position 2, la résistance r est en série avec une bobine dont la résistance est également R .

Pour la même tension u , les courbes représentatives de l'intensité du courant (fig. 2) ne sont pas les mêmes selon que K est en position 1 ou 2 bien que les deux circuits présentent la même résistance ($R + r$).

Dans la position 2, on constate un retard aussi bien à l'établissement qu'à la suppression du courant (rappelons que le circuit n'est pas ouvert lorsque la tension u est nulle : tout se passe alors comme si un court-circuit était établi entre les points C et M).

Interprétation

Il faut prendre en compte le phénomène d'induction électromagnétique pour interpréter ces observations.

La bobine \mathcal{B} est parcourue par un courant d'intensité variable. Elle se trouve dans le champ magnétique qu'elle crée (champ propre) et embrasse un flux magnétique qui est son flux propre. Ce flux étant variable dans le temps, \mathcal{B} est le siège d'une f.é.m. induite qui obéit à la loi de Lenz : il s'oppose à la cause qui lui donne naissance.

Lorsque la tension u passe de la valeur zéro à U , le courant ne peut croître instantanément car la f.é.m. qui prend naissance s'oppose à cette croissance.

Lorsque la tension passe de la valeur U à zéro, le rôle de la f.é.m. est inversé : elle s'oppose alors à la variation du courant, c'est-à-dire à sa suppression. C'est le phénomène d'auto-induction.

Notons que, dans ce cas, la bobine \mathcal{B} joue simultanément le rôle d'inducteur et celui d'induit.

Remarque : tout dipôle dans lequel peut être mis en évidence le phénomène d'auto-induction est appelé dipôle inductif.

2 Étude électrocinétique

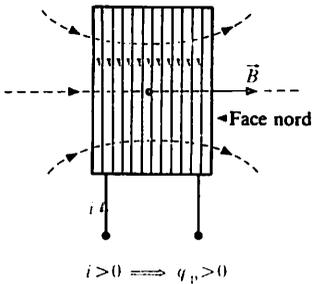


Fig. 3. Flux propre total à travers un circuit fermé dans le vide ou l'air. Dans le cas de la figure, le flux propre φ_p est positif si l'intensité i est positive.

Inductance d'une bobine dans l'air

Le module B du champ magnétique créé en un point, dans le vide ou dans l'air, par une bobine indéformable est proportionnel à l'intensité i du courant qui parcourt cette bobine. Il en est de même du flux propre φ_p embrassé par la bobine. Posons :

$$\varphi_p = Li$$

Nous avons vu au chapitre 18 (paragraphe 2) que, avec les conventions adoptées, le flux propre et l'intensité du courant dans la bobine sont toujours de même signe (fig. 3) : le coefficient L est donc toujours positif. L est l'inductance de la bobine ; c'est une caractéristique de ce composant qui s'exprime en henrys.

$$L = \frac{\varphi_p}{i} \quad \begin{cases} \varphi_p \text{ en webers (Wb)} \\ L \text{ en henrys (H)} \\ i \text{ en ampères (A)} \end{cases}$$

Une bobine présente une inductance qui dépend de ses caractéristiques géométriques et des propriétés magnétiques du milieu dans lequel elle est placée.

Exemple : inductance d'un solénoïde (bobine longue) dans l'air.

Le solénoïde (fig. 4), supposé de longueur très grande devant son diamètre, est parcouru par un courant d'intensité i . En son centre, il crée un champ magnétique de module B :

$$B = \mu_0 \frac{Ni}{l}$$

Le flux propre φ_{p1} par spire est égal à :

$$\varphi_{p1} = BS \cos(\vec{S}, \vec{B}) = BS$$

Si le champ peut être considéré comme uniforme dans tout le solénoïde, le flux propre total embrassé par les N spires du solénoïde est égal à :

$$\varphi_p = N\varphi_{p1} = NBS = \mu_0 \frac{N^2 Si}{l}$$

L'inductance du solénoïde est donc donnée par la relation :

$$L = \frac{\varphi_p}{i} = \mu_0 \frac{N^2 S}{l}$$

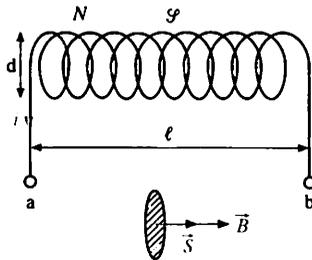


Fig. 4. Inductance d'un solénoïde. Le solénoïde est dans le vide ou l'air. Il comporte N spires jointives de surface S réparties sur une longueur l .

Dans la réalité le champ à l'intérieur de la bobine n'est pas uniforme (il décroît lorsqu'on approche des extrémités) et cette formule n'est qu'approchée. Elle n'est rigoureuse que pour une bobine torique dans l'air.

Remarque : dans un milieu ferromagnétique, la relation entre le flux propre et l'intensité du courant n'est pas obligatoirement linéaire et la valeur L n'est pas constante.

F.é.m. auto-induite

La loi de Faraday s'applique lorsque l'induction électromagnétique est due au flux propre (auto-induction). La f.é.m. induite e dans la bobine d'inductance L égale à :

$$e = - \frac{d\phi_p}{dt} = - \frac{d(Li)}{dt}$$

soit, si L est constant :

| | | |
|------------------------|---|---------------------|
| $e = -L \frac{di}{dt}$ | } | e en volts (V) |
| | | L en henrys (H) |
| | | i en ampères (A) |
| | | t en secondes (s) |

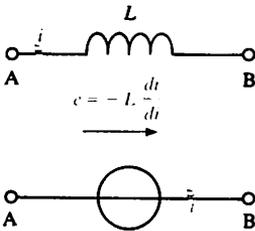


Fig. 5. F.é.m. auto-induite. Symbole de l'inductance.

Avec les conventions adoptées au chapitre 18, sur un modèle équivalent de la bobine, la flèche correspondant à la f.é.m. algébrique e a toujours le sens de la flèche orientant le conducteur (fig. 5).

Conséquences à retenir

- Il y a auto-induction seulement en régime variable, c'est-à-dire si le flux propre varie (ce phénomène ne se manifeste pas lorsque le courant est constant);
 - la f.é.m. e ne peut être infinie et il en est de même de la variation de courant $\frac{di}{dt}$: dans un circuit fermé le courant ne peut donc subir de discontinuité;
 - la f.é.m. d'auto-induction e vérifie la loi de Lenz :
 - $\frac{di}{dt} > 0$: le courant i augmente et la f.é.m. est négative (elle s'oppose au passage du courant);
 - $\frac{di}{dt} < 0$: le courant i diminue et la f.é.m. est positive (elle favorise le passage du courant).
- Dans les deux cas, la f.é.m. induite s'oppose à la cause qui lui donne naissance, c'est-à-dire à la variation de courant (loi de Lenz).

Une bobine, de diamètre moyen $d = 5 \text{ cm}$ et de longueur $l = 50 \text{ cm}$, comporte $N = 3\,000$ spires. Elle ne contient pas de noyau ferromagnétique (fig. 6). Les bornes P et Q de cette bobine sont réunies par un court-circuit. La bobine se trouve dans un champ magnétique uniforme, parallèle à l'axe de la bobine et d'intensité variable. A l'instant initial ($t = 0$) ce champ a une intensité $B_0 = 0,1 \text{ T}$.

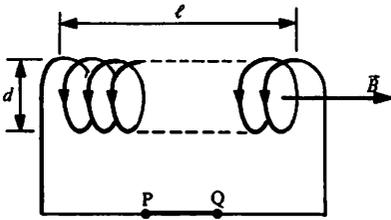


Fig. 6

1. Calculer la f.é.m. induite quand en $0,50 \text{ s}$, on double l'intensité du champ magnétique, de façon uniforme. Par rapport à l'orientation indiquée sur le conducteur de la bobine, quel est le sens du courant induit ?
2. Quelle est la valeur de l'inductance de cette bobine ?

Solution :

1. F.é.m. induite dans la bobine

Nous cherchons comment le flux φ à travers la bobine varie en fonction du temps. Avec l'orientation choisie pour le conducteur de la bobine, ce flux est égal à :

$$\varphi = NBS \quad (\vec{n} \text{ et } \vec{B} \text{ sont de même sens})$$

La valeur de B varie linéairement en fonction du temps t : $B = B_0 + kt$ avec : $k = \text{constante}$

Déterminons k . Nous savons que :

$$t = 0 \Rightarrow B = B_0$$

$$t = 0,5 \text{ s} \Rightarrow B = 2B_0$$

Or la relation précédente donne pour $t = 0,5 \text{ s}$:

$$B = B_0 + 0,5k$$

$$\text{Donc : } B_0 + 0,5k = 2B_0 \Rightarrow k = 2B_0$$

D'où les expressions de B et du flux φ en fonction du temps :

$$B = B_0(1 + 2t) \text{ et } \varphi = NSB_0(1 + 2t)$$

La f.é.m. induite se calcule alors à l'aide de la loi de Faraday :

$$e = -\frac{d\varphi}{dt} \Rightarrow \boxed{e = -2NBS_0}$$

soit :

$$e = -[2 \times 3\,000 \times \pi \times (2,5 \cdot 10^{-2})^2 \times 0,1] \text{ V}$$

$$\Rightarrow \boxed{e = -1,18 \text{ V}}$$

Le courant induit qui prend naissance dans la bobine a une intensité égale à :

$$i = \frac{e}{R}$$

si R représente la résistance de la bobine.

L'intensité i est négative (comme e). Cela signifie que le courant induit circule dans le sens opposé à l'orientation choisie sur le conducteur. Il produit un champ magnétique \vec{B}_i opposé au champ \vec{B} qui croît. L'application de la loi de Lenz permettait de prévoir le sens de ce courant : par ses effets le courant induit s'oppose bien à la cause qui lui donne naissance.

2. Inductance de la bobine

L'inductance L de la bobine est donnée par la relation suivante :

$$L = \mu_0 \frac{N^2 S}{l}$$

μ_0 désigne la perméabilité magnétique dans l'air ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ SI}$)

D'où :

$$L = \left[4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{(3\,000)^2 \times [\pi \times (2,5 \cdot 10^{-2})^2]}{0,5} \right] \text{ H}$$

$$\Rightarrow \boxed{L \approx 44 \text{ mH}}$$

1 Modèle équivalent

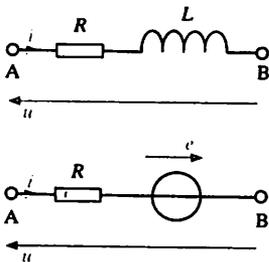


Fig. 1. Modèle équivalent d'un dipôle inductif.

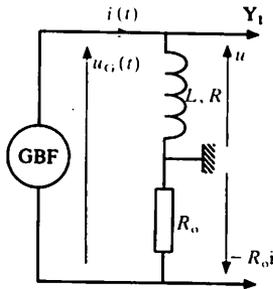


Fig. 2. Mise en évidence des paramètres d'une bobine.

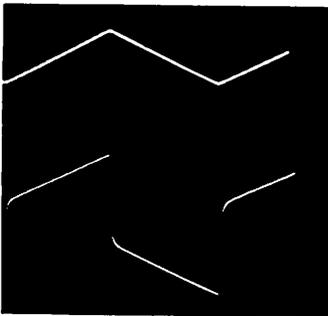


Fig. 3 a. Le générateur délivre des signaux triangulaires. Les oscillogrammes de u et i permettent de vérifier expérimentalement la relation : $u = Ri + L \frac{di}{dt}$.

Une bobine est un dipôle qui présente une résistance R et une inductance L (fig. 1).

Le montage de la figure 2 peut être utilisé pour vérifier que ce modèle équivalent rend bien compte du comportement de la bobine. Il est alimenté par un générateur de courant qui fournit un courant ayant une intensité « en triangle ».

L'oscillogramme obtenu (fig. 3) montre que la tension u aux bornes de la bobine est égale à la somme :

- de la chute ohmique égale à tout instant à (Ri) ;
- et d'une tension en crêteaux égale à $(L \frac{di}{dt})$ qui est appelée chute inductive.

Par exemple, entre les instants 0 et $\frac{T}{2}$, le courant a

une intensité qui s'écrit sous la forme : $i = (at + b)$, a et b étant deux constantes. Il donne naissance à une f.é.m. d'auto-induction égale à :

$$-L \left(\frac{di}{dt} \right) = -aL = \text{constante}$$

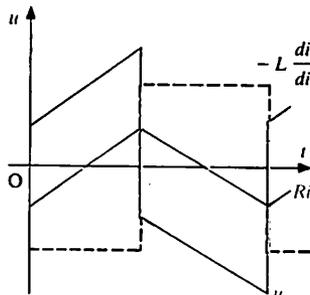
Cette f.é.m. est négative de 0 à $\frac{T}{2}$ (a est positif

lorsque i est une fonction croissante du temps).

Le même raisonnement s'applique entre les instants $\frac{T}{2}$ et T mais, dans ce cas, a est négatif.

Conséquence : la tension aux bornes de la bobine de la figure 1 est donc égale à :

$$u = Ri + L \left(\frac{di}{dt} \right)$$



b) Le dipôle inductif est équivalent à l'association en série d'une résistance R et d'une inductance L . Sur la figure 3 b on a représenté

1. La chute de tension Ri (qui reproduit les variations de i au facteur R près).
2. La f.é.m. d'auto-induction e (courbe en pointillés).
3. La somme $(Ri + e)$ qui correspond à la tension u .

2 Puissance et énergie reçues par un dipôle inductif

Puissance

A l'instant t un dipôle inductif de résistance R et d'inductance L (voir fig. 1) reçoit une puissance p égale à :

$$p = ui$$

Or :

$$u = Ri + L \left(\frac{di}{dt} \right)$$

d'où :

$$p = Ri^2 + Li \left(\frac{di}{dt} \right)$$

ce qui peut aussi s'écrire :

$$p = Ri^2 + \frac{d \left[\frac{1}{2} Li^2 \right]}{dt}$$

Énergie

Pendant un intervalle de temps dt le dipôle inductif reçoit une énergie dW :

$$dW = p \cdot dt = Ri^2 \cdot dt + d \left[\frac{1}{2} Li^2 \right]$$

Le premier terme représente l'énergie thermique apportée par effet Joule. Le second terme correspond à la variation d'une énergie différente W_m :

$$W_m = \frac{1}{2} Li^2$$

Cette énergie est emmagasinée sous forme magnétique lorsque le courant dans la bobine croît de zéro à i ; elle est restituée au circuit sous forme d'énergie électrique lorsque le courant décroît de i à zéro.

3 Applications

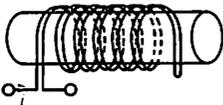


Fig. 4. Dipôle résistif non inductif : bobinage dit en « queue de cochon ».

Les deux bobines en série ont des effets magnétiques opposés.

Dipôles non inductifs

Il est possible de réaliser des résistances bobinées qui ne présentent pas d'inductance. Lorsque le fil est double (fig. 4), le composant est équivalent à deux bobines ayant les mêmes caractéristiques géométriques mais dont les sens d'enroulement sont opposés. Les champs produits par ces deux bobines sont toujours opposés et le flux propre de l'ensemble est nul. Il en est donc de même de son inductance.

Protections des circuits inductifs

Lors de l'ouverture d'un interrupteur placé dans un circuit inductif, parcouru par un courant intense, un arc électrique s'établit entre les deux

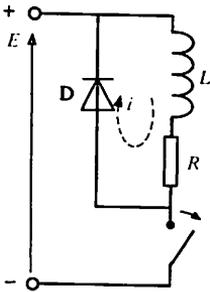


Fig. 5. Protection des circuits inductifs.

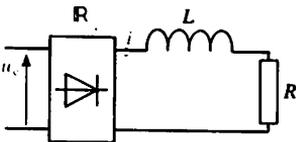


Fig. 6. Bobine de lissage. On constate expérimentalement que les ondulations de i sont très nettement atténuées lorsque la bobine de lissage est insérée dans le circuit.

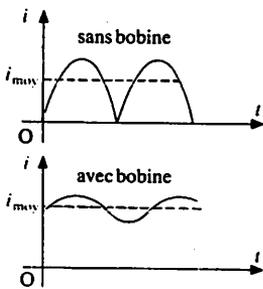


Fig. 7. Influence d'une bobine de lissage.

pôles qui sont écartés l'un de l'autre. Il en est de même avec des circuits parcourus par des courants peu intenses mais qui font l'objet de commutations rapides (électronique). Cet arc dit de rupture est la conséquence du phénomène d'auto-induction : l'annulation du courant dans un circuit se traduit par l'introduction d'une f.é.m. d'autant plus grande :

- que le courant interrompu est plus intense,
- que l'interruption est plus rapide.

Il peut en résulter une surtension importante entre les pôles des appareils de coupure. En général, il est indispensable de remédier à cet inconvénient afin d'éviter tout danger pour le manipulateur (risque d'électrocution) et pour le matériel. La protection peut être obtenue au moyen d'une diode (fig. 5).

Lorsque le circuit est fermé, la diode est sous tension inverse et elle ne joue aucun rôle.

- A l'ouverture de l'interrupteur, la bobine est le siège d'un phénomène d'auto-induction qui se traduit par le passage d'un courant dans le circuit formé par la bobine et la diode. La tension aux bornes de la diode dans l'état conducteur est inférieure à 1 V : aucune surtension dangereuse n'apparaît entre les bornes du circuit.

La diode fonctionne à la manière d'un interrupteur qui se ferme automatiquement lorsque la tension d'alimentation du montage est supprimée.

Ce mode de protection est utilisé pour des transistors (alimentation à découpage) et pour des thyristors (hacheur).

Bobine de lissage

Pour réduire l'ondulation du courant fourni par un redresseur, il est souvent nécessaire de placer une bobine en série avec la charge (fig. 6). Les variations du courant engendrent une f.é.m. d'auto-induction qui s'oppose à la cause qui lui donne naissance. Si l'inductance de cette bobine est suffisamment grande, l'amplitude des ondulations (fig. 7) est fortement diminuée (d'où l'appellation : bobine de lissage). Il faut donc choisir une bobine très inductive et faiblement résistante pour éviter une chute de tension inutile et une perte de puissance par effet Joule.

1 Une bobine torique comporte N spires de surface S . Le rayon de la circonférence moyenne de la bobine est égal à R .

1. Calculer l'inductance L de la bobine.

2. Quelle est la valeur absolue E de la f.é.m. auto-induite moyenne lors de l'établissement d'un courant d'intensité I dans la bobine sachant qu'il faut une durée Δt_1 pour obtenir le régime permanent ?

3. Quelle est l'énergie magnétique W_m emmagasinée par la bobine ?

4. Quelle est la puissance moyenne P_m restituée à l'ouverture du circuit si cette énergie est consommée en une durée Δt_2 ?

Application numérique :

$$N = 1\,000 \text{ spires}; S = 10 \text{ cm}^2;$$

$$R = 8,33 \text{ cm}; I = 6,0 \text{ A}; \Delta t_1 = 5,0 \text{ ms};$$

$$\Delta t_2 = 432 \text{ } \mu\text{s}.$$

Solution :

1. Inductance de la bobine

L'inductance de la bobine est égale

$$\text{à} : L = \mu_0 \frac{N^2 S}{2\pi R}$$

$$L = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{(10^3)^2 \times 10 \cdot 10^{-4}}{2\pi \times 8,33 \cdot 10^{-2}} \text{ H}$$

$$\Rightarrow L = 2,4 \text{ mH}$$

2. F.é.m. induite

La f.é.m. auto-induite moyenne est, en valeur absolue :

$$E = L \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$E = 2,4 \cdot 10^{-3} \times \frac{6}{5 \cdot 10^{-3}} \text{ V} \Rightarrow E = 2,88 \text{ V}$$

3. Énergie emmagasinée

L'énergie emmagasinée sous forme magnétique par la bobine est donnée par l'expression :

$$W_m = \frac{1}{2} LI^2$$

$$W_m = \left(\frac{1}{2} \times 2,4 \cdot 10^{-3} \times 6^2 \right) \text{ J}$$

$$\Rightarrow W = 43,2 \text{ mJ}$$

4. Puissance moyenne restituée

Lors de l'ouverture du circuit, la puissance restituée est égale à :

$$P_m = \frac{\Delta W_m}{\Delta t} = \frac{W_m}{\Delta t_2}$$

$$P_m = \frac{43,2 \cdot 10^{-3}}{432 \cdot 10^{-6}} \text{ W} \Rightarrow P_m = 100 \text{ W}$$

2 Une bobine dont la résistance et l'inductance sont respectivement R et L , est alimentée à partir de l'instant $t = 0$ par un générateur de courant qui débite une intensité $i(t) = kt$.

1. Calculer la tension $u(t)$ aux bornes de la bobine.

2. Quelle est la tension $u(1)$ au temps $t = 1 \text{ s}$?

Application numérique : $k = 0,50 \text{ A/s}$; $R = 20 \text{ } \Omega$; $L = 2,0 \text{ H}$.

Solution :

1. Tension aux bornes de la bobine

Le modèle équivalent de la bobine est représenté figure 8.

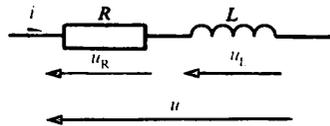


Fig. 8

Appliquons la loi d'additivité des tensions :

$$u = u_R + u_L$$

$$\text{Or} : u_R = Ri \text{ et} : u_L = L \frac{di}{dt}$$

$$\text{Donc} : u = Ri + L \frac{di}{dt} \text{ avec} : i = kt.$$

Exprimons u en tenant compte de la relation donnant i . Nous obtenons :

$$u = kRt + Lk$$

soit :

$$u = 0,5 \times 20t + 2 \times 0,5 \Rightarrow u = 10t + 1$$

2. Tension à l'instant $t = 1 \text{ s}$

À l'instant $t = 1 \text{ s}$, l'expression précédente donne :

$$u = (10 \times 1 + 1) \text{ V} \Rightarrow u = 11 \text{ V}$$

1 Expérience

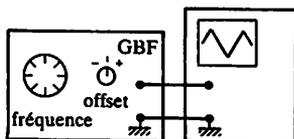


Fig. 1. Montage expérimental.

La sortie d'un générateur de fonctions est branchée directement à l'une des voies d'un oscilloscope (fig. 1). La grandeur visualisée est donc la tension délivrée par ce générateur. Cette tension dépend du sélecteur de fonctions. Il est placé sur la position «triangle» \wedge et le bouton intitulé «offset» est à «0». Après avoir réglé la sensibilité verticale et la vitesse de balayage de l'oscilloscope, nous observons une tension triangulaire. C'est un exemple de tension périodique.

2 Période

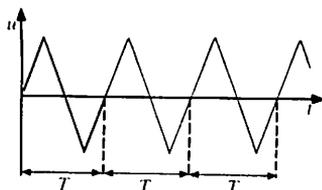


Fig. 2. Tension périodique.

La courbe représentative de la fonction $u(t)$ est une suite de motifs identiques (fig. 2). La durée T correspondant à un motif est la période de la tension. Nous pouvons écrire :

$$u(t + T) = u(t)$$

Plus généralement, la période d'une grandeur périodique (tension, courant ...) est l'intervalle de temps T qui sépare deux instants consécutifs où la grandeur se reproduit identique à elle-même (ce qui suppose que les portions de la courbe représentative de la grandeur en fonction du temps, sur des intervalles $(0, T)$, $(T, 2T)$... sont superposables).

La période T , s'exprime en secondes.

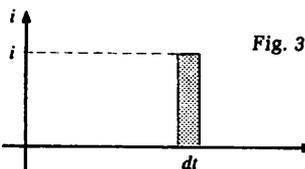
3 Fréquence

La fréquence f d'une grandeur périodique est l'inverse de la période T .

$$f = \frac{1}{T} \quad \begin{cases} T \text{ en secondes (s)} \\ f \text{ en hertz (Hz)} \end{cases}$$

Une fréquence s'exprime en hertz (symbole : Hz). La fréquence f représente le nombre de périodes T en une seconde.

4 Valeur moyenne d'une grandeur



Définition

a) Courant variable

En une durée dt , un courant d'intensité i transporte une quantité d'électricité $dq = i dt$. Cette quantité d'électricité est représentée par l'aire du rectangle sur la figure 3.

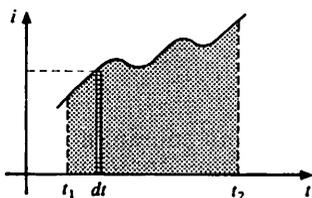


Fig. 4. Courbe $i(t)$.

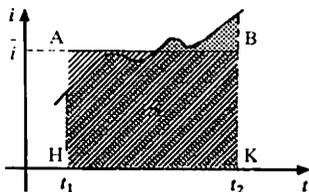


Fig. 5. Valeur moyenne de l'intensité $i(t)$ d'un courant : l'aire \mathcal{A} (surface en noir) est égale à l'aire du rectangle.

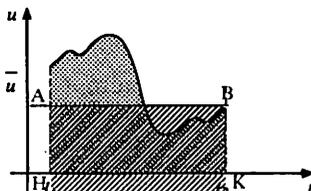


Fig. 6. Valeur moyenne d'une tension $u(t)$. Dans le cas des fonctions périodiques, la valeur moyenne se définit sur une période : $t_2 - t_1 = T$. On obtient le même résultat qu'en considérant une durée très grande devant T .

► Toute tension périodique peut être considérée comme étant la somme de deux tensions : une tension constante (composante continue) et une tension alternative (valeur moyenne nulle). La valeur moyenne de la tension périodique est égale à la valeur de la composante continue.

Si l'intensité du courant i est variable (fig. 4), le résultat reste vrai : l'intensité i du courant peut être supposée constante pendant toute durée dt suffisamment petite.

La quantité d'électricité transportée entre deux instants t_1 et t_2 est alors représentée par la somme des aires d'une infinité de petits rectangles : c'est l'aire \mathcal{A} de la surface tramée en noir (en mathéma-

tiques, on écrit $\mathcal{A} = \int_{t_1}^{t_2} i dt$).

Cette même quantité d'électricité pourrait être transportée entre t_1 et t_2 par un courant d'intensité constante, notée \bar{i} , tel que le rectangle HAKB ait également une aire \mathcal{A} ($\overline{HA} = \bar{i}$) (fig. 5). \bar{i} est appelée la valeur moyenne de l'intensité du courant sur l'intervalle $[t_1, t_2]$.

Si la surface considérée comporte des parties situées de part et d'autre de l'axe des abscisses, il faut compter :

- positivement toute aire de surface au-dessus de l'axe des abscisses ;
- négativement toute aire de surface au-dessous de l'axe des abscisses.

b) Tension variable

Par extension, la valeur moyenne \bar{u} sur l'intervalle $[t_1, t_2]$ d'une tension variable u est représentée par la longueur \overline{HA} , si l'aire \mathcal{A} de la surface tramée en noir (fig. 6) est égale à l'aire du rectangle HAKB (hachurée en rouge).

Remarque : tension périodique

Dans ce cas particulier, la valeur moyenne est définie sur une période (ou sur un nombre entier de périodes).

Mesure

Un voltmètre numérique ou un voltmètre magnétoélectrique (sélecteur de fonctions sur la position prévue pour la mesure des tensions continues) permet de mesurer la valeur moyenne d'une tension périodique si la fréquence est suffisamment grande ($f \geq 10$ Hz). Rappelons qu'un appareil magnétoélectrique n'est pas utilisable pour des tensions de fréquence trop grande (la limite d'utilisation est précisée par le constructeur : 5 kHz par exemple).

5 Valeur efficace

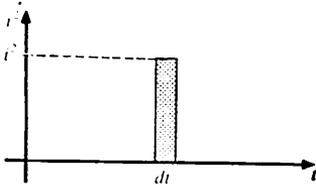


Fig. 7

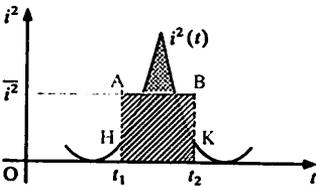


Fig. 8

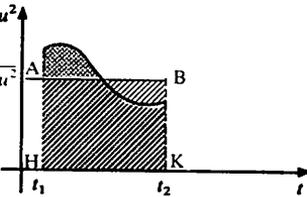


Fig. 9. Les multimètres numériques R.M.S. sont constitués d'ensembles électroniques qui élaborent successivement le carré de la grandeur $(g(t))$, puis la valeur moyenne du carré $(\bar{g^2})$, ensuite la racine carrée du résultat précédent (C) et enfin la conversion de cette grandeur en nombre (conversion analogique numérique) et l'affichage de ce nombre. Attention, de nombreux voltmètres dits R.M.S. (et même parfois R.M.S. vrais) fournissent la valeur efficace de la seule composante alternative de la tension mesurée.
R.M.S. : de l'anglais root mean square (racine de la moyenne du carré).

Définition

a) Courant variable

Une résistance R traversée par un courant d'intensité i reçoit une énergie dw en une durée dt :

$$dw = Ri^2 dt$$

Cette énergie dw est proportionnelle à l'aire d'un petit rectangle dont une dimension figure i^2 et l'autre dt (fig. 7).

Avec un courant d'intensité variable, le résultat précédent reste vrai si dt est une durée suffisamment petite pendant laquelle i^2 peut être considéré comme constant. Sur l'intervalle de temps $[t_1, t_2]$, l'énergie apportée est proportionnelle à l'aire \mathcal{A} de la surface tramée en noir.

Comme précédemment, nous pouvons lui faire correspondre un rectangle de même aire \mathcal{A} dont le côté \overline{HA} figure la valeur moyenne de i^2 (fig. 8). Nous la notons \bar{i}^2 .

La racine carrée I de cette valeur est appelée l'intensité efficace du courant i .

b) Tension variable

Par extension, une tension variable u admet une valeur efficace U sur l'intervalle $[t_1, t_2]$ si l'aire \mathcal{A} de la surface tramée en noir (fig. 9) est égale à l'aire du rectangle $HABK$: \overline{HA} figure alors \bar{u}^2 .

Remarque : tension périodique

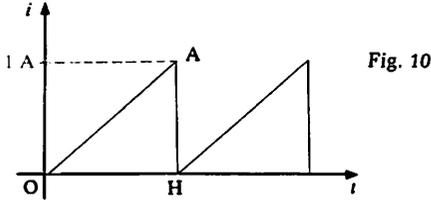
La valeur efficace U d'une tension périodique u est égale à la racine carrée de la valeur moyenne du carré de $u(t)$ calculée sur une période :

$$U = \sqrt{\overline{u^2(t)}} \text{ avec } \overline{u^2(t)} = \frac{\mathcal{A}}{T}$$

Mesure

- Un voltmètre numérique dit R.M.S. (sur la position prévue pour la mesure des tensions alternatives) indique la valeur efficace de la tension mesurée.
- Les appareils ferromagnétiques et les appareils à thermocouple sont aussi utilisables.

- 1 Quelle est la valeur moyenne de l'intensité du courant représentée figure 10 ?



Solution :
Effectuons un calcul d'aire sur une période de l'intensité i : OH représente cette période.

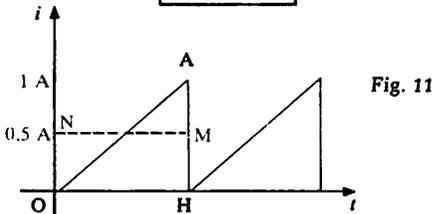
$$\text{Aire du triangle OAH} : \mathcal{A} = \frac{(OH)(HA)}{2}$$

Étant située au-dessus de l'axe des abscisses, elle est comptée positivement. Le côté ON du rectangle OHMN (fig. 11) qui a même aire que le triangle OHA, représente la valeur moyenne de l'intensité du courant.

$$(OH)(ON) = (OH) \left(\frac{HA}{2} \right) \Rightarrow ON = \frac{HA}{2}$$

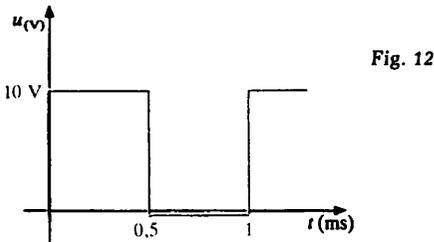
D'où :

$$\bar{i} = 0,50 \text{ A}$$



- 2 Pour la tension périodique représentée figure 12, calculer :

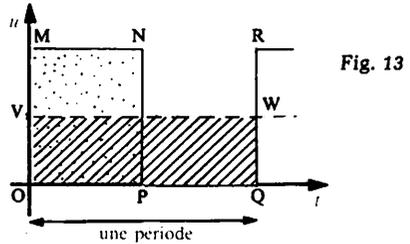
1. la valeur moyenne ;
2. la valeur efficace.



Solution :

1. Valeur moyenne \bar{u}

Nous devons chercher la largeur OV d'un rectangle OVWQ, de longueur OQ (longueur correspondante à une période de la tension u), de même aire \mathcal{A} que le rectangle OMNP (fig. 13) :



Cette aire est comptée positivement car elle est située au-dessus de l'axe des abscisses.

$$(OP)(OM) = (OQ)(OV) \Rightarrow OV = \frac{OM}{2}$$

$$\text{Donc : } \boxed{\bar{u} = 5,0 \text{ V}}$$

2. Valeur efficace

La valeur efficace U de la tension u est donnée par la relation :

$$U = \sqrt{\bar{u}^2}$$

Dans un premier temps nous cherchons donc la valeur moyenne \bar{u}^2 de la fonction $u^2(t)$ (fig. 14).

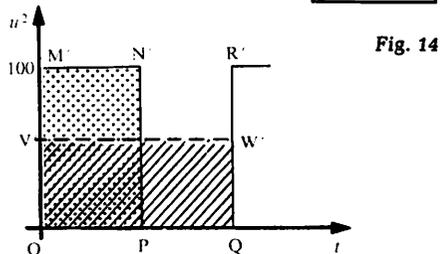
$$\bar{u}^2 = OV' \text{ si } OV' \cdot OQ = OM' \cdot PO$$

En effet, comme au 1., nous devons chercher la largeur OV' du rectangle de longueur OQ et d'aire égale à celle du rectangle $OM'N'P'$.

$$\text{Soit : } \bar{u}^2 = 50 \text{ V}^2$$

D'où la valeur efficace de la tension u :

$$U = \sqrt{\bar{u}^2} \Rightarrow U = (\sqrt{50}) \text{ V} \Rightarrow \boxed{U \approx 7,1 \text{ V}}$$



1 Obtention de tensions sinusoïdales

La machine industrielle, génératrice de tensions sinusoïdales, est l'alternateur. Il comporte un circuit fixe (induit) placé dans un champ magnétique qui tourne à vitesse constante (inducteur). La tension aux bornes de l'induit est sinusoïdale. Pour les puissances faibles, on utilise des générateurs électroniques (TBF, BF, HF).

2 Valeur instantanée d'une tension

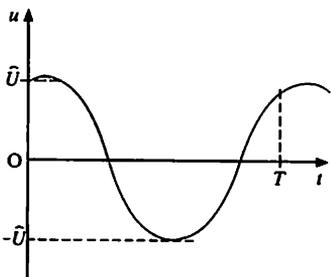


Fig. 1.

La valeur instantanée de la tension sinusoïdale de la figure 1 s'écrit :

$$u = \tilde{U} \cos(\omega t + \varphi)$$

- | | | |
|---|---------------------------------|---------|
| } | u et \tilde{U} en volts | (V) |
| | ω en radians par seconde | (rad/s) |
| | t en secondes | (s) |
| | φ en radians | (rad) |

Signification des symboles

- \tilde{U} : valeur maximale de la tension u ;
- ω : pulsation de la tension ($\omega = 2\pi f$) ;
- φ : phase de la tension à l'instant initial ;
- $(\omega t + \varphi)$: phase de la tension à l'instant t .

Aux États-Unis et au Japon, la tension distribuée a une fréquence de 60 Hz.

Remarque : Électricité de France distribue des tensions électriques sinusoïdales de fréquence constante $f = 50$ Hz ($\omega = 2\pi f = 314$ rad . s⁻¹).

3 Valeur moyenne d'une tension sinusoïdale

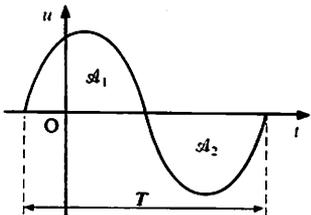


Fig. 2. Valeur moyenne sur une période :
 $A_1 = A_2 \Rightarrow \bar{u} = 0$.

La fonction $u(t)$ est alternative et symétrique. La valeur moyenne de la tension sinusoïdale (fig. 2) est obtenue en déterminant l'aire \mathcal{A} de la surface comprise entre la courbe et l'axe des abscisses. Nous pouvons écrire :

$$\mathcal{A}_1 = \mathcal{A}_2 \Rightarrow \mathcal{A} = \mathcal{A}_1 - \mathcal{A}_2 = 0$$

D'où :
$$\bar{u} = \frac{\mathcal{A}}{T} = 0$$

Résultat à retenir :

La valeur moyenne d'une tension u sinusoïdale sur une période ou sur un nombre entier de périodes est :

$$\bar{u} = 0$$

4 Valeur efficace d'une grandeur sinusoïdale

La valeur efficace U de la tension sinusoïdale $u = \widehat{U} \cos(\omega t + \varphi)$ est obtenue :

- 1. En traçant la courbe $y = u^2$ en fonction du temps (fig. 3). L'équation de cette courbe est :

$$y = [\widehat{U} \cos(\omega t + \varphi)]^2 \Rightarrow y = \frac{\widehat{U}^2}{2} [1 + \cos 2(\omega t + \varphi)];$$

soit : $y = y_1 + y_2$

avec $y_1 = \frac{\widehat{U}^2}{2}$, et : $y_2 = \frac{\widehat{U}^2}{2} \cos 2(\omega t + \varphi)$.

Dans le plan tOy :

$y_1(t)$ est représentée par une droite horizontale (Δ) d'ordonnée à l'origine $\overline{HA} = \widehat{U}^2/2$ (fig. 3).

$y(t)$ est représentée par une sinusoïde dont l'axe des temps est décalé vers le haut de la quantité $\widehat{U}^2/2$ (translation de vecteur \overline{HA}). Sa pulsation est $\omega' = 2\omega$ et sa période est :

$$T' = 2\pi/\omega' = 2\pi/2\omega = T/2$$

- 2. En cherchant le rectangle $HABK$ de même aire \mathcal{A} que la surface hachurée. Cela fournit la valeur moyenne de y (donc du carré u^2) sur une période, soit \bar{y} . Notons que la valeur moyenne de y est égale à la somme des valeurs moyennes de chacun des termes de la somme.

Nous cherchons la valeur moyenne de $y(t)$ sur un intervalle de temps égal à deux fois sa période T' . Les surfaces hachurées en rouge situées au-dessus de Δ sont égales aux surfaces hachurées en rouge au-dessous de Δ .

D'où : $\bar{y} = \frac{\widehat{U}^2}{2};$

- 3. En prenant la racine carrée de \bar{y} :

$$U = \sqrt{\bar{y}} \Rightarrow U = \sqrt{\frac{\widehat{U}^2}{2}}$$

Résultat important à retenir :

$$U = \frac{\widehat{U}}{\sqrt{2}}$$

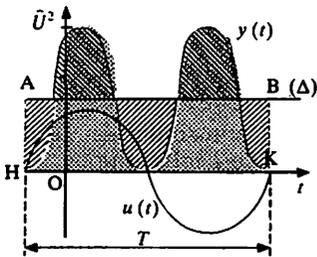


Fig. 3. Valeur efficace sur une période de $u = \widehat{U} \cos(\omega t + \varphi)$

5 Courant sinusoïdal

Appareils magnétoélectriques à redresseurs sur la position alternatif.

Leur déviation est proportionnelle à la valeur moyenne du courant obtenu après redressement du courant alternatif par un pont de diodes (donc à la valeur moyenne de la valeur absolue $|i|$ de l'intensité du courant soit $\overline{|i|}$).

Ces appareils sont gradués directement en valeurs efficaces mais leurs indications ne sont utilisables que pour les intensités ou tensions sinusoïdales. En effet, pour une grandeur sinusoïdale, il y a proportionnalité entre $\overline{|i|}$, valeur moyenne de la valeur absolue et I , valeur efficace :

$$\frac{I}{\overline{|i|}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1,11.$$

Pour une autre forme de courant la proportionnalité subsiste, mais le coefficient est différent : les indications sont donc erronées.

Mesure : les appareils de mesure indiquent directement les valeurs efficaces des tensions ou des courants sinusoïdaux.

Son intensité varie sinusoïdalement en fonction du temps. Un courant sinusoïdal est donc défini par son intensité instantanée i qui est donnée par une expression de la forme :

$$i = \hat{I} \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\begin{cases} i \text{ et } \hat{I} \text{ en ampères} & (\text{A}) \\ \omega \text{ en radians par seconde} & (\text{rad/s}) \\ t \text{ en secondes} & (\text{s}) \\ \varphi \text{ en radians} & (\text{rad}) \end{cases}$$

Signification des symboles

\hat{I} : valeur maximale de i

ω : pulsation du courant ($\omega = 2\pi f$)

φ : phase de l'intensité à l'instant initial

Dans la pratique, un courant sinusoïdal est caractérisé par son intensité efficace I telle que :

$$I = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}}$$

Remarque : l'intensité instantanée i est donc donnée en fonction de l'intensité efficace I par la relation suivante :

$$i = I\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi)$$

Application : en électricité, une grandeur sinusoïdale (tension ou intensité) est caractérisée par sa valeur efficace. On dit : « la tension du secteur est 220 V », cela sous-entend que la valeur efficace de cette tension est 220 V.

Conséquence : à un instant t , une résistance R traversée par un courant sinusoïdal i reçoit une puissance $p = Ri^2$.

La valeur moyenne de la puissance reçue durant un intervalle de temps égal à une période ou à un nombre entier de périodes est : $P = \overline{p} = \overline{Ri^2}$.

Par définition : $\overline{i^2} = I^2$

Donc : $P = RI^2$

L'intensité efficace I du courant sinusoïdal i est égale à l'intensité d'un courant continu qui apporte la même puissance P , à la même résistance R .

- 1 L'intensité instantanée d'un courant sinusoïdal, exprimée en ampères, est donnée par la relation suivante :

$$i = 9,9 \sin \left(3140 t - \frac{\pi}{3} \right)$$

Préciser :

- la valeur maximale \hat{i} de l'intensité
- la valeur efficace I de cette intensité
- la pulsation ω de ce courant
- sa fréquence f .

Solution :

1. Valeur maximale \hat{i} de i

L'expression donnée pour l'intensité du courant est de la forme :

$$i = \hat{i} \sin (\omega t - \varphi)$$

En comparant avec la formule de l'énoncé nous pouvons écrire :

$$\hat{i} = 9,9 \text{ A}$$

2. Valeur efficace I

L'intensité du courant étant sinusoïdale nous avons l'égalité :

$$I = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}}$$

$$\text{soit : } I = \frac{9,9}{\sqrt{2}} \text{ A} \quad \Rightarrow \quad I = 7,0 \text{ A}$$

3. Pulsation ω

En comparant l'expression donnée pour i et la formule générale nous voyons que :

$$\omega = 3140 \text{ rad/s}$$

4. Fréquence f

La fréquence f se déduit de la valeur de la pulsation ω

$$f = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$\text{soit : } f = \frac{3140}{2\pi} \text{ Hz} \quad \Rightarrow \quad f = 500 \text{ Hz}$$

- 2 L'oscillogramme de la figure 4 représente les variations de deux tensions

sinusoïdales u_1 et u_2 , en fonction du temps.

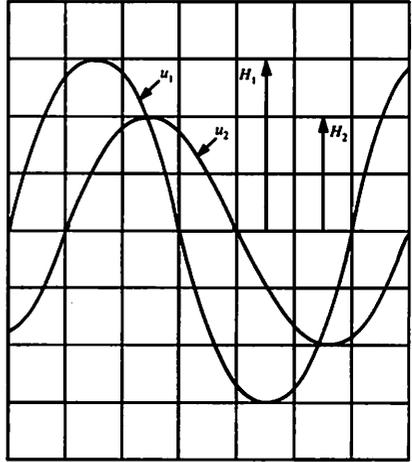


Fig. 4

Les calibres utilisés pour les deux voies verticales sont les mêmes : $c = 2 \text{ V/div}$. Le calibre de la voie horizontale est 1 ms/div . Calculer :

- la période T des deux tensions,
- la valeur maximale de chacune des tensions ?

Solution :

1. Période des tensions

La période T de chaque tension correspond à 6 divisions.

Le calibre de la voie horizontale étant égal à 1 ms/div nous pouvons écrire :

$$T = 6 \text{ ms}$$

2. Valeurs maximales \hat{u}_1 et \hat{u}_2

La valeur \hat{u}_1 est représentée par un segment de longueur $H_1 = 3 \text{ div}$.

La valeur \hat{u}_2 est représentée par un segment de longueur $H_2 = 2 \text{ div}$.

Donc : $\hat{u}_1 = cH_1$ et : $\hat{u}_2 = cH_2$ avec $c = 2 \text{ V/div}$

$$\text{soit : } \hat{u}_1 = (2 \times 3) \text{ V} \quad \Rightarrow \quad \hat{u}_1 = 6 \text{ V}$$

$$\text{et : } \hat{u}_2 = (2 \times 2) \text{ V} \quad \Rightarrow \quad \hat{u}_2 = 4 \text{ V}$$

1 Représentation cartésienne

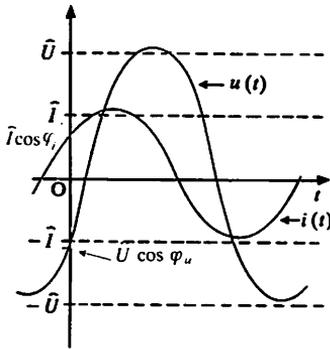


Fig. 1. Représentation cartésienne.

La représentation cartésienne utilise des fonctions sinusoïdales du temps :

$$i = \hat{I} \cos(\omega t + \varphi_i) = I\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_i)$$

$$u = \hat{U} \cos(\omega t + \varphi_u) = U\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_u)$$

Déphasage de i par rapport à u : c'est la différence φ entre les phases initiales de u et i (fig. 1) :

$$\varphi = (\varphi_u - \varphi_i)$$

Trois cas peuvent être rencontrés :

- $(\varphi_u - \varphi_i) > 0$, la tension u est en avance sur l'intensité i (il revient au même de dire que i est en retard par rapport à u).
- $(\varphi_u - \varphi_i) < 0$, la tension u est en retard sur l'intensité i (il revient au même de dire que i est en avance par rapport à u).
- $\varphi_u - \varphi_i = 0$, la tension u et l'intensité i sont en phase.

Pour obtenir une écriture plus simple, il est souvent possible de choisir l'une des phases initiales nulle.

Exemple : prenons la phase initiale de u nulle : $\varphi_u = 0$. Nous pouvons alors écrire :

$$\begin{cases} \varphi = -\varphi_i \\ i = \hat{I} \cos(\omega t - \varphi) \\ u = \hat{U} \cos \omega t \end{cases}$$

Les trois cas qui peuvent être rencontrés s'écrivent alors :

- $\varphi > 0$: i est en retard par rapport à u ,
- $\varphi < 0$: i est en avance par rapport à u .
- $\varphi = 0$: i et u sont en phase.

Décalage horaire : un déphasage φ de i par rapport à u correspond à un décalage horaire τ .

$$i = \hat{I} \cos(\omega t - \varphi) \Rightarrow i = \hat{I} \cos \omega \left(t - \frac{\varphi}{\omega} \right)$$

L'expression $\frac{\varphi}{\omega}$ est homogène à une durée. C'est le décalage horaire de i par rapport à u :

$$\tau = \frac{\varphi}{\omega} = \varphi \frac{T}{2\pi} \quad \text{car : } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

2 Représentation de Fresnel

L'intérêt de la représentation de Fresnel est de remplacer des calculs algébriques (parfois assez délicats à conduire) par une méthode graphique.

► Pour la mesure des angles dans le plan, le sens positif adopté est le sens trigonométrique.

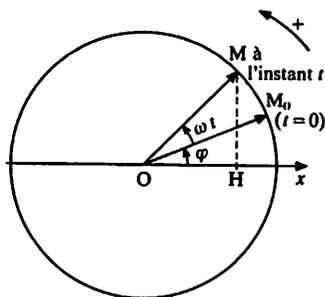


Fig 2. Représentation de Fresnel.

Attention : il faut que toutes les grandeurs soient exprimées au moyen du même type de fonctions sinusoidales (soit sinus, soit cosinus).

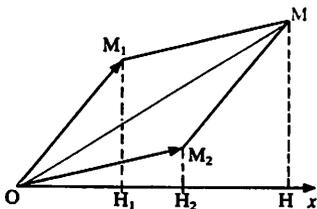


Fig. 3. Représentation de Fresnel de la somme de deux fonctions sinusoidales.

Vecteur associé à une grandeur sinusoidale

A toute grandeur sinusoidale (tension ou intensité) est associé un vecteur et réciproquement, suivant les conventions suivantes :

| Grandeur sinusoidale | Vecteur associé |
|--|--|
| $g = \widehat{G} \cos(\omega t + \varphi) \Leftrightarrow \overline{OM}$ | |
| amplitude $\widehat{G} \Leftrightarrow$ | longueur $OM = \widehat{G}$ (à une échelle arbitrairement choisie) |
| phase $(\omega t + \varphi) \Leftrightarrow$ | angle polaire $(\overline{Ox}, \overline{OM}) = (\omega t + \varphi)$ |

Notons que la mesure algébrique de la projection de \overline{OM} sur l'axe \overline{Ox} est égale à :

$$\overline{OH} = \widehat{G} \cos(\omega t + \varphi) = g$$

Lorsque t varie, le point M décrit un cercle de centre O et de rayon $OM = \widehat{G}$ à la vitesse angulaire ω et le point H est animé d'un mouvement sinusoidal de pulsation ω sur l'axe \overline{Ox} (fig. 2).

Application : somme de deux grandeurs sinusoidales de même pulsation

a) Première méthode

Nous savons que la relation vectorielle (fig. 3) :

$$\overline{OM} = \overline{OM}_1 + \overline{OM}_2$$

entraîne une relation entre les mesures algébriques des projections sur l'axe \overline{Ox} :

$$\overline{OH} = \overline{OH}_1 + \overline{OH}_2$$

Si \overline{OM}_1 et \overline{OM}_2 sont deux vecteurs associés aux grandeurs sinusoidales :

$$g_1 = \widehat{G}_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \quad \text{et} \quad g_2 = \widehat{G}_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

$$\text{on a : } (\text{proj}_{\overline{Ox}} \overline{OM}_1) = \overline{OH}_1 \Rightarrow g_1;$$

$$(\text{proj}_{\overline{Ox}} \overline{OM}_2) = \overline{OH}_2 \Rightarrow g_2; \quad \overline{OH} = g_1 + g_2$$

A tout instant, \overline{OH} est la somme de deux grandeurs sinusoidales.

Le point H est la projection du point M et le vecteur \overline{OM} figure donc le vecteur associé à la somme $g = (g_1 + g_2)$: g est donc une grandeur sinusoidale. Pour connaître son amplitude et sa phase initiale, il suffit de mesurer la longueur de \overline{OM} et son angle polaire $(\overline{Ox}, \overline{OM})$.

b) Méthode simplifiée

- Première simplification

Le triangle OM_1M_2 a toujours la même forme quel que soit l'instant t considéré. En revanche, sa position dans le plan dépend de t . Nous choisissons donc la situation la plus simple qui correspond à l'instant $t = 0$. Cela conduit à une première simplification : les angles polaires des vecteurs associés sont alors égaux aux phases initiales des grandeurs sinusoïdales.

- Seconde simplification

Dans la pratique, une grandeur sinusoïdale est caractérisée par sa valeur efficace. Le graphique nous donnera directement ce résultat si le vecteur associé a une longueur proportionnelle à la valeur efficace plutôt qu'à l'amplitude de la grandeur sinusoïdale (cela revient à changer l'échelle adoptée).

- Obtention de la somme $g = g_1 + g_2$

Les expressions de g_1 et g_2 en fonction de leurs valeurs efficaces respectives sont les suivantes :

$$g_1 = G_1 \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_1) \text{ et } g_2 = G_2 \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_2)$$

Portons les vecteurs $\overline{OM}_1(G_1, \varphi_1)$ et $\overline{OM}_2(G_2, \varphi_2)$.

Cherchons le vecteur somme $\overline{OM} = \overline{OM}_1 + \overline{OM}_2$. Nous mesurons ensuite la longueur OM et l'angle polaire φ qui représentent respectivement la valeur efficace G et la phase initiale φ de g . Les caractéristiques de la somme sont ainsi obtenues sans calcul.

Conclusion : vecteur de Fresnel

Du fait des simplifications adoptées, le vecteur de Fresnel associé à une grandeur sinusoïdale $g = G \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi)$ a donc les caractéristiques suivantes :

| Grandeur sinusoïdale | Vecteur de Fresnel |
|---|---|
| $g = G \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi) \Leftrightarrow$ | \overline{OM} |
| valeur efficace G (amplitude : $G \sqrt{2}$) \Leftrightarrow | longueur G |
| phase initiale φ (phase : $\omega t + \varphi$) \Leftrightarrow | angle polaire $\varphi = (\overline{Ox}, \overline{OM})$ |

- 1 Les expressions des intensités i_1 et i_2 de deux courants sont :

$$i_1 = 4\sqrt{2} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\text{et : } i_2 = 2\sqrt{2} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Déterminer l'expression de l'intensité $i_3 = i_1 - i_2$.

Solution :
 Au nœud N nous pouvons écrire :
 $i_3 = i_1 - i_2$. Effectuons une représentation de Fresnel (fig. 4) en associant à i_1 le vecteur \overline{OM}_1 (de module 4 cm et d'angle polaire $\pi/6$) et à i_2 le vecteur \overline{OM}_2 (de module 2 cm et d'angle polaire $\pi/2$).

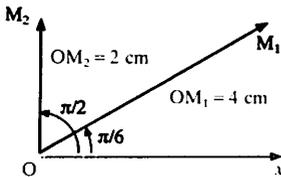
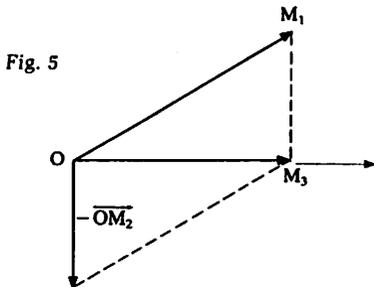


Fig. 4

Le vecteur $\overline{OM}_3 = \overline{OM}_1 + (-\overline{OM}_2)$ est le vecteur associé à l'intensité i_3 . D'où la construction de la figure 5.



La mesure de la longueur OM_3 donne : 3,5 cm, celle de l'angle $(\overline{Ox}, \overline{OM}_3)$: 0 rad. L'expression de i_3 est donc :

$$i_3 = 3,5\sqrt{2} \sin \omega t$$

- 2 L'oscillogramme de la figure 6 représente les variations de deux tensions sinusoïdales u_1 et u_2 , en fonction du temps.

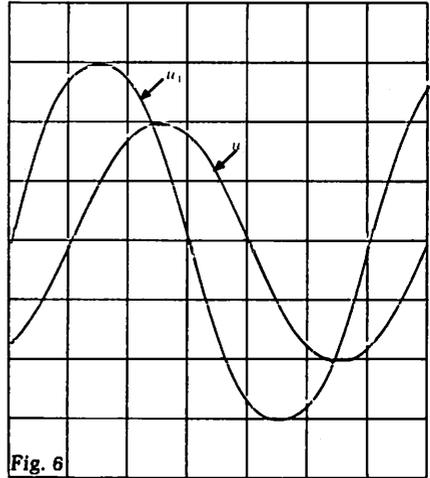


Fig. 6

Déterminer le déphasage de u_2 par rapport à u_1 .

Solution :

1. Déphasage de u_2 par rapport u_1

Les sinusoïdes représentant u_1 et u_2 ont même période et admettent le même axe de symétrie à savoir l'axe médian du quadrillage. Sur cet axe, nous constatons que u_2 est décalée par rapport à u_1 d'un segment de longueur $l = 1$ division. La période T de u_1 et u_2 est représentée par un segment de longueur $L = 6$ divisions.

Le déphasage de u_2 par rapport à u_1 est égal à : $\varphi = 2\pi \frac{l}{L}$

$$\text{soit : } \varphi = 2\pi \frac{1}{6} \Rightarrow |\varphi| = \frac{\pi}{3} \text{ rad ou } 60^\circ$$

L'oscillogramme montre que la courbe $u_2(t)$ reproduit les variations de $u_1(t)$ (croissance, passage par le maximum, décroissance, etc.) avec un certain retard. La tension u_2 est déphasée en retard par rapport à u_1 .

$$u_1 = \hat{u}_1 \sin \omega t ; u_2 = \hat{u}_2 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right)$$

1 Loi d'Ohm en régime sinusoïdal

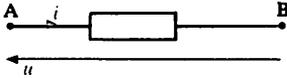


Fig. 1. Convention choisie pour l'étude d'un dipôle AB.

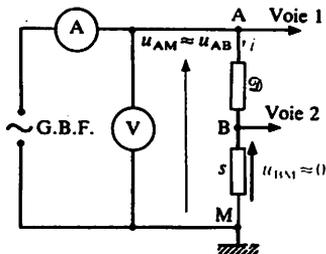


Fig. 2. Schéma de montage pour une étude expérimentale. On visualise, à l'oscilloscope, la tension aux bornes du dipôle et l'intensité du courant qui le traverse. Pour visualiser cette dernière grandeur, un conducteur ohmique de faible résistance (s) est placé en série avec le dipôle. Deux appareils numériques R.M.S. permettent de mesurer les valeurs efficaces de la tension et de l'intensité.

Tension et courant

- Un dipôle linéaire AB est placé dans un circuit fonctionnant en régime sinusoïdal permanent (fig. 1). Entre ses bornes, on applique une tension u :

$$u = U\sqrt{2} \cos \omega t \quad (1)$$

Le dipôle est traversé par un courant d'intensité i donnée par l'équation :

$$i = I\sqrt{2} \cos (\omega t - \varphi) \quad (2)$$

- La nature du dipôle AB est le facteur essentiel à prendre en compte. L'expérience montre que toute situation peut être décrite à partir de trois dipôles simples :

- une résistance parfaite R ;
 - une bobine parfaite d'inductance L ;
 - un condensateur parfait de capacité C .
- Ces dipôles élémentaires sont :

- passifs,
- linéaires (R , L et C sont constantes quand la tension appliquée varie).

Impédance et admittance d'un dipôle

- L'impédance Z présentée par un dipôle passif est donnée par l'expression suivante :

$$Z = \frac{U}{I} \begin{cases} U \text{ en volts} & (\text{V}) \\ I \text{ en ampères} & (\text{A}) \\ Z \text{ en ohms} & (\Omega) \end{cases} \quad (3)$$

- L'admittance Y d'un dipôle passif est l'inverse de son impédance :

$$Y = \frac{1}{Z} \Leftrightarrow Y = \frac{I}{U} \begin{cases} I \text{ en ampères} & (\text{A}) \\ U \text{ en volts} & (\text{V}) \\ Y \text{ en siemens} & (\text{S}) \end{cases} \quad (4)$$

Loi d'Ohm appliquée aux valeurs efficaces

Les relations (3) et (4) conduisent à deux relations équivalentes entre les valeurs efficaces I et U :

$$U = ZI \Leftrightarrow I = YU$$

Ces relations traduisent la loi d'Ohm appliquée à un dipôle fonctionnant en régime sinusoïdal. Il faut bien noter qu'elles font intervenir les valeurs efficaces de u et de i .

2 Dipôle résistif

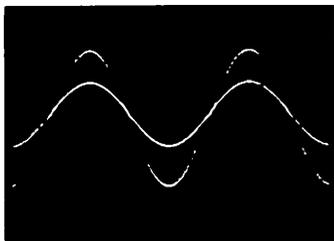


Fig. 3. Oscillogrammes : i et u sont en phase.

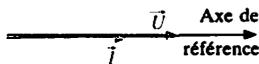


Fig. 4. Représentation de Fresnel.

Le dipôle AB est une résistance parfaite. A l'instant t la loi d'Ohm appliquée au dipôle AB s'écrit :

$$u = Ri \Rightarrow i = \frac{u}{R} = \frac{U\sqrt{2} \cos \omega t}{R}$$

En comparant cette expression à l'équation (2) nous tirons :

$$I = \frac{U}{R} \quad Z = R \quad \text{et} \quad \varphi = 0$$

Conclusions

- Un dipôle résistif présente une impédance $Z = R = \text{constante}$.
 - Il n'introduit aucun déphasage entre u et i (fig. 3). La tension u et l'intensité i sont en phase. Ce résultat découle de la loi d'Ohm appliquée à la résistance R . La relation $u = Ri$ implique :
 - que si u est une grandeur sinusoïdale il en est de même de i (et réciproquement),
 - que u et i sont en phase puisque R est une constante positive.
- Sur un diagramme de Fresnel (fig. 4), les vecteurs \vec{U} et \vec{I} associés à u et i ont donc même support et même sens. L'angle (\vec{I}, \vec{U}) est nul.

3 Bobine parfaite

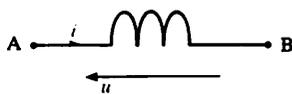


Fig. 5

Le dipôle AB est une bobine parfaite.

A l'instant t la loi d'Ohm appliquée au dipôle AB (fig. 5) s'écrit :

$$u = L \frac{di}{dt}$$

Avec la relation (2) nous obtenons :

$$u = L\omega I \sqrt{2} \cos \left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\left[\text{si } y = \cos(\omega t - \varphi) \text{ alors } \frac{dy}{dt} = \omega \cos \left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2} \right) \right]$$

En comparant cette expression à la relation (1), nous tirons :

$$U = L\omega I \quad \text{ou} \quad I = \frac{U}{L\omega}$$

Fig. 6. Oscillogrammes : déphasage arrière de $\frac{\pi}{2}$ rad de i par rapport à u .

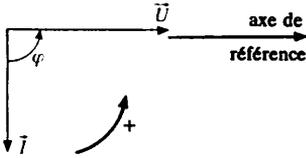


Fig. 7. Représentation de Fresnel.

D'où $Z = L\omega$ et $\varphi = \frac{\pi}{2}$ rad

Ce déphasage est nettement visible sur l'oscillogramme de la figure 6.

Conclusions

- Une bobine parfaite présente une impédance :

$$Z = L\omega$$

- Le courant est déphasé de $\frac{\pi}{2}$ rad, en arrière par rapport à la tension u.

Conséquence

Sur un diagramme de Fresnel (fig. 7), les vecteurs \vec{U} et \vec{I} associés à u et i sont tels que l'angle $(\vec{I}, \vec{U}) = \pi/2$ rad.

4 Condensateur parfait

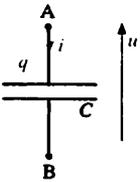


Fig. 8. $q = Cu$.

Le dipôle AB est un condensateur parfait.

L'intensité i du courant est telle que (fig. 8) :

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu)}{dt} = C \frac{du}{dt}$$

Avec la relation (1) :

$$i = C\omega U\sqrt{2} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

En comparant cette expression à la relation (2), nous tirons :

$$I = C\omega U \quad Z = \frac{1}{C\omega} \quad \text{et} \quad \varphi = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

Conclusions

- Un condensateur parfait présente une impédance :

$$Z = \frac{1}{C\omega}$$

- Le courant est déphasé de $\frac{\pi}{2}$ rad, en avance par rapport à la tension u (fig. 9).

Conséquence

Sur un diagramme de Fresnel (fig. 10), les vecteurs \vec{U} et \vec{I} associés à u et i sont tels que l'angle $(\vec{I}, \vec{U}) = -\frac{\pi}{2}$ rad.

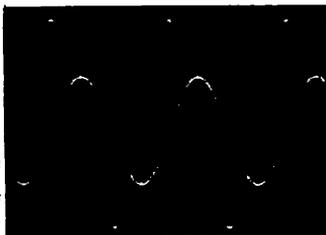


Fig. 9. Oscillogrammes : déphasage avance de $\frac{\pi}{2}$ rad de i par rapport à u.

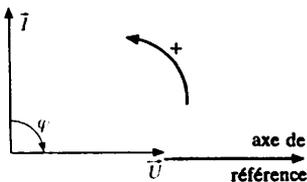


Fig. 10. Représentation de Fresnel.

- 1 Un condensateur est soumis à une tension sinusoidale de valeur efficace U constante et de fréquence f variable.
- Lorsque la fréquence est $f_1 = 200$ Hz, le condensateur est traversé par un courant d'intensité efficace $I_1 = 0,16$ A. Calculer l'intensité efficace du courant lorsque la fréquence devient $f_2 = 1\,000$ Hz.
 - La tension efficace est $U = 10$ V. Calculer la capacité C du condensateur.

Solution :

1. Intensité efficace du courant

Exprimons l'intensité efficace I_1 du courant dans le circuit en fonction de la fréquence f_1 :

$$I_1 = \frac{U}{Z_1} = C\omega_1 U \Rightarrow I_1 = 2\pi f_1 C U \quad (1)$$

$$\text{Pour une fréquence } f_2 : I_2 = 2\pi f_2 C U \quad (2)$$

A partir des relations (1) et (2), nous déduisons I_2 :

$$I_2 = \frac{I_1 f_2}{f_1}$$

Soit :

$$I_2 = \left(\frac{0,16 \times 1\,000}{200} \right) \text{ A} \Rightarrow I_2 = 0,80 \text{ A}$$

2. Capacité du condensateur

L'expression générale de la tension aux bornes du condensateur est :

$$U = \frac{I}{2\pi f C}$$

Nous en tirons la valeur de C :

$$C = \frac{I}{2\pi f U}$$

Pour $f = f_1$, la relation précédente devient :

$$C = \frac{I_1}{2\pi f_1 U}$$

Soit :

$$C = \frac{0,16}{2\pi \times 200 \times 10} \text{ F} \Rightarrow C = 12,7 \mu\text{F}$$

- 2 Un dipôle inconnu (résistance ou inductance ou condensateur) est alimenté par une source de tension sinusoidale de fréquence fixe (50 Hz) et de tension efficace réglable. Pour chaque valeur de la tension aux bornes du dipôle, on relève l'intensité du courant qui le traverse.

| | | | | | | | | | |
|--------|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|
| U (V) | 3,0 | 5,0 | 7,0 | 9,0 | 11 | 13 | 15 | 17 | 19 |
| I (mA) | 9,4 | 15,5 | 22,0 | 28,3 | 34,6 | 40,2 | 47,2 | 53,5 | 59,8 |

- Tracer la courbe représentative de la fonction $U(I)$.
- Calculer l'impédance du dipôle.
- Le dipôle est maintenant alimenté par une source de tension sinusoidale de fréquence réglable f et de tension constante. On constate que l'intensité efficace du courant dans le dipôle est proportionnelle à f . Déterminer la nature du dipôle étudié.

Solution :

1. Courbe représentative

On vérifiera que cette fonction $U(I)$ est représentée par une demi-droite passant par l'origine des axes (point de coordonnées (0, 0)).

Le dipôle est donc linéaire.

2. Impédance du dipôle

L'impédance Z du dipôle linéaire utilisé est égale au coefficient directeur de la demi-droite obtenue.

La détermination graphique fournit le résultat suivant :

$$Z \approx 318 \Omega$$

3. Nature du dipôle

Parmi les trois dipôles possibles : résistance ou inductance ou condensateur, sous tension de valeur efficace constante, seul ce dernier peut être traversé par un courant d'intensité proportionnelle à la fréquence de la tension d'alimentation. Donc :

le dipôle considéré est un condensateur

1 Bobine réelle

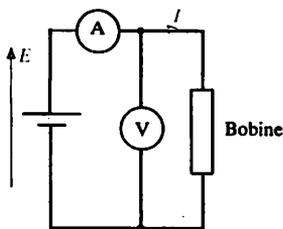


Fig. 1

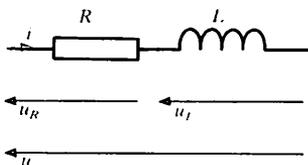


Fig. 2. Modèle équivalent d'une bobine réelle.

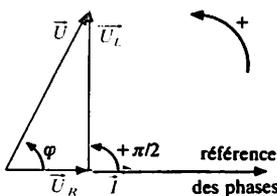


Fig. 3. Diagramme de Fresnel.

Étude expérimentale en continu

a) Expérience

Alimentons une bobine par une source de tension continue délivrant une tension E de 10 V par exemple (fig. 1).

L'ampèremètre détecte le passage d'un courant d'intensité I (1 A par exemple).

b) Interprétation

Soumise à une tension continue, une bobine se comporte comme un dipôle résistif dont la résistance est :

$$R = \frac{E}{I}$$

Étude en régime sinusoïdal

Cette étude expérimentale est réalisée en reprenant un montage analogue à celui de la figure 1, après avoir remplacé le générateur de courant continu par un générateur de courant alternatif.

Cette étude montre qu'une bobine réelle peut être considérée comme l'association en série d'une résistance et d'une bobine parfaite (fig. 2).

Chaque instant, la tension appliquée à la bobine est égale à : $u = u_R + u_L$

A cette relation entre valeurs instantanées correspond une relation entre les vecteurs de Fresnel associés : $\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L$

Diagramme de Fresnel

Portons horizontalement le vecteur \vec{I} associé à l'intensité i du courant (fig. 3).

Le vecteur \vec{U}_R associé à la tension u_R a pour module RI et l'angle $(\vec{I}, \vec{U}_R) = 0$.

Le vecteur \vec{U}_L associé à la tension u_L a pour module ωLI et l'angle $(\vec{I}, \vec{U}_L) = \frac{\pi}{2}$ rad.

A l'aide de ce diagramme, nous déduisons les caractéristiques de la tension u :

- la valeur efficace $U = ZI$: elle est égale au module de \vec{U} ;
- le déphasage : il est obtenu en mesurant l'angle (\vec{I}, \vec{U}) .

Détermination de Z et φ en fonction des éléments du circuita) Détermination de Z

Le module du vecteur \vec{U} peut être calculé en appliquant le théorème de Pythagore au triangle

rectangle formé sur le diagramme de Fresnel. Soit :

$$U^2 = U_R^2 + U_L^2$$

Comme : $U = ZI$, $U_R = RI$ et $U_L = L\omega I$, la relation précédente devient : $(ZI)^2 = (RI)^2 + (L\omega I)^2$

$$\text{D'où : } \boxed{Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}}$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} Z \text{ en ohms} & (\Omega) \\ R \text{ en ohms} & (\Omega) \\ L \text{ en henrys} & (H) \\ \omega \text{ en radians par seconde} & (\text{rad/s}) \end{array} \right.$$

b) Détermination de l'angle φ

Le déphasage φ de i par rapport à u se calcule à partir de la tangente de l'angle (\vec{I}, \vec{U}) . Exprimé en radians, φ est compris entre 0 et $+\frac{\pi}{2}$ et :

$$\boxed{\tan \varphi = \frac{L\omega}{R}}$$

Remarque : Pour de nombreux dipôles inductifs, la résistance augmente en même temps que la fréquence.

2 Condensateur réel

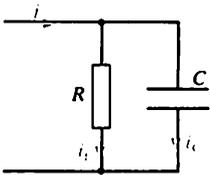


Fig. 4. Modèle équivalent d'un condensateur réel.

Modèle équivalent

Un condensateur réel peut être considéré comme l'association d'un condensateur parfait en parallèle avec une résistance. Cette résistance est souvent appelée résistance de fuite du condensateur. Elle est toujours très grande et sa valeur est fonction de la fréquence d'utilisation (plusieurs dizaines de mégohms en continu, elle diminue avec la fréquence).

À partir du modèle équivalent de la figure 4, nous pouvons écrire : $i = i_f + i_c$.

À cette relation entre valeurs instantanées correspond une relation entre vecteurs de Fresnel associés : $\vec{I} = \vec{I}_f + \vec{I}_c$.

Diagramme de Fresnel

Nous plaçons horizontalement le vecteur \vec{U} associé à la tension u (fig. 5).

Le vecteur \vec{I}_f associé à l'intensité i_f a pour module $\frac{U}{R}$; il est porté par le vecteur \vec{U} .

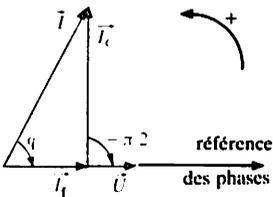


Fig. 5. Diagramme de Fresnel.

Le vecteur \vec{I}_C associé à l'intensité i_c a pour module $UC\omega$ et l'angle polaire $(\vec{I}_C, \vec{U}) = -\frac{\pi}{2}$ rad.

Ce diagramme permet d'obtenir le vecteur \vec{I} et de connaître l'intensité i correspondante :

- sa valeur efficace $I = YU$: elle est égale au module de \vec{I} ,
- son déphasage φ par rapport à u : il est égal à l'angle (\vec{I}, \vec{U}) .

Détermination de Y et φ en fonction des éléments du circuit

a) Détermination de Y

Appliquons le théorème de Pythagore au triangle rectangle formé sur le diagramme de Fresnel :

$$I^2 = I_R^2 + I_C^2$$

Remplaçons chacune de ces valeurs efficaces par son expression en fonction de U :

$$(YU)^2 = \left(\frac{U}{R}\right)^2 + (C\omega U)^2$$

Après simplification, nous obtenons :

$$Y = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (C\omega)^2}$$

b) Détermination de φ

Le déphasage φ de i par rapport à u se calcule à partir de la tangente de l'angle (\vec{I}, \vec{U}) . Puisque φ , exprimé en radians, est compris entre $-\frac{\pi}{2}$ et 0, on pourra vérifier que :

$$\tan \varphi = -RC\omega$$

L'angle δ , complémentaire de l'angle φ , est appelé «angle de pertes».

Cet angle étant toujours très petit, sa valeur en radian peut être confondue avec sa tangente :

$$\delta = \frac{1}{RC\omega}$$

Dans le cas d'un condensateur parfait, l'angle de pertes est nul.

Remarque

Sous tension continue, un condensateur peut être considéré comme pratiquement parfait.

Sous tension alternative, l'influence de la résistance de fuites se manifeste par un échauffement du condensateur.

Un dipôle linéaire, à structure série R-L, dont les caractéristiques sont supposées indépendantes de la fréquence, est alimenté par une source de tension continue. Soumis à une tension $U_0 = 5,0 \text{ V}$, il est traversé par un courant d'intensité $I_0 = 0,50 \text{ A}$.

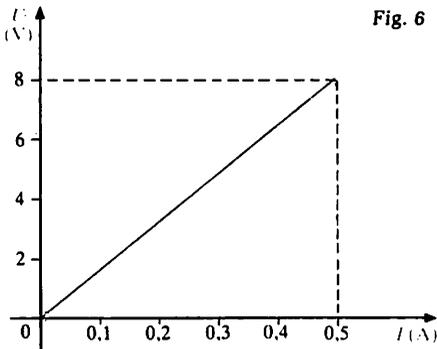
Le dipôle est ensuite alimenté par une source de tension sinusoïdale :

$$u = U\sqrt{2} \cos 1000 t$$

dont la valeur efficace U est réglable. Le dipôle est alors traversé par un courant d'intensité :

$$i = I\sqrt{2} \cos (1000 t - \varphi).$$

La caractéristique $U(I)$ obtenue est représentée figure 6.



1. Déterminer :

- la résistance du dipôle,
- son impédance,
- son inductance.

2. Quelle est l'expression de l'intensité du courant le traversant lorsque la valeur efficace de la tension d'alimentation est $U = 16 \text{ V}$.

Solution :

1. Caractéristiques du dipôle

a) Résistance

En courant continu, le rapport $\frac{U_0}{I_0}$

représente la résistance R de la bobine.

$$D'où : R = \frac{5}{0,5} \Omega \quad \Rightarrow \quad \boxed{R = 10 \Omega}$$

b) Impédance

En courant alternatif, le rapport $\frac{U}{I}$ représente l'impédance Z de la bobine (coefficient directeur de la caractéristique obtenue en courant alternatif).

Nous obtenons :

$$Z = \frac{8}{0,5} \Omega \quad \Rightarrow \quad \boxed{Z = 16 \Omega}$$

c) Inductance

L'impédance d'un circuit série R-L est donnée en fonction de R et de L par l'expression :

$$Z = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$$

Nous en déduisons l'inductance L :

$$\boxed{L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{\omega}}$$

$$L = \frac{\sqrt{16^2 - 10^2}}{1000} = 12,6 \cdot 10^{-3} \text{ H}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{L = 12,5 \text{ mH}}$$

2. Intensité du courant

Les expressions littérales des valeurs instantanées de la tension et du courant peuvent s'écrire :

$$u = U\sqrt{2} \cos \omega t \text{ et } i = I\sqrt{2} \cos (\omega t - \varphi).$$

L'intensité i est en retard par rapport à la tension u .

Nous devons déterminer I et φ .

Calcul de I :

$$I = \frac{U}{Z} \Rightarrow I = \left(\frac{16}{16}\right) \text{ A} \Rightarrow I = 1,0 \text{ A}$$

Calcul de φ :

$$\cos \varphi = \frac{RI}{U} = \frac{R}{Z} \Rightarrow \cos \varphi = 0,625$$

$$\Rightarrow \varphi = 0,896 \text{ rad}$$

L'expression de la valeur instantanée de l'intensité du courant est :

$$\boxed{i = 1,4 \cos (1000 t - 0,90)}$$

1 Étude expérimentale

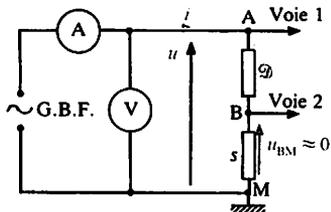


Fig. 1. Schéma du montage :
 $u = u_{AB} + u_{BM} \approx u_{AB}$

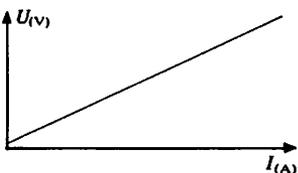


Fig. 2. Caractéristique $U(I)$ du dipôle à fréquence constante.

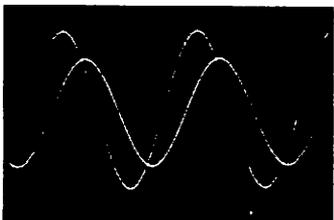


Fig. 3. Oscillogrammes montrant le déphasage de i par rapport à u .

► Rappel : $\varphi = (\vec{i}, \vec{U})$, \vec{i} et \vec{U} désignant les vecteurs de Fresnel associés à i et u .

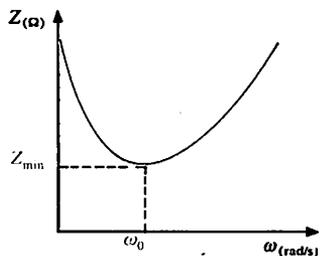


Fig. 4. Variation de l'impédance Z du dipôle en fonction de la pulsation ω .

Le dipôle D de la figure 1 est constitué par l'association en série d'un dipôle résistif (résistance : R), d'une bobine parfaite (inductance : L) et d'un condensateur (capacité : C).

Le générateur qui alimente le circuit fournit une tension de valeur efficace constante et de fréquence réglable.

L'oscilloscope permet la visualisation de la tension aux bornes du dipôle et de l'intensité qui le traverse. Il permet aussi les mesures de la fréquence ($f = \frac{1}{T}$) et du déphasage ($\varphi = 2\pi \frac{\tau}{T}$) entre la tension et l'intensité du courant. Les deux appareils (numériques RMS de préférence) indiquent les valeurs efficaces de la tension et de l'intensité. L'étude conduit aux résultats suivants :

1. La caractéristique $U(I)$ relevée à fréquence constante est une demi-droite passant par l'origine des axes; nous en déduisons que le dipôle est linéaire et que son impédance est constante dans ces conditions : elle est égale au coefficient directeur de cette droite (fig. 2).

2. Un déphasage φ constant est observé sur l'écran de l'oscilloscope quelle que soit la valeur de la tension U (fig. 3) si la fréquence est constante.

3. La courbe représentative de l'impédance en fonction de la pulsation : $Z = f(\omega)$ est une courbe présentant un minimum pour une pulsation particulière ω_0 (fig. 4).

4. La courbe représentative $\varphi = g(\omega)$ du déphasage φ de i par rapport à u en fonction de la pulsation montre que φ est négatif, nul, puis positif au fur et à mesure qu'augmente la pulsation (fig. 5) : le dipôle est d'abord capacitif, puis résistif et enfin inductif.

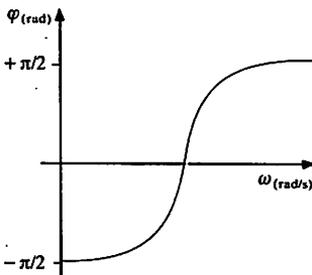


Fig. 5. Variation du déphasage φ de i par rapport à u lorsque ω varie.

2 Interprétation

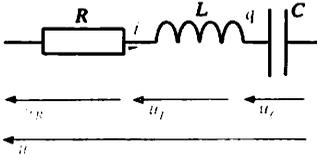


Fig. 6. Association en série formant le dipôle \mathcal{D} .

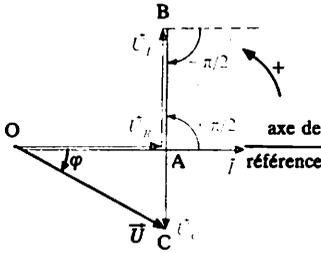


Fig. 7. Représentation de Fresnel. Pour obtenir rapidement le résultat, il est commode de porter \vec{U}_L à partir de \vec{U}_R , puis \vec{U}_C à partir de \vec{U}_L .

La loi d'addition des tensions (fig. 6) se traduit par la relation suivante :

$$u = u_R + u_L + u_C$$

Diagramme de Fresnel (fig. 7)

A cette relation entre valeurs instantanées correspond une relation entre vecteurs de Fresnel associés à ces tensions :

$$\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C$$

Portons horizontalement le vecteur \vec{I} associé à l'intensité i du courant. Ce choix est justifié par le fait que les divers éléments du montage sont tous traversés par le même courant.

Le vecteur \vec{U}_R associé à la tension u_R a pour module RI et l'angle $(\vec{I}, \vec{U}_R) = 0$.

Le vecteur \vec{U}_L associé à la tension u_L a pour module $L\omega I$ et l'angle $(\vec{I}, \vec{U}_L) = \frac{\pi}{2}$ rad.

Le vecteur \vec{U}_C associé à la tension u_C a pour module $\frac{I}{C\omega}$ et l'angle $(\vec{I}, \vec{U}_C) = -\frac{\pi}{2}$ rad.

A l'aide de ce diagramme, nous déduisons les caractéristiques de la tension u :

- la valeur efficace : $U = ZI$ est égale au module de \vec{U} ;
- le déphasage est obtenu en mesurant l'angle (\vec{I}, \vec{U}) .

3 Détermination de Z et φ en fonction des éléments du circuit

Détermination de Z

Le module du vecteur \vec{U} peut être calculé en appliquant le théorème de Pythagore au triangle rectangle formé sur le diagramme de Fresnel.

Soit :
$$U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2$$

ou :
$$(ZI)^2 = \left[R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2 \right] I^2$$

Après simplification nous obtenons :

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2}$$

$$\begin{cases} Z \text{ et } R \text{ en ohms} & (\Omega) \\ L \text{ en henrys} & (H) \\ C \text{ en farads} & (F) \\ \omega \text{ en radians par seconde} & (\text{rad/s}) \end{cases}$$

Détermination de l'angle φ

Le déphasage φ de i par rapport à u se calcule à partir de la tangente de l'angle (\vec{i}, \vec{U}) .

$$\tan \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} \quad \text{avec : } -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq +\frac{\pi}{2}$$

4 Résonance d'un dipôle R, L, C série

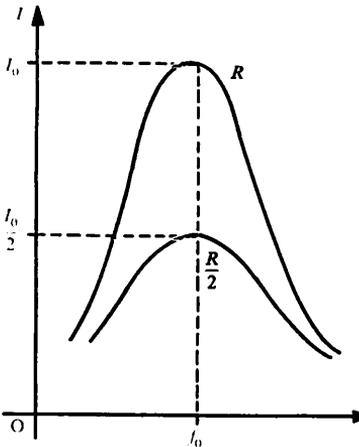


Fig. 8. En faisant varier la fréquence f de part et d'autre de la fréquence de résonance f_0 , le graphe de l'intensité efficace I en fonction de f fait apparaître un pic d'intensité à la fréquence de résonance.

Étude expérimentale

Alimentons le dipôle \mathcal{D} (voir fig. 1) sous une tension d'amplitude constante et de fréquence f réglable. Nous constatons que pour une valeur f_0 de f telle que :

$$L\omega_0 - \frac{1}{C\omega_0} = 0 \Rightarrow LC\omega_0^2 = 1 \Rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

- la tension u et l'intensité i sont en phase.
- les tensions u_L et u_C ont la même amplitude et cette amplitude est très supérieure à celle de la tension d'alimentation.

Interprétation

Pour une fréquence f (pulsation ω), le dipôle \mathcal{D} présente une impédance égale à :

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

Pour la fréquence f_0 (pulsation ω_0) l'impédance du dipôle est minimale et égale à :

$$Z_0 = R \quad \left(\text{car } L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0}\right)$$

Le dipôle est assimilable à un dipôle purement résistif : la tension u et l'intensité i du courant sont en phase : $\varphi = 0$. La valeur efficace de l'intensité du courant est maximale : $I_0 = \frac{U}{R}$.

f_0 est la fréquence de résonance propre du dipôle. Nous pouvons aussi écrire les égalités suivantes :

$$L\omega_0 I_0 = \frac{I_0}{C\omega_0} = \frac{U}{RC\omega_0} = \frac{UL\omega_0}{R} \quad \text{soit : } U_L = U_C = Q_0 U$$

Le facteur $Q_0 = \left(\frac{1}{RC\omega_0}\right) = \left(\frac{L\omega_0}{R}\right)$ peut être nettement supérieur à 1 : il y a alors surtension aux bornes du condensateur et aux bornes de la bobine (fig. 8).

► Facteur de surtension à la résonance :

C'est le rapport des valeurs efficaces U_{C_0} tension aux bornes du condensateur (ou U_{L_0} aux bornes de la bobine) et U à la résonance.

Nous avons :

$$\frac{U_{C_0}}{U} = \frac{U_{L_0}}{U} = \frac{L\omega_0 I_0}{RI_0} = Q_0$$

Le rapport :

$$Q_0 = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0}$$

est appelé facteur de surtension à la résonance.

Un dipôle R, L, C série est alimenté par un générateur délivrant une tension sinusoïdale u de fréquence f réglable et de valeur efficace $U = 5,0$ V.

Pour une fréquence $f_0 = 1000$ Hz, la valeur efficace I de l'intensité du courant qui traverse le circuit est alors maximale et égale à $I_0 = 0,20$ A.

1. Donner, sans démonstration, l'expression littérale de l'impédance Z du dipôle puis celle de la valeur efficace I de l'intensité du courant dans ce dipôle.

2. $f = f_0$. Établir une relation entre L, C et f_0 . Calculer la valeur de la capacité C sachant que $L = 50$ mH.

3. Quelle est alors l'impédance du dipôle ? Déterminer la résistance R du circuit.

4. Comparer la tension U_C aux bornes du condensateur à celle U aux bornes du générateur en calculant $\frac{U_C}{U}$. Conclure.

Solution :

1. Impédance d'un circuit R, L, C série

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

Valeur efficace I de l'intensité du courant dans le dipôle

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$

2. Relation entre L, C et f_0

Pour $f = f_0$, l'intensité I est maximale. Or la tension efficace U étant constante, l'intensité I est maximale lorsque l'impédance Z est minimale, c'est-à-dire pour :

$$L\omega_0 - \frac{1}{C\omega_0} = 0 \Rightarrow LC\omega_0^2 = 1$$

soit :
$$C = \frac{1}{L\omega_0^2} = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 L}$$

$$C = \frac{1}{4\pi^2 \times 10^6 \times 50 \cdot 10^{-3}} \text{ F}$$

$$\Rightarrow C \approx 5,0 \cdot 10^{-7} \text{ F} \Rightarrow C = 0,50 \mu\text{F}$$

3. Impédance du dipôle

Elle se réduit alors à : $Z = R$

donc :
$$R = \frac{U}{I_0}$$

soit : $R = \frac{5}{0,2} \Omega \Rightarrow R = 25 \Omega$

Le circuit résonne en intensité.

4. Tension aux bornes du condensateur

Elle est égale à :

$$U_C = \frac{I_0}{2\pi f_0 C} \quad (1)$$

Comparons-la à la tension aux bornes du circuit :

$$U = RI_0 \quad (2)$$

$$\frac{U_C}{U} = \frac{1}{2\pi f_0 RC}$$

Soit :
$$\frac{U_C}{U} = \frac{1}{2\pi \times 10^3 \times 25 \times 0,5 \cdot 10^{-6}}$$

$$\Rightarrow \frac{U_C}{U} \approx 12,6$$

La valeur efficace de la tension aux bornes du condensateur est nettement supérieure à celle de la tension d'alimentation : il y a surtension.

Autre expression de $\frac{U_C}{U}$:

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow \frac{U_C}{U} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

1 Étude expérimentale

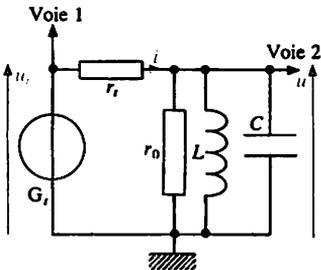


Fig. 1. Montage formé d'un dipôle R, L, C (association en parallèle) et d'une alimentation assimilable à un générateur de courant parfait.

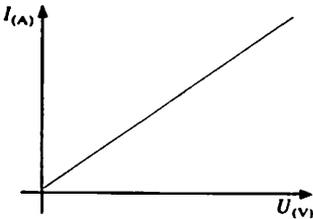


Fig. 2. Caractéristique $I(U)$.

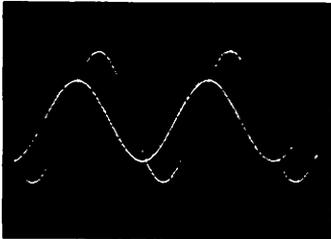


Fig. 3. Oscillogrammes montrant le déphasage entre i et u .

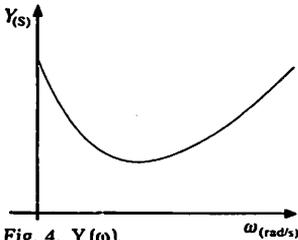


Fig. 4. $Y(\omega)$.

Le dipôle étudié est constitué par l'association en parallèle de trois dipôles parfaits (R, L, C).

Le dipôle est alimenté par un générateur de courant. Il fournit un courant d'intensité i sinusoïdale dont la valeur maximale est maintenue constante et dont la fréquence f est réglable. A défaut de matériel adapté, le générateur de courant peut être constitué par un générateur de tension en série avec une résistance r_i de grande valeur devant la résistance interne du générateur et la résistance R placée en parallèle avec la bobine et le condensateur (fig. 1).

Un oscilloscope permet la visualisation de l'intensité i du courant (l'image de i étant la tension aux bornes du générateur de tension puisque $i \approx \frac{u_i}{r_i}$) et

de la tension u aux bornes du dipôle.

L'étude expérimentale fournit les résultats suivants :

1. La caractéristique $I(U)$ relevée à fréquence constante est une demi-droite passant par l'origine des axes (fig. 2). L'admittance du dipôle est donc constante (coefficient directeur de cette droite).

2. Un déphasage φ , constant, est observé à l'oscilloscope si la fréquence reste constante et cela quelle que soit la valeur U de la tension (fig. 3).

3. La courbe représentative de l'admittance en fonction de la pulsation : $Y = f(\omega)$ est une courbe présentant un minimum pour une pulsation particulière ω_0 (fig. 4).

4. La courbe représentative du déphasage en fonction de la pulsation : $\varphi = g(\omega)$ montre que le déphasage φ est positif, nul, puis négatif au fur et à mesure qu'augmente la pulsation (fig. 5) : le dipôle est d'abord inductif, puis résistif et enfin capacitif.

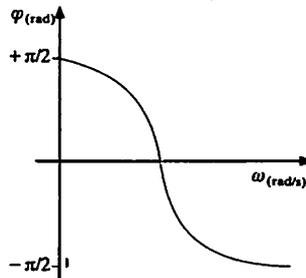


Fig. 5. $\varphi(\omega)$.

2 Interprétation

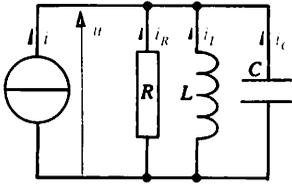


Fig. 6. Schéma équivalent du circuit.

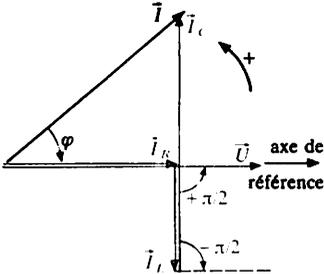


Fig. 7. Représentation de Fresnel.

La loi d'addition des courants

Le schéma équivalent du circuit est représenté figure 6. La loi d'addition des courants entraîne la relation suivante :

$$i = i_R + i_L + i_C$$

A la relation entre les intensités instantanées correspond la relation suivante entre les vecteurs de Fresnel associés à ces intensités :

$$\vec{I} = \vec{I}_R + \vec{I}_L + \vec{I}_C$$

Diagramme de Fresnel (fig. 7)

Les trois dipôles élémentaires sont soumis à la même tension u : nous plaçons horizontalement le vecteur \vec{U} associé à u .

Le vecteur \vec{I}_R associé à l'intensité i_R a pour module $\frac{U}{R}$ et est porté par le vecteur \vec{U} .

Le vecteur \vec{I}_L associé à l'intensité i_L a pour module $\frac{U}{L\omega}$ et l'angle $(\vec{I}_L, \vec{U}) = \frac{\pi}{2}$ rad.

Le vecteur \vec{I}_C associé à l'intensité i_C a pour module $UC\omega$ et l'angle $(\vec{I}_C, \vec{U}) = -\frac{\pi}{2}$ rad.

Ce diagramme permet d'obtenir le vecteur \vec{I} cherché et de connaître l'intensité i correspondante :
 - sa valeur efficace $I = YU$ est égale au module de \vec{I} ;
 - son déphasage φ par rapport à u est égal à l'angle (\vec{I}, \vec{U}) .

3 Détermination de Y et φ en fonction des éléments du circuit

Détermination de Y

Appliquons le théorème de Pythagore au triangle rectangle formé sur le diagramme de Fresnel :

$$I^2 = I_R^2 + (I_C - I_L)^2$$

Remplaçons chacune des ces valeurs efficaces par son expression en fonction de U :

$$(YU)^2 = \left(\frac{U}{R}\right)^2 + \left(C\omega U - \frac{U}{L\omega}\right)^2$$

Après simplification, nous obtenons :

$$Y = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(C\omega - \frac{1}{L\omega}\right)^2} \begin{cases} Y \text{ en siemens} & (S) \\ R, L \omega \text{ et } \frac{1}{C\omega} \text{ en ohms } (\Omega) \end{cases}$$

Détermination de l'angle φ

Le déphasage φ de i par rapport à u se calcule à

Rappel

$L\omega$ et $\frac{1}{C\omega}$ sont les réactances des dipôles. Elles sont exprimées en ohms si l'on exprime :
 L en henrys
 C en farads
 ω en radians par seconde.

partir de la tangente de l'angle (\vec{I}, \vec{U}) .

$$\tan \varphi = -R \left(C\omega - \frac{1}{L\omega} \right) \quad \text{avec : } -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq +\frac{\pi}{2}$$

4 Résonance d'un dipôle R, L, C parallèle

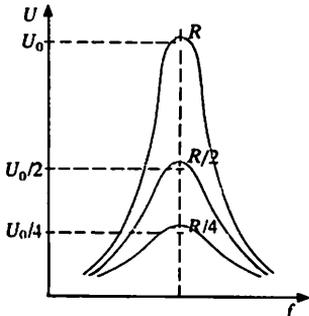


Fig. 8. Courbes de réponse : $U(f)$.

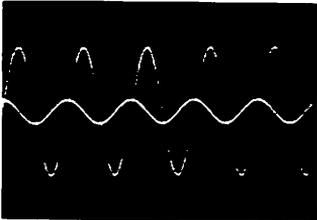


Fig. 9. L'intensité i_1 du courant qui traverse la bobine est en quadrature arrière sur l'intensité i du courant débité par le générateur (mêmes sensibilités pour les deux voies verticales).

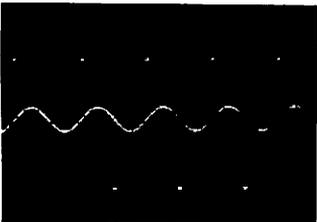


Fig. 10. L'intensité i_c du courant qui traverse le condensateur est en quadrature avance sur l'intensité i du courant débité par le générateur (mêmes sensibilités que pour la figure 8).

Étude expérimentale

Ce dispositif expérimental (voir fig. 1) est utilisé pour tracer les courbes $U(f)$ pour différentes valeurs de R. Nous obtenons un réseau de courbes (fig. 8) présentant un pic de tension pour la fréquence f_0 : il y a alors résonance en tension. Cette fréquence f_0 est telle que :

$$C\omega_0 = \frac{1}{L\omega_0} \Rightarrow LC\omega_0^2 = 1$$

soit : $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$. La résonance est d'autant plus

aiguë que la résistance R a une valeur élevée. Les intensités des courants qui traversent la bobine et le condensateur sont supérieures à celle délivrée par le générateur.

Interprétation

Le schéma équivalent du montage est représenté figure 6. A la pulsation ω , son admittance est égale à :

$$Y = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(C\omega - \frac{1}{L\omega}\right)^2}$$

A la pulsation $\omega = \omega_0$ l'admittance du dipôle est minimale :

$$Y_0 = \frac{1}{R} \quad \left(\text{car } C\omega_0 = \frac{1}{L\omega_0}\right)$$

Le dipôle est alors assimilable à un dipôle purement résistif : la tension u et l'intensité du courant i sont en phase : $\varphi = 0$. La valeur efficace de la tension est maximale : $U_0 = RI$.

Nous pouvons écrire :

$$C\omega_0 U_0 = \frac{U_0}{L\omega_0} = RC\omega_0 I \Rightarrow I_{L0} = I_{C0} = Q_0 I$$

Le facteur $Q_0 = RC\omega_0 = \frac{L\omega_0}{R}$ peut être nettement

supérieur à 1 : il y a passage d'un courant intense dans le condensateur et dans la bobine.

Applications : la résonance est mise en œuvre dans les montages électroniques, dans les récepteurs de radio et de télévision. Dans tous les cas d'utilisation le facteur de qualité Q_0 est grand.

On branche un condensateur de capacité C aux bornes d'une bobine d'inductance $L = 12 \text{ mH}$ et de résistance $r = 10 \text{ } \Omega$. L'ensemble est soumis à une tension sinusoïdale de fréquence $f_0 = 1,0 \text{ kHz}$ (donc de pulsation $\omega_0 = 2\pi f_0$) telle que $LC\omega_0^2 = 1$. La valeur efficace de la tension d'alimentation est : $U = 10 \text{ V}$

- Quelle est la capacité du condensateur utilisé ?
- Calculer les intensités efficaces des courants traversant la bobine et le condensateur.
- Déterminer les déphasages entre les intensités de ces courants et la tension d'alimentation.
- A l'aide d'un diagramme de Fresnel déterminer l'intensité efficace du courant débité par le générateur.
- Calculer l'impédance du dipôle.

Solution :

1. Capacité du condensateur

La pulsation ω_0 est telle que :

$$LC\omega_0^2 = 1$$

Nous tirons C de cette relation :

$$C = \frac{1}{L\omega_0^2}$$

$$C = \left(\frac{1}{12 \cdot 10^{-3} \times (2 \times 3,14 \times 10^3)^2} \right) \text{ F}$$

$$\Rightarrow \boxed{C = 2,1 \text{ } \mu\text{F}}$$

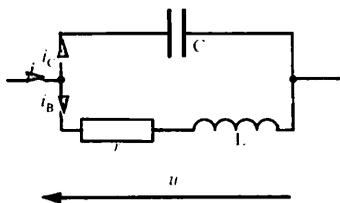


Fig. 11

2. Intensités efficaces de i_C et i_B

Les intensités des courants dans les deux dérivation (fig. 11) ont des valeurs efficaces I_C et I_B telles que :

$$U = Z_C I_C \quad \text{et} \quad U = Z_B I_B$$

$$\text{avec : } Z_C = \frac{1}{C\omega_0} \quad \text{et} \quad Z_B = \sqrt{r^2 + L^2\omega_0^2}$$

$$\text{D'où : } I_C = UC\omega_0 \quad \text{et} \quad I_B = \frac{U}{\sqrt{r^2 + L^2\omega_0^2}}$$

soit :

$$I_C = (10 \times 2,1 \cdot 10^{-6} \times 2\pi \times 10^3) \text{ A}$$

$$\Rightarrow \boxed{I_C = 0,13 \text{ A}}$$

$$I_B = \left(\frac{10}{\sqrt{10^2 + (12 \cdot 10^{-3} \times 2\pi \times 10^3)^2}} \right) \text{ A}$$

$$\Rightarrow \boxed{I_B = 0,13 \text{ A}}$$

3. Déphasages

L'intensité i_C du courant dans le condensateur est en avance de $\frac{\pi}{2}$ radian par rapport à la tension u aux bornes du montage :

$$\Rightarrow \boxed{\varphi_{i_C/u} = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}}$$

L'intensité i_B du courant traversant la bobine est en retard par rapport à la tension à ses bornes d'un angle $\varphi_{i_B/u}$ tel que :

$$\tan \varphi_{i_B/u} = \frac{L\omega_0}{r}$$

soit :

$$\tan \varphi_{i_B/u} = 7,54 \quad \Rightarrow \boxed{\varphi_{i_B/u} = 1,44 \text{ rad}}$$

4. Intensité efficace I

Le diagramme de Fresnel est donné figure 12.

Fig. 12

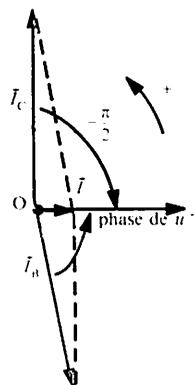
La détermination de I , intensité efficace du courant débité par la source, peut se faire graphiquement. Nous trouvons :

$$\Rightarrow \boxed{I \approx 17 \text{ mA}}$$

5. Impédance

$$Z = \frac{U}{I}$$

$$Z = \left(\frac{10}{17 \cdot 10^{-3}} \right) \Omega$$



$$\Rightarrow \boxed{Z \approx 590 \text{ } \Omega}$$

1 Généralités

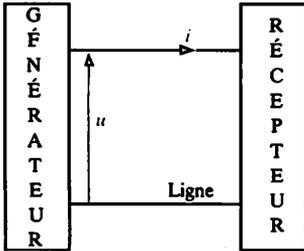


Fig. 1

► Un ampèremètre et un voltmètre permettent la mesure indirecte de la puissance apparente.

Puissance instantanée

La puissance instantanée transmise par un générateur (partie amont d'une ligne) à un récepteur (partie aval de la ligne) est le produit $u \cdot i$ des valeurs instantanées de la tension u entre les fils de ligne et de l'intensité du courant qui la parcourt (fig. 1).

$$p = u \cdot i \quad \left\{ \begin{array}{l} p \text{ en watts (W)} \\ u \text{ en volts (V)} \\ i \text{ en ampères (A)} \end{array} \right.$$

La puissance instantanée est une grandeur qui varie dans le temps.

Puissance apparente

En régime sinusoïdal, si U et I désignent les valeurs efficaces de la tension et de l'intensité instantanées, le produit UI ne représente pas la puissance reçue ou transférée. Ce produit est appelé puissance apparente. On le représente par la lettre S :

$$S = UI \quad \left\{ \begin{array}{l} U \text{ en volts} \\ I \text{ en ampères} \\ S \text{ en volts-ampères} \end{array} \right.$$

2 Puissance active

► Rappel : Si $x(t)$ est une grandeur variable dans le temps, on note \bar{x} sa valeur moyenne durant un intervalle qui doit être précisé. Dans le cas de grandeur périodique, l'intervalle considéré est une période ou un nombre entier de périodes sauf indication contraire. Noter que \bar{x} se lit « valeur moyenne de x ».

Définition

La puissance active P est la valeur moyenne de la puissance instantanée p sur une période :

$$P = \bar{p}$$

En régime sinusoïdal, la puissance active est égale à :

$$P = UI \cos \varphi \quad \left\{ \begin{array}{l} U \text{ en volts (V)} \\ I \text{ en ampères (A)} \\ P \text{ en watts (W)} \end{array} \right.$$

(φ est le déphasage de i par rapport à u ; $\varphi = (\vec{I}, \vec{U})$ sur un diagramme de Fresnel.)

Mesure de la puissance active

La puissance active se mesure à l'aide d'un wattmètre (fig. 2). Que l'on ait affaire à du courant continu ou à du courant alternatif, les graduations et les calibres de l'appareil sont les mêmes.

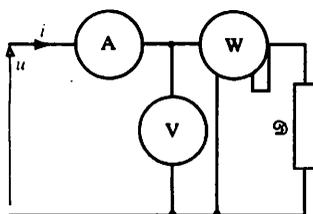


Fig. 2. Mesure de la puissance active consommée par un dipôle \mathcal{D} .

Puissance active consommée par un dipôle

Dipôle élémentaire

Résistance

Nous savons que : $U = RI$ et $\varphi = 0$

$$\text{D'où : } \boxed{P = UI = RI^2} \quad \begin{cases} U \text{ en volts} & (\text{V}) \\ I \text{ en ampères} & (\text{A}) \\ P \text{ en watts} & (\text{W}) \end{cases}$$

Bobine parfaite

Le courant dans la bobine est déphasé de $\frac{\pi}{2}$ rad en arrière par rapport à la tension $\Rightarrow \cos \varphi = 0$:

$$\text{D'où : } \boxed{P = 0}$$

Une bobine parfaite ne consomme pas de puissance active.

Condensateur

Le courant dans le condensateur est déphasé de $\frac{\pi}{2}$ rad en avance par rapport à la tension :

$$\Rightarrow \cos \varphi = 0$$

$$\text{D'où : } \boxed{P = 0}$$

Groupement de dipôles

La puissance active dissipée dans un groupement de dipôles est égale à la somme des puissances actives dissipées dans chacun des dipôles :

$$P = \sum P_k$$

3 Puissance réactive

Définition

La représentation de Fresnel « courant-tension » pour un dipôle montre que la composante \vec{I}_a , projection du vecteur \vec{I} sur l'axe de référence \vec{U} , a pour module $(I \cos \varphi)$. \vec{I}_a est appelée intensité active.

La projection \vec{I}_r du vecteur \vec{I} sur la perpendiculaire à l'axe de référence a pour module $(I \sin \varphi)$. \vec{I}_r est appelée intensité réactive.

On appelle puissance réactive Q dissipée dans un dipôle, le produit de la valeur efficace U de la tension aux bornes du dipôle par l'intensité réactive $I_r = I \sin \varphi$.

$$\boxed{Q = UI \sin \varphi} \quad \begin{cases} U \text{ en volts} & (\text{V}) \\ I \text{ en ampères} & (\text{A}) \\ Q \text{ en vars} & (\text{var}) \end{cases}$$

Puissance réactive d'un dipôle

Résistance : le déphasage φ de i par rapport à u est nul, $\sin \varphi$ également, d'où :

$$\boxed{Q = 0}$$

Une résistance ne consomme aucune puissance réactive.

Bobine : le déphasage φ de i par rapport à u est de $+\frac{\pi}{2}$ rad, donc $\sin \varphi = 1$, et : $Q = UI$.

Comme : $U = L\omega I$, nous obtenons :

$$\boxed{Q = L\omega I^2} \quad \begin{cases} Q \text{ en vars} & (\text{var}) \\ I \text{ en ampères} & (\text{A}) \\ U \text{ en volts} & (\text{V}) \\ L \text{ en henrys} & (\text{H}) \\ \omega \text{ en radians par seconde} & (\text{rad/s}) \end{cases}$$

ou :

$$\boxed{Q = \frac{U^2}{L\omega}} \quad \begin{cases} U \text{ en volts} & (\text{V}) \\ L \text{ en henrys} & (\text{H}) \\ \omega \text{ en radians par seconde} & (\text{rad/s}) \end{cases}$$

$Q > 0$: une bobine consomme (ou absorbe) de la puissance réactive.

Condensateur : le déphasage φ de i par rapport à u est de $-\frac{\pi}{2}$ rad, donc $\sin \varphi = -1$ et : $Q = -UI$.

Comme : $U = \frac{I}{C\omega}$, nous obtenons :

$$\boxed{Q = \frac{-I^2}{C\omega}} \quad \begin{cases} Q \text{ en vars} & (\text{var}) \\ I \text{ en ampères} & (\text{A}) \\ U \text{ en volts} & (\text{V}) \\ C \text{ en farads} & (\text{F}) \\ \omega \text{ en radians par seconde} & (\text{rad/s}) \end{cases}$$

ou :

$$\boxed{Q = -C\omega U^2} \quad \begin{cases} U \text{ en volts} & (\text{V}) \\ C \text{ en farads} & (\text{F}) \\ \omega \text{ en radians par seconde} & (\text{rad/s}) \end{cases}$$

$Q < 0$: le condensateur fournit de la puissance réactive.

Grouperment de dipôles

Sous une tension sinusoïdale de fréquence constante, la puissance réactive dissipée dans un grouperment de dipôles est égale à la somme des puissances réactives dissipées dans chacun des dipôles :

$$\boxed{Q = \sum Q_i}$$

Le dipôle de la figure 3 est inductif. Les ampèremètres indiquent les valeurs efficaces suivantes :

$$I_1 = 10 \text{ A}, I_2 = 6,0 \text{ A} \text{ et } I_3 = 5,0 \text{ A}.$$

1. En utilisant une méthode graphique, calculer le facteur de puissance du dipôle.
2. Calculer la puissance active et la puissance réactive qu'il absorbe.

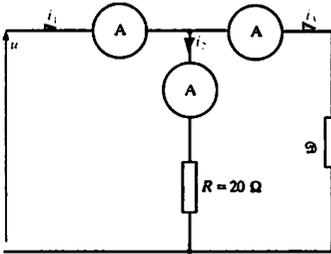


Fig. 3

Solution :

1. Facteur de puissance

Appliquons la loi d'addition des courants :

$$i_1 = i_2 + i_3$$

En utilisant les vecteurs de Fresnel associés aux grandeurs sinusoïdales correspondantes, nous avons :

$$\vec{I}_1 = \vec{I}_2 + \vec{I}_3$$

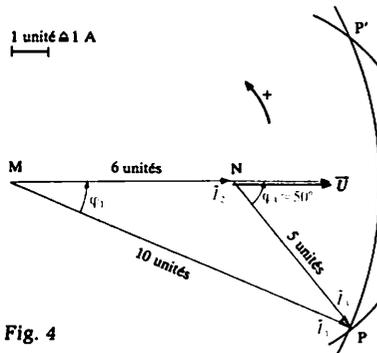


Fig. 4

La tension u étant directement appliquée aux bornes de la résistance R traversée par le courant d'intensité i_2 , i_2 et u sont donc en phase. La construction de Fresnel (fig. 4) est réalisée en prenant la phase de u (donc de i_2) comme origine des phases. Après avoir porté un segment de longueur $MN = 6$ unités (longueur du vecteur \vec{I}_2), nous construisons deux cercles, l'un de centre N et de rayon 5 unités, l'autre de centre M et de rayon 10 unités. Ces deux cercles se coupent en P et P' . Le dipôle étant inductif, l'intensité du courant qui le traverse est en retard par rapport à la tension à ses bornes : la solution correspondant au point P' est donc à rejeter.

La mesure du déphasage φ_3 au rapporteur donne :

$$\varphi_3 \approx 50^\circ$$

Le facteur de puissance du dipôle est :

$$\cos \varphi_3 = 0,64$$

2. Puissance active

La valeur efficace de la tension aux bornes du dipôle est : $U = RI_2$

$$\text{soit : } U = 20 \times 6 = 120 \text{ V}$$

Le dipôle absorbe une puissance active :

$$P = UI_3 \cos \varphi_3$$

soit :

$$P = (120 \times 5 \times 0,64) \text{ W} \Rightarrow P = 384 \text{ W}$$

Puissance réactive

La puissance réactive du dipôle est égale à :

$$Q = UI_3 \sin \varphi_3$$

$$\text{soit : } Q = (120 \times 5 \times 0,77) \text{ vars}$$

$$\Rightarrow Q = 462 \text{ vars}$$

1 Définitions

Système triphasé

Trois tensions (ou trois f.é.m.) sinusoïdales, de même fréquence, forment un système triphasé de tensions (ou de f.é.m.) si elles sont déphasées les unes par rapport aux autres de 120° .

De même un système triphasé de courants est formé de trois courants dont les intensités sont sinusoïdales, de même fréquence, et déphasées de 120° les unes par rapport aux autres.

Le réseau de distribution délivre un système triphasé de tensions.

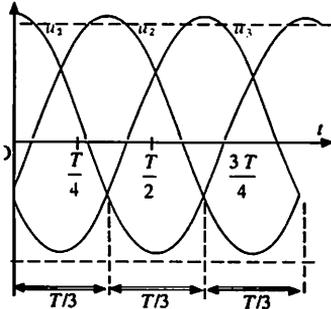


Fig. 1. Système de tensions triphasé équilibré.

Système triphasé équilibré

Un système triphasé est équilibré lorsqu'il est formé de trois grandeurs ayant la même valeur efficace.

Exemple : système de tensions triphasé équilibré :

$$u_1 = U\sqrt{2} \cos \omega t$$

$$u_2 = U\sqrt{2} \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$u_3 = U\sqrt{2} \cos \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right)$$

La représentation cartésienne de ce système est donnée par la figure 1.

Ligne triphasée

Elle comporte trois fils identiques appelés « phases » par les techniciens. En régime équilibré, ces trois fils sont traversés par des courants d'intensités i_1, i_2, i_3 de même amplitude, déphasés d'un angle φ par rapport aux f.é.m. respectives e_1, e_2, e_3 :

$$i_1 = I\sqrt{2} \cos (\omega t - \varphi),$$

$$i_2 = I\sqrt{2} \cos \left(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$i_3 = I\sqrt{2} \cos \left(\omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3} \right)$$

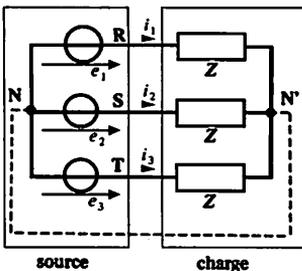


Fig. 2. Installation triphasée.

Un quatrième fil, appelé neutre, relie les points N et N' (fig. 2).

2 Tensions simples - Tensions composées

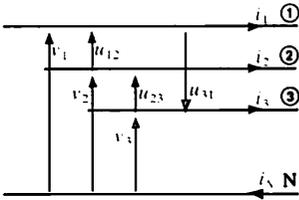


Fig. 3. Tensions simples-tensions composées.

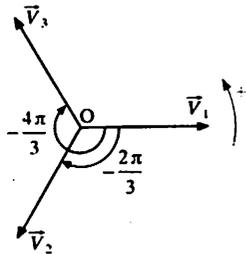


Fig. 4. Diagramme de Fresnel des tensions simples.

Définitions

Les tensions simples v_1 , v_2 et v_3 représentent les différences de potentiel entre chaque fil de ligne (chaque « phase ») et le neutre.

En régime équilibré les tensions simples ont même valeur efficace :

$$V_1 = V_2 = V_3 = V$$

- Les tensions composées u_{12} , u_{23} et u_{31} sont les différences de potentiel entre les « phases ». Elles sont liées aux tensions simples par les relations (fig. 3) :

$$u_{12} = v_1 - v_2 \quad u_{23} = v_2 - v_3 \quad u_{31} = v_3 - v_1$$

En régime équilibré les tensions composées ont même valeur efficace :

$$U_{12} = U_{23} = U_{31} = U$$

Représentation de Fresnel

A chaque tension sinusoïdale nous associons un vecteur de Fresnel. Avec les trois tensions simples nous obtenons le diagramme de la figure 4 (en choisissant le sens trigonométrique pour sens positif).

Construisons le diagramme de Fresnel des tensions composées à partir du diagramme des tensions simples. Par exemple, le vecteur $\vec{U}_{23} = \vec{V}_2 - \vec{V}_3$ est obtenu par l'addition des vecteurs \vec{V}_2 et $-\vec{V}_3$ (fig. 5). En procédant de façon analogue pour les autres vecteurs de Fresnel, nous obtenons le diagramme de la figure 5.

Les déphasages entre u_{12} et v_1 , u_{23} et v_2 , u_{31} et v_3 sont égaux : le système des tensions composées est en avance de $\frac{\pi}{6}$ rad sur le système des tensions simples.

Relation entre V et U

Considérons le triangle isoçele OMA (fig. 5) :

$$OA = 2OH = 2OM \cos \frac{\pi}{6} \text{ soit : } U = 2V \cos \frac{\pi}{6}$$

et :

$$U = V\sqrt{3}$$

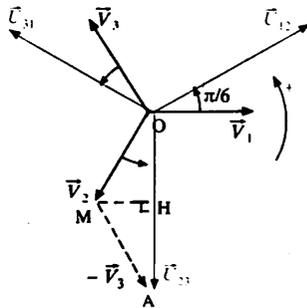


Fig. 5. Diagramme de Fresnel des tensions : construction de \vec{U}_{23} .

3 Couplages des générateurs et des récepteurs

Couplage en étoile

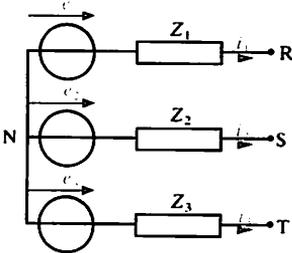


Fig. 6. Couplage en étoile d'un générateur (modèle de Thévenin).

Dans un couplage en étoile, les éléments d'un générateur ou d'un récepteur sont couplés comme l'indiquent les figures 6 et 7. Chaque élément est traversé par le courant qui parcourt la ligne à laquelle il est relié.

La tension aux bornes d'un élément est la tension simple, soit :

$$V = \frac{U}{\sqrt{3}}$$

Si le neutre n'est pas branché, la loi des nœuds appliquée au point commun du couplage s'écrit :

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

En régime équilibré, avec un réseau quatre fils (trois phases et le neutre), le courant dans le neutre est nul.

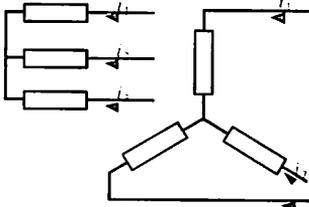


Fig. 7. Couplage en étoile d'un récepteur (diverses représentations équivalentes).

Couplage en triangle

Dans un couplage en triangle les éléments d'un générateur ou d'un récepteur sont couplés comme l'indiquent la figure 8.

Les éléments sont soumis à une tension composée de valeur efficace $U = V\sqrt{3}$. Le courant qui les traverse n'est plus le courant qui parcourt une ligne. En appliquant la loi des nœuds en R, S et T, nous pouvons écrire :

$$i_1 = j_1 - j_3 \quad i_2 = j_2 - j_1 \quad i_3 = j_3 - j_2$$

La représentation de Fresnel des courants (fig. 10) est analogue à celle des tensions.

Nous observons que le système des intensités en ligne est en retard de $\frac{\pi}{6}$ rad sur le système des intensités traversant chaque élément.

Une relation analogue à celle obtenue entre les valeurs efficaces des tensions existe entre les valeurs efficaces des intensités des courants :

$$I = J\sqrt{3}$$

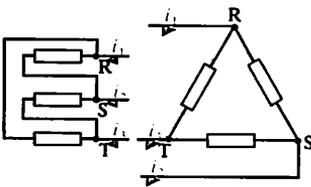


Fig. 8. Couplage en triangle d'un récepteur (deux représentations).

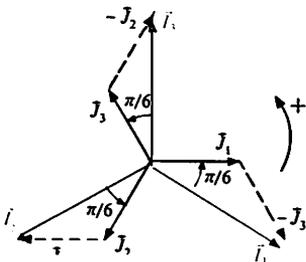


Fig. 10. Diagramme de Fresnel des courants. L'intensité j_1 est choisie arbitrairement pour définir l'origine des phases des intensités.

- 1 Sur la plaque signalétique d'un moteur triphasé équilibré on relève les indications suivantes :
 220 V/380 V ; 6,2 A/3,6 A
 Quelle est la signification de ces différentes indications ?

Solution :
 La plaque signalétique du moteur donne les conditions normales de fonctionnement (on dit aussi conditions nominales). Généralement, ce sont les conditions pour lesquelles le rendement du moteur est le plus élevé.

Indication : 220 V/380 V
 La plus petite des deux valeurs (ici 220 V) indique la tension efficace nominale aux bornes d'un enroulement. Les enroulements seront couplés de telle sorte que chacun d'entre eux soit soumis à une tension efficace de 220 V. Deux cas sont possibles selon le réseau triphasé d'alimentation :

réseau 127 V/220 V (appelé réseau 220 V) → montage en triangle
 réseau 220 V/380 V (appelé réseau 380 V) → montage en étoile

Indication : 6,2 A/3,6 A
 C'est l'intensité efficace nominale I du courant traversant chaque fil de phase avec le montage adapté au réseau.
 Exemple : réseau 127 V/220 V et montage en triangle : $I = 6,2$ A.

- 2 Quelle est l'intensité efficace du courant traversant une branche d'un récepteur triphasé équilibré, couplé en triangle, lorsque l'intensité du courant en ligne a pour valeur efficace $I = 17,3$ A ?

Solution :
 Chaque branche du récepteur triphasé couplé en triangle est soumise à la tension entre phases.

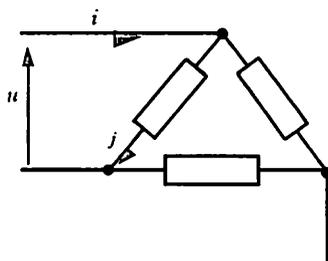


Fig. 11

Appelons J l'intensité efficace du courant dans un enroulement (fig. 11).

$$J = \frac{I}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Soit : } J = \left(\frac{17,3}{\sqrt{3}} \right) \text{ A} \Rightarrow \boxed{J = 10 \text{ A}}$$

- 3 Un alternateur triphasé, couplé en étoile, débite dans le récepteur triphasé couplé également en étoile (fig. 12). Les systèmes triphasés de tensions et de courants sont équilibrés. La tension efficace entre les bornes R et S est $U = 500$ V. Quelle est la tension efficace entre les bornes T et N' ?

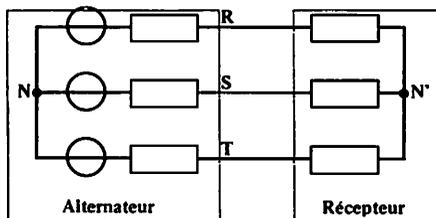


Fig. 12

Solution :
 La tension entre T et N' est une tension simple.
 La tension entre R et S est une tension composée.

$$\text{Donc : } U_{TN'} = V = \frac{U}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Soit : } V = \left(\frac{500}{\sqrt{3}} \right) \text{ V} \Rightarrow \boxed{V = 289 \text{ V}}$$

1 Expression des puissances

► La puissance active d'un montage ou d'un appareil triphasé est :

- la puissance qu'il reçoit s'il s'agit d'un récepteur,
- la puissance qu'il fournit s'il s'agit d'un générateur.

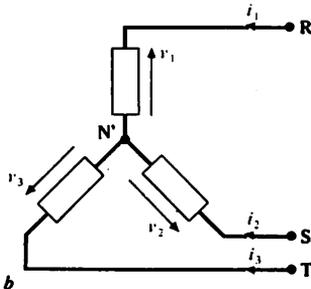


Fig. 1

Un récepteur triphasé équilibré peut être considéré comme étant l'association de trois récepteurs monophasés identiques :

La puissance active reçue par l'ensemble est donc égale à la somme des puissances actives reçues par ces trois récepteurs monophasés.

De même un générateur triphasé peut être considéré comme étant l'association de trois générateurs monophasés identiques :

La puissance active fournie par l'ensemble est donc égale à la somme des puissances actives fournies par ces trois générateurs monophasés.

Couplage en étoile

Chaque élément d'un montage triphasé est soumis à une tension de valeur efficace V (tension simple) et est traversé par un courant (courant en ligne) dont l'intensité efficace est I (fig. 1).

La puissance active d'un montage triphasé équilibré est :

$$P = 3VI \cos \varphi$$

φ étant le déphasage de l'intensité i_k d'un courant en ligne par rapport à la tension simple v_k correspondante (k étant égal à 1, 2 ou 3).

La puissance réactive du montage est :

$$Q = 3VI \sin \varphi$$

La puissance apparente est : $S = 3VI$

Comme $V = \frac{U}{\sqrt{3}}$, les résultats précédents s'écrivent aussi :

$$P = UI\sqrt{3} \cos \varphi$$

$$Q = UI\sqrt{3} \sin \varphi$$

$$S = UI\sqrt{3}$$

Couplage en triangle

Chaque élément d'un montage triphasé est soumis à une tension de valeur efficace U (tension composée) et est traversé par un courant dont l'intensité efficace est J (fig. 2).

La puissance active dissipée par un montage triphasé équilibré est : $P = 3UJ \cos \varphi$

φ étant le déphasage de l'intensité j_k du courant dans une branche (k étant égal à 1, 2 ou 3) par rapport à la tension composée appliquée aux bornes de cette branche. Les expressions des puissances réactive et apparente du montage triphasé sont alors :

$$Q = 3UJ \sin \varphi \text{ et } S = 3UJ$$

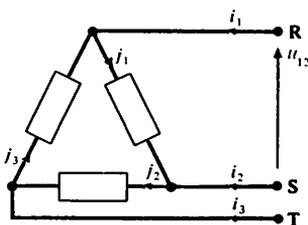


Fig. 2

En introduisant l'intensité efficace du courant en ligne dans les expressions précédentes, elles deviennent :

$$P = UI\sqrt{3} \cos \varphi \quad Q = UI\sqrt{3} \sin \varphi \quad S = UI\sqrt{3}$$

Remarque

Que le couplage soit en étoile ou en triangle, les puissances active, réactive et apparente s'expriment respectivement de la même façon. La connaissance de U , I et φ permet la détermination de ces puissances sans avoir à se préoccuper du montage c'est-à-dire du couplage interne d'une machine ou d'une installation.

2 Mesure de la puissance active

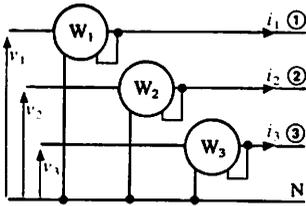


Fig. 3. Mesure de la puissance active transmise par une ligne à quatre fils.

Ligne à quatre fils

Dans le cas d'une ligne à quatre fils, le neutre est accessible. Il est alors possible de mesurer la puissance active transmise par « phase » (fig. 3). Le wattmètre W_1 , branché entre la phase 1 et le neutre, mesure la puissance fournie entre les bornes 1 et N :

$$P_1 = V_1 I_1 \cos \varphi_1$$

φ_1 étant le déphasage de i_1 par rapport à v_1 .

Les wattmètres W_2 et W_3 mesurent les puissances fournies respectivement entre les bornes 2 et N et les bornes 3 et N :

$P_2 = V_2 I_2 \cos \varphi_2$ et : $P_3 = V_3 I_3 \cos \varphi_3$. La puissance active P transmise par la ligne triphasée est égale à :

$$P = P_1 + P_2 + P_3$$

En régime équilibré :

$I_1 = I_2 = I_3 = I$; $V_1 = V_2 = V_3 = V$ et $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi$
d'où : $P = 3VI \cos \varphi$

Donc, si le montage est parfaitement équilibré, un seul wattmètre suffit :

la valeur de la puissance P cherchée est égale à trois fois l'indication du wattmètre.

Ligne à trois fils

La méthode dite des deux wattmètres permet la mesure de la puissance active transmise par la ligne (fig. 4).

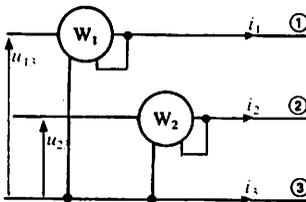


Fig. 4. Schéma de principe du montage de la méthode des deux wattmètres.

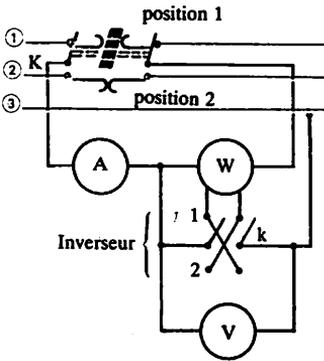


Fig. 5. Montage pratique. K est le commutateur de phase; k est un inverseur. Si le wattmètre ne dévie pas dans le bon sens, c'est-à-dire vers la droite si le zéro de graduation est situé à gauche, on fait passer k de la position 1 à la 2 (ou inversement) et on compte la lecture négativement.

Le wattmètre W_1 mesure une puissance fictive qui serait fournie par la ligne 1 sous la tension composée u_{13} :

$$P'_1 = U_{13} I_1 \cos(\vec{I}_1, \vec{U}_{13})$$

Le wattmètre W_2 mesure une puissance fictive qui serait fournie par la ligne 2 sous la tension composée u_{23} :

$$P'_2 = U_{23} I_2 \cos(\vec{I}_2, \vec{U}_{23})$$

On démontre que la somme $(P'_1 + P'_2)$ est égale à la puissance active P transmise par la ligne :

$$P = P'_1 + P'_2$$

Montage pratique

Pour éviter l'emploi de deux wattmètres, on utilise un wattmètre associé à un commutateur de phases (fig. 5).

Les deux mesures simultanées sont alors remplacées par deux mesures successives. Lorsque le commutateur est dans la position 1, le wattmètre indique la puissance P'_1 ; lorsque le commutateur est dans la position 2, il indique la puissance P'_2 .

La valeur de la puissance P cherchée est égale à la somme des lectures des deux appareils.

3 Mesure de la puissance réactive

Pour un montage triphasé et équilibré la puissance réactive est;

$$Q = UI\sqrt{3} \sin \varphi$$

La puissance réactive peut également se calculer à partir des résultats de la mesure de la puissance active P par la méthode des deux wattmètres. Pour un montage équilibré on montre que :

$$Q = (P'_1 - P'_2)\sqrt{3}$$

La puissance réactive Q absorbée par un montage triphasé peut être obtenue à partir de la lecture L d'un seul wattmètre branché comme l'indique la figure 6. On démontre la relation suivante :

$$Q = \sqrt{3}L$$

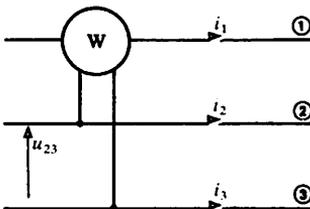


Fig. 6. Mesure de la puissance réactive en régime équilibré.

Remarque

Il faut bien noter la particularité de montage du wattmètre dans cette mesure :

- son circuit courant est traversé par le courant d'une phase (ici la phase 1),
- son circuit tension est soumis à la tension entre les deux autres phases.

Les trois enroulements d'un récepteur triphasé sont identiques. Couplés en triangle sur un réseau 380 V, 50 Hz (tension entre phases), la mesure des puissances par la méthode des deux wattmètres a donné : $P'_1 = 800$ W et $P'_2 = 400$ W.

- Calculer la puissance active et la puissance réactive consommées par le récepteur.
- Quelle est la valeur efficace de l'intensité du courant traversant :
 - chaque fil de ligne ?
 - chaque enroulement ?
- Quelle est l'impédance, la résistance et l'inductance de chaque enroulement ?

Solution :

1. Puissance active P consommée par le récepteur

La puissance consommée par le récepteur triphasé est la somme des puissances lues.

$$P = P'_1 + P'_2$$

soit :

$$P = [800 + 400] \text{ W} \Rightarrow \boxed{P = 1,20 \text{ kW}}$$

Puissance réactive Q consommée par le récepteur

Elle peut être calculée à partir des deux puissances lues P'_1 et P'_2 . Elle est donnée par la relation suivante :

$$Q = (P'_1 - P'_2) \sqrt{3}$$

$$\text{soit : } Q = [(800 - 400) \sqrt{3}] \text{ vars}$$

$$\Rightarrow \boxed{Q = 693 \text{ vars}}$$

2. Intensité efficace du courant en ligne

C'est l'intensité qui intervient dans les formules donnant P , Q et S .

Exprimons la puissance apparente S en fonction de P et Q .

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$\text{Donc : } S = UI\sqrt{3} = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$\text{D'où : } I = \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{U\sqrt{3}}$$

soit :

$$I = \left(\frac{\sqrt{1200^2 + 693^2}}{380\sqrt{3}} \right) \text{ A} \Rightarrow \boxed{I = 2,1 \text{ A}}$$

Intensité efficace du courant dans un enroulement

Elle se calcule à partir de l'intensité du courant en ligne et en tenant compte du montage.

Le couplage étant en triangle, le courant traversant chaque enroulement a une intensité efficace égale à :

$$J = \frac{I}{\sqrt{3}}$$

$$\text{soit : } J = \frac{2,1}{\sqrt{3}} \text{ A} \Rightarrow \boxed{J = 1,2 \text{ A}}$$

2. Caractéristiques d'un enroulement

a) Impédance de l'enroulement

Chaque enroulement est soumis à une tension de valeur efficace $U = 380$ V et est traversé par un courant d'intensité efficace $J = 1,2$ A. Si nous désignons par Z l'impédance d'un enroulement, nous pouvons écrire :

$$Z = \frac{U}{J}$$

$$\text{soit : } Z = \left(\frac{380}{1,2} \right) \Omega \Rightarrow \boxed{Z \approx 320 \Omega}$$

b) Résistance et inductance de l'enroulement

L'impédance de chaque enroulement est donnée en fonction de sa résistance R et de son inductance L par la relation :

$$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$$

Si nous appelons φ le déphasage de l'intensité j par rapport à la tension u nous pouvons aussi écrire :

$$R = Z \cos \varphi$$

$$\text{et : } L\omega = Z \sin \varphi \Rightarrow L = \frac{(Z \sin \varphi)}{2\pi f}$$

$$\text{soit : } R = (320 \times 0,87) \Omega \Rightarrow \boxed{R \approx 280 \Omega}$$

$$\text{et : } L = \left[\frac{(320 \times 0,49)}{2\pi \times 50} \right] \text{ H} \Rightarrow \boxed{L \approx 0,50 \text{ H}}$$

1 Excitation magnétique en un point P

Dans les machines électriques, l'utilisation de champs magnétiques a imposé la réalisation de circuits magnétiques ayant des formes adaptées. Les chapitres 32 et 33 présentent quelques-unes de leurs propriétés.

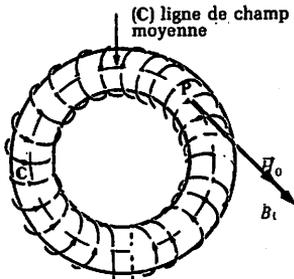


Fig. 1. Vecteur excitation magnétique \vec{H}_0 en un point P dans l'air pris sur la ligne moyenne du tore.

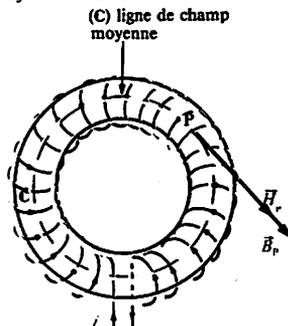


Fig. 2. Vecteur excitation magnétique \vec{H} en un point P d'un milieu ferromagnétique ou ferrimagnétique.

Dans le vide :

$$B = \mu_0 H \text{ avec } \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ S.I.}$$

Dans un milieu ferromagnétique :

$$B = \mu_0 \mu_r H$$

μ_r est la perméabilité relative du milieu; elle peut être comprise entre 800 et 4000. Le produit $\mu_0 \mu_r$ est la perméabilité absolue μ de ce milieu

En un point P, situé à l'intérieur d'un bobinage torique parcouru par un courant, l'excitation magnétique est une grandeur vectorielle dont nous allons préciser les caractéristiques.

Point P dans l'air (fig. 1)

L'intérieur du bobinage est de l'air (ou un matériau non magnétique). Lorsque le bobinage est parcouru par un courant d'intensité i , le champ magnétique en P est représenté par un vecteur \vec{B}_0 tangent à la ligne moyenne du tore (1). Si nous désignons par μ_0 la perméabilité magnétique absolue de l'air et par l la longueur de la ligne moyenne du tore, le module de ce vecteur est égal à :

$$B_0 = \mu_0 \frac{Ni}{l}$$

Au point P, le vecteur excitation magnétique est :

$$\vec{H}_0 = \frac{\vec{B}_0}{\mu_0} \quad \left(\text{module : } H_0 = \frac{B_0}{\mu_0} = \frac{Ni}{l} \right)$$

Point P dans un milieu ferromagnétique

En P (fig. 2), le vecteur excitation magnétique \vec{H} est le même que si le point se trouvait dans l'air. Ce vecteur a le même module H dans tout le tore :

$$H = \frac{Ni}{l}$$

En revanche, le champ magnétique \vec{B} en ce point P est bien plus grand que le champ magnétique \vec{B}_0 qui régnait dans l'air au même point :

$$\vec{B} = \mu_r \vec{B}_0$$

Le rapport des modules B/B_0 peut être voisin de 1000; il varie avec la valeur de l'excitation magnétique H ; μ_r est appelé perméabilité magnétique relative du matériau.

Remarque : perméabilité magnétique absolue μ

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{B}{B_0} \cdot \frac{B_0}{H} = \mu_r \mu_0 \Rightarrow \mu = \mu_r \mu_0$$

(1) Voir chap. 13.

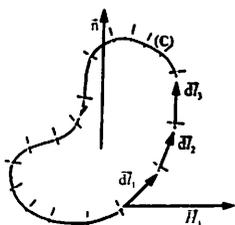


Fig. 3. Circulation du vecteur \vec{H} : $\int_{(C)} \vec{H} \cdot d\vec{l}$.

$\int_{(C)} \vec{H} \cdot d\vec{l}$ est l'expression mathématique exacte de la circulation du vecteur \vec{H} le long du contour (C).

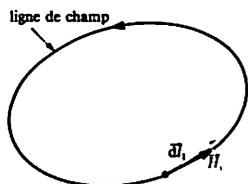


Fig. 4. Circulation du vecteur \vec{H} lorsque le contour est une ligne de champ : $\vec{H}_1 \cdot d\vec{l}_1 = H_1 \cdot dl_1$.

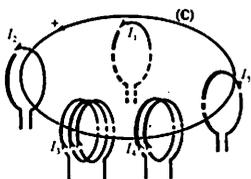


Fig. 5. Exemple d'application du théorème d'Ampère. La courbe est orientée en appliquant la règle de la main droite : la normale \vec{n} est dans le sens indiqué par le pouce quand les autres doigts sont dans le sens correspondant à l'orientation choisie sur la spire.

Circulation du vecteur \vec{H}

Dans un champ magnétique non uniforme, le long d'une courbe (C) le vecteur excitation magnétique varie. En général cette courbe peut être divisée en un certain nombre de portions (fig. 3) telles que sur chacune d'elles le vecteur excitation magnétique conserve une valeur constante (\vec{H}_1 en tous les points de la portion de longueur dl_1 , \vec{H}_2 en tous les points de la portion de longueur dl_2 , etc.).

La circulation du vecteur excitation magnétique le long de la courbe (C) est égale à :

$$(\vec{H}_1 \cdot d\vec{l}_1 + \vec{H}_2 \cdot d\vec{l}_2 + \vec{H}_3 \cdot d\vec{l}_3 + \dots) = \int_{(C)} \vec{H}_1 \cdot d\vec{l}_1$$

Si le contour (C) est une ligne de champ, alors le vecteur excitation magnétique \vec{H} est tangent au contour (C) et le calcul se simplifie. Avec l'orientation de contour adoptée sur la figure 4 nous obtenons :

$$\int_{(C)} \vec{H}_1 \cdot d\vec{l}_1 = \int_{(C)} H_1 \cdot dl_1$$

Théorème d'Ampère

Ce théorème permet de donner la valeur de la circulation du vecteur \vec{H} le long d'un contour fermé et orienté (C) enlaçant les conducteurs (fig. 5). Il faut pour cela orienter (C) et définir en conséquence sa normale \vec{n} . Les conducteurs enlacés par (C) sont également orientés.

La circulation du vecteur excitation magnétique \vec{H} le long d'un contour fermé (C) est égal à la somme des intensités algébriques des courants enlacés, en comptant ces intensités :

- positivement lorsque le conducteur est orienté dans le sens de la normale \vec{n} ;
- négativement dans le sens contraire.

Exemples

Figure 1 : $\int_{(C)} \vec{H}_1 \cdot d\vec{l}_1 = Hl = NI$ avec : $l = 2\pi r \Rightarrow H = \frac{NI}{l}$.

Figure 5 : $\int_{(C)} \vec{H}_1 \cdot d\vec{l}_1 = 0 + I_2 - 3I_3 - 2I_4 + I_5$.

2 Modèle linéaire du circuit magnétique

Le circuit magnétique considéré est réalisé dans un matériau ferromagnétique ou ferrimagnétique parfait.

La saturation est négligée : la perméabilité μ est constante.

En tout point : $B = \mu H$ avec $\mu = \text{Cte}$.

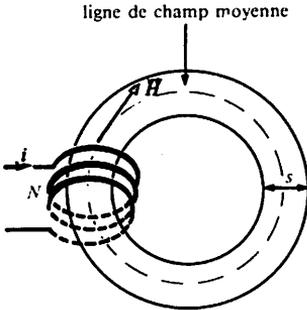


Fig. 6. Circuit magnétique sans entrefer
Le circuit est de section constante et ne présente pas de fuites magnétiques. On considère que les lignes de champ ont pratiquement toutes la même longueur.

► Le modèle linéaire d'un circuit magnétique sans entrefer est caractérisé par sa réluctance.
► Pour une force magnétomotrice fixée, plus la réluctance du circuit magnétique est faible plus le flux à travers une section de ce circuit est élevée.

Circuit magnétique sans entrefer (fig. 6)

Nous obtenons une première relation entre H et i en appliquant le théorème d'Ampère à ce circuit. Le contour (C) choisi est la ligne moyenne du circuit magnétique (ligne de champ de longueur l).

$$\sum_{(C)} \vec{H} \cdot d\vec{l}_i = H \sum_{(C)} dl_i = Ni. \quad (1)$$

avec : $\varphi = Bs = \mu Hs$ et $H = \frac{\varphi}{\mu s}$

Le flux φ étant constant, l'expression (1) devient :

$$\frac{\varphi}{\mu s} \sum_{(C)} dl_i = \frac{\varphi l}{\mu s} = Ni \text{ soit } \boxed{\mathcal{R}\varphi = Ni}$$

Ni , force magnétomotrice du circuit, s'exprime en ampères. \mathcal{R} s'appelle la réluctance du circuit magnétique (en henrys à la puissance moins un).

Circuit magnétique avec entrefer

Le circuit magnétique (fig. 7) est formé de deux tronçons homogènes : l'un constitué du matériau ferromagnétique (ou ferrimagnétique) et l'autre de l'entrefer supposé de faible épaisseur e .

Le flux φ a la même valeur pour toute section du circuit magnétique; par ailleurs la section du circuit magnétique pouvant être considérée comme constante si e est faible (pas de dispersion au niveau de l'entrefer), le champ magnétique B a la même valeur dans tout le matériau et dans l'air :

$$\boxed{B_f = B_a = B}$$

La circulation de l'excitation magnétique \vec{H} le long d'une ligne moyenne de champ est égale à :

$$H_f(l - e) + H_a e \approx H_f l + H_a e \text{ car } e \ll l$$

Le théorème d'Ampère s'écrit alors :

$$H_f l + H_a e = Ni$$

avec : $H_f = \frac{B}{\mu_0 \mu_r}$; $H_a = \frac{B}{\mu_0}$ et $B = \frac{\varphi}{s}$

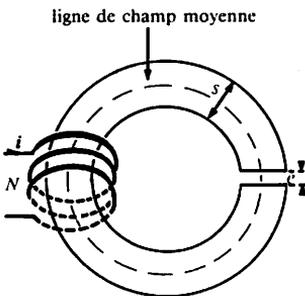


Fig. 7. Circuit magnétique avec entrefer

Notations : B_f, H_f : champ magnétique et excitation magnétique dans le matériau ferromagnétique.
 B_a, H_a : champ magnétique et excitation magnétique dans l'entrefer (air).

Après identification avec la relation $\mathcal{R}\varphi = Ni$, nous obtenons la réluctance du circuit magnétique :

$$\mathcal{R} = \frac{l + \mu_r e}{\mu_0 \mu_r s}$$

► Créer un entrefer dans un circuit magnétique augmente la réluctance de ce circuit.

1 Un circuit magnétique de forme torique a les caractéristiques suivantes :

- longueur moyenne du circuit : $l = 20,0$ cm ;
- section droite constante : $s = 5,0$ cm² ;
- perméabilité relative : $\mu_r = 1\,000$.

1. Quelle est la réluctance \mathcal{R} du circuit ?

2. Calculer la force magnétomotrice ε qui permet d'obtenir à l'intérieur du circuit magnétique un flux φ de $6,0 \cdot 10^{-3}$ Wb.

Solution :

1. Réluctance \mathcal{R} du circuit magnétique

La réluctance d'un circuit magnétique sans entrefer, de section s constante et de longueur moyenne l , s'exprime par la relation :

$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu s}$$

μ est la perméabilité magnétique absolue du matériau : $\mu = \mu_0 \mu_r$.

D'où :

$$\mathcal{R} = \left[\frac{0,20}{4\pi \times 10^{-7} \times 1\,000 \times 5 \times 10^{-4}} \right] \text{H}^{-1}$$

$$\Rightarrow \mathcal{R} = 3,18 \cdot 10^5 \text{H}^{-1}$$

2. Force magnétomotrice ε

Pour la calculer nous utilisons la relation d'Hopkinson

$$\varepsilon = NI = \mathcal{R}\varphi$$

$$\varepsilon = (31,8 \cdot 10^4 \times 6 \cdot 10^{-3}) \text{A}$$

$$\Rightarrow \varepsilon = 1\,908 \text{A}$$

2 Un circuit magnétique canalise un flux magnétique φ de $75 \cdot 10^{-3}$ Wb. La réluctance du circuit magnétique est $\mathcal{R} = 20$ kA/Wb.

1. Quelle est la force magnétomotrice ε qui crée ce flux ?

2. Quelle est l'intensité I du courant traversant les N spires de l'enroulement qui entoure le circuit magnétique ? On donne $N = 500$ spires.

3. Le circuit magnétique est torique,

de rayon moyen $r = 10$ cm. Quelle est l'excitation magnétique H à l'intérieur du circuit ?

4. Calculer le champ magnétique B à l'intérieur du circuit sachant que la section droite s du circuit est égale à 10 dm².

5. Déterminer la perméabilité relative du matériau constituant le circuit.

Solution :

1. Force magnétomotrice ε

Pour calculer la force magnétomotrice ε nous appliquons la relation d'Hopkinson :

$$\varepsilon = NI = \mathcal{R}\varphi$$

$$\varepsilon = (20 \cdot 10^3 \times 75 \cdot 10^{-3}) \text{A} \Rightarrow \varepsilon = 1\,500 \text{A}$$

2. Intensité I du courant

Elle se déduit de la valeur de la force magnétomotrice :

$$\varepsilon = NI \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{N}$$

$$I = \frac{1\,500}{500} \text{A} \Rightarrow I = 3,0 \text{A}$$

3. Excitation magnétique H

Appliquons le théorème d'Ampère le long de la ligne moyenne du tore. La longueur de cette ligne est désignée par l ($l = 2\pi r$).

$$Hl = NI \Rightarrow H = \frac{NI}{l} = \frac{NI}{2\pi r}$$

$$H = \frac{1\,500}{2\pi \times 0,10} \text{A/m} \Rightarrow H = 2,39 \text{kA/m}$$

4. Champ magnétique B

Le flux magnétique φ à travers une section droite s du circuit magnétique est égal à :

$$\varphi = BS$$

D'où la valeur du champ magnétique :

$$B = \frac{\varphi}{s} \Rightarrow B = \frac{75 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-2}} \text{T} \Rightarrow B = 0,75 \text{T}$$

5. Perméabilité relative μ_r

$$\mu_r = \frac{B}{\mu_0 H} \text{ avec } \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ S.I.}$$

$$\mu_r = \frac{0,75}{4\pi \cdot 10^{-7} \times 2,39 \cdot 10^3} \Rightarrow \mu_r = 250$$

1 Pertes ferromagnétiques

Fig. 1. Visualisation des phénomènes d'hystérésis. L'intensité i_2 est négligeable devant i_1 .

$$R_2 = 100 \text{ k}\Omega, C = 0,1 \text{ }\mu\text{F}$$

On peut remplacer l'association R_2 - C par un montage intégrateur (avec amplificateur opérationnel) dont le schéma est donné ci-contre.

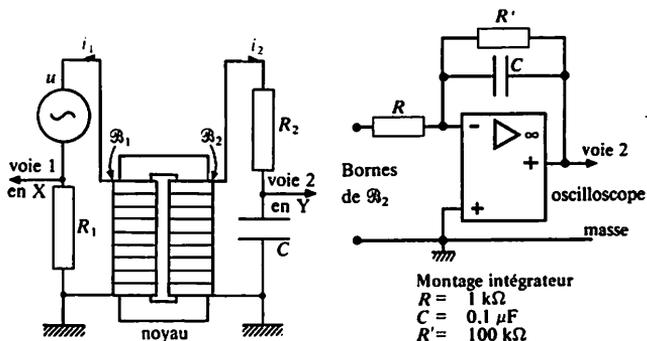


Fig. 2. Cycle d'hystérésis d'un acier normal.

Fig. 3. Cycle d'hystérésis d'un acier au silicium. Plus le cycle est large, plus le matériau magnétique est dit « dur ». Plus il est étroit, plus le matériau est qualifié de « doux ».



Expérience

Réalisons le montage de la figure 1. En plaçant l'oscilloscope en position X-Y, nous observons la courbe $B(H)$. Dans le cas d'un acier normal, nous obtenons l'oscillogramme de la figure 2.

Dans le cas d'un acier au silicium (pour un noyau de mêmes dimensions) nous obtenons l'oscillogramme de la figure 3.

► Le feuilletage du circuit magnétique est réalisé de telle sorte que les lignes de champ restent alors canalisées dans les tôles, sans passer de l'une à l'autre.

Pour les courants de Foucault la résistance électrique est ainsi augmentée et leur intensité diminuée.

Conclusions

L'aimantation et la désaimantation obtenues pour des valeurs respectivement croissantes et décroissantes de l'excitation H ne sont pas des opérations inverses l'une de l'autre. Le phénomène d'aimantation est non linéaire. En outre, il n'est pas réversible : à une même valeur de l'excitation H ne correspond pas le même champ magnétique B selon que H croît ou décroît (fig. 4).

- Un matériau magnétique présente un retard à l'aimantation et un retard à la désaimantation (hystérésis = retard, en grec).
- L'aimantation obtenue dépend des états magnétiques antérieurs.

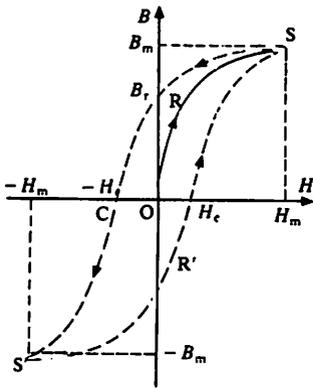


Fig. 4. Phénomène d'hystérésis magnétique

— Champ rémanent B_r : Après avoir été portée à une valeur H_m , si l'excitation H devient nulle le matériau conserve une aimantation B_r .

— Excitation coercitive : Lorsque, sous l'effet d'une excitation H_m (ou $-H_m$) le champ magnétique a pris une valeur B_m (ou $-B_m$), il faut appliquer une excitation égale à l'excitation coercitive $-H_c$ (ou $+H_c$) pour obtenir la valeur $B = 0$.

Pertes par hystérésis

L'aimantation de la matière absorbe de l'énergie. L'aimantation n'étant pas réversible, l'énergie n'est que partiellement restituée lors de la désaimantation. Une partie se dissipe sous forme de chaleur dans ce matériau : ce sont les pertes par hystérésis. Elles sont proportionnelles à l'aire du cycle d'hystérésis. Pour de fortes valeurs du champ magnétique ($B \geq 1$ T), pour un circuit magnétique de volume v et pour un cycle décrit à la fréquence f , la puissance perdue par hystérésis est donnée par la relation :

$$p_h = kvfB^\eta$$

$$\left\{ \begin{array}{l} p_h (\text{W}) \\ v (\text{m}^3) \\ f (\text{Hz}) \\ B (\text{T}) \end{array} \right.$$

η est un nombre voisin de 2 ; k est une constante dépendant de la nature du matériau.

Pertes par courants de Foucault

Le courant alternatif parcourant la bobine engendre un flux alternatif à travers le matériau constituant le circuit magnétique. Ce flux variable crée, dans la matière, des courants induits appelés courants de Foucault qui provoquent son échauffement. La puissance dissipée correspondante s'exprime sous la forme :

$$p_f = k'vf^2B^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} p_f (\text{W}) \\ v (\text{m}^3) \\ f (\text{Hz}) \\ B (\text{T}) \end{array} \right.$$

On limite ces courants, et les pertes qui en résultent en utilisant des circuits magnétiques feuilletés, c'est-à-dire constitués par un empilement de tôles.

2 Bobine soumise à une tension sinusoïdale

Relation entre tension et champ magnétique

L'étude est limitée au cas le plus fréquemment rencontré : le circuit magnétique est placé à l'intérieur d'une bobine de N spires soumise à une tension sinusoïdale u de valeur efficace U constante. L'alimentation impose sa fréquence. La résistance de la bobine est négligeable devant sa réactance propre. Dans ces conditions si ϕ désigne

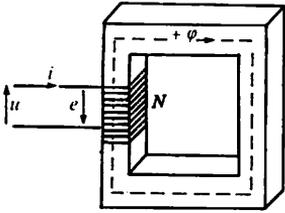


Fig. 5. Conventions choisies. La ligne de champ moyenne est orientée arbitrairement. La règle de la main droite permet d'orienter le circuit primaire de façon que i et φ soient toujours de même signe. Pour la tension u il faut choisir la convention qui permet de considérer le primaire comme un récepteur (l'orientation du conducteur étant choisie, celle de la flèche correspondant à u est imposée).

le flux à travers une spire et avec les conventions choisies (fig. 5) :

$$u = -e = N \frac{d\varphi}{dt}$$

Si la tension d'alimentation est telle que : $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$, on peut vérifier que le flux φ est donné par la relation :

$$\varphi = \frac{U\sqrt{2}}{N\omega} \sin \omega t \text{ avec : } \widehat{\varphi} = \frac{U\sqrt{2}}{N\omega}$$

Puisque $\omega = 2\pi f$ et $\widehat{\varphi} = \widehat{B}S$ la relation précédente peut s'écrire (formule de Boucherot) :

$$U = 4,44 N f \widehat{B} S \quad \left\{ \begin{array}{l} S \text{ (m}^2\text{)} \\ f \text{ (Hz)} \\ B \text{ (T)} \end{array} \right.$$

Pour une bobine et pour une fréquence fixées (N , S et f constants), l'amplitude \widehat{B} du champ magnétique, et donc, celle du flux à travers une spire, ne dépendent que de la tension d'alimentation U .

Intensité instantanée

Le cycle d'hystérésis traduit la relation non linéaire qui lie le flux φ et l'intensité i . Bien que la tension u et le flux φ soient sinusoïdaux, l'intensité i n'est pas sinusoïdale.

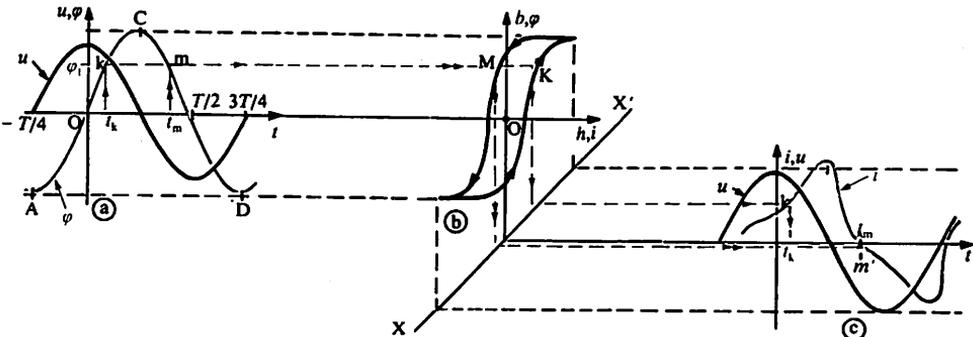


Fig. 6. A partir des courbes $\varphi(t)$ de la figure 6a et $\varphi(i)$ de la figure 6b nous pouvons tracer la courbe $i(t)$ point par point (fig. 6c). Par exemple, à la date t_k correspondent le point k de $\varphi(t)$, le point K de $\varphi(i)$, le point k' de $i(t)$.

Nous obtenons une courbe $i(t)$ qui s'écarte d'autant plus d'une sinusoïde que le cycle d'hystérésis est plus large et la saturation magnétique plus marquée.

1 Le bobinage d'un circuit magnétique est soumis à une tension sinusoïdale de valeur efficace $U = 200$ V. Les pertes dans le fer sont alors $p_F = 40$ W. Sans modifier la fréquence, la tension d'alimentation est réduite à 100 V. Quelles sont alors approximativement les pertes dans le fer (les pertes par effet Joule dans le bobinage sont supposées négligeables)? Ce circuit magnétique est supposé non saturé.

Solution :

Les pertes dans le fer p_F sont la somme des pertes par hystérésis p_h et des pertes par courants de Foucault p_f :

$$p_F = p_h + p_f$$

A fréquence constante, pour un circuit magnétique donné, les pertes dans le fer sont pratiquement proportionnelles au carré de la valeur efficace du champ magnétique B :

$$p_F = KB^2$$

La formule de Boucherot : $U = 4,44 N f \bar{B} S$ montre que si la fréquence f est constante, U et \bar{B} (donc $B = \bar{B}/\sqrt{2}$) sont proportionnels.

D'où :

$$p_F = K' U^2$$

ou encore :
$$\frac{p'_F}{p_F} = \left(\frac{U'}{U}\right)^2$$

On en déduit :
$$p'_F = p_F \cdot \left(\frac{U'}{U}\right)^2$$

$$p'_F = \left[40 \times \left(\frac{100}{200}\right)^2\right] \text{ W} \Rightarrow \boxed{p_F = 10,0 \text{ W}}$$

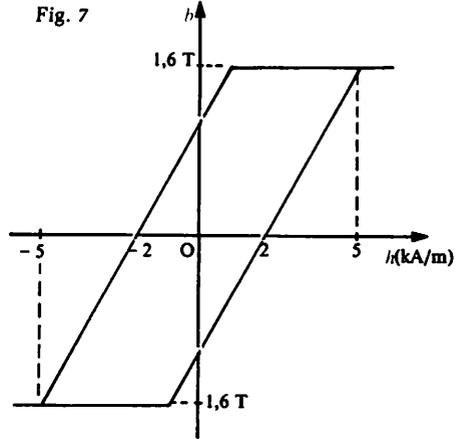
2 La relation donnant les pertes dans le fer d'un circuit magnétique est la suivante :

$$p_F = fV\mathcal{A}$$

en appelant f la fréquence d'utilisation, V le volume de fer (exprimé en mètres cubes) et \mathcal{A} l'aire du cycle d'hystérésis du circuit (exprimée en teslas-ampères par mètre). Quelle est la puissance dissipée dans un circuit magnétique de masse $m = 2,0$ kg, de masse volumique $\rho = 7600$ kg/m³, uti-

lisé à la fréquence $f = 50$ Hz, dont le cycle d'hystérésis simplifié est représenté sur la figure 7 ?

Fig. 7



Solution :

Pour déterminer les pertes dans le fer p_F il faut calculer le volume V du fer et l'aire \mathcal{A} du cycle d'hystérésis du circuit.

Le volume V se calcule par la relation :

$$V = \frac{m}{\rho}$$

soit :
$$V = \left(\frac{2}{7600}\right) \text{ m}^3$$

$$\Rightarrow \boxed{V = 2,63 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3}$$

Le cycle d'hystérésis est un parallélogramme de hauteur h ($h \sim 3,2$ T) et de base a ($a \sim 4,0 \cdot 10^3$ A/m).

Son aire \mathcal{A} est égale au produit ah . Elle est telle que :

$$\mathcal{A} \sim [3,2 \times 4 \times 10^3] \text{ T} \cdot \text{A/m}$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathcal{A} \sim 12,8 \cdot 10^3 \text{ T} \cdot \text{A/m}}$$

A la fréquence $f = 50$ Hz les pertes dans le fer auront pour valeur :

$$p_F = (50 \times 2,63 \cdot 10^{-4} \times 12,8 \cdot 10^3) \text{ W}$$

$$\Rightarrow \boxed{p_F = 168 \text{ W}}$$

N.B. Le signe \sim signifie « proportionnel à ».

Le transformateur est une machine statique permettant la modification de certaines grandeurs sinusoïdales (tensions, intensités) sans changer leur fréquence.

1 Constitution

► Il assure la transmission de la puissance avec un excellent rendement. Il est également utilisable avec des courants ou des tensions variables mais non sinusoïdaux. Cette sorte d'application n'est pas envisagée dans ce chapitre.

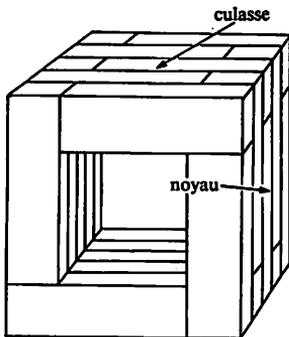


Fig. 1. Circuit magnétique d'un transformateur monophasé.

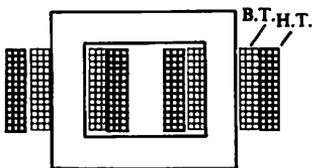


Fig. 2. Exemple de disposition des enroulements d'un transformateur.

Le transformateur est constitué de deux enroulements entourant un circuit magnétique.

Circuit magnétique

Le circuit magnétique d'un transformateur monophasé est formé de deux noyaux et de deux culasses (fig. 1). Il est traversé par un champ magnétique variable; il est le siège de pertes magnétiques (pertes par courants de Foucault et pertes par hystérésis). On limite les pertes :

- par courants de Foucault en utilisant un circuit feuilleté;
- par hystérésis en utilisant un acier au silicium.

Le circuit magnétique présente des entrefers entre noyaux et culasses. Il faut les réduire au maximum pour augmenter les performances du transformateur.

Enroulements

Les enroulements sont disposés de façon à limiter les fuites magnétiques entre primaire et secondaire (fig. 2).

Le primaire reçoit de la puissance du réseau : il se comporte comme un récepteur.

Le secondaire fournit de la puissance à la charge : il se comporte souvent comme un générateur.

Pour les transformateurs de fortes puissances, les pertes magnétiques et les pertes par effet Joule élèvent la température du transformateur. Pour éviter une détérioration des isolants, il doit être refroidi. Dans les gros transformateurs, les enroulements sont placés dans une cuve contenant généralement un liquide isolant. La chaleur dégagée au niveau des enroulements est véhiculée par ce liquide vers un système de refroidissement (dissipateurs thermiques placés à la périphérie de la cuve).

2 Étude expérimentale

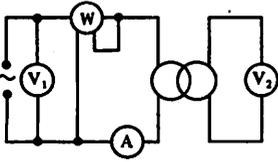


Fig. 3. Essai à vide.

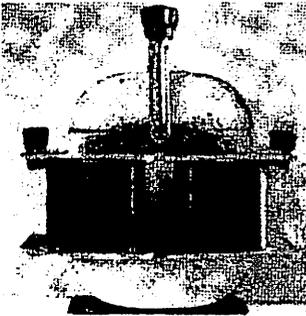


Fig. 4. Transformateur démontable.

Notations :

Grandeurs primaires : indice 1.

Grandeurs secondaires : indice 2.

Le transformateur utilisé est un transformateur de démonstration. Il est démontable (fig. 4) : il est possible de changer facilement les enroulements donc de modifier le nombre de spires au primaire et au secondaire. En charge, il présente l'inconvénient d'avoir d'importantes fuites magnétiques. A vide, il fonctionne convenablement.

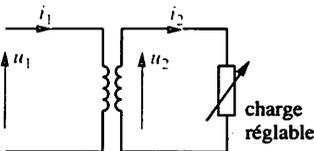


Fig. 5. Transformateur en charge.

Le transformateur est alimenté sous une tension primaire de fréquence f ($f = 50$ Hz) et de valeur efficace U_1 constantes.

Étude à vide

Un transformateur fonctionne à vide, lorsque le secondaire ne débite aucun courant, c'est-à-dire lorsque cet enroulement n'alimente aucune charge (fig. 3). La valeur efficace de la tension secondaire se note alors U_{20} .

Pour différentes valeurs des nombres de spires N_1 et N_2 des enroulements primaires et secondaires (fig. 4), on observe que le rapport $\frac{U_{20}}{U_1}$ reste toujours égal au rapport $\frac{N_2}{N_1}$.

Le rapport $\frac{N_2}{N_1}$ est appelé rapport de transformation

m du transformateur :

$$m = \frac{N_2}{N_1} = \frac{U_{20}}{U_1}$$

Si la valeur efficace U_{20} de la tension secondaire est supérieure à celle U_1 de la tension primaire, le transformateur est élévateur de tension. Dans le cas contraire, il est abaisseur de tension.

Le courant et la puissance à vide sont faibles (I_{10} : 3 à 10 % de I_{1N} , si I_{1N} désigne l'intensité du courant primaire nominal, $P_{10} \ll P_{1N}$, si P_{1N} représente la puissance primaire nominale).

Le facteur de puissance à vide, défini par le rapport $\left(\frac{P_{10}}{U_1 I_1}\right)$ est très faible. Le transformateur à vide est donc fortement réactif : le courant à vide sert essentiellement à magnétiser le circuit magnétique. Il est très différent d'un courant sinusoïdal.

Étude en charge

Le transformateur de démonstration est remplacé par un transformateur industriel de plus forte puissance (fig. 5).

La charge est constituée par un rhéostat. En diminuant la résistance du rhéostat, on augmente l'intensité du courant traversant à la fois le secondaire et la charge. La puissance fournie par le

Les tensions indiquées sur la plaque signalétique d'un transformateur sont les valeurs nominales des tensions. La tension primaire nominale ne doit pas être dépassée. La tension secondaire nominale est la tension secondaire à vide lorsque le transformateur est alimenté sous sa tension primaire nominale.

secondaire provient du primaire et donc du réseau. Si la puissance appelée par la charge augmente, la puissance fournie au transformateur par le réseau augmente également; de même, si la puissance appelée diminue, la puissance fournie par le réseau diminue (cela est en accord avec le principe de la conservation de l'énergie).

• Les relevés des indications des appareils pour différentes valeurs de la charge montrent une faible chute de tension en charge ($U_2 < U_{20} = mU_1$). Souvent, cette chute de tension est suffisamment limitée pour que la valeur efficace U_2 de la tension au secondaire puisse être assimilée à mU_1 (que l'on soit à vide ou en charge).

$$U_2 \approx mU_1$$

• En effectuant les calculs de $N_1 I_1$ et de $N_2 I_2$ pour différentes valeurs de la charge, il apparaît que ces deux produits restent sensiblement égaux. La différence relative est d'autant plus faible que l'intensité du courant appelé est élevée :

$$N_1 I_1 \approx N_2 I_2 \text{ soit : } I_1 \approx m I_2$$

3 Bilan des puissances

Pour des puissances supérieures à la moitié de la puissance nominale, les wattmètres indiquent des valeurs voisines (P_2 est presque égale à P_1). Le rapport $\frac{P_2}{P_1}$, qui représente le rendement du transformateur, atteint presque 1. Le transformateur est donc une excellente machine électrique (plus l'appareil est puissant, plus le qualificatif excellent est approprié).

• La puissance utile d'un transformateur est la puissance P_2 disponible au secondaire et fournie à la charge :

$$P_2 = U_2 I_2 \cos \varphi_2$$

$\cos \varphi_2$, facteur de puissance au secondaire, ne dépend que de la charge.

• La puissance P_1 reçue par le primaire est égale à :

$$P_1 = U_1 I_1 \cos \varphi_1$$

$\cos \varphi_1$ est le facteur de puissance au primaire; il dépend du transformateur et de la charge placée au secondaire du transformateur.

Pour un transformateur réel la puissance P_1 est légèrement supérieure à la puissance P_2 .

• La différence $P_1 - P_2$ représente l'ensemble des pertes :

- pertes par effet Joule dans les enroulements ou pertes dans le cuivre;
- pertes magnétiques (pertes par hystérésis et pertes par courants de Foucault) ou pertes dans le fer. Ces pertes dépendent de la fréquence et de la valeur maximale du champ magnétique. Si la tension efficace au primaire est constante, les pertes dans le fer sont constantes. Elles ne dépendent pas du fonctionnement du transformateur.

Un transformateur monophasé est alimenté sous sa tension primaire nominale : tension sinusoïdale de fréquence 50 Hz et de valeur efficace constante $U_1 = 220$ V. On branche au secondaire une charge résistive réglable et on obtient les résultats suivants :

| | | | | | | |
|-----------|------|------|------|------|------|------|
| I_2 (A) | 0 | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 | 5,00 |
| U_2 (V) | 110 | 109 | 108 | 107 | 106 | 105 |
| I_1 (A) | 0,32 | 0,65 | 1,18 | 1,68 | 2,16 | 2,64 |
| P_1 (W) | 25 | 135 | 245 | 355 | 465 | 575 |

- Calculer le facteur de puissance primaire pour $I_2 = 0$ et pour $I_2 = 5,0$ A.
- Exprimer la chute de tension secondaire correspondant à $I_2 = 5,0$ A. Quel pourcentage de la tension secondaire à vide représente-t-elle ?
- Quel est le rapport de transformation du transformateur ?
- Calculer, pour $I_2 \geq 1$ A, le rapport $\frac{I_1}{I_2}$. De quelle valeur se rapproche-t-il lorsque I_2 augmente ?
- Calculer le rendement du transformateur pour $I_2 = 1,0$ A et pour $I_2 = 5,0$ A.

Solution :

1. Facteur de puissance primaire

Le facteur de puissance primaire se déduit de la relation donnant la puissance primaire :

$$\cos \varphi_1 = \frac{P_1}{U_1 I_1}$$

• $I_2 = 0$:

$$\cos \varphi_{10} = \frac{25}{220 \times 0,32} \Rightarrow \boxed{\cos \varphi_{10} = 0,35}$$

• $I_2 = 5$ A :

$$\cos \varphi_1 = \frac{575}{220 \times 2,64} \Rightarrow \boxed{\cos \varphi_1 = 0,99}$$

2. Chute de tension secondaire

Dans le tableau de mesures nous lisons :

$$I_2 = 0 \text{ A}, U_{20} = 110 \text{ V}$$

$$I_2 = 5 \text{ A}, U_2 = 105 \text{ V}$$

La chute de tension secondaire est donc égale à : $\boxed{U_{20} - U_2 = 5 \text{ V}}$

Cela représente un pourcentage de la tension secondaire à vide égal à :

$$\frac{U_{20} - U_2}{U_{20}} = \frac{5}{110} \Rightarrow \boxed{\frac{U_{20} - U_2}{U_{20}} = 4,5 \%}$$

3. Rapport de transformation

Le rapport de transformation m est défini par la relation :

$$m = \frac{U_{20}}{U_1} \Rightarrow m = \frac{110}{220} \Rightarrow \boxed{m = 0,50}$$

4. Calcul du rapport $\frac{I_1}{I_2}$

On peut dresser le tableau suivant :

| | | | | | |
|-----------|------|------|------|------|------|
| I_2 (A) | 1,0 | 2,0 | 3,0 | 4,0 | 5,0 |
| I_1/I_2 | 0,65 | 0,59 | 0,56 | 0,54 | 0,53 |

Lorsque I_2 augmente, ce rapport se rapproche de la valeur 0,5 qui est celle du rapport de transformation.

5. Rendement du transformateur

Le rendement du transformateur est défini par le rapport :

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}$$

Puisque la charge est résistive la puissance secondaire est telle que :

$$P_2 = U_2 I_2$$

La puissance primaire P_1 et la valeur de la tension U_2 sont lues directement dans le tableau.

• $I_2 = 1,0$ A $\Rightarrow \eta = \frac{109 \times 1}{135} \Rightarrow \boxed{\eta = 81 \%}$

• $I_2 = 5,0$ A $\Rightarrow \eta = \frac{105 \times 5}{575} \Rightarrow \boxed{\eta = 91 \%}$

1 Obtention d'un modèle du transformateur

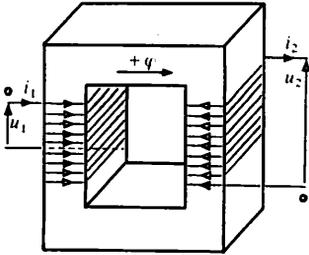


Fig. 1. Conventions. Nous choisissons pour orientation des circuits primaire et secondaire (donc comme sens positif des courants primaire et secondaire) un même sens d'enroulement autour du circuit magnétique. Par exemple nous choisissons arbitrairement l'orientation du circuit primaire. Nous en déduisons le sens de la normale orientée à une spire de ce circuit (règle de la main droite). Cela nous donne l'orientation positive d'une ligne de champ correspondant à un flux φ positif. Nous orientons ensuite le conducteur du circuit secondaire.

Hypothèses

Pour aborder l'étude du fonctionnement du transformateur nous négligeons :

- l'intensité i_{10} du courant primaire lorsque le transformateur est à vide ($i_{10} = 0$);
- les pertes par effet Joule dans les enroulements (ce qui revient à considérer leur résistance comme nulle);
- les pertes dans le fer, c'est-à-dire les pertes par hystérésis et les pertes par courants de Foucault.

De plus nous supposons que le flux à travers chacune des spires du primaire est égal au flux à travers chacune des spires du secondaire (c'est-à-dire qu'il n'y a pas de fuites magnétiques). Nous appelons φ ce flux.

Ces hypothèses vont nous permettre de définir un modèle simple appelé transformateur parfait.

F.é.m. induites dans les enroulements

Les notations utilisées sont indiquées sur la figure 1. A chaque instant, chaque spire d'enroulement est traversée par le même flux magnétique φ et les f.é.m. induites au primaire et au secondaire sont respectivement égales à :

$$e_1 = -N_1 \frac{d\varphi}{dt} \text{ et } e_2 = -N_2 \frac{d\varphi}{dt}$$

Notons que : $\frac{e_2}{e_1} = \frac{N_2}{N_1}$.

D'où le modèle équivalent de la figure 2 appelé modèle du transformateur parfait.

Remarque (fig. 3)

Nous utilisons pour le flux φ les conventions suivantes : lorsqu'une orientation est fixée pour le conducteur constituant une spire :

- la règle de la main droite permet de placer la normale orientée \vec{n} à la spire. Si la spire est parcourue par un courant d'intensité positive, \vec{n} donne le sens du champ propre de la spire;
- un flux d'un champ magnétique \vec{B}_0 est positif lorsque les lignes de champ sont orientées dans le même sens que la normale \vec{n} et donc aussi, que le champ propre;
- une f.é.m. est positive si, seule source de tension du circuit, elle tend à faire circuler un courant d'intensité positive.

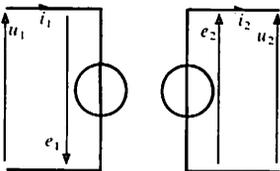


Fig. 2. Modèle électrique équivalent d'un transformateur parfait

► Le primaire est un récepteur : pour le primaire nous utilisons la convention récepteur.

Le secondaire est un générateur : pour le secondaire nous utilisons la convention générateur. Les bornes marquées d'un point sont dites homologues; des courants entrant au même instant par des bornes homologues donnent des flux de même signe (lignes de champ de même sens).

Tension primaire

Appliquons la loi des mailles au circuit primaire :

$$u_1 + e_1 = 0 \Rightarrow u_1 = -e_1 \Rightarrow u_1 = N_1 \frac{d\varphi}{dt}$$

La tension u_1 étant sinusoidale, il en est de même du flux φ et donc du champ magnétique b .

Posons : $b = \widehat{B} \cos \omega t$ avec : $\omega = 2\pi f$

Le flux magnétique à travers une section S du circuit magnétique est donné par la relation :

$$\varphi = bS = \widehat{BS} \cos \omega t$$

d'où :
$$u_1 = N_1 \omega \widehat{BS} \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

Comme $u_1 = -e_1$, la valeur efficace U_1 de la tension au primaire est alors égale à la valeur efficace E_1 de la f.é.m. induite créée au primaire et :

$$U_1 = E_1 = \frac{N_1 \omega \widehat{BS}}{\sqrt{2}}$$

soit encore :

$$U_1 = E_1 = 4,44 N_1 f \widehat{BS} \quad \left(\frac{2\pi}{\sqrt{2}} = 4,44 \right)$$

Tension secondaire

N'ayant pas de fuites magnétiques, le circuit magnétique canalise toutes les lignes de champ : la valeur instantanée du flux est la même dans toute section du circuit magnétique. La f.é.m. au secondaire a pour valeur instantanée :

$$e_2 = -N_2 \frac{d\varphi}{dt}$$

et pour valeur efficace : $E_2 = 4,44 N_2 f \widehat{BS}$

La résistance de l'enroulement secondaire étant négligée, nous avons :

$$U_2 = E_2 = 4,44 N_2 f \widehat{BS}$$

Pour un transformateur parfait la valeur efficace de la tension secondaire est constante : elle ne dépend pas de la charge.

Conséquence

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{E_2}{E_1} = \frac{N_2}{N_1} = m$$

► $E = 4,44 N f \widehat{BS}$ s'appelle la formule de Boucherot.

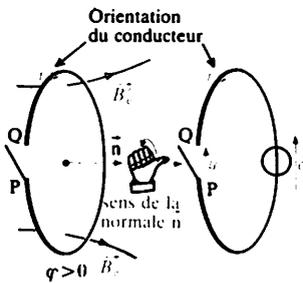


Fig. 3. La spire est orientée arbitrairement. La f.é.m. induite est symbolisée par la source de tension représentée sur la figure. Un courant d'intensité positive entre dans la spire par la borne P. Si u désigne la tension v_{QP} , et r la résistance de la spire, nous pouvons écrire : $u = e - ri$. Lorsque l'intensité i est nulle, c'est donc la tension $u = v_{QP}$ qui est égale à la force électromotrice e . Cette f.é.m. donne naissance à un courant lorsqu'il n'y a pas d'autre source dans le circuit.

2 Relation entre les intensités des courants

De la formule donnant la tension U_1 , nous tirons :

$$\widehat{BS} = \frac{U_1}{4,44N_1 f}$$

Pour un transformateur alimenté sous une tension primaire, de valeur efficace U_1 et de fréquence f constantes, la valeur maximale du flux (\widehat{BS}) est constante.

La valeur instantanée du flux conserve la même expression en fonction du temps, quelle que soit la charge, puisque la valeur maximale (\widehat{BS}) est constante. Ce flux, produit par les courants i_1 et i_2 , dépend de la somme $(N_1 i_1 + N_2 i_2)$ qui a la même valeur en charge et à vide. Dans ce dernier cas elle se réduit à $N_1 i_{10}$ puisque i_{10} est l'intensité du courant primaire à vide.

Donc :
$$N_1 i_1 + N_2 i_2 = N_1 i_{10}$$

Puisque nous avons décidé de négliger le courant à vide, nous pouvons écrire :

$$N_1 i_1 + N_2 i_2 = 0 \Rightarrow \frac{i_1}{i_2} = -m \Rightarrow \boxed{\frac{I_1}{I_2} = m}$$

3 Diagramme de Fresnel

Puisque : $u_1 = -e_1$ et $u_2 = e_2$ nous pouvons écrire :

$$\frac{u_2}{u_1} = -\frac{e_2}{e_1} = -\frac{N_2}{N_1} = -m$$

Donc, avec nos conventions :

- les tensions u_1 et u_2 sont en opposition de phase ($u_2 = -mu_1$);
- la tension u_2 et les f.é.m. e_1 et e_2 sont en phase;
- le flux φ est en quadrature arrière par rapport à la tension u_1 ;
- les intensités des courants sont en opposition de phase ($i_1/i_2 = -m$).

Il est alors possible de tracer le diagramme de Fresnel du transformateur (fig. 4).

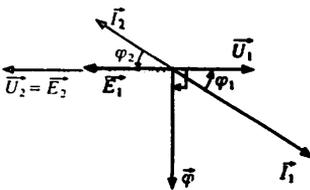


Fig. 4. Diagramme de Fresnel pour un transformateur parfait. Le diagramme de Fresnel montre que le déphasage de i_1 par rapport à u_1 est égal au déphasage de i_2 par rapport à u_2 : $\varphi_1 = \varphi_2$.

Remarque :

Les pertes d'un transformateur parfait étant négligeables, la puissance active P_2 fournie par le secondaire au récepteur est égale à la puissance active P_1 reçue au primaire. La puissance réactive Q_1 absorbée par le primaire est égale à la puissance réactive Q_2 fournie par le secondaire à la charge.

$$\boxed{P_1 = P_2} \quad \boxed{Q_1 = Q_2}$$

Nous en déduisons que les puissances apparentes sont égales :

$$\boxed{S_1 = S_2}$$

$$\boxed{U_1 I_1 \cos \varphi_1 = U_2 I_2 \cos \varphi_2}$$

$$\boxed{U_1 I_1 \sin \varphi_1 = U_2 I_2 \sin \varphi_2}$$

1 Un transformateur parfait branché sur un réseau moyenne tension 15 kV-50 Hz fournit au secondaire une tension $U_2 = 220$ V. Son circuit magnétique a une section utile $s = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$; la valeur maximale du champ magnétique dans le fer est $\widehat{B} = 1,0$ T.

1. Quels sont les nombres de spires des enroulements du primaire et du secondaire ?

2. Quelle est la valeur efficace de l'intensité du courant traversant le primaire lorsque le secondaire débite un courant d'intensité efficace $I_2 = 200$ A ?

3. Le débit précédent se faisant sur charge inductive ($\cos \varphi_2 = 0,93$), quelles sont les différentes puissances au primaire et au secondaire ?

Solution :

1. Nombre de spires des enroulements

Appliquons la formule de Boucherot au primaire :

$$U_1 = 4,44 N_1 f \widehat{B} s$$

$$\text{d'où : } N_1 = \frac{U_1}{4,44 f \widehat{B} s}$$

soit :

$$N_1 = 15 \cdot 10^3 / (4,44 \times 50 \times 1 \times 2 \times 10^{-2})$$

$$\Rightarrow N_1 \approx 3380 \text{ spires}$$

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} \text{ donc : } N_2 = N_1 \frac{U_2}{U_1}$$

$$N_2 = \frac{3380 \times 220}{15000} \Rightarrow N_2 \approx 50 \text{ spires}$$

2. Intensité du courant primaire

Le rapport $\frac{I_1}{I_2}$ est égal au rapport de transformation.

$$\text{Donc : } I_1 = I_2 \frac{N_2}{N_1}$$

$$I_1 = \left(200 \times \frac{50}{3380} \right) \text{ A} \Rightarrow I_1 \approx 3,0 \text{ A}$$

3. Puissances

Le transformateur est parfait, nous avons alors :

$$P_1 = P_2, Q_1 = Q_2 \text{ et } S_1 = S_2$$

$$\text{soit : } P_1 = P_2 = U_2 I_2 \cos \varphi_2$$

$$Q_1 = Q_2 = U_2 I_2 \sin \varphi_2$$

$$S_1 = S_2 = U_2 I_2$$

Applications numériques :

$$P_1 = P_2 = 40,9 \text{ kW}$$

$$Q_1 = Q_2 = 16,2 \text{ kvar}$$

et :

$$S_1 = S_2 = 44 \text{ kVA}$$

2 Le primaire d'un transformateur a été calculé pour qu'il fonctionne sous la tension 220 V/50 Hz.

Quelle tension efficace maximale peut-on lui appliquer à 60 Hz et à 40 Hz ?

Solution :

Le transformateur a été calculé pour que la valeur maximale admissible du champ magnétique \widehat{B} vérifie la relation :

$$U_1 = 4,44 \widehat{B} N_1 S f \text{ ou } \frac{U_1}{f} = 4,44 \widehat{B} N_1 S$$

Si l'on modifie la valeur de la fréquence f il faut modifier, aussi, la valeur efficace U_1 de la tension primaire pour que le second membre de l'expression précédente reste constant et que \widehat{B} conserve la valeur maximale prévue.

Dans ces conditions, pour une tension U'_1 et une fréquence f' nous aurons :

$$\frac{U'_1}{f'} = \frac{U_1}{f}$$

1. Tension primaire U'_1 à la fréquence de 60 Hz :

A cette fréquence nous trouvons :

$$\frac{U'_1}{60} = \frac{220}{50} \Rightarrow U'_1 = 264 \text{ V}$$

2. Tension U''_1 à la fréquence de 40 Hz :

Dans ce cas nous pouvons écrire :

$$\frac{U''_1}{40} = \frac{220}{50} \Rightarrow U''_1 = 176 \text{ V}$$

Dans le chapitre précédent, en adoptant les hypothèses simplificatrices conduisant au modèle du transformateur parfait, nous avons admis que la tension secondaire en charge était constante et que les pertes du transformateur étaient négligeables.

Nous allons maintenant préciser en quoi le fonctionnement réel d'un transformateur s'écarte un peu de ce que permet de prévoir ce modèle.

1 Chute de tension

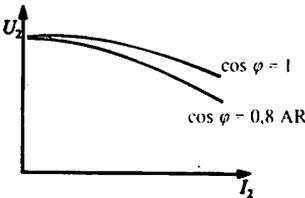


Fig. 1. Caractéristique $U_2(I_2)$ d'un transformateur.

La règle est de désigner par des lettres majuscules les bornes du côté des tensions les plus élevées et par des lettres minuscules les autres.

- Dans le cas d'un transformateur réel, la tension U_2 en charge est différente de la tension U_{20} à vide.
- Pour une charge résistive ou inductive (cas le plus fréquent), la tension secondaire diminue lorsque l'intensité efficace I_2 du courant débité augmente (fig. 1).

La chute de tension au secondaire du transformateur est la différence :

$$\Delta U_2 = U_{20} - U_2$$

- Pour une même valeur de l'intensité efficace I_2 , la chute de tension est plus importante dans le cas d'une charge inductive.

2 Pertes dans le fer

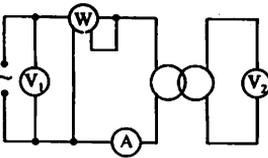


Fig. 2. Essai à vide.

Essai à vide

Le montage est celui de la figure 2. La tension primaire est égale à la tension nominale U_{1n} . L'enroulement primaire est parcouru par un courant d'intensité efficace I_{10} et le transformateur consomme, la puissance P_0 .

Interprétation

Puissance absorbée à vide

Elle correspond aux pertes dans le fer p_F et aux pertes par effet Joule $R_1 I_{10}^2$ dans le primaire. L'intensité efficace I_{10} du courant à vide étant relativement faible, en général les pertes par effet Joule sont négligeables devant les pertes dans le fer. Donc :

$$P_0 = p_F + R_1 I_{10}^2 \approx p_F$$

L'essai à vide permet donc de déterminer les pertes dans le fer p_F lorsque la tension primaire a sa valeur nominale U_{1n} .

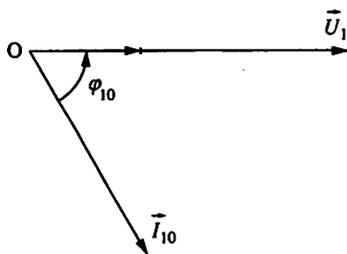


Fig. 3. Courant à vide.

\vec{U}_1 Facteur de puissance à vide

$$P_0 = U_1 I_{10} \cos \varphi_{10} \Rightarrow \cos \varphi_{10} = \frac{P_0}{U_1 I_{10}}$$

Le facteur de puissance à vide $\cos \varphi_{10}$ est assez faible (fig. 3).

Remarques : Si l'essai à vide est réalisé en alimentant le primaire sous une tension réduite (par exemple 10 % U_{1n}), la puissance absorbée P_0 diminue de façon très importante. En effet cette condition de fonctionnement entraîne une forte diminution du champ magnétique maximal \widehat{B} et par conséquent, une réduction très importante des pertes dans le fer.

Bien que l'intensité instantanée i_{10} du courant à vide ne soit pas parfaitement sinusoïdale on lui associe quand même le vecteur \vec{I}_{10} .

On adopte le modèle suivant :

- $\|\vec{I}_{10}\| = I_{10}$, intensité efficace réelle du courant à vide;

- $\cos \varphi_{10} = \frac{P_0}{U_1 I_{10}}$, facteur de puissance du transformateur à vide.

Conclusion

La puissance consommée à vide par un transformateur est essentiellement due aux pertes dans le fer.

Pour une tension primaire, de valeur efficace et de fréquence constantes, ces pertes sont les mêmes, que le transformateur soit à vide ou en charge.

3 Pertes par effet Joule en charge

Expression

Ces pertes peuvent être calculées à partir de la résistance des enroulements du transformateur. Pour des intensités I_1 et I_2 connues, les pertes par effet Joule sont égales à :

$$p_1 = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2$$

La mesure des résistances R_1 et R_2 s'effectue par la méthode voltampèremétrique (montage aval car les résistances des enroulements sont faibles).

Essai en court-circuit

Il permet une détermination directe des pertes dans le cuivre.

▶ Dans un fonctionnement en court-circuit, le transformateur, vu de l'alimentation, présente une impédance apparente très faible. Nous utilisons donc le montage aval (ou courte dérivation) pour le branchement des appareils de mesure. Notons que dans cet essai, si $I_{2cc} = I_{2n}$ alors $I_{1cc} \approx I_{1n}$ puisque $I_{1cc} \approx m I_{2cc} = m I_{2n} \approx I_{1n}$.

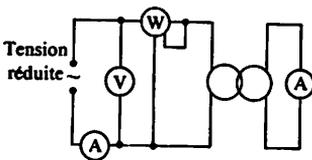


Fig. 4. Essai en court-circuit.

Nous utilisons le montage de la figure 4. La tension efficace au primaire est initialement nulle; nous la faisons croître progressivement (jusqu'à 10 % de sa valeur nominale environ) de manière à obtenir au secondaire l'intensité nominale I_{2n} . Au primaire, le wattmètre indique une puissance P_{1cc} qui représente la somme des pertes par effet Joule p_{Jcc} et des pertes dans le fer p_{Fcc} dans les conditions de l'expérience. L'essai se faisant sous tension réduite, les pertes dans le fer sont négligeables devant les pertes dans le cuivre. Donc :

$$P_{Fcc} \ll P_{Jcc}$$

et :

$$P_{1cc} = P_{Fcc} + P_{Jcc} \approx P_{Jcc}$$

L'essai en court-circuit permet donc de déterminer les pertes par effet Joule pour un régime de fonctionnement fixé c'est-à-dire pour un courant secondaire d'intensité efficace I_2 déterminé (ici $I_2 = I_{2n}$).

4 Rendement

Le rendement est donné par les rapports suivants :

$$\eta = \frac{P_u}{P_a} = \frac{P_2}{P_1}$$

$$\text{ou : } \eta = \frac{P_2}{P_2 + p_F + p_J} = \frac{P_1 - p_F - p_J}{P_1}$$

La mesure directe des puissances P_1 et P_2 ne permet pas une détermination précise du rendement. Ces deux puissances sont très voisines et le rendement n'est que légèrement inférieur à 1.

Une mesure indirecte est préférable pour obtenir une valeur précise du rendement. La méthode utilisée consiste à déterminer les pertes p_F dans le fer par un essai à vide et les pertes p_J par effet Joule au moyen d'un essai en court-circuit : c'est la méthode des pertes séparées.

Un autre avantage de la méthode des pertes séparées est de permettre la mesure de rendement d'un transformateur de puissance élevée, au point de fonctionnement nominal, sans qu'il soit nécessaire de lui fournir sa puissance nominale.

1 La plaque signalétique d'un transformateur porte les indications suivantes :

$U_1 = 240 \text{ V}$; $U_{20} = 416 \text{ V}$; $S = 5,0 \text{ kVA}$
L'intensité efficace I_{10} du courant à vide est égale à 3 % de l'intensité efficace du courant primaire nominal.

Au point de fonctionnement nominal la chute de tension relative $\frac{U_{20} - U_2}{U_{20}}$ atteint 2,5 %.

Le transformateur étant alimenté sous sa tension primaire nominale, calculer :

1. Les intensités nominales I_{1n} , I_{2n} .
2. L'intensité efficace I_{10} du courant primaire à vide.
3. La tension efficace aux bornes du secondaire en charge pour le point de fonctionnement nominal.

Solution :

1. Intensités nominales I_{1n} et I_{2n}

Les indications de la plaque signalétique du transformateur permettent de calculer les intensités efficaces nominales :

$$I_{1n} = \frac{S}{U_1} \Rightarrow I_{1n} = \left(\frac{5000}{240} \right) \text{ A} \Rightarrow \boxed{I_{1n} = 20,8 \text{ A}}$$

$$I_{2n} = \frac{S}{U_2} \Rightarrow I_{2n} = \left(\frac{5000}{416} \right) \text{ A} \Rightarrow \boxed{I_{2n} = 12,0 \text{ A}}$$

2. Intensité efficace I_{10} du courant à vide

Pour ce transformateur l'intensité efficace I_{10} représente 3 % de l'intensité I_{1n} .

$$I_{10} = \frac{3}{100} I_{1n} \Rightarrow I_{10} = \left(\frac{3}{100} \times 20,8 \right) \text{ A} \Rightarrow \boxed{I_{10} = 0,624 \text{ A}}$$

3. Tension secondaire en charge U_2

La tension U_2 peut être calculée à partir de la relation donnant la chute de tension relative.

Au point de fonctionnement nominal :

$$\frac{U_{20} - U_2}{U_{20}} = \frac{2,5}{100}$$

$$\text{D'où : } 100 \times (U_{20} - U_2) = 2,5 U_{20}$$

$$\text{et : } U_2 = U_{20} \left(1 - \frac{2,5}{100} \right)$$

$$\text{D'où : } U_2 = \left[416 \times \left(1 - \frac{2,5}{100} \right) \right] \text{ V} \Rightarrow \boxed{U_2 = 406 \text{ V}}$$

2 Les essais d'un transformateur monophasé 380 V/220 V-50 Hz-1,0 kVA ont fourni les résultats suivants :

- à vide : $U_1 = 380 \text{ V}$; $U_{20} = 220 \text{ V}$; $P_0 = 15,0 \text{ W}$; $I_{10} = 0,08 \text{ A}$;
- en charge, pour une charge inductive de facteur de puissance $\cos \varphi_2 = 0,80$:

$$U_2 = 215 \text{ V} ; I_2 = 4,5 \text{ A} ; I_1 = 2,6 \text{ A}$$

- mesure des résistances (à chaud) :

- primaire $R_1 = 0,90 \Omega$

- secondaire $R_2 = 0,30 \Omega$.

1. Quelle est la puissance P_2 absorbée par la charge ?
2. Calculer les pertes par effet Joule de ce transformateur.

Solution :

1. Puissance P_2 absorbée par la charge

La charge absorbe une puissance égale à :

$$P_2 = U_2 I_2 \cos \varphi_2$$

$$P_2 = (215 \times 4,5 \times 0,80) \text{ W}$$

$$\Rightarrow \boxed{P_2 = 774 \text{ W}}$$

2. Pertes par effet Joule en charge

Ces pertes p_j sont égales à :

$$p_j = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2$$

soit :

$$p_j = [0,9 \times (2,6)^2 + 0,3 \times (4,5)^2] \text{ W}$$

$$\Rightarrow \boxed{p_j = 12,2 \text{ W}}$$

1 Intensités des courants

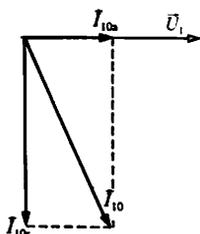


Fig. 1 Diagramme de Fresnel.

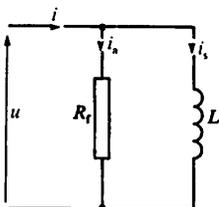


Fig. 2. Schéma électrique simplifié.

A vide

Le diagramme de Fresnel de la figure 3, chap. 36 montre que le vecteur \vec{I}_{10} qui représente l'intensité i_{10} du courant à vide peut être considérée comme la somme de deux composantes (fig. 1) :

$$\vec{I}_{10} = \vec{I}_{10a} + \vec{I}_{10r}$$

- \vec{I}_{10a} est le vecteur de Fresnel correspondant à une composante active i_{10a} en phase avec u_1 .
- \vec{I}_{10r} est le vecteur de Fresnel correspondant à une composante réactive i_{10r} déphasée de 90° en arrière par rapport à u_1 .

Le schéma équivalent de la figure 2 peut être associé à cette somme. Il comprend :

- une bobine d'inductance L et de résistance nulle traversée par la composante réactive : L est l'inductance de la bobine réelle,
- une résistance R_f traversée par la composante active et qui rend compte de la puissance dissipée dans le fer :

$$R_f = \frac{P}{I_{10a}^2}$$

En charge

Pour une tension d'alimentation u_1 de valeur efficace U_1 et de fréquence f constantes la formule de Boucherot montre que la valeur maximale du flux est sensiblement constante (voir chap. 33). La valeur instantanée de ce flux conserve la même expression quelle que soit la charge. Créé par les courants i_1 et i_2 , ce flux dépend de la somme $(N_1 i_1 + N_2 i_2)$ qui a la même valeur en charge qu'à vide (à vide : $i_1 = i_{10}$ et $i_2 = 0$) :

$$N_1 i_1 + N_2 i_2 = N_1 i_{10} \Rightarrow i_1 = -m i_2 + i_{10}$$

Soit en notation complexe :

$$\underline{I}_1 = -m \underline{I}_2 + \underline{I}_{10}$$

2 Expression des tensions

► Par définition la chute de tension au secondaire est égale à :

$$\Delta U_2 = U_{20} - U_2$$

C'est une différence de deux valeurs efficaces :

Flux total

Les résistances des enroulements et les fuites magnétiques sont les causes de la chute de tension ΔU_2 au secondaire.

Au voisinage des enroulements, il y a dispersion

U_{20} : valeur efficace de la tension secondaire à vide.
 U_2 : valeur efficace de la tension secondaire avec la charge considérée.

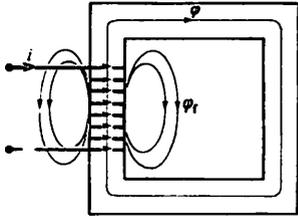


Fig. 3. Circuit magnétique avec fuites magnétiques. Des lignes de champ enlacent la bobine et se referment dans l'air. A ces lignes de champ est associé un flux de fuite ϕ_f .

des lignes du champ : certaines sont canalisées par le circuit magnétique, d'autres traversent des substances non magnétiques (air, cuivre et isolant), donc non saturables (fig. 3). Au niveau de chaque enroulement il y a donc un flux de fuite Φ_f proportionnel à l'intensité du courant traversant l'enroulement :

$$\Phi_f = N\phi_f = li$$

le coefficient l est appelé inductance de fuite. Le flux ϕ étant le flux commun à chacune des spires des deux enroulements, le flux total traversant :

- le primaire est : $\Phi_1 = N_1\phi + l_1 i_1$,
- le secondaire est : $\Phi_2 = N_2\phi + l_2 i_2$.

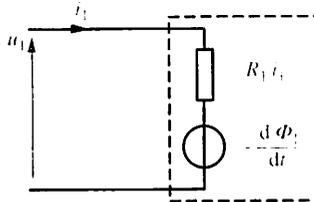


Fig. 4. Dipôle équivalent au transformateur vu du primaire. Φ_1 est le flux total embrassé par les N_1 spires primaires :

$$\Phi_1 = N_1\phi + l_1 i_1$$

Tension primaire (fig. 4)

Appliquons la loi d'additivité des tensions au primaire :

$$u_1 = \frac{d\Phi_1}{dt} + R_1 i_1 \text{ avec : } \Phi_1 = (N_1\phi + l_1 i_1) \text{ et : } e_1 = -N_1 \frac{d\phi}{dt}$$

$$u_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt} + l_1 \frac{di_1}{dt} + R_1 i_1 = -e_1 + l_1 \frac{di_1}{dt} + R_1 i_1$$

Soit en notation complexe :

$$\underline{U}_1 = -\underline{E}_1 + R_1 \underline{I}_1 + j l_1 \omega \underline{I}_1 \quad (2)$$

Tension secondaire (fig. 5)

Appliquons la loi d'additivité des tensions au secondaire :

$$u_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt} - R_2 i_2 \text{ avec : } \Phi_2 = N_2\phi + l_2 i_2 \text{ et : } e_2 = -N_2 \frac{d\phi}{dt}$$

$$u_2 = -N_2 \frac{d\phi}{dt} - l_2 \frac{di_2}{dt} - R_2 i_2 = e_2 - l_2 \frac{di_2}{dt} - R_2 i_2$$

Soit en notation complexe :

$$\underline{U}_2 = \underline{E}_2 - R_2 \underline{I}_2 - j l_2 \omega \underline{I}_2 \quad (3)$$

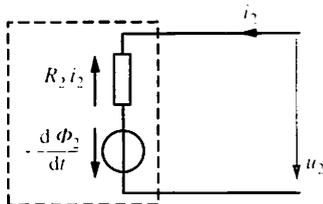


Fig. 5. Dipôle équivalent au transformateur vu du secondaire. Φ_2 est le flux total embrassé par les N_2 spires secondaires :

$$\Phi_2 = N_2\phi + l_2 i_2$$

3 Modèles électriques

Modèle général

Le modèle électrique de la figure 6 traduit les relations (1), (2) et (3) établies précédemment. Le modèle électrique proposé est d'une utilisation généralement compliquée. Nous allons le simplifier sans introduire d'erreurs importantes.

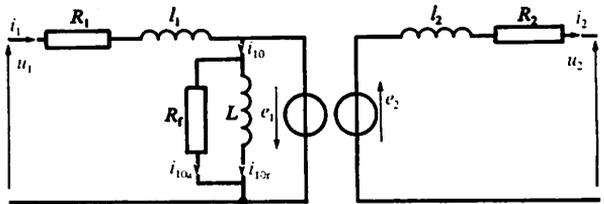


Fig. 6. Schéma électrique équivalent d'un transformateur.

Modèle simplifié dit « de Kapp »

Dans l'hypothèse de Kapp, non seulement le circuit magnétique est linéarisé, mais il est parfait. On néglige donc le phénomène d'hystérésis ainsi que les courants de Foucault et on suppose la perméabilité du matériau infinie. Cela revient à négliger l'intensité I_{10} (fig. 7).

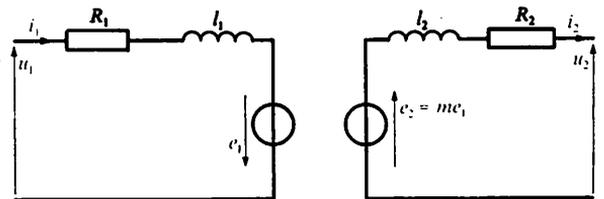


Fig. 7. Schéma électrique équivalent d'un transformateur dans l'approximation de Kapp.

Dans ces conditions, la relation entre les intensités I_1 et I_2 se simplifie et devient :

$$N_1 I_1 + N_2 I_2 = 0 \Rightarrow I_1 = -m I_2$$

Modèle de Thévenin

L'étude détaillée de ce modèle (fig. 8) et de son intérêt pratique fait l'objet du chapitre suivant.

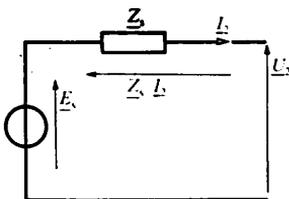


Fig. 8. Modèle de Thévenin du transformateur. Comme nous nous plaçons dans l'hypothèse d'un fonctionnement linéaire, un transformateur alimenté sous

tension efficace constante se présente, pour la charge, comme un générateur de Thévenin de f.e.m. E_s et d'impédance interne Z_s . Nous pouvons alors écrire :

$$U_2 = E_s - Z_s I_2$$

1 L'enroulement primaire d'un transformateur monophasé 240 V-24 V-50 Hz-800 VA comporte $N_1 = 220$ spires.

1. Un essai à vide sous une tension primaire $U_1 = 240$ V a donné :

$$U_{20} = 24,0 \text{ V et } I_{10} = 0,10 \text{ A}$$

1.1. Déterminer le rapport de transformation m .

1.2. Quelle est l'amplitude du flux $\widehat{\Phi}$ embrassé par une spire ?

2. Le transformateur alimenté sous la tension primaire nominale débite dans une charge. L'intensité efficace I_1 du courant primaire est alors $I_1 = 3,3$ A.

2.1. Quelle est pratiquement la valeur du flux maximal à travers une spire ?

2.2. En se plaçant dans l'hypothèse de Kapp (I_{10} négligeable) quelle est la valeur de l'intensité efficace I_2 du courant secondaire ?

Solution :

1.1. Rapport de transformation

L'essai à vide permet de déterminer m

$$m \approx \frac{U_{20}}{U_1} \Rightarrow m = \frac{24}{240} \Rightarrow \boxed{m = 0,10}$$

1.2. flux maximal $\widehat{\Phi}$

A vide, les chutes de tension (ohmique et inductive) dans l'enroulement primaire sont négligeables et nous pouvons écrire : $U_1 \approx E_1$ avec :

$$E_1 = 4,44N_1 f \widehat{B}S \text{ et } \widehat{\Phi} = \widehat{B}S$$

$$\widehat{\Phi} = \frac{U_1}{4,44N_1 f} \Rightarrow \widehat{\Phi} = \left(\frac{240}{4,44 \times 220 \times 50} \right) \text{ Wb}$$

$$\Rightarrow \boxed{\widehat{\Phi} = 4,91 \text{ mWb}}$$

2.1. Flux maximal à travers une spire

La tension primaire étant inchangée la valeur maximale du flux est pratiquement constante et égale à :

$$\widehat{\Phi} \simeq 4,91 \text{ mWb}$$

2.2. Intensité efficace I_2 du courant secondaire

En charge l'équation aux intensités s'écrit : $\underline{I}_1 = -m \underline{I}_2 + \underline{I}_{10}$.

En négligeant I_{10} il vient :

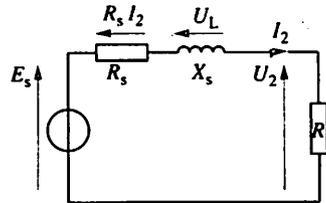
$$\underline{I}_1 = -m \underline{I}_2 \text{ soit : } I_2 = \frac{I_1}{m}$$

$$\text{D'où : } I_2 = \left(\frac{3,3}{0,1} \right) \text{ A} \Rightarrow \boxed{I_2 = 33,0 \text{ A}}$$

2 Le modèle de Thévenin équivalent à un transformateur monophasé, alimenté sous tension efficace constante, a pour f.é.m. $E_s = 24,0$ V. Son impédance interne Z_s peut-être modélisée par une inductance de réactance $X_s = 24,0$ m Ω en série avec une résistance $R_s = 30,0$ m Ω (fig. 9).

Le transformateur alimente des lampes basse tension qui appellent un courant d'intensité efficace $I_2 = 62,5$ A. Calculer la valeur efficace U_2 de la tension aux bornes du secondaire.

Fig. 9



Solution :

Si nous notons R la résistance équivalente à la charge, la valeur efficace de la tension secondaire est égale à : $U_2 = RI_2$.

Nous allons déterminer R .

L'équation aux tensions s'écrit :

$$\underline{E}_s = (R + R_s + jX_s) \underline{I}_2$$

$$\text{D'où : } \sqrt{(R + R_s)^2 + X_s^2} = \frac{E_s}{I_2}$$

Posons : $Z = \frac{E_s}{I_2}$. Nous pouvons écrire :

$$R + R_s = \sqrt{Z^2 - X_s^2}$$

$$\text{soit : } R = \sqrt{Z^2 - X_s^2} - R_s$$

$$\text{Calculons } Z : Z = \frac{24}{62,5} \Omega \Rightarrow Z = 0,384 \Omega$$

$$\text{donc : } R = (\sqrt{0,384^2 - 0,024^2} - 0,03) \Omega$$

$$\Rightarrow R = 0,353 \Omega$$

$$\text{et : } RI_2 = (0,353 \times 62,5) \text{ V}$$

$$\Rightarrow \boxed{U_2 = 22,1 \text{ V}}$$

1 Établissement du modèle

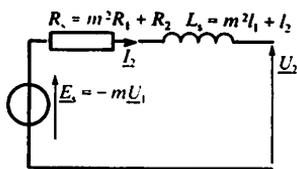


Fig. 1. Modèle de Thévenin du transformateur dans l'approximation de Kapp.

$$\underline{E}_s = -m\underline{U}_1 = \underline{U}_{20}$$

$$R_s = m^2R_1 + R_2$$

$$L_s = m^2l_1 + l_2$$

Rappel des hypothèses

Pour établir le modèle de Thévenin nous allons exploiter le modèle simplifié établi au chapitre 37 (voir fig. 7). Les hypothèses faites reviennent à négliger l'intensité I_{10} et par conséquent à poser :

$$\underline{I}_1 = -m\underline{I}_2$$

Nous pouvons écrire :

$$\left\{ \begin{aligned} \underline{U}_1 &= -\underline{E}_1 + R_1 \underline{I}_1 + j\omega L_1 \underline{I}_1 \end{aligned} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \underline{U}_2 &= \underline{E}_2 - R_2 \underline{I}_2 - j\omega L_2 \underline{I}_2 \end{aligned} \right. \quad (2)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \underline{E}_2 &= m \underline{E}_1 \end{aligned} \right. \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \underline{I}_1 &= -m \underline{I}_2 \end{aligned} \right. \quad (4)$$

Ces équations permettent de déduire l'expression suivante de \underline{U}_2 (voir marge) :

$$\underline{U}_2 = \underline{E}_s - R_s \underline{I}_2 + jL_s \omega \underline{I}_2$$

avec :

$$\underline{E}_s = -m\underline{U}_1 = \underline{U}_{20}; R_s = m^2R_1 + R_2 \text{ et } L_s = m^2l_1 + l_2$$

A cette dernière relation correspond le modèle de Thévenin de la figure 1.

Détermination expérimentale

• Essai à vide : détermination de E_s

Avec le montage de la figure 2 nous mesurons :

- la tension primaire U_1 ,
- l'intensité du courant traversant le primaire I_{10} ,
- la puissance absorbée par le primaire P_{10} ,
- la tension secondaire à vide U_{20} .

D'où :

$$\underline{E}_s = \underline{U}_{20}$$

• Essai en court-circuit : obtention de Z_s , R_s et $L_s \omega$

Nous utilisons le montage de la figure 3. Le secondaire étant mis en court-circuit, l'intensité du courant débité par le secondaire n'est limitée que par l'impédance interne Z_s qui est généra-

Relation $U_2(I_2)$

Dans un premier temps, nous éliminons \underline{I}_1 entre (1) et (4). Nous obtenons le système suivant :

$$\underline{U}_1 = -\underline{E}_1 - mR_1 \underline{I}_2 - jm\omega l_1 \underline{I}_2 \quad (1')$$

$$\underline{U}_2 = \underline{E}_2 - R_2 \underline{I}_2 - j\omega L_2 \underline{I}_2 \quad (2)$$

$$\underline{E}_2 = m \underline{E}_1 \quad (3)$$

Dans un second temps, nous éliminons \underline{E}_1 et \underline{E}_2 entre (1') et (2). Pour cela multiplions chaque membre de (1') par m et nous faisons la somme des deux relations :

$$m\underline{U}_1 = -m \underline{E}_1 - m^2R_1 \underline{I}_2 - jm^2\omega l_1 \underline{I}_2 \quad (1'')$$

$$\underline{U}_2 = \underline{E}_2 - R_2 \underline{I}_2 - j\omega L_2 \underline{I}_2 \quad (2)$$

$$m\underline{U}_1 + \underline{U}_2 = 0 - (m^2R_1 + R_2) \underline{I}_2 - j\omega(m^2l_1 + l_2) \underline{I}_2$$

Nous pouvons donc écrire :

$$\underline{U}_2 = -m\underline{U}_1 - (m^2R_1 + R_2) \underline{I}_2 - j\omega(m^2l_1 + l_2) \underline{I}_2$$

expression de la forme :

$$\underline{U}_2 = \underline{E}_s - R_s \underline{I}_2 - jL_s \omega \underline{I}_2$$

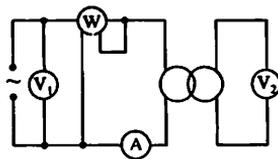


Fig. 2. Essai à vide.

Dans un fonctionnement à vide, le transformateur, vu de l'alimentation, présente une impédance apparente élevée et un mauvais facteur de puissance.

MODÈLE DE THÉVENIN

Dans un fonctionnement en court-circuit, le transformateur, vu de l'alimentation, présente une impédance apparente très faible. Nous utilisons donc le montage aval (ou courte dérivation) pour le branchement des appareils de mesure. Notons que dans cet essai, si $I_{2cc} = I_{2n}$ alors $I_{1cc} \approx I_{1n}$ puisque $I_{1cc} \approx m I_{2cc} = m I_{2n} \approx I_{1n}$.

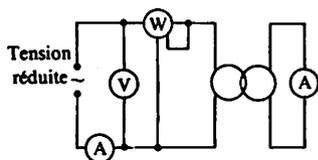


Fig. 3. Essai en court-circuit.

lement très faible. Une tension primaire nominale provoquerait la destruction du transformateur. L'essai en court-circuit doit se faire sous tension primaire réduite (U_{1cc} est limitée à la valeur nécessaire à l'obtention d'une intensité I_{2cc} telle que : $I_{2cc} \leq I_{2n}$). Nous mesurons :

- l'intensité de court-circuit I_{2cc} du courant traversant le secondaire,
- la tension primaire U_{1cc} ,
- l'intensité du courant traversant le primaire I_{1cc} ,
- la puissance absorbée par le primaire P_{1cc} .

• Détermination de Z_s

Lorsque la tension U_2 est nulle, la tension aux bornes de Z_s est : $E_{scc} = m U_{1cc}$

Donc :
$$m U_{1cc} = Z_s I_{2cc}$$

et :

$$Z_s = \frac{m U_{1cc}}{I_{2cc}}$$

• Détermination de R_s

La tension étant réduite, le champ magnétique créé par cette tension a aussi une valeur maximale réduite. Les pertes dans le fer étant proportionnelles au carré de cette valeur maximale du champ, ces pertes peuvent être négligées devant les pertes par effet Joule $R_s I_{2cc}^2$. donc :

$$P_{1cc} = R_s I_{2cc}^2$$

Soit :

$$R_s = \frac{P_{1cc}}{I_{2cc}^2}$$

• Détermination de $L_s \omega$

$$\underline{Z}_s = R_s + jL_s \omega$$

Donc :

$$L_s \omega = \sqrt{Z_s^2 - R_s^2}$$

2 Application

Le modèle de Thévenin permet de prédéterminer la valeur approchée de la chute de tension au secondaire.

Représentation vectorielle

Au modèle de Thévenin du transformateur est liée la relation vectorielle déduite de l'expression complexe obtenue au paragraphe 1 :

$$\vec{U}_2 = \vec{U}_{20} - R_s \vec{I}_2 - \vec{U}_L$$

\vec{U}_L étant le vecteur de Fresnel associé à la chute inductive représentée par la grandeur complexe :

$$\underline{U}_L = jL_s \omega \underline{I}_2$$

Le diagramme de Kapp est le diagramme de Fresnel correspondant à cette relation. Pour le tracer (fig. 4) nous plaçons successivement \vec{U}_2 , \vec{I}_2 [décalé d'un angle $\varphi_2 = (\vec{I}_2, \vec{U}_2)$ connu si la charge est précisée], $R_s \vec{I}_2$ colinéaire à \vec{I}_2 , \vec{U}_L décalé de $+\frac{\pi}{2}$ rad par rapport à \vec{I}_2 .

Nous obtenons respectivement les vecteurs \vec{OA} , \vec{OC} , \vec{AH} et \vec{HB} . Le vecteur \vec{OB} doit être associé à la tension à vide $u_{20} = -\mu_1$.

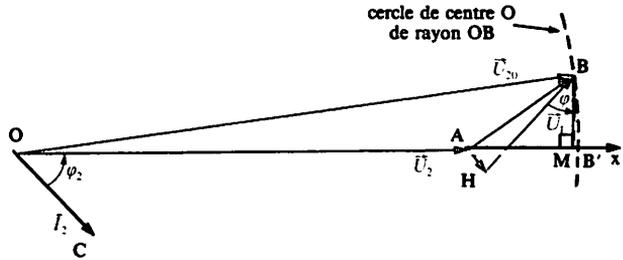


Fig. 4. Diagramme de Kapp.

Valeur approchée de la chute de tension au secondaire

Sur l'axe Ox portons un segment $OB' = OB$. La chute de tension $\Delta U_2 = U_{20} - U_2$ est alors représentée par le segment AB' .

Dans la pratique le point B' peut être confondu avec la projection M de B sur Ox et ΔU_2 est représenté par AM avec une précision suffisante. Pour obtenir une expression de ΔU_2 , projetons orthogonalement le point H sur Ox (fig. 5). Nous obtenons le point K :

$$AM = AK + KM$$

avec : $AK = AH \cos \varphi_2$; $KM = HB \sin \varphi_2$; $AH = R_s I_2$ et $HB = L_s \omega I_2$

D'où :

$$\Delta U_2 = U_{20} - U_2 = R_s I_2 \cos \varphi_2 + L_s \omega I_2 \sin \varphi_2$$

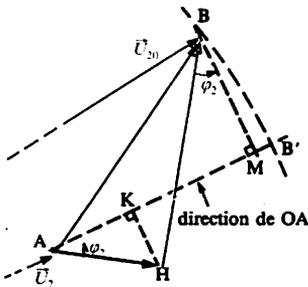


Fig. 5. Calcul de ΔU_2 .

1 En mesurant les résistances à chaud d'un transformateur monophasé 1,2 kVA-380/24 V-50 Hz on a trouvé : résistance de l'enroulement primaire $R_1 = 0,80 \Omega$; résistance de l'enroulement secondaire $R_2 = 4,0 \text{ m}\Omega$.

Un essai à vide a permis d'obtenir deux mesures : $U_1 = 380 \text{ V}$; $U_{20} = 24,0 \text{ V}$.

- Déterminer le rapport de transformation m .
- Calculer la résistance R_s du modèle de Thévenin équivalent au transformateur du secondaire.
- Calculer les pertes dans le cuivre p_1 pour le fonctionnement nominal.

Solution :

1. Rapport de transformation m

Il peut être déterminé à l'aide des

résultats de l'essai à vide : $m = \frac{U_{20}}{U_1}$

Donc : $m = \frac{24,0}{380} \Rightarrow m \approx 0,063$

2. Résistance R_s

La résistance R_s est donnée par la relation suivante :

$$R_s = m^2 R_1 + R_2$$

$$R_s = (0,063^2 \times 0,80 + 4,0 \times 10^{-3}) \Omega \Rightarrow R_s \approx 7,19 \text{ m}\Omega$$

3. Pertes par effet Joule

L'intensité efficace du courant secondaire nominal est égale à :

$$I_{2n} = \frac{S}{U_2}$$

soit : $I_{2n} = \left(\frac{12000}{24} \right) \text{ A} \Rightarrow I_{2n} = 50,0 \text{ A}$

Nous en déduisons les pertes par effet Joule nominales p_1 :

$$p_1 = R_s I_{2n}^2$$

D'où : $p_1 = (7,19 \times 10^{-3} \times (50)^2) \text{ W} \Rightarrow p_1 \approx 18,0 \text{ W}$

2 Les essais d'un transformateur monophasé ont donné les résultats suivants (l'indice 1 est relatif au primaire, l'indice 2 est relatif au secondaire).

A vide : $U_{10} = 10 \text{ kV}$, $U_{20} = 230 \text{ V}$

En court-circuit : $U_{1cc} = 600 \text{ V}$,

$$I_{2cc} = 500 \text{ A}, \quad P_{1cc} = 1750 \text{ W}$$

1. Déterminer les valeurs des éléments du schéma équivalent du transformateur vu du secondaire.

2. Quelle est la valeur efficace de la tension secondaire lorsque ce secondaire débite un courant d'une intensité $I_2 = 400 \text{ A}$ dans un circuit inductif dont le facteur de puissance est $\cos \varphi = 0,80$?

On supposera que le primaire est alimenté sous une tension $U_1 = 10 \text{ kV}$.

Solution :

1. Modèle de Thévenin

Le rapport de transformation est déterminé à partir de l'essai à vide :

$$m = \frac{U_{20}}{U_1} \Rightarrow m = \frac{230}{10 \times 10^3} \Rightarrow m = 23 \times 10^{-3}$$

L'essai en court-circuit permet de calculer R_s et Z_s :

$$R_s = \frac{P_{1cc}}{I_{2cc}^2} \quad \text{et} \quad Z_s = \frac{m U_{1cc}}{I_{2cc}}$$

$$R_s = \left(\frac{1750}{(500)^2} \right) \Omega \Rightarrow R_s = 7,0 \text{ m}\Omega$$

$$Z_s = \left(\frac{23 \times 10^{-3} \times 600}{500} \right) \Omega \Rightarrow Z_s = 28 \text{ m}\Omega$$

Nous pouvons alors calculer $L_s \omega$:

$$L_s \omega = \sqrt{Z_s^2 - R_s^2}$$

soit : $L_s \omega = (\sqrt{(0,0276)^2 - (0,007)^2}) \Omega \Rightarrow L_s \omega \approx 27 \text{ m}\Omega$

2. Tension secondaire en charge

La chute de tension $\Delta U_2 = U_{20} - U_2$ au secondaire est sensiblement égale à :

$$\Delta U_2 = R_s I_2 \cos \varphi_2 + L_s \omega I_2 \sin \varphi_2$$

$$\Delta U_2 = (0,007 \times 400 \times 0,8 + 0,027 \times 400 \times 0,6) \text{ V} \Rightarrow \Delta U_2 = 8,7 \text{ V}$$

D'où la tension secondaire en charge :

$$U_2 = m U_1 - \Delta U_2$$

$$U_2 = (23 \times 10^{-3} \times 10 \times 10^3 - 8,7) \text{ V} \Rightarrow U_2 \approx 221 \text{ V}$$

1 Transformateurs triphasés

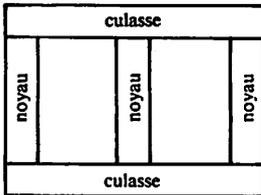


Fig. 1. Carcasse magnétique d'un transformateur triphasé.

La production et le transport de l'énergie électrique sont réalisés en triphasé. Le passage de 15 kV (ou 20 kV), tension de sortie des alternateurs, à 225 kV, à 400 kV (et même 600 kV) pour le transport puis progressivement à 20 kV et 380 V pour la distribution, nécessite l'utilisation de transformateurs triphasés.

Constitution

La carcasse magnétique la plus fréquemment utilisée se compose de trois colonnes (ou noyaux) reliées entre elles par deux culasses (fig. 1). Les colonnes et les culasses sont feuilletées pour diminuer les pertes d'énergie par courants de Foucault. Sur chaque colonne sont placés un enroulement primaire et un enroulement secondaire. Les trois enroulements primaires sont identiques ainsi que les trois enroulements secondaires. Chaque colonne se comporte comme un transformateur monophasé.

Couplages

Les enroulements du primaire peuvent être couplés en étoile ou en triangle (fig. 2 a et b), ceux du secondaire également. Cependant, dans le cas de transformateurs abaisseurs, les enroulements du secondaire sont parfois couplés en zig-zag (fig. 2 c).

Rapport de transformation

Le rapport de transformation m d'un transformateur triphasé est le rapport des tensions composées (à vide) du secondaire et du primaire :

$$m = \frac{U_{20}}{U_1}$$

Si N_1 et N_2 sont respectivement les nombres de spires des enroulements primaire et secondaire d'un noyau, le rapport $\frac{N_2}{N_1}$ est le rapport de trans-

► Le couplage étoile est représenté par Y ou y, le couplage triangle par D ou d et le couplage zig-zag par Z ou z.
Exemple
Yd signifie que les enroulements du côté haute tension sont couplés en étoile alors que ceux du côté basse tension sont couplés en triangle.

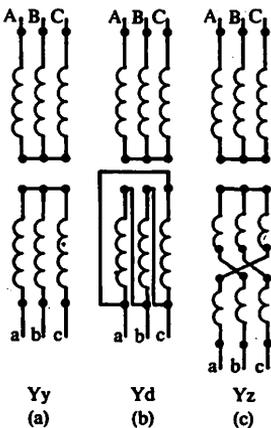


Fig. 2. Transformateurs triphasés. Il existe donc de nombreuses combinaisons de couplage. Les plus utilisées sont « étoile/étoile » (Yy), « étoile/triangle » (Yd) et « étoile/zig-zag » (Yz).

Exemples

Transformateur Yy :

$$m = \frac{U_{20}}{U_1} = \frac{V_{20}}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

Transformateur abaisseur Yd :

$$m = \frac{U_{20}}{U_1} = \frac{U_{20}}{V_1 \sqrt{3}} = \frac{N_2}{N_1 \sqrt{3}}$$

TRANSFORMATEURS SPÉCIAUX

Indications de la plaque signalétique

- la puissance apparente au secondaire,
- les tensions composées au primaire et au secondaire,
- les intensités des courants dans chaque fil de ligne du secondaire en charge normale.

formation d'une colonne. Ce rapport peut être différent du rapport de transformation du transformateur, cela dépend du couplage.

Fonctionnement nominal

Comme en monophasé, le fonctionnement nominal d'un transformateur triphasé correspond généralement au régime dont le rendement est le meilleur. Les valeurs nominales sont indiquées sur la plaque signalétique.

2 Autotransformateur

Principe de l'autotransformateur

Nous utilisons un transformateur démontable (voir chap. 34, fig. 4). Les deux bobines \mathfrak{B}_1 et \mathfrak{B}_2 (fig. 3), de bornes M, N et P, Q (nombres respectifs de spires : N_1 et N_2), sont maintenant montées en série.

1. Tension primaire appliquée entre M et Q (fig. 3). Le voltmètre branché entre P et Q indique une tension telle que :

$$\frac{U_{PQ}}{U_{MQ}} = \frac{N_2}{N_1 + N_2} \Rightarrow U_{PQ} < U_{MQ}$$

Le montage fonctionne en **transformateur abaisseur** de tension ; le primaire est formé de n_1 spires ($n_1 = N_1 + N_2$) et le secondaire de n_2 spires ($n_2 = N_2$).

2. Tension primaire appliquée entre P et Q (fig. 4). Le voltmètre branché entre M et Q indique une tension telle que :

$$\frac{U_{MQ}}{U_{PQ}} = \frac{N_1 + N_2}{N_2} \Rightarrow U_{MQ} > U_{PQ}$$

Le montage fonctionne en **transformateur élévateur** de tension ; le primaire est formé de n_1 spires ($n_1 = N_2$) et le secondaire de n_2 spires ($n_2 = N_1 + N_2$).

Conclusion

L'appareil réalisé précédemment est équivalent à un transformateur dont le primaire et le secondaire ont une partie commune (\mathfrak{B}_2) : c'est le principe de l'autotransformateur.

Les relations des tensions et des intensités des courants établies lors de l'étude du transformateur parfait sont applicables à l'autotransformateur.

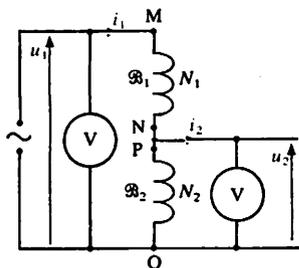


Fig. 3. Schéma du montage d'un autotransformateur abaisseur de tension. Avec les conventions adoptées, les tensions u_1 et u_2 sont en phase. Il en est de même des intensités i_1 et i_2 .

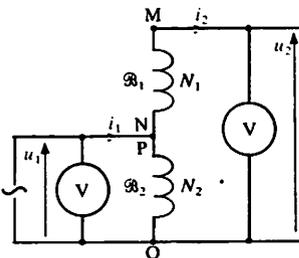


Fig. 4. Schéma du montage d'un autotransformateur élévateur de tension. Avec les conventions adoptées, les tensions u_1 et u_2 sont en phase (ainsi que les intensités i_1 et i_2).

► Les autotransformateurs peuvent être monophasés ou triphasés. Il existe des autotransformateurs réglables, munis de contacts glissants, connus sous le nom d'alternostats.

Conséquences

Le principe de l'autotransformateur lui confère des propriétés particulières qui, selon les cas, peuvent être des avantages ou des inconvénients.

- Le primaire et le secondaire ne sont pas isolés. L'autotransformateur met en liaison directe le réseau alimentant le primaire avec le réseau alimenté par le secondaire. Les deux réseaux n'étant pas isolés l'un de l'autre, on peut obtenir une tension élevée entre un fil du secondaire et la terre (même si la tension u_2 est faible), d'où un très réel risque d'accident.

- A puissance apparente égale un autotransformateur est plus petit qu'un transformateur. La partie commune au primaire et au secondaire est parcourue par un courant d'intensité $(i_1 - i_2)$. Les intensités i_1 et i_2 sont en phase (en supposant l'intensité du courant appelé à vide négligeable). De ce fait, la valeur efficace du courant traversant la partie commune peut être très faible.

Cela se traduit par l'utilisation de conducteurs de section plus faible, d'un circuit magnétique de dimension réduite et en fin de compte par un appareil de masse et de volume plus faibles qu'un transformateur de même puissance apparente.

3 Transformateurs de mesures



Fig. 6. Pince ampèremétrique. Le rapport de transformation I_1/I_2 est un nombre entier. La mesure de la valeur efficace I_2 permet la détermination rapide de l'intensité efficace I_1 .

Les transformateurs de mesures sont utilisés pour la mesure des fortes intensités et des fortes tensions. Ils permettent l'utilisation des appareils de mesures habituels. Ils isolent les appareils du réseau et permettent de travailler avec une meilleure sécurité.

L'utilisation de tels transformateurs pour la mesure des puissances est possible : ils n'introduisent pas de déphasages parasites qui fausseraient les résultats.

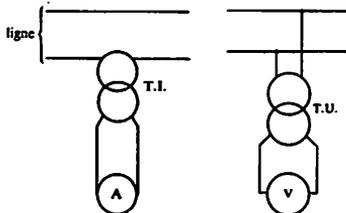


Fig. 5. Branchement d'un transformateur d'intensité

$i_2 = ki_1$
Fig. 7. Branchement d'un transformateur de tension T.U.

1 Un transformateur triphasé, supposé parfait, est constitué de trois colonnes. Un enroulement primaire ayant N_1 spires et un enroulement secondaire ayant N_2 spires se trouvent sur chacune des colonnes. Le primaire est couplé en triangle, le secondaire en étoile. La tension primaire entre phases est $U_1 = 15\,000$ V ; le rapport de transformation par colonne, $m' = \frac{N_2}{N_1}$, est $1,46 \cdot 10^{-2}$.

- Quelle est la tension entre phases au secondaire ?
- L'intensité efficace du courant traversant chaque enroulement du secondaire ne pouvant dépasser 100 A, quelle est l'intensité efficace maximale du courant dans chaque fil de ligne du primaire ?
- Dans ces conditions de fonctionnement, quelle est la puissance apparente du transformateur ?

Solution :

1. Tension entre phases U_2 au secondaire

Notons V_1 et V_2 les tensions efficaces aux bornes, respectivement, d'un enroulement du primaire et d'un enroulement du secondaire.

$$m' = \frac{N_2}{N_1} = \frac{V_2}{V_1} \text{ avec } V_2 = \frac{U_2}{\sqrt{3}} \text{ et } V_1 = U_1$$

$$\text{D'où : } U_2 = \sqrt{3} \frac{N_2}{N_1} U_1$$

$$U_2 = (\sqrt{3} \times 1,46 \cdot 10^{-2} \times 15\,000) \text{ V}$$

$$\Rightarrow U_2 = 379 \text{ V}$$

2. Intensité efficace maximale I_1 du courant primaire

Nous désignons par J_1 et J_2 les intensités efficaces des courants respectivement dans un enroulement primaire et dans un enroulement secondaire.

$$\text{D'où : } m' = \frac{J_1}{J_2} \text{ avec : } J_1 = \frac{I_1}{\sqrt{3}} \text{ et } J_2 = I_2$$

$$\text{Soit : } I_1 = \sqrt{3} J_1 = \sqrt{3} m I_2$$

$$\Rightarrow I_1 = (\sqrt{3} \times 1,46 \cdot 10^{-2} \times 100) \text{ A}$$

$$\Rightarrow I_1 \approx 2,53 \text{ A}$$

3. Puissance apparente nominale S

$$S = U_1 I_1 \sqrt{3} = U_2 I_2 \sqrt{3}$$

$$\text{D'où : } S = (379 \times 100 \times \sqrt{3}) \text{ VA}$$

$$\Rightarrow S = 65,6 \text{ kVA}$$

2 Quel est le rapport de transformation m d'un transformateur triphasé Y/Y élévateur 220 kV / 400 kV ?

Solution :

L'énoncé indique les valeurs des tensions composées à vide au primaire et au secondaire.

$$\text{Par définition : } m = \frac{U_2}{U_1}$$

$$\text{D'où : } m = \frac{400}{220}$$

$$\Rightarrow m = 1,82$$

3 Quel est le rapport de transformation $\frac{N_2}{N_1}$ de chaque colonne d'un transformateur triphasé Yd abaisseur 225 kV / 20 kV ?

Solution :

Nous désignons respectivement par V_1 et V_2 les tensions efficaces aux bornes d'un enroulement primaire et d'un enroulement secondaire. Compte tenu du couplage nous pouvons écrire :

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{V_2}{V_1}$$

$$\text{avec : } V_2 = 20,0 \text{ kV et } V_1 = \left(\frac{225}{\sqrt{3}} \right) \text{ kV}$$

$$\text{D'où : } \frac{N_2}{N_1} = \frac{20,0}{\frac{225}{\sqrt{3}}}$$

$$\Rightarrow \frac{N_2}{N_1} = 0,154$$

1 Modèle d'une bobine à noyau de fer

De nombreuses réalisations technologiques comportent un circuit magnétique avec un entrefer (machines tournantes, relais électromagnétiques, certains types de transformateurs) afin de leur conférer des propriétés mécaniques ou électromagnétiques particulières. Ce chapitre est essentiellement consacré aux modifications apportées aux propriétés d'une bobine lorsqu'un entrefer est ménagé dans son circuit magnétique.

Fig. 1. Bobine disposée sur un circuit magnétique sans entrefer.

Fig. 2. Bobine disposée sur un circuit magnétique comportant un entrefer.

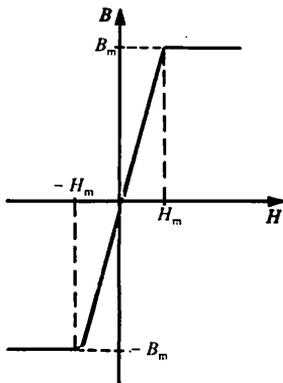


Fig. 3. Courbe d'aimantation $B(H)$.

- $-H_m < H < H_m$: le fonctionnement du circuit est linéaire; B est proportionnel à H : $B = \mu H$ avec : $\mu = \mu_0 \mu_r$
- $H < -H_m$ ou $H > H_m$: il y a saturation magnétique; B n'est plus proportionnel à H :

$$|B| \approx B_m$$

quelle que soit la valeur de H .

Nous étudions deux cas :

- une bobine avec un noyau ferromagnétique sans entrefer (fig. 1),
 - la même bobine avec le même noyau ferromagnétique muni d'un entrefer (fig. 2).
- Le matériau magnétique est caractérisé par sa courbe d'aimantation $B(H)$ idéalisée (fig. 3).

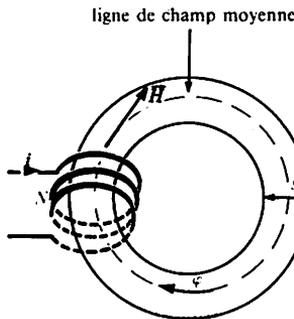


Fig. 1

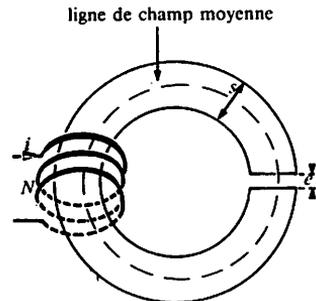


Fig. 2

Inductance propre

Pour chacune des bobines des figures 1 et 2 nous désignons par :

- φ le flux à travers une section droite du circuit magnétique,
- $\Phi = N\varphi$ le flux total à travers les N spires de la bobine.

Nous pouvons distinguer deux domaines de fonctionnement (fig. 4) :

- **Domaine linéaire** : le flux Φ est proportionnel à l'intensité i du courant qui crée ce flux. Dans ces conditions, à toute variation Δi_1 de i correspond une variation $\Delta \Phi_1$ du flux Φ . Durant cette variation de flux, le circuit présente une inductance :

$$L = \frac{\Delta \Phi_1}{\Delta i_1} = \Phi / i = \text{constante}$$

- **Domaine de saturation magnétique**. Avec une bonne approximation, la courbe d'aimantation se réduit à une demi-droite horizontale. Il en est de même de la courbe $\Phi(i)$. Une variation Δi_2 de i n'entraîne aucune variation de flux et le circuit ne présente pas d'inductance tant que le point de fonctionnement reste dans ce domaine :

$$L = \frac{\Delta \Phi_2}{\Delta i_2} = 0$$

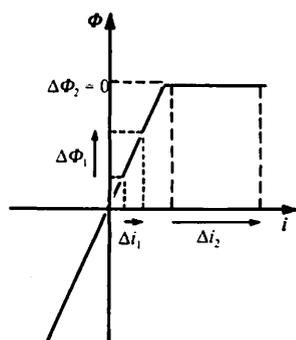
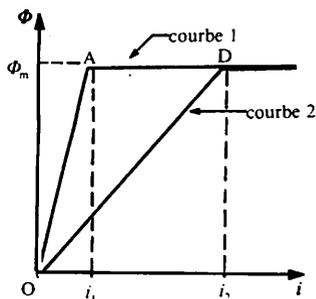


Fig. 4. Courbe $\Phi(i)$ pour une bobine avec noyau ferromagnétique saturable.
Inductance propre d'une bobine :

$$L = \frac{\Delta\Phi}{\Delta i}$$



Influence de l'entrefer

Comparons les courbes $\Phi(i)$ des bobines des figures 1 et 2. La courbe $\Phi(i)$ est modifiée du fait de la présence d'un entrefer (fig. 5). Pour la courbe 2 la zone de fonctionnement linéaire (OD) est plus étendue. En effet, le coude de saturation s'obtient pour un courant d'intensité i_2 supérieure à l'intensité i_1 : l'entrefer augmente l'intervalle des intensités pour lequel le fonctionnement de la bobine est linéaire.

Autre modification : pour un point de fonctionnement dans ce domaine linéaire, l'inductance a une valeur plus faible. En effet pour la bobine à noyau ferromagnétique sans entrefer nous pouvons écrire :

$$0 < i < i_1 \Rightarrow L = \frac{\Phi_m}{i_1}$$

Lorsque le noyau ferromagnétique comporte un entrefer l'inductance est telle que :

$$0 < i < i_2 \Rightarrow L' = \frac{\Phi_m}{i_2} \Rightarrow L' < L$$

Fig. 5. Courbe 1 : $\Phi(i)$ d'une bobine à noyau de fer sans entrefer.

Courbe 2 : $\Phi(i)$ d'une bobine à noyau de fer avec entrefer.

2 Énergie emmagasinée

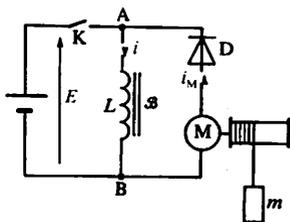


Fig. 6. Dispositif expérimental pour la mesure de l'énergie emmagasinée dans une bobine (celle de la fig. 1 ou celle de la fig. 2). Grâce à la diode D, l'alimentation ne peut pas débiter dans le moteur M.

Circuit magnétique sans entrefer

- L'intensité I du courant qui parcourt la bobine est réglée à 0,3 A.

A l'ouverture de l'interrupteur K, le moteur élève la masse m de 20 cm environ.

En recommençant l'expérience avec un courant initial d'intensité différente de 0,3 A (0,5 puis 1 A), la masse s'élève toujours de 20 cm environ.

Interprétation

Si la masse m est déplacée, c'est que le moteur a reçu de l'énergie électrique. Celle-ci ne peut être fournie que par la bobine puisque le générateur est déconnecté du reste du circuit.

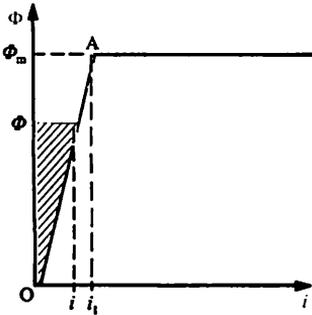
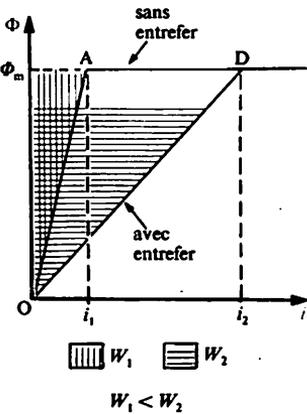


Fig. 7. Énergie emmagasinée dans une bobine :

$$W = \frac{1}{2} i \Phi \text{ si } i < i_1.$$



On montre que l'énergie emmagasinée par le circuit magnétique est proportionnelle à l'aire hachurée. (fig. 7) Cette énergie a une valeur maximale W_{m1} pour $i = i_1$:

$$W_{m1} = \frac{1}{2} i_1 \Phi_m$$

Pour un courant d'intensité 0,3 A, cette valeur W_{m1} était déjà obtenue. Restituée au moteur, elle permettrait d'élever la masse m de 20 cm. En augmentant l'intensité du courant on ne peut emmagasiner une énergie plus grande.

Circuit magnétique avec entrefer

- Pour un courant d'une intensité I de 1 A le moteur élève la masse m de 1 m environ.
- Interprétation

L'aire hachurée (fig. 8) montre que pour le même flux Φ_m , le circuit magnétique avec entrefer emmagasine plus d'énergie que le circuit magnétique sans entrefer.

Remarque

Puisque l'énergie est essentiellement emmagasinée dans l'entrefer, on pourrait penser l'augmenter en élargissant cet entrefer. En réalité, du fait de la dispersion des lignes de champ qui accompagne l'augmentation de cette largeur, il y a en même temps diminution du champ magnétique dans l'entrefer.

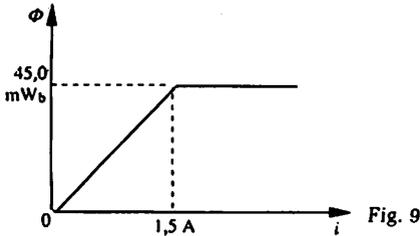
Fig. 8. Exemple où l'énergie emmagasinée par un circuit avec entrefer est supérieure à celle emmagasinée par un circuit sans entrefer.

3 Applications

- Une bobine de lissage est une bobine prévue pour atténuer l'ondulation d'un courant unidirectionnel. Elle doit conserver une inductance importante pour des courants intenses. Il faut donc que son circuit magnétique n'atteigne pas la saturation : il est muni d'un entrefer convenable.
- Certains alimentations à découpage utilisent un transformateur présentant un entrefer.
- Des petits transformateurs sont utilisés pour commander des interrupteurs électroniques de puissance, thyristors par exemple, sans liaison électrique entre circuit de commande et circuit commandé (isolation galvanique).

1 La caractéristique $\Phi(i)$ d'un circuit magnétique est représentée figure 9.

- Calculer l'inductance propre L du circuit selon les valeurs de i .
- Quelle est l'énergie emmagasinée par le circuit lorsque $i = 1,0$ A ?



Solution :

1. Inductance propre L du circuit

L'inductance propre est donnée par l'expression suivante :

$$L = \frac{\Delta\Phi}{\Delta i}$$

Deux cas sont à envisager :

- $i < 1,5$ A (domaine linéaire)

$$L_1 = \frac{\Delta\Phi}{\Delta i} = \frac{\Phi}{i}$$

$$L_1 = \left(\frac{45 \times 10^{-3}}{1,5} \right) \text{H} \Rightarrow \boxed{L_1 = 30 \cdot 10^{-3} \text{H}}$$

- $i > 1,5$ A (domaine de saturation magnétique) :

$$L_2 = 0 \text{ puisque } \Delta\Phi = 0$$

2. Énergie emmagasinée si $i = 1,0$ A

Lorsque l'intensité du courant atteint la valeur i , l'énergie emmagasinée est égale à :

$$W = \frac{1}{2} \Phi_1 i$$

Le circuit magnétique est utilisé dans le domaine linéaire. Donc :

$$\Phi_1 = L_1 i_1 \text{ et } W = \frac{1}{2} L_1 i^2$$

$$W = \left(\frac{1}{2} \times 30 \times 10^{-3} \times (1,0)^2 \right) \text{J}$$

$$\Rightarrow \boxed{W = 15,0 \cdot 10^{-3} \text{J}}$$

2 Une bobine torique comporte $N = 100$ spires. Elle entoure un anneau ferromagnétique (supposé parfait) de section droite constante $S = 30,0$ cm², de perméabilité relative $\mu_r = 2000$. L'inductance propre L du circuit est égale à $0,12$ H. Le bobinage est parcouru par un courant d'intensité $i = 1,0$ A.

- Calculer le flux total Φ à travers l'ensemble du bobinage.
- Calculer le flux φ à travers une section du circuit magnétique.
- Quelle est l'intensité du champ magnétique \vec{B} dans le circuit magnétique.
- Calculer l'intensité de l'excitation magnétique \vec{H} .

Solution :

1. Flux total Φ à travers le bobinage

Le flux total s'exprime par la relation

$$\Phi = L i$$

$$\Phi = (0,12 \times 1,0) \text{Wb} \Rightarrow \boxed{\Phi = 0,12 \text{Wb}}$$

2. Flux φ

Le bobinage comporte N spires :

$$\Phi = N \varphi$$

$$\text{Donc : } \varphi = \frac{\Phi}{N} \Rightarrow \varphi = \left(\frac{0,12}{100} \right) \text{Wb}$$

$$\Rightarrow \boxed{\varphi = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{Wb}}$$

3. Intensité du champ magnétique \vec{B}

La valeur B du champ magnétique est lié à φ et S par la relation : $\varphi = BS$

$$\text{Donc : } B = \frac{\varphi}{S}$$

$$B = \left(\frac{1,2 \times 10^{-3}}{30,0 \times 10^{-4}} \right) \text{T} \Rightarrow \boxed{B = 0,40 \text{T}}$$

4. Excitation magnétique \vec{H}

De la valeur de B nous pouvons déduire la valeur H de l'excitation magnétique.

$$H = \frac{B}{\mu_0 \mu_r}$$

$$\text{D'où : } H = \left(\frac{0,4}{4 \pi \times 10^{-7} \times 2000} \right) \text{A/m}$$

$$\Rightarrow \boxed{H \approx 159 \text{A/m}}$$

1 Description simplifiée

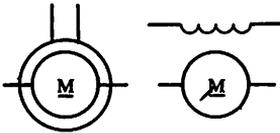
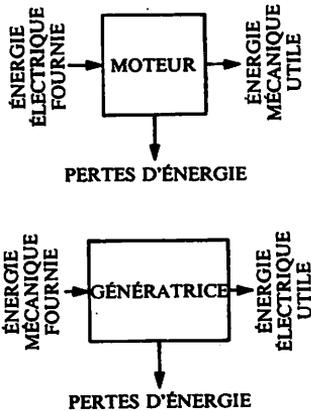


Fig. 1 Représentations normalisées d'un moteur à courant continu (pour une génératrice il suffit de remplacer la lettre M par G).

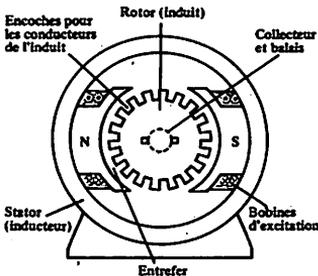


Fig. 2. Coupe schématique d'une machine à courant continu. Dans le cas d'une machine à aimants permanents les pôles sont des aimants. Il n'y a pas alors de bobines inductrices.

Une machine à courant continu est un convertisseur d'énergie. La figure 1 symbolise les deux possibilités de conversion : l'énergie électrique est transformée en énergie mécanique dans le fonctionnement en moteur, et l'énergie mécanique est transformée en énergie électrique dans le fonctionnement en génératrice. La machine à courant continu est un **convertisseur électromécanique**.

L'énergie mécanique est présente sous forme d'un couple, de moment T , susceptible de tourner à la vitesse angulaire Ω ; l'énergie électrique, pour sa part, se manifeste sous forme de tension et de courant continus, ou, plus généralement, unidirectionnels.

Une machine à courant continu se compose (fig. 2) :

- d'un **circuit magnétique** comportant une partie fixe, le **stator**, et une partie tournante, le **rotor**;
- de un ou plusieurs **circuits électriques**. Une source de champ magnétique (**inducteur**) est nécessaire et deux configurations se rencontrent :
 - la source de champ est constituée d'aimants permanents et le circuit magnétique porte un bobinage unique, l'**induit**, disposé sur le rotor;
 - la source de champ est un courant et le circuit magnétique porte alors deux circuits électriques : l'**inducteur**, ensemble de bobines qui produit le champ, et l'**induit**.
- d'un **collecteur** qui, associé aux balais, permet de relier le circuit électrique rotorique à un circuit extérieur à la machine.

Inducteur

L'inducteur peut être formé d'aimants en ferrite ou de bobines, en général disposés sur le stator. Les bobines sont placées autour de noyaux polaires. Lorsque les bobines de l'inducteur sont parcourues par un courant continu, elles créent un champ magnétique dans le circuit magnétique et, en particulier, dans l'entrefer (fig. 3).

Induit

C'est un circuit électrique obtenu en associant en série des conducteurs logés dans des encoches du rotor (fig. 4).

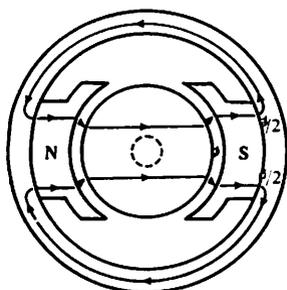


Fig. 3. Circuit magnétique.
Répartition du flux magnétique.

Collecteur et balais

Le collecteur est un ensemble de lames de cuivre, isolées latéralement les unes des autres, et disposées suivant un cylindre, en bout de rotor. Ces lames sont réunies aux conducteurs de l'induit. Les balais, portés par le stator, frottent sur les lames du collecteur. Ces contacts glissants entre lames et balais permettent d'établir une liaison électrique entre l'induit, qui tourne, et l'extérieur de la machine (fixe par rapport au sol).

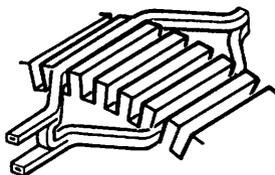


Fig. 4. Section d'induit. Avant leur mise en place dans les encoches, les spires sont groupées en sections. Le principe de réalisation du circuit d'induit sera abordé au chapitre 12.

2 Principe de fonctionnement

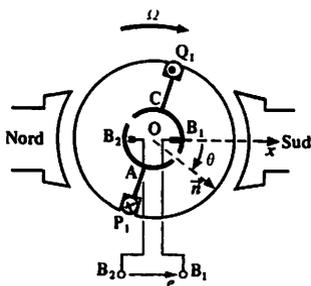


Fig. 5 a

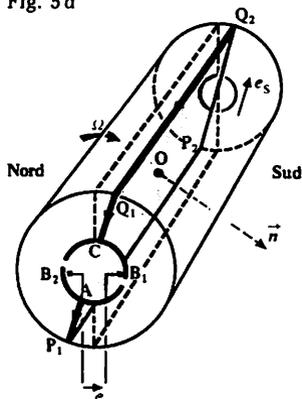


Fig. 5 b

F.é.m. induite dans une spire

• Imaginons une machine très simplifiée (fig. 5a et b) comportant une paire de pôles et seulement deux encoches où sont logés deux conducteurs réunis entre eux (spire ouverte $AP_1P_2Q_2Q_1C$).

• Nous choisissons un sens positif sur la spire (de P_1 à P_2), et plaçons la normale orientée \vec{n} (règle de la main droite), de manière à pouvoir algébriser le flux φ qu'elle embrasse : dans le cas des figures 5a et b, φ est positif et décroît.

• La position de la spire dans l'entrefer de la machine est repérée par l'angle θ entre l'axe Ox (axe des pôles), et la normale \vec{n} .

• Nous supposons que la vitesse angulaire du rotor est constante et égale à $\Omega = 2\pi n$ si n désigne le nombre de tours effectués par le rotor en 1 s. L'origine des temps étant choisie de manière que $\theta = 0$ pour $t = 0$, dans ces conditions : $\theta = \Omega t$.

Le flux φ peut donc être considéré comme une fonction $\varphi(\theta)$ de l'angle θ , de période 2π , ou une fonction $\varphi(t)$ du temps t , de période $T = 1/n$.

La figure 6 représente la variation de $\varphi(t)$. Pour $t = 0$, $\varphi = \Phi$, φ est maximal ; pour $t = T/2$, $\varphi = -\Phi$, φ est minimal.

• La spire considérée est le siège d'une f.é.m. induite e_s , donnée par la loi de Faraday :

$$e_s = - \frac{d\varphi}{dt}$$

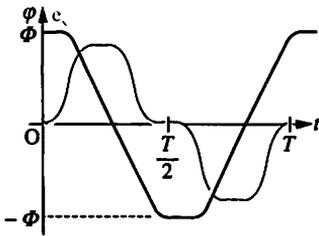


Fig. 6

n désigne la fréquence de rotation exprimée en tours par seconde.
 n' désigne cette même fréquence de rotation mais exprimée en tours par minute.
 $n' = 60n$

Pour la fonction $\varphi(t)$ considérée, la figure 2 représente également $e_s(t)$.

Valeur moyenne de e_s sur une demi-période :

Sur la demi-période $(0, \frac{T}{2})$, la f.é.m. e_s a pour valeur moyenne :

$$\bar{e}_s = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = -\frac{\varphi(T/2) - \varphi(0)}{T/2} = -2 \frac{-\Phi - \Phi}{T} = \frac{4\Phi}{T}$$

Selon que l'on pose $T = \frac{1}{n}$ ou $T = \frac{2\pi}{\Omega}$, cette expression devient :

$$\bar{e}_s = 4n\Phi \quad \text{ou} \quad \bar{e}_s = \frac{2}{\pi} \Phi\Omega$$

Rôle du collecteur

La f.é.m. e de la machine, égale à $v_{B_1} - v_{B_2}$, est égale à e_s lorsque le balai B_1 frotte sur la lame C et le balai B_2 sur la lame A (fig. 5 b), et à $-e_s$ dans le cas contraire (en effet, lorsque la machine ne débite pas, $v_C - v_A = e_s$).

En rapprochant les indications des figures 5 a et b nous constatons que si les balais sont disposés dans un plan passant par l'axe des pôles (comme sur la fig. 5 a), le balai B_1 reste en contact avec la lame C tant que θ est compris entre 0 et π (pendant ce temps, bien entendu, B_2 frotte sur la lame A). Pour θ compris entre π et 2π , en revanche, B_1 frotte sur A et B_2 sur C. Donc (fig. 6) :

- $0 < \theta < \pi$: $e = e_s > 0$;
 - $\pi < \theta < 2\pi$: $e = -e_s > 0$;
- soit à tout instant (fig. 7) : $e = |e_s|$

L'ensemble balais-collecteur assure une fonction de redressement.

A cette machine élémentaire correspond le schéma équivalent de la figure 8. La f.é.m. obtenue entre B_1 et B_2 admet une valeur moyenne E :

$$E = \bar{e}_s = \frac{2}{\pi} \Phi\Omega$$

Posons : $K = \frac{2}{\pi}$.

$$E = K\Phi\Omega$$

- | | |
|---------------------------------|---------|
| E en volts | (V) |
| Φ en webers | (Wb) |
| Ω en radians par seconde | (rad/s) |

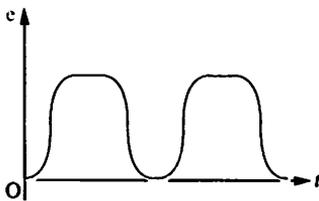


Fig. 7

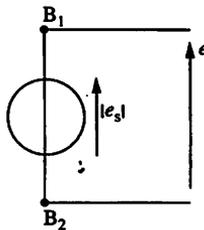


Fig. 8. Schéma équivalent de la machine dont l'induit comporte une spire.

1 La fréquence de rotation d'une machine à courant continu est $n'_1 = 1500$ tr/min lorsque la f.é.m. est égale à $E_1 = 220$ V et que le flux maximal sous un pôle est $\Phi_1 = 36,6$ mWb.

1. Le flux étant maintenu à la valeur Φ_1 , quelle doit être la fréquence de rotation n'_2 pour que la f.é.m. atteigne la valeur : $E'_2 = 176$ V ?

2. On veut maintenir la fréquence de rotation à la valeur $n'_1 = 1500$ tr/min pour une f.é.m. de 176 V. Quelle doit être la valeur maximale Φ_2 du flux sous un pôle ?

Solution :

1. Fréquence de rotation n'_2

La f.é.m. E de la machine est donnée en fonction du flux maximal Φ sous un pôle et de la vitesse angulaire de rotation Ω ($\Omega = 2\pi n$, si n est exprimé en tours par seconde), par l'expression suivante :

$$E = K\Phi\Omega$$

Si le flux Φ est constant, en posant $k = 2\pi K\Phi$, E s'écrit aussi : $E = kn$.

Pour deux valeurs différentes n_1 et n_2 de n nous pouvons écrire :

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{n'_2}{n'_1} \Rightarrow n'_2 = n'_1 \cdot \frac{E_2}{E_1}$$

$$\text{soit : } n'_2 = \left(1500 \times \frac{176}{220} \right) \text{ tr/min}$$

$$\Rightarrow \boxed{n'_2 = 1200 \text{ tr/min}}$$

2. Valeur maximale Φ_2 du flux sous un pôle

Si la fréquence de rotation est maintenue constante, pour deux valeurs Φ_1 et Φ_2 du flux sous un pôle nous pouvons écrire :

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\Phi_2}{\Phi_1} \text{ soit : } \Phi_2 = \Phi_1 \cdot \frac{E_2}{E_1}$$

$$\text{D'où : } \Phi_2 = \left(36,6 \cdot 10^{-3} \times \frac{176}{220} \right) \text{ Wb}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Phi_2 \approx 29,3 \text{ mWb}}$$

2 L'inducteur d'une machine à courant continu est constitué par des bobines parcourues par un courant continu d'intensité i_0 . Le flux maximal sous un pôle est égal à : $\Phi = 45 \cdot 10^{-3} i_0$ (Φ en webers, i_0 en ampères).

La f.é.m. E de la machine est liée au flux et à la fréquence de rotation n' (tr/min) par la relation : $E = 4,6\Phi n'$.

1. Donner la relation $E(n', i_0)$.

2. En déduire la relation $E(\Omega, i_0)$.

3. Calculer E pour $n' = 1200$ tr/min et $i_0 = 0,8$ A ?

Solution :

1. Relation $E(n', i_0)$

Dans la relation $E = 4,6\Phi n'$ remplaçons Φ par son expression.

Nous obtenons :

$$E = 4,6 \times 45 \cdot 10^{-3} \cdot i_0 \cdot n'$$

$$\Rightarrow \boxed{E = 0,207 i_0 n'}$$

C'est la relation cherchée.

2. Relation $E(\Omega, i_0)$

Dans la relation obtenue à la question 1 nous allons remplacer n' par son expression en fonction de Ω .

$$\Omega = 2\pi n \text{ et } n' = 60n$$

(nous exprimons n' en tours par minute et n en tours par seconde),

$$\text{d'où : } n' = \frac{60}{2\pi} \Omega$$

La relation cherchée s'écrit donc :

$$E = 0,207 \cdot i_0 \cdot \frac{60}{2\pi} \Omega \Rightarrow \boxed{E \approx 1,98 i_0 \Omega}$$

3. Valeur de E

Nous utilisons la relation obtenue à la question 1 :

$$E = 0,207 i_0 n'$$

$$E = (0,207 \times 0,8 \times 1200) \text{ V}$$

$$\Rightarrow \boxed{E \approx 199 \text{ V}}$$

1 Réalisation du circuit induit

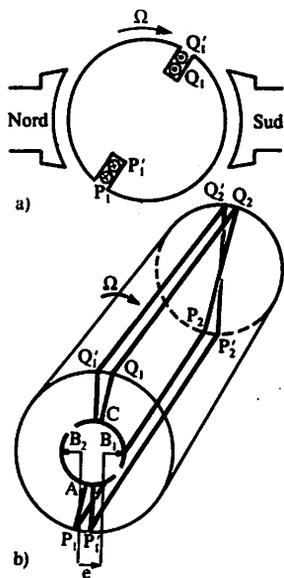


Fig. 1. Enroulement d'induit à deux spires.

(a) Chaque encoche contient deux conducteurs actifs.

(b) Pour plus de clarté, les plans des deux spires sont légèrement décalés sur la figure et aux f.é.m. induites n'ont pas été associés de modèles équivalents (sources de tension).

Les deux spires $AP_1P_2Q_2Q_1C$ et $AP_1'P_2'Q_2'Q_1'C$ sont réunies uniquement en A et C.

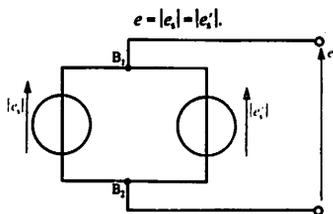


Fig. 2. Schéma équivalent de la machine dont l'induit comporte deux spires identiques.

Dans le chapitre précédent nous avons étudié le principe de la production d'une f.é.m. dans une machine très simplifiée.

A présent, nous vous proposons d'étudier la constitution de l'induit d'une machine réelle et de déterminer la valeur de la force électromotrice induite dans cet enroulement.

Le circuit induit est fermé sur lui-même.

Induit à deux spires (fig. 1)

Associons quatre conducteurs placés dans deux encoches diamétralement opposées de façon à former un circuit d'induit fermé sur lui-même.

L'ensemble des conducteurs parcourus pour aller d'un balai à l'autre constitue une voie d'enroulement. L'induit représenté sur la figure 1 comporte donc deux voies d'enroulement constituées chacune d'une seule spire.

A chaque instant les f.é.m. e_s et e_s' , induites dans ces deux voies d'enroulement sont égales (les spires sont supposées identiques). Du schéma précédent nous pouvons donc déduire un schéma équivalent de cette machine (fig. 2). La f.é.m. de la machine est égale à :

$$e = |e_s| = |e_s'|$$

Lorsque la machine est à vide, c'est-à-dire lorsque les balais ne sont reliés à aucun circuit extérieur, aucun courant ne peut parcourir le circuit constitué par ces deux sources de tension. Lorsque la machine est en charge, chaque source fournit la moitié du courant débité.

Conclusion

A chaque instant la f.é.m. e de la machine est égale à la valeur absolue de la f.é.m. induite dans une voie d'enroulement (voir chap. 41, fig. 7). L'ondulation et la valeur moyenne de cette f.é.m. sont les mêmes que dans un induit à une seule spire.

Première amélioration

A l'induit précédent ajoutons quatre conducteurs placés dans deux encoches diamétralement opposées et décalées de 90° par rapport aux précédentes (fig. 3). On peut les réunir de manière à constituer

FORCE ÉLECTROMOTRICE

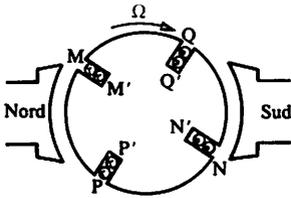


Fig. 3

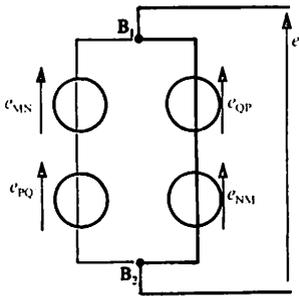


Fig. 4. Schéma équivalent à un instant t.

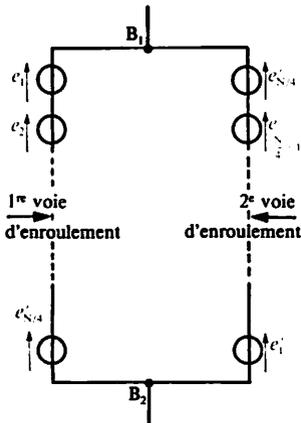


Fig. 6. Schéma équivalent à un instant t.

- e_1, e_2, \dots , représentent les valeurs instantanées des f.é.m. induites dans les spires de la machine.
- L'induit symbolisé ci-dessus comporte N conducteurs actifs, soit $\frac{N}{2}$ spires et donc $\frac{N}{4}$ spires

un enroulement d'induit fermé, comportant quatre spires associées en deux groupes à 90° l'un de l'autre. Chaque voie d'enroulement est donc formée de deux spires dont les f.é.m., décalées de $\frac{T}{4}$ l'une par rapport à l'autre s'ajoutent (T désignant la durée d'un tour de l'induit). A un instant t , le schéma équivalent de la machine est celui de la figure 4.

Du fait de la rotation de l'induit, les spires de chaque voie d'enroulement changent. Cependant, pour ce qui concerne la f.é.m. obtenue, tout se passe comme si elle résultait de l'addition de deux f.é.m. élémentaires décalées dans le temps de $\frac{T}{4}$ (fig. 5).

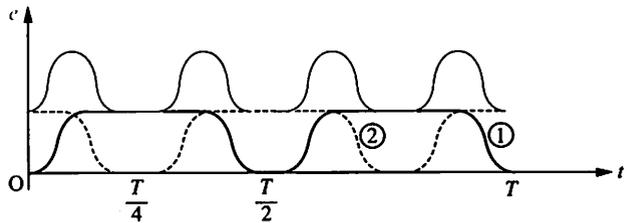


Fig. 5. La courbe $e(t)$ est la somme, point par point des courbes (1) et (2)

Conclusion

La f.é.m. e de la machine est moins ondulée que dans l'exemple précédent et sa valeur moyenne est plus grande.

Machine réelle

Afin d'obtenir une f.é.m. importante et la moins ondulée possible, une machine à courant continu comporte un assez grand nombre d'encoches où sont répartis N conducteurs qui forment $N/2$ spires. Le schéma équivalent de la machine à un instant t est alors celui de la figure 6.

dans chaque voie d'enroulement. Si l désigne le nombre de lames du collecteur et n la fréquence de rotation de la machine, la composition d'une voie d'enroulement reste inchangée pendant la

$$\text{durée } T' = \frac{l}{nl} = \frac{T}{l}$$

Pendant cet intervalle de temps, l'amplitude de $e(t)$ est très proche de $\hat{e} = \frac{N}{2\pi} \Phi \Omega$.

2 Force électromotrice

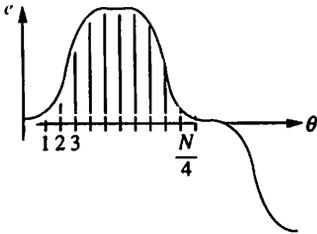


Fig. 7. L'angle polaire θ est ici repéré par la position (1, 2, ...) de chaque spire.

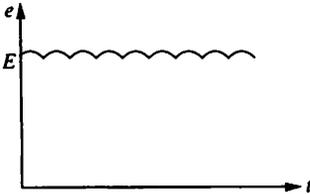


Fig. 8. F.é.m. de la machine.

Remarque : Nous avons envisagé le cas d'une machine bipolaire à 2 voies d'enroulement. Dans le cas où la machine est multipolaire et comporte $2p$ pôles et $2a$ voies d'enroulement, la formule précédente devient (formule d'Arnold) :

$$E = \frac{p}{a} N n \Phi$$

Hypothèses

Nous considérons une machine bipolaire, à deux voies d'enroulement, pourvue de N conducteurs (ou brins actifs) et de l lames au collecteur (par exemple : $N = 792$ et $l = 66$). Les spires sont régulièrement décalées les unes par rapport aux autres. Le rotor tourne à une vitesse constante $\Omega = 2\pi n$, si n désigne le nombre de tours qu'il effectue chaque seconde.

Valeur instantanée de la f.é.m.

Chaque voie d'enroulement comporte $N/4$ spires en série (voir fig. 6). La f.é.m. totale e est telle que :

$$e = e_1 + e_2 + \dots + e_{N/4}$$

A un instant donné, les f.é.m. $e_1, e_2, e_3, \dots, e_{N/4}$, ont les valeurs représentées sur la figure 7.

Dans ces conditions on peut écrire :

$$e = \frac{e_1 + e_2 + e_3 \dots + e_{N/4}}{\frac{N}{4}} \cdot \frac{N}{4}$$

Or la première fraction n'est autre que la valeur moyenne de la f.é.m. e_s d'une spire sur l'intervalle $(0, \frac{T}{2})$. Nous avons vu au chapitre 41 que :

$$\bar{e}_s = \frac{2}{\pi} \Phi \Omega$$

Donc :
$$e = \frac{N}{4} \cdot \frac{2}{\pi} \Phi \Omega = \frac{N}{2\pi} \Phi \Omega = K \Phi \Omega$$

En réalité, la f.é.m. totale e fluctue quelque peu pendant le court intervalle de temps mis par chaque spire (ou chaque lame du collecteur) pour se substituer à la précédente (fig. 8). Mais cette fluctuation est très faible et l'on peut écrire :

$$e \approx E = K \Phi \Omega$$

Notons que $K = \frac{N}{2\pi}$ et $\Omega = 2\pi n$. Cette relation peut donc aussi s'écrire sous la forme suivante :

$$E = N n \Phi \begin{cases} E \text{ en volts} & (\text{v}) \\ n \text{ en tours par seconde} & (\text{tr/s}) \\ \Phi \text{ en webers} & (\text{Wb}) \end{cases}$$

1 La fréquence de rotation d'une machine bipolaire à courant continu est $n' = 1500$ tr/min. La f.é.m. est égale à $E = 220$ V. L'induit comporte $N = 240$ conducteurs actifs.

1. Quel est le flux maximal Φ embrassé par une spire ?
2. Calculer la constante K de la relation $E = K\Phi\Omega$?
3. Le courant nominal de la machine a pour intensité $I_n = 30,0$ A. Sachant que la densité maximale du courant dans chaque fil de bobinage est $5,0$ A/mm², quelle doit être la section minimale du fil de cuivre constituant l'induit ?

Solution :

1. Flux maximal Φ embrassé par une spire

L'expression de la f.é.m. E d'une machine bipolaire est :

$$E = nN\Phi$$

Cette relation permet de calculer la valeur du flux maximal :

$$\Phi = \frac{E}{Nn}$$

Soit :
$$\Phi = \left(\frac{220}{240 \times \frac{1500}{60}} \right) \text{Wb}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Phi \approx 36,7 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}}$$

2. Valeur de la constante K

Une autre expression de la f.é.m. est :

$$E = K\Phi\Omega \quad \text{avec} \quad \Omega = 2\pi n$$

En identifiant avec l'autre expression de E : $E = nN\Phi$

il vient :
$$K = \frac{N}{2\pi}$$

D'où :
$$K = \left(\frac{240}{2 \times \pi} \right) \text{U.S.I.}$$

$$\Rightarrow \boxed{K = 38,2 \text{ V/Wb} \cdot \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}}$$

3. Section minimale S du fil

La machine comporte deux voies d'enroulement. Pour un courant nominal $I_n = 30,0$ A, chaque voie est tra-

versée par un courant d'intensité $\frac{I_n}{2} = 15,0$ A (voir fig. 6).

La densité maximale du courant dans chaque fil étant $5,0$ A/mm² la section minimale est donc :

$$S = \left(\frac{15,0}{5,0} \right) \text{mm}^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{S = 3,0 \text{ mm}^2}$$

2 L'inducteur d'une machine à courant continu comporte 4 pôles. Le flux utile sous un pôle est $\Phi = 20,0$ mWb. Les conducteurs de l'induit sont répartis dans 44 encoches à raison de 6 conducteurs par encoche. L'enroulement est formé de 4 voies.

1. Pour une fréquence de rotation $n' = 1500$ tr/min quelle est la f.é.m. E de la machine ?
2. Quel est le nombre de spires dans chaque voie d'enroulement ?

Solution :

1. F.é.m. E de la machine

Cette machine comporte 2 paires de pôles ($p = 2$) et 2 paires de voies d'enroulement ($a = 2$). Pour déterminer sa f.é.m. nous appliquons la relation générale :

$$E = \frac{p}{a} Nn\Phi$$

D'où :

$$E = \left(\frac{2}{2} \times 44 \times 6 \times \frac{1500}{60} \times 20,0 \cdot 10^{-3} \right) \text{V}$$

$$\Rightarrow \boxed{E = 132 \text{ V}}$$

2. Nombre de spires

La machine comporte $N = 44 \times 6 = 264$ conducteurs actifs.

Il faut 2 conducteurs actifs pour faire une spire.

Chaque voie comporte donc un nombre de spires égal à :

$$N_1 = \frac{264}{4 \times 2} \text{ spires} \quad \Rightarrow \quad \boxed{N_1 = 33 \text{ spires}}$$

1 Moment d'un couple électromagnétique

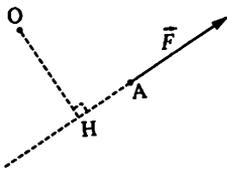


Fig. 1

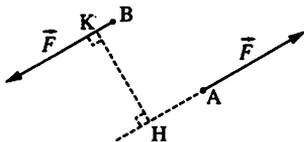


Fig. 2

Une force \vec{F}_A appliquée au point A d'un solide est représentée par un vecteur \vec{F} dont le module F s'exprime en newtons (N). L'origine de \vec{F} est en A (fig. 1).

Le moment de \vec{F}_A par rapport à un point O est donné par le produit :

$$\mathcal{M} = \pm (\text{OH} \cdot F) \quad (\mathcal{M} \text{ en newtons} \cdot \text{mètres} : \text{N} \cdot \text{m})$$

\mathcal{M} est positif si \vec{F}_A tend à faire tourner le solide dans le sens positif choisi, négatif dans le cas contraire.

Un couple de forces est un ensemble de deux forces \vec{F}_A et \vec{F}_B possédant même module F et même direction, mais de sens opposés (fig. 2).

Le moment T (de l'anglais *torque*) d'un couple par rapport à un point quelconque O est égal au produit :

$$T = \text{HK} \cdot F$$

On montre en mathématiques que l'ensemble de plusieurs couples de forces, appliqués à un même solide est équivalent à un couple unique. C'est pour cela que, par abus de langage, en électrotechnique, on parle « du couple électromagnétique » d'une machine, et souvent, même, on confond ce couple avec son moment.

2 Couple électromagnétique

Mise en évidence

Sur la figure 3 sont représentés deux conducteurs, diamétralement opposés, du rotor d'une machine à courant continu. Aucune hypothèse n'est faite sur le sens de rotation de l'induit (le rotor peut même être à l'arrêt).

Les deux conducteurs, placés dans le champ magnétique \vec{B} sont soumis à deux forces de Laplace \vec{F}_1 et \vec{F}_2 formant un couple de forces.

La somme des moments des couples de forces agissant sur l'ensemble des conducteurs de l'induit est le moment du couple électromagnétique (T_{em}).

Pour une valeur I de l'intensité du courant dans l'induit, T_{em} est le même, que la machine fonctionne en moteur, en génératrice ou qu'elle soit à l'arrêt (\vec{B} est supposé constant).

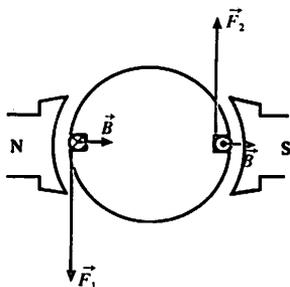
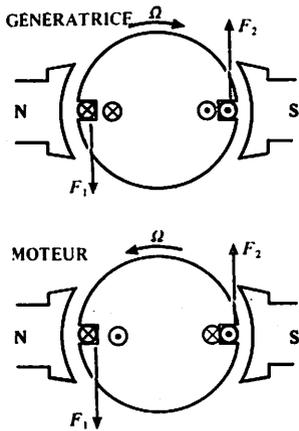


Fig. 3. Les forces de Laplace créent un couple de forces de moment résultant T_{em} .



⊗ ⊙ sens du courant
 ⊗ ⊙ sens de la f.é.m. dans un même conducteur

Fig. 4. \vec{F}_1 , \vec{F}_2 forces de Laplace participant à la création du couple électromagnétique.

En régime permanent un couple extérieur, de moment T' , équilibre les effets des forces telles que \vec{F}_1 et \vec{F}_2 .

En génératrice, T' entraîne l'induit et les forces de Laplace sont résistantes.

En moteur, les forces de Laplace entraînent l'induit et T' , dû essentiellement à la charge entraînée, est résistant.

Moment du couple électromagnétique

Pour un moteur, avec des orientations convenables pour que les grandeurs considérées soient positives, si l'induit présente une f.é.m. E et s'il est parcouru par le courant d'intensité I , il reçoit une puissance électromagnétique $P_{em} = EI$. D'après le principe de conservation de l'énergie, cette puissance est égale à la puissance développée par le couple électromagnétique tournant à la vitesse angulaire Ω :

$$T_{em} \Omega = EI$$

Or : $E = K\Phi\Omega$ et $EI = K\Phi I\Omega$

avec $K = \frac{N}{2\pi}$ pour une machine bipolaire

donc : $T_{em} = K\Phi I$ $\left\{ \begin{array}{l} T_{em} \text{ en newtons-mètres (Nm)} \\ \Phi \text{ en webers (Wb)} \\ I \text{ en ampères (A)} \end{array} \right.$

Le moment du couple électromagnétique est proportionnel à l'intensité I du courant dans l'induit et à la valeur Φ du flux utile sous un pôle ; il est indépendant de la vitesse de rotation.

Couple électromagnétique pour un moteur ou une génératrice

La figure 4 représente deux machines, l'une fonctionnant en génératrice, et l'autre en moteur.

Pour la génératrice les forces de Laplace \vec{F}_1 et \vec{F}_2 sont résistantes. Elles sont motrices dans le cas du moteur.

Le couple électromagnétique T_{em} est résistant dans un fonctionnement en génératrice. Il est moteur dans un fonctionnement en moteur.

3 Réversibilité de la machine à courant continu

Expérience

Dans le montage de la figure 5 a. MC_1 et MC_2 sont deux machines à courant continu mécaniquement solidaires.

a) Réglage n° 1 : K est ouvert. La machine MC_1 est entraînée par MC_2 ; nous réglons la tension U_2 pour que la f.é.m. de MC_1 ($E_1 = E_{10}$) soit égale à la tension U_1 qui sera maintenue constante pendant toute la durée de l'expérience. Soit U_{20} la valeur de U_2 nécessaire. Nous fermons alors K .

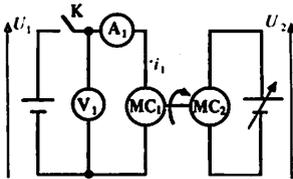


Fig. 5 a. schéma du montage utilisé.

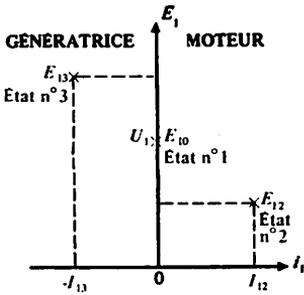


Fig. 5 b. Représentation des différents états de la machine MC_1 dans le plan (E_1, i_1) .
 fonctionnement en moteur $P_{em} = E \cdot i > 0$.
 Fonctionnement en génératrice $P_{em} = E \cdot i < 0$.

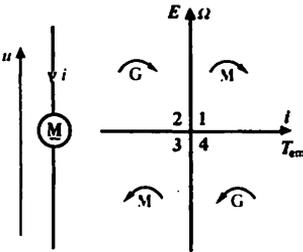


Fig. 6. Différents modes de fonctionnement d'une machine à courant continu.

- **État n° 1** : K est fermé, $i_1 = 0$, MC_1 ne fonctionne ni en moteur ni en génératrice ($P_{em_1} = E_1 i_1 = 0$).
- b) **Réglage n° 2** : K est ouvert et nous réglons U_2 à la valeur $\frac{U_{20}}{2}$.

Alors la vitesse du groupe diminue de façon importante ainsi que la f.é.m. de MC_1 qui devient égale à E_{12} ($E_{12} < E_{10}$). K est alors fermé à nouveau.

- **État n° 2** : K est fermé, $i_1 = I_{12} > 0$; E_1 s'oppose à U_1 et MC_1 fonctionne en moteur : $P_{em_2} = E_{12} I_{12} > 0$.

c) **Réglage n° 3** : K reste fermé. Nous augmentons progressivement U_2 jusqu'à $U_2 = 2U_{20}$. Au passage par la valeur $U_2 = U_{20}$, le courant d'intensité i_1 change de sens.

- **État n° 3** : pour $U_2 = 2U_{20}$ la f.é.m. de MC_1 est telle que $E_{13} > U_1$; E_1 impose le sens du courant : $i_1 = -I_{13}$ et MC_1 fonctionne en génératrice ($P_{em_3} = E_1 i_1 = -E_{13} I_{13} < 0$ avec la convention récepteur utilisée pour MC_1).

Conclusion

La machine MC_1 est passée continûment du fonctionnement en moteur au fonctionnement en génératrice (fig. 5 b) : la machine à courant continu est réversible.

Interprétation de la réversibilité

- Avec les notations utilisées précédemment et en appelant I l'intensité du courant dans l'induit, pour tout machine à courant continu nous pouvons écrire :

$$E = K\Phi\Omega \Rightarrow E = K'\Omega \text{ avec } K' = K\Phi$$

$$T_{em} = K\Phi I \Rightarrow I = \frac{T_{em}}{K'}$$

A flux Φ constant, E ne dépend que de Ω et I ne dépend que de T_{em} .

A flux constant, la f.é.m. de la machine et l'intensité du courant dans l'induit sont deux grandeurs indépendantes.

- Avec la convention récepteur (fig. 6) une machine fonctionne en moteur dans le quadrant 1 et en génératrice dans le quadrant 2 sans changement de sens de rotation. En revanche, du quadrant 1 vers le quadrant 4, par exemple, la réversibilité s'accompagne d'un changement de sens de rotation.

► Un dispositif à thyristors destiné à alimenter une machine à courant continu pouvant fonctionner dans les quatre quadrants doit comporter deux groupes de redresseurs, un pour chaque sens du courant dans l'induit.

1 La f.é.m. E d'une machine à courant continu est liée à sa fréquence de rotation n' (tours par minute) par la relation $E = 0,30n'$.

1. Donner la relation liant le moment du couple électromagnétique T_{em} de la machine à l'intensité I du courant qui parcourt l'induit.

Pour une fréquence de rotation $n' = 1200$ tr/min et un courant d'intensité $I = 12,0$ A, déterminer :

2. Le moment du couple électromagnétique T_{em} .

3. La puissance électromagnétique P_{em} développée par la machine ?

Solution :

1. Relation $T_{em}(I)$

L'expression du couple électromagnétique peut être déduite de la relation :

$$T_{em} \Omega = EI$$

Ω représente la vitesse angulaire de rotation de l'induit :

$$\Omega = 2\pi \frac{n'}{60}$$

Compte tenu de la relation qui fournit la valeur de la f.é.m. E nous pouvons écrire :

$$T_{em} = \frac{EI}{\Omega} = \frac{0,30n'I}{2\pi \frac{n'}{60}}$$

$$\text{D'où : } T_{em} = \frac{0,30 \times 60I}{2\pi} \Rightarrow \boxed{T_{em} = 2,87I}$$

2. Moment du couple T_{em}

Utilisons le résultat précédent :

$$T_{em} = (2,87 \times 12) \text{ Nm} \Rightarrow \boxed{T_{em} \approx 34,4 \text{ Nm}}$$

3. Puissance électromagnétique P_{em}

La puissance électromagnétique a pour expression :

$$P_{em} = T_{em} \cdot \Omega$$

$$\text{soit : } P_{em} = \left((2,87 \times 12) \left(2\pi \times \frac{1200}{60} \right) \right) \text{ W}$$

$$\Rightarrow \boxed{P_{em} = 4,32 \text{ kW}}$$

2 Un moteur à courant continu développe une puissance électromagnétique constante $P_{em} = 1,20$ kW.

L'expression du moment du couple électromagnétique T_{em} en fonction de l'intensité I du courant qui parcourt l'induit est $T_{em} = 0,20I$.

Donner l'expression de la fréquence de rotation n' en fonction de I .

(n' est exprimée en tours par minute.)

Solution :

Nous tirons l'expression de la fréquence de rotation n' de la relation donnant la puissance électromagnétique :

$$P_{em} = T_{em} \Omega$$

avec :

$$\Omega = 2\pi \frac{n'}{60} \quad (n' \text{ en tours par minute})$$

Nous obtenons :

$$P_{em} = T_{em} \left(\frac{2\pi n'}{60} \right) \Rightarrow n' = \frac{60P_{em}}{2\pi T_{em}}$$

En remplaçant T_{em} par son expression en fonction de I nous trouvons :

$$n' = \frac{60P_{em}}{2\pi \times 0,20I} = \frac{47,74P_{em}}{I}$$

Pour $P_{em} = 1,2$ kW nous aurons

$$n' = \frac{47,74 \times 1,2 \cdot 10^3}{I}$$

La fréquence de rotation n' est donc donnée en fonction de l'intensité I du courant dans l'induit par l'expression :

$$\Rightarrow \boxed{n' \approx \frac{57,3 \cdot 10^3}{I}}$$

Dans cette relation nous exprimons n' en tours par minute et I en ampères.

1 Fonctionnement à vide

Actuellement on obtient du courant continu à partir de sources de courant alternatif associées à des redresseurs. Les machines à courant continu sont donc essentiellement utilisées en moteurs.

Cependant, lors des phases de freinage, il arrive qu'un moteur à courant continu fonctionne en génératrice. C'est pourquoi il est indispensable d'étudier ce cas de fonctionnement.

Fig. 1. Caractéristique d'une machine à courant continu. Entre A et B le circuit magnétique de la machine n'est pas saturé et la courbe $E(i_c)$ est pratiquement une droite. Au-delà de B la f.é.m. croît de moins en moins pour des augmentations régulières Δi_c de i_c . La machine est de plus en plus saturée après le point C.

La caractéristique à vide, à vitesse constante ($\Omega = C^{10}$), est la courbe représentant la fonction $E(i_c)$, i_c étant l'intensité du courant inducteur (fig. 1). Le circuit de l'induit est ouvert, $I = 0$, et la tension mesurée aux bornes de la machine est égale à la f.é.m. E (fig. 2).

Puisque l'induit n'est parcouru par aucun courant, la machine ne fonctionne ni en génératrice ni en moteur ($P_{em} = 0$). La caractéristique $E(i_c)$ ainsi relevée pourra donc être utilisée quel que soit le fonctionnement ultérieur de la machine.

Remarque

En pratique, la caractéristique à vide de la machine est affectée par un phénomène d'hystérésis magnétique (fig. 3).

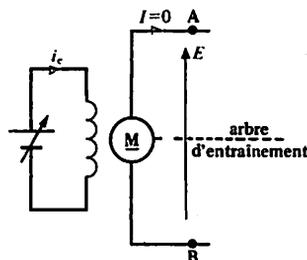
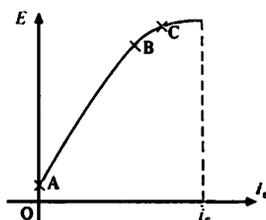
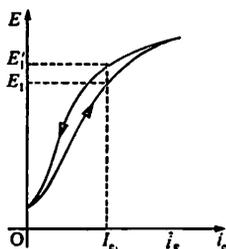


Fig. 2. Montage pour relever la caractéristique à vide de la machine à courant continu : $E(i_c)$. Le groupe est entraîné à vitesse $\Omega = C^{10}$. L'intensité du courant inducteur varie de 0 à i_c et pour chaque point on note la valeur de $E = V_A - V_B$.

Fig. 3. Hystérésis magnétique. Les relevés, en faisant croître i_c de 0 à i_c puis en les faisant décroître de i_c à 0, donnent des valeurs de E très légèrement différentes. En fonctionnement industriel si $i_c = i_{c1}$, alors la f.é.m. est comprise entre E_1 et E'_1 .



2 Fonctionnement en charge

Nous limitons cette étude au cas de la génératrice à excitation séparée.

- La caractéristique en charge d'une génératrice à excitation séparée (fig. 4) est la courbe $U(I)$ relevée à vitesse constante ($\Omega = C^{10}$), et à courant inducteur d'intensité constante ($i_c = C^{10}$).

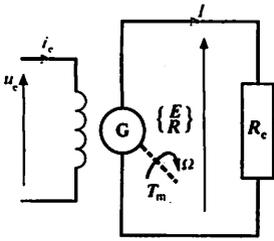


Fig. 4. Fonctionnement en charge de la génératrice à excitation séparée.

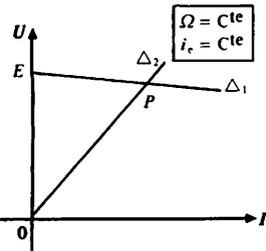


Fig. 5. Caractéristique et point de fonctionnement en charge de la génératrice à excitation séparée.

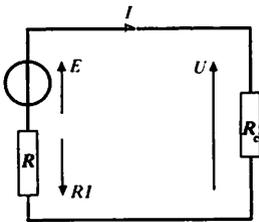


Fig. 6. Modèle équivalent du circuit induit-charge.

► L'enroulement de compensation est placé au stator, au voisinage des pôles inducteurs, et parcouru par le courant induit. Lorsque la réaction d'induit est supprimée, la machine est dite parfaitement compensée.

- Si l'on admet que la f.é.m. de la machine est constante et égale à E_0 , la relation $U(I)$ s'écrit :

$$U = E_0 - RI$$

Cette équation correspond à la droite Δ_1 sur la figure 5. RI est la chute ohmique de tension dans l'induit.

- Le modèle équivalent de la génératrice est représenté figure 6.

Point de fonctionnement en charge

Au laboratoire, la génératrice débite dans une résistance R_c . Dans ces conditions la charge impose : $U = R_c I$ (droite Δ_2 sur la figure 5). Le point P, situé à l'intersection des droites Δ_1 et Δ_2 , est le point de fonctionnement en charge de la génératrice.

Réaction magnétique d'induit

- Dans le modèle adopté au paragraphe précédent, la f.é.m. est supposée constante et égale à la tension à vide : $E_0 = U_0$.
- En réalité, à vitesse Ω constante, pour les fortes valeurs de l'intensité I du courant d'induit, la tension U est inférieure à $(E_0 - RI)$. Cela traduit le fait que la f.é.m. a une valeur en charge E_c inférieure à sa valeur E_0 à vide (fig. 7).

Interprétation

La vitesse de la machine étant constante si la f.é.m. de la machine est plus faible en charge qu'à vide, c'est que le flux magnétique utile dépend du courant dans l'induit. En charge, pour un courant d'intensité I , sa valeur Φ_c est inférieure à sa valeur à vide Φ_v : $\Phi_c < \Phi_v \Rightarrow E_c < E_0$

C'est le phénomène de réaction d'induit. On désigne par ε la diminution de f.é.m. qu'il entraîne :

$$\varepsilon = E_0 - E_c$$

Dans l'équation donnant la tension U :

$$U = E_0 - RI - \varepsilon$$

ε représente une chute (ou diminution) de tension supplémentaire, d'origine non ohmique. Par conséquent la réaction magnétique d'induit n'est responsable d'aucune dissipation supplémentaire de puissance.

- On peut atténuer ou même supprimer la réaction magnétique d'induit grâce à un enroulement de compensation.

3 Bilan des puissances

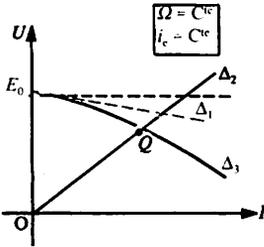


Fig. 7. Mise en évidence de la réaction d'induit. A l'équation $(E_0 - RI)$ correspond la droite Δ_1 . A l'équation $U = E_c - RI$ correspond la courbe Δ_2 . La f.é.m. en charge E_c est inférieure à la f.é.m. à vide, en général, et elle décroît quand l'intensité I augmente.

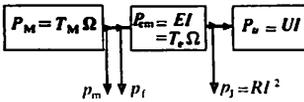


Fig. 8. Bilan des puissances dans le fonctionnement en génératrice : le rendement de la génératrice s'écrit :

$$\eta = \frac{P_u}{P_M} = \frac{UI}{UI + p_f + p_m + p_l}$$

Considérons le fonctionnement de la machine au point Q (fig. 7).

$P_u = UI$ est la puissance utile ;

$P_j = RI^2$ représente les pertes par effet Joule dans l'induit ;

$P_{em} = E_c I$ est la puissance électromagnétique.

Puisque $E_c = U + RI$: $P_{em} = P_u + RI^2 = T_{em} \Omega$.

Le couple de moment T_M qui entraîne l'arbre de la machine communique la puissance :

$$P_M = T_M \Omega$$

Cette puissance est toujours supérieure à la puissance électromagnétique :

$$P_M > P_{em}$$

La différence entre P_M et P_{em} correspond essentiellement aux pertes mécaniques (p_m) et aux pertes dans le fer (p_f) (fig. 8).

A cette différence de puissances on fait souvent correspondre un couple dit de pertes de moment T_p tel que :

$$T_p \Omega = P_M - P_{em}$$

Application

Comme nous l'avons dit en introduction, la machine à courant continu n'est pratiquement plus utilisée pour la production d'énergie électrique. En revanche, pendant leurs phases de freinage, les moteurs à courant continu équipant les machines-outils, les engins de levage et de traction peuvent fonctionner transitoirement en génératrice.

L'énergie cinétique des charges entraînées durant le fonctionnement en moteur peut ainsi être récupérée durant le freinage de ces charges. Elle est transformée en énergie électrique par la machine à courant continu, et elle peut être renvoyée sur le réseau avec un bon rendement.

1 Une génératrice à excitation indépendante débite un courant d'intensité $I = 40,0 \text{ A}$ sous une tension $U = 220 \text{ V}$. La résistance de l'induit mesurée, entre bornes, est $R = 0,50 \Omega$.

1. Quelle puissance utile P_u est fournie par la génératrice dans ces conditions de fonctionnement ?
2. Quelle est la f.é.m. en charge ?

Solution :

1. Puissance utile P_u

La puissance utile fournie par la génératrice est donnée par la relation :

$$P_u = UI$$

D'où :

$$P_u = (220 \times 40) \text{ W} \Rightarrow \boxed{P_u = 8,8 \text{ kW}}$$

2. F.é.m. en charge

Pour un fonctionnement en génératrice, la f.é.m. E est égale à (fig. 9)

$$E = U + RI$$

soit :

$$E = (220 + 0,5 \times 40) \text{ V} \Rightarrow \boxed{E = 240 \text{ V}}$$

2 Une machine à courant continu fonctionne à flux constant (l'inducteur est à aimants permanents).

Un essai à vide effectué pour une fréquence de rotation $n'_0 = 1\,600 \text{ tr/min}$ a donné $E_0 = 240 \text{ V}$.

La machine fonctionne en génératrice. Elle alimente une charge sous une tension $U = 220 \text{ V}$.

L'induit, de résistance $R = 0,50 \Omega$, fournit un courant d'intensité $I = 24 \text{ A}$. Le moment du couple qui entraîne la machine est égal à $T_M = 35,6 \text{ Nm}$.

1. Calculer la f.é.m. de la machine.
2. Quelle est sa fréquence de rotation n' ?
3. Calculer le moment de son couple électromagnétique T_{em} .
4. Quelle est la puissance P_a absorbée par la génératrice ?

Solution :

1. F.é.m. de la machine

La machine étant représentée par son modèle équivalent (voir fig. 9), la f.é.m. E de la génératrice en charge est égale à :

$$E = U + RI$$

$$E = (220 + 0,5 \times 24) \text{ V} \Rightarrow \boxed{E = 232 \text{ V}}$$

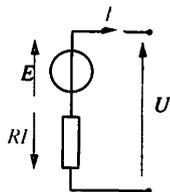


Fig. 9.
Modèle équivalent de la génératrice.

2. Fréquence de rotation n'

Puisque le flux est constant nous pouvons écrire les relations suivantes :

$$\frac{n'}{n'_0} = \frac{E}{E_0} \Rightarrow n' = n'_0 \frac{E}{E_0}$$

$$\text{soit : } n' = \left(1\,600 \times \frac{232}{240} \right) \text{ tr/min}$$

$$\Rightarrow \boxed{n' \approx 1,55 \cdot 10^3 \text{ tr/min}}$$

3. Moment du couple électromagnétique T_{em}

Nous utilisons la relation de définition du moment du couple électromagnétique :

$$T_{em} = \frac{EI}{\Omega}$$

$$\text{D'où : } T_m = \left(\frac{232 \times 24}{2\pi \times \frac{1\,547}{60}} \right) \text{ Nm}$$

$$\Rightarrow \boxed{T_{em} \approx 34,4 \text{ Nm}}$$

4. Puissance P_a absorbée

Le couple de moment T_M , exercé par la machine qui entraîne l'arbre de la génératrice, fournit la puissance P_a :

$$P_a = T_M \cdot \Omega$$

$$\text{soit : } P_a = \left(35,6 \times 2\pi \times \frac{1\,547}{60} \right) \text{ W}$$

$$\Rightarrow \boxed{P_a = 5,76 \text{ kW}}$$

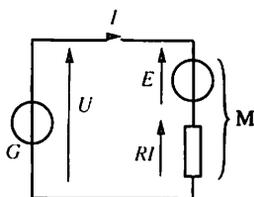


Fig. 1. La source de tension G alimente le moteur M représenté ici au moyen de son modèle équivalent.

Notre étude porte sur un moteur parfaitement compensé :

- si l'inducteur est bobiné, le flux Φ ne dépend alors que du courant d'excitation ;
- s'il s'agit d'un moteur à aimants permanents, le flux Φ est constant.

Ce moteur est alimenté par une source de tension (fig. 1). En régime permanent, le moment du couple moteur, T_u , est égal au moment du couple résistant, T_r . Nous négligeons le moment du couple de pertes T_p :

$$\begin{cases} T_u = T_r \\ T_u \approx T_{\text{om}} = K\Phi I \end{cases}$$

1 Fonctionnement sous tension d'induit constante ($U = C^{\text{te}}$) et excitation constante ($i_e = C^{\text{te}}$)

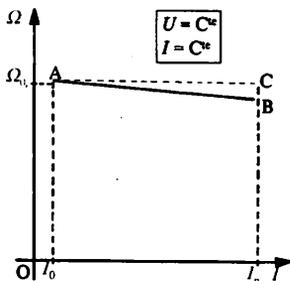


Fig. 2. Caractéristique de vitesse du moteur à excitation séparée :

$$\Omega = \frac{U}{K\Phi} - \frac{RI}{K\Phi} = \Omega_0 - \frac{RI}{K\Phi}$$

Entre la marche à vide et la marche à pleine charge ($I = I_n$) le moteur, alimenté sous une tension d'induit constante, ralentit très peu. En réalité, à vide, l'intensité du courant d'induit n'est pas nulle ($I_0 \ll I_n$). Le couple électromagnétique de moment T_e ($T_e = K\Phi I_0$) sert alors uniquement à vaincre le couple de pertes de la machine de moment T_p (pertes dans le fer et pertes mécaniques).

► Rappelons que, pour une machine compensée, la f.é.m. E ne dépend que du courant d'excitation. Si l'intensité i_e de ce courant est constante alors $E = \text{Constante}$.

Caractéristique de vitesse $\Omega(I)$

Deux relations permettent d'obtenir une expression de la vitesse Ω en fonction de U :

$$\begin{cases} U = E + RI \\ E = K\Phi\Omega \end{cases} \quad \text{D'où : } \Omega = \frac{E}{K\Phi} \Rightarrow \Omega = \frac{U - RI}{K\Phi}$$

A vide : l'intensité I_0 du courant dans l'induit est faible et le produit RI_0 est négligeable devant U .

$$\Omega = \Omega_0 = \frac{U}{K\Phi}$$

En fonctionnement normal : lorsque RI n'est pas négligeable devant U , la vitesse Ω est inférieure à Ω_0 et elle décroît légèrement lorsque l'intensité I augmente :

$$\Omega = \Omega_0 - \frac{RI}{K\Phi}$$

La caractéristique de vitesse correspondante est un segment de droite à faible pente (segment AB , fig. 2).

Souvent RI est négligeable devant U et $\Omega \approx \Omega_0$. La caractéristique de vitesse est alors un segment de droite horizontale (segment AC , fig. 2).

A tension d'induit et à excitation constante, la vitesse angulaire du moteur à excitation séparée reste voisine de sa vitesse à vide Ω_0 .

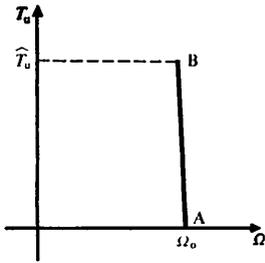


Fig. 3. Caractéristique mécanique du moteur à excitation séparée. Équation de la caractéristique mécanique :

$$\Omega = \Omega_0 - \frac{R}{K\Phi} I \Leftrightarrow I = \frac{K\Phi}{R} (\Omega_0 - \Omega)$$

$$I \approx \frac{T_u}{K\Phi} \Leftrightarrow T_u = \frac{(K\Phi)^2}{R} (\Omega_0 - \Omega)$$

soit : $T_u = a(\Omega_0 - \Omega)$

Noter que Ω est porté en abscisse sur cette figure alors que cette grandeur est portée en ordonnée sur la figure 2.

$$T_r = C^{te}$$

Machines utilisées pour le levage,

le broyage et le convoyage.

$$T_r = kn \quad k = C^{te}$$

Agitateurs, pompes doseuses, mixeurs industriels.

$$T_r = k/n \quad k = C^{te}$$

Machines utilisées pour le

tournage, le fraisage, le perçage.

$$T_r = kn^2 \quad k = C^{te}$$

Ventilateurs, pompes centrifuges.

Intensité du courant dans l'induit

Lorsque le moteur fonctionne à vitesse constante :

$$T_r = T_u; \quad T_u = K\Phi I \quad \text{donc : } I = \frac{T_r}{K\Phi}$$

En régime permanent, le couple résistant $T_r (T_r = T_u)$ impose la valeur du courant dans l'induit.

Caractéristique mécanique $T_u(\Omega)$

Cette caractéristique (fig. 3) se déduit directement de la caractéristique de vitesse. En effet, T_u étant proportionnel à I , les courbes représentant les fonctions $\Omega(I)$ et $\Omega(T_u)$ ont même allure.

Point de fonctionnement du moteur.

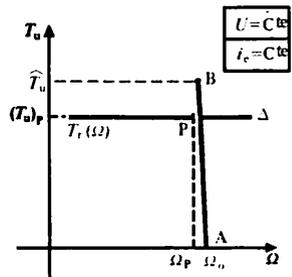
Considérons le cas, fréquent en pratique, où la machine entraînée présente un couple résistant sensiblement constant (fig. 4). Sa caractéristique mécanique, $T_r(\Omega)$ est représentée par la droite Δ . En fonctionnement stable, le moment du couple utile est égal au moment du couple résistant :

$$T_u = T_r$$

Le point P de fonctionnement du groupe est à l'intersection des deux caractéristiques mécaniques.

Fig. 4. Point de fonctionnement d'un groupe constitué d'un moteur, dont la caractéristique mécanique est AB, et d'une machine, dont la caractéristique mécanique est la portion de droite Δ .

Les conditions de fonctionnement du groupe (valeurs des moments des couples T_u , T_r et de la vitesse Ω) correspondent aux coordonnées du point P.



2 Fonctionnement sous tension d'induit U réglable et à excitation constante

L'expression de la vitesse à vide du moteur en

fonction de la tension d'alimentation : $\Omega_0 = \frac{U}{K\Phi}$

montre que Ω_0 et U sont des grandeurs proportionnelles à flux Φ constant (avec l'hypothèse simplificatrice : $RI_0 \ll U$).

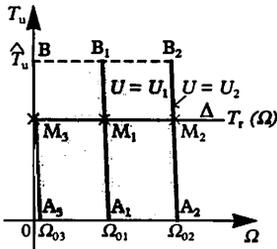


Fig. 5. Caractéristiques mécaniques du moteur à excitation séparée pour plusieurs valeurs de la tension d'induit. La vitesse du moteur est fixée par la tension d'induit. La charge n'a qu'une très petite influence sur cette vitesse. Les points de fonctionnement sont respectivement : M_1 , sous la tension U_1 , M_2 , sous la tension U_2 , M_3 , sous la tension U_3 .

Pour deux tensions différentes U_1 et U_2 , les vitesses à vide sont respectivement égales à Ω_{01} et Ω_{02} et nous pouvons écrire :

$$\frac{\Omega_{01}}{U_1} = \frac{\Omega_{02}}{U_2} = \frac{1}{K\Phi}$$

La vitesse d'un moteur à excitation séparée diminuant légèrement quand on le charge, les deux caractéristiques mécaniques A_1B_1 (pour la tension U_1) et A_2B_2 (pour la tension U_2) sont des droites parallèles et sensiblement verticales dans le plan (T_u, Ω) (fig. 5). Pour une charge dont la caractéristique mécanique $T_r(\Omega)$ est une droite Δ , nous constatons que la vitesse du groupe peut être réglée en agissant sur la tension d'alimentation (le point de fonctionnement est M_1 sous la tension U_1 , M_2 sous la tension U_2).

En particulier, il est possible de maintenir la charge immobile (point M_3). Cette propriété remarquable est intéressante pour des engins de levage.

3 Caractéristiques réelles

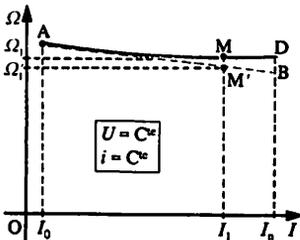


Fig. 6. Caractéristiques de vitesse (idéale et réelle) : $U = C\phi$; $i = C\phi$.

Pour obtenir les caractéristiques précédentes nous avons supposé que la machine était parfaitement compensée c'est-à-dire que la réaction magnétique de l'induit ne se manifestait pas. Les caractéristiques réelles, relevées lors des essais en plateforme, peuvent plus ou moins s'écarter de ces caractéristiques idéales.

La caractéristique de vitesse d'un moteur, relevée à courant inducteur et tension d'induit constants est un arc de courbe AD (fig. 6). Le segment AB est la caractéristique idéale correspondante.

4 Conclusions et applications

Le moteur est donc particulièrement adapté aux entraînements de machines nécessitant une vitesse réglable dans de grandes proportions et présentant un couple résistant important à basse vitesse (machines-outils, engins de levage).

Le moteur à excitation séparée se caractérise donc par :

- une vitesse sensiblement constante lorsqu'il est alimenté sous une tension d'induit U constante, quelle que soit la charge ;
- une vitesse réglable de façon continue entre la vitesse maximale et l'arrêt, quelle que soit la charge lorsque U varie ;
- un couple moteur qui peut être réglé indépendamment de la vitesse.

1 Un moteur à courant continu, à excitation indépendante et constante, dont la résistance de l'induit est : $R = 0,80 \Omega$, fonctionne dans les conditions suivantes :

- tension d'induit : $U = 130 \text{ V}$;
- à vide, intensité du courant traversant l'induit : $I_0 = 1,20 \text{ A}$;
- en charge, à la fréquence de rotation $n' = 1200 \text{ tr/min}$, intensité du courant traversant l'induit : $I = 25 \text{ A}$.

1. Calculer la f.é.m. en charge.
2. Pour ce même fonctionnement en charge, déterminer le moment T_{em} de son couple électromagnétique.
3. Pour le fonctionnement à vide, déterminer la fréquence de rotation.

Solution :

1. F.é.m. E du moteur en charge

De la relation donnant la tension U aux bornes de l'induit d'un moteur nous tirons E (voir fig. 1) :

$$U = E + RI \Rightarrow E = U - RI$$

$$E = (130 - 0,80 \times 25) \text{ V} \Rightarrow \boxed{E = 110 \text{ V}}$$

2. Moment du couple T_{em}

$$T_{em} = \frac{EI}{\Omega}$$

$$\text{soit : } T_{em} = \left(\frac{110 \times 25}{2\pi \times \frac{1200}{60}} \right) \text{ Nm}$$

$$\Rightarrow \boxed{T_{em} \approx 21,9 \text{ Nm}}$$

3. Fréquence de rotation n'_0 à vide

Le moteur fonctionnant à flux constant, le rapport de deux f.é.m. E_0 et E pour deux fréquences de rotation, respectivement n'_0 et n' , est tel que :

$$\frac{E_0}{E} = \frac{n'_0}{n'} \Rightarrow n'_0 = n' \frac{E_0}{E}$$

Pour calculer n'_0 il faut connaître E_0 . L'énoncé fournit les éléments nécessaires à ce calcul

$$E_0 = U - RI_0 \Rightarrow E_0 = (130 - 0,8 \times 1,2) \text{ V}$$

$$E_0 = 129 \text{ V} \Rightarrow n'_0 = \left(1200 \times \frac{129}{110} \right) \text{ tr/min}$$

$$\Rightarrow \boxed{n'_0 = 1407 \text{ tr/min}}$$

2 Un moteur à courant continu est alimenté sous tension d'induit U réglable. Le moment du couple électromagnétique a pour expression $T_{em} = 0,20I$. Le couple de pertes T_p est négligeable. La résistance de l'induit est égale à : $R = 0,20 \Omega$. Le moteur entraîne une charge qui développe un couple résistant de moment $T_r = 10,0 \text{ Nm}$.

1. Calculer l'intensité du courant d'induit I .
2. Déterminer l'expression $\Omega(U)$.

Solution :

1. Intensité du courant d'induit I

Le régime permanent est caractérisé par l'égalité des moments des couples T_u et T_r :

$$T_u = T_r \text{ avec : } T_u = T_{em} - T_p$$

Comme $T_p = 0$ il vient :

$$T_{em} = T_r = 10,0 \text{ Nm} \text{ avec : } T_{em} = 0,20I.$$

$$\text{D'où : } I = \frac{T_r}{0,20}$$

$$\text{soit : } I = \left(\frac{10}{0,20} \right) \text{ A} \Rightarrow \boxed{I = 50,0 \text{ A}}$$

2. Expression de Ω en fonction de U

$$\begin{cases} U = E + RI \\ E = K\Phi\Omega \end{cases}$$

$$\text{D'où : } \Omega = \frac{U - RI}{K\Phi} = \frac{U}{K\Phi} - \frac{RI}{K\Phi}$$

Déterminons la valeur du produit $K\Phi$.

$$T_{em} = K\Phi I \Rightarrow K\Phi = \frac{T_{em}}{I} \Rightarrow K\Phi = 0,20$$

La relation cherchée s'écrit donc :

$$\Omega = \left(\frac{U}{0,20} - \frac{0,20 \times 50}{0,20} \right) \text{ rad/s}$$

$$\text{soit : } \Rightarrow \boxed{\Omega = (5U - 50) \text{ rad/s}}$$

1 Moteur à excitation en série

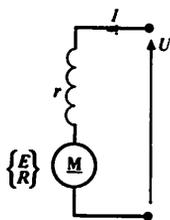


Fig. 1. Moteur à excitation en série.

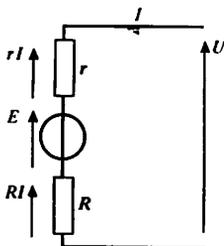


Fig. 2. Modèle équivalent du moteur à excitation en série.

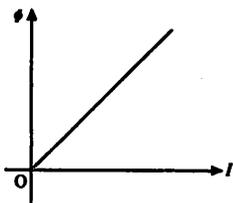
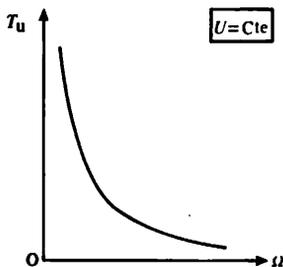


Fig. 3. Flux sous un pôle (circuit magnétique non saturé).

Fig. 4. Caractéristique mécanique du moteur à excitation en série pour une tension U fixée.

L'inducteur de ce moteur est en série avec l'induit (fig. 1) : le courant d'induit est également le courant d'excitation.

Le modèle équivalent de ce moteur est représenté figure 2.

Pour cette étude nous supposons que le flux Φ sous un pôle est proportionnel au courant d'excitation (fig. 3), c'est-à-dire que le circuit magnétique n'est pas saturé.

F.é.m. et couple moteur

Avec les notations de la figure 2, et en tenant compte de l'expression du moment du couple utile d'un moteur à courant continu (valeur approchée, voir chapitre 45, § 1), nous pouvons écrire :

$$\begin{cases} U = E + (R + r)I \\ E = K\Phi\Omega \\ \Phi = kI \text{ avec } k = C^{10} \\ T_u = K\Phi I \end{cases}$$

Nous en déduisons :

- d'une part une expression de la f.é.m. du moteur :

$$E = Kk\Omega I \Rightarrow E = K'\Omega I \text{ avec : } K' = Kk = C^{10}$$

- d'autre part une relation entre moment du couple utile et intensité du courant appelé par le moteur :

$$T_u = K\Phi I = KkI^2 \Rightarrow T_u = K'I^2$$

Caractéristique mécanique sous tension nominale

La caractéristique de la figure 4 montre que le moment T_u du couple moteur varie beaucoup en fonction de la vitesse Ω : très important à faible vitesse, il diminue rapidement quand cette dernière augmente.

Sous la tension nominale, le moteur à excitation en série ne peut fonctionner à faible charge (a fortiori il ne peut fonctionner à vide) : la vitesse qui correspond à de telles conditions de fonctionnement dépasse largement la limite admissible.

MOTEUR UNIVERSEL

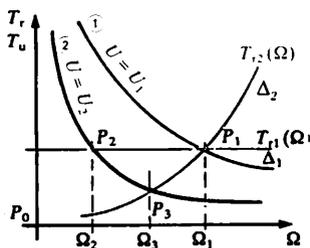


Fig. 5. Modification de la caractéristique mécanique d'un moteur à excitation en série.

— Deux caractéristiques mécaniques (courbes ① et ②)

pour deux tensions d'alimentation différentes U_1 et $U_2 < U_1$.

— Pour la caractéristique de charge $T_r(\Omega)$, représentée par la droite Δ_1 , le point de fonctionnement est P_1 sous la tension U_1 et devient P_2 sous la tension U_2 : la vitesse du groupe diminue considérablement sans que le couple moteur soit affecté.

— Si la caractéristique en charge est la courbe Δ_2 (caractéristique de type « traction »), le point de fonctionnement passe de P_1 en P_3 quand la tension d'alimentation diminue de U_1 à U_2 .

Relation entre T_u et Ω

Nous négligeons la chute de tension dans l'induit et dans l'inducteur $[(R+r)I \ll U]$. La f.é.m. du moteur est alors fixée par la tension aux bornes du moteur et nous pouvons écrire :

$$E = U \quad \text{et} \quad I = \frac{U}{K' \Omega}$$

$$\text{soit, puisque } T_u = K' I^2 : \quad T_u = \frac{U^2}{K' \Omega^2}$$

ce qui peut se traduire aussi par la relation :

$$T_u \Omega^2 = C'^2$$

C'est l'équation de la caractéristique mécanique.

Fonctionnement sous tension réduite

Dans la mesure où la vitesse du moteur n'est pas trop faible, la f.é.m. de la machine reste sensiblement égale à la tension U appliquée entre ses bornes. L'équation de la caractéristique mécanique, précédemment établie, reste applicable :

$$T_u \Omega^2 = \frac{U^2}{K'}$$

La diminution de la tension d'alimentation permet donc d'obtenir un déplacement de la caractéristique mécanique de la machine (fig. 5).

En pratique, pour les moteurs de forte puissance, il faut avoir recours à une combinaison de moyens (tension réduite, « shuntage » de l'inducteur, contrôle du courant d'induit) pour obtenir un fonctionnement satisfaisant à très faible vitesse, ou au démarrage, et quand le couple résistant est faible (ce cas se rencontre, par exemple, avec une locomotive électrique se déplaçant seule).

Applications

Ce moteur est particulièrement adapté à l'entraînement des charges exigeant un couple important au démarrage et à basse vitesse. On le rencontre dans le domaine des très fortes puissances (1 à 10 MW), en traction électrique ou dans l'entraînement des laminoirs. Pour ces applications, cependant, il tend de plus en plus à être remplacé par un moteur synchrone particulier appelé *moteur synchrone autopiloté* ou *moteur autosynchrone*. En petite puissance, il est employé comme démarreur des moteurs à explosion dans les automobiles.

2 Moteur universel

Expérience

Alimentons sous une tension continue de quelques dizaines de volts (50 V environ) un moteur de moulin à café ou un moteur d'aspirateur prévu pour être alimenté sous tension alternative sinusoïdale de 220 V. Il fonctionne parfaitement, à vide comme en charge, dans les conditions de cet essai.



Fig. 6. Moteur universel.

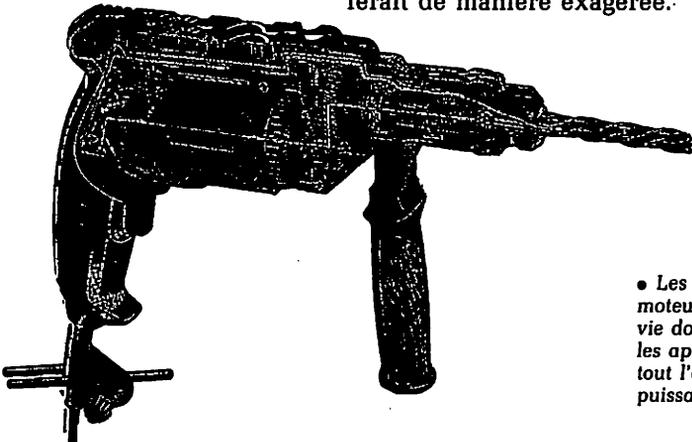
● Dans ce moteur l'inducteur et l'induit sont en série : c'est un moteur à excitation en série.

Interprétation

- L'examen du moteur révèle qu'il possède la structure d'un moteur à excitation en série (fig. 6). Toutefois le circuit magnétique est totalement feuilleté afin de diminuer les pertes dans le fer en courant alternatif.
- Le moment du couple d'un moteur à excitation en série est proportionnel au carré de l'intensité du courant qui le traverse. Ce moment ne dépend pas du sens du courant (la force de Laplace qui s'exerce sur un conducteur conserve le même sens si le champ magnétique et le courant changent de sens en même temps). Cette propriété est exploitée dans le moteur universel, alimenté en courant alternatif.

Remarque pratique

S'il est sans danger de faire fonctionner un moteur universel, prévu pour une alimentation alternative, en l'alimentant sous une tension continue convenable, en revanche, il est impossible d'utiliser un moteur à excitation en série à courant continu sous une tension alternative : il chaufferait de manière exagérée.



● Les moteurs universels sont les moteurs les plus utilisés dans la vie domestique. Ils équipent tous les appareils électroménagers et tout l'outillage de petite puissance (perceuses).

1 Un moteur à excitation en série fonctionne dans les conditions suivantes : $U = 400 \text{ V}$, $I = 80 \text{ A}$, $n' = 820 \text{ tr/min}$. Le moment T_p du couple de pertes est $5,4 \text{ Nm}$. La résistance totale R du moteur est $0,50 \Omega$. Quel est le moment T_r du couple résistant de la charge entraînée par le moteur ?

Solution :

En régime permanent, T_r est égal au moment T_u du couple utile : $T_r = T_u$

Nous allons donc chercher T_u . Ce moment se déduit de la valeur du moment T_{em} du couple électromagnétique par la relation : $T_u = T_{em} - T_p$

$$\text{avec : } T_{em} = \frac{EI}{\Omega} \text{ et } \Omega = 2\pi \frac{n'}{60}$$

La f.é.m. E du moteur peut être calculée aisément (voir fig. 1) :

$$E = U - RI \Rightarrow E = (400 - 0,50 \times 80) \text{ V} \\ \Rightarrow E = 360 \text{ V}$$

D'où :

$$T_u = \left(\frac{360 \times 80}{2\pi \times \frac{820}{60}} - 5,4 \right) \text{ Nm} \Rightarrow T_u = 330 \text{ Nm}$$

Le moment du couple résistant est donc égal à : $T_r = 330 \text{ Nm}$

2 Le moment du couple électromagnétique d'un moteur à excitation en série non saturé est 20 Nm . Le flux Φ sous un pôle est proportionnel à l'intensité du courant d'excitation. L'intensité du courant appelé par le moteur double. Quelle est la nouvelle valeur du moment du couple électromagnétique ?

Solution :

Le flux Φ sous un pôle étant proportionnel à l'intensité du courant d'excitation $i_a = I$, l'expression générale du moment du couple électromagnétique du moteur série s'écrit : $T_{em} = K'I^2$.

Si I double, T_{em} est multiplié par quatre : $T_{em} = 80 \text{ Nm}$

3 La f.é.m. E d'un moteur à excitation en série a pour expression $E = 58 \cdot 10^{-3} I \Omega$. Le moteur est alimenté sous la tension $U = 750 \text{ V}$ et sa résistance totale vaut $R = 0,10 \Omega$. L'induit est parcouru par un courant d'intensité $I = 200 \text{ A}$.

1. Calculer la f.é.m. E du moteur.

2. Quelle est la fréquence de rotation n' du moteur ?

3. Calculer le moment T_{em} de son couple électromagnétique.

Solution :

1. F.é.m. E (voir fig. 1)

Elle est donnée par l'expression :

$$E = U - RI$$

soit :

$$E = (750 - 0,1 \times 200) \text{ V} \Rightarrow E = 730 \text{ V}$$

2. Fréquence de rotation n'

La fréquence de rotation est égale à :

$$n' = 60 \frac{\Omega}{2\pi}$$

La relation $E = 58 \cdot 10^{-3} I \Omega$ permet de calculer Ω :

$$\Omega = \frac{E}{58 \cdot 10^{-3} I}$$

$$\Rightarrow \Omega = \left(\frac{730}{58 \cdot 10^{-3} \times 200} \right) \text{ rad/s}$$

$$\Rightarrow \Omega = 62,9 \text{ rad/s}$$

$$\text{D'où : } n' = \left(\frac{62,9}{2\pi} \times 60 \right) \text{ tr/min}$$

$$\Rightarrow n' \approx 601 \text{ tr/min}$$

3. Moment T_{em} du couple électromagnétique

$$\text{Par définition : } T_{em} = \frac{EI}{\Omega}$$

$$\text{D'où : } T_{em} = \left(\frac{730 \times 200}{62,93} \right) \text{ Nm}$$

$$\Rightarrow T_{em} \approx 2,32 \cdot 10^3 \text{ Nm}$$

1 Démarrage du moteur à excitation indépendante

Expérience

Un moteur est équipé d'une poulie (fig. 1) afin que son arbre soit soumis à l'action d'un couple résistant constant, de moment T_r (lorsque la masse m ne repose pas sur le sol). Nous faisons progressivement croître la tension aux bornes de l'induit. Nous constatons que le moteur ne commence à tourner que lorsque l'intensité I dépasse un certain seuil I_s .

Interprétation

A l'instant où le moteur démarre, le moment du couple utile T_{ud} est sensiblement égal au moment du couple électromagnétique T_{em} . En effet le moment du couple de pertes (très faible à l'arrêt et à petite vitesse) est alors négligeable devant T_{em} . Si nous appelons I_d l'intensité du courant dans l'induit au démarrage et Φ le flux utile sous un pôle nous pouvons donc écrire :

$$T_{ud} \approx T_{em} = K\Phi I_d$$

Condition de démarrage

Le moteur ne peut commencer à tourner que si T_{ud} est supérieur au moment T_r du couple résistant :

$$T_{ud} > T_r \Rightarrow K\Phi I_d > T_r$$

D'où la condition à réaliser pour l'intensité I_d :

$$I_d > \frac{T_r}{K\Phi}$$

Le moteur démarre lorsque l'intensité du courant dans l'induit atteint le seuil :

$$I_s = \frac{T_r}{K\Phi}$$

Dans la réalité, I_d doit légèrement dépasser I_s . La vitesse du moteur augmente alors (on dit que le moteur « accélère »). Toutefois I_d doit rester inférieur à une limite imposée par les contraintes mécaniques et par les contraintes électriques (résultant de la section des conducteurs, de la tenue des balais, etc.) qui sont admissibles par la machine. La vitesse se stabilise lorsque l'égalité $T_u = T_r$ est réalisée.

Conséquences pratiques

Pour démarrer le moteur, il faut donc obtenir un

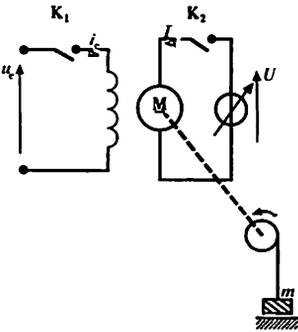


Fig. 1. Démarrage d'un moteur à excitation indépendante.

Le sens de rotation doit être tel que le moteur soit susceptible de soulever la masse m de poids mg . Pour modifier le sens de rotation, il faut inverser soit le sens du courant d'excitation, soit celui du courant d'induit. La charge exerce un couple résistant de moment T_r .

Fermer K_1 : le flux utile s'établit dans la machine. Après avoir réglé U à une valeur faible, fermer K_2 : si $T_{ud} < T_r$, le moteur ne démarre pas.

Augmenter alors la tension U : dès que T_{ud} est très légèrement supérieur à T_r , le groupe commence à tourner et accélère. Lorsque la vitesse angulaire Ω du moteur est constante, c'est que l'égalité $T_u = T_r$ est réalisée.

Au laboratoire, la source de tension réglable peut éventuellement être remplacée par une source fixe en série avec un rhéostat de démarrage.

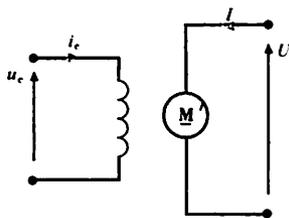


Fig. 2. Moteur à excitation indépendante.

L'alimentation d'un moteur doit être compatible avec ses spécifications nominales. Celles-ci sont, en principe inscrites sur sa plaque signalétique. La tension U appliquée au moteur ne doit, en général, pas dépasser $1,2U_n$. De même l'intensité I ne doit pas excéder $1,2I_n$. Pour ce qui est du courant d'excitation, son intensité est fixée par des considérations de saturation du circuit magnétique : elle ne doit pas être choisie au hasard. Si r est la résistance du circuit inducteur, i_e est donnée par l'expression :

$$i_e = u_e / r$$

couple de démarrage de moment T_{ud} suffisamment grand. Toutefois pendant la phase d'accélération, la différence $(T_u - T_d)$ ne doit pas être excessive, afin que la « mise en vitesse » correspondante ne s'accompagne pas de contraintes mécaniques dangereuses pour le groupe tournant.

Le moment T_{ud} étant proportionnel au flux inducteur Φ et à l'intensité I_d , nous réaliserons simultanément les deux conditions suivantes :

Flux Φ maximal au démarrage : le circuit inducteur doit être alimenté avant le démarrage car le couple moteur ne peut exister que si le flux est établi dans la machine ($T_{em} = K\Phi I$).

La condition $T_{ud} > T_r$, équivalente à $K\Phi I_d > T_r$, montre que plus le flux Φ est élevé, plus l'intensité I_d du courant de démarrage peut être limitée.

Tension réduite aux bornes de l'induit : à l'arrêt, la f.é.m. du moteur est nulle ($\Omega = 0 \Rightarrow E = K\Phi\Omega = 0$). Par conséquent, si la tension appliquée lors du démarrage est $U = U_d$:

$$I_d = \frac{U_d}{R}$$

La résistance R de l'induit étant toujours assez petite, la tension d'induit U_d au démarrage doit être très inférieure à la tension nominale U_n .

Exemple

$U_n = 220$ V ; $I_n = 50$ A ; $R = 0,20$ Ω ; $I_d \leq 2I_n$ (limite fixée par le constructeur) :

$$U_d = RI_d = 0,2 \times 2 \times 50 = 20$$
 V

Dans ce cas la tension U_d ne doit pas dépasser 10 % environ de la tension nominale U_n .

Conclusions

- Le moteur à courant continu à excitation indépendante présente la propriété remarquable de posséder un couple de démarrage pratiquement aussi important qu'on le désire (dans les limites permises par la machine) : *il démarre seul*. Ce n'est pas le cas des moteurs thermiques qui, pour démarrer, doivent être aidés d'un moteur auxiliaire (démarrreur), et d'un embrayage (ou d'un convertisseur hydraulique).
- Son démarrage s'effectue à flux maximal, et, en général, sous tension d'induit réduite (fig. 2).

▶ Avant toute autre opération portant sur un moteur à courant continu à excitation séparée, avec enroulement d'excitation, il faut alimenter cet enroulement sous sa tension nominale. Cela n'est évidemment pas nécessaire pour un moteur à aimants permanents qui est toujours normalement excité. Ensuite le moteur peut être « démarré » sous tension d'induit réduite.

2 Démarrage du moteur à excitation en série

Le moteur à excitation en série est utilisé pour la traction électrique (voir chap. 46) qui exige un couple de démarrage important.

Pour les mêmes raisons que celles qui ont été développées à propos du moteur à excitation indépendante, le moteur à excitation en série ne peut être démarré en étant alimenté sous tension nominale. Le démarrage est réalisé sous tension réduite. La caractéristique mécanique du moteur à excitation en série montre que, même sous tension réduite, ce moteur conserve un très bon couple (voir chap. 46, fig. 5).

Mesure du moment d'un couple moteur

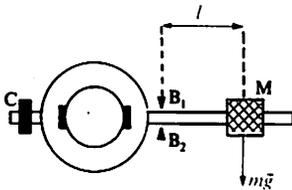


Fig. 3. Principe de la dynamo-balance.

- Le stator de la machine est supporté par deux paliers à roulement à billes. Il peut donc osciller. Son mouvement est limité par deux butées, B_1 et B_2 , solidaires du bâti.
- Il porte un bras de levier avec une masse marquée M mobile, de poids mg (m : masse de M , g : accélération de la pesanteur). A l'arrêt, la masse M est placée le plus près possible des butées B . Un contrepois C permet alors l'équilibrage (le bras de levier doit être horizontal).
- **Couples transmis au stator de la dynamo-balance.**
Lorsque le rotor de la machine est entraîné par un moteur, qui applique un

couple moteur de moment T_u , le stator tend à être entraîné. On rétablit l'équilibre (bras horizontal) en déplaçant M de la distance l . Le couple transmis au stator de la dynamo-balance est égal à :

$$T = mgl$$

- m en kilogrammes
- g en mètres par seconde carrée
- l en mètres
- T en newtons-mètres

La dynamo-frein fonctionne en génératrice : nous associons l'indice G à toutes les grandeurs qui s'y rapportent.

La puissance $T_u \Omega$ transmise par le moteur étudié à la dynamo-frein se répartit en :

- $E_G I_G$, puissance transformée en énergie électrique par la génératrice ; on a ainsi : $E_G I_G = T_{emG} \Omega$;
- p_{fG} , pertes dans le fer ;
- p_{mG} , pertes mécaniques.

On peut donc écrire :

$$T_u \Omega = E_G I_G + p_{fG} + p_{mG} \text{ soit}$$

$$T_u \Omega = T_{emG} \Omega + p_{fG} + p_{mG} \cdot \text{En divisant les deux membres de}$$

cette dernière égalité par Ω , on obtient :

$$T_u = T_{emG} + T_{fG} + T_{mG}$$

- Les couples de moment T_{emG} et T_{fG} correspondent à une interaction électromagnétique entre le rotor et le stator de la dynamo-frein : ils sont donc appliqués au stator d'après le principe de l'action et de la réaction.
- Le couple de moment T_{mG} correspond aux forces de ventilation et aux forces de frottement au niveau des paliers : ces forces ne sont que très peu transmises au stator de la dynamo-frein.
- Conclusion : le moment $T = mgl$, qui équilibre le moment des forces transmises au stator, est légèrement inférieur à T_u que l'on cherche à mesurer. En confondant T et T_u on ne commet toutefois pas, en général, une erreur importante.

1 Un moteur à courant continu fonctionne à flux constant. Au point nominal : $T_{em} = 40 \text{ Nm}$; $U = 240 \text{ V}$; $I = 16,0 \text{ A}$. L'induit présente une résistance R ($R = 0,70 \Omega$). Quelle doit être la tension U_d aux bornes de l'induit pour obtenir un couple de démarrage de moment $T_{emd} = 80 \text{ Nm}$?

Solution :

En fonctionnement normal, la tension aux bornes de l'induit est donnée par la relation (voir chap. 44, fig. 9 et chap. 46, fig. 1)

$$U = E + RI \text{ avec } E = K\Phi\Omega$$

A l'instant où le moteur est mis sous tension nous pouvons écrire :

$$\Omega = 0 \Rightarrow E = 0 \Rightarrow U = U_d = RI_d$$

I_d désignant l'intensité du courant dans l'induit à cet instant. C'est cette intensité qui doit être calculée afin d'obtenir la valeur de U_d .

Si le flux est constant on peut écrire que le moment du couple électromagnétique est proportionnel à I :

$$T_{em} = K' I \text{ avec } K' = C\Phi^2$$

$$\text{donc : } \frac{T_{emd}}{T_{em}} = \frac{I_d}{I} \text{ et : } I_d = I \frac{T_{emd}}{T_{em}}$$

$$\text{D'où : } I_d = \left(16 \times \frac{80}{40} \right) \text{ A} \Rightarrow \boxed{I_d = 32 \text{ A}}$$

Aux bornes de l'induit, la tension au moment du décollage est égale à :

$$U_d = (0,7 \times 32) \text{ V} \Rightarrow \boxed{U_d = 22,4 \text{ V}}$$

2 Un moteur à courant continu est alimenté sous une tension U de $12,0 \text{ V}$. La résistance R de l'induit est égale à $0,80 \Omega$.

Afin de limiter l'intensité I_d du courant de démarrage à $6,0 \text{ A}$, on place en série avec ce moteur une résistance R_d qu'un interrupteur centrifuge met en court-circuit lorsque la vitesse de rotation du moteur est suffisante.

1. Quelle valeur faut-il choisir pour R_d ?

2. Le moteur est traversé par un cou-

rant d'intensité $I = 3,0 \text{ A}$ lorsqu'il entraîne sa charge nominale à $n' = 3000 \text{ tr/min}$ (R_d en court-circuit). Calculer la f.é.m. E du moteur et le moment T_{em} du couple électromagnétique.

Solution :

1. Valeur de R_d

Le schéma équivalent du montage est représenté figure 4. A l'instant de la mise sous tension : $E = 0$ (car $\Omega = 0$), $U = U_d$ et $I = I_d$:

$$U_d = (R + R_d)I_d \Rightarrow R_d = \frac{U_d}{I_d} - R$$

$$\text{Soit : } R_d = \left(\frac{12}{6} - 0,8 \right) \Omega \Rightarrow \boxed{R_d = 1,2 \Omega}$$

1. F.é.m. E du moteur

En charge, la résistance R_d est éliminée du circuit (interrupteur K fermé sur la figure 4).

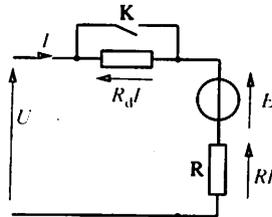


Fig. 4. Modèle équivalent du moteur associé à la résistance R_d . Après la phase de démarrage l'interrupteur K est fermé.

La f.é.m. est alors égale à :

$$\boxed{E = U - RI}$$

$$\text{Soit : } E = (12,0 - 0,8 \times 3,0) \text{ V}$$

$$\Rightarrow \boxed{E = 9,6 \text{ V}}$$

Moment du couple T_{em}

Le moment du couple électromagnétique est donné par la relation suivante :

$$T_{em} = \frac{EI}{\Omega} \Rightarrow T_{em} = \left(\frac{9,6 \times 3}{2\pi \times \frac{3000}{60}} \right) \text{ Nm}$$

$$\Rightarrow \boxed{T_{em} \approx 92 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}}$$

1 Bilan des puissances

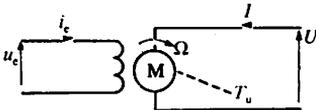


Fig. 1. Moteur à excitation indépendante.

Un moteur à excitation indépendante (fig. 1), reçoit :

- la puissance électrique $P_a = UI$, de la source qui alimente son inducteur;
- la puissance $p_{je} = u_e i_e$ de la source qui alimente son inducteur.

En régime permanent le moteur a atteint sa température d'équilibre et son énergie cinétique ne varie pas. En pareil cas, le moteur cède au milieu extérieur (à la charge qu'il entraîne, mais aussi à l'air qui l'entoure) une puissance égale à celle qu'il reçoit. Remarquons tout de suite que la puissance auxiliaire p_{je} est intégralement convertie en chaleur par effet Joule et cédée à l'air ambiant. Le bilan des puissances proprement dit porte donc uniquement sur la puissance P_a reçue par l'induit. Le principe de conservation de l'énergie (appelé premier principe de la thermodynamique) implique que l'on écrive :

$$P_a = P_u + \Sigma p$$

- P_u est la puissance utile fournie à la charge entraînée, sous forme mécanique :

$$P_u = T_u \Omega$$

si le couple utile de moment T_u , disponible sur l'arbre du moteur, provoque la rotation de la partie mobile à la vitesse angulaire Ω .

- Σp représente la somme des pertes de la machine, compte non tenu de la puissance P_{je} .

Pertes de puissance dans un moteur

Outre la puissance P_{je} dissipée par l'inducteur, nous distinguons :

- les pertes par effet Joule dans l'induit :

$$P_{ji} = RI^2$$

R est la résistance du bobinage d'induit, mesurée à chaud.

- les pertes mécaniques : p_m

Elles sont dues aux divers frottements entre les organes en mouvement et les parties fixes (pertes dues à la ventilation, pertes aux paliers, etc.). Elles varient avec la fréquence de rotation.

- les pertes magnétiques ou pertes dans le fer : p_f

Elles sont dues aux courants de Foucault et au phénomène d'hystérésis qui se manifestent dans

RENDEMENT

les parties ferromagnétiques soumises à un champ magnétique variable. Ces pertes sont donc surtout localisées au rotor qui tourne par rapport au champ magnétique résultant dans l'entrefer.

Les pertes magnétiques dépendent du champ magnétique et de la fréquence de rotation. On peut admettre qu'elles sont pratiquement constantes lorsque le flux utile et la fréquence de rotation sont constants.

Donc :
$$\Sigma p = RI^2 + p_m + p_f$$

Remarque

Par abus de langage on appelle pertes constantes du moteur la somme $p_c = p_m + p_f$.

Nous avons vu que pour que cette somme soit sensiblement constante il faut que le flux utile et la fréquence de rotation soient constants.

Conclusion

La figure 2 résume le bilan des puissances.

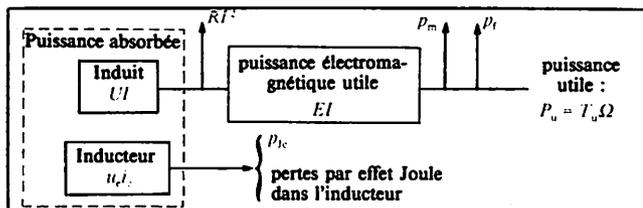


Fig. 2

2 Rendement

Définition

Le rendement du moteur est égal à :

$$\eta = \frac{P_u}{P_a + p_{fe}}$$

- Autres expressions équivalentes :

$$\eta = \frac{P_u}{P_u + \Sigma p + p_{fe}} = \frac{P_a - \Sigma p}{P_a + p_{fe}}$$

ou :
$$\eta = \frac{T_u \Omega}{UI + p_{fe}}$$

On définit parfois le rendement η^* de l'induit. Il résulte d'un bilan de puissances qui ne prend pas en compte la puissance fournie à l'inducteur. Ce rendement est égal à :

$$\eta^* = \frac{P_u}{P_a} = \frac{P_a - \Sigma p}{P_a} = \frac{T_u \Omega}{UI}$$

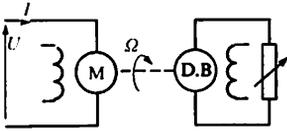


Fig. 3. Mesure directe du rendement de l'induit d'un moteur.

- Puissance reçue : UI .
- Puissance mécanique restituée à la dynamo-frein : $T_u \Omega = mgl\Omega$.
- $\eta^* = \frac{mgl\Omega}{UI}$.

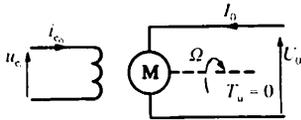


Fig. 4. Méthode des pertes séparées

- Le moteur fonctionne à vide :

$$U_0 = E + RI_0$$

La tension U_0 est calculée en connaissant R , et la f.é.m. E en charge ($E = U - RI$ si U et I correspondent respectivement à la tension d'alimentation et à l'intensité du courant dans l'induit en charge).

- On règle l'intensité du courant inducteur i_{e0} , de façon à obtenir une vitesse de rotation égale à Ω .

En général i_{e0} est différente de l'intensité i_e nécessaire pour obtenir la f.é.m. E en charge.

- Le moteur fonctionnant à vide : $U_0 I_0 = RI_0^2 + (p_m + p_f)$
 $U_0 I_0 \approx (p_m + p_f)$

Exemple

Fonctionnement en charge :

- $U = 120 \text{ V}$, $I = 20 \text{ A}$,
 $n = 1200 \text{ tr/min}$.

On mesure :

$$R = 0,67 \Omega, i_e = 1,35 \text{ A}$$

F.é.m. en charge :

$$E = 120 - 0,67 \times 20 = 106,6 \text{ V}$$

Essai à vide :

$$U_0 = 107 \text{ V}, I_0 = 0,90 \text{ A}$$

$$i_{e0} = 1,25 \text{ A}, n' = 1200 \text{ tr/min}$$

Calcul des pertes :

$$(p_m + p_f) \approx U_0 I_0 = 96 \text{ W}$$

Détermination du rendement

• Méthode directe

Elle nécessite la mesure des quatre grandeurs U , I , Ω , T_u . La mesure du moment du couple utile nécessite un appareillage particulier : capteur de couple à jauges de contraintes ou dynamo-balance appelée également dynamo-frein (voir encadré chapitre 47).

La dynamo-balance est une machine à courant continu dont le stator peut pivoter autour de son axe. Elle permet de déterminer (à un faible écart systématique près), le moment du couple transmis par la machine qui l'entraîne.

Il est par conséquent possible de connaître directement la puissance utile fournie par le moteur : $P_u = T_u \Omega \approx mgl\Omega$ (fig. 3).

Le rendement de l'induit est alors sensiblement égal à :

$$\eta = \frac{mgl\Omega}{UI}$$

• Méthode dite des pertes séparées

Les mesures réalisées visent à permettre de connaître les pertes de la machine pour les conditions de fonctionnement prévues. Nous nous proposons de déterminer le rendement de l'induit d'un moteur qui, alimenté sous la tension U , tourne à la vitesse Ω lorsque le courant dans l'induit a une intensité I (fig. 4).

- Les pertes par effet Joule dans l'induit sont égales à RI^2 . Elles peuvent être calculées après avoir mesuré R à chaud.

- L'ensemble pertes mécaniques et pertes dans le fer ($p_m + p_f$) est fourni par un essai à vide dans lequel ces pertes ont la même valeur que dans le fonctionnement en charge prévu. Pour qu'il en soit ainsi le moteur doit avoir la même vitesse et la même f.é.m. dans les deux cas.

D'où le rendement cherché :

$$\eta^* = \frac{UI - RI^2 - (p_m + p_f)}{UI}$$

1 Un moteur à excitation indépendante fonctionne sous la tension d'induit $U = 230 \text{ V}$. Au point de fonctionnement nominal l'induit est parcouru par un courant d'intensité $I = 40,0 \text{ A}$. On a mesuré la résistance de l'induit : $R = 0,30 \Omega$ et celle de l'inducteur : $r = 120 \Omega$.

Un essai à vide, à la fréquence de rotation nominale, a donné les résultats suivants : $U_0 = 225 \text{ V}$, $I_0 = 1,2 \text{ A}$. Sachant que la tension d'alimentation de l'inducteur est $U_2 = 140 \text{ V}$, calculer le rendement du moteur.

Solution :

Si l'on désigne par p_{lr} les pertes par effet Joule dans l'induit (rotor) et par p_c les pertes mécaniques et magnétiques le rendement η est égal à :

$$\eta = \frac{UI - p_{lr} - p_c}{UI + \frac{u_e^2}{r}}$$

Notons que UI représente la puissance absorbée par l'induit et que $\frac{u_e^2}{r}$ est la

puissance absorbée par l'inducteur.

Pour calculer p_c nous utilisons les résultats de l'essai à vide :

$$U_0 I_0 = R I_0^2 + p_c \Rightarrow p_c = U_0 I_0 - R I_0^2$$

soit :

$$p_c = [225 \times 1,2 - 0,30 \times (1,2)^2] \text{ W} \\ \Rightarrow p_c \approx 270 \text{ W}$$

Les pertes par effet Joule dans l'induit sont égales à :

$$p_{lr} = R I^2 \Rightarrow p_{lr} = [0,30 \times (40)^2] \text{ W} \\ \Rightarrow p_{lr} = 480 \text{ W}$$

L'inducteur absorbe la puissance :

$$p_e = \frac{u_e^2}{r}$$

soit :

$$p_e = \left[\frac{(140)^2}{120} \right] \text{ W} \Rightarrow p_e \approx 163 \text{ W}$$

D'où la valeur du rendement

$$\eta = \frac{230 \times 40 - 480 - 270}{230 \times 40 + 163} \Rightarrow \eta = 90 \%$$

2 Pour mesurer le rendement de l'induit d'un moteur à excitation indépendante on utilise une dynamo-balance. Le moteur est alimenté sous une tension $U = 130 \text{ V}$ et l'induit est parcouru par un courant d'intensité $I = 30,0 \text{ A}$. Les relevés sont les suivants :

- fréquence de rotation :

$$n' = 1\,450 \text{ tr/min}$$

- variation de la longueur du bras de levier : $l = 0,80 \text{ m}$;

- masse marquée mobile : $m = 3,0 \text{ kg}$.

1. Quel est le moment T_u du couple transmis au stator de la dynamo-balance ?

2. Quelle est la puissance P_a absorbée par l'induit ?

3. Quel est le rendement η de l'induit ?

Solution :

1. Moment T_u du couple transmis au stator

Le moment du couple transmis au stator de la dynamo-balance a pour expression :

$$T_u = mgl$$

$$\text{D'où : } T_u = (3 \times 9,81 \times 0,8) \text{ Nm}$$

$$\Rightarrow T_u = 23,5 \text{ Nm}$$

2. Puissance P_a absorbée par l'induit

L'induit du moteur absorbe une puissance P_a telle que :

$$P_a = UI$$

soit :

$$P_a = (130 \times 30) \text{ W} \Rightarrow P_a = 3\,900 \text{ W}$$

3. Rendement η de l'induit du moteur

Le rendement de l'induit est donné par la relation suivante :

$$\eta = \frac{T_u \Omega}{P_a}$$

D'où :

$$\eta = \left(\frac{23,5 \times 2\pi \times \frac{1\,450}{60}}{3\,900} \right) \Rightarrow \eta = 91,4 \%$$

Un moteur pas à pas est un moteur électrique dont le rotor peut passer d'une position d'équilibre stable à une autre par de petits déplacements élémentaires très bien définis.

1 Moteurs à aimants permanents

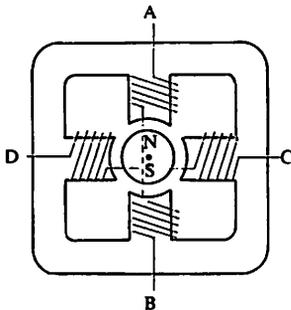


Fig. 1. Principe du moteur pas à pas à aimant permanent.

Description simplifiée

La figure 1 représente un moteur très simplifié qui comporte :

- un rotor bipolaire, constitué d'un aimant permanent,
- un stator à 4 pôles munis de bobines inductrices. Les bobines diamétralement opposées constituent une phase; elles sont connectées de façon à créer un pôle nord et un pôle sud. En inversant le sens du courant dans une phase, on permute les noms des pôles engendrés par les deux bobines.

Pilotage phase par phase

Alimentons la phase AB en respectant les polarités indiquées sur la figure 2 a.

Le rotor prend une position d'équilibre stable telle que le flux magnétique dans l'enroulement alimenté à travers chaque bobine soit maximal. Supprimons l'alimentation de la phase AB et alimentons la phase CD (fig. 2 b).

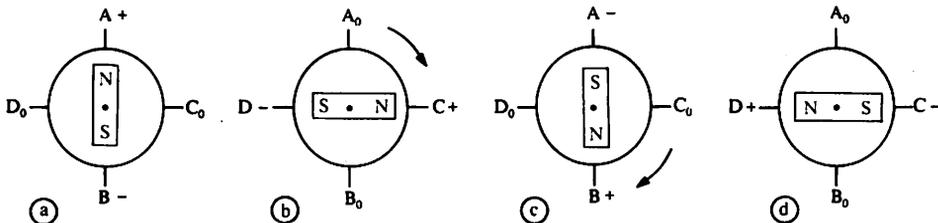


Fig. 2. Pilotage phase par phase. — Le moteur est alimenté de façon qu'un courant continu circule de A vers B. La phase CD n'est pas alimentée (C_0D_0). Dans cette situation, un pôle sud apparaît en A et un pôle nord en B.

— La succession des modes d'alimentation, symbolisés par les figures b, c et d, entraîne la rotation du rotor par pas de 90 degrés.

Le déplacement angulaire du rotor qui en résulte est appelé pas du moteur (90° dans cet exemple). Par conséquent la séquence d'alimentation A_+B_- — C_+D_- — B_+A_- — D_+C_- provoque une rotation, pas à pas, dans le sens horaire (fig. 2 a à d). La séquence A_+B_- — D_+C_- — B_+A_- — C_+D_- provoquerait la rotation dans le sens opposé.

Pilotage biphasé. Rotation par pas

Alimentons deux phases simultanément comme l'indique la figure 3 a : le bobinage présente alors deux pôles sud consécutifs (en A et C), et deux

pôles nord consécutifs (en B et D). Il en résulte une nouvelle position d'équilibre du rotor que ne permettait pas d'obtenir le mode d'alimentation précédent.

La séquence d'alimentation présentée par la figure 3 provoque une rotation par déplacements successifs d'un pas dans le sens horaire.

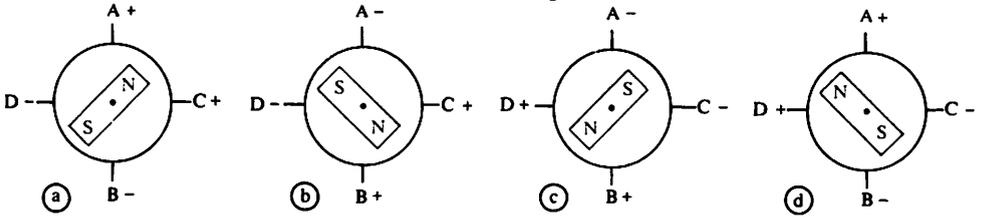


Fig. 3. Pilotage biphasé.

Rotation par demi-pas

Les schémas de la figure 4 montrent que la combinaison des deux modes d'alimentation précédents permet d'obtenir une rotation par demi-pas.

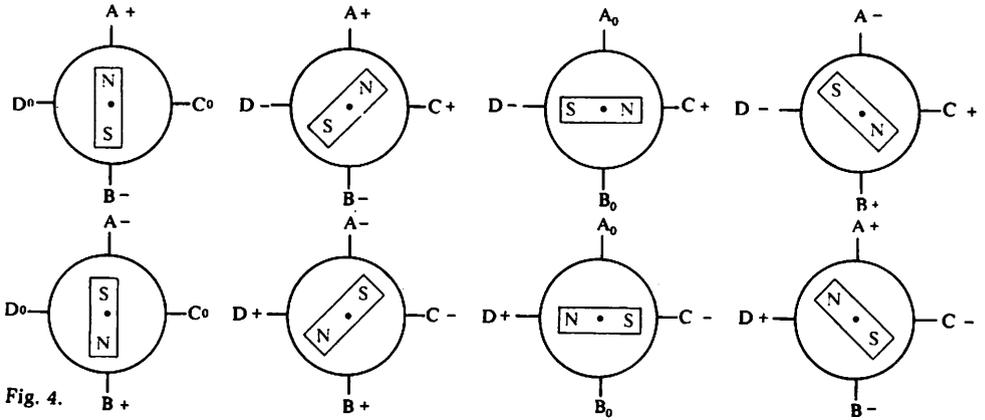


Fig. 4.

2 Moteurs à réluctance variable

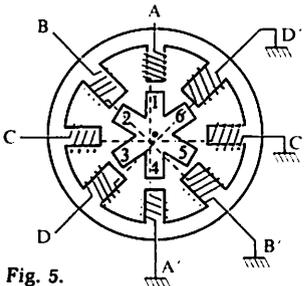


Fig. 5.

Le rotor, en fer doux, d'un moteur pas à pas à réluctance variable (fig. 5) comporte des dents en nombre différent du nombre de pôles du stator. Lorsqu'une phase est alimentée (phase AA' par exemple) elle attire la dent du rotor la plus proche (ici la dent 1 se place en face de A) afin que l'entrefer soit minimal. Le flux embrassé par la phase AA' est alors maximal. Cette modification relative de la position du rotor provoque une variation de réluctance du circuit magnétique (voir chap. 32).

Le rotor étant en fer doux, son mouvement ne dépend pas du sens du courant inducteur. Avec le moteur considéré, l'alimentation de la phase BB' (après celle de la phase AA') provoque un déplacement du rotor d'un pas de 15 degrés dans le sens horaire. Inversement, l'alimentation de la phase DD' provoquerait un déplacement d'un pas de 15° dans l'autre sens. C'est donc uniquement le choix de la séquence d'alimentation qui détermine le sens de rotation. Pour ces moteurs, le pilotage biphasé permet également le déplacement par demi-pas.

3 Alimentation des moteurs pas à pas. Applications

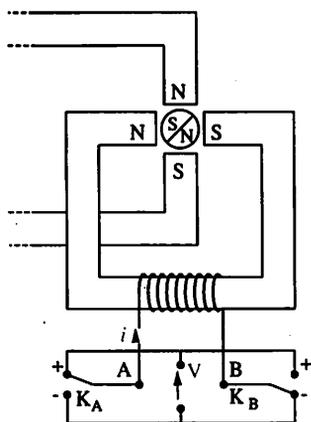


Fig. 6. Alimentation bipolaire d'un enroulement

$i > 0$: K_A : pos. + ; K_B : pos. -
 $i < 0$: K_A : pos. - ; K_B : pos. +
 $i = 0$: K_A : pos. - ; K_B : pos. -

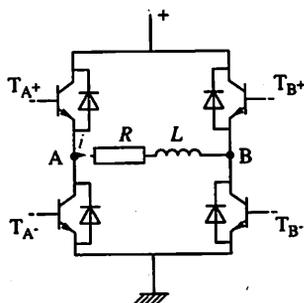


Fig. 7. Schéma de principe de la partie puissance d'un circuit intégré destiné à l'alimentation d'un enroulement d'un moteur pas à pas.

- En régime statique :
 $i > 0$: les transistors T_{A^+} et T_{B^-} sont saturés ;
 T_{A^-} et T_{B^+} sont bloqués ;
 $i < 0$: T_{B^+} et T_{A^-} sont saturés ;
 T_{B^-} et T_{A^+} sont bloqués.

- Les diodes, placées en parallèle avec les transistors, appelées diodes de roue libre, interviennent lors des régimes transitoires.

L'enroulement statorique d'un moteur pas à pas à aimant permanent est triphasé. Sur la figure 8 a on a représenté la bobine de l'une des phases (phase 1) ainsi que son axe AA'. Ce bobinage peut être parcouru par un courant ayant soit le sens dessiné sur la figure 8 a (par convention, nous disons qu'il s'agit d'un courant positif), soit le sens contraire (courant négatif). Ainsi, quand la phase 1 est parcourue par un courant positif, l'aimant constituant le rotor se place dans la position représentée sur la figure (sens A'A). Les axes BB' et CC' des phases 2 et 3, décalés respectivement de 120° et 240° par rapport à AA', sont également représentés.

1. On alimente chaque phase à tour de rôle, en commençant par la phase 1 dans laquelle on fait circuler un courant positif (partie de séquence appelée 1⁺). On désire que le rotor tourne dans le sens des aiguilles d'une montre avec un pas de 60°. Préciser l'ordre d'alimentation des phases ainsi que les sens des courants nécessaires.

2. La séquence d'alimentation est désormais la suivante :

1⁺ ; 1⁺ et 3⁻ ; 3⁻ ; 3⁻ et 2⁺ ; 2⁺

a) Indiquer par des schémas, les positions successives prises par le rotor.

b) Quel est le nouveau pas du moteur ?

c) Compléter la séquence précédente jusqu'à ce que le rotor revienne à sa position initiale A'A.

Solution :

1. Ordre d'alimentation des phases

Si l'on veut un pas de 60° et pour sens

de rotation celui des aiguilles d'une montre, l'axe sud-nord de l'aimant rotorique doit, après la direction AA' et le sens A'A, prendre la direction CC' et le sens CC'. Cette nouvelle direction est celle de l'axe de la phase 3. C'est donc cette phase qu'il faut alimenter après la phase 1. Mais il faut l'alimenter par un courant négatif si l'on désire que l'axe sud-nord de l'aimant soit bien dirigé selon CC'. Notons 3⁻ ce branchement.

La troisième direction que doit prendre l'axe du rotor est la direction B'B : il faut donc alimenter la phase 2 de manière que le champ magnétique produit soit dirigé dans le sens B'B : il faut que le courant de la phase 2 soit positif (branchement 2⁺).

La séquence d'alimentation des phases doit donc être la suivante :

1⁺ ; 3⁻ ; 2⁺ ; 1⁻ ; 3⁺ ; 2⁻ ; 1⁻ ; etc.

2. Positions du rotor

Sur la figure 8, nous avons fait figurer uniquement les bobinages qui sont parcourus par des courants, en indiquant les sens de ces derniers et les différentes positions du rotor.

Pas du moteur

Nous constatons qu'à chaque changement d'alimentation, le rotor progresse d'un pas égal à 30° (voir fig. 8).

Séquence complète

Chaque phase reste alimentée pendant 3 pas ; le sens de rotation étant le même que dans la question 1, l'ordre d'alimentation des phases est le même. Après 2⁺, on a donc : 2⁺ et 1⁻ ; 1⁻ ; 1⁻ et 3⁺ ; 3⁺ ; 3⁺ et 2⁻ ; 2⁻ ; 2⁻ et 1⁺ ; 1⁺ ; etc.

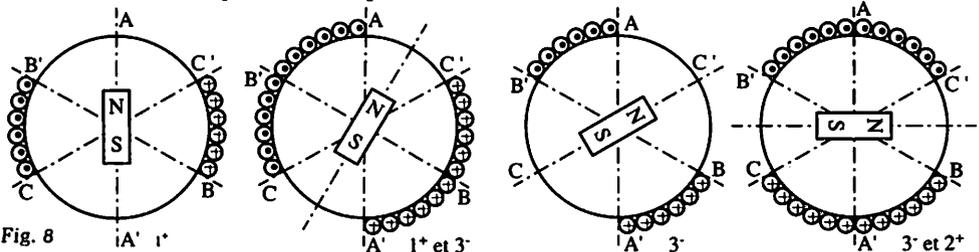


Fig. 8

1 Utilisation d'un aimant

Lorsque l'aimant en fer à cheval (fig. 1) tourne autour d'un axe vertical, l'aiguille aimantée, placée sur son pivot, entre elle-même en rotation. Nous dirons qu'elle est soumise à un champ tournant.

2 Utilisation d'un système triphasé de courants

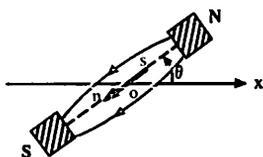
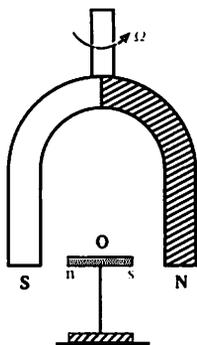


Fig. 1. Champ tournant dans l'air.

Lorsqu'il est immobile, l'aimant en fer à cheval crée un champ magnétique fixe qui provoque l'orientation de l'aiguille aimantée.

Lorsque l'aimant tourne, il entraîne avec lui l'ensemble des lignes de champ. L'aiguille aimantée suit le champ : elle reste sensiblement confondue avec l'axe de ce champ. Au point O, un objet fixe est soumis à un champ tournant.

Première expérience

Trois bobines à noyau de fer, identiques, dont les axes sont régulièrement décalés de 120° (fig. 2) sont alimentées par un système triphasé de courants dont les intensités sont les suivantes :

$$i_1 = I \sqrt{2} \cos \omega t$$

$$i_2 = I \sqrt{2} \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$i_3 = I \sqrt{2} \cos \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right)$$

Une aiguille aimantée, dont l'axe de rotation est porté par un étrier (fig. 3), est placée au centre du système.

- Alimentons les trois bobines. L'aiguille aimantée tourne spontanément dans le sens horaire. Sa fréquence de rotation, mesurée à l'aide d'un stroboscope, est $n_s = 50$ tr/s.

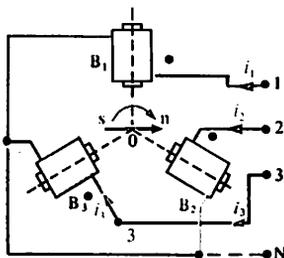


Fig. 2. Champ tournant dans l'air.

B_1 , B_2 et B_3 sont trois bobines de 1 000 spires (bobines de transformateurs démontables) munies de noyaux feuilletés parallélépipédiques. Elles sont alimentées par un réseau

triphase sous des tensions de 127 V entre phases et neutre. Les sens des bobinages sont repérés : les bornes homologues sont indiquées par un point.

Distance approximative du centre de symétrie de la figure aux faces les plus proches des noyaux : 8 cm. Longueur maximale totale de l'aiguille aimantée : 8 cm. Le pivot de l'aiguille aimantée doit être situé suivant l'axe de symétrie du système des trois bobines.

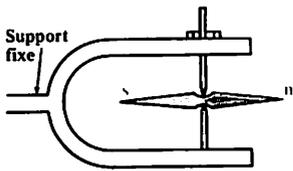


Fig. 3. Dispositif utilisé pour l'expérience 2. L'aiguille aimantée est ainsi maintenue en position convenable (en particulier, elle ne peut tomber).

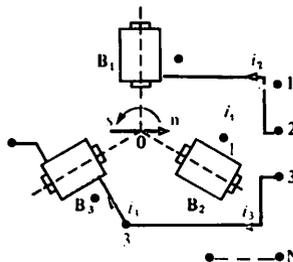
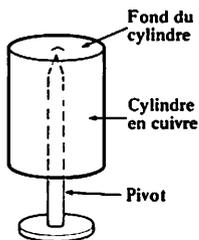


Fig. 4. La permutation de deux fils de liaison bobines-réseau entraîne le changement du sens de rotation de l'aiguille.



Aiguille aimantée maintenue entre les deux pivots.



Conclusion

L'ensemble des trois bobines, convenablement alimenté, crée un champ tournant dans l'air. Celui-ci est mis en évidence par l'aiguille aimantée dont la fréquence de rotation est exactement égale à la fréquence des courants dans les bobines : $n_s = f$. La fréquence de rotation du champ tournant est appelée fréquence de synchronisme.

- Permutons les liaisons des bobines B_1 et B_2 au réseau (fig. 4). L'aiguille aimantée tourne encore spontanément mais dans le sens anti-horaire; sa fréquence de rotation reste inchangée (50 tr/s).

Conclusion

La permutation de deux phases provoque l'inversion du sens de rotation du champ tournant.

Deuxième expérience

L'aiguille aimantée est remplacée par un cylindre creux en cuivre (fig. 5). Le système des bobines et son alimentation sont inchangés.

• Dès que les trois bobines sont alimentées, le cylindre se met à tourner. La fréquence de rotation observée est assez faible, et dans les conditions de notre expérience, très inférieure à la fréquence de synchronisme : la rotation est asynchrone.

• Permutons deux phases comme dans la première expérience : nous constatons alors que le cylindre en cuivre, comme l'aiguille aimantée précédemment, change de sens de rotation.

Conclusion

Trois bobines régulièrement décalées dans l'espace, alimentées par les courants d'un système triphasé, créent dans l'air, au centre du système, un champ tournant à la fréquence de synchronisme $n_s = f$.

La permutation de deux phases provoque le changement du sens de rotation du champ tournant.

Fig. 5. Entraînement asynchrone.

Un cylindre de cuivre, en équilibre sur un pivot, est placé au centre du système de trois bobines. Son rayon est assez faible devant la

distance du pivot aux bobines. Il est spontanément entraîné à une fréquence n très inférieure à n_s (fréquence de synchronisme) : son mouvement est asynchrone.

3 Utilisation d'un courant sinusoïdal

Nous reprenons le dispositif expérimental utilisé précédemment (trois bobines et une aiguille aimantée). Alimenté en triphasé, il permet de mettre l'aiguille aimantée en rotation dans le sens horaire ou dans le sens anti-horaire (branchement de la figure 2 ou de la figure 4).

Lorsque l'aiguille est lancée, à l'aide d'interrupteurs nous supprimons l'alimentation de deux bobines B_1 et B_2 . Une seule reste donc en fonctionnement, traversée par un courant sinusoïdal. Nous constatons que l'aiguille poursuit sa rotation, dans le sens où elle a été lancée (même si on la déplace alors dans le champ de la bobine, à la condition d'opérer lentement). Une mesure au stroboscope montre qu'elle tourne à 3 000 tr/min.

Le champ magnétique sinusoïdal, de fréquence $f = 50$ Hz, créé par la seule bobine B_3 , est donc susceptible d'entretenir la rotation d'une aiguille aimantée préalablement lancée, et cela dans l'un ou l'autre des deux sens de rotation possibles.

En tout point situé dans l'air où règne un champ magnétique sinusoïdal de fréquence f , tout se passe comme s'il existait deux champs tournant en sens inverses, de fréquence de rotation commune $n_s = f$ (on montre que leurs amplitudes sont égales). Nous pouvons aussi réaliser cette expérience directement en utilisant deux bobines identiques, coaxiales (fig. 6) traversées par le même courant sinusoïdal de fréquence 50 Hz. Quand les bobines sont alimentées, l'aiguille aimantée vibre mais ne tourne pas. Si l'une de ses extrémités est frappée avec une petite baguette, l'aiguille entre en rotation et, assez souvent, elle se synchronise avec le champ tournant puisqu'elle tourne ensuite à la fréquence de synchronisme $n_s = f$. Toutefois, il faut pour cela qu'elle ait été frappée à un instant convenable (par rapport à l'état du champ magnétique sinusoïdal qui existe au niveau de l'aiguille).

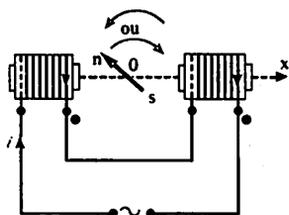


Fig. 6. Champ tournant dans l'air produit par un courant sinusoïdal. Il est nécessaire de lancer l'aiguille, indifféremment dans un sens ou dans l'autre, pour obtenir le mouvement de rotation.

Les bobines utilisées sont les mêmes que pour le montage de la figure 2, (deux bobines en série sous 220 V ou deux bobines en parallèle sous 127 V). Pour le branchement, bien respecter les positions des bornes homologues des bobines.

Conclusion

Deux bobines coaxiales alimentées par le même courant sinusoïdal de fréquence f créent dans l'air, au centre du système, deux champs tournants, de sens inverses, dont la fréquence commune de synchronisme est $n_s = f$.

Les 3 bobines à noyau de fer de la figure 2 sont alimentées par un système triphasé de courants dont les intensités sont les suivantes :

$$i_1 = I\sqrt{2} \cos \omega t \quad \text{avec : } \omega = 2\pi f$$

$$i_2 = I\sqrt{2} \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$i_3 = I\sqrt{2} \cos \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right)$$

Le champ produit tourne dans le sens horaire.

1. Quelle doit être la valeur de la pulsation ω pour que la fréquence de synchronisme soit $n'_s = 3600$ tr/min ?

2. Dessiner les vecteurs de Fresnel associés à ces intensités.

On prendra pour amplitude des courants 6,0 A.

Les bobines sont maintenant alimentées par des courants dont les intensités ont pour expression :

$$i'_1 = I\sqrt{2} \cos \omega t$$

$$i'_2 = I\sqrt{2} \cos \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$i'_3 = I\sqrt{2} \cos \left(\omega t + \frac{4\pi}{3} \right)$$

3. Dessiner les vecteurs de Fresnel associés à ces intensités.

4. En déduire le sens de rotation du champ tournant produit.

Solution :

1. Pulsation ω

Nous savons que la fréquence de rotation du champ obtenu est telle que :

$$n_s = f = \frac{\omega}{2\pi}$$

La fréquence de rotation n_s du champ tournant, exprimée en tours par seconde, est égale à :

$$n_s = \frac{n'_s}{60} \quad \text{soit : } n_s = \left(\frac{3600}{60} \right) \text{ tr/s}$$

D'où :

$$\omega = 2\pi n_s$$

$$\text{Soit : } \omega = \left(2\pi \times \frac{3600}{60} \right) \text{ rad/s}$$

$$\Rightarrow \omega \approx 377 \text{ rad/s}$$

2. Vecteurs de Fresnel $\vec{I}_1, \vec{I}_2, \vec{I}_3$

Les intensités i_1, i_2 et i_3 ayant même amplitude, même pulsation mais étant

déphasées chacune de $\frac{2\pi}{3}$ les unes par

rapport aux autres (retard de i_2 par rapport à i_1 , de i_3 par rapport à i_2 , de i_1 par rapport à i_3), les vecteurs Fresnel associés ont même norme mais sont décalés les uns par rapport aux autres comme indiqué sur la figure 7.

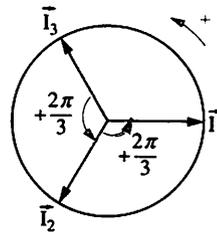


Fig. 7

3. Vecteurs de Fresnel $\vec{I}'_1, \vec{I}'_2, \vec{I}'_3$

Les expressions de i'_1, i'_2, i'_3 montrent que :

$$\vec{I}'_1 = \vec{I}_1; \vec{I}'_2 = \vec{I}_3 \text{ et } \vec{I}'_3 = \vec{I}_2$$

A partir du diagramme de Fresnel de la figure 7 le lecteur déduira donc sans difficulté celui qui est demandé.

4. Sens de rotation du champ tournant

Le champ produit par i'_1, i'_2 et i'_3 est identique à celui que nous aurions obtenu en permutant les phases 2 et 3 (i_2 et i_3). Donc le champ produit par i'_1, i'_2 et i'_3 tourne dans le sens antihoraire.

1 Étude qualitative

► Les expériences du chapitre précédent, réalisées dans l'air, ne peuvent pas rendre compte, avec rigueur, des phénomènes électromagnétiques qui apparaissent dans l'entrefer d'une machine possédant un stator triphasé. Une étude conduite sur une machine simplifiée à l'extrême permettra une approche plus exacte de la notion de champ tournant dans un entrefer.

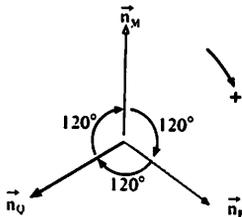


Fig. 2. Normales orientées aux trois spires du dispositif triphasé utilisé.

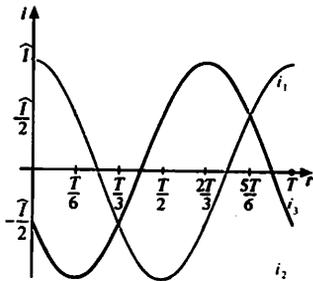


Fig. 3. Système triphasé de courants.

Description du modèle étudié

- La machine représentée sur la figure 1 comporte :
- deux cylindres ferromagnétiques coaxiaux séparés par un entrefer (un cylindre extérieur creux, un cylindre intérieur plein);
 - six conducteurs régulièrement répartis à la périphérie de l'entrefer, sur le cylindre externe, réunis deux par deux pour former trois spires plates, M et M', P et P', Q et Q', dont les plans sont régulièrement décalés de 120° dans le sens horaire.

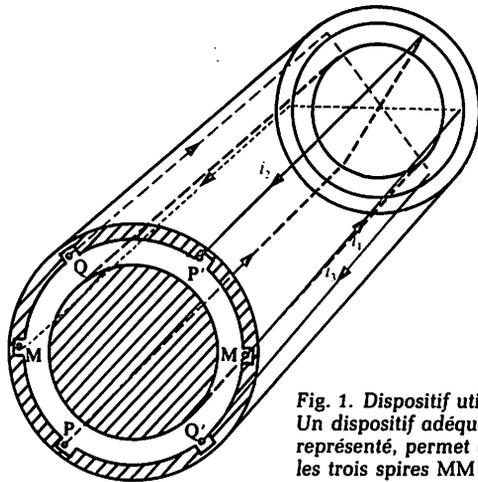


Fig. 1. Dispositif utilisé. Un dispositif adéquat, non représenté, permet d'alimenter les trois spires MM', PP' et QQ'.

Conventions de signe

Les trois spires sont orientées comme l'indiquent les flèches portées par les conducteurs. La règle de la main droite permet de placer les normales \vec{n}_M , \vec{n}_P , \vec{n}_Q , à ces spires (fig. 2).

Alimentation du dispositif

Les courants dans les spires MM', PP' et QQ', d'intensités respectives, i_1 , i_2 et i_3 forment un système triphasé (fig. 3). Ces intensités sont positives quand les courants respectifs circulent effectivement de M vers M', de P vers P', de Q vers Q'.

Champ magnétique résultant dans l'entrefer

Chaque spire est parcourue par un courant variable et crée, par conséquent, en tout point de l'entrefer, un champ magnétique variable.

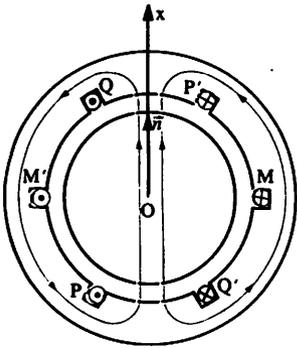
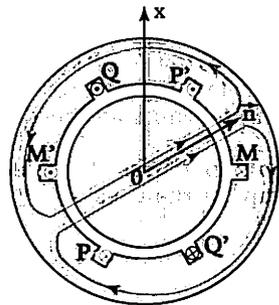


Fig. 4 a. Répartition instantanée des courants. A la date $t_0 = 0$: $i_1 = \hat{I}$: le courant entre par M et sort par M' ; $i_2 = -0,5\hat{I}$: le courant entre par P' et sort par P ; $i_3 = -0,5\hat{I}$: le courant entre par Q' et sort par Q. Cette répartition crée un pôle nord et un pôle sud : le champ magnétique est bipolaire. L'axe de ce champ coïncide avec l'axe de la spire MM' dans laquelle l'intensité du courant est maximale ($i_1 = \hat{I}$).



Fig. 4 b. Disposition de la normale \vec{n}_M et du vecteur unitaire \vec{n} qui définit la position de l'axe du champ résultant à l'instant $t_0 = 0$.



Le champ produit par l'ensemble des trois courants parcourant les trois spires est appelé champ résultant. En l'observant à différents instants nous allons constater qu'il s'agit d'un champ tournant et nous pourrions préciser certaines de ses caractéristiques.

a) Champ à l'instant initial $t_0 = 0$

A l'instant $t_0 = 0$, les courants ont les intensités

suivantes (voir fig. 3) : $i_1 = \hat{I}, i_2 = i_3 = -\frac{\hat{I}}{2}$. Ces résultats

permettent de représenter symboliquement le stator en indiquant sur les conducteurs les sens réels des courants (fig. 4 a).

Ainsi à l'instant considéré, le stator est équivalent à un ensemble de trois spires de même axe : spire MM' parcourue par un courant d'intensité \hat{I} de M vers M' ; spire P'Q parcourue par un courant d'intensité $(0,5\hat{I})$ de P' vers Q ; spire Q'P parcourue par un courant d'intensité $(0,5\hat{I})$ de Q' vers P.

A cette configuration correspond un champ résultant dont l'axe orienté est défini par le vecteur unitaire \vec{n} . A l'instant $t_0 = 0$ il coïncide avec la normale \vec{n}_M (fig. 4 b) et sa position peut être définie par l'angle $\theta = (\vec{Ox}, \vec{n}) = 0$.

b) champ aux instants t_1 et t_2

En opérant comme précédemment nous déterminons la position du champ résultant aux instants

$$t_1 = \frac{T}{6} \text{ (fig. 5 et 7) et } t_2 = \frac{T}{3} \text{ (fig. 6 et 8).}$$

Conclusions

- Le champ magnétique dû à l'ensemble des trois spires parcourues par des courants dont les intensités forment un système triphasé, tourne dans le sens horaire.

Fig. 5. Répartition instantanée

des courants à la date $t_1 = \frac{T}{6}$:

$$\left(i_1 = i_2 = +\frac{\hat{I}}{2}, i_3 = -\hat{I} \right)$$

L'axe du champ tournant et l'axe de la spire Q'Q dans laquelle l'intensité i_3 du courant est égale à $-\hat{I}$, ont même direction mais leurs sens sont opposés.

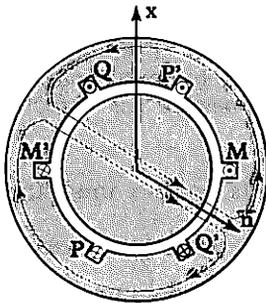


Fig. 6. Répartition instantanée des courants à la date $t_2 = \frac{T}{3}$.
 $i_1 = i_3 = -\frac{\hat{I}}{2}$; $i_2 = \hat{I}$. L'axe du champ tournant coïncide avec l'axe de la spire PP' parcourue par un courant d'intensité \hat{I} .

- Ce champ tournant décrit un angle de $\frac{\pi}{3}$ rad en une durée égale à $\frac{T}{6}$; nous verrons que son mouvement de rotation a lieu à vitesse constante Ω :

$$\Omega = \frac{\pi}{3} : \frac{T}{6} = \frac{2\pi}{T}$$

soit : $\Omega = \omega$ (ω : pulsation des courants)

- La fréquence de rotation n du champ tournant est égale à la fréquence f des courants. En effet :

$$\Omega = \omega \Rightarrow 2\pi n = 2\pi f \Rightarrow n = f$$

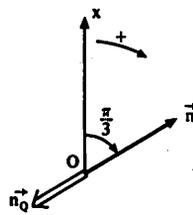


Fig. 7. Disposition des vecteurs \vec{n}_0 et \vec{n} à l'instant t_1 .

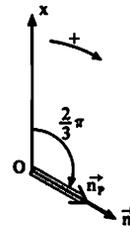


Fig. 8. Disposition des vecteurs \vec{n}_p et \vec{n} à l'instant t_2 .

2 Champ tournant dans l'entrefer d'une machine triphasée

Le stator d'une machine triphasée réelle comporte un assez grand nombre de spires réparties en trois enroulements régulièrement décalés et respectivement parcourus par un système triphasé de courants. En un point A de l'entrefer, repéré par l'angle θ , on obtient un champ magnétique résultant :

$$B(t, \theta) = \widehat{B} \cos(\omega t - p\theta)$$

où p est le nombre de paires de pôles par phase. Ce champ est à répartition sinusoidale car à un instant t_0 quelconque le champ évolue selon la position θ du point A comme $\cos(\omega t_0 - p\theta)$. Pour une machine bipolaire (cas de la figure 1 : $p = 1$) l'ensemble des lignes de champ tourne à la vitesse :

$$\Omega = \omega$$

Pour une machine comportant p paires de pôles par phase la vitesse du champ tournant est :

$$\Omega = \frac{\omega}{p}$$

- 1 Un stator tétrapolaire est alimenté par un système triphasé de courants de fréquence 50 Hz.
1. Quelle est la fréquence de rotation du champ magnétique tournant ?
 2. Quelle est l'expression de la répartition du champ magnétique, supposé sinusoïdal, d'amplitude 1,4 T ?

Solution :

1. Fréquence de rotation n du champ magnétique tournant

La fréquence de rotation n se déduit de la valeur de la vitesse angulaire Ω du champ tournant :

$$n = \frac{\Omega}{2\pi}$$

Or, pour une machine qui comporte p paires de pôles par phase, cette vitesse Ω est liée à la pulsation ω du courant produisant le champ magnétique par la relation :

$$\Omega = \frac{\omega}{p} \quad \text{avec} \quad \omega = 2\pi f$$

D'où : $n = \frac{f}{p}$ avec : $p = 2$ (machine tétrapolaire).

Soit : $n = \frac{50}{2} \text{ tr/s} \Rightarrow \boxed{n = 25 \text{ tr/s}}$

2. Champ magnétique dans l'entrefer

Avec des axes de références et une origine des temps convenables le champ magnétique dans l'entrefer s'exprime par la relation générale :

$$B(\theta) = \widehat{B} \cos(\omega t - p\theta)$$

Dans le cas considéré, ce champ à répartition sinusoïdale, est donné par l'expression :

$$B(\theta) = 1,4 \cos(\omega t - 2\theta)$$

Par exemple à l'instant $t = 0$, le champ en chaque point de l'entrefer est donné par la relation :

$$B(\theta) = 1,4 \cos 2\theta$$

- 2 Pour une machine triphasée tétrapolaire indiquer :
1. le nombre de bobines par phase,
 2. le nombre total de bobines,
 3. le décalage angulaire d'une bobine avec la suivante.

Solution :

1. Nombre de bobines N_p par phase

Une machine tétrapolaire comporte 4 pôles par phase. Pour obtenir 2 pôles de noms contraires (un nord et un sud) il faut une bobine. Chaque enroulement est donc formé de 2 bobines en série :

$$\Rightarrow \boxed{N_p = 2}$$

2. Nombre total N_T de bobines

Le bobinage complet associe 3 enroulements (un par phase).

Donc : $N_T = 3N_p \Rightarrow \boxed{N_T = 6}$

3. Décalage angulaire θ d'une bobine avec la suivante

On a 6 bobines régulièrement réparties sur la périphérie du stator.

D'où : $\theta = \frac{2\pi}{6} \Rightarrow \boxed{\theta = \frac{\pi}{3}}$

1 Moteurs triphasés

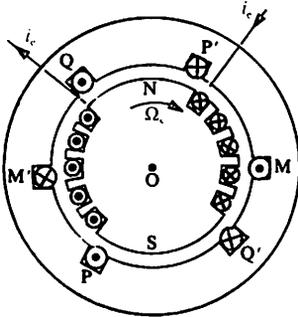


Fig. 1. Machine synchronée triphasée avec inducteur à pôles lisses.

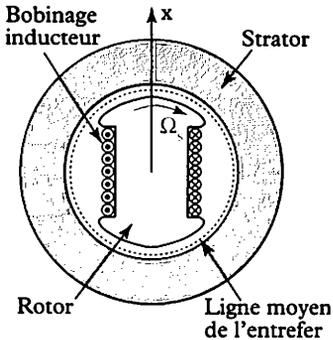


Fig. 2. Machine synchronée avec inducteur à pôles saillants. Le rotor, entraîné à la vitesse angulaire Ω_s , crée dans l'entrefer un champ tournant dont l'axe est défini par le vecteur unitaire \vec{n}_r . Ce champ est à répartition sinusoïdale, il a même configuration que le champ tournant engendré par le système triphasé de courants statoriques.

Moteur synchroné triphasé

- Le stator, dont le schéma de principe est représenté figure 1, porte des enroulements alimentés par un système triphasé de tensions. Les courants statoriques, dont la fréquence est imposée par le réseau d'alimentation, créent le champ tournant excitateur.
- Le rotor de cette machine (fig. 1 et 2) est un aimant ou un électro-aimant alimenté en courant continu. Il crée le champ tournant rotorique.
- Si le rotor est amené à une vitesse voisine du synchronisme, la rotation se maintient car un couple moteur résulte alors des actions électromagnétiques entre le champ tournant excitateur et le champ tournant induit.

Le moteur synchroné tourne à la vitesse du champ tournant ou vitesse de synchronisme :

$$\Omega_s = \frac{\omega}{p} = \frac{2\pi}{p} f$$

imposée par la fréquence des tensions alimentant le stator.

Moteur asynchrone triphasé

- Le stator triphasé (également représenté schématiquement par le dispositif de la figure 1) crée le champ tournant excitateur comme dans le moteur précédent.
- Le rotor comporte soit un bobinage en court-circuit, soit des conducteurs massifs. Dans les deux cas, on peut considérer que le circuit rotorique forme un circuit fermé sur lui-même. Sous l'action du champ tournant, des f.é.m. sont induites dans les conducteurs rotoriques. Ces derniers sont alors parcourus par des courants induits (courants de Foucault) qui créent le champ tournant induit. Ce champ, vu du stator, tourne à la même vitesse que le champ tournant excitateur. Les actions électrodynamiques entre ces courants et le champ tournant créent un couple moteur responsable de la rotation du rotor. D'après la loi de Lenz, le système réagit en s'opposant à la cause du phénomène d'induction électromagnétique, c'est-à-dire au déplacement relatif du champ tournant par rapport aux conducteurs rotoriques. Comme le champ tourne à une vitesse Ω_s ,

le rotor suit le champ tournant et il tourne à une vitesse Ω qui approche Ω_s , tout en restant obligatoirement inférieure à cette vitesse de synchronisme.

En effet, si la vitesse Ω devenait égale à Ω_s , il n'y aurait plus de déplacement relatif du champ par rapport aux conducteurs, donc pas d'actions électromagnétiques et pas de couple moteur.

2 F.é.m. produite par un champ tournant

Expérience

Les extrémités d'un conducteur rectiligne, placé dans l'entrefer d'un petit moteur asynchrone triphasé, sont réunies à un oscilloscope (fig. 3). Lorsque le moteur tourne, une f.é.m. alternative pratiquement sinusoïdale, de fréquence égale à celle du courant statorique, est induite dans le conducteur. Si le moteur est freiné et ralenti, la fréquence de cette f.é.m. n'est pas modifiée.

Interprétation

Soit θ_0 la position angulaire du conducteur. Il est soumis à un champ tournant d'axe défini par le vecteur unitaire \vec{n} , de vitesse angulaire $\Omega = \omega$, d'amplitude \widehat{B} et de valeur instantanée :

$$B(t, \theta_0) = \widehat{B} \cos(\omega t - \theta_0)$$

Si nous désignons par l la longueur utile du conducteur et par v la vitesse du conducteur par rapport au champ ($v = R\omega$), la f.é.m. induite instantanée a pour expression :

$$e = [B(t, \theta_0)]lv$$

soit : $e = \omega R l \widehat{B} \cos(\omega t - \theta_0)$

et : $e = \widehat{E} \cos(\omega t - \theta_0)$ avec : $\widehat{E} = \omega R l \widehat{B}$

Généralisation

Très souvent la configuration du champ tournant correspond à un nombre de pôles supérieur à deux. Alors, si p désigne le nombre de paires de pôles, on peut montrer que la f.é.m. instantanée dans un conducteur s'écrit :

$$e = \Omega R l \widehat{B} \cos[p(\Omega t - \theta_0)] \quad \text{avec : } \Omega = \frac{\omega}{p}$$

Dans cette expression, Ω est la vitesse angulaire du champ tournant possédant $2p$ pôles et ω la pulsation des courants parcourant les enroulements statoriques pour produire le champ tournant.

La relation entre la vitesse angulaire ω du champ magnétique et sa vitesse linéaire v en un point de l'entrefer à une distance R de l'axe de rotation est : $v = R\omega$

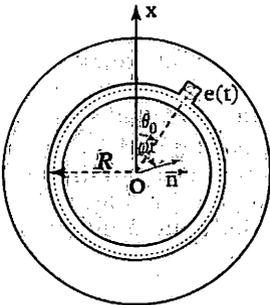


Fig. 3. F.é.m. induite dans un conducteur fixe balayé par un champ tournant.

La force électromotrice induite dans le conducteur est légèrement modulée par le passage devant ce conducteur des différentes barres conductrices formant le bobinage rotorique.

Un conducteur fixe, placé dans l'entrefer d'une machine triphasée comportant p paires de pôles, où règne un champ magnétique tournant, est le siège d'une f.é.m. alternative de pulsation $\omega = p\Omega$ si Ω est la vitesse angulaire du champ tournant, et d'amplitude proportionnelle à cette vitesse.

Dans le cas d'un conducteur mobile se déplaçant dans un entrefer, on doit considérer la vitesse angulaire relative Ω_r du champ tournant par rapport au conducteur. Dans ce cas, la f.é.m. induite a pour expression : $e = \Omega_r R l \widehat{B} \cos[p(\Omega_r t - \theta_0)]$
 Sa pulsation est égale à : $\omega_r = p\Omega_r$.

3 Composition de champs tournants synchrones

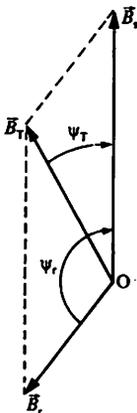


Fig 4. Diagramme de composition des champs tournants.

Cette figure fait apparaître la règle de composition vectorielle des champs tournants. La position de l'axe du champ résultant est connue par ψ_T , elle est représentée à l'instant $t = 0$. Son amplitude vaut B_T . Cela suffit pour connaître à tout instant l'expression du champ magnétique résultant en un point P de l'entrefer caractérisé par son angle θ .

En général, dans les machines à courant alternatif, le champ tournant dans l'entrefer résulte des effets combinés de deux champs tournant à la même vitesse (champs synchrones) :

- l'un est engendré par le système triphasé de courants alimentant les enroulements du stator ;
- l'autre émane du rotor.

En négligeant tous les phénomènes non linéaires (saturation, hystérésis) nous pouvons composer le champ statorique d'axe \vec{n}_s et le champ rotorique d'axe \vec{n}_r , chacun de ces champs étant défini et calculé en l'absence de l'autre (méthode de superposition). En général les axes de ces deux champs sont décalés (fig. 4) ($\vec{n}_r, \vec{n}_s = \psi_r$), et leurs amplitudes sont différentes.

La direction de l'axe du champ tournant résultant \vec{B}_T est décalée d'un angle ψ_T par rapport à celle du champ du stator. Cette direction et l'amplitude B_T sont données par la construction graphique de la figure 4. Cette figure reste identique à elle-même en tournant à vitesse constante.

Conclusion

Tout champ magnétique à répartition sinusoidale, tournant dans l'entrefer d'une machine, peut être caractérisé par un vecteur \vec{B} .

La direction de \vec{B} est celle de l'axe du champ tournant.

Son intensité est égale à la valeur maximale \widehat{B} du champ magnétique dans l'entrefer (au niveau de l'axe).

1 Un dispositif permet de visualiser à l'oscilloscope, simultanément :

- sur la voie 1, la tension u alimentant une phase du stator d'une machine triphasée (avec un atténuateur);

- sur la voie 2 la f.é.m. induite dans un conducteur placé dans l'entrefer de cette machine (en fait le conducteur est logé dans une encoche du stator).

A vide, on observe que la f.é.m. induite dans le conducteur est sinusoïdale, qu'elle a une amplitude de 3,0 V et qu'elle présente un retard de 30° par rapport à la tension u .

En charge, l'amplitude de la f.é.m. induite prend la valeur 2,5 V et présente un retard de 75° par rapport à la tension u .

On admet que la f.é.m. induite dans le conducteur par un champ tournant a une amplitude proportionnelle à celle du champ : 1,0 V correspond à 0,4 T. Donner les positions respectives des champs magnétiques statorique \vec{B}_s , rotorique \vec{B}_r , résultant \vec{B}_T .

Préciser l'amplitude du champ magnétique rotorique.

Solution :

La tension u du réseau nous sert de référence : elle est prise pour origine des phases des autres grandeurs sinusoïdales.

A vide, la f.é.m. induite dans le conducteur est due au seul champ statorique \vec{B}_s . En charge elle est due au champ \vec{B}_T résultant de la composition du champ statorique \vec{B}_s et du champ rotorique \vec{B}_r .

On en déduit que les axes du champ statorique et du champ résultant sont décalés de l'angle :

$$\psi_T = (75 - 30)^\circ \Rightarrow \psi_T = 45^\circ$$

L'amplitude de la f.é.m. induite par un champ tournant étant proportionnelle à celle du champ qui la produit (1 V \Leftrightarrow 0,4 T), nous pouvons écrire : amplitude B_s du champ statorique :

$$B_s = (0,4 \times 3) \text{ T} \Rightarrow B_s = 1,2 \text{ T}$$

amplitude B_T du champ résultant :

$$B_T = (0,4 \times 2,5) \text{ T} \Rightarrow B_T = 1,0 \text{ T}$$

Ces données permettent de tracer le diagramme de composition des champs tournants de la figure 4 et d'obtenir les résultats concernant le champ \vec{B}_r :

On lit : $\psi_r = 140^\circ$
et $B_r = 0,87 \text{ T}$

2 Dans l'entrefer d'un moteur asynchrone tétrapolaire, alimenté sous une tension de fréquence 50 Hz, on a disposé deux conducteurs, AA' et BB' décalés de 45° l'un par rapport à l'autre. Un oscilloscope permet d'observer les tensions

$$u_{AA'} = v_A - v_A' \text{ et } u_{BB'} = v_B - v_B'$$

qui sont sinusoïdales et d'amplitude 3,2 V.

1. Quel est le déphasage de $u_{BB'}$ par rapport à $u_{AA'}$?

2. On relie A' et B (extérieurement). Quelle est l'amplitude de u_{AB} ?

Solution

1. Déphasage entre $u_{AA'}$ et $u_{BB'}$

Les tensions $u_{AA'}$ et $u_{BB'}$ sont égales aux f.é.m. induites dans les conducteurs AA' et BB' par le champ tournant résultant dans l'entrefer.

La f.é.m. induite dans un conducteur repéré par l'angle θ est égale à :

$$e = Blv, \text{ avec } B = B_T \cos(\omega t - p\theta),$$

$$\omega = 2\pi f \text{ et } p = 2 \text{ (moteur à 4 pôles).}$$

Affectons à AA' l'angle $\theta = 0$, BB' est alors caractérisé par l'angle $\theta' = \pi/4$.

Posons $\hat{U} = B_T lv = 3,2 \text{ V}$. D'où :

$$u_{AA'} = \hat{U} \cos \omega t; \quad u_{BB'} = \hat{U} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

Les tensions $u_{AA'}$ et $u_{BB'}$, de fréquence 50 Hz, sont donc en quadrature.

2. Amplitude de u_{AB}

En plaçant les conducteurs AA' et BB' en série, nous ajoutons leurs f.é.m.

$$u_{AB} = u_{AA'} + u_{BB'} = \hat{U} \sqrt{2} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{4} \right)$$

L'amplitude de la tension u_{AB} est égale à : $\widehat{u_{AB}} = 3,2 \times 1,41 \text{ V} = 4,5 \text{ V}$

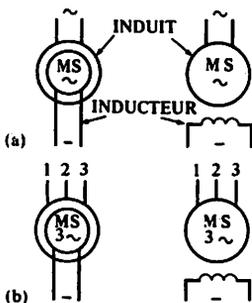


Fig. 1. Symboles normalisés des machines synchrones :

a) monophasées ; b) triphasées.

Comme toute machine électrique tournante, une machine synchrone est un convertisseur réversible. Elle peut fonctionner soit en génératrice soit en moteur.

Lorsqu'elle fonctionne en génératrice (fournissant du courant alternatif), la machine synchrone prend le nom d'*alternateur*.

Dans le fonctionnement en moteur, la fréquence de rotation de la machine est rigoureusement imposée par la fréquence du courant alternatif qui alimente l'induit. Cette propriété remarquable justifie la dénomination habituelle de cette machine : *moteur synchrone* (fig. 1).

1 Organisation simplifiée

Dans une machine synchrone on distingue :

- l'inducteur parcouru par un courant continu ou parfois constitué d'aimants permanents ;
- l'induit parcouru par des courants alternatifs. Il peut être monophasé ou triphasé.

Le plus souvent, l'inducteur est porté par le rotor (appelé aussi roue polaire) et, par conséquent, l'induit est disposé sur le stator. Nous n'envisageons ici que ce type de machine.

Inducteur

Il a pour rôle de créer dans l'entrefer de la machine un champ tournant, à répartition sinusoïdale, présentant $2p$ pôles (fig. 2).

Deux solutions sont principalement retenues :

- Rotor à pôles lisses (fig. 3)

Dans les encoches du rotor, sont logés des conducteurs associés en série. Le courant continu qui les parcourt, et qui peut être amené par un système de bagues et de balais, crée le champ magnétique inducteur. Ce mode de construction qui assure une grande robustesse mécanique, est systématiquement adopté pour les alternateurs de forte puissance dont la fréquence de rotation est élevée (3000 tr/min ou 1500 tr/min).

- Rotor à pôles saillants (fig. 4)

Les pièces polaires placées sur le rotor, analogues à celles de la machine à courant continu, portent les bobines inductrices. Ces dernières, convenablement associées en série, permettent d'obtenir des pôles nord ou sud, deux pôles consécutifs étant de noms différents.

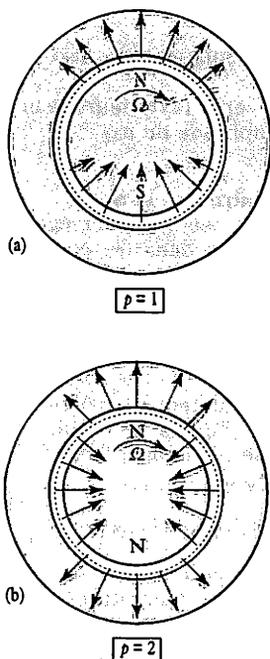


Fig. 2. Répartition du champ magnétique que doit produire l'inducteur dans l'entrefer d'une machine synchrone :

a) bipolaire ($2p = 2$) ;
b) tétrapolaire ($2p = 4$).

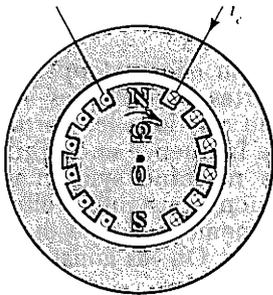


Fig. 3. Rotor à pôles lisses. L'enroulement d'excitation, parcouru par un courant continu d'intensité i_a , est logé dans des encoches. La distribution des conducteurs est étudiée pour que le champ magnétique dans l'entrefer ait une répartition sinusoïdale.

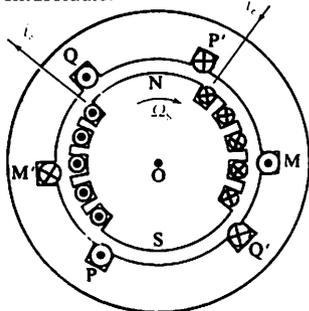


Fig. 4. Machine synchrone triphasée bipolaire.

\triangleright Pas polaire $\alpha_1 b_1 = \frac{\pi}{p}$
 Distance angulaire
 $\alpha_1 \alpha_2 = \frac{2}{3} \left(\frac{\pi}{p} \right)$

Ce mode de construction, plus simple que le précédent, n'autorise pas de grandes vitesses périphériques. En revanche, il permet d'installer un grand nombre de pôles sur le rotor et facilite ainsi la construction de machines synchrones tournant à faible vitesse comme celles destinées à fonctionner en alternateur couplé à une turbine hydraulique ou en moteur.

Induit

Dans une machine synchrone triphasée (alternateur ou moteur) l'induit est réalisé selon le principe de la figure 4. S'il s'agit d'une machine bipolaire ou de la figure 5 dans le cas d'une machine tétrapolaire.

Trois groupes de conducteurs, logés dans les encoches du stator, sont associés pour former trois enroulements identiques (un pour chaque phase), décalés d'un angle convenable les uns par rapport aux autres. Ils sont parcourus par trois courants qui forment un système triphasé.

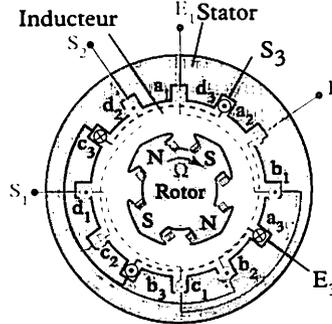


Fig. 5. Principe d'un bobinage d'induit tétrapolaire pour un alternateur triphasé. Les lettres désignant les

conducteurs sont affectées d'un indice qui correspond au numéro de la phase (exemple : indice 1 \Rightarrow conducteurs de l'enroulement constituant la phase 1 de l'alternateur). Les signes \odot et \otimes placés sur les conducteurs précisent les orientations adoptées (respectivement : vers l'avant ou vers l'arrière). Les liaisons entre conducteurs sont représentées en trait plein si elles se trouvent à l'avant de l'induit, en pointillé si elles sont situées à l'arrière de celui-ci.

2 Bilan des puissances - Rendement

Puissance reçue. Puissance restituée

L'alternateur reçoit une puissance mécanique P_M qui est fournie par le moteur d'entraînement (fig. 6) :

$$P_M = T_M \Omega$$

Il restitue à la charge une partie de cette puissance sous forme de puissance électrique P :

$$P = \sqrt{3} UI \cos \varphi$$

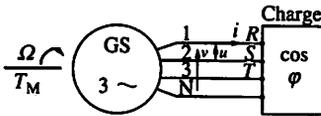


Fig. 6. Alternateur en charge. L'alternateur est entraîné à vitesse constante Ω . Il reçoit une puissance P_M . Le facteur de puissance est imposé par la charge. L'alternateur fournit une puissance :

$$P = 3VI \cos \varphi = \sqrt{3}UI \cos \varphi$$

► **Excitation des machines synchrones**

L'inducteur, quand il n'est pas à aimants permanents, doit être alimenté en courant continu. Si la source qui fournit ce courant est extérieure au rotor, un système de bagues et de balais est nécessaire.

Une autre solution consiste à créer une source de tension continue solidaire du rotor. On y parvient, par exemple, avec un alternateur auxiliaire à inducteur fixe et induit tournant. Les courants alternatifs, produits au rotor, sont redressés afin d'alimenter la roue polaire.

► **Expression des pertes par effet Joule en fonction de R et de I**

Appelons r la résistance d'un enroulement.

Couplage étoile : $R = 2r$ et $I = J$

$$p_j = 3rJ^2 = \frac{3}{2} RI^2$$

Couplage en triangle :

$$R = \frac{r \cdot 2r}{r + 2r} = \frac{2}{3} r \text{ et } I = \sqrt{3} J$$

$$p_j = 3rJ^2 = 3 \times \frac{3R}{2} \left(\frac{I}{\sqrt{3}} \right)^2 = \frac{3}{2} RI^2$$

Bilan des pertes de puissance

• Pertes ne dépendant pas de la charge (appelées pertes « constantes »). Les pertes mécaniques p_m dépendent de la fréquence de rotation ; les pertes p_f dans le fer dépendent de la fréquence et du flux dans la machine. Pour une machine synchrone utilisée à fréquence et tension constantes, elles varient peu entre le fonctionnement à vide et le fonctionnement à pleine charge. On les considère donc comme constantes.

• **Pertes par effet Joule**

- Dans l'inducteur : $p_{j_e} = u_e i_e$

en appelant u_e la tension continue aux bornes de l'inducteur et i_e l'intensité du courant d'excitation.

- Dans l'induit : la puissance p_j perdue par effet Joule peut être calculée.

Alternateur monophasé. Nous désignons par R la résistance de l'enroulement induit :

$$p_j = RI^2$$

(I : intensité efficace du courant en ligne).

Alternateur triphasé. Nous désignons par R la résistance mesurée entre deux bornes de phase de la machine

$$p_j = \frac{3}{2} RI^2$$

(I : intensité efficace du courant en ligne).

Expression du rendement

- Si l'alternateur est auto-excité, c'est-à-dire s'il ne reçoit de puissance que du moteur qui l'entraîne, le rendement est alors égal à :

$$\eta = \frac{\sqrt{3}UI \cos \varphi}{T_M \Omega}$$

- Si l'alternateur n'est pas auto-excité, il faut ajouter à la puissance mécanique reçue, la puissance p_{j_e} qui a été fournie au circuit d'excitation.

Dans le cas général, nous pouvons écrire :

$$\eta = \frac{\sqrt{3}UI \cos \varphi}{\sqrt{3}UI \cos \varphi + p_m + p_f + p_{j_e} + p_j}$$

1 La tension entre phases d'un alternateur triphasé couplé en étoile est égale à 13 kV. Il débite un courant d'intensité efficace 6,0 kA dans une charge triphasée équilibrée dont le facteur de puissance est 0,85.

- Quelles sont les puissances active, réactive, apparente de la charge ?
- Sachant que le rendement de l'alternateur atteint 98,5 %, calculer la puissance qu'il absorbe.
- Dans ces conditions de fonctionnement déterminer les pertes de puissance de l'alternateur.

Solution :

1. Puissances P, Q et S

Si nous désignons par U la tension efficace entre phases, par I l'intensité efficace du courant en ligne et par $\cos \varphi$ le facteur de puissance de la charge, la puissance active de la charge est donnée par la relation :

$$P = UI\sqrt{3} \cos \varphi$$

$$P = [13 \times 10^3 \times 6 \times 10^3 \times \sqrt{3} \times 0,85] \text{ W}$$

$$\Rightarrow P = 0,11 \cdot 10^9 \text{ W} = 0,11 \text{ GW}$$

Par définition, la puissance réactive est égale à :

$$Q = UI\sqrt{3} \sin \varphi$$

Si $\cos \varphi = 0,85$ alors $\sin \varphi = 0,527$.

$$Q = [13 \times 10^3 \times 6 \times 10^3 \times \sqrt{3} \times 0,527] \text{ var}$$

$$\Rightarrow Q \approx 71 \times 10^6 \text{ var}$$

La puissance apparente est égale à :

$$S = UI\sqrt{3}$$

$$S = [13 \times 10^3 \times 6 \times 10^3 \times \sqrt{3}] \text{ VA}$$

$$\Rightarrow S \approx 0,13 \times 10^9 \text{ VA}$$

2. Puissance P_a absorbée

Par définition, le rendement de l'alternateur est égal à : $\eta = \frac{P_u}{P_a}$ avec : $P_u = P$.

Nous pouvons tirer P_a :

$$P_a = \frac{P_u}{\eta}$$

$$\text{D'où : } P_a = \left(\frac{0,11 \cdot 10^9}{0,985} \right) \text{ W}$$

$$\Rightarrow P_a \approx 0,12 \times 10^9 \text{ W}$$

3. Pertes de puissance p

Les pertes de puissance de l'alternateur correspondent à la différence entre P_a et P_u : $p = P_a - P_u$

$$\text{Soit : } p = \left[\frac{0,11 \times 10^9}{0,985} - 0,11 \times 10^9 \right] \text{ W}$$

$$\Rightarrow p = 1,7 \times 10^6 \text{ W}$$

2 Un alternateur triphasé, tétrapolaire, 220/380 V-50 Hz, alimente un moteur asynchrone triphasé qui absorbe une puissance 3,0 kW. Le facteur de puissance du moteur est égal à 0,90. L'alternateur qui est auto-excité, reçoit une puissance mécanique $P_M = 3,2 \text{ kW}$.

- Quelle est l'intensité efficace I du courant en ligne ?
- Déterminer le rendement η de l'alternateur pour ces conditions de fonctionnement.

Solution :

1. Intensité efficace I du courant en ligne

L'expression de la puissance absorbée par le moteur (qui est la puissance utile fournie par l'alternateur) permet de calculer I :

$$P_u = UI\sqrt{3} \cos \varphi \Rightarrow I = \frac{P_u}{U\sqrt{3} \cos \varphi}$$

$$I = \left[\frac{3000}{380 \times \sqrt{3} \times 0,9} \right] \text{ A} \Rightarrow I \approx 5,0 \text{ A}$$

2. Rendement η

Le rendement de l'alternateur est donné par l'expression suivante :

$$\eta = \frac{P_u}{P_M}$$

$$\text{D'où : } \eta = \frac{3}{3,2} \Rightarrow \eta \approx 94 \%$$

1 F.é.m. dans une spire

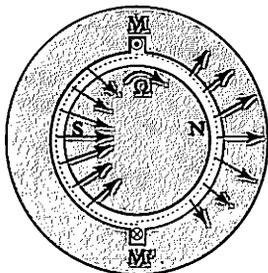


Fig. 1. Alternateur monophasé à rotor bipolaire. Principe.

— Les signes \odot et \otimes définissent le sens positif adopté pour la spire MM' (respectivement : flèche vers l'avant et flèche vers l'arrière).

— Si \hat{B} désigne la valeur maximale du champ magnétique radial (répartition sinusoïdale), le flux maximal embrassé par la

spire a pour expression $\Phi = \frac{2\hat{B}}{\pi} S$

(S est la surface d'un demi-cylindre qui s'appuie sur le contour en pointillé rouge).

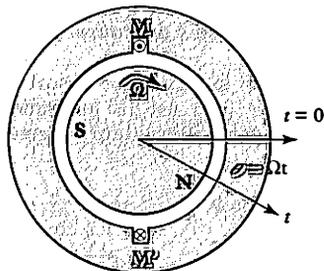
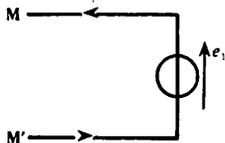


Fig. 2. Axe du champ tournant à l'instant $t = 0$. L'angle θ permet de repérer un point de l'entrefer par rapport à cet axe.



Alternateur à rotor bipolaire

Nous considérons un alternateur dont le stator est constitué d'une seule spire (fig. 1) et dont le rotor comporte deux pôles. Nous désignons par Φ l'amplitude du flux utile résultant embrassé par la spire. Le rotor tourne à une vitesse angulaire constante $\Omega = 2\pi n$ (n étant la fréquence de rotation de la roue polaire exprimée en tours par seconde). A l'instant initial ($t = 0$), le rotor occupe la position représentée sur la figure 1 : la spire embrasse le flux Φ .

A un instant t (fig. 2), la spire embrasse un flux φ tel que :

$$\varphi = \Phi \cos \theta = \Phi \cos \Omega t$$

Le flux φ embrassé variant dans le temps, une f.é.m. e_1 est induite dans la spire (fig. 3) :

$$e_1 = - \frac{d\varphi}{dt} = \Phi \Omega \sin \Omega t$$

La f.é.m. e_1 est sinusoïdale :

- de valeur efficace E_1 : $E_1 = \frac{\Phi \Omega}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} n \Phi$

- de pulsation : $\omega = \Omega = 2\pi n$

- de fréquence $f = \frac{\omega}{2\pi} = n$.

Alternateur à rotor multipolaire

Nous considérons encore une seule spire statique, disposée de façon à embrasser le flux maximal sous un pôle (fig. 4). La distance angulaire entre les encoches contenant les conducteurs de

cette spire est égale à $\frac{\pi}{p}$; elle est appelée pas polaire.

Le rotor tourne à la vitesse constante $\Omega = 2\pi n$. Le flux embrassé passe p fois par sa valeur maximale à chaque tour de roue polaire. La f.é.m. induite dans la spire peut s'écrire :

$$e_1 = p \Phi \Omega \sin p \Omega t$$

Fig. 3. Orientation des conducteurs formant la spire. Compte tenu de cette orientation, nous plaçons la source de tension parfaite dont la f.é.m. est égale à la f.é.m. e_1 induite dans la spire.

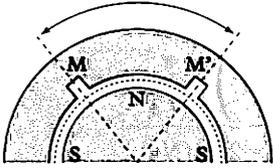


Fig. 4. Machine synchrone à 2p pôles.
 — L'inducteur comporte 2p pôles.
 — Une spire de l'induit occupe un angle $\frac{\pi}{p}$ (pas polaire).
 — La pulsation de la f.é.m. sinusoïdale induite est $\omega = p\Omega$.

C'est une f.é.m. sinusoïdale :

- de valeur efficace E_1 : $E_1 = \frac{p\Phi\Omega}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} pn\Phi$

- de pulsation $\omega = p\Omega = 2\pi pn$ et de fréquence $f = pn$.

Fréquence des f.é.m. induites

Dans tous les cas la fréquence f est égale à :

$$f = pn \quad \begin{cases} n \text{ en tours par seconde (tr/s)} \\ f \text{ en hertz (Hz)} \end{cases}$$

en désignant par :

- p le nombre de paires de pôles du rotor ;
- n la fréquence de rotation.

2 F.é.m. dans un enroulement

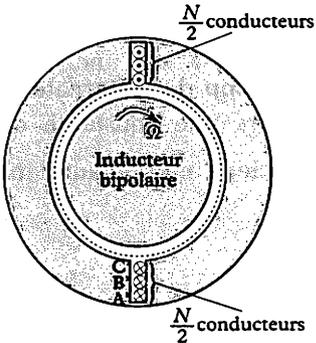


Fig. 5. Enroulement concentré dans deux encoches (spire 1 : conducteurs A et A', spire 2 : conducteurs B et B', spire 3 : conducteurs C et C').

Un enroulement formé à partir de N conducteurs comporte $\frac{N}{2}$ spires. La f.é.m. induite dans une spire vient d'être calculée. La valeur instantanée de la f.é.m. induite dans un enroulement est la somme des valeurs instantanées des f.é.m. induites dans les $\frac{N}{2}$ spires. Comme ce sont des grandeurs sinusoïdales, de même fréquence, la valeur efficace de la f.é.m. résultante peut être obtenue à l'aide d'un diagramme de Fresnel. Pour cette détermination, il faut tenir compte des phases respectives des f.é.m. à ajouter, c'est-à-dire de la disposition des spires constituant l'enroulement.

Enroulement concentré dans deux encoches

Les N conducteurs sont disposés dans deux encoches distantes de un pas polaire. D'un point de vue électrique, tout se passe comme si les conducteurs se trouvaient dans deux encoches diamétralement opposées et si le rotor était bipolaire (fig. 5). Nous admettrons que toutes les spires sont identiques et occupent la même position sur le stator. Les f.é.m. induites dans les $\frac{N}{2}$ spires sont donc en phase et égales à e_1 . La f.é.m. résultante e_t (f.é.m. théorique) est alors égale à $\frac{N}{2}$ fois la f.é.m. e_1 (fig. 6) :

$$e_t = \frac{N}{2} e_1$$

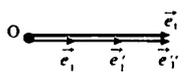


Fig. 6. Les f.é.m. induites dans les différentes spires sont en phase (dans le cas de la figure $N = 6$).

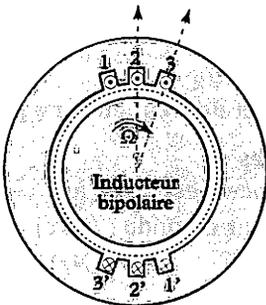


Fig. 7. Enroulement réparti afin d'occuper au mieux l'espace statorique. L'enroulement est formé de trois bobines (chacune réduite à une spire pour simplifier le raisonnement) : la première bobine est constituée par les conducteurs 1 et 1' ; la seconde est obtenue avec les conducteurs 2 et 2' ; etc. Les f.é.m. induites dans deux spires consécutives sont déphasées d'un angle θ .

- Nous désignons par :
- N le nombre de conducteurs de l'enroulement d'une phase ;
 - p le nombre de paires de pôles ;
 - n la fréquence de rotation ;
 - Φ le flux maximal embrassé par une spire.

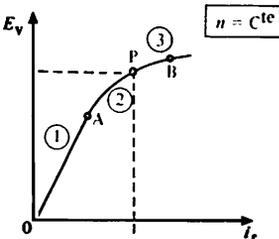


Fig. 8. Caractéristique à vide d'une machine synchrone. Pour avoir une f.é.m. assez grande, le point de fonctionnement de l'alternateur se trouve en général dans la zone 2 de la caractéristique (entre A et B).

Sa valeur efficace est :

$$E_t = \frac{N}{2} E_1 = \frac{N}{2} \left(\frac{2\pi}{\sqrt{2}} p n \Phi \right) = \frac{\pi}{\sqrt{2}} p N n \Phi$$

soit : $E_t = 2,22 p N n \Phi = 2,22 f N \Phi$

Enroulement réparti dans plusieurs encoches

Pour obtenir une f.é.m. de valeur efficace suffisamment grande, il faut que l'enroulement comporte un nombre de conducteurs N important (fig. 7). La f.é.m. résultante est alors égale à une somme de f.é.m. qui ne sont plus en phase (fig. 8). Sa valeur efficace est inférieure à la valeur théorique E_t . Elle est donnée par la relation suivante :

$E = K p N n \Phi = K f N \Phi$

- | | |
|---|------------------------|
| } | E en volts |
| | f en hertz |
| | n en tours par seconde |
| | Φ en webers |

Pour un alternateur déterminé, K est une constante appelée coefficient de Kapp de l'alternateur. Dans la réalité c'est toujours une constante de valeur voisine de $\frac{\pi}{\sqrt{2}}$ (coefficient intervenant dans la formule donnant E_t).

Cas d'un alternateur triphasé

Les résultats précédents s'appliquent à chaque enroulement d'un alternateur triphasé. La formule précédente donne donc la valeur efficace d'une tension simple si les enroulements sont couplés en étoile, et la valeur d'une tension composée s'ils sont couplés en triangle.

Caractéristique à vide $E_v(i_a)$

Lorsque le rotor tourne à vitesse constante ($n = C^{10}$), la valeur efficace E_v de la f.é.m. induite dans un enroulement peut s'écrire :

$$E_v = K p N n \Phi = K' \Phi \quad \text{avec} \quad K' = C^{10}$$

La caractéristique à vide de l'alternateur est le graphe de la fonction $E_v(i_a)$ (fig. 8).

1 Un alternateur triphasé de la centrale de Serre-Ponçon a les caractéristiques suivantes : 28 pôles; flux par pôle : 25 mWb; fréquence : 50 Hz; coefficient de Kapp : 2,05; 8820 conducteurs actifs.
Quelle est la f.é.m. par enroulement ?

Solution :

La valeur efficace E de la f.é.m. induite dans un enroulement est donnée par la relation :

$$E = KfN\Phi$$

Si nous désignons par :

K le coefficient de Kapp : $K = 2,05$;

f la fréquence : $f = 50,0$ Hz;

N le nombre de conducteurs d'un enroulement : $N = \frac{8820}{3} = 2940$;

Φ le flux maximal embrassé par une spire : $\Phi = 25,0$ mWb.

$$E = [2,05 \times 50 \times 2940 \times 25 \times 10^{-3}] \text{ V}$$

$$\Rightarrow E \approx 7,53 \text{ kV}$$

2 A vide, un alternateur monophasé, à aimants permanents, fournit une f.é.m. de valeur efficace 220 V lorsque la roue polaire tourne à 500 tr/min. Quelle est la f.é.m. si la roue polaire tourne à 600 tr/min ?

Solution :

L'expression générale de la f.é.m. d'un alternateur est :

$$E = KpNn\Phi$$

Pour un alternateur à aimants permanents ($\Phi = C^{te}$) cette f.é.m. E est proportionnelle à la fréquence de rotation n' de la roue polaire :

$$E = kn'$$

Pour deux fréquences de rotation n'_1 et n'_2 nous pouvons écrire :

$$\frac{E_{v2}}{E_{v1}} = \frac{n'_2}{n'_1} \Rightarrow E_{v2} = E_{v1} \frac{n'_2}{n'_1}$$

$$E_{v2} = \left(220 \times \frac{600}{500} \right) \text{ V} \Rightarrow E_{v2} = 264 \text{ V}$$

3 La caractéristique à vide d'un alternateur monophasé, produisant une f.é.m., de fréquence 50 Hz, lorsque la fréquence de rotation est $n'_1 = 1500$ tr/min et l'intensité du courant d'excitation i_e , peut être assimilée à un segment de droite passant par l'origine et le point $E_{v1} = 160$ V; $i_{e1} = 4,0$ A. Déterminer :

1. la f.é.m. E_{v2} à $n'_2 = 1500$ tr/min pour $i_{e2} = 6,0$ A ?

2. la f.é.m. E_{v3} à $n'_3 = 1200$ tr/min pour $i_{e3} = 2,0$ A ?

Solution :

1. F.é.m. E_{v2}

La caractéristique à vide est assimilable à un segment de droite passant par l'origine (fig. 8) d'équation :

$$E_v = \frac{160}{4} i_e \text{ soit : } E_v = 40i_e$$

Cette caractéristique correspond à la fréquence de rotation n'_1 .

Pour une excitation d'intensité $i_e = i_{e1} = 6,0$ A et pour la même fréquence de rotation n'_1 , la f.é.m. à vide est égale à :

$$E_{v1} = (40 \times 6) \text{ V} \Rightarrow E_{v1} = 240 \text{ V}$$

2. F.é.m. E_{v3}

Pour cette détermination, qui correspond à une fréquence de rotation n'_3 différente de n'_1 , nous revenons à l'expression générale de la f.é.m. d'un alternateur : $E = KnpN\Phi$

Dans cette expression K , p et N sont des constantes.

Le flux utile maximal Φ embrassé par une spire est proportionnel à l'intensité i_e du courant d'excitation : $\Phi = ki_e$.

$$\text{D'où : } E = KknpNi_e$$

$$\text{et : } \frac{E_{v3}}{E_{v1}} = \frac{n'_3}{n'_1} \frac{i_{e3}}{i_{e1}} \Rightarrow E_{v3} = E_{v1} \frac{n'_3}{n'_1} \frac{i_{e3}}{i_{e1}}$$

$$\text{Soit : } E_{v3} = \left(160 \times \frac{1200}{1500} \times \frac{2}{4} \right) \text{ V}$$

$$\Rightarrow E_{v3} = 64,0 \text{ V}$$

1 Caractéristiques en charge à fréquence et excitation constantes

► Nous nous intéressons à un alternateur isolé c'est-à-dire qui alimente seul une installation indépendante. Le développement de l'emploi des groupes électrogènes autonomes, en petite puissance et en moyenne puissance, rend cette situation très fréquente en pratique. L'entraînement du groupe est assuré par un moteur thermique de puissance adaptée; un dispositif de régulation est nécessaire pour maintenir constante la fréquence de rotation.

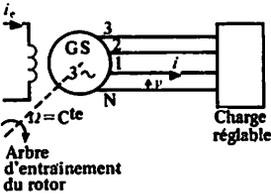


Fig. 1. Alternateur triphasé en charge. L'alternateur est entraîné à vitesse constante et l'intensité de son courant d'excitation est constante. Le déphasage imposé par la charge doit rester constant bien que la charge varie. On relève V et I .

Relevé d'une caractéristique

L'alternateur triphasé est entraîné à vitesse n constante. Il alimente une charge équilibrée (fig. 1). Les caractéristiques obtenues (fig. 2) montrent que la tension V varie beaucoup en fonction de l'intensité du courant débité et également en fonction du déphasage imposé par la charge.

La variation de tension mise en évidence par ces caractéristiques est exprimée par la différence

$$\Delta V = (E_v - V).$$

Lorsque l'alternateur débite dans une charge résistive ou dans une charge inductive, cette différence ΔV est positive et relativement importante comparée à E_v .

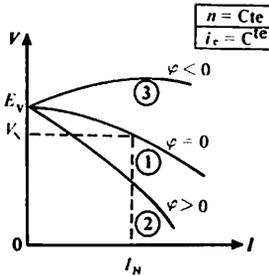


Fig. 2. Caractéristiques externes $V(I)$. Les caractéristiques sont tracées pour trois valeurs constantes de φ (déphasage de i par rapport à v). Dans tous les cas $i_e = C^{te}$ et $n = C^{te}$.

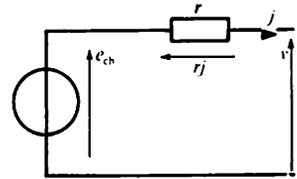


Fig. 3. F.é.m. en charge d'un enroulement d'alternateur. Pour un alternateur couplé en étoile le courant dans un enroulement est identique au courant en ligne.

Pour un alternateur couplé en triangle l'intensité efficace J du courant dans un enroulement est liée à l'intensité efficace I du

$$\text{courant en ligne : } J = \frac{I}{\sqrt{3}}.$$

F.é.m. en charge

La valeur instantanée de la f.é.m. en charge dans un enroulement est donnée par la relation (fig. 3) :

$$e_{ch} = v + rj$$

en appelant :

e_{ch} : la f.é.m. en charge pour un enroulement; la valeur efficace de cette f.é.m. est notée E_{ch} .

v : la tension aux bornes d'un enroulement (valeur efficace V).

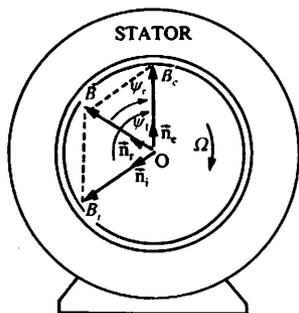


Fig. 4. Champ de l'inducteur, champ de l'induit et champ résultant.

\vec{n}_e : vecteur unitaire de l'axe du champ tournant \vec{B}_e produit par l'inducteur, d'amplitude maximale \vec{B}_e .

\vec{n}_i : vecteur unitaire de l'axe du champ tournant \vec{B}_i produit par l'induit, d'amplitude \vec{B}_i .

\vec{n}_r : vecteur unitaire de l'axe du champ résultant \vec{B}_r , d'amplitude maximale \vec{B}_r .

ψ_i : (\vec{n}_i, \vec{n}_e). L'interaction électromagnétique tend à annuler cet angle, c'est-à-dire à aligner les axes des champs \vec{B}_i et \vec{B}_e .

Dans un alternateur on impose la rotation du champ \vec{B}_e et la roue polaire « tire » le champ de l'induit \vec{B}_i . (Remarque : la composition stricte des champs magnétiques ne se justifie que si le circuit magnétique de la machine synchrone n'est pas saturé.)

r : la résistance d'un enroulement.

j : l'intensité du courant dans un enroulement (sa valeur efficace J peut être calculée en fonction de l'intensité efficace I du courant en ligne si l'on connaît le couplage des enroulements de l'alternateur).

Dans des conditions normales d'utilisation, la chute ohmique de tension dans l'induit rj est faible. D'où :

$$e_{ch} \approx v \Rightarrow E_{ch} \approx V$$

Cela signifie que la f.é.m. en charge varie dans de grandes proportions lorsque l'intensité du courant dans l'induit croît de zéro au maximum possible (i_e et φ étant constants).

Réaction magnétique d'induit

La f.é.m. induite dans un enroulement d'alternateur est proportionnelle à l'amplitude du flux utile sous un pôle.

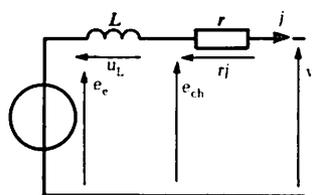
En charge, les enroulements de l'induit parcourus par les courants d'un système triphasé, créent un champ tournant qui modifie considérablement le flux utile dans l'entrefer.

Dans le cas d'une charge résistive ou inductive, la réduction du flux utile en charge est très importante et la tension V diminue beaucoup (courbes 1 et 2 de la figure 2).

Au contraire, pour une charge nettement capacitive, le flux résultant est augmenté et la tension V croît quand l'intensité du courant débité augmente (courbe 3 de la figure 2).

En effet le diagramme de la figure 4 montre que le champ magnétique résultant dépend non seulement des valeurs des champs \vec{B}_e et \vec{B}_i , dus respectivement à l'inducteur et aux courants induits, mais également de leur position relative : l'angle $\psi_i = (\vec{B}_i, \vec{B}_e)$ varie selon la nature de la charge.

2 Modèle élémentaire d'un enroulement d'alternateur



Pour rendre compte du fonctionnement en régime permanent d'un alternateur débitant dans une charge équilibrée, à chaque enroulement de la machine on fait correspondre le modèle équivalent de la figure 5. Il comporte :

Fig. 5. Modèle d'un enroulement d'alternateur.

► Le modèle présenté convient pour un alternateur à entrefer de longueur constante c'est-à-dire à pôles lisses. Pour un alternateur à pôles saillants on devrait faire appel à un modèle plus complexe.

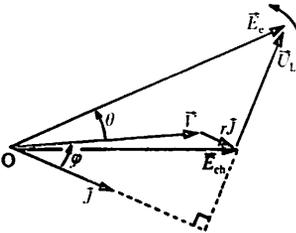


Fig. 6. Diagramme de Fresnel des tensions pour un enroulement.

Données :

- \vec{V} : tension aux bornes d'un enroulement ;
- \vec{J} : intensité du courant dans un enroulement ;
- $\varphi = (\vec{J}, \vec{V})$: déphasage du courant par rapport à la tension (φ est imposé par la nature de la charge). Après avoir disposé les vecteurs \vec{V} et \vec{J} , nous plaçons $r\vec{J}$ colinéaire à \vec{J} , puis :
- \vec{U}_L tel que

$$U_L = L\omega \text{ et } (\vec{J}, \vec{U}_L) = \frac{\pi}{2}$$

- \vec{E}_s : f.é.m. synchrone. L'angle $\theta = (\vec{V}, \vec{E}_s)$ est appelé angle de décalage interne. Nous pouvons également tracer le vecteur $\vec{E}_{ch} = \vec{V} + r\vec{J}$ associé à la f.é.m. en charge e_{ch} . Pour maintenir la tension V constante quand J et φ varient, il faut modifier E_s donc agir sur l'intensité i_e du courant d'excitation.

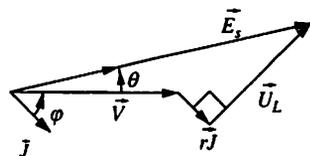


Fig. 7

- une source de tension de f.é.m. instantanée e_s (de valeur efficace E_s). Cette force électromotrice, en général appelée f.é.m. synchrone, est due à l'action du flux φ_e , embrassé par l'enroulement, et provenant de l'inducteur porté par la roue polaire (φ_e est le flux du champ tournant représenté par le vecteur \vec{E}_s sur la figure 4) ;
- une inductance L : elle permet de rendre compte du flux φ_l embrassé par l'enroulement et dû au champ magnétique créé par les courants qui circulent dans tous les enroulements de l'induit. La réactance $X = L\omega$, est appelée réactance synchrone ;
- une résistance r : c'est la résistance d'un enroulement, seul élément directement mesurable.

Diagramme synchrone

Appliquons la loi d'Ohm au modèle simplifié :

$$v = e_s - L \frac{dj}{dt} - rj$$

A cette relation entre valeurs instantanées nous faisons correspondre les deux relations suivantes :

$$\underline{V} = \underline{E}_s - jL\underline{\omega} - r\underline{J} \text{ et } : \vec{V} = \vec{E}_s - \vec{U}_L - r\vec{J}$$

Cette dernière expression permet d'établir le diagramme de Fresnel de la figure 6 appelé diagramme synchrone. Il est alors possible de représenter les vecteurs de Fresnel associés aux différents flux sinusoidaux qui se combinent dans un enroulement du stator de l'alternateur. En effet,

tout vecteur $\vec{\Phi}$ est décalé de $+\frac{\pi}{2}$ rad par rapport au vecteur \vec{E} représentant la f.é.m. qui lui correspond.

Validité du modèle

- Pour un alternateur non saturé $E_s = E_v$: la f.é.m. synchrone est égale à la f.é.m. à vide pour la même valeur de l'intensité i_e . La valeur de l'inductance L , donc de la réactance synchrone X est constante. Cela conduit au diagramme synchrone de la figure 7.
- Pour un alternateur saturé, $E_s(i_e, J, \varphi) \neq E_v(i_e)$ et L dépend aussi de J et de φ . On fait alors le choix d'un modèle plus complexe : L et E_s ont des valeurs adaptées au problème à traiter.

A la fréquence de rotation nominale, la caractéristique à vide $E_v(i_o)$ d'un alternateur triphasé, tétrapolaire, à pôles lisses peut être assimilée, dans sa zone utile, à une droite passant par l'origine et par le point de coordonnées : $i_o = 2,0 \text{ A}$; $E_v = 90,0 \text{ V}$ (i_o : intensité du courant d'excitation; E_v : f.é.m. induite à vide dans un enroulement du stator). La fréquence nominale des f.é.m. de cet alternateur est 50 Hz. Le stator est couplé en étoile; la tension entre deux bornes du stator est maintenue constante et égale à $U = 380 \text{ V}$ par action sur l'intensité i_o du courant d'excitation.

La résistance d'un enroulement du stator est négligeable devant la réactance synchrone $X = 5,0 \Omega$.

La fréquence de rotation du rotor est constante : $n' = 1500 \text{ tr/min}$

- Déterminer la f.é.m. à vide E_v dans un enroulement de l'induit.
- Quelle est l'intensité i_{ev} du courant d'excitation à vide ?
- La machine débite maintenant un courant d'intensité $I = 12 \text{ A}$ dans une charge résistive. Calculer la f.é.m. en charge E_{ch} dans un enroulement.
- Déterminer la f.é.m. synchrone E_s dans ces conditions de fonctionnement.

Solution :

1. F.é.m. à vide E_v

A vide, pour un enroulement statorique, nous pouvons écrire : $V = E_v$

D'où la valeur de la f.é.m. à vide :

$$E_v = V = \frac{U}{\sqrt{3}}$$

soit : $E_v = \frac{380}{\sqrt{3}} \text{ V} \Rightarrow \boxed{E_v = 220 \text{ V}}$

2. Intensité i_{ev}

Elle peut être déterminée à l'aide de la caractéristique à vide. C'est un segment de droite qui passe par l'origine et le point de coordonnées

$$i_o = 2,0 \text{ A}; E_v = 90,0 \text{ V}$$

L'équation de ce segment est :

$$E_v = \frac{90}{2} i_o \text{ soit : } E_v = 45i_o$$

(E_v en volts et i_o en ampères).

Si $i_o = i_{ev}$ alors $E_v = 220 \text{ V}$. Donc :

$$i_{ev} = \frac{220}{45} \text{ A} \Rightarrow \boxed{i_{ev} \approx 4,89 \text{ A}}$$

3. F.é.m. en charge E_{ch} dans un enroulement

Utilisons le schéma équivalent d'un enroulement (fig. 8) puisque la machine n'est pas saturée (la caractéristique à vide est une droite). Nous pouvons écrire : $\vec{E}_{ch} = \vec{V}$

puisque la résistance r d'un enroulement du stator est supposée nulle.

D'où : $E_{ch} = V \Rightarrow \boxed{E_{ch} = 220 \text{ V}}$

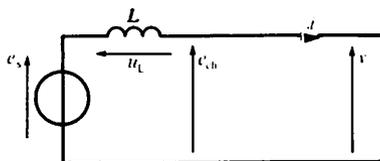


Fig. 8

4. F.é.m. synchrone E_s

Nous appliquons la loi d'Ohm au modèle équivalent :

$$\vec{E}_s = \vec{U}_L + \vec{V} \text{ avec } \vec{U}_L = jL\omega I$$

La relation correspondante entre les vecteurs de Fresnel associés aux grandeurs sinusoïdales considérées est :

$$\vec{E}_s = \vec{U}_L + \vec{V}$$

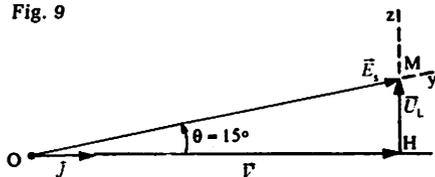
Elle se traduit par le diagramme de la figure 9. La f.é.m. E_s cherchée peut être obtenue graphiquement ou par le calcul.

$$E_s = \sqrt{V^2 + (L\omega I)^2}$$

Soit : $E_s = \sqrt{(220)^2 + (5 \times 12)^2} \text{ V}$

$$\Rightarrow \boxed{E_s = 228 \text{ V}}$$

Fig. 9



1 Machine synchrone non saturée

Éléments du modèle

On relève successivement, à vitesse constante ($n = C^{te}$), la caractéristique à vide $E_v(i_o)$ et la caractéristique en court-circuit $J_{cc}(i_o)$ (fig. 1 et 2). Le modèle équivalent d'un enroulement de l'alternateur pour un fonctionnement en court-circuit (fig. 3) nous permet d'écrire la relation :

$$\underline{E}_s = (r + jL\omega) \underline{I}_{cc} = \underline{Z} \underline{I}_{cc}$$

Le module de l'impédance synchrone est donc égal à :

$$Z = \frac{E_s}{I_{cc}} = \frac{E_v(i_o)}{J_{cc}(i_o)} \quad (\text{pour une intensité } i_o \text{ arbitraire})$$

Les portions des caractéristiques à vide et en court-circuit utilisées dans le cas d'une machine non saturée étant des segments de droite, l'impédance synchrone Z ne dépend pas de i_o . Les résultats expérimentaux montrent que cette impédance est très supérieure à la résistance d'un enroulement. Nous pouvons alors admettre que :

$$Z = \sqrt{r^2 + X^2} \approx X \quad \text{avec : } X = L\omega \approx \frac{E_v(i_o)}{J_{cc}(i_o)}$$

Alternateur couplé au réseau

Le réseau E.D.F. se comporte comme un générateur triphasé synchrone de très grande puissance imposant sa fréquence (50 Hz) ainsi que la valeur efficace de la tension à toute machine synchrone qui lui est connectée.

La puissance fournie au réseau par l'alternateur a pour expression :

$$P = \sqrt{3}UJ \cos \varphi = 3VJ \cos \varphi$$

A l'alternateur on fait correspondre un schéma équivalent simplifié (fig. 4), sans résistance (la chute ohmique de tension est négligée) et dans lequel la réactance synchrone est constante. Le diagramme synchrone correspondant permet de comprendre les échanges de puissance entre l'alternateur et le réseau (fig. 5).

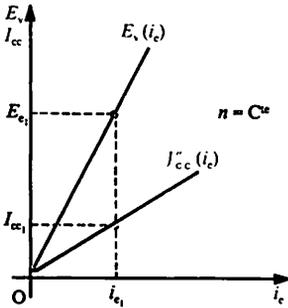


Fig. 1. Caractéristique à vide $E_v(i_o)$ et caractéristique en court-circuit $J_{cc}(i_o)$. La réactance synchrone est égale à :

$$X = L\omega \approx \frac{E_{o1}}{I_{cc1}}$$

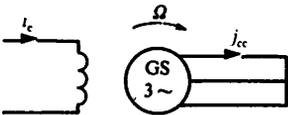


Fig. 2. Détermination de la caractéristique en court-circuit. L'alternateur est entraîné à vitesse nominale.

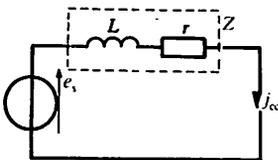


Fig. 3. Modèle équivalent de l'alternateur en court-circuit.

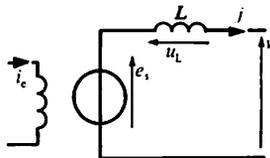


Fig. 4. Schéma équivalent simplifié de l'alternateur.

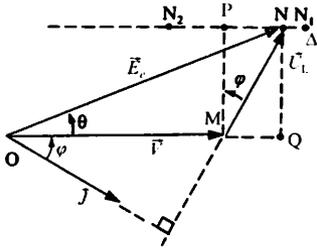


Fig. 5. Échanges de puissance entre un alternateur et le réseau.

• $MN = U_L = XJ$;

$MP = MN \cos \varphi = XJ \cos \varphi$

D'où : $P = 3VJ \cos \varphi = \frac{3V}{X} \cdot MP$

Dans l'hypothèse où la réactance synchrone est constante, MP est proportionnel à la puissance active P fournie par l'alternateur puisque V est une constante (tension du réseau).

• $MQ = U_L \sin \varphi = XJ \sin \varphi$
Par conséquent MQ est proportionnel à la puissance réactive Q fournie par l'alternateur.

Conséquences

- A puissance constante, le point N se déplace sur la droite Δ.
- A courant débité constant, le point N se déplace sur un cercle de centre M et dont le rayon MN est proportionnel à J.

2 Moteur synchrone triphasé

La machine synchrone est réversible : elle peut fonctionner en moteur (fig. 6) et entraîner une charge à une vitesse Ω imposée par la fréquence f des courants sinusoïdaux qui alimentent l'induit :

$$\Omega = \frac{\omega}{p} = \frac{2\pi f}{p}$$

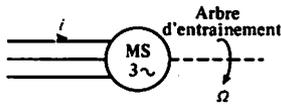


Fig. 6. Moteur synchrone triphasé. Lorsque la fréquence du réseau d'alimentation est constante, la vitesse de rotation du moteur est constante :

$$\Omega = \frac{\omega}{p} = \frac{2\pi f}{p}$$

Moment du couple électromagnétique

- Reprenons un schéma équivalent simplifié d'un enroulement de la machine synchrone ; nous adoptons maintenant la convention récepteur (fig. 7 et 8) et nous supposons la résistance de l'enroulement nulle ($r = 0$).

- La puissance active absorbée par un enroulement s'écrit :

$$P = VJ \cos \varphi \quad \text{avec} \quad \varphi = (\vec{J}, \vec{V})$$

Puisque nous négligeons les pertes par effet Joule, la puissance développée par le couple électromagnétique (T_{em}) est égale à la puissance totale absorbée par la machine :

$$T_{em} \Omega = 3VJ \cos \varphi$$

soit :

$$T_{em} = \frac{3VJ \cos \varphi}{\Omega}$$

| | | |
|---|---------------------------------|---------|
| } | T_{em} en newtons-mètres (Nm) | |
| | V en volts | (V) |
| | J en ampères | (A) |
| | Ω en radians par seconde | (rad/s) |

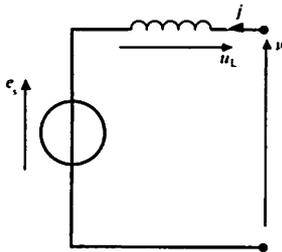


Fig. 7. Schéma équivalent simplifié d'un enroulement de moteur synchrone triphasé. La résistance de l'enroulement est supposée nulle.

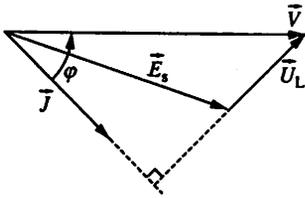


Fig. 8. Diagramme synchrone correspondant au schéma équivalent simplifié de la figure 7 : $\vec{V} = \vec{E}_s + \vec{U}_L$ avec $(\vec{J}, \vec{V}) = \varphi$

$$U_L = L\omega j \text{ et } (\vec{J}, \vec{U}_L) = \frac{\pi}{2}$$

Couple de décrochage

Lorsque l'excitation, la tension et la fréquence sont constantes, le moteur synchrone possède un couple maximal. Si le couple résistant dépasse cette valeur, le moteur s'arrête : il « décroche ».

Utilisation du moteur synchrone

- Le moteur synchrone triphasé est en général un moteur de grande puissance (1 à 10 MW) fonctionnant sous tension élevée. Il peut être utilisé, par exemple, pour entraîner des compresseurs des pompes, des concasseurs.
- Son principal inconvénient est de nécessiter en général un dispositif auxiliaire de démarrage.
- De très petits moteurs synchrones sont utilisés dans les servomécanismes. Tournant à vitesse constante, ils permettent, après démultiplication, de réaliser des positionnements angulaires dépendant uniquement de la durée de fonctionnement.
- Moteur autosynchrone.

Les progrès de l'électronique de puissance ont rendu possible le développement de nouveaux moteurs appelés synchrones autopilotés ou autosynchrones.

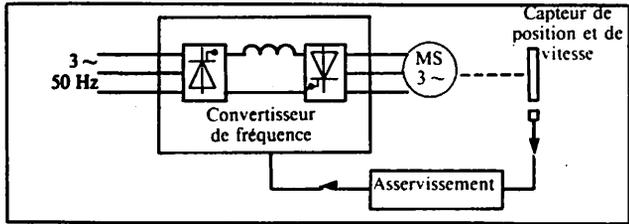


Fig. 9. Organisation d'un groupe autosynchrone.

► Dans le domaine des fortes puissances (motrices de T.G.V. Atlantique), ces moteurs comportent, comme les alternateurs, des rotors bobinés. Leurs propriétés leur permettent de remplacer avantageusement les moteurs à excitation en série de la traction électrique traditionnelle (réglage de vitesse de 0 à 100 %).

Dans le domaine des puissances plus faibles, les rotors sont à aimants permanents (au samarium-cobalt). Exemple : moteurs commercialisés sous le nom de MASAP pour Moteur Auto-Synchrone à Aimants Permanents).

La figure 9 montre le principe selon lequel sont associés le moteur synchrone et son dispositif d'alimentation. A chaque instant un capteur détermine la position de l'arbre du moteur et sa vitesse angulaire. Un bloc d'asservissement contrôle deux ponts triphasés tout thyristors qui agissent en convertisseurs de fréquence : toute modification de la vitesse du moteur, résultant d'une modification de la charge, s'accompagne automatiquement d'un ajustement des tensions d'alimentation délivrées par le convertisseur (d'où le nom de système autosynchrone).

1 La caractéristique à vide d'une machine synchrone triphasée, à la fréquence de rotation $n' = 1500$ tr/min est donnée par la relation $E_v = 62,5i_o$, si l'on appelle E_v la tension efficace entre phase et neutre et i_o l'intensité du courant d'excitation (E_v en volts, i_o en ampères). Les enroulements statoriques sont couplés en étoile. La résistance entre deux bornes du stator est $R = 2,4 \Omega$.

En court-circuit, pour une intensité du courant d'excitation $i_o = 2,0$ A, on a mesuré, en ligne, un courant d'intensité efficace $I_{cc} = 25,0$ A. Calculer :

1. l'impédance synchrone Z de la machine.
2. la réactance synchrone $X = L\omega$?

Solution :

1. Impédance synchrone Z

Le module de l'impédance synchrone Z se calcule à partir des résultats de l'essai en court-circuit :

$$Z = \frac{E_{cc}}{I_{cc}}$$

Pour $i_o = 2,0$ A, la f.é.m. E_{cc} entre phase et neutre a pour valeur efficace :

$$E_{cc} = (62,5 \times 2) \text{ V} \Rightarrow E_{cc} = 125 \text{ V}$$

$$\text{D'où : } Z = \left(\frac{125}{25} \right) \Omega \Rightarrow \boxed{Z = 5,0 \Omega}$$

2. Réactance synchrone $X = L\omega$

Connaissant la résistance r d'un enroulement et son impédance synchrone Z nous pouvons écrire :

$$Z = \sqrt{r^2 + X^2} \Rightarrow X = \sqrt{Z^2 - r^2}$$

Les enroulements du stator étant couplés en étoile, la résistance r d'un enroulement est égale à : $r = \frac{R}{2}$

(R : résistance mesurée entre deux bornes du stator).

$$X = \left[\sqrt{(5)^2 - \left(\frac{2,4}{2} \right)^2} \right] \Omega \Rightarrow \boxed{X \approx 4,85 \Omega}$$

2 Un moteur synchrone triphasé tétrapolaire est alimenté par un réseau triphasé 380 V-50 Hz. Il fournit une puissance de 4,4 kW. La résistance de l'induit est négligeable. Le rendement du moteur est $\eta = 0,98$.

1. Quelle est la fréquence de rotation du moteur ?
2. Calculer le moment de son couple utile.
3. Dans les conditions d'utilisation le facteur de puissance du moteur est $\cos \varphi = 0,80$. Calculer l'intensité efficace I du courant appelé par le moteur.

Solution :

1. Fréquence de rotation n du moteur
La fréquence de rotation du moteur est donnée par l'expression

$$n = \frac{f}{p} \Rightarrow n = \frac{50}{2} \text{ tr/s} \Rightarrow \boxed{n = 25 \text{ tr/s}}$$

2. Moment du couple utile T_u

Si P_u désigne la puissance utile du moteur, le moment du couple utile a pour expression :

$$T_u = \frac{P_u}{2\pi n}$$

$$T_u = \left(\frac{4400}{2\pi \times 25} \right) \text{ Nm} \Rightarrow \boxed{T_u = 28 \text{ Nm}}$$

3. Intensité efficace I du courant

L'intensité efficace I du courant appelé par le moteur peut être déterminée à partir de la relation donnant la puissance absorbée P_a :

$$I = \frac{P_a}{U\sqrt{3} \cos \varphi}$$

Connaissant le rendement η nous pouvons calculer P_a puis I :

$$P_a = \frac{P_u}{\eta} \quad \text{et} \quad I = \frac{P_u}{\eta U\sqrt{3} \cos \varphi}$$

$$\text{Soit : } I = \frac{4400}{0,98 \times 380 \times \sqrt{3} \times 0,80} \Rightarrow \boxed{I = 8,5 \text{ A}}$$

1 Organisation simplifiée

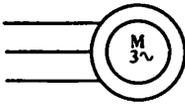


Fig. 1. Symbole du moteur asynchrone triphasé.

Les moteurs asynchrones entrent dans la constitution de très nombreux équipements. La plupart des moteurs entraînant des machines-outils sont des moteurs asynchrones triphasés dont la puissance ne dépasse pas 1,5 kW. Des moteurs asynchrones monophasés entraînent des compresseurs de réfrigérateurs ou de congélateurs domestiques, de nombreuses machines à laver le linge ou la vaisselle, ainsi que les pompes de ces machines.

Le symbole normalisé d'un moteur asynchrone est donné figure 1.

Stator

- Il est identique à celui d'une machine synchrone (le principe de son organisation est donc celui de la figure 2). Les conducteurs, placés dans les encoches du stator sont associés pour former trois enroulements destinés à être alimentés par un réseau triphasé.
- Ils créent alors un *champ tournant* à répartition sinusoïdale, comportant $2p$ pôles, dont la vitesse Ω_s est liée à la pulsation ω des courants d'alimentation et au nombre p de paires de pôles déterminé par le bobinage du stator :

$$\Omega_s = \frac{\omega}{p}$$

Les moteurs sont prévus pour fonctionner en étant alimentés à une fréquence déterminée (50 Hz par exemple) et sous une tension entre phases très proche de leur tension nominale (par exemple 220 V). Survolté, le moteur chauffe et son rendement est mauvais; alimenté sous une tension trop faible, il peut caler car son couple électromagnétique est alors fortement diminué. En général, il est possible de choisir le couplage des enroulements pour qu'ils se trouvent alimentés sous leur tension nominale (fig. 3).

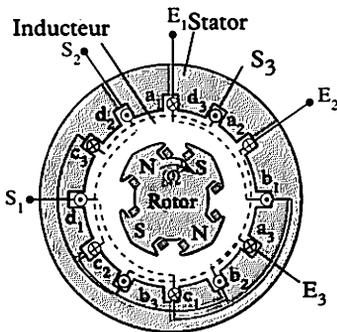


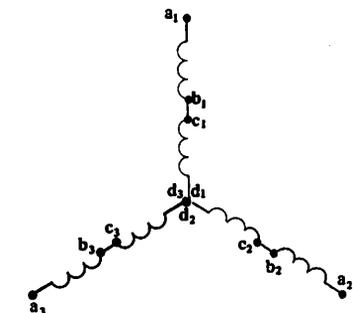
Fig. 2. Principe d'un bobinage statorique pour un moteur asynchrone tétrapolaire.

a) Les lettres désignant les conducteurs sont affectées d'un indice qui correspond au numéro de la phase (exemple : indice 1 \rightarrow conducteurs de l'enroulement constituant la phase 1 de l'alternateur). Les signes \odot et \otimes placés sur les conducteurs précisent les orientations adoptées (respectivement : vers l'avant ou vers l'arrière).

Les liaisons entre conducteurs sont représentées en trait plein si elles se trouvent à l'avant de l'induit, en pointillé si elles sont situées à l'arrière de celui-ci.

b) Schéma équivalent montrant les liaisons entre les spires.

La distance angulaire a, b, c est le pas polaire : $a, b, c = \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{p}$.



ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

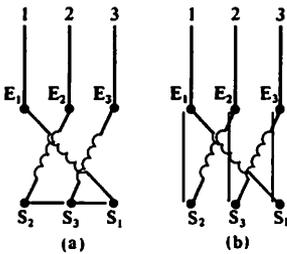


Fig. 3. Couplage des enroulements du stator en étoile (a) ou en triangle (b).

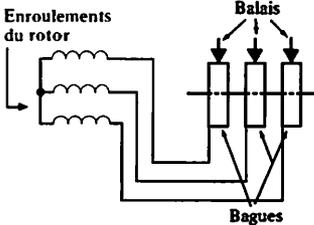


Fig. 4. Rotor triphasé. Schéma électrique des enroulements reliés à trois bagues sur lesquelles frottent trois balais.

Rotor

a) Rotor à cage d'écureuil

- Un rotor à cage d'écureuil porte un système de barres conductrices, très souvent en aluminium, logées dans un empilement de tôles. Les extrémités de ces barres sont réunies par deux couronnes également conductrices.
- L'ensemble ainsi réalisé présente une résistance électrique très faible : on dit couramment que le rotor est en court-circuit.
- Cette catégorie de rotor entre dans la constitution de nombreux moteurs, de petite ou moyenne puissance, fonctionnant en basse tension.

b) Rotor bobiné

Les tôles de ce rotor sont munies d'encoches où sont placés des conducteurs formant un bobinage de structure généralement semblable à celle des enroulements statiques. Dans le cas très fréquent où le bobinage du rotor est triphasé, trois bagues et trois balais sont prévus pour accéder à ces enroulements (fig. 4). Ce dispositif permet de modifier certaines des caractéristiques électriques du circuit rotorique et par là, les propriétés électromécaniques du moteur asynchrone.

2 Étude expérimentale

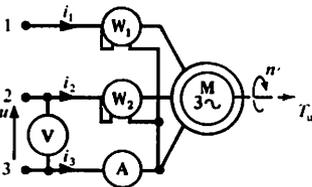


Fig. 5. Étude expérimentale d'un petit moteur asynchrone triphasé. Les indications W_1 et W_2 des deux wattmètres permettent d'obtenir la puissance active

$P = UI\sqrt{3} \cos \varphi$ absorbée par le moteur asynchrone. Elles permettent également de déterminer la puissance réactive :

$$Q = \sqrt{3}(W_1 - W_2)$$

Montage

Le montage utilisé pour cette étude comporte essentiellement :

- un moteur asynchrone à cage, de petite puissance, alimenté par un réseau triphasé 220 V (fig. 5);
- un frein permettant d'exercer un couple résistant de moment réglable (fig. 6).

Fonctionnement à vide

La tresse ne frotte pas sur la poulie. Pour ce régime de fonctionnement, nous relevons les valeurs suivantes : n'_0 , U_0 , I_0 , W_{10} et W_{20} .

Nous déduisons de ces mesures :

- la puissance apparente : $S_0 = \sqrt{3}U_0I_0$;
- la puissance active absorbée : $P_0 = W_{10} + W_{20}$;
- le facteur de puissance : $\cos \varphi_0 = \frac{P_0}{S_0}$.

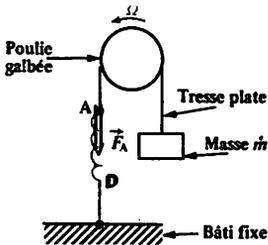


Fig. 6. Ce dispositif permet d'exercer un couple résistant réglable. La présence du dynamomètre D n'est nécessaire que si l'on veut mesurer le moment du couple résistant $T_r = (mg - F_A)r$, r étant le rayon de la poulie.

Résultats :

| n' | U | I | S | W_1 |
|-------------|-------|--------|--------|-------|
| 2900 tr/min | 228 V | 1,70 A | 671 VA | 340 W |
| 2815 tr/min | 228 V | 1,93 A | 762 VA | 420 W |

| n' | W_2 | P | $\cos \varphi$ | φ |
|-------------|--------|-------|----------------|-----------|
| 2900 tr/min | 42,0 W | 382 W | 0,57 | 55° |
| 2815 tr/min | 144 W | 564 W | 0,74 | 42° |

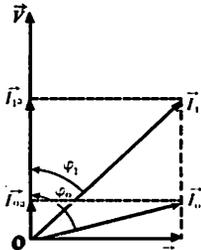


Fig. 7. Diagrammes de Fresnel pour une phase.

$V = 131 \text{ V}$, $I_1 = 1,93 \text{ A}$, $I_0 = 1,44 \text{ A}$, $\varphi_1 = 42^\circ$, $\varphi_0 = 72^\circ$.

Du fonctionnement à vide à la marche en charge, la composante réactive du courant évolue relativement peu. En revanche, la composante active de ce courant, correspondant à la puissance active absorbée, augmente beaucoup quand on charge le moteur.

Fonctionnement en charge

Le moment du couple résistant est réglé en agissant sur la tension de la tresse.

Nous relevons n' , U , I , W_1 et W_2 pour des valeurs différentes du moment du couple résistant et nous calculons, dans chaque cas, S , P et $\cos \varphi$ (voir marge).

Interprétation des résultats des mesures

Démarrage

Le moteur asynchrone triphasé démarre seul et il prend rapidement sa vitesse de régime, en charge comme à vide. Ce moteur présente un couple de démarrage de moment important.

Fréquence de rotation

La fréquence de rotation n' du moteur :
 - est proche de la fréquence de rotation n'_s correspondant à la vitesse de synchronisme (3000 tr/min), mais est toujours inférieure à n'_s ;
 - diminue peu entre la marche à vide et la marche en charge.

Un moteur asynchrone, alimenté par un réseau à fréquence constante, tourne à vitesse presque constante.

Glissement

Par définition, le glissement est égal à :

$$g = \frac{\Omega_s - \Omega}{\Omega_s} \quad \left\{ \begin{array}{l} \Omega_s \text{ et } \Omega \text{ en radians} \\ \text{par seconde (rad/s)} \end{array} \right.$$

Autres expressions équivalentes :

$$g = \frac{n_s - n}{n_s} = \frac{n'_s - n'}{n'_s} \quad \left\{ \begin{array}{l} - n_s \text{ et } n \text{ en tours} \\ \text{par seconde (tr/s)} \\ - n'_s \text{ et } n' \text{ en tours} \\ \text{par minute (tr/min)} \end{array} \right.$$

Le glissement exprime donc l'écart relatif entre la vitesse (ou la fréquence) de synchronisme et la vitesse (ou la fréquence) de rotation de l'arbre du moteur.

g est un nombre abstrait (pas d'unité); il peut s'exprimer sous la forme d'un pourcentage.

Facteur de puissance

Il est assez faible à vide. Il croît lorsque la charge du moteur augmente (fig. 7).

1 Un moteur asynchrone triphasé possédant 6 pôles est alimenté par un réseau 220 V-50 Hz.

- Quelle est la vitesse de synchronisme n'_s ?
- Au régime nominal la vitesse de rotation de l'arbre du moteur est $n = 16,0$ tr/s. Quel est le glissement ?

Solution :

1. Fréquence de synchronisme n'_s

La vitesse de synchronisme n'_s , exprimée en tours par minute, est donnée en fonction de la fréquence f par la relation :

$$n'_s = 60 \frac{f}{p}$$

$$\text{Soit : } n'_s = \left[60 \times \frac{50}{3} \right] \text{ tr/min}$$

$$\Rightarrow n'_s = 1\,000 \text{ tr/min}$$

2. Glissement au régime nominal

Au point nominal, si n' est la vitesse de rotation de l'arbre du moteur, exprimée en tours par minute, l'expression du glissement est :

$$g = \frac{n'_s - n'}{n'_s}$$

D'où :

$$g = \frac{1\,000 - 16 \times 60}{1\,000} \Rightarrow g = 4,0 \%$$

2 Un moteur asynchrone triphasé est alimenté par le réseau 380 V-50 Hz.

Un essai à vide a donné les résultats suivants :

- fréquence de rotation : $n'_0 = 1\,485$ tr/min ;
- puissance absorbée : $P_0 = 1\,200$ W ;
- intensité efficace du courant en ligne : $I_0 = 10,5$ A.

1. Quel est le nombre de pôles du stator ?

2. Pour l'essai à vide, calculer :

- le glissement g_0 ;
- le facteur de puissance $\cos \varphi_0$;
- la puissance apparente S_0 .

Solution :

1. Nombre de pôles du stator

A 50 Hz, les fréquences de rotation au synchronisme n'_s , exprimées en tours par minute, sont données en fonction du nombre p de paires de pôles par les relations suivantes :

$$n'_s = 60 \frac{f}{p} \Rightarrow n'_s = \frac{3\,000}{p}$$

avec $p = 1, 2, 3, \dots$

La fréquence de rotation à vide n'_0 étant très voisine de n'_s nous pouvons affirmer que, pour le moteur considéré, $p = 2$ et $n'_s = 1\,500$ tr/min

$$\Rightarrow \text{Le stator comporte 4 pôles}$$

2. Essai à vide

Glissement g_0

Le glissement est donné par l'expression :

$$g_0 = \frac{n'_s - n'_0}{n'_s}$$

$$g_0 = \frac{1\,500 - 1\,485}{1\,500} \Rightarrow g_0 = 1,0 \%$$

Facteur de puissance $\cos \varphi_0$

De l'expression de la puissance absorbée à vide par le moteur :

$P_0 = UI\sqrt{3} \cos \varphi_0$ nous tirons :

$$\cos \varphi_0 = \frac{P_0}{U I_0 \sqrt{3}}$$

$$\text{Soit : } \cos \varphi_0 = \frac{1\,200}{380 \times 10,5 \times \sqrt{3}} \Rightarrow \cos \varphi_0 \approx 0,174$$

Puissance apparente S_0

La puissance apparente S_0 a pour expression :

$$S_0 = U I_0 \sqrt{3}$$

$$\text{D'où : } S_0 = (380 \times 10,5 \times \sqrt{3}) \text{ VA} \Rightarrow S_0 \approx 6,91 \text{ kVA}$$

1 Couple électromagnétique

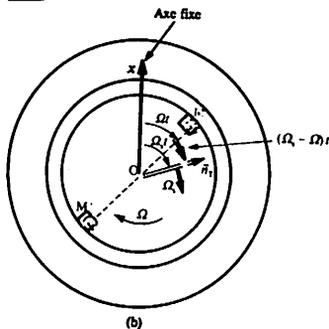


Fig. 1. Champ dans l'entrefer : Le champ résultant dans l'entrefer est à répartition sinusoïdale. Il est figuré ici par la direction de son axe définie par le vecteur unitaire \vec{n}_r . Ce champ tourne à la vitesse angulaire Ω_s . Il provient de la composition du champ dû au stator qui tourne à la vitesse Ω_s et du champ dû aux courants rotoriques dont la vitesse angulaire vaut $\Omega + (\Omega_s - \Omega) = \Omega_s$.

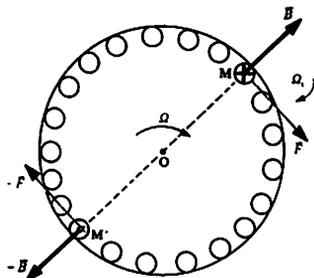


Fig. 2. Forces de Laplace. Les spires d'un rotor bobiné sont balayées par le champ tournant. A chaque instant l'axe de la spire où l'intensité est maximale coïncide avec l'axe du champ rotorique qui tourne à la vitesse de synchronisme Ω_s . Ω_s est donc à la fois la vitesse de rotation de la distribution des courants induits et celle de l'ensemble des forces de Laplace qui glissent par rapport au rotor à la vitesse $\Omega_s - \Omega$.

- Champ tournant produit par le rotor

Dans un moteur asynchrone (fig. 1), un champ tourne dans l'entrefer à la vitesse angulaire Ω_s . En régime établi, le rotor de la machine tourne à la vitesse angulaire Ω inférieure à Ω_s . Les conducteurs du rotor sont alors soumis à un champ magnétique variable qui tourne par rapport à eux-mêmes à la vitesse $(\Omega_s - \Omega)$. Il en résulte l'induction de f.é.m. dans ces conducteurs. Ceux-ci faisant partie de circuits fermés, dans un rotor à cage comme dans un rotor bobiné, des courants induits, de même pulsation que les f.é.m., circulent dans ces conducteurs rotoriques.

Si le moteur comporte p paires de pôles, la pulsation des f.é.m. induites, et donc des courants rotoriques, est :

$$\omega_r = p(\Omega_s - \Omega) = pg\Omega_s = g\omega$$

L'ensemble des courants rotoriques forme un système polyphasé (système triphasé avec un rotor bobiné). Nous admettons que ce système crée un champ tournant comportant le même nombre de pôles ($2p$) que le champ inducteur dû aux courants statoriques.

Le champ rotorique tourne par rapport au rotor à la vitesse angulaire :

$$\Omega_r = \frac{\omega_r}{p} = \Omega_s - \Omega$$

- Champ dans l'entrefer

Puisque le rotor tourne à la vitesse Ω , le champ rotorique tourne donc par rapport au stator à la vitesse angulaire : $\Omega + \Omega_r = \Omega_s$.

Le champ statorique et le champ rotorique sont deux champs synchrones. Ils se composent pour former un champ unique résultant à répartition sinusoïdale.

Forces électromagnétiques

Les différents conducteurs du rotor sont soumis à des forces de Laplace qui résultent de l'action du champ tournant sur les courants induits.

Ces forces tournent à la vitesse Ω_s (fig. 2) : elles glissent par rapport au rotor qui, lui, ne tourne qu'à la vitesse Ω .

PUISSANCES

L'action de l'ensemble des forces électromagnétiques se réduit à un couple électromagnétique résultant de moment T_{em} . Il développe une puissance électromagnétique égale à $T_{em} \Omega_s$.

2 Puissances - couple

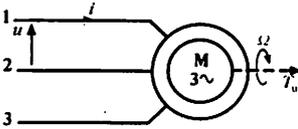


Fig. 3

Expression des pertes par effet Joule en fonction de R et I. Voir chapitre 23 (marge).

Puissance transmise au rotor

- Un moteur asynchrone triphasé tourne à la vitesse constante Ω en fournissant un couple utile de moment T_u (fig. 3). Il absorbe la puissance active P :

$$P = \sqrt{3}UI \cos \varphi$$

- La partie du stator qui est soumise au champ tournant est le siège de pertes dans le fer (p_{fs}).
- Dans les enroulements du stator, une puissance p_{js} est perdue par effet Joule; comme pour toute machine triphasée présentant une résistance R entre deux bornes de phases statoriques :

$$p_{js} = \frac{3}{2} RI^2$$

• La puissance P_{tr} transmise au rotor (fig. 4) est égale à :

$$P_{tr} = P - p_{fs} - p_{js}$$

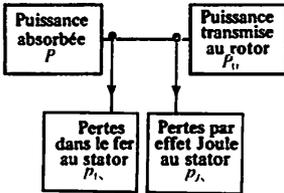


Fig. 4. Transmission de la puissance du stator vers le rotor. Les pertes dans le fer au stator, p_{fs} , sont presque indépendantes de la charge.

En revanche, elles sont liées à la valeur efficace U et à la fréquence f de la tension d'alimentation.

Moment T_{em} du couple électromagnétique

La puissance P_{tr} est transmise du stator vers le rotor par l'action du champ tournant statorique sur les courants du rotor, c'est-à-dire par effet électromagnétique. La puissance électromagnétique transmise au rotor est égale à :

$$P_{tr} = T_{em} \Omega_s$$

Le moment du couple électromagnétique est donc égal à :

$$T_{em} = \frac{P_{tr}}{\Omega_s} \quad \left\{ \begin{array}{l} T_{em} \text{ en newtons-mètres (Nm)} \\ P_{tr} \text{ en watts (W)} \\ \Omega_s \text{ en radians par seconde (rad/s)} \end{array} \right.$$

Bilan des puissances au rotor

La puissance transmise au rotor est convertie d'une part en puissance mécanique P_M et d'autre

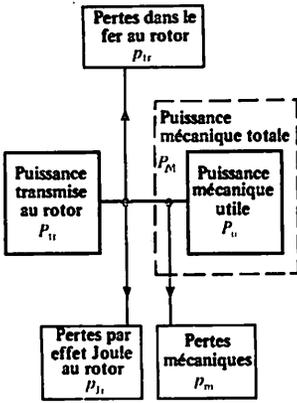


Fig. 5. Bilan de puissance au rotor.
 Les pertes dans le fer du rotor sont généralement très faibles car le champ glisse lentement à la vitesse $g\Omega_s$ par rapport au rotor, produisant ainsi des courants de très basse fréquence gf . Ces pertes sont négligées.

Le rendement d'un moteur asynchrone est toujours inférieur à $1 - g$.

En effet, puisque

$$P = P_{tr} + p_{fr} + p_{rj}$$

$$P > P_{tr}$$

et $P_u = P_{tr} - p_{fr} - p_m$

$$P_u = (1 - g) P_{tr} - p_m$$

$$P_u < (1 - g) P_{tr}$$

On obtient :

$$\eta = \frac{P_u}{P} < \frac{(1 - g) P_{tr}}{P_{tr}}$$

$$\eta < 1 - g$$

part en pertes par effet Joule p_{rj} dans les conducteurs du rotor (fig. 5).

Puissance mécanique totale

Le couple électromagnétique de moment T_{em} entraîne le rotor à la vitesse angulaire Ω . Il lui communique la puissance mécanique totale P_M :

$$P_M = T_{em} \Omega$$

Autre expression : en tenant compte de l'expression du moment T_{em} en fonction de P_{tr} , nous pouvons écrire :

$$P_M = P_{tr} \frac{\Omega}{\Omega_s} = P_{tr} (1 - g)$$

En effet :

$$1 - g = 1 - \frac{\Omega_s - \Omega}{\Omega_s} = \frac{\Omega}{\Omega_s}$$

Expression des pertes par effet Joule au rotor

$$p_{rj} = P_{tr} - P_M = P_{tr} - P_{tr} (1 - g) \Rightarrow p_{rj} = g P_{tr}$$

Puissance utile du rotor

Les pertes mécaniques p_m se retranchent de la puissance mécanique P_M ; la puissance utile du rotor est donc égale à :

$$P_u = P_M - p_m = T_{em} \Omega - p_m \text{ ou } P_u = P_{tr} (1 - g) - p_m$$

Moment T_u du couple utile

$$T_u = \frac{P_u}{\Omega}$$

| | |
|---------------------------------|---------|
| T_u en newtons-mètres | (Nm) |
| P_u en Watts | (W) |
| Ω en radians par seconde | (rad/s) |

Rendement η du moteur asynchrone

$$\eta = \frac{P_u}{P} = \frac{T_u \Omega}{\sqrt{3} UI \cos \phi}$$

1 Le bon de commande d'un moteur asynchrone porte les indications suivantes :

- tension d'alimentation : 220 V/380 V; 50 Hz; couplage étoile;
- puissance utile : 15 kW; intensité en ligne correspondante : 33 A; facteur de puissance : 0,85; fréquence de rotation dans ces conditions : 720 tr/min.

A l'aide de ces indications, calculer :

1. le nombre de pôles $2p$ du moteur (le glissement devant être faible);
2. son glissement en charge g ;
3. le moment T_u du couple utile nominal;
4. le rendement η au régime nominal.

Solution :

1. Nombre de pôles $2p$ du moteur

La vitesse de synchronisme n'_s exprimée en tours par minute, est donnée en fonction de la fréquence f par la relation :

$$n'_s = 60 \frac{f}{p} = \frac{3000}{p} \quad (f = 50 \text{ Hz})$$

D'où le tableau des vitesses de synchronisme possibles :

| p | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|--------------------|------|------|------|-----|-----|-----|
| n'_s (tr/min) | 3000 | 1500 | 1000 | 750 | 600 | 500 |

La fréquence de rotation n' est inférieure à la valeur n'_s cherchée, mais elle est voisine de celle-ci (le rendement du moteur reste toujours acceptable). Cela nous conduit à adopter :

$$\left\{ \begin{array}{l} n'_s = 750 \text{ tr/min} \\ p = 4 \end{array} \right. \Rightarrow \boxed{2p = 8}$$

Le moteur comporte 8 pôles.

2. Glissement g en charge

Le glissement est donné par la relation :

$$g = \frac{n'_s - n'}{n'_s}$$

$$\text{D'où : } g = \frac{750 - 720}{750} \Rightarrow \boxed{g = 4 \%}$$

3. Moment T_u du couple utile

Ce moment est donné en fonction de la puissance utile P_u par la relation :

$$T_u = \frac{P_u}{2\pi n} \quad \text{avec } n = \frac{n'}{60}$$

$$T_u = \frac{15 \times 10^3}{2 \times 3,14 \times (720/60)} \text{ Nm}$$

$$\Rightarrow \boxed{T_u = 199 \text{ Nm}}$$

4. Rendement η

Si le moteur absorbe une puissance P_a quand il fournit une puissance P_u :

$$\eta = \frac{P_u}{P_a}$$

La puissance P_a se calcule au moyen des données correspondant aux grandeurs électriques du régime nominal : $U = 380 \text{ V}$ (tension composée), $I = 33 \text{ A}$ (intensité du courant en ligne), $\cos \varphi = 0,85$ (facteur de puissance du moteur) : $P_a = \sqrt{3}UI \cos \varphi$

$$\text{D'où } \eta = \frac{P_u}{\sqrt{3}UI \cos \varphi}$$

$$\eta = \frac{15 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 380 \times 33 \times 0,85} \Rightarrow \boxed{\eta = 81,2 \%}$$

2 Un moteur asynchrone triphasé absorbe une puissance P de 8,0 kW. Les pertes statoriques sont alors égales à 0,60 kW. Si le glissement est égal à 3,5 %, quelle est la valeur des pertes par effet Joule dans le rotor ?

Solution :

Les pertes par effet Joule dans le rotor p_{jr} s'expriment en fonction de la puissance transmise P_{jr} et du glissement g :

$$p_{jr} = gP_{jr}$$

Déterminons P_{jr} . Si p_s représente l'ensemble des pertes statoriques, la puissance transmise au rotor est égale à :

$$P_{jr} = P - p_s$$

D'où :

$$p_{jr} = g(P - p_s)$$

Soit :

$$p_{jr} = [0,035 \times (8000 - 600)] \text{ W}$$

$$\Rightarrow \boxed{p_{jr} = 0,26 \text{ kW}}$$

1 Modèle équivalent au synchronisme

Pour interpréter les propriétés d'un moteur asynchrone il est possible de le représenter par un modèle électrique. Le schéma équivalent obtenu permet ensuite de comprendre et de prévoir le comportement du moteur dans les diverses situations où il peut être mis en œuvre.

Dans le raisonnement et dans les figures, nous désignons :
 — par v l'une quelconque des trois tensions simples du réseau triphasé qui alimente le moteur (v_1 ou v_2 ou v_3) ;
 — par i l'intensité du courant correspondant à la phase considérée ($i = i_1$ si $v = v_1$, etc.).

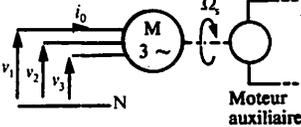


Fig. 1. Moteur asynchrone entraîné à la vitesse de synchronisme. Au synchronisme, le moment T_{em} du couple électromagnétique est nul. Le moteur auxiliaire compense les pertes mécaniques. Le réseau fournit la puissance

$$P_0 = 3VI_0 \cos \varphi_0 \quad (P_0 \approx p_{fs})$$

Les appareils nécessaires aux mesures ne sont pas représentés.

Fig. 2. Modèle monophasé équivalent au synchronisme. Détermination de R_m et X_m .

Les éléments du modèle rendent compte de l'intensité I_0 et de la puissance $P_0 \approx p_{fs}$.

$$V = R_m I_{0a} = X_m I_{0r}$$

avec $I_{0a} = I_0 \cos \varphi_0$

et $I_{0r} = I_0 \sin \varphi_0$

$$\frac{P_{fs}}{3} = \frac{P_0}{3} = R_m (I_{0a})^2 = \frac{V^2}{R_m} \Rightarrow R_m = 3 \frac{V^2}{P_0}$$

$$\tan \varphi_0 = \frac{I_{0r}}{I_{0a}} = \frac{R_m}{X_m}$$

$$\frac{Q_0}{3} = VI_0 \sin \varphi_0 = V \frac{V}{X_m} = \frac{V^2}{X_m}$$

-Un moteur asynchrone triphasé est alimenté par un réseau triphasé. Son rotor est solidaire d'un moteur à courant continu alimenté sous tension réglable (fig. 1). L'alimentation de ce moteur est prévue pour entraîner le rotor dans le sens imposé par le réseau et atteindre la vitesse de synchronisme ($g = 0$).

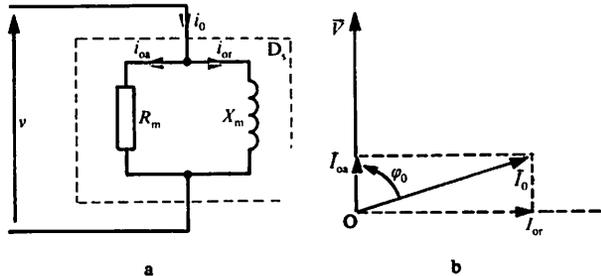
Pour ce point de fonctionnement nous relevons la valeur efficace V d'une tension simple, l'intensité efficace I_0 du courant en ligne, la puissance P_0 fournie par le réseau, le facteur de puissance $\cos \varphi_0$ [$\varphi_0 = (\vec{I}_0, \vec{V})$].

-Dans ce fonctionnement, les f.é.m. induites au rotor sont nulles et, par conséquent, il en est de même des intensités des courants rotoriques et du couple électromagnétique. La puissance absorbée P_0 compense uniquement les pertes dans le fer du stator p_{fs} et les pertes par effet Joule à vide. En négligeant celles-ci, nous pouvons écrire :

$$p_{fs} \approx P_0 = 3VI_0 \cos \varphi_0$$

-Pour chaque phase de la ligne triphasée d'alimentation nous rendons compte de cette situation par un modèle équivalent où le moteur est assimilé à un dipôle D_s associant, en parallèle, une résistance R_m et une réactance X_m (fig. 2). Ce dipôle, alimenté sous la tension simple V doit absorber une puissance égale à $\frac{P_0}{3}$ avec un facteur de puissance

$\cos \varphi_0$. L'intensité du courant appelé a évidemment pour valeur efficace I_0 .



R_m dépend beaucoup de la fréquence de la tension v .

2 Modèle équivalent en charge

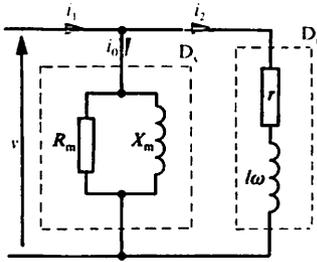


Fig. 3. Modèle équivalent pour une phase.

● Le modèle est établi pour une phase d'un moteur alimenté par un système triphasé de tensions. En charge, le moteur est alimenté sous une tension simple de valeur efficace V . L'intensité efficace du courant en ligne est I_1 .

● La puissance totale absorbée par le moteur de charge est :

$$P_1 = 3VI_1 \cos \varphi_1$$

La puissance transmise au rotor est égale à :

$$P_{tr} = 3VI_2 \cos \varphi_2$$

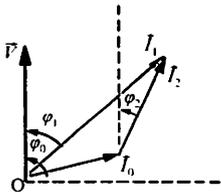


Fig. 4. Diagramme de Fresnel. Le diagramme de Fresnel vérifie la relation $\vec{I}_1 = \vec{I}_0 + \vec{I}_2$

I_2 et φ_2 ne sont pas directement mesurables mais peuvent être déduits du diagramme de Fresnel.

Expérience

Le moteur fonctionne en charge et dans les mêmes conditions d'alimentation que précédemment (tension simple : V) ; l'intensité du courant en ligne est I_1 . Pour une puissance absorbée P_1 , le facteur de puissance est égal à $\cos \varphi_1$ [$\varphi_1 = (\vec{I}_1, \vec{V}_1)$].

Interprétation

Le moteur absorbe une puissance totale P_1 égale à la somme de la puissance transmise au rotor P_{tr} , et des pertes statoriques.

En négligeant les pertes par effet Joule statoriques et en admettant que les pertes dans le fer au stator sont les mêmes à vide et en charge nous pouvons écrire pour une phase :

$$\frac{P_1}{3} \approx \frac{P_{tr}}{3} + \frac{P_0}{3}$$

Cette relation conduit à un modèle qui associe :

- un dipôle D_s qui absorbe une puissance $\frac{P_0}{3}$ et rend compte des phénomènes statoriques,

- un dipôle D_r qui absorbe une puissance $\frac{P_{tr}}{3}$ et

traduit le comportement du rotor « vu » d'une phase d'alimentation (fig. 3).

Le diagramme de Fresnel de la figure 4 nous permet de déterminer l'intensité i_2 du courant qui traverse D_r à partir des valeurs expérimentales V , I_0 , φ_0 , I_1 et φ_1 .

Détermination de D_r

- Puisque l'intensité i_2 du courant qui traverse le dipôle D_r est en retard par rapport à la tension v qui est appliquée à la phase considérée, nous pouvons représenter D_r comme constitué d'une résistance r associée en série avec une inductance l

$$\left(\tan \varphi_2 = \frac{l\omega}{r} \right).$$

- Afin que la présence de D_r rende bien compte du supplément de puissance absorbée par le moteur en charge, il est nécessaire que la puissance rI_2^2 dissipée dans la résistance r soit telle que :

$$3rI_2^2 = P_{tr}$$

-Imposons au modèle la condition supplémentaire suivante : l'intensité i_2 du courant qui traverse D_r est proportionnelle à la véritable intensité i_r du courant dans une phase du rotor :

$$i_2 = ki_r \quad \text{ou} \quad I_2 = kI_r$$

Conséquence :

Si R_r est la résistance d'une phase du rotor, la puissance réellement dissipée par effet Joule dans le rotor s'écrit :

$$P_{jr} = 3R_r I_r^2$$

Or : $P_{jr} = gP_{tr}$ soit $P_{tr} = \frac{P_{jr}}{g}$

Donc : $3rI_2^2 = 3r(kI_r)^2 = \frac{3R_r I_r^2}{g} \Rightarrow k^2 r = \frac{R_r}{g}$

ou encore, en posant $R = \frac{R_r}{k^2}$: $r = \frac{R}{g}$

3 Détermination expérimentale

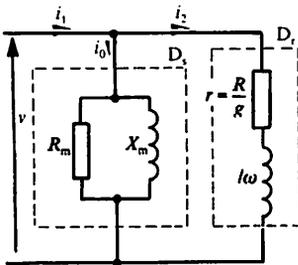


Fig. 5. Modèle électrique du rotor ramené au stator.

Essai au synchronisme : $g = 0$

Le moteur est alimenté sous sa tension nominale et entraîné au synchronisme par un moteur auxiliaire. On mesure la tension V appliquée, la puissance P_0 et la puissance réactive Q_0 (méthode des deux wattmètres). Puisque $I_2 = 0$ on trouve :

$$R_m = \frac{3V^2}{P_0}; \quad X_m = \frac{3V^2}{Q_0}$$

Essai à rotor bloqué : $g = 1$

Le rotor est bloqué et est alimenté sous tension réduite (10 à 20 % de la tension nominale) de façon que le courant appelé soit proche du courant nominal. On mesure : l'intensité I_1 du courant en charge, la puissance active P_1 et la puissance réactive Q_1 .

Comme le moteur est sous tension très réduite, les pertes dans le fer sont négligeables. Pour le modèle de la figure 5 cela revient à négliger l'intensité du courant dans le dipôle D_s ($I_0 \ll I_1$).

D'où : $g = 1$; $\frac{R}{g} = R$; $P_1 \approx 3RI_1^2$ et $Q_1 \approx 3l\omega I_1^2$

On obtient : $R = \frac{P_1}{3I_1^2}$ et $l\omega = \frac{Q_1}{3I_1^2}$

Un moteur asynchrone est alimenté par un réseau 220/380 V-50 Hz. Son stator est couplé en étoile et l'on admet que les résistances et les inductances de fuites du stator sont négligeables ainsi que les pertes ferromagnétiques.

On effectue les essais suivants.

Premier essai : le moteur, alimenté sous la tension $U = 380$ V entre phases, est entraîné à la fréquence de synchronisme. Le courant appelé en ligne a pour intensité $I_0 = 15$ A (essai à vide).

Second essai : le rotor en court-circuit est maintenu à l'arrêt; le stator est alimenté sous tension réduite $U_{cc} = 95,0$ V entre phases. Pour un courant en ligne d'intensité $I_{cc} = 38$ A, la puissance absorbée est $P_{cc} = 1,8$ kW (essai en court-circuit).

A partir de ces essais, on veut déterminer les éléments du schéma équivalent d'une phase du stator.

1. Si l'on néglige les pertes ferromagnétiques, comment se simplifie le schéma de la figure 3 ?

2. A partir de l'essai à vide, déterminer X_m .

3. A partir de l'essai en court-circuit, déterminer la puissance active et la puissance réactive consommées dans R et $l\omega$.

4. En négligeant l'intensité I_{10} dans l'essai à rotor bloqué (figure 5) déterminer R et $l\omega$.

Solution :

1. Modèle équivalent pour une phase

Dans le modèle de la figure 3 les pertes ferromagnétiques sont modélisées par les pertes dans la résistance R_m . Si l'on néglige ces pertes, cela revient à supprimer la résistance R_m dans le modèle précédent (fig. 6).

2. Détermination de X_m

Dans l'essai à vide : $i_2 = 0$ et $i_1 = i_0$.

$$\text{D'où : } V = X_m I_0 \Rightarrow X_m = \frac{V}{I_0}$$

$$X_m = \left(\frac{220}{15}\right) \Omega \Rightarrow X_m \approx 14,7 \Omega$$

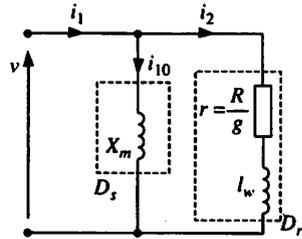


Fig. 6

3. Puissance active P et puissance réactive Q

L'essai en court-circuit s'effectue sous tension réduite à intensité nominale et rotor bloqué. Dans ces conditions l'intensité i_0 dans X_m est négligeable :

$$i_1 = i_{cc} \approx i_2 \text{ et } g = 1$$

Le schéma équivalent est celui d'une phase. Le moteur est triphasé, donc R

consomme la puissance $P = \frac{P_{cc}}{3}$ soit :

$$P = \left(\frac{1800}{3}\right) \text{ W} \Rightarrow P = 600 \text{ W}$$

La réactance $l\omega$ consomme $Q = \frac{Q_{cc}}{3}$.

$$Q_{cc} = \sqrt{(\sqrt{3}UI)^2 - P_{cc}^2}$$

$$Q = \left[\frac{1}{3} \sqrt{(\sqrt{3} \times 95 \times 38)^2 - (1800)^2}\right] \text{ vars}$$

$$\Rightarrow Q = 2,00 \text{ kvar}$$

4. Valeurs de R et $l\omega$

Puisque I_{10} est négligeable, nous pouvons écrire :

$$P = RI_{cc}^2 \Rightarrow R = \frac{P}{I_{cc}^2}$$

$$\text{soit : } R = \frac{600}{(38)^2} \Omega \Rightarrow R = 0,416 \Omega$$

$$\text{et : } l\omega = \frac{Q}{I_{cc}^2}$$

$$\text{soit : } l\omega = \frac{1996}{(38)^2} \Omega \Rightarrow l\omega = 1,38 \Omega$$

1 Couple électromagnétique

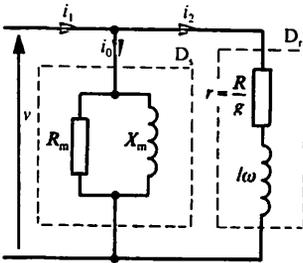


Fig. 1

Valeur maximale du couple électromagnétique.

Dans le cas général :

$$T_{em} = K \frac{1}{\frac{R}{gl\omega} + \frac{gl\omega}{R}}$$

— Posons : $\frac{R}{gl\omega} = x$. Le dénominateur de l'expression ci-dessus est égal à :

$$f(x) = x + \frac{1}{x}$$

La dérivée de cette fonction est :

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$$

Elle est nulle pour $x = 1$,

$$\left(x = \frac{R}{gl\omega} > 0\right)$$

Pour cette valeur $f(x)$ est minimale : $f(1) = 2$

— Par conséquent T_{em} est maximal pour

$$\frac{R}{g_M l \omega} = \frac{g_M l \omega}{R} = 1$$

Soit :

$$g_M = \frac{R}{l\omega}$$

Alors :

$$\widehat{T}_{em} = \frac{K}{2} = \frac{3p}{2l} \cdot \left(\frac{V}{\omega}\right)^2$$

Calcul de la puissance transmise

Le modèle électrique du rotor (fig.1) permet d'écrire :

$$P_{tr} = 3rI_2^2 \quad \text{et} \quad I_2 = \frac{V}{\sqrt{r^2 + l^2\omega^2}}$$

$$\text{Donc : } P_{tr} = 3V^2 \cdot \frac{r}{r^2 + l^2\omega^2} = \frac{3V^2}{l\omega} \cdot \frac{1}{\frac{r}{l\omega} + \frac{l\omega}{r}}$$

Puisque : $r = \frac{R_r}{k^2 g} = \frac{R}{g}$ nous obtenons :

$$P_{tr} = \frac{3V^2}{l\omega} \cdot \frac{1}{\frac{R}{gl\omega} + \frac{gl\omega}{R}}$$

Moment du couple électromagnétique

Le moment du couple électromagnétique est donné en fonction de la puissance transmise :

$$T_{em} = \frac{P_{tr}}{\Omega_s} = \frac{3V^2}{l\omega\Omega_s} \cdot \frac{1}{\frac{R}{gl\omega} + \frac{gl\omega}{R}}$$

Soit en remplaçant Ω_s par $\frac{\omega}{p}$:

$$T_{em} = \frac{3p}{l} \left(\frac{V}{\omega}\right)^2 \cdot \frac{1}{\frac{R}{gl\omega} + \frac{gl\omega}{R}}$$

ou (voir marge) :

$$T_{em} = 2\widehat{T}_{em} \cdot \frac{1}{\frac{R}{gl\omega} + \frac{gl\omega}{R}}$$

Le calcul montre que la valeur maximale \widehat{T}_{em} du moment du couple électromagnétique est indépendante de R et donc de la résistance R_r du rotor.

2 Fonctionnement à V et f constantes

La tension d'alimentation et la fréquence sont constantes.

$$D'où : K = \frac{3p}{l} \left(\frac{V}{\omega} \right)^2 \quad (K = C^{te}) \quad \text{et} \quad T_{em} = K \frac{1}{\frac{R}{gl\omega} + \frac{gl\omega}{R}}$$

Le moment du couple électromagnétique ne dépend que du rapport $\frac{R}{g}$, ou, puisque $R = \frac{R_r}{k^2}$, que du rapport $\frac{R_r}{g}$.

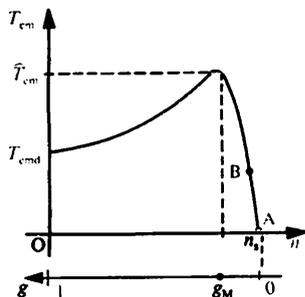


Fig. 2. Caractéristique électromécanique.
— A tension d'alimentation et fréquence constante :

$$T_{em} = 2 \hat{T}_{em} \cdot \frac{1}{\frac{R}{gl\omega} + \frac{gl\omega}{R}}$$

et : $T_{emd} = 2 \hat{T}_{em} \cdot \frac{1}{\frac{R}{l\omega} + \frac{l\omega}{R}}$

— Pour les valeurs faibles du glissement (cas du fonctionnement normal) l'expression de T_{em} se simplifie

car $\frac{gl\omega}{R}$ peut être négligé devant

$\frac{R}{gl\omega}$. Alors :

$$T_{em} \approx 2 \hat{T}_{em} \cdot \frac{l\omega}{R} \cdot g$$

Par conséquent la partie AB de la caractéristique mécanique est pratiquement rectiligne.

Caractéristique mécanique

Elle se déduit de l'expression du couple électromagnétique T_{em} (fig. 2). En raison du couple de pertes mécaniques le moment du couple utile T_u est un peu inférieur à T_{em} .

Couple au démarrage

Le moment T_{emd} du couple au démarrage c'est-à-dire pour $g = 1$, est égal à :

$$T_{emd} = K \cdot \frac{1}{\frac{R}{l\omega} + \frac{l\omega}{R}} \quad \text{soit :} \quad T_{emd} = 2 \hat{T}_{em} \cdot \frac{1}{\frac{R}{l\omega} + \frac{l\omega}{R}}$$

Il est possible d'obtenir le couple maximal au démarrage en modifiant la résistance du rotor, par exemple, en introduisant en série avec chaque phase du rotor une résistance de rhéostat de démarrage. La résistance R intervenant dans le schéma équivalent prend alors une valeur R_d qui permet de réaliser la condition : $T_{emd} = T_{em}$ pour $g = 1$. Pour obtenir ce résultat il faut que R_d soit telle que : $\frac{R_d}{l\omega} = 1$.

A cette valeur R_d correspond une résistance R_{rd} pour une phase rotorique qui doit satisfaire la condition :

$$\frac{R_{rd}}{k^2 l \omega} = 1$$

3 Fonctionnement à $\frac{V}{f} = C^{te}$

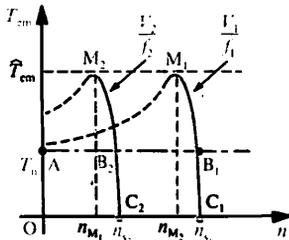


Fig. 3. Caractéristiques couple-vitesse.

Prenons l'exemple d'un moteur qui comporte une paire de pôles par phase.

— Admettons que $V_1 = 220$ V lorsque $f_1 = 50$ Hz :

$n_{s1} = 60 f_1 = 3000$ tr/min.

Supposons que $n_{M1} = 2900$ tr/min.

— Choisissons $f_2 = 25$ Hz. Afin de respecter la condition

$\frac{V_2}{f_2} = \frac{V_1}{f_1} = C^{te}$ nous prendrons

$V_2 = 110$ V.

— Comme la caractéristique mécanique ne dépend que de la différence $(n_s - n)$, pour les points M_1 et M_2 , qui correspondent tous les deux au couple électromagnétique maximal nous pouvons écrire :

$$n_{s2} - n_{M2} = n_{s1} - n_{M1}$$

comme $n_{s2}^* = 1500$ tr/min,

$$n_{M2}^* = 1400$$
 tr/min

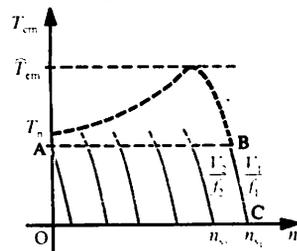


Fig. 4. Caractéristiques couple-vitesse pour différentes valeurs de la tension lorsque le rapport $\frac{V}{f}$ est maintenu constant.

Expression du couple

Montrons que dans ces conditions le moment T_{em} du couple électromagnétique ne dépend que de la différence $n_s - n$, l'expression générale de T_{em} est :

$$T_{em} = \frac{3p}{l} \left(\frac{V}{\omega} \right)^2 \cdot \frac{1}{\frac{R}{gl\omega} + \frac{gl\omega}{R}}$$

Comme : $\omega = 2\pi f$, $\Omega_s = \frac{\omega}{p}$, $g = \frac{n_s - n}{n_s}$

nous trouvons : $g\omega = pg\Omega_s = p(\Omega_s - \Omega) = 2\pi p(n_s - n)$

et : $T_{em} = \frac{3p}{4\pi^2 l} \cdot \left(\frac{V}{f} \right)^2 \cdot \frac{1}{\frac{R}{2\pi p l (n_s - n)} + \frac{2\pi p l}{R} (n_s - n)}$

Posons : $a = \frac{R}{2\pi p l}$ ($a = C^{te}$) et remarquons que

lorsque $\frac{V}{f} = C^{te}$ alors : $\frac{3p}{4\pi^2 l} \left(\frac{V}{f} \right)^2 = C^{te} = K = 2\hat{T}_{em}$.

En définitive :

$$T_{em} = 2\hat{T}_{em} \cdot \frac{1}{\frac{a}{n_s - n} + \frac{n_s - n}{a}}$$

Lorsqu'un moteur asynchrone est alimenté de façon que le rapport $\frac{V}{f}$ soit constant, le moment du couple électromagnétique ne dépend que de l'écart de vitesse $n_s - n$. On montre que les caractéristiques couple-vitesse se déduisent alors les unes des autres par translation (fig. 3).

Intérêt de ce fonctionnement

Lorsqu'un moteur asynchrone est alimenté de façon que le rapport $\frac{V}{f}$ soit constant, il est possible d'obtenir un point de fonctionnement en tout point de la région OABC (fig. 4) du plan couple-vitesse. Dans ce cas, les caractéristiques du moteur asynchrone rappellent celles du moteur à excitation séparée alimenté à flux constant et à tension d'induit réglable.

- 1 Un moteur asynchrone triphasé, bobiné, alimenté sous tension constante, ayant son rotor en court-circuit, fournit son couple maximal lorsque son glissement est égal à 10 %. La résistance de chaque enroulement rotorique est égale à 0,20 Ω. Quelle résistance r_h faut-il mettre en série avec chacun de ces enroulements pour obtenir le couple maximal au démarrage ?

Solution :

Pour un moteur asynchrone triphasé bobiné, alimenté sous tension constante, le moment du couple moteur garde la même valeur si le rapport $\frac{g}{r_1}$

reste constant (dans cette expression r_1 est la résistance totale d'une phase du rotor). Pour les deux fonctionnements envisagés nous devons avoir la même valeur pour ce rapport, soit :

- pour le fonctionnement considéré

$$g = 10\% = 0,1 \Rightarrow \frac{g}{r} = \frac{0,1}{0,2} = 0,5$$

- pour le démarrage ($g_0 = 1$) :

$$\frac{g_0}{r + r_h} = 0,5$$

D'où :

$$r_h = \frac{g_0}{0,5} - r \Rightarrow r_h = \left(\frac{1}{0,5} - 0,2 \right) \Omega$$

$$\Rightarrow \boxed{r_h = 1,8 \Omega}$$

- 2 Un moteur asynchrone tétrapolaire est alimenté de façon que le rapport $\frac{V}{f}$ (tension d'alimentation/fréquence d'alimentation) soit constant. A la fréquence d'alimentation $f_1 = 50$ Hz le couple électromagnétique maximal \hat{T}_{em} est obtenu pour la fréquence de rotation $n'_1 = 1200$ tr/min. La fréquence d'alimentation du stator devient $f_2 = 25$ Hz, pour quelle fréquence de rotation n'_2 obtient-on \hat{T}_{em} ?

Solution :

Lorsqu'un moteur asynchrone est alimenté de façon que le rapport $\frac{V}{f}$ soit

constant, le moment T_{em} du couple électromagnétique ne dépend que de l'écart de vitesse ($n'_2 - n'_1$). De ce fait, si T_{em} est constant ($T_{em} = \hat{T}_{em}$) nous aurons l'égalité :

$$(n'_1 - n'_1) = (n'_2 - n'_2)$$

D'où la valeur de n'_2 :

$$n'_2 = n'_2 - (n'_1 - n'_1)$$

Soit :

$$n'_2 = [750 - (1500 - 1200)] \text{ tr/min}$$

$$\Rightarrow \boxed{n'_2 = 450 \text{ tr/min}}$$

- 3 Un moteur asynchrone triphasé, tétrapolaire, est alimenté par un réseau 380 V-50 Hz. A 50 Hz, pour une phase du rotor, on donne la réactance de fuite : $\lambda_r \omega = 1,4 \Omega$ et la résistance $R_r = 0,112 \Omega$. Pour quelle fréquence de rotation le couple électromagnétique est-il maximal ?

Solution :

La valeur maximale du moment du couple électromagnétique est obtenue pour la valeur g_M du glissement :

$$g_M = \frac{R}{\omega} = \frac{R_r}{\lambda_r \omega}$$

$$\Rightarrow g_M = \frac{0,112}{1,4} \Rightarrow g_M = 0,08$$

Calculons la fréquence de rotation n' correspondante : $n' = n'_s (1 - g)$

A 50 Hz, pour un moteur asynchrone triphasé, tétrapolaire, la fréquence de rotation au synchronisme n'_s est :

$$n'_s = 60 \frac{f}{p} \Rightarrow n'_s = \left(60 \times \frac{50}{2} \right) \text{ tr/min}$$

$$\Rightarrow n'_s = 1500 \text{ tr/min}$$

D'où $n' = [1500 \times (1 - 0,08)] \text{ tr/min}$

$$\Rightarrow \boxed{n' = 1380 \text{ tr/min}}$$

1 Caractéristiques électromécaniques

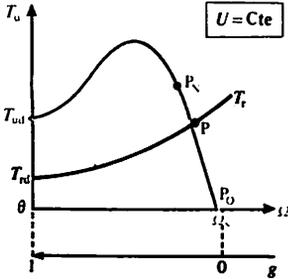


Fig. 1. Caractéristique mécanique typique sous tension constante.
 — P_0 est le point de fonctionnement à vide.
 — P_N est le point de fonctionnement nominal.
 Si la courbe en noir est la caractéristique mécanique d'une charge entraînée par le moteur, le point P d'intersection des deux caractéristiques est le point de fonctionnement du groupe.

Caractéristique mécanique $T(\Omega)$ ou $T(g)$

Son allure (fig. 1) traduit trois propriétés importantes :

- le moment du couple de démarrage sous tension nominale est très important ;
- durant le fonctionnement normal (point de fonctionnement sur la partie P_0P_N de la caractéristique), la vitesse reste très voisine de la vitesse de synchronisme.

Pour cette portion de caractéristique, le moment du couple est sensiblement proportionnel au glissement :

$$T_u = Kg \quad \text{avec : } K = C^{10}$$

Sous tension et fréquence constantes, au voisinage du synchronisme, le moment du couple électromagnétique est proportionnel à g .

- Le moment du couple maximal est proportionnel au carré de la tension d'alimentation :

$$\widehat{T}_u = K' V^2 \quad \text{avec : } K' = C^{10}$$

(V : valeur efficace de la tension simple).

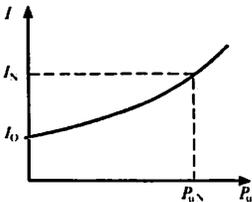
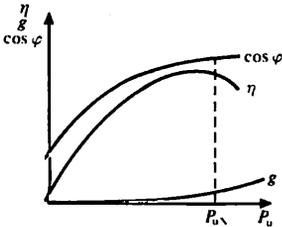


Fig. 2. Caractéristiques typiques sous tension et fréquence constantes.

Autres caractéristiques

Les courbes de la figure 2 montrent comment évoluent le rendement η , le facteur de puissance $\cos \varphi$ et l'intensité efficace I du courant en ligne lorsque la puissance utile P_u demandée au moteur varie. Elles renseignent l'utilisateur sur les conditions de fonctionnement de la machine selon la charge imposée.

Remarque

Au démarrage, le moment du couple moteur est, dans les conditions habituelles d'utilisation, très supérieur au moment du couple résistant. L'accélération est donc brutale et le courant appelé est susceptible d'être très important.

Ce phénomène, sans inconvénient pour les petits moteurs, est inacceptable dès que la puissance atteinte quelques dizaines de kilowatts. Il est alors nécessaire de mettre en œuvre des procédés particuliers de démarrage.

Procédés de démarrage

a) Diminution de la tension d'alimentation

- Les enroulements sont couplés en étoile pour le démarrage; après cette phase transitoire, un coupleur permet de passer au couplage en triangle (couplage pour le fonctionnement normal).
- Pour des moteurs de quelques kilowatts, la tension est diminuée par insertion d'un rhéostat triphasé en série avec les enroulements du stator.
- Le procédé le plus moderne met en œuvre un gradateur électronique (thyristors commandés par microprocesseur) pour le réglage de la tension appliquée au stator. Cet appareillage est utilisable avec des moteurs de très grande puissance (plusieurs centaines de kilowatts) et il permet de contrôler simultanément plusieurs grandeurs : intensité du courant, accélération, etc.

b) Moteur à rotor bobiné

Au démarrage, le moteur se comporte comme un transformateur dont le rotor est le secondaire. En limitant les intensités des courants rotoriques, on diminue l'intensité du courant appelé tout en conservant un fort couple de démarrage.

c) Moteur alimenté par un onduleur

Si un onduleur est prévu pour alimenter le moteur, le démarrage du moteur peut être contrôlé très efficacement en donnant à la fréquence f et à la tension V de petites valeurs.

2 Applications

Le moteur asynchrone triphasé, dont la puissance va de quelques centaines de watts à plusieurs mégawatts est le moteur électrique le plus utilisé. Son rapport coût/puissance est le plus faible.

- Tournant à vitesse relativement constante quand il est alimenté par un réseau à fréquence constante, il peut vaincre, même au démarrage, des couples résistants importants. De surcroît, si le rotor est bobiné, on peut obtenir, par un procédé adapté, le couple maximal à l'arrêt.

Associés à des onduleurs de tension, les moteurs asynchrones de forte puissance peuvent fonctionner à vitesse variable dans un très large domaine.

Toutefois l'emploi de ce type de moteur est évité en très forte puissance ($P > 10$ MW) car la consommation de puissance réactive est un handicap.

3 Moteurs asynchrones monophasés

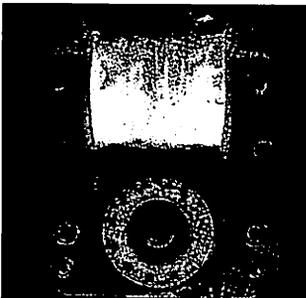
Nous savons qu'un enroulement alimenté par un courant sinusoïdal (système monophasé) produit un champ magnétique équivalent à deux champs tournant en sens inverse (chap. 50 paragraphe 3). Cette propriété est utilisée dans de petits moteurs asynchrones à usage domestique. Les performances d'un moteur asynchrone monophasé, bien qu'inférieures à celles d'un moteur triphasé, sont très acceptables.

- Si aucun dispositif supplémentaire n'est mis en œuvre, un moteur asynchrone monophasé doit être lancé au démarrage. Après le lancement, la rotation du rotor privilégie le champ résultant qui tourne dans le même sens que lui et affaiblit l'autre.



Moteur de machine à laver.

Sens de rotation



Petit moteur à spire de Frager.

Moteurs avec enroulement auxiliaire

Pour rendre le démarrage automatique, le moteur asynchrone monophasé est souvent pourvu d'un enroulement auxiliaire (on reconnaît celui-ci au fait que sa résistance est supérieure à celle de l'enroulement principal). Mis en série avec un condensateur, cet enroulement est donc parcouru par un courant déphasé par rapport à celui qui parcourt l'enroulement principal. Cela suffit pour créer un couple de démarrage. Après le démarrage, un interrupteur centrifuge permet parfois d'éliminer ce deuxième circuit.

Petits moteurs asynchrones à spires de Frager

Ces moteurs sont ceux des pompes de machines à laver, des ventilateurs d'ordinateurs, etc. On les appelle encore *moteurs à pôles fendus* car chaque pôle porte une encoche qui délimite sensiblement deux moitiés, l'une d'elles étant entourée d'une spire de cuivre fermée sur elle-même (spire de Frager). Le courant induit dans cette spire ajoute son action magnétisante à celle du courant parcourant le circuit principal. Le déphasage qui en résulte suffit à privilégier un sens de rotation : le rotor passe devant le demi-pôle non pourvu de spire avant de passer devant l'autre.

1 Un moteur asynchrone triphasé porte l'indication 380 V, 660 V, 50 Hz.

1. Sur quel réseau triphasé peut-on utiliser le démarrage étoile-triangle ?
2. En démarrage direct le couple maximal a pour moment $\hat{T} = 200 \text{ N.m}$. Quelle est sa valeur pour le démarrage étoile-triangle ?

Solution :

1. Démarrage étoile-triangle

Un enroulement statorique d'un moteur 380 V/660 V ne peut être soumis à une tension de valeur efficace supérieure à 380 V (tension nominale). Pendant la phase «étoile» du démarrage étoile-triangle, un enroulement doit être alimenté sous une tension réduite. Avec une tension de 380 V entre phases nous obtiendrons une tension de 220 V aux bornes de chaque enroulement avec un couplage en étoile. Par conséquent, c'est un réseau 220 V/380 V qui convient pour ce mode de démarrage.

2. Couple maximal au démarrage

Le moment du couple maximal est sensiblement proportionnel au carré de la tension d'alimentation :

$$\hat{T} = K' \cdot V^2$$

Lors du couplage en étoile des enroulements statoriques, la tension efficace aux bornes d'un enroulement est $\sqrt{3}$ fois plus petite que la tension nominale. Le moment du couple est donc 3 fois plus petit que le moment du couple nominal :

$$\hat{T}' = \frac{\hat{T}}{3}$$

$$\hat{T}' = \frac{200}{3} \text{ N.m} \Rightarrow \hat{T}' \approx 66,7 \text{ N.m}$$

2 Dans sa zone utile le moment du couple moteur d'un moteur asynchrone est proportionnel au glissement : $T = kg$. Sachant que pour :

$$n' = n_s' = 3000 \text{ tr/min,}$$

le moment T est nul et que pour $n' = 2970 \text{ tr/min}$ il est égal à $50,0 \text{ N.m}$ déterminer la valeur de la constante k .

Solution :

La constante k est donnée par la relation :

$$k = \frac{T}{g}$$

Pour $n' = 2970 \text{ tr/min}$, nous connaissons T et g

$$g = \frac{3000 - 2970}{3000} \Rightarrow g = 0,010$$

$$k = \left(\frac{50,0}{0,01} \right) \text{ N.m} \Rightarrow k = 5000 \text{ N.m}$$

Dans la zone utile : $T = 5000 g$

3 Un moteur asynchrone est alimenté de façon que le rapport $\frac{V}{f}$ soit constant.

Pour $f_1 = 50 \text{ Hz}$, l'équation de la caractéristique mécanique du moteur, dans sa zone utile, est : $T = [250 - 10n]$

(n en tours par seconde). Si le moteur est alimenté sous une tension de fréquence $f_2 = 25 \text{ Hz}$ et de valeur efficace V_2 , quelle est la nouvelle équation de $T(n)$? (on admet que le couple utile est égal au couple électromagnétique).

Solution :

Le moteur asynchrone étant alimenté en maintenant le rapport $\frac{V}{f}$ constant,

les caractéristiques mécaniques du moteur sont des droites parallèles dans la zone utile du graphique.

A 50 Hz : $T = 250 - 10n$

La fréquence de synchronisme est celle pour laquelle $T = 0$: $n_{s_1} = 25 \text{ tr/s}$

A 25 Hz : $n_{s_2} = 12,5 \text{ tr/s}$

Comme la pente des droites représentatives de la fonction $T(n)$ reste constante, le moment du couple à 25 Hz est :

$$T = 125 - 10n$$

Le plus souvent, une diode est réalisée à partir d'un petit fragment de silicium monocristallin. Une partie de ce cristal a reçu, en très faible quantité, des atomes d'un des éléments de la troisième colonne de la classification périodique des éléments (aluminium, gallium, ...) : c'est la région P.

L'autre partie a reçu des atomes d'un des éléments de la cinquième colonne (phosphore, arsenic, ...) : c'est la région N.

La zone de séparation constitue la jonction.

1 Présentation. Propriété

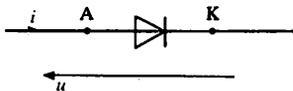


Fig. 1. Symbole général d'une diode.

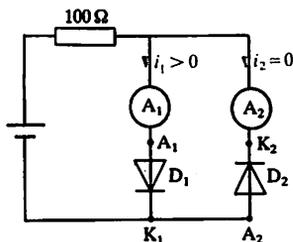


Fig. 2. Mise en évidence de la conduction unidirectionnelle d'une diode. En réalité un très faible courant inverse parcourt la diode D_2 .

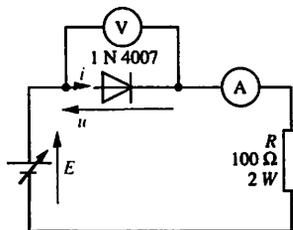


Fig. 3. Montage permettant de relever la caractéristique directe d'une diode.

La figure 1 représente le symbole général d'une diode :

- l'électrode A est l'anode (reliée à la partie P),
 - l'électrode K est la cathode (reliée à la partie N).
- Le montage de la figure 2 permet d'illustrer la propriété pratique essentielle d'une diode : elle conduit le courant de l'anode vers la cathode. Elle ne conduit pas dans le sens opposé.

Caractéristique statique courant-tension

Nous prenons l'exemple d'une diode au silicium. Nous désignons par :

- u la tension anode-cathode
- i l'intensité du courant dans la diode.

a) $u > 0$: polarisation directe

Le montage courtois dérivation (fig. 3) permet de relever point par point la caractéristique de la diode (fig. 4). L'intensité du courant direct est très faible tant que la tension directe ne dépasse pas 0,6 V. Au-delà, l'intensité du courant croît rapidement et la tension u varie peu.

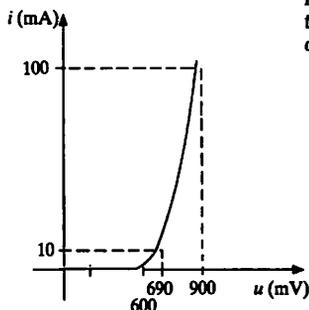


Fig. 4. Caractéristique directe à température de jonction constante.

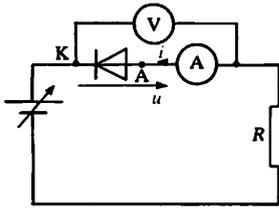


Fig. 5. Montage utilisable pour relever la caractéristique inverse d'une diode. La résistance ($R = 47 \text{ k}\Omega$) ne joue qu'un rôle de protection de l'ampèremètre dans le cas où la diode testée est défectueuse. La chute de tension dans l'ampèremètre A est négligeable devant u .

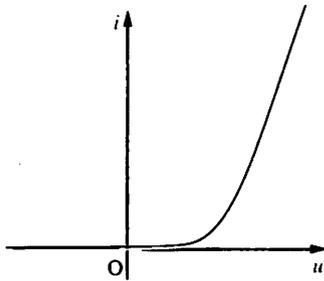


Fig. 6. Caractéristique d'une diode à température constante.

b) $u < 0$: polarisation inverse

Le montage longue dérivation (fig. 5) permet de relever la caractéristique inverse de la diode. L'intensité du courant inverse reste très faible par rapport à l'intensité du courant direct du fonctionnement nominal, même pour des tensions u très négatives. Dans la pratique elle peut être considérée comme nulle.

c) Représentation de la caractéristique

En rassemblant les résultats précédents sur un même graphique, et en adoptant les mêmes échelles pour les quadrants 1 et 3, nous obtenons la caractéristique de la figure 6.

Influence de la température de jonction

Pour une même valeur de l'intensité du courant direct, la tension anode-cathode diminue quand la température augmente (fig. 7). Cette diminution est d'autant plus grande que l'intensité est plus élevée ($P_1' P_2' > P_1 P_2$).

Modèles d'une diode

Pour certaines études mathématiques de fonctionnement de montages comportant une diode (ou plusieurs) la caractéristique réelle d'une diode est remplacée par deux demi-droites D_1 et D_2 qui se confondent le plus possible avec cette caractéristique (fig. 8).

On admet alors que :

- la diode est bloquée pour $u \leq U_s \Rightarrow i = 0$,
 - la diode est passante pour $u \geq U_s \Rightarrow u = U_s + R_d i$
- U_s est la tension de seuil de la diode.

$R_d = \frac{\Delta u}{\Delta i}$ est la résistance dynamique de la diode (M

et N sont deux points quelconques de la demi-droite D_1).

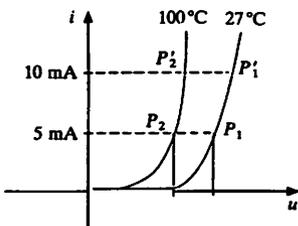


Fig. 7. Influence de la température. Pour une diode au silicium, à courant constant, u diminue d'environ $2 \text{ mV}/^\circ\text{C}$.

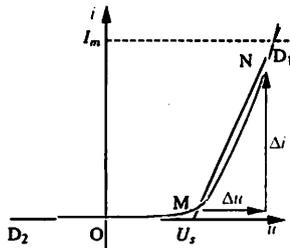


Fig. 8. Linéarisation « par morceaux » de l'ensemble de la caractéristique.

2 Modèles équivalents d'une diode

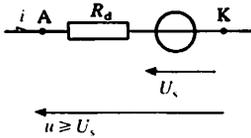


Fig. 9. Schéma équivalent pour l'état passant :

$u \geq U_s$, alors $u = U_s + R_d i$.

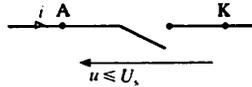


Fig. 10. Schéma équivalent pour l'état bloqué. Pour $u \leq U_s$, la diode est équivalente à un interrupteur ouvert.

3 Puissance dissipée dans une diode

Comme tout dipôle, une diode soumise à une tension u , et traversée par un courant d'intensité i , (voir les conventions sur les modèles équivalents des figures 9 et 10) reçoit une puissance :

$$p = ui$$

Cette puissance est nulle lorsque la diode est bloquée ($i = 0$). Lorsque la diode est passante elle est égale à :

$$p = U_s i + R_d i^2$$

La valeur moyenne \bar{p} de p , qui sera notée aussi P , est égale à la somme de la valeur moyenne de $(U_s i)$ et de la valeur moyenne de $R_d i^2$. On montre que, si \bar{i} et I désignent respectivement la valeur moyenne et la valeur efficace de l'intensité i , la valeur moyenne de la puissance est :

$$P = \bar{p} = U_s \bar{i} + R_d I^2$$

4 Modèle de la diode parfaite

Très souvent, pour analyser et comprendre le fonctionnement de montages électroniques comportant des diodes, un modèle très simplifié suffit. On admet alors que les conditions de fonctionnement sont les suivantes :

- $i > 0 \Rightarrow u = 0$: la diode est passante ;
- $u \leq 0 \Rightarrow i = 0$: la diode est bloquée.

La diode est assimilée :

- à un interrupteur fermé lorsqu'elle est passante ;
 - à un interrupteur ouvert lorsqu'elle est bloquée.
- C'est le modèle dit de la diode parfaite.

- 1 La caractéristique statique courant-tension d'une diode, dans sa zone de fonctionnement effectif, est donnée figure 11 (courbe en noir). Cette diode est placée dans le montage de la figure 3. L'ampèremètre indique 1,0 A.
- Déterminer la tension de seuil U_s et la résistance dynamique R_d de la diode.
 - Qu'indique le voltmètre V ?
 - Quelle est la valeur de la tension E si R est une résistance de 10Ω -25 W ?

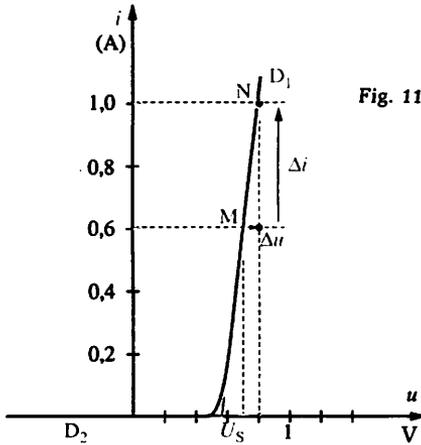


Fig. 11

Solution :

1. Détermination de U_s et R_d

En remplaçant la caractéristique de la diode par les deux demi-droites D_1 et D_2 (voir fig. 11) on lit directement sur l'axe des abscisses : $U_s = 0,60 \text{ V}$.

Pour calculer R_d nous déterminons les accroissements Δu et Δi pour deux points M et N de D_1 :

$$R_d = \frac{\Delta u}{\Delta i} = \left(\frac{0,8 - 0,7}{1,0 - 0,6} \right) \Omega \Rightarrow R_d = 0,25 \Omega$$

2. Indication du voltmètre

Le voltmètre indique la tension u qui correspond à la circulation d'un courant d'intensité $i = 1,0 \text{ A}$ dans la diode. Pour $i = 1,0 \text{ A}$ on lit sur la caractéristique statique courant-tension de la diode : $u = 0,80 \text{ V}$.

$$\Rightarrow \text{le voltmètre indique } 0,80 \text{ V}$$

3. Calcul de la tension E

Nous appliquons la loi d'Ohm au circuit pour obtenir une expression de la tension E :

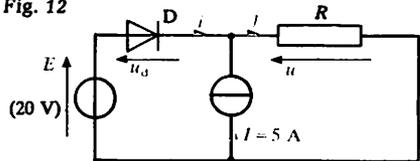
$$E = u + Ri$$

$$\text{D'où : } E = (0,80 + 10 \times 1) \text{ V}$$

$$\Rightarrow E = 10,8 \text{ V}$$

- 2 La diode D du montage de la figure 12 est supposée parfaite. Calculer u dans les deux situations suivantes : $R = 5 \Omega$ et $R = 2 \Omega$.

Fig. 12



Solution :

La présence de la diode D impose d'envisager deux possibilités : ou bien D conduit et l'on a $u = E$, ou bien D ne conduit pas et l'on a $u = RI$, car alors $j = I$.

Dans ce dernier cas, u_d doit être négatif, or $u_d = E - u$.

Il faut donc pour cela que RI soit supérieur à E .

$$1. R = 5 \Omega \Rightarrow RI = 25 \text{ V} > E$$

$$\text{D ne conduit pas et : } u = 25 \text{ V}$$

$$2. R = 2 \Omega \Rightarrow RI = 10 \text{ V} < E$$

$$\text{D conduit et : } u = 20 \text{ V}$$

$$\text{Vérification : } j = \frac{u}{R} = \frac{20}{2} = 10 \text{ A et :}$$

$i = j - I = 5 \text{ A}$; ces résultats confirment les précédents pour ce qui concerne les conditions de fonctionnement du montage.

Les diodes sont les composants semiconducteurs les plus utilisés.

Composants très élémentaires, elles sont pourtant présentées sous de nombreuses variantes, suffisamment différenciées pour que, selon les applications, l'utilisateur ait la possibilité de choisir celles qui possèdent les qualités, statiques ou dynamiques, adaptées au montage.

1 Comportement statique

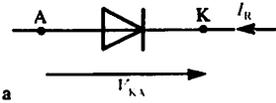


Fig. 1. Diode sous tension inverse ($V_{KA} > 0$). Lorsqu'elle est soumise à une tension inverse, la diode est traversée par un courant inverse, d'intensité I_R , relativement très faible.

L'intensité I_R peut être proche de $100 \mu\text{A}$ pour une diode de calibre 20 A soumise à une tension V_{KA} de 1000 volts ; elle peut atteindre quelques milliampères, pour une diode de très forte puissance. Mais lorsque la tension V_{KA} dépasse une certaine limite V_{RM} , le courant inverse augmente très rapidement et peut provoquer la destruction de la jonction.

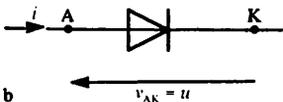


Fig. 2. Diode sous tension directe. ($V_{AK} > 0$).

Paramètres caractéristiques principaux

a) Valeur moyenne maximale I_{OM} de l'intensité du courant direct

C'est l'intensité du courant que peut supporter la diode si la température de sa jonction est inférieure à une température limite T_{jM} .

Actuellement, pour certaines diodes, la valeur de I_{OM} atteint 3000 A .

Tension inverse maximale

C'est la tension $V_{RM} = V_{KA \text{ max}}$ (fig. 1) qui peut être appliquée en permanence entre cathode et anode, dans le sens bloquant. Au-delà de cette valeur le courant inverse, d'intensité I_R , est susceptible de provoquer la destruction du composant.

Tension résiduelle à l'état passant

C'est la d.d.p. u entre anode et cathode (fig. 2), lorsque la diode est conductrice. Souvent, on peut utiliser un modèle linéarisé de la diode (voir fig. 3) et exprimer ainsi u par la relation : $u = U_s + R_d i$.

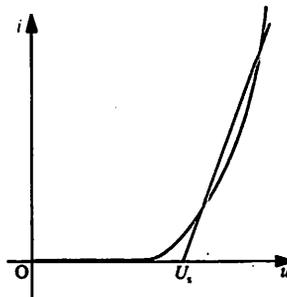


Fig. 3. Après linéarisation de la caractéristique directe de la diode, on peut calculer u de façon satisfaisante par la relation :

$$u = U_s + R_d i$$

Pour une diode de puissance au silicium, U_s est proche du volt et R_d varie de quelques milliohms à quelques dizaines de milliohms suivant le calibre de la diode.

Remarque : on note parfois v_F (F pour le mot anglais : Forward : direct) la tension v_{AK} et de même i_F l'intensité du courant direct dans la diode.

Pertes de puissance

En général, l'intensité i est une fonction périodique du temps. La grandeur à considérer est alors la puissance moyenne P :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt = \frac{1}{T} \int_0^T (U_s i + R_d i^2) dt$$

Notons \bar{i} la valeur moyenne de i , et I sa valeur efficace :

$$P = U_s \bar{i} + R_d I^2$$

Ce résultat montre que pour une même intensité moyenne \bar{i} la puissance dissipée dans la diode dépend de l'intensité efficace I donc de la forme du courant.

Pour que la température limite de la jonction, T_{jM} , ne soit pas atteinte, il est le plus souvent nécessaire de monter la diode sur un dissipateur thermique.

2 Comportement dynamique

Expérience

Un générateur G alimente une diode de redressement D_1 et une diode rapide D_2 . La force électromotrice e_g de G peut prendre deux valeurs E_1 et $-E_2$ (fig. 4). La résistance interne de G est égale à R_g , quand $e_g = E_1$, et R_{g2} quand $e_g = -E_2$. Un oscilloscope permet de visualiser les intensités $i_1(t)$ et $i_2(t)$ des courants, respectivement dans la diode D_1 et dans la diode D_2 , notamment lorsque e_g passe de la valeur E_1 à $-E_2$.

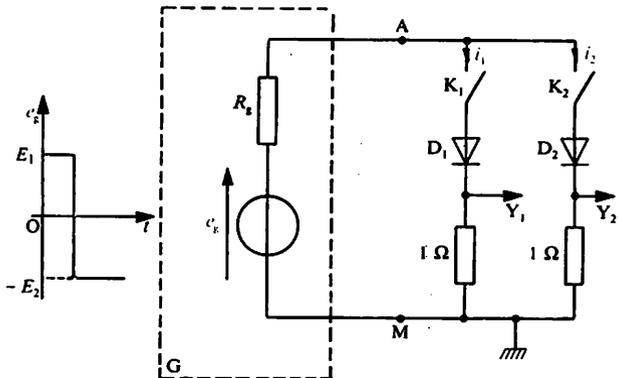


Fig. 4. Montage permettant la mise en évidence expérimentale des différences de comportement de plusieurs diodes lors du blocage.

Diode D_1 : 1N4007

Diode D_2 : BYW80-200 (diode rapide)

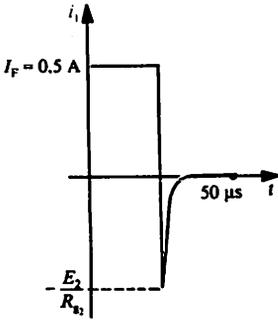


Fig. 5. Diode D_1 : 1N4007. Dans les conditions de l'expérience, la diode de redressement ordinaire D_1 , est parcourue par un courant inverse dont l'intensité est, en valeur absolue de l'ordre de I_F , durant quelques microsecondes.

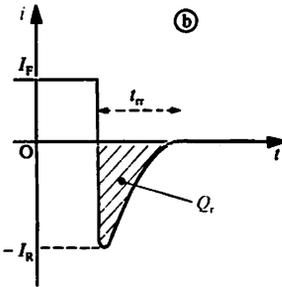


Fig. 6. Courant inverse et charge recouvrée. Le courant inverse qui parcourt la diode pendant la durée t_{rr} met en jeu une quantité d'électricité Q_r , appelée charge recouvrée. Pour une diode donnée, Q_r est proportionnelle à I_F et dépend aussi de la taille de la diode.

Temps de recouvrement inverse : t_{rr}

Lorsqu'une diode, parcourue par le courant direct d'intensité $I_F = \frac{E_1}{R_{g_1}}$, est brusquement soumise à une tension inverse (fig. 5), le blocage du composant ne se produit pas instantanément. Un courant bref parcourt alors la diode de la cathode vers l'anode pendant une durée appelée temps de recouvrement inverse. L'intensité i de ce courant prend tout d'abord la valeur $i_R = -\frac{E_2}{R_{g_2}}$, puis sa valeur

absolue décroît.

Pour une diode rapide, le temps de blocage est de l'ordre de quelques dizaines à quelques centaines de nanosecondes. La forme précise du courant inverse dépend du type de diode et des conditions imposées par le reste du circuit. En fait, le courant inverse qui parcourt la diode pendant la durée t_{rr} met en jeu une quantité d'électricité Q_r , appelée charge recouvrée (fig. 6). Cette charge Q_r dépend de I_F et de la diode considérée.

Exemple : pour un courant d'intensité $I_F = 150$ A, $Q_r = 35 \mu\text{C}$ pour une diode rapide de 150 A et $Q_r = 60 \mu\text{C}$ pour une diode rapide de 800 A. I_R dépend du circuit extérieur.

Conséquence

Lors de chaque blocage, la diode est parcourue par un courant inverse transitoire (fig. 6). Comme elle est soumise, pendant ce même temps, à une tension inverse qui peut être assez grande, le phénomène s'accompagne d'une dissipation d'énergie qui n'est pas toujours négligeable. La perte de puissance qui en résulte est proportionnelle à la fréquence de commutation et croît en fonction de la tension inverse appliquée lors du blocage.

Dans certains dispositifs d'électronique de puissance, le courant inverse de blocage peut créer, pour les composants associés, une surcharge transitoire importante.

- 1 Une diode est traversée par un courant dont l'intensité $i(t)$ a pour valeur moyenne $\bar{i} = 1,8 \text{ A}$ et pour valeur efficace $I = 2,0 \text{ A}$.
On connaît la résistance dynamique de la diode : $R_d = 0,80 \Omega$ et sa tension de seuil : $U_s = 0,60 \text{ V}$.
Quelle puissance P doit dissiper la diode ?

Solution :

La valeur moyenne de la puissance que doit dissiper la diode a pour expression :

$$P = U_s \bar{i} + R_d I^2$$

$$\text{Soit : } P = [0,6 \times 1,8 + 0,8 \times (2)^2] \text{ W}$$

$$\Rightarrow \boxed{P = 4,3 \text{ W}}$$

- 2 Lors du blocage d'une diode placée dans un circuit inductif, on peut admettre, en première approximation, que l'évolution de l'intensité i_D du courant qui traverse la diode est celle de la figure 7.

- En déduire le temps de recouvrement inverse de la diode t_{rr} .
- Calculer la charge recouvrée Q_r .

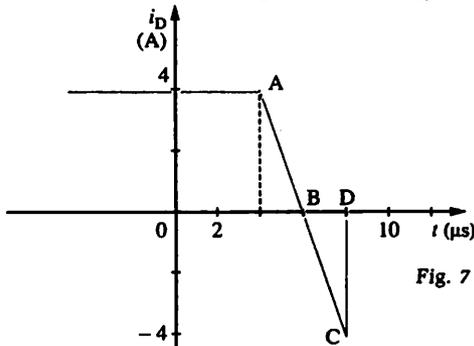


Fig. 7

Solution :

1. Temps de recouvrement inverse de la diode

Le temps de recouvrement inverse correspond à la durée pendant laquelle l'intensité i_D est négative.

Sur la figure 7 on lit :

$$\Rightarrow \boxed{t_{rr} = 2 \mu\text{s}}$$

2. Charge recouvrée Q_r .

La charge recouvrée correspond à l'aire du triangle BCD.

$$\text{D'où : } Q_r = \left[\frac{1}{2} \times 4 \times 2 \times 10^{-6} \right] \text{ C}$$

$$\Rightarrow \boxed{Q_r = 4 \mu\text{C}}$$

- 3 La caractéristique statique courant-tension d'une diode fournit les deux valeurs suivantes : $U_s = 0,60 \text{ V}$ et $R_d = 0,80 \Omega$ (dans le sens direct et avec les notations du paragraphe 1, fig. 3).
La puissance maximale qu'elle peut dissiper est $2,7 \text{ W}$.

Calculer l'intensité maximale du courant continu qui peut traverser la diode.

Solution :

La tension directe (anode-cathode) u_d aux bornes de la diode, traversée par le courant d'intensité i dans le sens direct, est donnée par la relation : $u_d = U_s + R_d i$.

La puissance dissipée dans la diode est alors égale à :

$$P = u_d i = U_s i + R_d i^2$$

La valeur maximale \hat{i} du courant continu admissible correspond à la valeur maximale \hat{P} de la puissance :

$$\hat{P} = 2,7 = 0,6 \cdot \hat{i} + 0,8 \cdot \hat{i}^2$$

Pour trouver \hat{i} il faut chercher les racines de cette équation du second degré qui s'écrit aussi :

$$8\hat{i}^2 + 6\hat{i} - 27 = 0$$

$$\Delta' = 9 - (-8 \times 27) = 225$$

Seule la racine positive convient (avec les conventions choisies, dans le sens direct i est positif)

$$\hat{i} = \frac{-3 + \sqrt{225}}{8} = 1,5 \text{ A}$$

1 Présentation. Symbole

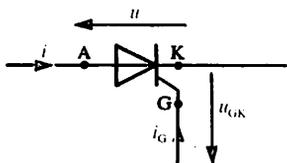


Fig. 1. Symbole d'un thyristor.

Un thyristor est un dispositif semi-conducteur dont la mise en condition est commandable. Il est muni de deux électrodes principales : l'anode A et la cathode K, et d'une électrode de commande, la gâchette G (fig. 1).

Le courant principal circule de l'anode vers la cathode; le courant de commande circule de la gâchette vers la cathode. On désigne par :

- u (ou u_{AK} ou v_{AK}) la tension anode-cathode
- u_{CK} ou v_{GK} la tension gâchette-cathode
- i l'intensité du courant principal
- i_{GK} l'intensité du courant de commande.

2 Amorçage d'un thyristor

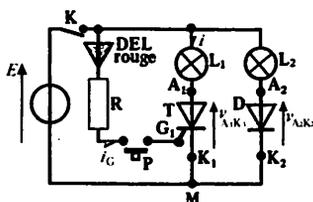


Fig. 2. Amorçage d'un thyristor.
 $E = 24 \text{ V}$; D : diode 1 N 4007; T : Thyristor 8 A-400 V (TYN 408 par exemple). L_1 et L_2 : lampes 24 V-15 W.

Montage expérimental

Une source de tension alimente simultanément (fig. 2) :

- une lampe L_1 en série avec le thyristor T ;
- une lampe L_2 en série avec la diode D ;
- une portion de circuit auxiliaire comprenant une diode électroluminescente, une résistance R ($R = 1 \text{ k}\Omega$) et un bouton-poussoir P en série avec la partie gâchette-cathode de T .

Thyristor sous tension directe ($v_{A,K_1} > 0$)

- Fermons l'interrupteur K , le poussoir P restant ouvert.

Seule la lampe L_2 s'allume car la diode D conduit spontanément.

La tension v_{A,K_1} est égale à E : le thyristor T est bloqué.

- Appuyons un court instant sur le poussoir P , l'interrupteur K étant fermé.

Pendant la durée du contact, la diode électroluminescente (D.E.L.), placée dans le circuit de commande, s'éclaire. Elle signale ainsi le passage transitoire d'un courant de G_1 vers K_1 .

En même temps, la lampe L_1 s'allume. Elle reste dans cet état même après disparition du courant de gâchette. De plus la tension v_{A,K_1} prend une valeur faible ($v_{A,K_1} \approx 1 \text{ V}$). Durant ce fonctionnement nous pouvons appuyer sur P à nouveau pour vérifier que le courant de commande i_G n'a plus aucun effet sur l'état du thyristor T .

- L'extinction des lampes est obtenue par l'ouver-

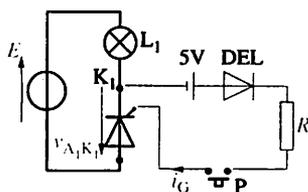


Fig. 3. Thyristor sous tension inverse.

$E = 24 \text{ V}$; le thyristor est placé sous tension inverse : $v_{AK} = -E < 0$. Quand on enfonce le poussoir P, un courant parcourt le circuit de commande mais le thyristor ne s'amorce pas. Placé sous tension inverse un thyristor ne peut pas conduire.

ture de l'interrupteur K, c'est-à-dire par suppression de l'alimentation.

Thyristor sous tension inverse ($v_{A,K} < 0$)

Si le thyristor est sous tension inverse (fig. 3), c'est-à-dire si la tension $v_{A,K}$ est négative, il ne peut être amorcé lorsque l'opérateur appuie sur le poussoir P.

Conclusion

- Sous tension directe ($v_{AK} > 0$), un thyristor est rendu conducteur par un bref courant circulant entre gâchette et cathode.
- Dès qu'il conduit, son comportement est analogue à celui d'une diode et le courant de gâchette n'a plus aucune action sur lui.
- Sous tension inverse ($v_{AK} < 0$), un thyristor ne peut être rendu conducteur.

Un thyristor est donc un redresseur commandable à la fermeture.

3 Blocage d'un thyristor

Dans toute application industrielle, amorçage et blocage se succèdent systématiquement. Pour cette raison, si pour interrompre la conduction d'un thyristor il fallait ouvrir le circuit principal avec un interrupteur, comme nous l'avons fait précédemment, le thyristor serait un composant sans intérêt.

Deux montages élémentaires permettent de mettre en évidence deux possibilités de blocage d'un thyristor :

- blocage par suppression de courant (fig. 4) : c'est l'extinction naturelle;
- blocage par mise sous tension inverse (fig. 5) : c'est l'extinction forcée.

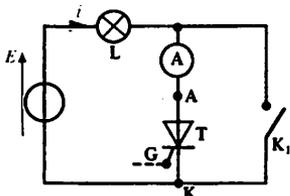


Fig. 4. Blocage par suppression de courant ou extinction naturelle.

Nous supposons le thyristor T conducteur (le dispositif d'amorçage n'est pas représenté). Lorsque nous fermons l'interrupteur K_1 , il n'y a plus de courant dans le thyristor (celui-ci est shunté par K_1). L'ouverture de K_1 ne s'accompagne pas du réamorçage du thyristor : il a perdu la propriété de conduire (acquise lors de l'amorçage).

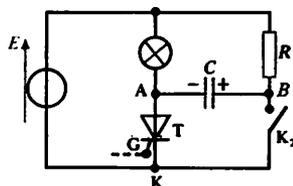
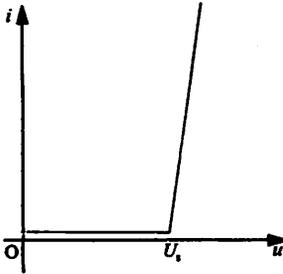


Fig. 5. Blocage par application d'une tension inverse $R = 10 \text{ k}\Omega$, $C = 4,7 \mu\text{F}$, $E = 24 \text{ V}$, $L = \text{lampe } 24 \text{ V} \cdot 5 \text{ W}$.

- Lorsque le thyristor T est amorcé la lampe s'allume et le condensateur C se charge à travers la résistance R ($V_{BA} \approx E$).
- Dès que nous fermons l'interrupteur K_2 , la lampe s'éteint car le thyristor a été placé sous une tension inverse qui a provoqué son blocage.
- La réouverture de K_2 est sans conséquence sur l'état du thyristor.

4 Caractéristiques statiques



A l'état conducteur, la caractéristique directe d'un thyristor a même allure que celle d'une diode (fig. 6) et elle peut être linéarisée de la même manière.

La tension du seuil, U_s , étant légèrement supérieure à celle d'une diode de même calibre, les pertes de conduction, dans des conditions identiques (courant de même intensité moyenne et même intensité efficace), sont plus importantes.

Fig. 6. Caractéristique statique directe linéarisée : $u = U_s + R_d i$.
Exemple : Thyristor 30 A :
 $U_s = 1,5 \text{ V}$ et $R_d = 20 \text{ m}\Omega$.

5 Caractéristiques dynamiques

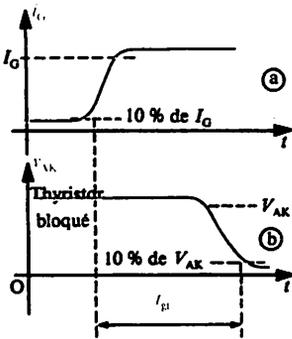
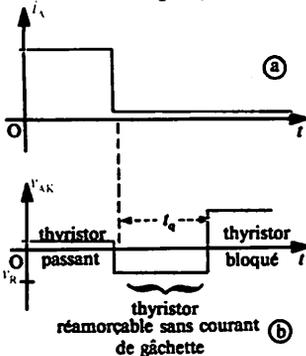


Fig. 7. Temps d'amorçage. t_{gt} est de l'ordre de la microseconde. Il diminue sensiblement si I_G augmente.



- Temps d'amorçage.

C'est la durée, t_{gt} , qui s'écoule entre l'instant où le courant de gâchette est appliqué et l'instant où le thyristor devient passant (fig. 7).

- Temps de désamorçage.

C'est la durée, t_q , qui doit séparer l'instant où le courant direct s'annule et l'instant où l'on peut réappliquer une tension directe sans risque de réamorçage (fig. 8).

Intensités i_{CT} , i_L et i_H

- Pour être amorcé sûrement un thyristor doit être soumis simultanément à une tension v_{AK} positive et à un courant de gâchette d'intensité i_G supérieure à une valeur minimale i_{CT} . Ce courant de gâchette peut être une simple impulsion.
- L'amorçage n'est efficace que si, avant la disparition du courant de gâchette, l'intensité i du courant direct est supérieure à un seuil i_L appelé intensité d'accrochage. Si i_G est une impulsion de courant, sa durée doit être suffisamment grande.
- Un thyristor conducteur se bloque si l'intensité i du courant direct devient inférieure à une valeur appelée intensité hypostatique (ou de maintien), i_H .

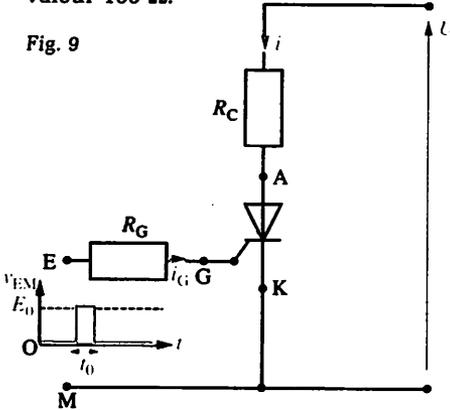
Fig. 8. Temps de désamorçage.

Exemples de valeurs :

- thyristor de redressement, 25 A : $t_q = 100 \mu s$
- thyristor rapide, 25 A : $t_q = 15 \mu s$
- thyristor rapide, 500 A : $t_q = 25 \mu s$.

En utilisant les notations du chapitre 3, le thyristor du montage de la figure 9 a pour caractéristiques : $i_{GT} = 50 \text{ mA}$; $i_L = 0,20 \text{ A}$; $i_H = 50 \text{ mA}$; $t_{gt} = 5,0 \mu\text{s}$ et $t_q = 100 \mu\text{s}$. Lorsque le thyristor est amorcé $u_{AK} = 1,5 \text{ V}$ et $u_{GK} = 1,0 \text{ V}$; R_G a pour valeur 100Ω .

Fig. 9



1. Quelle doit être la valeur minimale de E_0 pour que le thyristor soit susceptible de s'amorcer ?
2. E_0 est réglée à $15,0 \text{ V}$. Quelle doit être la valeur minimale de t_0 pour que le thyristor s'amorce ?
3. L'impulsion de courant de gâchette est supposée suffisante pour réaliser l'amorçage du thyristor. La tension continue U est égale à 120 V . Quelle condition doit vérifier R_c pour que l'amorçage du thyristor soit réalisé ?
4. Le thyristor conduit; pour le bloquer, un dispositif lui applique la tension $u_{AK} = -v_{EM}$. Quelle doit être la valeur minimale t'_0 de t_0 pour réussir le blocage ?

Solution :

1. Valeur minimale de E_0

Le thyristor peut s'amorcer si les deux conditions suivantes sont satisfaites simultanément :

$$v_{AK} > 0 \text{ et } i_G \geq i_{GT}$$

Pour que l'intensité du courant i_G soit supérieure à la limite i_{GT} il faut que la

tension E_0 soit suffisamment grande. Cherchons une relation entre E_0 et i_G . La loi d'Ohm appliquée à la maille d'entrée se traduit par la relation :

$$v_{EM} = R_G i_G + u_{GK}$$

Lorsque la tension d'entrée est égale à E_0 nous obtenons :

$$E_0 = R_G i_G + u_{GK}$$

Comme l'intensité i_G doit être supérieure ou égale à i_{GT} , l'amorçage est possible si nous avons :

$$E_0 \geq R_G i_{GT} + u_{GK}$$

soit : $E_0 \geq (100 \times 50 \cdot 10^{-3} + 1) \text{ V}$

$$\Rightarrow \boxed{E_0 \geq 6,0 \text{ V}}$$

2. Valeur minimale de t_0

Puisque E_0 est supérieure à $6,0 \text{ V}$, l'amplitude de l'impulsion du courant de gâchette est suffisante pour permettre l'amorçage. Toutefois celui-ci ne sera possible que si la durée t_0 de l'impulsion est supérieure à la durée t_{gt} caractéristique du thyristor.

D'où la condition : $\Rightarrow \boxed{t_0 \geq 5 \mu\text{s}}$

3. Condition pour R_c

Même si l'impulsion de gâchette satisfait les conditions précédentes, l'amorçage du thyristor n'est possible que si le courant direct atteint une intensité i supérieure à l'intensité du courant d'accrochage i_L .

$$i \geq i_L \text{ entraîne : } \frac{U - v_{AK}}{R_c} \geq i_L$$

soit : $R_c \leq \frac{U - V_{AK}}{i_L}$

D'où : $R_c \leq \left(\frac{120 - 1,5}{0,2} \right) \Omega$

$$\Rightarrow \boxed{R_c \leq 0,59 \text{ k}\Omega}$$

4. Durée minimale t'_0

Pour assurer le blocage du thyristor, la tension négative doit être appliquée aux bornes du composant pendant une durée t'_0 telle que : $t'_0 \geq t_q$.

On prend donc : $\boxed{t'_0 \geq 100 \mu\text{s}}$

L'électronique de puissance met en œuvre des transistors jouant le rôle d'interrupteurs commandés. A l'état bloqué ces transistors doivent pouvoir supporter des tensions élevées (de 400 V à 1 000 V environ); à l'état conducteur ils doivent pouvoir être traversés par des courants dont l'intensité atteint plusieurs dizaines d'ampères.

On désigne par :

i_C l'intensité du courant de collecteur,

i_B l'intensité du courant de base,

v_{CE} la tension collecteur-émetteur,

v_{BE} la tension base-émetteur.

1 Propriétés statiques

Un transistor haute tension, convenablement commandé, se comporte comme un interrupteur électronique (fig. 1).

Lorsqu'il est passant (transistor saturé) il peut être traversé par un courant de collecteur de forte intensité.

Lorsqu'il n'est pas passant (transistor bloqué) il doit être capable de supporter une tension v_{CE} élevée.

Fig. 1. Transistor haute tension utilisé en interrupteur électronique.

Montage utilisable pour la mise en évidence des phénomènes accompagnant les commutations du transistor.

T : BUX 48.

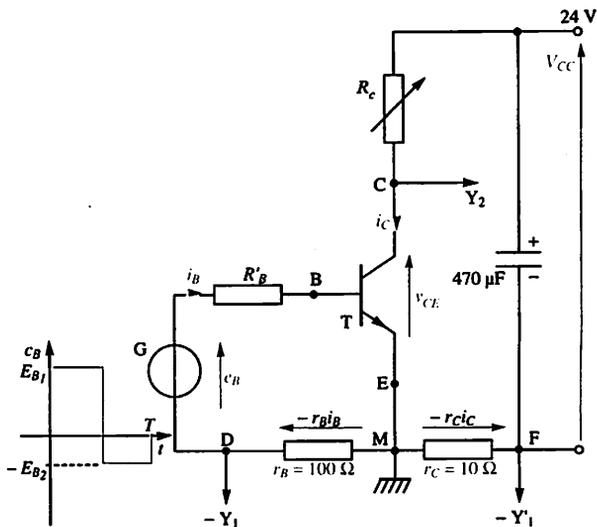
R_C : résistance réglable de 47 Ω -10 W.

R'_B : résistance de 470 Ω (R'_{B1}), ou de 150 Ω , (R'_{B2}).

G : générateur basse fréquence.

Les résistances r_B et r_C permettent la visualisation des courants.

Un montage industriel ne comporte pas de telles résistances.



2 Propriétés dynamiques

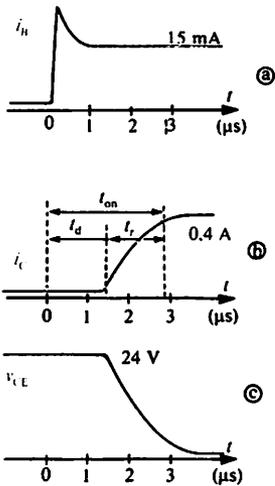


Fig. 2. Commutation à la fermeture pour un courant de base d'intensité $i_B = 15 \text{ mA}$ (valeur du régime permanent) et une tension d'alimentation $V_{CC} = 24 \text{ V}$.

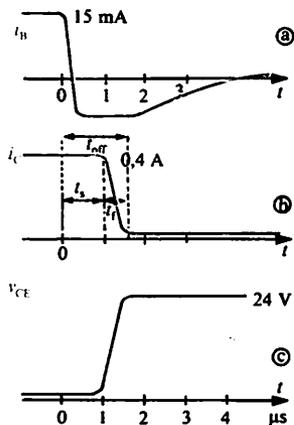


Fig. 3. Commutation à l'ouverture pour les mêmes valeurs de i_B et de V_{CC} que pour la figure 2.

Le transistor haute tension est toujours utilisé en régime de commutation. Il fonctionne alors à fréquence souvent élevée passant de l'état saturé à l'état bloqué et inversement.

Les grandeurs i_B , i_C , V_{CE} ne changent pas instantanément de valeurs. Nous allons mettre en évidence les phénomènes transitoires propres à chaque changement d'état du transistor.

Commutation sur charge résistive

La charge résistive d'un étage à transistor (voir fig. 1) est réglée de façon que $\hat{i}_C = 0,4 \text{ A}$, ($R_C + r_C \approx 57 \Omega$). La base du transistor est commandée par une source de tension de fréquence 50 Hz dont la f.é.m. prend alternativement deux valeurs :

$$E_{B1} = 10 \text{ V et } -E_{B2} = -5 \text{ V.}$$

La résistance de base, $R_{B1} = R'_B + r_B$, est normalement égale à 570Ω (sa valeur peut être ramenée à 250Ω afin d'augmenter la saturation du transistor).

L'oscilloscope, permet de relever les tensions $-r_B i_B$, $-r_C i_C$, V_{CE} et d'en déduire les chronogrammes de i_B , i_C , V_{CE} .

a) Durée de fermeture t_{on}

On la décompose en deux parties (fig. 2)

- un temps de retard, t_d , phase pendant laquelle l'intensité i_C reste nulle et V_{CE} conserve la valeur V_{CC} ;

- un temps de croissance, t_r , correspondant à l'établissement de i_C et à la décroissance de V_{CE} .

En répétant l'expérience pour des intensités i_B croissantes du courant de base (valeurs du régime permanent) on constate que pour une même valeur du courant de collecteur, le temps de croissance t_r diminue quand i_B croît.

b) Durée d'ouverture t_{off}

Il est décomposé en deux parties (fig. 3)

- un temps de stockage, t_s , phase pendant laquelle l'intensité du courant de collecteur ne diminue pas, bien que l'intensité du courant de base soit devenue transitoirement négative;

- un temps de décroissance, t_f , phase pendant laquelle i_C devient nulle et V_{CE} prend la valeur V_{CC} .

- Pour une même valeur du courant de collecteur, l'augmentation du courant de base accroît le temps de stockage dans de très grandes proportions.

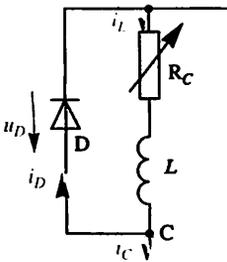


Fig. 4. Commutation sur charge inductive. L : bobine de 1 H; R_c est réglée de façon que $i_C \approx 0,4$ A; fréquence 50 kHz.

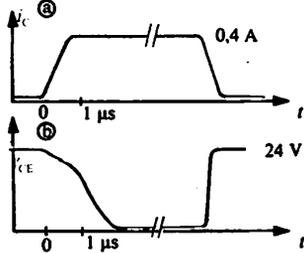


Fig. 5. Commutation à la fermeture sur charge inductive. (Cas où D est une diode rapide.)

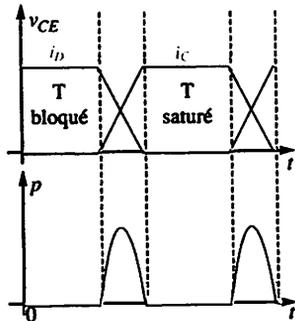


Fig. 6. Chronogramme illustrant l'origine des pertes de commutation. Pour diminuer ces pertes il faut que la tension v_{CE} soit la plus petite possible lors de la croissance ou de la décroissance de i_C . On atteint partiellement ce but par une commande judicieuse du transistor et en ajoutant des composants passifs pour constituer un réseau d'aide à la commutation.

Commutation sur charge inductive

Dans le montage précédent, remplaçons la charge résistive par une bobine et une résistance en série (fig. 4). La diode D évite une interruption du courant dans la charge lorsque le transistor est bloqué, et également une surtension à l'ouverture. On suppose que l'inductance L est assez importante pour que l'on puisse considérer que l'intensité i_L dans la charge est constante pendant les durées d'ouverture ou de fermeture.

a) Observations

Les chronogrammes de i_C et v_{CE} (fig. 5) montrent que pendant la croissance de i_C la tension v_{CE} reste voisine de V_{cc} , ce qui n'était pas le cas lors de la fermeture sur charge résistive. En revanche, la phase d'ouverture est semblable à ce qu'elle était dans le cas précédent.

b) Interprétation

La loi des nœuds appliquée au point C s'écrit :

$$i_L = i_C + i_D$$

Comme : $i_L = C^{te}$ nous avons :

$$i_C + i_D = C^{te}$$

Pendant la phase de fermeture, i_C croît tandis que i_D décroît et s'inverse brièvement (voir chapitre 63). Il y a donc transfert de courant de la diode vers le transistor (fig. 6).

En ce qui concerne les tensions nous pouvons écrire :

$$v_{CE} = V_{cc} + u_D$$

Tant que la diode conduit, cette relation se réduit à :

$$u_D \approx 0 \text{ et } v_{CE} \approx V_{cc}$$

Pertes de puissance lors de la commutation

Nous venons de voir que, lors des régimes transitoires de fermeture et d'ouverture, la tension v_{CE} et l'intensité i_C sont susceptibles de prendre simultanément de fortes valeurs.

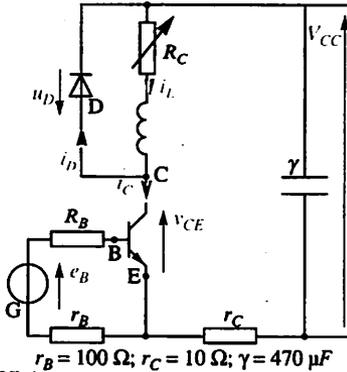
Les chronogrammes de la figure 6 mettent en évidence les variations de la puissance instantanée fournie au transistor, puissance que celui-ci doit, par conséquent, dissiper.

Ces pertes, proportionnelles à la fréquence de fonctionnement, limitent la fréquence maximale d'utilisation des transistors de puissance à quelques dizaines de kilohertz.

Dans le montage de la figure 7 le transistor fonctionne en commutation. On admet qu'à l'état saturé la tension v_{CE} est nulle. L'intensité i_L du courant dans la charge est constante : $i_L = 4,0$ A et $V_{CC} = 24,0$ V.

1. La tension e_B est négative. Quel est le trajet suivi par le courant d'intensité i_L ?
2. Dans les conditions de la question 1, déterminer les valeurs de i_D , i_C et v_{CE} .
3. A l'instant $t = t_1$ la tension e_B devient positive. En première approximation, on peut admettre que l'évolution de l'intensité i_D est celle de la figure 8a. Représenter, en concordance de temps, les intensités $i_D(t)$ et $i_C(t)$.
4. Préciser la valeur maximale $\widehat{i_C}$ de l'intensité $i_C(t)$ du courant.

Fig. 7



Solution :

1. $e_B < 0$: trajet suivi par le courant d'intensité i_L

Au nœud C la relation entre les diverses intensités s'écrit :

$$i_L(t) = i_C(t) + i_D(t)$$

Si la tension e_B est négative, le transistor est bloqué : $i_C(t) = 0$ et $i_L(t) = i_D(t)$

⇒ i_L circule dans la maille R_C, L, D

2. $e_B < 0$: Valeurs de i_D, i_C, v_{CE}

Nous venons de voir que le transistor est bloqué et que la diode conduit.

Nous en déduisons les résultats suivants :

$$\begin{aligned} u_D &\approx 0 \text{ V} \\ v_{CE} &\approx V_{CC} = 24,0 \text{ V} \\ i_C &= 0 \\ i_D &= i_L = 4,0 \text{ A} \end{aligned}$$

3. $e_B > 0$: intensités $i_D(t)$ et $i_C(t)$

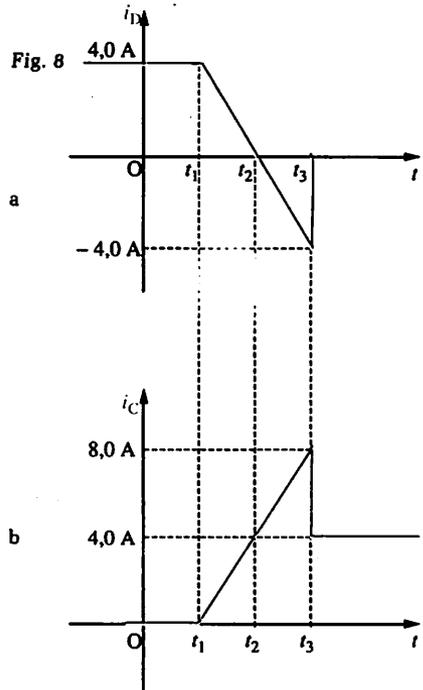
Si la tension e_B devient positive, le transistor conduit.

$$i_C(t) = i_L(t) - i_D(t)$$

Comme $i_L = 4,0$ A l'expression de $i_C(t)$ s'écrit :

$$i_C(t) = 4 - i_D(t)$$

Cette relation permet de tracer en concordance de temps $i_C(t)$ et $i_D(t)$ (fig. 8a et b).



4. Valeur maximale $\widehat{i_C}$ de $i_C(t)$

Ce résultat se lit sur la figure 8b.

⇒ $\widehat{i_C} = 8,0$ A

1 Transistor MOSFET à canal N

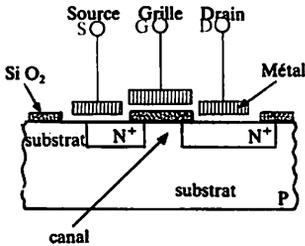


Fig. 1. Structure simplifiée d'un transistor MOSFET à enrichissement, à canal N, à grille isolée. La couche de dioxyde de silicium SiO_2 entre grille et canal possède une très forte résistance (10^{11} à $10^{15} \Omega$).
* L'organisation réelle des différentes régions est en réalité sensiblement différente afin d'améliorer les densités de courant admissibles entre drain et source et la tenue en tension du composant.

Les transistors à effet de champ sont de types très variés. Nous nous proposons d'aborder uniquement ici l'étude des transistors MOSFET (de Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor) à enrichissement à canal N.

Le transistor MOS à canal N (fig. 1) est réalisé sur un substrat de silicium P faiblement dopé c'est-à-dire faiblement enrichi en éléments de la troisième colonne de la classification périodique des éléments (bore, gallium). Il comporte trois électrodes métalliques :

- la source (S) et le drain (D) séparés du substrat par une couche de silicium N fortement dopée dite N^+ car fortement enrichie en éléments de la cinquième colonne de la classification périodique des éléments (phosphore, arsenic)
- la grille (G) isolée du substrat P par une couche d'oxyde d'un métal semi-conducteur, très souvent du dioxyde de silicium (SiO_2);
- la région du substrat située à proximité de la grille, entre les deux régions N, constitue le canal.

2 Fonctionnement

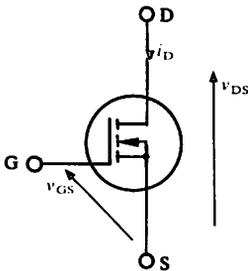


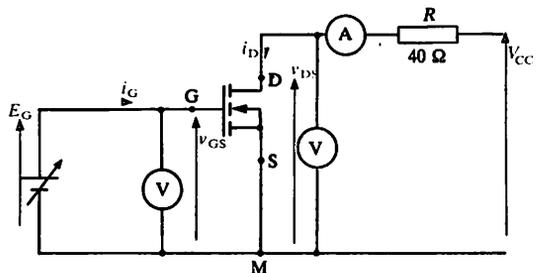
Fig. 2. Symbole d'un transistor MOSFET à enrichissement, à canal N, à grille isolée :
— la flèche, dirigée vers la grille, caractérise le canal N
— le point (•) sur la source signifie que la source est directement en contact avec le substrat.

Fig. 3. Principe d'utilisation d'un transistor MOSFET (VN 46 AF).
 $V_{cc} = 15 \text{ V}$; E_G est réglable de 0 à 10 V.

Le symbole du transistor MOSFET à grille isolée est représenté sur la figure 2.

Pour l'étude du fonctionnement nous utilisons le montage de la figure 3.

- En l'absence de polarisation de grille ($v_{GS} = 0$), aucun courant ne peut circuler de D vers S. En revanche, la source étant directement reliée au substrat, la liaison source-substrat-drain se comporte comme une diode passante de S vers D (ce qui correspond au sens passant $\text{P} \rightarrow \text{N}$ d'une diode).



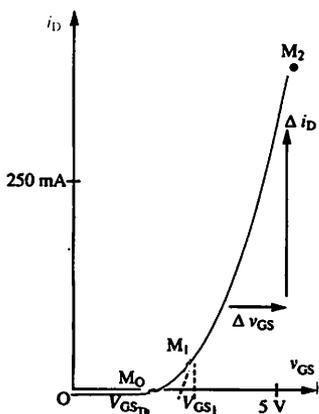


Fig. 4. Caractéristique de transfert tension-courant du montage de la figure 4. Dans la zone linéaire, pour le composant utilisé, la

transconductance $g = \frac{\Delta i_D}{\Delta v_{GS}}$ est

environ 0,14 siemens. La transconductance g dépend beaucoup du type de transistor. Elle peut être supérieure à 10 S pour les transistors pouvant contrôler de forts courants.

- Si une tension v_{GS} positive est appliquée, un courant peut circuler selon le chemin : drain, zone N^+ , canal, zone N^+ , source S.

- Avec ce même montage nous pouvons relever les valeurs de i_D en fonction de v_{GS} (tension réglable). Trois régions de fonctionnement peuvent être distinguées (fig. 4) :

- $v_{GS} < V_{GS_m}$: $i_D = 0$; le transistor est bloqué.
- $v_{GS} \in [V_{GS_m}; V_{GS_1}]$: i_D augmente avec v_{GS} .
- $v_{GS} > V_{GS_1}$ (segment M_1M_2) : i_D augmente linéairement en fonction de v_{GS} ; l'intensité i_D est commandée par la tension grille-source.

Sur cette partie de la caractéristique on s'intéresse au rapport :

$$\frac{\Delta i_D}{\Delta v_{GS}} = C^{te} = g$$

g est la transconductance statique du transistor MOSFET dans la région dite linéaire; g s'exprime en siemens.

L'intensité du courant de drain, i_D , est commandée par la tension grille-source v_{GS} . En régime permanent la commande ne demande aucune puissance ($i_C = 0$).

3 Caractéristiques typiques

L'état du transistor est défini par les grandeurs v_{GS} , i_D , v_{DS} .

Comme le courant d'entrée, d'intensité i_C , est nul en régime permanent, il n'y a pas ici de caractéristique d'entrée.

Les courbes i_D (v_{DS}) à v_{GS} constant forment le réseau des caractéristiques de sortie (fig. 5).

Droite de charge

Pour le montage de la figure 3, en appliquant la loi d'Ohm au circuit de sortie, nous pouvons écrire :

$$V_{cc} = R i_D + v_{DS}$$

soit :

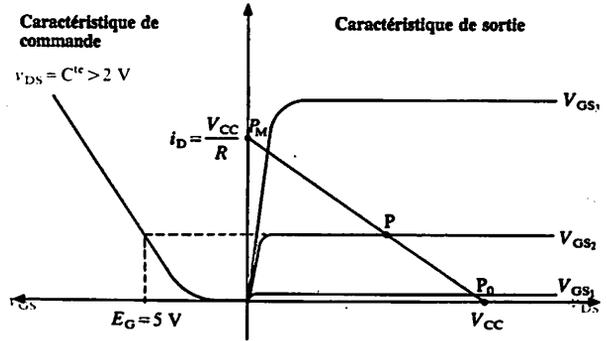
$$i_D = \frac{V_{cc}}{R} - \frac{v_{DS}}{R}$$

C'est l'équation d'une droite dans le plan i_D , v_{DS} . Elle est appelée droite de charge. Seul le segment P_0P_M est utile (voir fig. 5).

Fig. 5. Réseau simplifié d'un transistor MOSFET :
 $V_{GS_1} < V_{GS_2} < V_{GS_3}$
 — En régime statique le courant d'entrée d'intensité i_G est nul. Il n'en est pas de même en haute fréquence. En effet chaque modification d'état du transistor nécessite la variation de la charge de la capacité d'entrée (quelques nanofarads pour les transistors à fort courant). Dans ce cas, le courant de commande i_G , peut être transitoirement important.

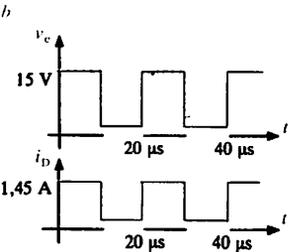
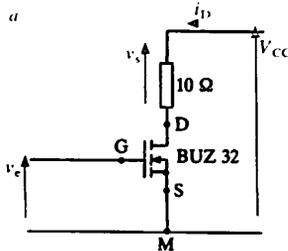
Point de fonctionnement

Nous pouvons placer le point de fonctionnement P sur le segment P_0P_M et sur la caractéristique correspondant à $v_{GS} = E_G$ (on a supposé $V_{GS_2} = E_G$ sur la figure).



Comme un transistor bipolaire, un transistor MOS peut être bloqué (P_0) ou fonctionner dans la zone linéaire (P), ou, enfin, être saturé (au voisinage de P_M).

4 Applications



La non-linéarité de la caractéristique de commande $i_D(v_{GS})$ pour les petites valeurs de v_{GS} ne permet pas d'utiliser seul le transistor MOSFET à enrichissement quand il faut réaliser une conversion linéaire tension-courant. Toutefois, associé à d'autres composants, il permet des applications à haute fréquence. En revanche, il réalise très bien la fonction interrupteur commandé, à fréquence élevée (fig. 6).

Fig. 6. Fonctionnement d'un transistor MOSFET en mode bloqué-saturé à une fréquence de 50 kHz.

- Pour le transistor utilisé, $V_{DSsat} < 500 \text{ mV}$ pour $V_{CC} = 15 \text{ V}$, $V_{GS} = 10 \text{ V}$ et $I \approx 1,5 \text{ A}$.
- Les transistors MOSFET actuels permettent ce mode de fonctionnement jusqu'à plusieurs centaines de mégahertz.

1 La caractéristique de transfert tension-courant du transistor MOSFET $i_D(v_{GS})$ du montage de la figure 3 a pour équation : $i_D = -0,50 + 0,40v_{GS}$ (i_D en ampères, v_{GS} en volts).

1. Pour quelles valeurs de v_{GS} le transistor est-il bloqué ?

2. La f.é.m. E_G est réglée à la valeur 3,0 V. La tension V_{cc} est égale à 30 V. La résistance R a la valeur indiquée sur la figure.

- Déterminer l'intensité i_D du courant de drain.

- Calculer la tension v_{DS} .

Solution :

1. Valeurs de v_{GS} qui bloquent le transistor

L'intensité i_D ne peut pas être négative et c'est la tension v_{GS} qui commande i_D . La condition $i_D \geq 0$ entraîne donc :

$$-0,5 + 0,4v_{GS} > 0$$

$$\text{soit : } v_{GS} \geq \left(\frac{0,5}{0,4}\right) V \Rightarrow \boxed{v_{GS} \geq 1,25 V}$$

2. Intensité i_D du courant de sortie

Dans un transistor MOSFET l'intensité i_C du courant d'entrée est quasi nulle et nous avons l'égalité : $v_{GS} = E_G$.

D'où :

$$i_D = (-0,5 + 0,4 \times 3) A \Rightarrow \boxed{i_D = 0,70 A}$$

Tension v_{DS}

Nous appliquons la loi d'Ohm au circuit de sortie du montage de la figure 3 :

$$V_{cc} = Ri_D + v_{DS}$$

$$\text{D'où : } v_{DS} = V_{cc} - Ri_D$$

soit :

$$v_{DS} = (30 - 40 \times 0,7) V \Rightarrow \boxed{v_{DS} = 2,0 V}$$

2 La caractéristique de transfert $i_D(v_{GS})$ du transistor MOSFET utilisé dans le montage de la figure 6 a pour équation : $i_D = -0,30 + 0,40v_{GS}$ (i_D en ampères et v_{GS} en volts).

Le transistor fonctionne en régime « bloqué-saturé ».

$V_{cc} = 15 V$ et la résistance de charge R est égale à 10Ω .

A la saturation $v_{DS} \approx 0 V$.

1. Quelle valeur minimale faut-il donner à v_{GS} pour saturer le transistor ?

2. Quelle est la valeur maximale de v_{GS} qui bloque encore le transistor ?

Solution :

1. Valeur minimale de v_{GS} pour saturer le transistor

Si le transistor est saturé, la tension v_{DS} est nulle. De la relation correspondant à l'équation de la droite de charge : $V_{cc} = Ri_D + v_{DS}$ nous pouvons déduire la valeur de l'intensité i_D pour ce régime de fonctionnement :

$$v_{DS} = 0 \Rightarrow i_D = \frac{V_{cc}}{R} \Rightarrow i_D = \frac{15}{10} A$$

$$\Rightarrow i_D = 1,5 A$$

L'équation de la caractéristique de transfert permet alors de déterminer la valeur minimale de la tension v_{GS} pour que le transistor soit saturé :

$$i_D = -0,30 + 0,40v_{GS} \Rightarrow v_{GS} = \frac{i_D + 0,30}{0,4}$$

$$\text{D'où : } v_{GS} = \frac{1,5 + 0,3}{0,4} V \Rightarrow \boxed{v_{GS} = 4,5 V}$$

Le transistor est saturé pour toute valeur de v_{GS} supérieure à 4,5 V.

2. Valeur maximale de v_{GS} pour bloquer le transistor

Pour bloquer le transistor, c'est-à-dire obtenir une intensité i_D nulle, l'équation de la caractéristique de transfert montre qu'il faut réaliser la condition suivante :

$$-0,30 + 0,40v_{GS} = 0 \Rightarrow v_{GS} = \frac{0,30}{0,40}$$

$$\Rightarrow \boxed{v_{GS} = 0,75 V}$$

Le transistor est bloqué pour toute valeur de v_{GS} inférieure à 0,75 V.

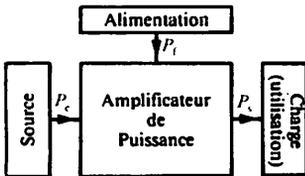


Fig. 1. Schéma synoptique.

Entre les étages électroniques qui produisent le signal de commande et la charge, par exemple un haut-parleur il faut souvent placer un amplificateur de puissance (fig. 1). C'est un dispositif qui délivre la puissance nécessaire au bon fonctionnement de la charge.

1 Exemple d'amplificateur de puissance

Montage expérimental

Associés comme l'indique la figure 2 un amplificateur opérationnel et deux transistors complémentaires, NPN et PNP. L'ensemble est alimenté sous des tensions symétriques ($V^- = -E = -15\text{ V}$; $V^+ = E = 15\text{ V}$). La charge R_u est une résistance de $50\ \Omega - 10\text{ W}$.

Appliquons au montage une tension d'entrée continue $v_e = 10\text{ V}$. Nous constatons que $v_s = 10\text{ V}$ et par conséquent $i_s = 0,20\text{ A}$. (Avec $v_e = -10\text{ V}$ nous obtenons $v_s = -10\text{ V}$ et $i_s = -0,20\text{ A}$).

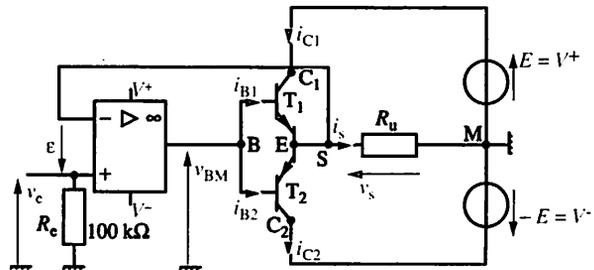


Fig. 2. Amplificateur de puissance T_1 : BD712; T_2 : BD711; $V^+ = -V^- = E = 15\text{ V}$.

Interprétation du fonctionnement

L'amplificateur opérationnel fonctionne en mode linéaire car la liaison entre la sortie du montage et l'entrée inverseuse assure la contre-réaction (v_s est réappliquée à l'entrée).

$$e \approx 0 \text{ volt et à chaque instant } v_s = v_e$$

Le courant qui parcourt la charge est fourni par l'étage de sortie. Par exemple pour $i_s > 0$, T_1 conduit, T_2 est bloqué et $i_s \approx i_{C1}$. Le transistor T_1 fonctionne en mode linéaire, $i_{C1} = \beta i_{B1}$, le courant de base i_{B1} étant lui-même fourni par l'amplificateur opérationnel.

Bilan énergétique

- Amplification en puissance A_p

C'est le rapport de la puissance de sortie P_s et de la puissance d'entrée P_o .

$$A_p = \frac{P_s}{P_o}$$

Dans notre exemple :

$$P_s = \frac{v_s^2}{R_u} \approx 2 \text{ W}, P_o = \frac{v_o^2}{R_o} \approx 1 \text{ mW} \text{ et } A_p \approx 2 \cdot 10^3.$$

- Rendement η

C'est le rapport de la puissance de sortie P_s et de la puissance totale ($P_a + P_o$) reçue par le montage, P_a désignant la puissance fournie par l'alimentation :

$$\eta = \frac{P_s}{(P_a + P_o)}$$

En général, la puissance d'entrée P_o est négligeable devant la puissance P_a et nous pouvons écrire :

$$\eta \approx \frac{P_s}{P_a}$$

Dans notre exemple la puissance P_a sert essentiellement à alimenter l'étage de sortie car la puissance consommée par l'amplificateur opérationnel est négligeable.

Pour $i_s > 0$, T_1 conduit et $P_a \approx E i_{C_1}$.

Comme : $i_s \approx i_{C_1}$, $P_a \approx E i_s$.

$$\text{Donc : } \eta \approx \frac{v_s i_s}{E i_s}$$

$$\eta \approx \frac{v_s}{E}$$

Exemple : $E = 15 \text{ V}$, $v_s = 10 \text{ V}$, $\eta \approx 0,67$.

- Localisation des pertes

La puissance perdue est essentiellement dissipée par l'étage de sortie. Celui-ci, constitué des transistors T_1 et T_2 , doit donc être capable de dissiper cette puissance sans échauffement excessif. En général des dissipateurs thermiques sont nécessaires (« radiateurs »).

2 Régime variable

Au montage précédent, appliquons une tension d'entrée sinusoïdale d'amplitude 5 volts et de fréquence 1 kHz. La charge est alors soumise à une tension sinusoïdale de même amplitude et un courant sinusoïdal la traverse : l'amplificateur de puissance fonctionne en régime variable.

Si nous augmentons la tension d'entrée nous pouvons constater à l'oscilloscope (fig. 3) que le signal de sortie est écrêté.

Interprétation

- Pour les valeurs positives de v_e le fonctionnement est analogue à celui que nous avons décrit au paragraphe 1 : le transistor T_1 , (NPN), commandé par le courant de base d'intensité i_{B1} ($i_{B1} > 0$), alimente la charge : $i_s \approx i_{C1}$ (fig. 4).

- Pour les valeurs négatives de v_e un fonctionnement symétrique est assuré par le transistor T_2 (PNP) : $i_{B2} < 0$ et $i_s \approx -i_{C2}$.

Le fonctionnement du montage cesse d'être linéaire lorsque les transistors sont saturés c'est-à-dire lorsque $|v_s| \approx (E - 2) V$.

Fig. 3. Déformation de la tension de sortie

La tension de sortie est nécessairement comprise entre les valeurs $-E$ et E des tensions d'alimentation.

Une limitation supplémentaire est introduite par les transistors T_1 et T_2 : en fonctionnement linéaire leur tension collecteur-émetteur ne peut devenir nulle ($|v_{CE}|_{min} \approx 1 \text{ à } 2 V$).

Par conséquent : $v_{s \max} \approx (E - 2) \text{ volts}$
 $v_{s \min} \approx (-E + 2) \text{ volts}$

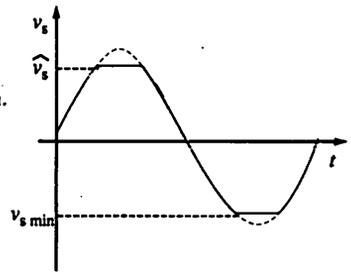
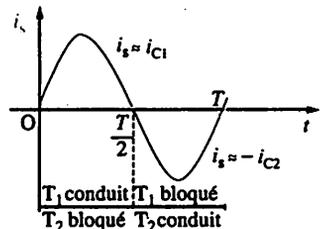


Fig. 4. Fonctionnement de l'amplificateur de puissance en régime variable.

Lorsque le courant dans la charge est alternatif (sinusoïdal par exemple), chaque transistor est alternativement conducteur, mais pas saturé, puis bloqué.

$i_s > 0$: T_1 conduit ; $i_s < 0$: T_2 conduit. Cet étage de sortie est appelé « étage push-pull ».



1 Les alimentations de l'amplificateur de puissance de la figure 2 fournissent une tension $E = 15 \text{ V}$.

La tension d'entrée v_s est sinusoïdale ; les transistors sont supposés parfaits.

Quelle valeur de la résistance de charge R_u permet l'obtention d'une puissance théorique maximale utile $\hat{P}_u = 25 \text{ W}$?

Solution :

Les éléments du montage étant parfaits, dans le domaine linéaire $v_s = v_o$. Si V_s est la valeur efficace de v_s , la puissance utile est égale à :

$$P_u = \frac{V_s^2}{R_u}$$

Le fonctionnement du montage cesse d'être linéaire lorsque $V_s\sqrt{2} = E$ soit pour :

$$V_s = \frac{E}{\sqrt{2}}$$

La puissance théorique maximale est donc égale à : $\hat{P}_u = \frac{E^2}{2R_u}$.

La valeur de la résistance de charge permettant d'obtenir cette puissance est donc :

$$R_u = \frac{E^2}{2\hat{P}_u}$$

$$\text{soit : } R_u = \left(\frac{15^2}{2 \times 25} \right) \Omega \Rightarrow \boxed{R_u = 4,5 \Omega}$$

2 Le montage de la figure 2 est considéré comme parfait (tension v_{BE} négligeable ; $v_{CEsat} \approx 0$).

Les alimentations fournissent une tension $E = 14 \text{ V}$.

La résistance de charge R_u est de $8,0 \Omega$. A l'entrée du montage on applique une tension sinusoïdale $v_o = \hat{v}_o \sin \omega t$. L'amplification en courant de chaque transistor est $\beta = 75$. L'amplitude de v_o est égale à $\hat{v}_o = 6,0 \text{ V}$.

1. Calculer l'amplitude \hat{i}_s de $i_s(t)$.

2. En déduire l'amplitude \hat{i}_B de $i_{B_1}(t)$ et $i_{B_2}(t)$.

3. Quelle est la puissance absorbée par la charge ?

4. Quelle puissance chaque alimentation fournit-elle ?

Solution :

1. Amplitude \hat{i}_s de $i_s(t)$

Nous cherchons une relation entre i_s et v_o . Appliquons la loi d'Ohm à la résistance de charge : $v_s = R_u i_s$. Or, le montage étant parfait, dans le domaine linéaire, $v_s = v_o$. D'où :

$$\hat{i}_s = \frac{\hat{v}_o}{R_u}$$

$$\text{soit : } \hat{i}_s = \left(\frac{6}{8} \right) \text{ A} \Rightarrow \boxed{\hat{i}_s = 0,75 \text{ A}}$$

2. Amplitude \hat{i}_B de $i_{B_1}(t)$ et $i_{B_2}(t)$

Lorsque T_1 conduit (par exemple) nous pouvons écrire : $i_s = i_{C_1} = \beta i_{B_1}$.

Nous en déduisons la relation suivante :

$$\hat{i}_B = \frac{\hat{i}_s}{\beta}$$

$$\text{soit : } \hat{i}_B = \left(\frac{0,75}{75} \right) \text{ A} \Rightarrow \boxed{\hat{i}_B = 10 \text{ mA}}$$

3. Puissance P_u absorbée par la charge

La résistance R_u absorbe la puissance :

$$P_u = \frac{V_s^2}{R_u}$$

avec $V_s = \frac{\hat{v}_o}{\sqrt{2}}$ valeur efficace de v_s .

$$\text{D'où : } P_u = \frac{\hat{v}_o^2}{2R_u}$$

$$\text{soit : } P_u = \left(\frac{6^2}{2 \times 8} \right) \text{ W} \Rightarrow \boxed{P_u = 2,25 \text{ W}}$$

4. Puissance P_a fournie par chaque alimentation

Chaque transistor conduisant à tour de rôle, chaque alimentation fournit un courant d'intensité moyenne :

$$\bar{i}_a = \frac{\hat{i}_s}{\pi}$$

Elle délivre une puissance P_a telle que :

$$P_a = E \bar{i}_a \Rightarrow P_a = E \frac{\hat{i}_s}{\pi}$$

$$\text{soit : } P_a = \frac{14 \times 0,75}{\pi} \text{ W} \Rightarrow \boxed{P_a = 3,3 \text{ W}}$$

Pour l'étude du redressement, nous utilisons uniquement le modèle de la diode parfaite.

1 Redressement monoalternance

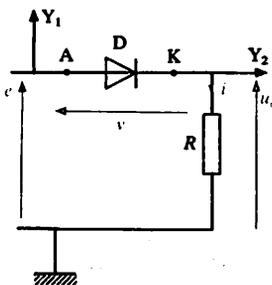


Fig. 1. Le montage est alimenté par une source sinusoïdale : e est fournie par le secondaire d'un transformateur de puissance apparente 48 VA, par exemple.

Nous avons : $e = E\sqrt{2} \sin \omega t$ avec $E = 24 \text{ V}$ et $\omega = 314 \text{ rad/s}$.

La résistance R est égale à $1 \text{ k}\Omega$.

Expérience

Avec le montage de la figure 1, l'oscilloscope permet de visualiser les tensions e et u_c en fonction du temps (fig. 2). Les courbes obtenues permettent de tirer les conclusions suivantes :

- La diode permet le passage du courant uniquement pendant l'alternance positive de e : on dit qu'il y a redressement monoalternance.
- La diode passe périodiquement de l'état bloqué à l'état conducteur. Les changements de régime ont lieu aux instants $0, \frac{T}{2}, T$, etc.

Grandeurs caractéristiques du montage

a) Tension aux bornes de la charge

La tension u_c aux bornes de la charge varie au cours du temps mais elle est toujours positive ou nulle. Elle est unidirectionnelle, ondulée, et, bien sûr périodique, comme e .

Sa valeur moyenne \bar{u}_c peut être mesurée avec un voltmètre magnétoélectrique ou numérique (position « continu »). Si $e = \hat{E} \sin \omega t = E\sqrt{2} \sin \omega t$, sa valeur moyenne est donnée par la relation suivante :

$$\bar{u}_c = \frac{\hat{E}}{\pi} = \frac{E\sqrt{2}}{\pi}$$

Sa valeur efficace U_c est telle que :

$$U_c = \frac{\hat{E}}{2} = \frac{E}{\sqrt{2}}$$

b) Tension inverse aux bornes de la diode

Lorsqu'elle est bloquée, la diode est soumise à une tension $v = v_{AK}$ négative. La valeur absolue de la tension inverse a pour valeur maximale \hat{E} dans le cas de l'expérience précédente.

c) Intensité du courant

Quel que soit t nous avons toujours :

$$i_c = \frac{u_c}{R}$$

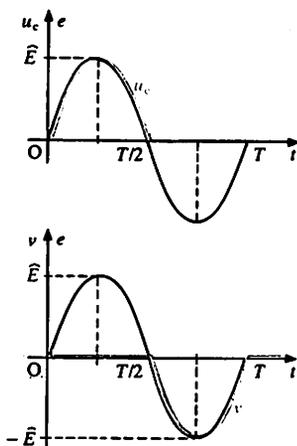


Fig. 2

EN MONOPHASÉ

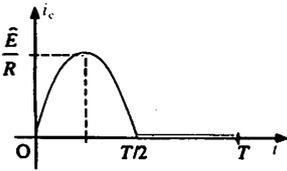


Fig. 3 Courant dans la charge.

Pendant l'alternance positive : $u_c = e$, et pendant l'alternance négative $u_c = 0$ (fig. 3). Nous en concluons que le courant est unidirectionnel.

Sa valeur moyenne, notée \bar{i}_c , peut être mesurée à l'aide d'un ampèremètre magnétoélectrique ou numérique (position « continu »). Elle est égale à :

$$\bar{i}_c = \frac{\bar{u}_c}{R} = \frac{\hat{E}}{\pi R} = \frac{E\sqrt{2}}{\pi R}$$

Sa valeur efficace notée I_c se mesure à l'aide d'un ampèremètre numérique (position « RMS »). Elle est donnée par la relation suivante :

$$I_c = \frac{\hat{E}}{2R} = \frac{E}{\sqrt{2}R}$$

2 Redressement double alternance

Quatre diodes, associées selon le schéma de la figure 4 (partie placée dans un cadre rouge) constituent un pont de Graëtz monophasé.

Analyse du fonctionnement

Il est alimenté par un générateur de très basse fréquence ($f \approx 1$ Hz). Les diodes éclairent quand elles sont conductrices.

En particulier :

- D_+ et D_- nous renseignent sur le signe de e ;
- D'_+ et D'_- nous renseignent sur le signe de i_c

Un oscilloscope permet de visualiser la tension u_c . Nous pouvons alors constater que le courant dans la charge a toujours le même sens, celui indiqué par la diode D'_+ .

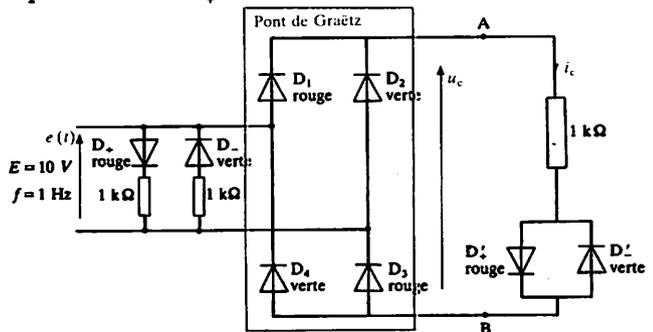
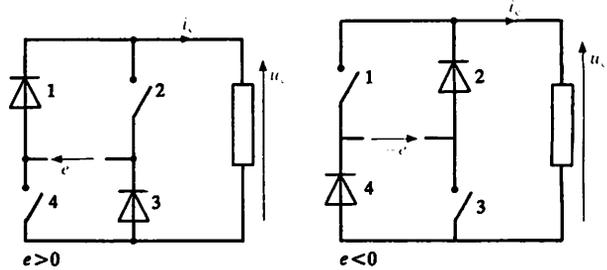


Fig. 4. Montage utilisable pour l'étude du fonctionnement du pont de Graëtz.

Fig. 5. Schémas équivalents utilisables pour le pont de Graëtz (les diodes électroluminescentes permettant la visualisation des signes de e et i_c sont supposées parfaites et éliminées de ces représentations).

Cette analyse conduit à deux schémas équivalents (fig. 5) pour le montage précédent.



Débit sur charge résistive

Dans ce qui suit, nous considérons le montage de la figure 6. Il est alimenté sous une tension

$$e = \widehat{E} \sin \omega t = E \sqrt{2} \sin \omega t$$

a) Tension aux bornes de la charge

La tension u_c , appelée tension redressée, est unidirectionnelle et périodique (fig. 7). Elle est formée de deux arches de sinusoïde par période. Le pont de Graëtz réalise un redressement double alternance. La comparaison des courbes donnant u_c (figures 2 et 7) montre que la valeur moyenne de la tension u_c dans un redressement double alternance est deux fois plus grande que dans un redressement simple alternance.

D'où :

$$\overline{u_c} = \frac{2\widehat{E}}{\pi}$$

b) Tension inverse aux bornes d'une diode

La tension inverse appliquée à la diode est égale à la tension d'alimentation. Sa valeur maximale est donc $\widehat{E} = E \sqrt{2}$.

Règle :

Dans une association de diodes à cathodes communes (exemple D_1 et D_2 sur la figure 6) la diode susceptible de conduire est celle dont l'anode est portée au potentiel le plus élevé. On pourrait établir également que dans une association de diodes à anodes communes (exemple D_3 et D_4 sur la figure 6) la diode susceptible de conduire est celle dont la cathode est portée au potentiel le plus bas.

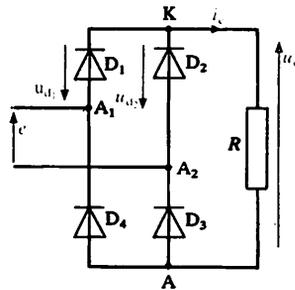


Fig. 6

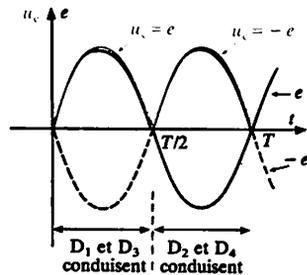


Fig. 7

Les diodes du dispositif redresseur de la figure 8 sont supposées parfaites. La résistance R est égale à 10Ω . Déterminer :

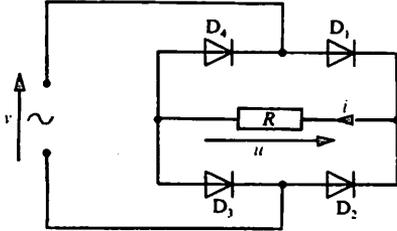


Fig. 8

- la valeur efficace V de la tension sinusoidale v si la valeur moyenne \bar{u} de la tension redressée u est égale à $15,0 \text{ V}$.
- l'intensité moyenne \bar{i} du courant débité par le montage dans la résistance R ;
- l'intensité maximale \hat{i}_D du courant qui traverse une diode;
- l'intensité moyenne \bar{i}_D du courant dans une diode;
- l'intensité efficace I du courant dans la charge;
- l'intensité efficace I_D du courant dans une diode.

Solution :

1. Valeur efficace V de la tension sinusoidale v

La valeur moyenne \bar{u} de u s'exprime en fonction de la valeur efficace V de la tension d'entrée v par la relation :

$$\bar{u} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} V$$

D'où la valeur de V :

$$V = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \bar{u}$$

$$\text{Soit : } V = \left[\frac{3,14}{2\sqrt{2}} \times 15 \right] \text{ V} \Rightarrow \boxed{V = 16,7 \text{ V}}$$

2. Intensité moyenne \bar{i} du courant i

L'intensité moyenne du courant dans la résistance R est égale à :

$$\bar{i} = \frac{\bar{u}}{R}$$

$$\text{soit : } \bar{i} = \left(\frac{15}{10} \right) \text{ A} \Rightarrow \boxed{\bar{i} = 1,5 \text{ A}}$$

3. Intensité maximale \hat{i}_D du courant dans une diode

L'intensité maximale \hat{i}_D du courant dans une diode est aussi l'intensité maximale \hat{i} du courant dans la charge. Si \hat{v} est la valeur maximale de la tension d'entrée v nous pouvons écrire :

$$\hat{i} = \hat{i}_D = \frac{\hat{v}}{R}$$

$$\text{soit : } \hat{i}_D = \left(\frac{16,7 \times \sqrt{2}}{10} \right) \text{ A} \Rightarrow \boxed{\hat{i}_D = 2,36 \text{ A}}$$

4. Intensité moyenne \bar{i}_D du courant dans une diode

Chaque diode conduit pendant une alternance sur deux. L'intensité moyenne \bar{i}_D du courant dans une diode est donc égale à :

$$\bar{i}_D = \frac{\bar{i}}{2}$$

$$\text{soit : } \bar{i}_D = \left(\frac{1,5}{2} \right) \text{ A} \Rightarrow \boxed{\bar{i}_D = 0,75 \text{ A}}$$

5. Intensité efficace I du courant dans la charge

La valeur efficace U de la tension aux bornes de la charge est égale à la valeur efficace V de v (redressement double alternance-charge résistive) $U = V$.

L'intensité efficace I de i dans la résistance R est donnée par la loi d'Ohm :

$$I = \frac{U}{R}$$

$$\text{soit : } I = \left(\frac{16,7}{10} \right) \text{ A} \Rightarrow \boxed{I = 1,67 \text{ A}}$$

6. Intensité efficace I_D du courant dans une diode

Chaque diode conduisant une alternance sur deux, l'intensité efficace I_D du courant dans une diode est égale à :

$$I_D = \frac{I}{\sqrt{2}} \Rightarrow I_D = \frac{1,67}{\sqrt{2}} \text{ A} \Rightarrow \boxed{I_D = 1,18 \text{ A}}$$

1 Expérience

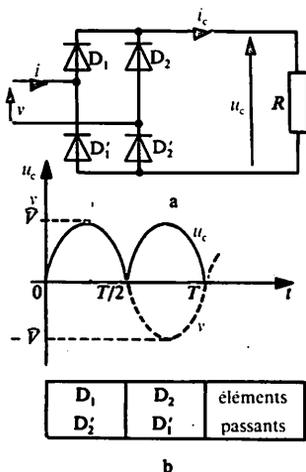


Fig. 1. Redressement double alternance en monophasé. La charge est une résistance R . Si l'on néglige la chute de tension dans les diodes : $\bar{u}_c = 2 \frac{V}{\pi}$

La figure 1 rappelle les principaux résultats obtenus dans le cas du redressement double alternance en monophasé et pour une charge purement résistive. Très souvent ce montage est complété par des éléments permettant de diminuer l'ondulation de la tension u_c et celle du courant débité : ils réalisent une fonction de filtrage.

Au montage précédent ajoutons un condensateur électrochimique de forte valeur ($C = 1500 \mu\text{F}$) (fig. 2). Un oscilloscope permet de visualiser à tour de rôle les tensions v , u_s , $r_1 i$, $r_2 i_C$, $r_3 j$ ($r_1 = r_2 = r_3 = 0,1 \Omega$).

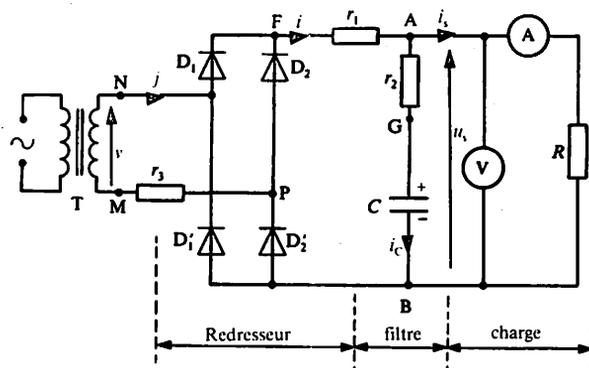


Fig. 2. Filtrage par condensateur.

a) Éléments du montage :

- T : transformateur 220 V/24 V ; 60 VA.
- Pont compact 5 A.

- C : condensateur électrochimique 1500 μF /63 V.
- R : rhéostat 500 Ω /1 A.
- r_1, r_2, r_3 : résistances de 0,1 Ω .

L'observation de la tension u_s (fig. 3) montre que la présence du condensateur diminue fortement l'ondulation de la tension redressée.

La valeur moyenne \bar{u}_s de cette tension est également augmentée.

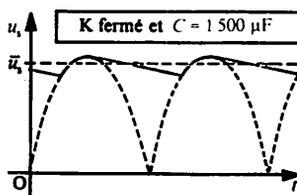


Fig. 3. Filtrage de la tension redressée par un condensateur ; l'ondulation diminue et la valeur moyenne de la tension augmente (pour une même intensité du courant débité).

2 Fonctionnement du montage

Soit T la période de la tension $v(t)$. Comme la période de la tension redressée est égale à $T/2$, nous considérons un intervalle de temps de durée $T/2$, commençant à l'instant t_1 et finissant à l'instant $t_3 = t_1 + T/2$ (fig. 4).

- Entre les instants t_1 et t_2 , deux diodes du pont conduisent (par exemple D_1 et D_2'). Nous obtenons dans ce cas : $u_s \approx v$

$$i_s \approx \frac{v}{R} \quad \text{et} \quad i_c \approx C \frac{dv}{dt}$$

soit :
$$i = i_s + i_c \approx \frac{v}{R} + C \frac{dv}{dt}$$

- La tension u_s est maximale à un instant proche de t_2 : nous en concluons que la phase de conduction du pont correspond à la phase de charge du condensateur.

- De t_2 à t_3 le pont est bloqué car la tension v est inférieure à la tension u_s . Durant cette phase, le condensateur alimente seul la charge en se déchargeant partiellement. Par conséquent :

$$i = 0$$

$$i_s = -i_c = -C \frac{du_s}{dt}$$

- L'intervalle de temps $\Delta t = t_2 - t_1$ est la durée de conduction des diodes ; c'est une fraction assez faible de la demi-période $T/2$.

Conséquences

Le courant qui traverse les diodes pendant la durée Δt est bref et intense. Le filtrage de la tension u_s réalisé ici, s'accompagne donc de pointes de courant dans les diodes, surintensités importantes et répétitives, qui augmentent d'ailleurs avec la capacité du condensateur de filtrage.

L'intensité j du courant au secondaire du transformateur est elle-même formée d'impulsions puisque à chaque instant :

$$|j| = i$$

Par conséquent le transformateur, parcouru par un courant secondaire de forme impulsionnelle, fonctionne dans des conditions inhabituelles et défavorables. Pour cette raison, il ne peut délivrer qu'une fraction assez faible de sa puissance nominale.

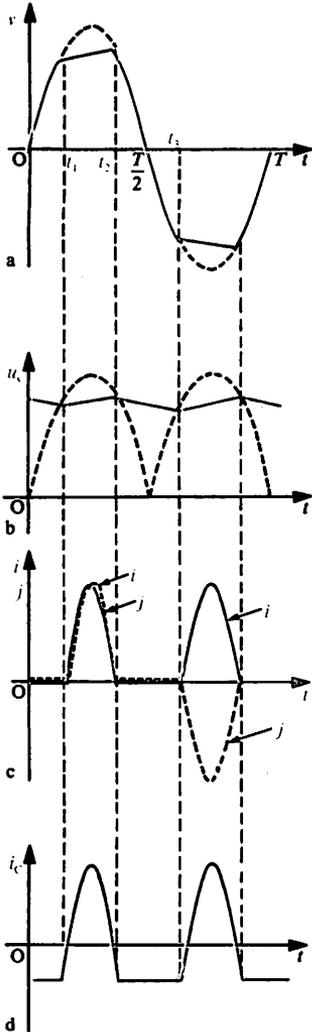


Fig. 4. Chronogrammes de v , u_s , i , j et i_c .

3 Ondulation de la tension redressée

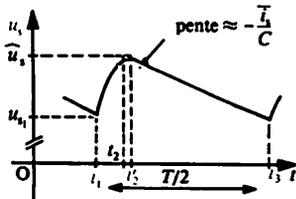


Fig. 5. Ondulation de la tension de sortie : $\Delta u_s = \widehat{u}_s - u_s$.
Le pont conduit entre t_1 et t_2 ; la tension u_s est maximale à l'instant t_2 très voisin de t_2' .

Dans le cas d'un bon filtrage (u_s faiblement ondulée) il est possible de déterminer une valeur approchée de l'ondulation relative $\frac{\Delta u_s}{\widehat{u}_s}$ (fig. 5).

Si la durée ($t_3 - t_2$) est peu différente de $\frac{T}{2}$ on peut montrer que :

$$\frac{\Delta u_s}{\widehat{u}_s} \approx \frac{1}{2RCf} \quad \text{avec : } \Delta u_s = \widehat{u}_s - u_s$$

4 Applications

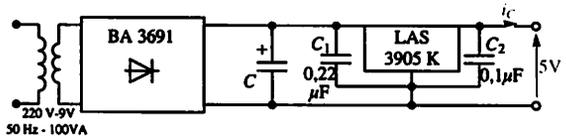


Fig. 6. Alimentation stabilisée. Transformateur 220 V/9 V - 50 Hz - 100 VA.

C : condensateur de filtrage : 2000 $\mu\text{F/A}$; exemple $I_{c, \text{max}} = 2 \text{ A} \Rightarrow C = 4000 \mu\text{F}$.

C_1 et C_2 sont des condensateurs de découplage qui doivent être placés le plus près possible des bornes du régulateur. L'alimentation est protégée thermiquement et limitée en courant par le régulateur.

Ce mode de filtrage, associé à un pont de Graëtz ou à un redresseur à point milieu, est très utilisé dans la conversion alternatif-continu de petite puissance.

Par exemple, en associant un montage redresseur double alternance, dont la tension de sortie est filtrée par un condensateur, à un régulateur intégré de tension (fig. 6) on obtient une alimentation stabilisée de laboratoire.

Dans le montage de la figure 7 les diodes sont parfaites : e_1 et e_2 sont deux tensions sinusoïdales de valeur efficace 24 V et de fréquence 50 Hz, en opposition de phase.

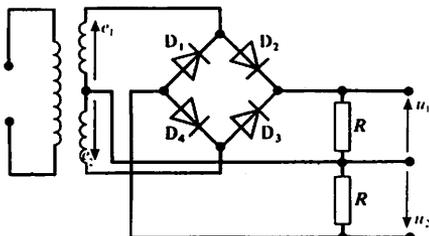


Fig. 7

1. Expliquer le fonctionnement du montage et représenter en fonction du temps les tensions e_1 , e_2 , u_1 et u_2 .
2. Déterminer la valeur moyenne et la valeur efficace de chacune des tensions u_1 et u_2 .
3. En parallèle avec les résistances R, on ajoute deux condensateurs (chimiques) de filtrage. Quelle valeur maximale peut atteindre la tension moyenne \bar{u}_1 ? Quelle est alors la valeur de la tension moyenne \bar{u}_2 ?

Solution :

1. Analyse du fonctionnement du montage

Les tensions e_1 et e_2 sont en opposition de phase : $e_1 = -e_2$.

• Supposons e_1 positive; alors e_2 est négative; les diodes D_2 et D_4 conduisent et les diodes D_1 et D_3 sont bloquées.

D'où : $u_1 = e_1 > 0$, $u_2 = e_2 < 0$

• Supposons e_1 négative, e_2 est alors positive; le rôle des diodes est inversé, D_2 et D_4 sont bloquées, D_1 et D_3 conduisent.

D'où : $u_1 = -e_1 > 0$, $u_2 = -e_2 < 0$

Ainsi, à tout instant :

$$u_1 = |e_1| \text{ et } u_2 = -|e_2|$$

Les chronogrammes des tensions e_1 , e_2 , u_1 et u_2 sont donnés figure 8.

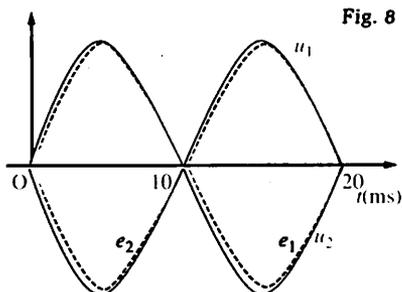


Fig. 8

2. Tensions u_1 et u_2

Nous désignons par \hat{e} l'amplitude commune de e_1 et e_2 ($\hat{e} = 24\sqrt{2}$). Les tensions u_1 et u_2 correspondent à des tensions redressées double alternance, l'une positive, l'autre négative.

La valeur moyenne de u_1 est égale à :

$$\bar{u}_1 = \frac{2\hat{e}}{\pi}$$

$$\text{D'où : } \bar{u}_1 = \left(\frac{2 \times 24\sqrt{2}}{\pi} \right) \text{ V} \Rightarrow \boxed{\bar{u}_1 = 21,6 \text{ V}}$$

De même nous pouvons écrire :

$$\bar{u}_2 = -\frac{2\hat{e}}{\pi} \Rightarrow \boxed{\bar{u}_2 = -21,6 \text{ V}}$$

Les valeurs efficaces respectives U_1 et U_2 des tensions u_1 et u_2 sont égales et leur valeur commune est donnée par l'expression :

$$U_1 = U_2 = \frac{\hat{e}}{\sqrt{2}}$$

$$\text{D'où : } U_1 = U_2 = \frac{24\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \text{ V}$$

$$\Rightarrow \boxed{U_1 = U_2 = 24 \text{ V}}$$

3. Filtrage

La valeur maximale que peut atteindre \bar{u}_1 est \hat{e} . Il faut que la résistance R soit élevée ($RC \geq 10 \text{ ms}$), de manière que les condensateurs n'aient pas le temps de se décharger entre deux phases de charge.

$$\text{D'où : } \bar{u}_{1 \text{ max}} = (24 \times \sqrt{2}) \text{ V} \Rightarrow \bar{u}_{1 \text{ max}} \approx 34 \text{ V.}$$

Valeur moyenne de la tension u_2 :
- 34 V

Il est possible de diminuer l'ondulation du courant débité par un montage redresseur sans (presque) modifier la forme de la tension de sortie. On utilise pour cela une bobine de lissage placée en série avec la charge.

1 Expérience

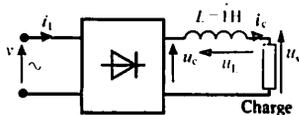


Fig. 1. Lissage du courant au moyen d'une bobine.

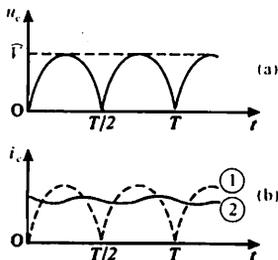


Fig. 2. Redressement monophasé double alternance.

a) Tension u_c à la sortie du redresseur.

b) Intensité i_c du courant dans la charge en l'absence de bobine (1) et en présence d'une bobine de lissage (2).

Plaçons en série avec une charge résistive ou active une bobine d'inductance suffisante (fig. 1). Le courant dans la charge présente moins d'ondulation (fig. 2). On dit que la bobine permet de lisser le courant.

Lorsque la valeur de l'inductance augmente, l'ondulation du courant diminue mais l'intensité moyenne i_c ne change pas si la résistance du circuit et, s'il y a lieu, la f.é.m. du dipôle de charge restent constantes.

Interprétation

Supposons que la charge soit une résistance. Désignons par L l'inductance de la bobine et par R la résistance totale du circuit de charge.

• Entre 0 et $\frac{T}{2}$ la tension redressée u_c a pour valeur :

$$u_c = \widehat{V} \sin \omega t$$

La loi d'Ohm s'écrit alors :

$$u_c = L \frac{di_c}{dt} + Ri_c$$

ou :

$$\widehat{V} \sin \omega t = L \frac{di_c}{dt} + Ri_c$$

Nous pouvons aussi écrire :

$$i_c = \frac{1}{R} (u_c - u_L) \quad \text{avec :} \quad u_L = L \frac{di_c}{dt}$$

• Lorsque i_c croît, la bobine s'oppose à l'augmentation de l'intensité i_c : en effet, la tension $u_L = L \frac{di_c}{dt}$ est positive et se retranche de la tension redressée u_c .

• Lorsque i_c décroît la bobine s'oppose à la diminution de l'intensité i_c , la tension u_L est alors négative et la tension $-u_L$ s'ajoute à la tension redressée u_c .

2 Ondulation du courant

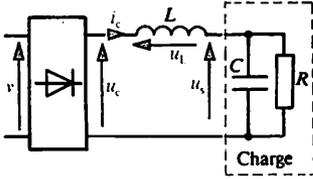


Fig. 3. Filtrage du courant à l'aide d'une bobine. La bobine d'inductance L doit être aussi peu résistive que possible (on peut la réaliser expérimentalement à l'aide d'un transformateur démontable muni d'un petit entrefer). La charge peut également être un moteur à excitation séparée, chargé de façon à appeler un courant d'intensité suffisamment importante.

Exemple

Nous supposons que la tension aux bornes de la charge est constante. Dans le montage représenté figure 3, nous admettons que :

- le transformateur, le pont, la bobine sont parfaits ;
- le courant d'intensité i_c est ininterrompu ;
- le condensateur C est de capacité suffisamment grande pour que la tension de sortie u_s soit constante et égale à $\bar{u}_s = U_s$.

Dans ces conditions la valeur moyenne de la tension aux bornes de la bobine est nulle et celle de la tension de sortie est telle que (fig. 4) :

$$\bar{u}_s = \bar{u}_c = \frac{2\hat{V}}{\pi}$$

L'ondulation du courant peut être caractérisée par la différence $\Delta i_c = \hat{i}_c - i_{c1}$ (fig. 4).

On montre que l'ondulation du courant est pratiquement égale à

$$\Delta i_c \approx 0,42 \frac{\hat{V}}{L\omega}$$

Remarque :

Une bobine d'inductance L et de résistance r nulle, traversée par un courant périodique i_c , présente entre ses bornes une tension u_L dont la valeur moyenne \bar{u}_L est nulle :

$$\bar{u}_L = 0$$

Si la résistance r n'est pas suffisamment faible pour que son influence soit négligeable (c'est-à-dire, si on ne peut la considérer comme nulle) alors : $\bar{u}_L = r\bar{i}_c$.

Ce résultat est donné à titre indicatif. Le plus souvent, l'hypothèse simplificatrice précédente ($r = 0$) convient parfaitement.

Cas limite

Il est possible de choisir une bobine d'inductance assez grande pour avoir un courant de charge pratiquement constant. L'intensité moyenne \bar{i}_c de ce courant est alors égale à son intensité efficace I_c :

$$i_c = \bar{i}_c = I_c$$

Nous allons donner quelques résultats concernant ce fonctionnement pour un point de Graëtz (voir figure 1 du chapitre 8).

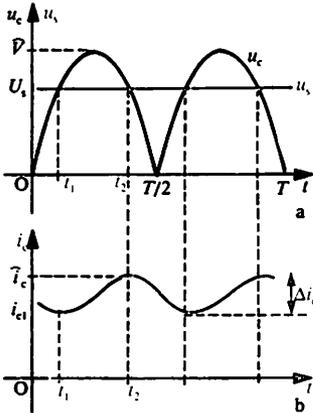
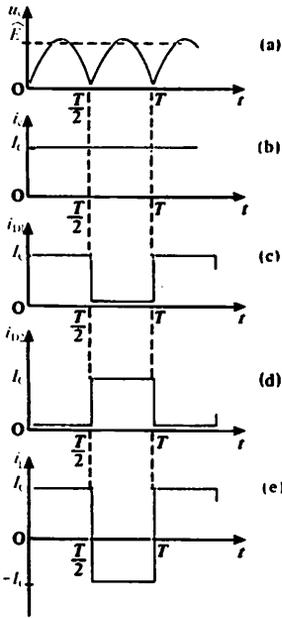


Fig. 4



Les diodes passantes sont alors traversées par un courant formé de crêteaux positifs et le secondaire du transformateur est parcouru par un courant en crêteaux symétriques (fig. 5).

Le courant dans les diodes présente :

- une intensité moyenne : $\bar{i}_D = \frac{I_c}{2}$;
- une intensité efficace : $I_D = \frac{I_c}{\sqrt{2}}$.

Le courant dans le secondaire du transformateur est tel que :

- son intensité moyenne \bar{i}_L est nulle ;
- son intensité efficace I_L est égale à I_c .

Fig. 5. Redressement monophasé double alternance. Débit dans un circuit de grande inductance qui permet d'obtenir un courant d'intensité pratiquement constante.
a) Tension u_c à la sortie du redresseur.

b) Intensité i_c du courant débité.
c) Intensité i_{p1} du courant dans les diodes D_1 et D_2' .
d) Intensité i_{p2} du courant dans les diodes D_2 et D_1' .
e) Intensité i_L du courant débité par le transformateur.

3 Application

Ce mode de lissage est utilisé pour les forts débits en électronique de puissance et dans les alimentations à découpage.

Un pont de Graëtz, composé de quatre diodes parfaites, est alimenté par une source fournissant une tension sinusoïdale v de valeur efficace $V = 220$ V et de fréquence $f = 50$ Hz. La charge est un moteur à courant continu dont la f.é.m. E est liée à la fréquence de rotation n' par la relation : $E = kn'$ avec $k = 0,20$ V · tr⁻¹ · min. Le courant est « lissé » au moyen d'une bobine B que l'on suppose parfaite et dont l'inductance est suffisamment grande pour que l'intensité i_c du courant dans le moteur puisse être considérée comme constante et égale à 10 A. Le moteur présente une résistance interne R de 2,5 Ω. Déterminer :

1. l'intensité efficace I_1 du courant dans la ligne ;
2. l'intensité moyenne \bar{i}_D du courant dans une diode ;
3. l'intensité efficace I_D du courant dans une diode ;
4. la tension inverse maximale \hat{U}_{Di} aux bornes d'une diode ;
5. la fréquence de rotation n' du moteur ;
6. la puissance moyenne P_c fournie par le réseau ;

Solution :

1. Intensité efficace I_1

L'intensité i_c du courant dans la charge est égale à la valeur absolue de l'intensité du courant en ligne (voir fig. 5). Les intensités efficaces de ces courants sont égales. Le courant dans le moteur ayant une intensité constante, sa valeur efficace I_c est égale à sa valeur moyenne \bar{i}_c et à sa valeur instantanée i_c .

$$D'où : I_1 = I_c \Rightarrow \boxed{I_1 = 10 \text{ A}}$$

2. Intensité moyenne \bar{i}_D

Chaque diode conduit pendant une alternance sur deux. L'intensité moyenne \bar{i}_D du courant dans une diode

$$\text{est égale à : } \bar{i}_D = \frac{\bar{i}_c}{2}$$

$$\text{soit : } \bar{i}_D = \frac{10}{2} \text{ A} \Rightarrow \boxed{\bar{i}_D = 5,0 \text{ A}}$$

3. Intensité efficace I_D

La diode est traversée par un courant constant i_c pendant une demi-période. L'intensité efficace I_D du courant dans une diode est donc égale à :

$$I_D = \frac{i_c}{\sqrt{2}} \text{ soit : } I_D = \frac{10}{\sqrt{2}} \text{ A} \Rightarrow \boxed{I_D = 7,1 \text{ A}}$$

4. Tension inverse maximale \hat{U}_{Di}

Les diodes bloquées sont en parallèle avec l'alimentation sous la tension v . La tension inverse maximale \hat{U}_{Di} aux bornes d'une diode est donc égale à la valeur maximale \hat{v} de la tension d'alimentation du pont de Graëtz :

$$\hat{U}_{Di} = \hat{v}$$

$$D'où : \hat{U}_{Di} = (220 \times \sqrt{2}) \Rightarrow \boxed{\hat{U}_{Di} = 311 \text{ V}}$$

5. Fréquence de rotation n' du moteur

La valeur moyenne \bar{u}_c de la tension à la sortie du pont est égale à :

$$\bar{u}_c = \frac{2\hat{v}}{\pi}$$

La tension moyenne aux bornes de la bobine B étant nulle nous pouvons écrire : $\bar{u}_c = E + Ri_c$

En remplaçant E par son expression en fonction de n' nous obtenons :

$$kn' = \bar{u}_c - Ri_c \text{ et : } n' = \frac{\frac{2\hat{v}}{\pi} - Ri_c}{k}$$

$$n' = \left[\frac{\frac{2 \times 311}{3,14} - 2,5 \times 10}{0,2} \right] \text{ tr/min}$$

$$\Rightarrow \boxed{n' = 865 \text{ tr/min}}$$

6. Puissance moyenne P_c

Le montage étant sans perte, la puissance moyenne P_c fournie par le réseau est égale à :

$$P_c = \bar{u}_c \cdot \bar{i}_c = \bar{u}_c \cdot i_c \text{ soit } P_c = \frac{2\hat{v}}{\pi} i_c ;$$

$$\text{soit : } P_c = \left(\frac{2 \times 311}{3,14} \times 10 \right) \text{ W}$$

$$\Rightarrow \boxed{P_c = 1,98 \text{ kW}}$$

1 Redressement simple alternance

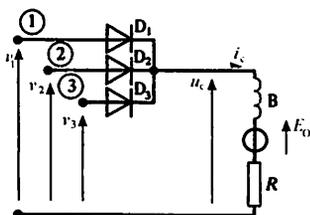
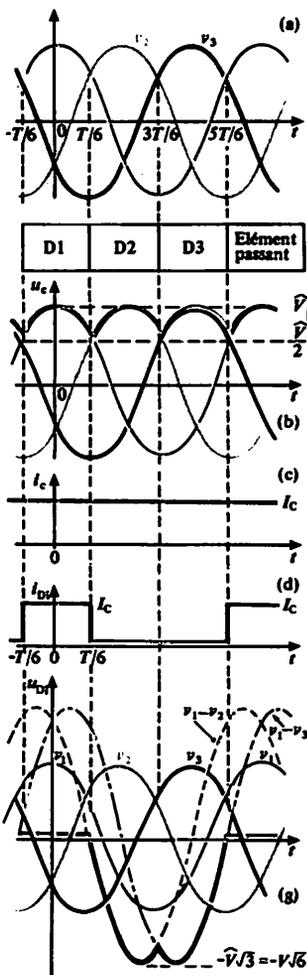


Fig. 1.



Le montage redresseur est représenté figure 1. Les cathodes des trois diodes sont reliées ensemble (montage à cathodes communes). A chaque instant l'une d'elles conduit, celle dont l'anode est au potentiel le plus élevé.

Le montage pris comme exemple comporte une charge active, figurée par son modèle équivalent (E_0, R) sur la figure 1, en série avec une bobine B dont l'inductance est supposée assez grande pour que le courant dans la charge soit pratiquement constant : $i_c = I_c = C^{10}$.

Nous désignons par v_1, v_2 et v_3 les trois tensions d'alimentation sinusoïdales fournies par le réseau triphasé et par u_c la tension unidirectionnelle obtenue aux bornes de l'ensemble charge-bobine (tension de sortie du redresseur).

La figure 2 résume le fonctionnement en donnant les courbes représentant $u_c(t), i_c(t), i_{D1}(t)$ et $u_{D1}(t)$. Nous constatons que la tension de sortie u_c est formée d'une suite de « calottes » de sinusoides; son ondulation est faible.

La tension inverse supportée par une diode est égale à $\sqrt{6}$ fois la valeur efficace V d'une tension simple ($\sqrt{6} \times 220$ V soit 539 V avec un réseau 220 V/380 V).

Ce montage n'est pas utilisé dans l'industrie, car le transformateur triphasé l'alimentant fonctionnerait dans de fort mauvaises conditions.

Fig. 2. Redressement triphasé simple alternance.

$$v_1 = \hat{V} \cos \omega t$$

$$v_2 = \hat{V} \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$v_3 = \hat{V} \cos \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right)$$

a) Tensions d'alimentation du montage.

b) Tension u_c aux bornes de la charge.

c) Intensité i_c du courant dans la charge.

d) Intensité i_{D1} du courant dans la diode D_1 .

e) Tension u_{D1} aux bornes de la diode D_1 .

Lorsque D_1 conduit : $u_{D1} = 0$;

lorsque D_1 est bloquée :

• $u_{D1} = v_1 - v_2$ lorsque D_2 conduit c'est-à-dire pour :

$$\left(\frac{T}{6} \leq t \leq \frac{3T}{6} \right);$$

• $u_{D1} = v_1 - v_3$ lorsque D_3 conduit c'est-à-dire pour :

$$\left(\frac{3T}{6} \leq t \leq \frac{5T}{6} \right).$$

2 Redressement double alternance

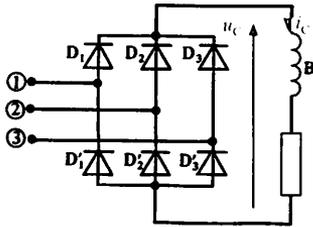


Fig. 3. Redressement double alternance. Montage en pont. Alimentation triphasée. La charge est en série avec une bobine B de grande inductance.

Montage en pont

Il nécessite 6 diodes : 3 diodes à cathodes communes (D_1, D_2, D_3) et 3 diodes à anodes communes (D'_1, D'_2, D'_3) (fig. 3).

Deux diodes conduisent en permanence : parmi D_1, D_2, D_3 , celle qui a son anode au potentiel le plus élevé, et parmi D'_1, D'_2, D'_3 , celle qui a sa cathode au potentiel le plus bas.

La figure 4 résume le fonctionnement du montage dans le cas d'une charge active et d'un courant parfaitement lissé par l'inductance de la bobine.

Étude des tensions

Si nous notons \widehat{V} l'amplitude des tensions simples (entre phases et neutre) appliquées au pont de

diodes, et V leur valeur efficace ($V = \frac{\widehat{V}}{\sqrt{2}}$), alors la

tension moyenne aux bornes de la charge est donnée par la relation suivante :

$$\overline{u_c} = \frac{3\sqrt{3}\widehat{V}}{\pi} = \frac{3\sqrt{6}V}{\pi} \approx 2,34 V$$

La tension inverse maximale aux bornes d'une diode est égale à :

$$\widehat{u_D} = \widehat{V}\sqrt{3} = V\sqrt{6}$$

En fonction de la tension composée $U = V\sqrt{3}$ nous pouvons écrire :

$$\overline{u_c} = \frac{2,34 U}{\sqrt{3}} = 1,35 U \quad \text{et} \quad \widehat{u_D} = U\sqrt{2}$$

Étude des courants

Pour une conduction ininterrompue, les résultats sont les suivants :

- dans la charge $\left\{ \begin{array}{l} \bullet \text{ intensité moyenne : } \overline{i_c} = \frac{\overline{u_c} - E_0}{R} \\ \bullet \text{ intensité efficace : } I_c \approx \overline{i_c} \end{array} \right.$

- dans une diode $\left\{ \begin{array}{l} \bullet \text{ intensité moyenne : } \overline{i_D} = \frac{I_c}{3} \\ \bullet \text{ intensité efficace : } I_D \approx \frac{I_c}{\sqrt{3}} \end{array} \right.$

- dans un fil de ligne et dans un enroulement secondaire du transformateur alimentant le montage, le courant est alternatif :

- intensité moyenne : nulle
- intensité efficace : $I_L \approx I_c \sqrt{\frac{2}{3}}$

Fig. 4. Redressement double alternance. Alimentation.

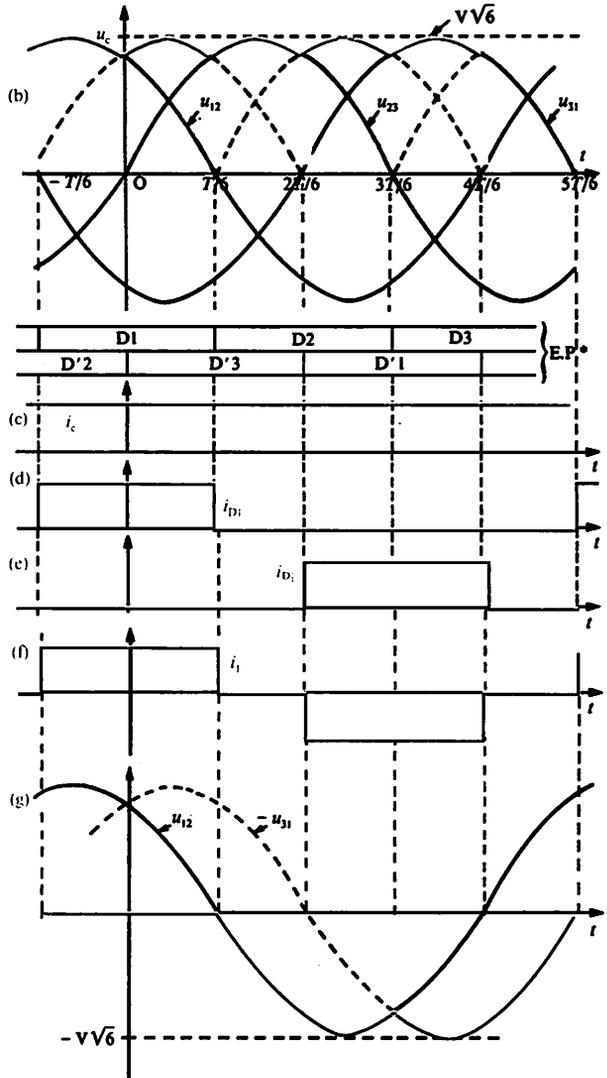
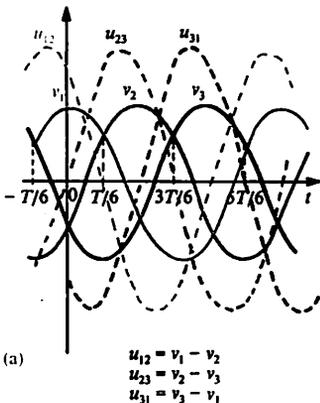
- a) Tensions d'alimentation (tensions simples et tensions composées), $u_{13} = v_1 - v_3$, $u_{23} = v_2 - v_3$, etc.
 b) Tension u_c aux bornes de la charge.
 c) Intensité i_c du courant dans la charge.
 d) Intensité i_{D_1} du courant dans la diode D_1 .
 e) Intensité i_{D_1} du courant dans la diode D_1 .
 f) Intensité du courant dans la ligne correspondant à la « phase 1 ».
 g) Tension u_{D_1} aux bornes de la diode D_1 .
 $u_{D_1} = 0$ lorsque la diode conduit.
 $u_{D_1} = (v_1 - v_2)$ lorsque D_2 conduit c'est-à-dire pour :

$$\left(\frac{T}{6} \leq t \leq \frac{3T}{6} \right)$$

$u_{D_1} = -(v_3 - v_1) = v_1 - v_3$ lorsque D_3 conduit c'est-à-dire pour :

$$\left(\frac{3T}{6} \leq t \leq \frac{5T}{6} \right)$$

* E. P. : éléments passants



1 Un pont redresseur à six diodes est alimenté par le réseau triphasé 220-380 V/50 Hz. La charge est une résistance R de 100 Ω .

Les diodes sont parfaites. Déterminer :

1. l'intensité moyenne du courant dans la charge ;
2. l'intensité moyenne du courant dans une diode ;
3. la tension inverse maximale aux bornes d'une diode.

Solution :

Nous désignons par :

- V la valeur efficace d'une tension simple (entre phase et neutre) ;
- u_c la tension aux bornes de la charge ;
- i_c l'intensité du courant dans la charge.

1. Intensité moyenne \bar{i}_c du courant dans la charge

La charge étant une résistance nous

pouvons écrire : $i_c = \frac{u_c}{R}$.

Déterminons la tension moyenne aux bornes de la charge :

$$\bar{u}_c = \frac{3\sqrt{6}V}{\pi} \quad \text{D'où : } i_c = \frac{3\sqrt{6}V}{\pi R}$$

$$\bar{i}_c = \left(\frac{3 \times \sqrt{6} \times 220}{\pi \times 100} \right) \text{ A} \Rightarrow \boxed{\bar{i}_c \approx 5,15 \text{ A}}$$

2. Intensité moyenne \bar{i}_D du courant dans une diode

Chaque diode conduisant pendant un tiers de période, nous pouvons écrire :

$$\bar{i}_D = \frac{\bar{i}_c}{3} \Rightarrow \bar{i}_D = \left(\frac{5,15}{3} \right) \text{ A} \Rightarrow \boxed{\bar{i}_D \approx 1,72 \text{ A}}$$

3. Tension inverse maximale \hat{u}_{iD} aux bornes d'une diode

Une diode bloquée est soumise à la tension composée (négative). La tension inverse maximale aux bornes d'une diode est donc égale à :

$$\hat{u}_{iD} = \hat{U} = U\sqrt{2}$$

$$\hat{u}_{iD} = (380 \times \sqrt{2}) \text{ V} \Rightarrow \boxed{\hat{u}_{iD} \approx 537 \text{ V}}$$

2 Un transformateur triphasé délivre au secondaire des tensions simples de valeur efficace 220 V. Il alimente un redresseur à pont de Graëtz (à 6 diodes). La charge est constituée par un moteur à courant continu en série avec une bobine dont l'inductance est assez grande pour que le courant qui la traverse soit constant. Son intensité est égale à 10 A. La résistance totale du circuit de charge est 1,2 Ω . La tension moyenne aux bornes de la bobine est nulle.

1. Quelle est la f.é.m. du moteur ?
2. Quelle est l'intensité moyenne du courant dans une diode ?

Solution :

Nous utilisons les mêmes notations que pour l'exercice précédent.

1. F.é.m. E du moteur

Si nous désignons par u_B la tension aux bornes de la bobine supposée parfaite et par E la f.é.m. du moteur, à tout instant, la tension u_c aux bornes de la charge s'exprime par la relation :

$$u_c = u_B + Ri_c + E$$

Prenons la valeur moyenne de chaque membre de cette égalité :

$$\bar{u}_c = \bar{u}_B + R\bar{i}_c + E$$

Comme la tension moyenne u_B est nulle nous obtenons :

$$E = \bar{u}_c - R\bar{i}_c \quad \text{avec : } \bar{u}_c = \frac{3\sqrt{6}V}{\pi}$$

$$\text{Soit : } E = \left(\frac{3 \times \sqrt{6} \times 220}{\pi} - 1,2 \times 10 \right) \text{ V}$$

$$\Rightarrow \boxed{E = 503 \text{ V}}$$

2. Intensité moyenne \bar{i}_D du courant dans une diode

Chaque diode conduit pendant un tiers de période. D'où :

$$\bar{i}_D = \frac{\bar{i}_c}{3} \Rightarrow \bar{i}_D = \left(\frac{10}{3} \right) \text{ A} \Rightarrow \boxed{\bar{i}_D \approx 3,33 \text{ A}}$$

Nous commençons l'étude du redressement commandé par l'analyse d'un montage simple qui n'a guère d'applications industrielles mais qui nous permettra de préciser les idées essentielles relatives à cette question.

1 Commande synchronisée par le secteur

Montage

Le schéma de la figure 1 comporte un circuit de puissance et un circuit de commande (à droite sur le dessin) alimentés sous une tension sinusoidale v_1 de fréquence f de 50 Hz.

Le circuit de commande comporte :

- une entrée E de synchronisation : entre E et M , il faut appliquer une tension sinusoidale u_c en phase avec la tension d'alimentation v_2 du circuit de puissance;
- une entrée C de commande : la tension continue v_c entre C et M est réglable de 0 à 10 volts;
- une sortie S pouvant être mise en relation avec la gâchette G du thyristor T tandis que la masse M du montage est reliée à la cathode K .

Fig. 1. Principe du redressement commandé. Le montage est commandé par un déclencheur qui reçoit un signal de synchronisation u_c . La même tension alternative v_1 doit alimenter le primaire du transformateur principal et celui qui fournit u_c . La tension de commande v_c , permet de régler les instants d'apparition des impulsions (v_{SK}) par rapport aux instants de passage à zéro de la tension v_2 .

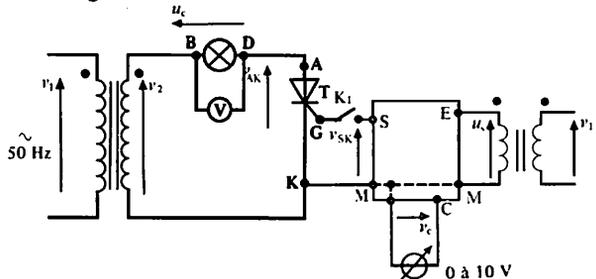
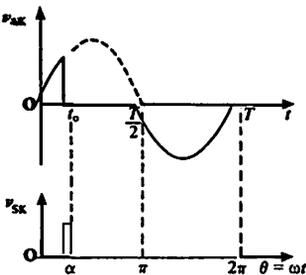


Fig. 2. Commande par décalage du point d'amorçage. Le thyristor est amorçable dès l'instant $t = 0$. A l'instant t_0 le déclencheur fournit une impulsion à front raide de durée $500 \mu s$ environ. L'angle $\alpha = \omega t_0$ est l'angle de retard à l'amorçage. Sa valeur apparaît sur l'axe des abscisses de la courbe du bas. Par commodité on l'exprime souvent en degrés. Il peut varier de 0 à 180 degrés environ, mais, suivant les applications, on se

limite à une plage plus ou moins réduite.

- Pour visualiser ces courbes il faut relier la masse de l'oscilloscope au point M , l'entrée de la voie 1 au point A , l'entrée de la voie 2 au point S .
- Tension v_{AK} : sinusoïde complète si K_1 est ouvert; courbe en rouge si K_1 est fermé.

Retard angulaire

• L'interrupteur K_1 étant ouvert, nous pouvons observer à l'oscilloscope les tensions v_{AK} et v_{SK} (fig. 2). Les courbes obtenues montrent que, lorsque la tension v_{AK} est positive, c'est-à-dire lorsque le thyristor est susceptible de conduire, le circuit de commande fournit une impulsion brève. Celle-ci apparaît avec un retard t_0 par rapport à l'instant pris comme origine des temps, qui est l'instant où la tension v_{AK} passe par zéro en croissant.

Sa position par rapport à la tension v_{AK} est parfaitement stable : cette impulsion est synchronisée avec cette tension.

• En agissant sur la tension continue de commande v_c , l'impulsion peut être déplacée de 0 à $\frac{T}{2}$.

On appelle *retard angulaire*, l'angle α tel que :

$$\alpha = \omega t_0$$

ω étant la pulsation de la tension v_1 ($\omega = 2\pi f$).

Comme une période T correspond à un angle de 2π radians ou 360 degrés, le retard angulaire α est réglable de 0 à π radians (soit de 0 à 180 degrés).

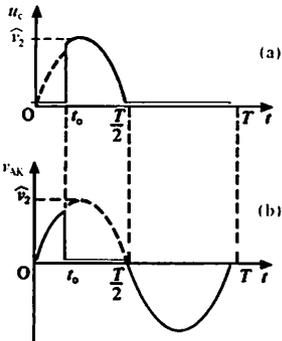


Fig. 3. Principe du redressement commandé.

— Pour visualiser ces courbes, avec le montage de la figure 1 il faut établir les liaisons suivantes : A \rightarrow masse de l'oscilloscope, B \rightarrow entrée de la voie 1, K \rightarrow entrée de la voie 2 en prenant la précaution d'appuyer sur le bouton inverseur pour cette voie afin d'obtenir directement v_{AK} (sinon on visualise v_{KA}).

A tout instant : $v_2 = u_c + v_{AK}$. La tension v_2 est appliquée au thyristor s'il ne conduit pas, à la charge si T conduit.

Lorsque le retard t_0 augmente, la valeur moyenne de la tension u_c diminue (elle correspond à la surface comportant une trame rouge).

2 Fonctionnement du montage

Fermons l'interrupteur K_1 du montage précédent et observons à l'oscilloscope les tensions u_c et v_{AK} (fig. 3).

De 0 à t_0 , la tension v_{AK} est positive et le thyristor n'est pas encore amorcé ; la tension u_c est nulle, aucun courant ne parcourt la charge.

A l'instant t_0 le thyristor est amorcé.

De t_0 à $\frac{T}{2}$ le thyristor conduit : $v_{AK} \approx 0$;
 $u_c \approx v_2$

A l'instant $\frac{T}{2}$ le courant s'annule et le thyristor

se bloque. Un voltmètre magnéto-électrique placé aux bornes de la charge permet de mesurer la tension moyenne $\bar{u}_c = U_c$. On constate alors que U_c diminue lorsque l'angle de retard à l'amorçage augmente.

Dans un montage comportant un dispositif de redressement commandé, la valeur moyenne de la tension aux bornes de la charge est réglable.

3 Exemple de circuit de commande

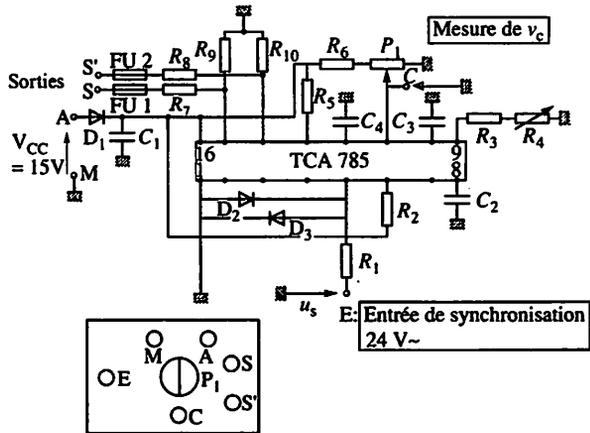
A l'heure actuelle il existe des circuits intégrés spécialisés qui réalisent les principales fonctions de l'électronique.

Le composant TCA 785 (Siemens) est un circuit de commande synchronisé, à déphasage, qui permet la commande de deux thyristors (ou de deux triacs) avec le même retard par rapport à leurs amorçages naturels respectifs.

L'utilisation de deux transformateurs d'impulsions permet la commande de quatre thyristors (pont de Graëtz).

Fig. 4

- R_1 : 220 k Ω , 1/4 W
- R_2 : 10 k Ω , 1/4 W
- R_3 : 22 k Ω , 1/4 W
- R_4 : 10 k Ω ajustable 1/2 W
- R_5 : 56 k Ω , 1/4 W
- R_6 : 220 Ω , 1/4 W
- R_7, R_8 : 47 Ω , 1/2 W
- R_9, R_{10} : 10 k Ω , 1/4 W
- R_4 permet de régler la proportionnalité de α et de k de façon que $k = 18$ degrés par volt.
- C_1 : 100 μ F/35 V
- C_2 : 1 μ F
- C_3 : 0,1 μ F
- C_4 : 1 nF
- D_1 : 1 N 4004
- D_2, D_3 : 1 N 914
- F_{u1}, F_{u2} : fusibles 0,25 A
- P_1 : potentiomètre 1 k Ω
- A : alimentation 15 V
- P_1 : potentiomètre de réglage de v_c (tension de commande)
- S et S' : bornes de sortie (1^{re} sortie : entre S et M; 2^e sortie : entre S' et M).



L'alimentation (15 V), est branchée entre les bornes A et M. La tension sinusoïdale de synchronisation ($U_s = 24$ V) est appliquée entre les bornes E et M. Entre la borne C et la masse M on peut mesurer éventuellement la tension de commande v_c réglable par le potentiomètre P_1 . Les impulsions de déclenchement sont disponibles entre les bornes S (ou S') et M; l'impulsion recueillie entre S et M survient pendant que la tension est positive, l'impulsion disponible entre S' et M est générée pendant que u_s est négative.

En l'absence de transformateurs d'impulsions, on peut commander deux thyristors dont les cathodes communes sont réunies à la borne M. En ajoutant deux transformateurs d'impulsions, possédant chacun deux enroulements secondaires, on peut commander les quatre thyristors d'un même pont.

Dans le montage de la figure 5, le thyristor est supposé parfait et la résistance de la bobine est négligeable. Les tensions u et u_R sont données en fonction du temps sur la figure 6.

Fig. 5

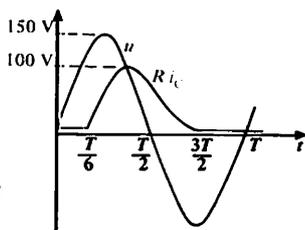
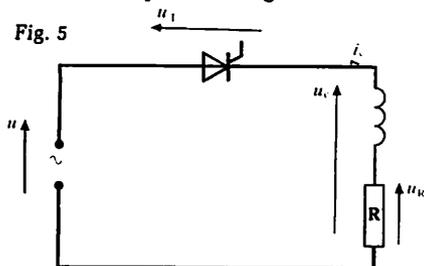


Fig. 6

- Dessiner les courbes représentatives des tensions $u_c(t)$ et $u_T(t)$.
- Avec une résistance R de 10Ω , quelle est la valeur maximale de l'intensité i_c ?
- La valeur moyenne de la tension u_c étant 12 V , quelle est la valeur moyenne \bar{i}_c de l'intensité i_c ?

Solution :

1. Courbes $u_c(t)$ et $u_T(t)$

Ces courbes sont représentées sur les figures 7 et 8 (fig. 7 : en rouge u_c ; fig. 8 : en rouge u_T).

2. Valeur maximale \hat{i}_c de l'intensité i_c

Elle est obtenue par lecture du graphique de la figure 7 : $R\hat{i}_c = 100 \text{ V}$.

$$\text{D'où : } \hat{i}_c = \frac{100}{R} \Rightarrow \hat{i}_c = \frac{100}{10} \text{ A}$$

$$\Rightarrow \hat{i}_c = 10 \text{ A}$$

3. Intensité moyenne \bar{i}_c du courant

La tension moyenne aux bornes de l'inductance L est nulle car cette inductance est traversée par un courant périodique. Nous pouvons donc écrire :

$$u_c = Ri_c \Rightarrow i_c = \frac{u_c}{R} \Rightarrow \bar{i}_c = \frac{\bar{u}_c}{R}$$

$$\text{Soit : } \bar{i}_c = \frac{12}{10} \text{ A}$$

$$\Rightarrow \bar{i}_c = 1,2 \text{ A}$$

Fig. 7

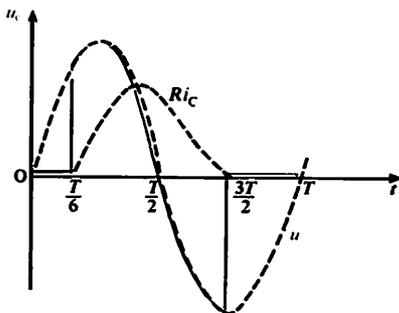
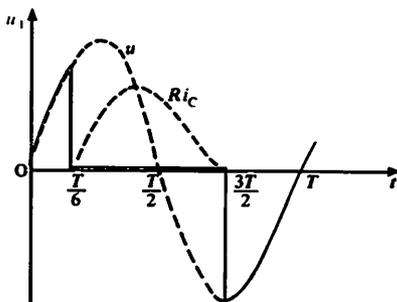


Fig. 8



Bien qu'il ne s'agisse pas d'un dispositif industriel (le transformateur serait mal utilisé), nous allons, dans ce chapitre, étudier un montage redresseur à point milieu, particulièrement simple à mettre en œuvre.

1 Débit sur résistance

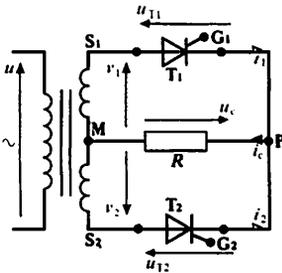


Fig. 1. Redresseur commandé double alternance. Débit dans une résistance.
 Dans ce montage, le dispositif de commande, non représenté, fournit une impulsion au thyristor T_1 , (I_{G1}) lorsque v_1 est positive et une impulsion au thyristor T_2 , (I_{G2}), lorsque v_2 est positive. Ces deux impulsions sont donc décalées de $\frac{T}{2}$, T étant la période de la tension appliquée à l'enroulement primaire du transformateur.

Le montage utilisé est représenté figure 1. Les tensions d'alimentation v_1 et v_2 , ainsi que les impulsions de commande de T_1 et T_2 sont représentées sur la figure 2 a : $v_1 = -v_2 = \widehat{V} \sin \omega t$. La tension instantanée aux bornes de la charge est constituée d'une suite de morceaux d'arches de sinusoïde (fig. 2 b). La tension moyenne aux bornes de la charge, $\overline{u_c}$ est une fonction décroissante de α (fig. 3).

Le calcul de $\overline{u_c}$ conduit à la relation :

$$\overline{u_c} = \frac{\widehat{V}}{\pi} [1 + \cos \alpha]$$

Pour $\alpha = 0$, c'est-à-dire pour un retard nul, la tension obtenue est identique à celle que fournit un montage redresseur double alternance à diodes ; sa valeur est égale à :

$$\overline{u_{c0}} = U_{c0} = \frac{2\widehat{V}}{\pi}$$

D'où l'expression de $\overline{u_c}$:

$$\overline{u_c} = \frac{2\widehat{V}}{\pi} \frac{1 + \cos \alpha}{2}$$

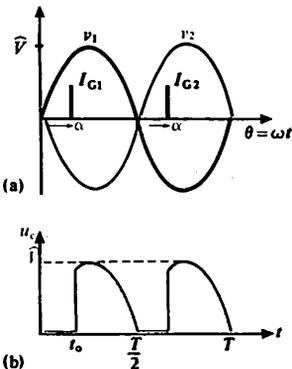


Fig. 2. a) Tensions d'alimentation v_1 et v_2 et impulsions de commande des thyristors T_1 et T_2 .
b) Tension u_c aux bornes de la charge. Sa valeur moyenne sur une période correspond à la surface hachurée. (Pour visualiser u_c établir les connexions suivantes : M → masse de l'oscilloscope, P → entrée d'une voie.)



Fig. 3. Variation de la valeur moyenne de u_c en fonction de l'angle de retard α de l'impulsion de commande.

$$U_{c0} = \frac{2\widehat{V}}{\pi}$$

2 Rôle d'une bobine de lissage

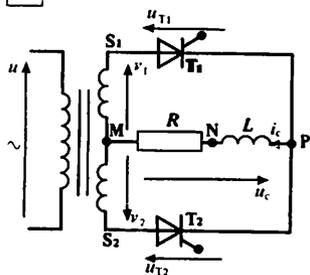


Fig. 4. Débit sur une charge R-L (conduction ininterrompue).

● Immédiatement avant t_0 , à l'instant $(t_0 - \epsilon)$, T_2 conduit et T_1 est sous tension directe.

$u_{T1} = v_1 - v_2 = 2v_1 > 0$: T_1 est donc amorçable.

● A l'instant t_0 , T_1 est amorcé. T_2 est alors soumis à la tension $u_{T2} = v_2 - v_1 = 2v_2 < 0$: T_2 , placée sous tension inverse, se bloque.

La mise en conduction d'un thyristor provoque le blocage de l'autre.

Nous reprenons le même montage mais, à présent, la charge comprend une résistance R en série avec une bobine à noyau de fer d'inductance L importante (fig. 4).

A l'oscilloscope observons la tension u_c et l'intensité i_c du courant dans la charge (fig. 5).

Nous constatons que :

- la tension u_c atteint des valeurs négatives ;
- l'intensité i_c ne s'annule pas : la conduction est ininterrompue.

Interprétation

A un instant t compris entre t_0 et $T/2 + t_0$, c'est-à-dire quand T_1 conduit, appliquons la loi d'Ohm au circuit :

$$v_1 = u_{T1} + L \frac{di_c}{dt} + Ri_c$$

Si nous négligeons u_{T1} (thyristor idéal) cette relation devient :

$$v_1 = L \frac{di_c}{dt} + Ri_c$$

soit en multipliant chaque membre par i_c :

$$v_1 i_c = i_c L \frac{di_c}{dt} + Ri_c^2$$

Chacun des termes représente une puissance :

● $p = v_1 i_c$ est la puissance instantanée fournie par le réseau ;

● $p_L = i_c L \frac{di_c}{dt}$ est la puissance instantanée reçue par la bobine ;

● $p_R = Ri_c^2$ est la puissance instantanée reçue par la résistance.

Analysons l'évolution des échanges d'énergie sur une demi-période (t_0 à $T/2 + t_0$). Pour cela cherchons le signe de chacune des puissances instantanées selon les phases de fonctionnement.

- De t_0 à t_1 : $v_1 > 0$; $i_c > 0$; $\frac{di_c}{dt} > 0$ (car i_c croît).

Donc les trois puissances p , p_L et p_R sont positives : le réseau fournit de l'énergie à la bobine et à la résistance.

- A l'instant t_1 : $v_1 > 0$; $i_c = \hat{i}_c$ (i_c passe par un maximum) ;

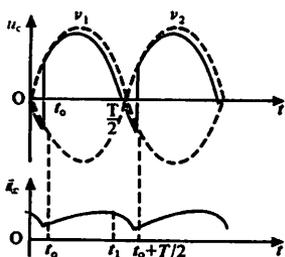


Fig. 5. Oscillogrammes de v_1 , v_2 , u_c et i_c .

Connexions : M \rightarrow masse de l'oscilloscope.

Pour visualiser :

● v_1 et v_2
 $\rightarrow S_1$: entrée 1 ; S_2 : entrée 2 ;

● u_c et v_1
 $\rightarrow P$: entrée 1 ; S_1 : entrée 2 ;

● u_c et i_c
 $\rightarrow P$: entrée 1 ; N : entrée 2.

$\frac{di_c}{dt} = 0$ (puisque la fonction $i_c(t)$ est maximale).

Donc : $p_L = 0$ et $p = p_R$; le réseau fournit de l'énergie à la résistance uniquement.

- De t_1 à $T/2$: $v_1 > 0$; $i_c > 0$; $\frac{di_c}{dt} < 0$ (i_c décroît).

Donc nous avons : $p > 0$; $p_L < 0$ et $p_R > 0$.

Le réseau fournit de l'énergie mais la bobine restitue une partie de l'énergie qu'elle a emmagasinée au cours de la phase précédente. La résistance absorbe alors l'énergie provenant du réseau et de la bobine.

- De $T/2$ à $T/2 + t_0$: $v_1 < 0$; $i_c > 0$; $\frac{di_c}{dt} < 0$ (i_c décroît).

Donc : $p < 0$; $p_L < 0$ et $p_R > 0$.

La bobine fournit de l'énergie à la fois à la résistance R et au réseau.

Une bobine permet donc la prolongation de la durée de conduction : celle-ci peut ainsi avoir lieu même durant les phases où la tension u_c est négative.

Remarque

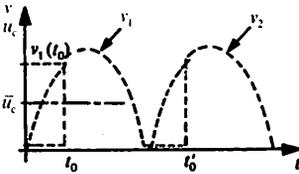
En redressement commandé, le filtrage par condensateur est impossible.

Au montage de la figure 1, nous ajoutons un condensateur de forte capacité en parallèle avec la résistance de charge. Nous constatons alors que, si les commandes des thyristors sont prévues par impulsion unique survenant aux instants t_0 , t'_0 , les amorçages deviennent aléatoires. Ils s'accompagnent aussi de fortes surintensités dans les thyristors.

En effet si l'amorçage a lieu à un instant t_0 c'est que : $v_1(t_0) > \bar{u}_c$. Cette tension, brusquement appliquée au condensateur chargé, sous la tension \bar{u}_c , provoque un courant très bref et très intense. La tension u_c augmente et, en général, l'amorçage suivant est impossible ($v_2(t'_0) < u_c(t'_0)$).

L'amorçage ne pourra se produire à nouveau que lorsque le condensateur, se sera suffisamment déchargé dans la résistance R et que la tension à ses bornes sera inférieure à $v_1(t_0)$.

Donc, en raison des contraintes en courant qu'il provoque et de l'impossibilité d'une commande indépendante de la charge, le filtrage par condensateur seul est impossible dans un redresseur commandé.



1 La figure 6 donne le graphe de l'intensité $i_c(t)$ du courant qui traverse la résistance R de $10,0 \Omega$ du montage de la figure 1.

1. Quel est l'angle de retard α à l'amorçage des thyristors ?
2. Quelle est la valeur efficace V des tensions v_1 et v_2 ?
3. Calculer la valeur moyenne \bar{u}_c de la tension u_c .

Solution :

1. **Angle de retard à l'amorçage α**
 Durant chaque alternance de $v_1(t)$ (ou $v_2(t)$) α est l'angle correspondant à la durée pendant laquelle l'intensité i_c est nulle : $\alpha = \omega t_0$. Sur la figure 6 on voit que $t_0 = \frac{T}{12}$.

$$D'où : \alpha = \frac{\omega T}{12} = \frac{2\pi}{12} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}$$

2. **Valeur efficace V des tensions v_1 et v_2**

De l'amplitude de i_c : $\hat{i}_c = 1,7 \text{ A}$, nous déduisons l'amplitude \hat{u}_c de u_c et la valeur efficace V de v_1 et v_2 .

$$\hat{u}_c = \hat{v}_1 = R\hat{i}_c \text{ et } V = \frac{\hat{v}_1}{\sqrt{2}} = \frac{R\hat{i}_c}{\sqrt{2}}$$

$$D'où : V = \left(\frac{10 \times 1,7}{\sqrt{2}} \right) \text{ V} \Rightarrow V = 12 \text{ V}$$

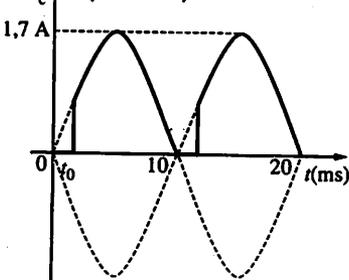


Fig. 6

3. **Valeur moyenne \bar{u}_c de la tension u_c**

Elle est donnée par l'expression :

$$\bar{u}_c = \frac{2\hat{V}}{\pi} \frac{1 + \cos \alpha}{2}$$

$$D'où : \bar{u}_c = \left(\frac{2 \times 17}{\pi} \times \frac{1 + \cos \frac{\pi}{6}}{2} \right) \text{ V} \Rightarrow \bar{u}_c \approx 10,1 \text{ V}$$

2 L'inductance L du montage de la figure 4 est assez grande pour que l'on puisse admettre que l'ondulation de i_c est négligeable devant sa valeur moyenne $\bar{i}_c = 0,80 \text{ A}$ (i_c est constant). La résistance R est égale à 47Ω .

1. Calculer la valeur moyenne \bar{u}_c de la tension u_c .
2. Donner une expression de la tension u_L .

Solution :

1. **Valeur moyenne \bar{u}_c de la tension u_c**

La loi d'Ohm appliquée à la charge à un instant t se traduit par la relation :

$$u_c = u_L + Ri_c \quad (1)$$

Nous pouvons prendre la valeur moyenne de chaque membre de cette égalité :

$$\bar{u}_c = \bar{u}_L + R\bar{i}_c$$

La tension moyenne \bar{u}_L aux bornes de la bobine étant nulle, nous obtenons :

$$\bar{u}_c = R\bar{i}_c$$

$$D'où : \bar{u}_c = (47 \times 0,8) \text{ V} \Rightarrow \bar{u}_c = 38 \text{ V}$$

2. **Expression de u_L**

Nous tirons u_L de la relation (1)

$$u_L = u_c - Ri_c \text{ avec } i_c = \bar{i}_c$$

D'où, en exprimant u_L et u_c en volts, nous tirons :

$$\Rightarrow u_L = u_c - 38 \text{ V}$$

La courbe $u_L(t)$ se déduit donc de la courbe $u_c(t)$ par une translation verticale correspondant à -38 V .

1 Régime permanent

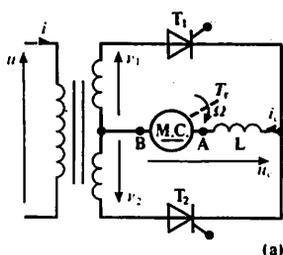
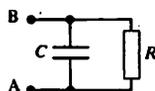


Fig. 1. a) Alimentation d'une machine à courant continu sous tension moyenne réglable. La bobine doit être peu résistive. Les tensions v_1 et v_2 sont telles que :

$$v_1 = -v_2 = V\sqrt{2} \sin(2\pi ft)$$

avec : $V = 24 \text{ V}$ et $f = 50 \text{ Hz}$.



(b)

Fig. 2. $C = 2200 \mu\text{F}$ et R est variable de 60Ω à 500Ω .

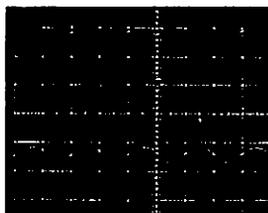


Fig. 3. Conduction ininterrompue.

Oscillogrammes de u_c (courbe du haut) et i_c (courbe du bas). On prélève une tension r_c aux bornes d'une résistance r de 10Ω placée en série avec la charge.

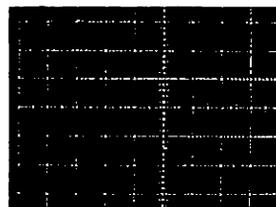


Fig. 4. Conduction ininterrompue avec une charge R, L.

Oscillogrammes de u_c (courbe du haut) et i_c (courbe du bas). On prélève une tension r_c aux bornes d'une résistance r de 10Ω placée en série avec la charge.

Les redresseurs commandés sont très souvent utilisés pour alimenter des machines à courant continu dont la vitesse doit pouvoir être réglée. Le montage présenté dans le chapitre précédent convient parfaitement pour illustrer un tel exemple d'utilisation. La charge de ce montage est alors un petit moteur à excitation indépendante ou un moteur à aimants permanents.

Pour cette étude nous utilisons le montage de la figure 1. La machine peut éventuellement être simulée par un montage en parallèle d'une résistance R et d'un condensateur C convenables (fig. 2).

Observons à l'oscilloscope la tension u_c et l'intensité i_c .

En conduction ininterrompue (fig. 3) nous retrouvons des signaux de même forme que pour une charge R-L (fig. 4).

Lorsque la conduction s'interrompt nous constatons que $u_c = E$ pendant les intervalles de temps où l'intensité i_c est nulle (fig. 5 et 6).

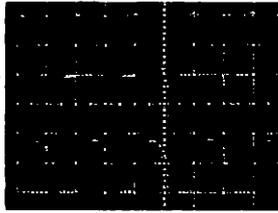


Fig. 5. Conduction interrompue.
Oscillogrammes de u_c (courbe du haut) et de i_c (courbe du bas).
Quand $i_c = 0$, $u_c = E$.

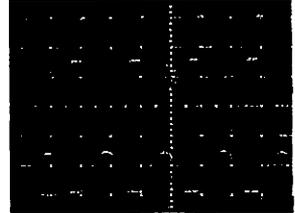


Fig. 6. Condition interrompue avec une charge R, L.
Oscillogrammes de u_c (courbe du haut) et de i_c (courbe du bas). Lorsque $i_c = 0$, $u_c = 0$.

2 Tension aux bornes de la charge

Quel que soit le régime de conduction, la loi d'Ohm s'écrit :

$$u_c = E + Ri_c + L \frac{di_c}{dt}$$

Si nous négligeons la chute de tension ohmique (Ri_c) due à la résistance du circuit, cette équation devient :

$$u_c = E + L \frac{di_c}{dt}$$

Si nous mesurons la valeur moyenne \bar{u}_L de la tension aux bornes de la bobine, nous pouvons vérifier qu'elle est très faible. Si la résistance de la bobine était nulle on pourrait montrer que :

$$\bar{u}_L = L \frac{d\bar{i}_c}{dt} = 0$$

Par conséquent : $\bar{u}_c = E$

Comme \bar{u}_c est fonction de α et que $E = K\Phi\Omega$ nous tirons :

$$\Omega = \frac{\bar{u}_c}{K\Phi}$$

En agissant sur le retard angulaire α , c'est-à-dire sur u_c , on peut régler la vitesse de rotation de la machine.

Pour un moteur fonctionnant à flux constant nous pouvons poser : $k' = \frac{1}{k\Phi}$ et écrire :

$$\Omega = k' \bar{u}_c$$

Résultat important à retenir :
une bobine d'inductance L et de résistance r nulle, traversée par un courant périodique i_c , présente entre ses bornes une tension u_L dont la valeur moyenne \bar{u}_L est nulle :

$$\bar{u}_L = 0$$

Si la résistance r n'est pas suffisamment faible pour que son influence soit négligeable (c'est-à-dire, si on ne peut la considérer comme nulle) alors : $\bar{u}_L = r\bar{i}_c$.

Ce résultat est donné à titre indicatif. Le plus souvent, l'hypothèse simplificatrice précédente ($r = 0$) convient parfaitement.

Rappel :

- La f.é.m. d'une machine à courant continu est proportionnelle à sa vitesse angulaire Ω : $E = K\Phi\Omega$;
- l'intensité moyenne du courant traversant un moteur à courant continu en rotation est imposée par le couple résistant, et non par l'alimentation électrique.

Dans ce cas la vitesse de rotation du moteur évolue comme la tension moyenne \bar{u}_c appliquée aux bornes du moteur.

Remarque :

Nous avons mis l'accent sur le rôle de la bobine pour ce qui concerne les transferts d'énergie.

Nous pouvons également noter que, de $\frac{T}{2}$ à $\frac{T}{2} + t_0$,

pendant que la tension v_1 est négative et que i_c décroît, la tension u_{T1} aux bornes du thyristor T_1 continue à être positive grâce à l'effet inductif dû à la bobine :

$$u_{T1} = v_1 - Ri_c - L \frac{di_c}{dt}$$

En effet, le terme $\left(-L \frac{di_c}{dt}\right)$ est positif dans ces conditions et, de ce fait, il en est de même de la tension u_{T1} .

3 Évolution de \bar{u}_c en fonction de l'angle de retard α

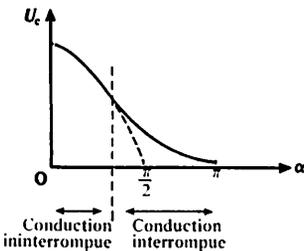


Fig. 7. Évolution de \bar{u}_c en fonction de α .

En conduction ininterrompue la tension \bar{u}_c est indépendante de I_c . Il n'en est pas de même en conduction interrompue.

Tant que la conduction est ininterrompue la tension moyenne est indépendante de la nature de la charge et a pour expression :

$$\bar{u}_c = \frac{2\hat{V}}{\pi} \cos \alpha$$

Les relevés expérimentaux obtenus avec une charge fixe formée d'une résistance R en parallèle avec un condensateur de capacité C . ($R \approx 100 \Omega$; $C = 2\,200 \mu F$) sont reportés dans le tableau suivant :

| α (degrés) | 0 | 30 | 60 | 90 | 120 |
|-------------------|------|------|------|-----|-----|
| U_c (volts) | 24,2 | 21,1 | 12,3 | 3,6 | 1,5 |

conduction ininterrompue conduction interrompue

Ils permettent de vérifier que l'expression théorique de \bar{u}_c , malgré toutes les approximations qu'elle suppose (transformateur parfait, tension nulle aux bornes d'un thyristor conducteur, etc.), rend bien compte de la réalité.

Au-delà de la limite de conduction ininterrompue, la tension moyenne n'admet pas d'expression simple. En revanche sa mesure expérimentale est aisée (fig. 7).

1 Les thyristors du montage de la figure 8 sont parfaits; v_1 et v_2 sont deux tensions sinusoïdales égales de valeur efficace $V = 24$ V. La conduction est ininterrompue.

La valeur moyenne de la tension u est égale à 18,7 V. On donne $E = 6$ V.

1. Calculer l'angle de retard à l'amorçage α des thyristors.

2. L'intensité i a pour valeur moyenne $\bar{i} = 0,80$ A. Quelle est l'intensité moyenne \bar{i}_T du courant qui traverse un thyristor? En déduire la valeur de R .

Solution :

1. Angle de retard à l'amorçage α

Pour $v_1 = v_2 = v$. La valeur maximale \hat{v} de ces tensions est égale à $V\sqrt{2}$. L'intensité i n'étant jamais nulle l'expression de la tension moyenne \bar{u} de u est donnée par la relation suivante :

$$\bar{u} = \frac{2\hat{v}}{\pi} \cos \alpha$$

Nous déduisons de cette expression la valeur de l'angle α :

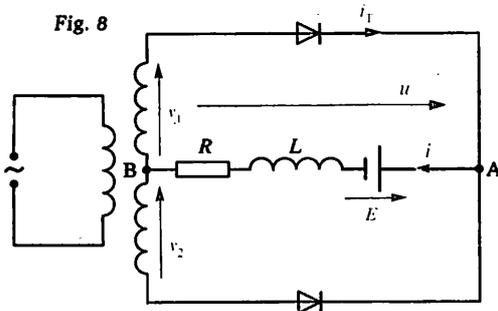
$$\cos \alpha = \frac{\pi}{2V\sqrt{2}} \bar{u}$$

$$\text{soit : } \alpha = \cos^{-1} \left(\frac{\pi}{2V\sqrt{2}} \bar{u} \right)$$

Numériquement :

$$\alpha = \cos^{-1} \left(\frac{3,14}{2 \times 24 \times \sqrt{2}} \times 18,7 \right) \Rightarrow \boxed{\alpha \approx 30^\circ}$$

Fig. 8



2. Intensité moyenne \bar{i}_T du courant dans un thyristor

Chaque thyristor conduisant à tour de rôle nous pouvons écrire :

$$\bar{i}_T = \frac{\bar{i}_c}{2}$$

$$\text{soit : } \bar{i}_T = \left(\frac{0,8}{2} \right) \text{ A} \Rightarrow \boxed{\bar{i}_T = 0,40 \text{ A}}$$

Valeur de R

A tout instant : $u_c = E + Ri_c + u_L$. Prenons la valeur moyenne de chaque membre de cette relation. Comme $\bar{u}_L = 0$, nous obtenons :

$$\bar{u}_c = E + R\bar{i}_c \quad \text{D'où : } R = \frac{\bar{u}_c - E}{\bar{i}_c}$$

$$\text{soit : } R = \left(\frac{18,7 - 6}{0,8} \right) \Omega \Rightarrow \boxed{R \approx 16 \Omega}$$

2 Pour le montage de la figure 1, T_1 est amorcé 3,33 ms après le passage par zéro de v_1 lorsque cette tension croît et T_2 une demi-période après T_1 . La fréquence f de v_1 et v_2 est 50 Hz.

1. Déterminer l'angle de retard à l'amorçage α des thyristors.

2. Quelle est la tension moyenne \bar{u}_c aux bornes de la charge si la conduction est ininterrompue?

Solution :

1. Angle de retard à l'amorçage α

La valeur de l'angle α se déduit du retard à l'amorçage t_0 qui est égal à

$\frac{1}{6}$ de période. Donc : $\alpha = \omega t_0 = 2\pi f t_0$

$$\alpha = (2\pi \times 50 \times 3,33 \cdot 10^{-3}) \text{ rad}$$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{\pi}{3} \text{ rad}}$$

2. Tension moyenne \bar{u}_c aux bornes de la charge

Lorsque la conduction est ininterrompue l'expression de \bar{u}_c est la suivante :

$$\bar{u}_c = \frac{2\hat{v}_2}{\pi} \cos \alpha$$

$$\text{Soit : } \bar{u}_c = \left(\frac{2 \times 70}{\pi} \times \cos \frac{\pi}{3} \right) \text{ V}$$

$$\Rightarrow \boxed{\bar{u}_c = 22 \text{ V}}$$

Pour cette étude, nous utilisons encore le montage redresseur à deux thyristors et transformateur à point milieu.

Dans les montages redresseurs étudiés précédemment, la puissance moyenne $u_c i_c$ absorbée par la charge est positive : cela traduit le fait que le transfert de puissance s'effectue du réseau vers la charge. Nous allons voir que si la charge comporte un générateur, la puissance moyenne $u_c i_c$ peut devenir négative. Cela signifie que le transfert de puissance s'effectue alors de la charge vers le réseau : c'est le fonctionnement en onduleur assisté.

1 Étude expérimentale

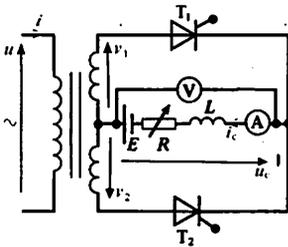


Fig. 1. Montage expérimental d'un onduleur assisté.

Montage

Associons au redresseur commandé à deux thyristors, une batterie de f.é.m. E , ($E = 24$ volts), une résistance réglable et une bobine de lissage (fig. 1).

Fonctionnement

Le sens du courant étant imposé par les thyristors, la batterie ne peut fonctionner qu'en générateur.

• $\alpha = 0$: réglons la résistance R pour avoir $\bar{i}_c = 0,30$ A. Pour $R = 160 \Omega$ nous mesurons alors $\bar{u}_c = U_{c0} = 24,3$ V.

• Augmentons α tout en diminuant R de façon à maintenir l'intensité moyenne à une valeur sensiblement constante ($\bar{i}_c \approx 0,30$ A).

Fig. 2. Conditions de fonctionnement.

$$v_1 = -v_2 = V\sqrt{2} \sin(314 t)$$

$$V = 28 \text{ V}; f = 50 \text{ Hz}$$

$$a) \alpha = 60^\circ : \bar{u}_c = 12,4 \text{ V};$$

$$i_c = 0,30 \text{ A.}$$

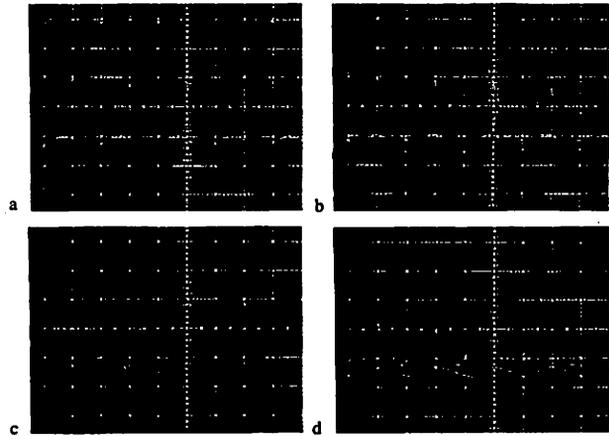
$$b) \alpha \approx 90^\circ : \bar{u}_c = 0; i_c = 0,30 \text{ A.}$$

$$c) \alpha = 120^\circ : \bar{u}_c = -13,1 \text{ V};$$

$$i_c = 0,30 \text{ A.}$$

$$d) \alpha = 150^\circ : \bar{u}_c = -21,5 \text{ V};$$

$$i_c = 0,30 \text{ A.}$$



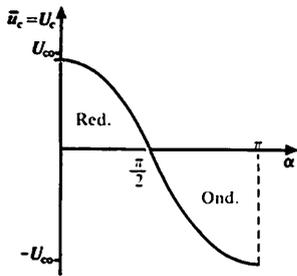


Fig. 3. Évolution théorique de la tension moyenne d'un système redresseur tout thyristors fonctionnant en conduction ininterrompue.

Nous obtenons successivement les situations a, b, c et d où α et \bar{u}_c ont les valeurs suivantes (fig. 2) :

- a. $\alpha = 60^\circ$ $\bar{u}_c = 12,4 \text{ V}$
- b. $\alpha \approx 90^\circ$ $\bar{u}_c = 0 \text{ V}$
- c. $\alpha = 120^\circ$ $\bar{u}_c = -13,1 \text{ V}$
- d. $\alpha = 150^\circ$ $\bar{u}_c = -21,5 \text{ V}$.

Interprétation

Tant que la conduction est ininterrompue :

$$\bar{u}_c = U_{co} \cos \alpha$$

et pour $\alpha > \frac{\pi}{2}$, la tension \bar{u}_c est négative (fig. 3).

En réalité, le redresseur présente une résistance interne faible mais non nulle. Par conséquent la valeur mesurée de \bar{u}_c est légèrement inférieure à sa valeur théorique $U_{co} \cos \alpha$.

Pour la même raison $\bar{u}_c = 0$ pour un angle α légèrement inférieur à 90° .

Pour $\alpha > \frac{\pi}{2}$, l'ensemble du dispositif redresseur

reçoit donc de l'énergie. Comme les deux thyristors et le transformateur en consomment très peu, en moyenne le réseau lui-même fonctionne en récepteur : il reçoit de l'énergie de la batterie.

L'énergie étant transférée d'une source de tension continue à un réseau alternatif, on dit que le système fonctionne en onduleur assisté (fig. 4).

Les conditions de fonctionnement en onduleur sont donc les suivantes :

- la charge doit pouvoir communiquer de l'énergie au réseau ;

- l'angle de retard à l'amorçage doit donc être supérieur à $\frac{\pi}{2}$ afin d'obtenir $\bar{u}_c < 0$ (voir fig. 3).

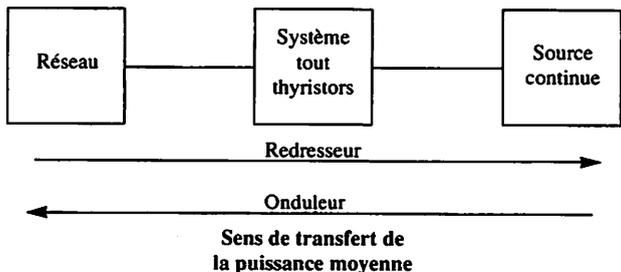
Fig. 4. Si la conduction est ininterrompue et si le courant est parfaitement lissé ($i_c = C^{te} = \bar{i}_c$), la puissance reçue par la source continue est $P = \bar{u}_c \bar{i}_c$. Par conséquent pour :

• $\alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \bar{u}_c > 0$ et $P > 0$: le

montage fonctionne en redresseur :

• $\alpha > \frac{\pi}{2} \Rightarrow \bar{u}_c < 0$ et $P < 0$: le

montage fonctionne en onduleur :



2 Exemple d'application : freinage en récupération

Le montage représenté sur la figure 5 comporte une machine à courant continu et deux groupes redresseurs composés uniquement de thyristors. L'inductance L , placée en série avec le moteur, est telle que le courant est parfaitement lissé ($i = C^{te} = \bar{i}$).

Envisageons les situations suivantes :

- Le pont 2 ne fonctionne pas et le pont 1 fonctionne en redresseur (retard α_1).
- La machine à courant continu fonctionne en moteur; elle tourne dans le sens indiqué sur la figure 5 :

$$\bar{u}_{c1} \approx e \quad \text{avec} \quad \bar{u}_{c1} = U_{c0} \cos \alpha_1$$

$$i = i_{c1} > 0 \quad \text{et} \quad ei > 0$$

- $\alpha_1 < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \bar{u}_{c1} > 0$ et $P > 0$: le montage fonctionne en redresseur :

- Le réseau fournit de la puissance à la machine.
- Interrompons le fonctionnement du pont 1 selon un processus convenable et provoquons le fonctionnement du pont 2 en onduleur (retard $\alpha_2 > \frac{\pi}{2}$)

Le sens de rotation de la machine ne pouvant changer brusquement, sa f.é.m. e ne change pas de signe.

Il n'en est pas de même de l'intensité i qui est maintenant égale à $-i_{c2}$. La situation est alors la suivante :

$$e = -\bar{u}_{c2} = -U_{c0} \cos \alpha_2 > 0$$

$$i = -i_{c2} < 0$$

$$ei < 0$$

Avec les conventions de signe adoptées, le produit ei est négatif.

La machine à courant continu fonctionne en génératrice et communique de l'énergie au réseau. Puisant sur l'énergie cinétique acquise, qui est ainsi partiellement récupérée, la machine est freinée.

Ce mode de freinage est effectivement utilisé, en particulier sur les rames de métro et les trains de banlieue.

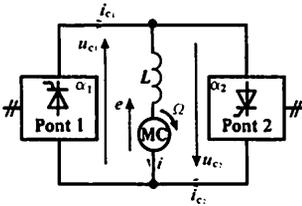


Fig. 5. Application du fonctionnement redresseur-onduleur.

- Quand le pont 1 fonctionne en redresseur la machine tourne dans le sens indiqué ($\Omega > 0$). Le freinage en récupération peut être effectué au moyen du pont 2 qui fonctionne alors en onduleur.
- Dans l'autre sens de rotation ($\Omega < 0$) l'entraînement est effectué à l'aide du pont 2 (redresseur) et le freinage au moyen du pont 1 (onduleur).

1 Dans le montage de la figure 1, les tensions v_1 et v_2 ont pour valeur efficace commune : $V = 24$ volts.

L'angle d'amorçage des thyristors est fixé à $\alpha = 2\pi/3$ rad. Le courant est supposé parfaitement lissé et son intensité moyenne est $\bar{i}_c = 0,60$ A. La résistance de la charge est réglée à $R = 5,0 \Omega$; les thyristors sont idéaux.

1. Donner le graphe $u_c(t)$.
2. Calculer la valeur moyenne \bar{u}_c .
3. Calculer la puissance reçue par le réseau.

Solution :

1. Graphe de la tension u_c

La conduction est ininterrompue. La courbe représentative de la fonction $u_c(t)$ est donnée figure 6.

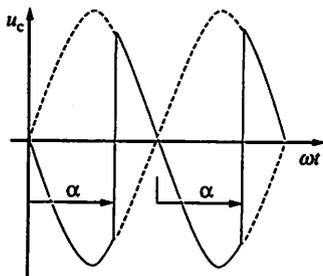
2. Valeur moyenne \bar{u}_c de u_c

En conduction ininterrompue, la valeur moyenne de la tension aux bornes de la charge est égale à :

$$\bar{u}_c = \frac{2\hat{V}}{\pi} \cos \alpha \quad \text{avec : } \hat{V} = V\sqrt{2}$$

$$D'où : \bar{u}_c = \left[\frac{2 \times 24 \times \sqrt{2}}{\pi} \cos \frac{2\pi}{3} \right] \Rightarrow \bar{u}_c = -10,8 \text{ V}$$

Fig. 6



3. Puissance P' reçue par le réseau

Puisque i_c est constant, la puissance moyenne absorbée par la charge est :

$$P = \bar{u}_c \cdot i_c = \bar{u}_c i_c$$

$$P = [(-10,8) \times 0,6] \text{ W} \Rightarrow P = -6,5 \text{ W}$$

Le signe - traduit le fait que cette puissance est fournie par la charge au réseau.

2 Les deux ponts de la figure 5 sont alimentés par un réseau 240 V-50 Hz. Le moteur fonctionne à flux constant. La f.é.m. du moteur est donnée par l'expression : $E = 0,10 n'$ (E en volts; n' en tours par minute). T_{em} , moment de son couple électromagnétique, est tel que : $T_{em} = 0,96 I$ (T_{em} en newton-mètres, I en ampères). La résistance R de l'induit est égale à $0,60 \Omega$.

-Le pont 2 est bloqué. L'angle α' d'amorçage des thyristors du pont 1

est réglé à la valeur $\alpha_1 = \frac{\pi}{4}$. Dans ces

conditions le courant est parfaitement lissé et $T_{em1} = 11,5$ Nm. Quelle est la fréquence de rotation n'_1 du moteur?

Solution :

Fréquence de rotation n'_1

Il faut déterminer la valeur E_1 de la f.é.m. E pour cette fréquence de rotation n'_1 . A tout instant :

$$u_{c1} = -u_{c2} = u_L + E + Ri$$

Cette relation permet d'écrire, (puisque $\bar{u}_L = 0$) :

$$\bar{u}_{c1} = -\bar{u}_{c2} = E + R\bar{i}$$

$$\text{avec : } \bar{u}_{c1} = \frac{2\hat{V}}{\pi} \cos \alpha_1$$

Comme $E = 0,1n'$ nous obtenons :

$$n'_1 = \frac{\frac{2\hat{V}}{\pi} \cos \alpha - R\bar{i}}{0,1}$$

Calculons \bar{i} maintenant. L'expression du moment du couple électromagnétique $T_{em} = 0,96 I$ permet ce calcul :

$$I_1 = \frac{T_{em1}}{0,96} \Rightarrow I_1 = \left(\frac{11,52}{0,96} \right) \text{ A} \Rightarrow I_1 = 12 \text{ A}$$

$$n'_1 = \left[\frac{\frac{2 \times 240 \sqrt{2}}{\pi} \times \cos \frac{\pi}{4} - 0,6 \times 12}{0,1} \right] \text{ tr/min}$$

$$\Rightarrow n'_1 = 1457 \text{ tr/min}$$

Dans le montage à point milieu que nous avons étudié précédemment, l'enroulement secondaire du transformateur est mal utilisé : il n'y a toujours qu'un seul demi-enroulement en service. De ce fait, pour une puissance fixée, le transformateur est surdimensionné et coûteux. D'autres montages sont utilisés industriellement.

1 Pont de Graëtz « tout thyristors »

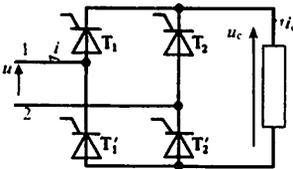


Fig. 1. Pont de Graëtz tout thyristors en monophasé.

Pont de Graëtz en monophasé

• Dans ce pont (fig. 1) les thyristors doivent être commandés deux par deux simultanément : T_1 et T_2' , puis T_2 et T_1' , etc. Le déclencheur est conçu pour assurer ces amorçages simultanés.

L'amorçage des uns provoque le blocage des autres selon le même processus que celui qui a été analysé au chapitre 73.

• La forme de la tension redressée (fig. 2), est identique à celle observée dans le montage à point milieu, de même que le courant en ligne, d'intensité i , qui est alternatif.

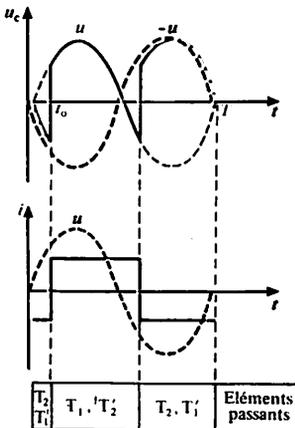


Fig. 2. Tension redressée et courant en ligne dans le cas d'une charge inductive.

Pont de Graëtz en triphasé

Son schéma est donné figure 3 et la forme d'onde

de la tension u_c , pour $\alpha = \frac{\pi}{6}$, en conduction ininter-

rompue est représentée sur la figure 4. On a supposé pour ce tracé que la charge permet la conduction ininterrompue et assure un lissage parfait du courant.

Applications

Ces redresseurs commandés sont utilisés comme source de tension continue réglable, seuls s'il s'agit d'alimenter une machine à courant continu, associés à d'autres systèmes pour des applications plus complexes (alimentation des onduleurs autonomes par exemple). Leur intérêt principal est de pouvoir fonctionner aussi bien en redresseur qu'en onduleur.

Les ponts triphasés sont employés dès que la puissance mise en jeu dépasse quelques dizaines de kilowatts. Ils présentent en outre l'avantage de fournir une tension beaucoup moins ondulée.

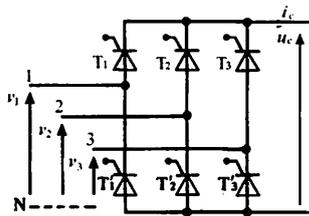


Fig. 3. Pont de Graëtz en triphasé.

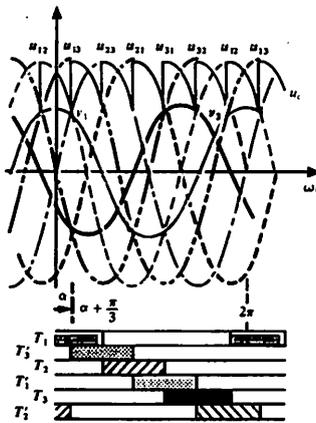


Fig. 4. Courbes représentatives de la tension u_c aux bornes d'une charge alimentée par le pont de Graëtz en triphasé. On a supposé ici que la charge permet la conduction ininterrompue. A la partie inférieure de la figure on a indiqué les composants conducteurs selon l'instant considéré (il y a toujours deux qui conduisent en même temps).

2 Ponts mixtes

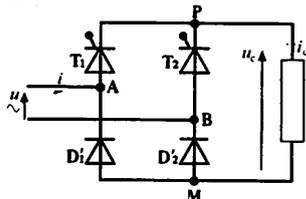


Fig. 5. Pont mixte en monophasé.

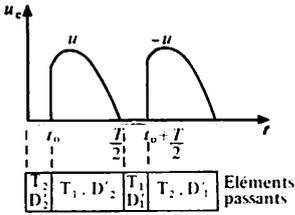


Fig. 6. Forme de la tension redressée et séquences de conduction dans le cas où la conduction est ininterrompue. Cet oscillogramme est obtenu en établissant les connexions suivantes : M → masse de l'oscilloscope, P → entrée 1.

Pont mixte en monophasé

Un pont mixte associe diodes et thyristors (fig. 5). Les résultats restent les mêmes si T_2 et D_1' sont permutés.

La figure 6 montre la forme de la tension redressée et les séquences de conduction lorsque le retard angulaire est égal à $\frac{\pi}{3}$ rad.

- Interprétation dans le cas d'une conduction ininterrompue

- A l'instant t_0 : le thyristor T_1 est amorcé.
- De t_0 à $\frac{T}{2}$: $u > 0$, T_1 et D_2' conduisent et $u_c = u$.
- A l'instant $\frac{T}{2}$: $u_c = u = 0$.
- Aussitôt après $\frac{T}{2}$: $u < 0$ et donc $v_A < v_B$. D_1' et D_2'

étant deux diodes à anodes communes, celle qui conduit est celle dont la cathode est au potentiel le plus bas, c'est-à-dire D_1' . Le thyristor T_1 , qui est traversé par le courant i_c , reste conducteur. Dès lors D_1' et T_1 sont en série et se comportent comme une diode de roue libre aux bornes de la charge.

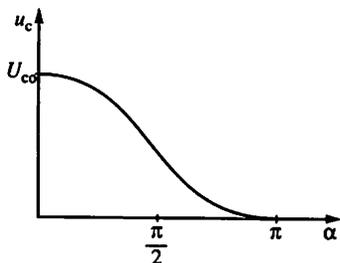


Fig. 7. Évolution de la tension moyenne aux bornes d'un pont mixte en conduction ininterrompue.

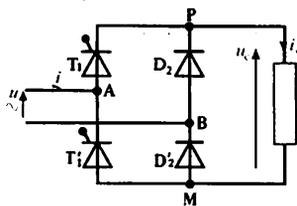


Fig. 8

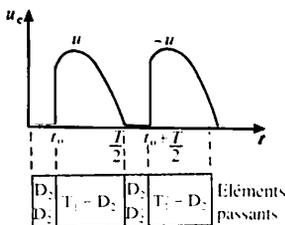


Fig. 9

• A l'instant $t = \frac{T}{2} + t_0$, le thyristor T_2 est amorcé, bloquant le thyristor T_1 . Alors D_1' est en série avec T_2 et l'effet de roue libre cesse au profit d'un nouveau fonctionnement en redresseur.

- Expression de la tension moyenne

On peut établir ou vérifier expérimentalement que, si la conduction est ininterrompue, la tension moyenne aux bornes de la charge est égale à :

$$\bar{u}_c = \frac{2\hat{u}}{\pi} \frac{1 + \cos \alpha}{2}$$

en désignant par \hat{u} la valeur de crête de la tension d'alimentation ($\hat{u} = U\sqrt{2}$ si U est la valeur efficace de u).

Elle décroît lorsque le retard angulaire α augmente (fig. 7).

Une autre structure de pont mixte est donnée figure 8. La courbe représentative de la tension u_c en fonction du temps et la valeur moyenne \bar{u}_c de cette tension restent les mêmes (fig. 9).

Intérêt des ponts mixtes

Comme la tension redressée instantanée n'est jamais négative, la puissance instantanée fournie par le réseau est toujours positive ou nulle. Par conséquent le facteur de puissance $F = \frac{P}{S}$ des

ponts mixtes est meilleur que celui des ponts complets à thyristors (pour une même puissance P , la puissance apparente S est plus faible).

Leur réglage est plus souple mais ils ne permettent pas le fonctionnement en onduleur assisté.

Un pont mixte monophasé alimente un moteur à courant continu, à excitation indépendante et constante. Il délivre une tension u_c de valeur moyenne $\bar{u}_c = 169 \text{ V}$, l'angle α de retard à l'amorçage des thyristors étant réglé à 45° . Le courant dans le moteur est parfaitement lissé par une bobine que l'on suppose parfaite; son intensité i_c est égale à 25 A . On néglige la réaction d'induit du moteur.

1. Le pont est alimenté sous une tension sinusoïdale v de fréquence 50 Hz . Calculer la valeur efficace V de v .

2. Les thyristors sont à cathode commune. Préciser les intervalles de conduction de chaque thyristor et de chaque diode sur une période.

3. La résistance interne du moteur est $R = 1,2 \Omega$. Quelle est la puissance électromagnétique P_{em} du moteur?

4. La charge du moteur variant, le moment T_{em} de son couple électromagnétique double.

- Que devient la f.é.m. du moteur?
- Que peut-on dire de sa fréquence de rotation?

Solution :

1. Valeur efficace V de la tension d'alimentation

La valeur moyenne \bar{u}_c de la tension u_c délivrée par le pont s'exprime par la relation :

$$\bar{u}_c = \frac{2V\sqrt{2}}{\pi} \frac{(1 + \cos \alpha)}{2}$$

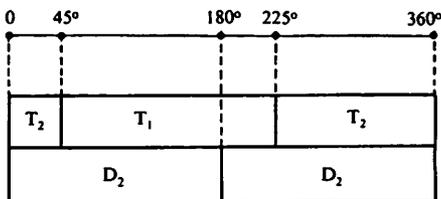
Nous pouvons déduire la valeur de V de ce résultat :

$$V = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\bar{u}_c}{1 + \cos \alpha}$$

Soit : $V = \left(\frac{3,14}{\sqrt{2}} \times \frac{169}{1 + \cos 45^\circ} \right) \text{ V}$
 $\Rightarrow \boxed{V = 220 \text{ V}}$

2. Intervalles de conduction

Pendant une période, les intervalles de conduction des diodes et des thyristors sont les suivantes (fig. 5) :



3. Puissance électromagnétique P_{em}

La puissance électromagnétique est donnée par la relation : $P_{em} = E \cdot \bar{i}_c$. Nous connaissons $\bar{i}_c = i_c = 25 \text{ A}$. Pour obtenir P_{em} il faut calculer E .

La tension moyenne \bar{u}_L aux bornes de l'inductance pure est nulle. La f.é.m. E du moteur (de résistance interne R), parcouru par le courant d'intensité i_c constante, est liée à la tension moyenne \bar{u}_c aux bornes de la charge, par la relation : $\bar{u}_c = E + R\bar{i}_c$

D'où : $E = \bar{u}_c - R\bar{i}_c$

Soit : $E = (169 - 1,2 \times 25) \text{ V} = 139 \text{ V}$

$P_{em} = (139 \times 25) \text{ W} \Rightarrow \boxed{P_{em} = 3,47 \text{ kW}}$

4. — F.é.m. du moteur

Le moment du couple électromagnétique T_{em} du moteur à excitation indépendante et constante est proportionnel à l'intensité \bar{i}_c :

$T_{em} = k\bar{i}_c$ avec $k = \text{constante}$

Si T_{em} double, \bar{i}_c devient égale à : $\bar{i}'_c = 2\bar{i}_c$. La valeur de la f.é.m. est alors : $E' = \bar{u}_c - R\bar{i}'_c = \bar{u}_c - 2R\bar{i}_c$

$E' = (169 - 2 \times 1,2 \times 25) \text{ V} \Rightarrow \boxed{E' = 109 \text{ V}}$

— Fréquence de rotation n'_2

La f.é.m. du moteur est proportionnelle à sa fréquence de rotation :

$$\frac{E'}{E} = \frac{n'_2}{n_1}$$

Le rapport des fréquences de rotation

est donc égal à : $\frac{n'_2}{n_1} = \frac{109}{139} = 0,784$

La fréquence de rotation du moteur diminue de

$$\frac{100 - 78,4}{100} \approx 22 \%$$

Alimenté sous une tension sinusoïdale un gradateur fournit à sa charge un courant alternatif, non sinusoïdal, de même fréquence que la tension, mais de valeur efficace réglable.

Un gradateur permet donc de contrôler la puissance absorbée par un récepteur en régime alternatif.

1 Gradateur monophasé

Montage

Le gradateur monophasé de la figure 1 est réalisé en utilisant deux thyristors pour contrôler les instants de passage du courant dans la charge symbolisée ici par une lampe.

Les deux cathodes des deux thyristors n'étant pas portées au même potentiel, les commandes des gâchettes doivent être isolées l'une de l'autre, par exemple au moyen de petits transformateurs d'impulsions (représentés en rouge).

Fonctionnement sur charge résistive

- Les deux thyristors, montés tête-bêche, en série dans le circuit, permettent d'obtenir une tension u_c alternative, constituée de portions symétriques de sinusoïde (fig. 2).

- La valeur efficace de la tension alternative aux bornes de la charge peut être réglée en agissant sur le retard angulaire de l'impulsion de commande de chaque thyristor.

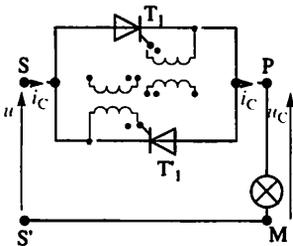


Fig. 1. Gradateur monophasé à thyristors.

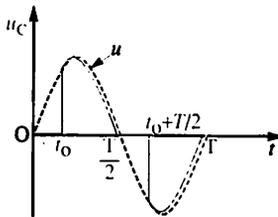


Fig. 2 a. Tension alternative aux bornes d'une lampe alimentée par un gradateur. La tension du secteur est représentée en pointillés. t_0 est le retard à l'amorçage.

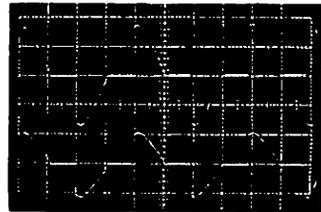


Fig. 2 b. Oscillogrammes de u_c et de i_c . Pour visualiser u_c et i_c simultanément il faut établir les liaisons suivantes : M \rightarrow masse de l'oscilloscope, P \rightarrow entrée 1, S \rightarrow entrée 2. Il est indispensable d'isoler le montage du réseau en reliant S et S' au secondaire d'un transformateur d'isolement.

Expression de la puissance P fournie au récepteur R

Nous désignons par U la valeur efficace de la tension sinusoïdale d'alimentation u .

Le courant dans la charge R est alternatif mais non sinusoïdal. Sa valeur efficace I_c dépend notamment de l'angle d'amorçage α des thyristors.

On peut montrer que la tension efficace U_c aux bornes d'une charge résistive a pour expression :

$$U_c = U \sqrt{\left(1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin 2\alpha}{2\pi}\right)}$$

L'intensité efficace du courant est égale à :

$$I_c = \frac{U_c}{R}$$

La puissance P fournie au récepteur est alors donnée par les relations suivantes :

$$P = \frac{U_c^2}{R} = RI_c^2 = \frac{U^2}{R} \left(1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin 2\alpha}{2\pi}\right)$$

En faisant varier α de 0 à π la puissance P passe de sa valeur maximale $\hat{P} = \frac{U^2}{R}$ à zéro.

Applications

Les gradateurs sont très employés chaque fois qu'il est nécessaire de régler la puissance délivrée à un dispositif d'éclairage, de chauffage, etc. (variateurs d'éclairage domestique, de salles de spectacle, contrôle de fours ou de radiateurs).

Utilisation d'un triac

Dans le domaine des petites puissances les gradateurs utilisent un composant particulier : le triac (fig. 3).

Ce composant électronique peut remplacer deux thyristors tête-bêche dans certaines applications. Le courant principal peut être bidirectionnel. Le triac est amorçable par un courant de gâchette d'intensité i_G , positive ou négative. Mais il est préférable que le signe de i_G soit le même que celui de u_T juste avant l'amorçage.

Son utilisation est très répandue en petite puissance, particulièrement dans les appareils domestiques, pour régler la vitesse des petits moteurs à courant alternatif (moteurs universels des perceuses ou des aspirateurs, par exemple).

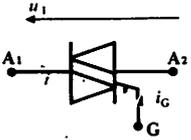


Fig. 3. Triac-Symbole.

2 Gradateur triphasé

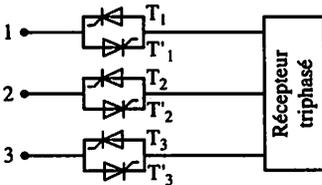


Fig. 4. Le récepteur triphasé équilibré peut être couplé en triangle ou en étoile, avec ou sans neutre.

Principe

Pour réaliser un gradateur triphasé on dispose un gradateur monophasé en série sur chaque phase (fig. 4).

Afin d'assurer un fonctionnement équilibré, les commandes des trois gradateurs sont décalées les unes par rapport aux autres de $\frac{T}{3}$.

Applications

Les gradateurs triphasés sont utilisés sur charge résistive (et équilibrée) chaque fois que la puissance dépasse plusieurs dizaines de kilowatts. C'est le cas des fours industriels.

On les utilise aussi pour faire varier la vitesse des petits moteurs asynchrones et, en particulier, des moteurs à cage d'écureuil. Le procédé est simple à mettre en œuvre. En faisant varier la valeur efficace V de la tension appliquée au moteur, on modifie sa caractéristique mécanique et par conséquent la fréquence de rotation n du groupe moteur-charge (fig. 5).

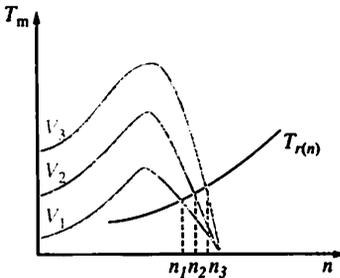
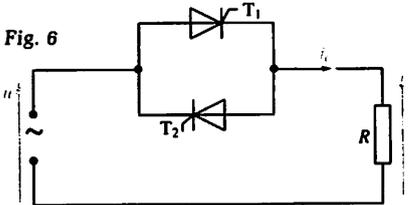


Fig. 5. Réglage de la vitesse d'un moteur asynchrone. La caractéristique du moteur dépend de la tension efficace V ($V_1 < V_2 < V_3$). Le point de fonctionnement du groupe se trouve à l'intersection de la caractéristique du moteur et de la caractéristique $T_l(n)$ de la charge. Lorsque l'angle d'amorçage α augmente, la valeur efficace V de la tension appliquée au moteur diminue et la fréquence de rotation du groupe moteur-charge diminue.

Dans le montage de la figure 6, R représente la résistance d'un fer à repasser : $R = 100 \Omega$.

La tension d'alimentation u est sinusoïdale, de valeur efficace $U = 220 \text{ V}$ et de période T ($u = U\sqrt{2} \sin \omega t$). Le thyristor T_1 est amorcé de manière périodique à l'instant t_0 de l'alternance positive de u ; le thyristor T_2 à l'instant $t_0 + \frac{T}{2}$. On suppose les thyristors parfaits.



1. Pour quelle valeur de t_0 la valeur efficace U_c de la tension u_c aux bornes de la charge est-elle maximale ?
2. Pour quelle valeur de t_0 la valeur efficace de u_c est-elle minimale ?
3. Quelles peuvent être les tensions inverses maximales supportées par les thyristors ?

4. On prend $t_0 = \frac{T}{4}$:

- Représenter u et u_c en fonction du temps.
- Quelle est la valeur efficace de u_c ? Quel type d'appareil faut-il utiliser pour mesurer cette valeur ?
- Quelle est la valeur moyenne de u_c ?
- Quelle est la puissance fournie à la charge ?

Solution :

1. Valeur de t_0 pour le maximum de U_c

La valeur efficace de u_c est maximale si $u_c = u$ soit lorsqu'aucun retard n'est apporté à l'amorçage : $\Rightarrow t_0 = 0$

2. Valeur de t_0 pour le minimum de U_c

Le minimum de U_c correspond à zéro ;

cette valeur efficace est nulle si $u_c = 0$ ce qui est obtenu pour un retard à

$$\text{l'amorçage} \Rightarrow T_0 = \frac{T}{2}$$

3. Tensions inverses maximales

La tension inverse maximale \hat{u}_T que doit supporter un thyristor est égale à :

$$\hat{u}_T = (220\sqrt{2}) \text{ V} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\hat{u}_T = 380 \text{ V}}$$

4. Le retard à l'amorçage $t_0 = T/4$

- Courbes $u(t)$ et $u_c(t)$: Elles sont données figure 7.

- Valeur efficace U_c

La valeur efficace de la tension aux bornes d'une charge résistive est égale à :

$$U_c = U \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin 2\alpha}{\pi}} \text{ avec : } \alpha = \frac{\pi}{2}$$

$$U_c = U \sqrt{1 - \frac{1}{2}} \Rightarrow U_c = \frac{U}{\sqrt{2}} \Rightarrow \boxed{U_c \approx 156 \text{ V}}$$

- Valeur moyenne \bar{u}_c de u_c

u_c étant une grandeur alternative, sa valeur moyenne est nulle $\Rightarrow \boxed{\bar{u}_c = 0}$

- Puissance P fournie à la charge

La résistance R absorbe une puissance égale à :

$$P_1 = P = \frac{u_c^2}{R}$$

$$\text{soit : } P = \left(\frac{156^2}{100} \right) \text{ W} \quad \Rightarrow \quad \boxed{P = 243 \text{ W}}$$

Fig. 7

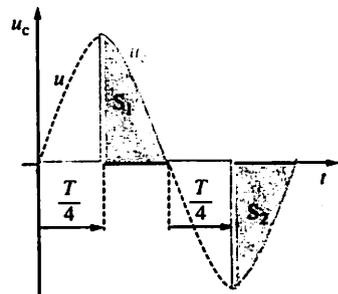




Fig. 1. Symbole d'un convertisseur continu \rightarrow continu.



Fig. 2. Interrupteur électronique unidirectionnel.

Un hacheur est un convertisseur statique qui permet d'alimenter une charge sous une tension continue réglable, à partir d'une source de tension continue constante.

Un hacheur est un convertisseur « continu \Rightarrow continu » (fig. 1).

Le rendement de cette transformation, de même nature que celle que réalise un transformateur dans le domaine des courants alternatifs, est généralement bon (proche de 0,9).

Les hacheurs sont essentiellement utilisés pour alimenter les moteurs à courant continu dont on veut faire varier la vitesse. Les alimentations à découpage qui équipent de nombreux appareils sont également des hacheurs.

Un interrupteur électronique unidirectionnel peut être commandé aussi bien à l'ouverture qu'à la fermeture. C'est ce que signifie les deux traits verticaux de la figure 2. En pratique, dans le domaine des petites et moyennes puissances (jusqu'à 10 kW), les interrupteurs électroniques sont réalisés à partir de transistors haute tension permettant des commutations (passage de l'état bloqué à l'état conducteur et vice versa) à fréquence élevée : quelques kHz pour des transistors bipolaires NPN, 40 à 200 kHz pour des transistors MOS.

Dans le domaine des fortes puissances (ex. : traction électrique de la S.N.C.F.), on utilise des thyristors munis de circuits d'allumage et de blocage.

1 Principe du hacheur série

Montage

Le principe du hacheur série peut être illustré par le fonctionnement du dispositif, représenté figure 3, qui alimente une charge résistive.

L'interrupteur électronique H est commandé périodiquement : nous notons T la période correspondant à cette commande.

H ne peut se trouver que dans deux états : ouvert ou fermé, pour lesquels la variable logique associée, h, prend respectivement les valeurs 0 et 1.

Remarquons que lorsqu'il est fermé, H ne peut être traversé que par des courants circulant de A vers K : c'est un interrupteur unidirectionnel. La figure 4a précise la manière dont H est commandé sur une période :

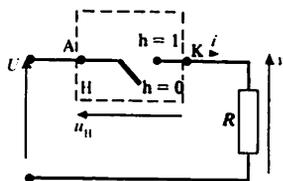


Fig. 3. Montage du hacheur série; U est la tension fournie par une source de tension; H est un interrupteur électronique unidirectionnel, supposé parfait.

- de 0 à t_1 , H est fermé ($h = 1$);
- de t_1 à T , H est ouvert ($h = 0$).

Rapport cyclique du hacheur

C'est le paramètre α , égal au quotient de la durée t_1 de la fermeture de H au cours d'une période par la période T elle-même.

$$\alpha = \frac{t_1}{T} \quad \left\{ \begin{array}{l} t_1 \text{ et } T \text{ en secondes (s)} \\ \text{pas d'unité pour } \alpha \end{array} \right.$$

C'est un nombre sans dimension physique (pour l'exprimer il n'y a pas d'unité à préciser), qui prend des valeurs comprises entre 0 et 1. Généralement la valeur α souhaitée peut être facilement obtenue — manuellement ou automatiquement — par des moyens relevant du domaine de l'électronique.

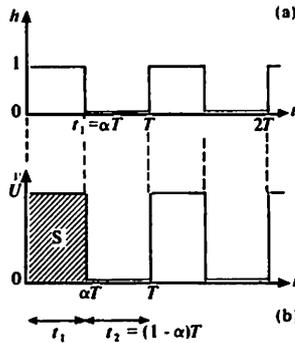


Fig. 4. Fonctionnement du hacheur série.

• si H est fermé ($h = 1$), sa résistance est nulle et pour un courant d'intensité $i > 0$, on a $v = U = Ri$;

• si H est ouvert ($h = 0$), sa résistance est infinie, et $i = 0$, ce qui entraîne : $v = 0$ et $u_H = U$.

Quelle que soit la valeur de h , c'est-à-dire l'état de la commande de H, l'intensité i ne peut être négative.

2 Valeur moyenne de la tension de sortie v

La tension v (fig. 4b) est périodique; sa valeur moyenne \bar{v} est telle que, S étant l'aire d'un créneau de v :

$$\bar{v} = V_c = \frac{S}{T};$$

ce qui conduit à :

$$V_c = \alpha U \quad \left\{ \begin{array}{l} V_c \text{ et } U \text{ en volts (V)} \\ \alpha \text{ pas d'unité} \end{array} \right.$$

Le rapport cyclique α étant un nombre compris entre 0 et 1, le hacheur série apparaît alors comme un abaisseur de tension continue (on dit encore un dévolteur). L'action sur α permet de régler la tension moyenne V_c aux bornes de la charge entre 0 et U (fig. 5).

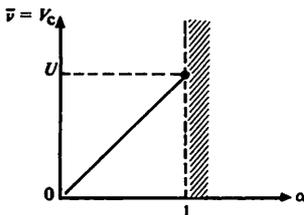


Fig. 5. La tension moyenne $\bar{v} = V_c$ aux bornes de la charge est proportionnelle au rapport cyclique α .

3 Exemple d'application

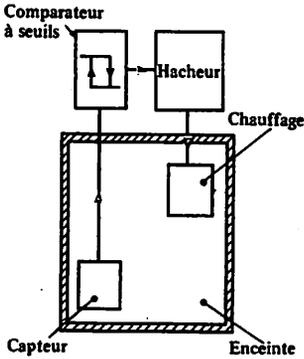


Fig. 6. Schéma de l'installation.

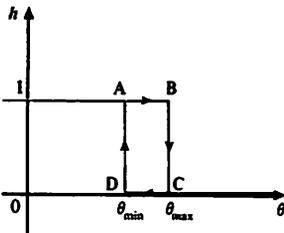


Fig. 7. Caractéristique de transfert du comparateur à seuils.

Un tel dispositif peut servir à réguler la température d'une enceinte. Pour cela il suffit que H soit commandé par un capteur de température associé à un comparateur à seuils (fig. 6).

Appelons θ la température à l'intérieur de l'enceinte; cette température doit rester comprise entre θ_{\min} et θ_{\max} . La caractéristique de transfert du comparateur à seuils qui à toute valeur de θ fait correspondre une valeur (0 ou 1) de la variable logique de commande h , doit avoir la forme représentée sur la figure 7.

Lorsque θ est inférieure à θ_{\min} , $h = 1$, et l'interrupteur H se ferme. Cet état doit être maintenu jusqu'à ce que θ atteigne θ_{\max} .

En revanche pour $\theta > \theta_{\max}$, $h = 0$ et H est ouvert. Lorsque θ devient inférieure à θ_{\max} la variable logique h doit rester nulle tant que θ est supérieure à θ_{\min} .

En régime permanent, le cycle décrit périodiquement par le comparateur à seuils est le cycle ABCD; $t_1 = \alpha T$ est la durée mise pour décrire le segment AB, $t_2 = (1 - \alpha)T$ est la durée qui correspond à CD. Les basculements BC et DA sont instantanés.

En régime permanent (c'est-à-dire après la phase transitoire de chauffage et pour des pertes thermiques de l'enceinte supposées invariables), le rapport cyclique se règle alors automatiquement. Sa valeur est telle que l'énergie W apportée pendant chaque durée t_1 d'une période T , soit :

$$W = Pt_1 = \frac{U^2}{R} \alpha T$$

compense exactement les pertes thermiques pendant la même période T .

La puissance moyenne P délivrée par le hacheur est alors égale à :

$$P = \frac{W}{T} = \frac{\alpha U^2}{R}$$

Dans ce cas, la valeur de α n'est pas imposée a priori, elle dépend de l'écart $\theta_{\max} - \theta_{\min}$, de la qualité de l'isolation thermique de l'enceinte (qui influe sur les pertes thermiques), et de la puissance de chauffage P .

- 1 Une enceinte est chauffée par une résistance $R = 16 \Omega$, alimentée sous une tension continue $U = 220 \text{ V}$ par l'intermédiaire d'un hacheur. Pour une certaine valeur de la température extérieure, un régime périodique s'établit : on constate que la résistance est alimentée pendant 30 s et déconnectée de l'alimentation pendant 8,0 s.
1. Calculer le rapport cyclique α correspondant à ce fonctionnement.
 2. Déterminer la puissance moyenne dissipée dans la résistance R .
 3. Calculer la tension moyenne aux bornes de R .

Solution :

1. Rapport cyclique

Par définition le rapport cyclique est égal à :

$$\alpha = \frac{\text{durée pendant laquelle } R \text{ est alimentée pendant une période}}{\text{durée } T \text{ d'une période}}$$

On trouve : $T = (30 + 8) \text{ s} = 38 \text{ s}$

$$\text{et : } \alpha = \frac{30}{38} \Rightarrow \boxed{\alpha = 0,79}$$

2. Puissance moyenne P

La puissance instantanée est soit égale à : $P_1 = \frac{U^2}{R}$ (résistance alimentée) soit nulle (résistance non alimentée). Un calcul analogue à celui réalisé au paragraphe 2 montre que la puissance moyenne P est telle que :

$$P = \alpha P_1 = \left(0,79 \times \frac{220^2}{16}\right) \text{ kW} \Rightarrow \boxed{P = 2,4 \text{ kW}}$$

3. Tension moyenne \bar{u}_R

La tension de sortie du hacheur admet une valeur moyenne donnée par la relation suivante :

$$\bar{u}_R = \alpha U \Rightarrow \boxed{\bar{u}_R = 174 \text{ V}}$$

- 2 Un hacheur série dont les éléments sont considérés comme parfaits est alimenté par une source $U = 120 \text{ V}$; il est chargé par un moteur monté en série avec une bobine de lissage. On

néglige les résistances du circuit de charge (bobine et induit) et on note L son inductance totale.

Pour un régime déterminé, l'observation à l'oscilloscope de l'intensité périodique i du courant traversant le moteur (grâce à une sonde de Hall) montre que i croît linéairement de 10 à 10,6 A en 0,60 ms puis décroît linéairement de 10,6 à 10 A pendant 0,20 ms.

1. Calculer la fréquence de fonctionnement du hacheur et la valeur du rapport cyclique α .
2. Déterminer la f.é.m. E du moteur.
3. Calculer l'inductance L .

Solution :

1. Fréquence f et rapport cyclique α

Nous déduisons la fréquence f de la valeur de la période T .

La période T se compose de la durée αT pendant laquelle i croît et de la durée $(1 - \alpha)T$ pendant laquelle i décroît :

$$T = (0,60 + 0,20) \text{ ms} = 0,80 \text{ ms}$$

$$\Rightarrow f = \frac{1}{0,80 \cdot 10^{-3}} \text{ Hz} \Rightarrow \boxed{f = 1,25 \text{ kHz}}$$

Calculons α :

$$\alpha T = 0,60 \text{ ms} \Rightarrow \alpha = \frac{0,6}{0,8} \Rightarrow \boxed{\alpha = 0,75}$$

2. Force électromotrice E

Puisque la résistance de l'induit est négligée, E est égale à la tension u_M aux bornes du moteur. La bobine étant sans résistance, la tension moyenne à ses bornes est nulle.

Donc : $\bar{u}_M = E = \bar{v} = \alpha U$ (voir fig. 3).

$$\text{D'où : } E = (0,75 \times 120) \text{ V} \Rightarrow \boxed{E = 90 \text{ V}}$$

3. Valeur de L

Pendant la phase de décroissance de $i(t)$:

$$E = -L \left(\frac{di}{dt}\right)$$

$$\text{Or : } \frac{di}{dt} = \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{10 - 10,6}{0,2 \cdot 10^{-3}} \text{ A/s}$$

$$\text{D'où : } L = \frac{-E}{\Delta i / \Delta t} = \frac{-90 \times 0,2 \cdot 10^{-3}}{(10 - 10,6)} \text{ H} \Rightarrow \boxed{L = 30 \text{ mH}}$$

Généralement, un hacheur série alimente une charge inductive.

C'est le cas lorsque cette charge est un moteur à courant continu.

C'est aussi le cas de nombreuses alimentations à découpage.

1 Expérience

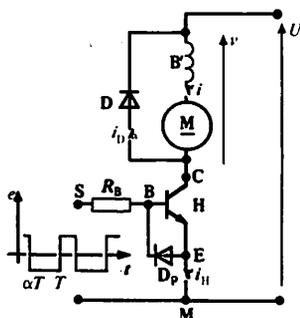


Fig. 1. Hacheur alimentant une charge inductive.

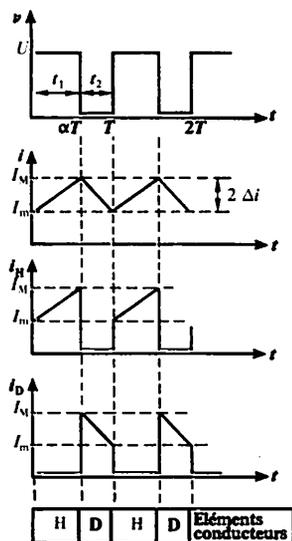


Fig. 2. Courbes représentatives des intensités des courants et de la tension v .

Étudions le cas où la charge du hacheur est un moteur à courant continu à excitation indépendante constante (fig. 1). Une bobine B est placée en série avec le moteur. Les éléments du montage sont les suivants :

(H) : transistor NPN BD 711 monté sur dissipateur thermique (5 W); B' : bobine 1 H-10 Ω ; R_B : 47 Ω - $\frac{1}{2}$ W; D : diode rapide où, à défaut, diode 1 N 4007 par exemple.

La tension continue U est comprise entre 15 et 24 V. L'alimentation qui fournit cette tension U doit pouvoir délivrer un courant de 1 A. Il est nécessaire de placer des résistances de 1 Ω -1 W pour relever les formes d'ondes des courants.

La figure 2 résume les chronogrammes des courants et de la tension v .

Intensité du courant dans la charge

Afin de simplifier le problème, nous négligeons les résistances de l'induit et de la bobine de lissage. Nous notons L l'inductance totale du circuit (somme de l'inductance du moteur et de la bobine de lissage) et nous supposons que l'intensité i du courant ne s'annule jamais. La tension aux bornes du moteur se confond alors avec sa f.é.m. E .

Sur chaque période, deux parties peuvent être distinguées (voir fig. 2). Nous étudierons la courbe $i(t)$ sur l'intervalle de temps $(0, T)$.

-H conduit, c'est-à-dire : $0 \leq t \leq t_1 = \alpha T$ (fig. 3).

La diode D est alors bloquée et $i_H = i$. Nous

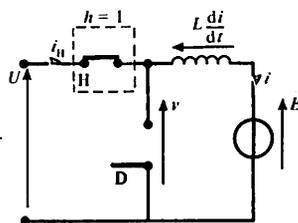


Fig. 3. Schéma équivalent du hacheur pour $t \in [0, \alpha T]$.

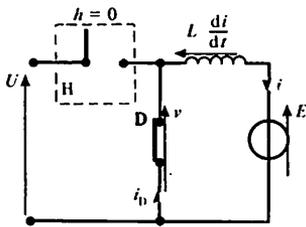


Fig. 4. Schéma équivalent du hacheur pour $t \in [\alpha T, T]$: la diode D est équivalente à un court-circuit.

pouvons écrire, en négligeant la tension de saturation v_{CE} du transistor :

$$U = v = L \frac{di}{dt} + E \quad \text{ce qui entraîne :} \quad \frac{di}{dt} = \frac{U - E}{L} > 0$$

L'intensité i croît de sa valeur minimale I_m à sa valeur maximale I_M ; durant cet intervalle de temps, l'inductance L accumule de l'énergie $\left(W_L = \frac{1}{2} Li^2 \right)$.

-H est bloqué, c'est-à-dire $\alpha T \leq t \leq T$ (fig. 4).

La diode D conduit : $i_H = 0$ et $i = i_D$. Nous avons :

$$v = 0 = L \frac{di}{dt} + E \quad \text{soit :} \quad \frac{di}{dt} = -\frac{E}{L} < 0$$

L'intensité i décroît donc de sa valeur maximale I_M à sa valeur minimale I_m .

Pendant cette phase, l'inductance restitue de l'énergie au moteur.

En raison de son rôle, D est appelée diode « de roue libre ».

Remarque

Les expressions de l'intensité du courant $i(t)$ sont les suivantes :

- pendant sa phase croissante $(0, \alpha T)$:

$$i(t) = \frac{U - E}{L} t + I_m$$

- pendant sa phase décroissante $(\alpha T, T)$:

$$i(t) = I_M - \frac{E}{L} (t - \alpha T)$$

En moyenne, le transfert d'énergie s'effectue de la source haute tension (U) vers la charge, alimentée sous basse tension (E).

2 Tension moyenne aux bornes de la charge

La courbe $v(t)$ est la même, que la charge soit résistive ou inductive. La valeur moyenne de la tension aux bornes de cette charge est donc donnée par la même relation dans les deux cas :

$$\bar{v} = \alpha U$$

3 Ondulation du courant dans la charge

L'intensité $i(t)$ varie entre I_m et I_M (voir fig. 2). L'ondulation du courant est la quantité :

$$\Delta i = \frac{I_M - I_m}{2}$$

Elle peut être mesurée à l'oscilloscope.

On montre que l'ondulation Δi est donnée par la relation :

$$\Delta i = \frac{\alpha(1 - \alpha)UT}{2L}$$

Sa variation en fonction de α est représentée figure 5.

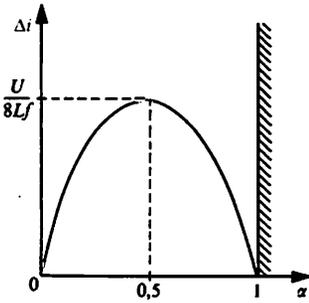


Fig. 5. Variation de l'ondulation Δi en fonction du rapport cyclique α à fréquence de hachage constante :

$$\Delta i = \frac{\alpha(1 - \alpha)U}{2Lf}$$

Posons $p = \alpha(1 - \alpha)$; p est le produit de deux termes dont

la somme est constante et vaut 1.

Dans ces conditions p est maximal quand les deux termes du produit sont égaux, c'est-à-dire quand $\alpha = 0,5$. On

a alors $p = \frac{1}{4}$ et

$$(\Delta i)_{\max} = \frac{1}{4} \times \frac{U}{2Lf} = \frac{U}{8Lf}$$

4 Intensités moyennes des courants

La valeur moyenne \bar{i} de i , est fixée par la charge :

$$\bar{i} \approx \frac{I_M + I_m}{2}$$

Les intensités moyennes dans H (\bar{i}_H), et dans D (\bar{i}_D) peuvent être exprimées en fonction de \bar{i} :

$$\bar{i}_H = \frac{t_1}{T} \cdot \bar{i} = \alpha \bar{i}$$

$$\bar{i}_D = \frac{t_2}{T} \cdot \bar{i} = (1 - \alpha) \bar{i}$$

5 Exemple d'utilisation

Dans le cas où la conduction est ininterrompue dans la charge nous avons vu, qu'en première approximation, en négligeant les résistances de l'induit du moteur et de la bobine, nous pouvons écrire :

$$E = \alpha U \quad \text{avec :} \quad E = K\Phi\Omega$$

D'où une expression de la fréquence de rotation du moteur :

$$\Omega = \frac{\alpha U}{K\Phi}$$

La fréquence de rotation du moteur est proportionnelle au rapport cyclique α que l'on peut régler électroniquement, sans difficulté.

Un moteur à courant continu, à excitation indépendante et constante, est alimenté à l'aide d'un hacheur série parfait. L'intensité du courant dans l'induit est pratiquement constante et égale à : $I = 50 \text{ A}$. La tension aux bornes du moteur se confond avec sa f.é.m. E dont la valeur, en fonction de la fréquence de rotation n , est donnée par la relation :

$$E = k \cdot n$$

avec $k = 6,0 \cdot 10^{-2} \text{ V}/(\text{tr} \cdot \text{min}^{-1})$

La tension d'alimentation du hacheur est $U = 150 \text{ V}$.

1. En fonction du rapport cyclique α exprimer la valeur moyenne de l'intensité du courant :

- dans la diode de roue libre (\bar{i}_D);
- dans l'interrupteur électronique (\bar{i}_H).

2. En fonction du rapport cyclique α , exprimer la valeur efficace du courant :

- dans la diode de roue libre (I_D);
- dans l'interrupteur électronique (I_H).

3. Tracer la courbe représentant les variations de n en fonction de α , en précisant entre quelles limites peut varier n .

4. Calculer la valeur du rapport cyclique qui permet de régler la fréquence de rotation à $1000 \text{ tr}/\text{min}$.

Solution :

1. Calcul de \bar{i}_D et \bar{i}_H

La figure 6 donne les formes d'onde de i_D et i_H .

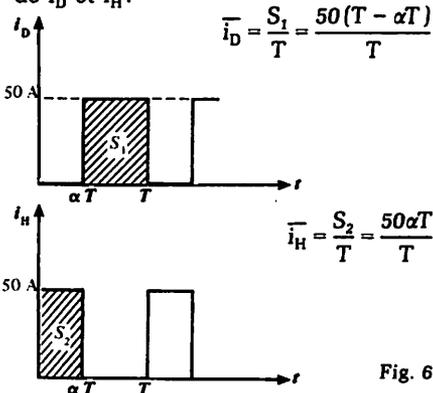


Fig. 6

$$\Rightarrow \bar{i}_D = [50(1 - \alpha)] \text{ A} \quad \text{et} \quad \bar{i}_H = (50\alpha) \text{ A}$$

2. Valeurs efficaces de i_D et i_H

La valeur efficace d'une grandeur est la racine carrée de la valeur moyenne du carré de la grandeur.

Il faut tracer les courbes $i_D^2(t)$ et $i_H^2(t)$ et calculer \bar{i}_D^2 et \bar{i}_H^2 .

Nous obtenons :

$$I_D = \sqrt{\bar{i}_D^2} \Rightarrow I_D = 50\sqrt{1 - \alpha}$$

$$I_H = \sqrt{\bar{i}_H^2} \Rightarrow I_H = 50\sqrt{\alpha}$$

3. Courbe $n(\alpha)$

La tension moyenne aux bornes de la charge est égale à :

$$\bar{v} = \alpha U = E \quad \text{avec} \quad E = kn$$

Valeurs extrêmes de E :

• valeur minimale de E :

$$E_m = 0 \text{ pour } \alpha = 0;$$

• valeur maximale de E :

$$E_M = U = 150 \text{ V pour } \alpha = 1.$$

La relation entre n et α s'écrit donc :

$$n = \frac{\alpha U}{k}$$

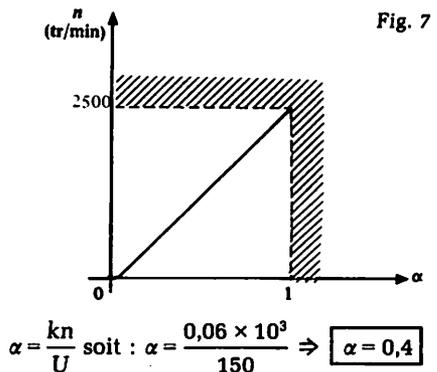
Si $\alpha = 0$, $n = 0$;

$$\text{si } \alpha = 1, n = \frac{150}{0,06} = 2500 \text{ tr}/\text{min}.$$

La courbe $n(\alpha)$ est tracée figure 7.

4. Valeur de α si $n = 1000 \text{ tr}/\text{min}$

De la relation $n(\alpha)$ nous tirons la valeur de α :



1 Intérêt du hacheur parallèle

► Un hacheur parallèle est aussi appelé hacheur élévateur de tension

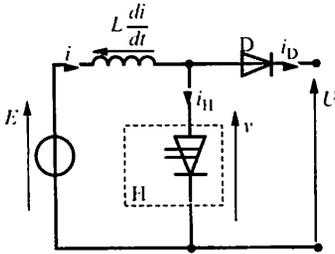


Fig. 1. Structure du hacheur parallèle.

Considérons un moteur à courant continu qui entraîne une forte charge, comme, par exemple, un train. L'ensemble des parties mobiles, du fait de la masse et de la vitesse de celles-ci possède de l'énergie mécanique (énergie cinétique).

Lors d'une phase de freinage, traditionnellement, cette énergie mécanique est convertie en chaleur pour être dissipée dans l'atmosphère : cette énergie est perdue. Il est plus intéressant de la convertir en énergie électrique et de renvoyer celle-ci sur le réseau qui fournit le courant continu. On «récupère» ainsi de l'énergie. La machine à courant continu qui fonctionnait préalablement en moteur, est alors entraînée par sa charge dont elle convertit l'énergie mécanique en énergie électrique. Cette machine fonctionne alors en génératrice.

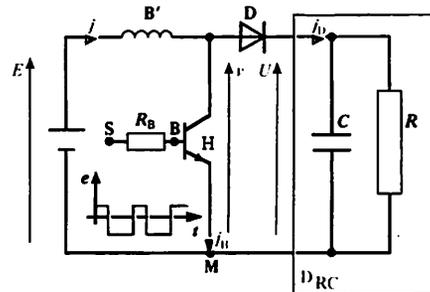
Mais la f.é.m. E de cette génératrice, dont la vitesse décroît puisque le groupe est en phase de freinage, est inférieure à la tension U qui alimentait le moteur. Pour assurer le transfert d'énergie électrique de la génératrice vers le réseau, il faut donc un convertisseur continu \rightarrow continu élévateur de tension.

La structure du hacheur parallèle permet ce transfert (fig. 1).

2 Expérience

Étudions le cas où la charge du hacheur parallèle est le dipôle D_{RC} (fig. 2) qui simule un électromoteur présentant une tension U entre ses bornes. La bobine B' est placée en série avec la source de tension E .

Fig. 2. Le dipôle D_{RC} ($R : 1 \text{ k}\Omega\text{-}10 \text{ W}$; $C : 2\,200 \mu\text{F-}75 \text{ V}$) simule un électromoteur actif dont la f.é.m. E s'ajusterait à la tension moyenne \bar{v} .



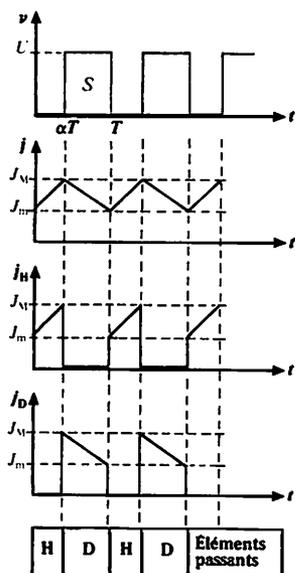


Fig. 3. Le transfert d'énergie de la charge vers la source s'effectue pendant les phases décroissantes de l'intensité $j(t)$: la bobine restitue alors une partie de son énergie.

Nous visualisons successivement (fig. 3) :

- les intensités j , j_H et j_D des courants qui nous intéressent.
- la tension v aux bornes de H ;

Étude de l'intensité j sur une période

Les éléments du hacheur sont supposés parfaits, notamment la bobine dont la résistance est considérée comme nulle. Dans le cas d'un courant ininterrompu d'intensité j , effectuons une analyse semblable à celle réalisée pour le hacheur série.

- $0 \leq t \leq \alpha T$: H est fermé. La diode D est bloquée :

$$j = j_H \text{ et } v = 0$$

La loi d'Ohm se traduit par la relation :

$$E = L \frac{dj}{dt}$$

C'est une équation différentielle du premier ordre dont la solution est :

$$j = \frac{E}{L} t + J_m$$

L'intensité j croît de sa valeur minimale J_m à sa valeur maximale J_M . L'inductance L accumule de l'énergie.

- $\alpha T \leq t \leq T$: H est ouvert. La diode D conduit :

$$j = j_D \text{ et } v = U$$

Nous pouvons écrire :

$$v = U = E - L \frac{dj}{dt} > E$$

$$\text{et : } \frac{dj}{dt} = - \frac{U - E}{L} < 0$$

La solution de cette équation différentielle est :

$$j = - \frac{U - E}{L} (t - \alpha T) + J_M$$

L'intensité j décroît de sa valeur maximale J_M à sa valeur minimale J_m . Pendant cette phase l'inductance L restitue de l'énergie à la charge.

Valeur moyenne de la tension v

La tension v est périodique ; sa valeur moyenne est donnée en fonction de la surface hachurée S par la relation :

$$\bar{v} = V_c = \frac{S}{T} U$$

Soit :

$$V_c = (1 - \alpha) U$$

- Notons que $V_c = E$. Pour le montrer appliquons la loi d'Ohm à un instant t :

$$v = E - L \frac{dj}{dt}$$

Passons aux valeurs moyennes :

$$\bar{v} = E - L \frac{d\bar{j}}{dt}$$

Le dernier terme de cette égalité est la valeur moyenne d'une fonction alternative : il est donc nul. D'où :

$$V_c = \bar{v} = E$$

3 Conclusion

- Comme $V_c = E$ nous pouvons écrire :

$$U = \frac{E}{1 - \alpha} \geq E.$$

Le hacheur parallèle est un hacheur élévateur de tension.

Il permet le transfert de l'énergie de la génératrice, de f.é.m. E , vers le réseau de tension U fixe, supérieure à E (égale à E pour $\alpha = 0$). Dans la réalité, pour obtenir ce transfert d'énergie, il faut choisir un rapport cyclique de valeur α' inférieure à la valeur α trouvée ci-dessus afin de compenser les chutes de tensions négligées et d'avoir sûre-

ment :

$$\frac{E}{1 - \alpha'} > U.$$

Les résistances, que nous avons négligées jusqu'ici, rendent les relations réelles un peu moins simples que celles que nous avons obtenues, en particulier lorsque α tend vers l'unité car, alors, les intensités des courants sont importantes.

Dans le montage de la figure 4, E est une f.é.m. réglable d'une source de tension. La bobine B , supposée parfaite, présente une inductance assez grande pour que l'on puisse considérer l'intensité i du courant constante : $i = I = 40 \text{ A}$. H est un interrupteur électronique qui s'ouvre et se ferme périodiquement. Sur une période T : H est fermé de 0 à αT , et ouvert de αT à T , α désignant le rapport cyclique. R_c est une résistance de 5Ω .

1. Dessiner les courbes représentatives des intensités $i_c(t)$ et $i_H(t)$.

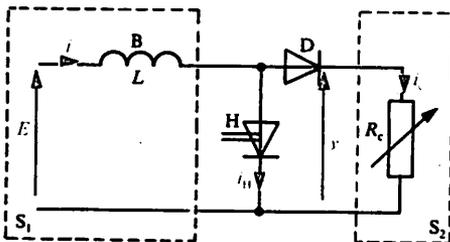
2. Calculer, en fonction de α , la valeur moyenne de l'intensité du courant dans la résistance R_c et dans l'interrupteur électronique H .

3. E est la f.é.m. d'une machine à courant continu à excitation indépendante dont on néglige les pertes, qui fonctionne en génératrice. A courant induit constant $i = 40 \text{ A}$, sa f.é.m. E est liée à la fréquence de rotation n' par la relation :

$$E = k'n' \text{ avec : } k' = 0,08 \text{ V/tr.min}^{-1}$$

Montrer qu'il est possible de réaliser, avec ce dispositif, l'équivalent d'un freinage rhéostatique pour la machine.

Fig. 4



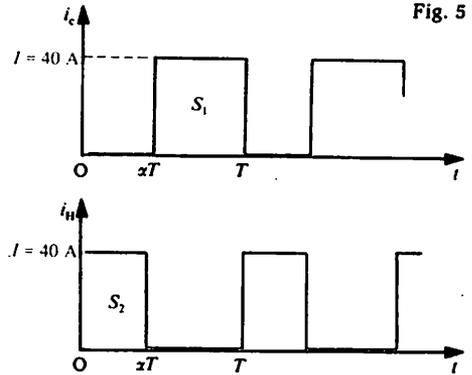
Solution :

1. Intensités $i_c(t)$ et $i_H(t)$

• De 0 à αT : H est fermé $\Rightarrow v = 0$;
 $i_c = 0$ et $i_H = i = 40 \text{ A}$;

• de αT à T : H est ouvert $\Rightarrow v = R_c i_c$;
 $i_c = i = 40 \text{ A}$ et $i_H = 0$.

Les courbes représentatives de $i_c(t)$ et $i_H(t)$ sont données figure 5.



2. Expression de \bar{i}_c en fonction de α
 La valeur moyenne \bar{i}_c de i_c a pour expression :

$$\bar{i}_c = \frac{S_1}{T} = \frac{I(1-\alpha)T}{T}$$

soit : $\bar{i}_c = I(1-\alpha) \Rightarrow \boxed{\bar{i}_c = 40(1-\alpha)}$

- Expression de \bar{i}_H en fonction de α
 La valeur moyenne \bar{i}_H de i_H est égale à :

$$\bar{i}_H = \frac{S_2}{T} = \frac{\alpha I T}{T} \Rightarrow \bar{i}_H = \alpha I \Rightarrow \boxed{\bar{i}_H = 40\alpha}$$

3. Freinage « rhéostatique »

L'hypothèse de travail, $T_{om} = C^{10}$, est réalisée si $I = C^{10}$. Cherchons une relation entre n' et α

$$E = k'n' \text{ et } E = \bar{v} = R_c \bar{i}_c = R_c I (1-\alpha)$$

$$\text{D'où : } n' = \frac{E}{k'} = \frac{R_c}{k'} (1-\alpha) I.$$

Soit :

$$n' = \frac{5(1-\alpha)}{0,08} \times 40 \Rightarrow \boxed{n' = 2500(1-\alpha)}$$

Pour réaliser cette égalité, au fur et à mesure que n' diminue il suffit d'augmenter α .

- Diode D

La diode D n'est pas utile car la résistance R_c est un dipôle passif. Lorsque H est fermé et que $v = 0$, l'intensité i_c est nulle, même sans D . Elle est au contraire indispensable avec une charge active.

1 Réversibilité

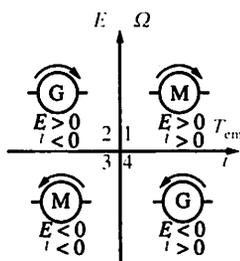


Fig. 1. Modes de fonctionnement d'un moteur à courant continu à flux constant.

Envisageons le cas (très répandu) d'une machine à courant continu dont le flux par pôle est constant (il peut s'agir d'une machine à aimants permanents ou d'une machine à excitation indépendante dont le courant d'excitation est réglé une fois pour toutes).

Sur deux axes (fig. 1), portons d'une part la vitesse angulaire Ω de la machine (ou sa f.é.m. E puisque $E = K\Omega$, K désignant une constante) et d'autre part l'intensité i du courant qui la traverse (E et i relèvent de la convention récepteur, et dans ces conditions, le moment du couple électromagnétique, $T_{em} = KI$, est moteur quand $I > 0$).

- Si la machine est un moteur de traction fonctionnant normalement dans le quadrant 1 ($i > 0, \Omega > 0$), on doit pouvoir freiner celui-ci : au lieu d'utiliser pour cela des moyens mécaniques, on peut utiliser des moyens électriques qui économisent l'énergie. Il suffit en effet, de faire fonctionner la machine en génératrice, et, tant qu'elle tourne ($E > 0$), de lui faire renvoyer de l'énergie dans sa source d'alimentation. La figure 1 montre alors que le courant traversant la machine doit changer de signe : son point de fonctionnement passe du quadrant 1 au quadrant 2.

- Après la phase de freinage, on peut être conduit à demander à la machine de reprendre son fonctionnement en moteur, mais avec un sens de rotation différent du premier ($\Omega < 0$). Le diagramme montre alors que l'on passe du quadrant 2 au quadrant 3.

Enfin, une nouvelle phase de freinage après ce deuxième fonctionnement en moteur entraîne le passage du quadrant 3 au quadrant 4, l'intensité i redevient alors positive.

Certains convertisseurs statiques du type « continu-continu » permettent de réaliser uniquement l'une des phases de freinage sans avoir recours à des contacteurs électromécaniques : cela suppose, nous l'avons vu, une inversion du sens du courant, et l'on dit qu'un convertisseur de ce type est réversible en courant.

Si le convertisseur permet aussi d'inverser le sens de rotation du moteur, on parle de convertisseur réversible en tension et en courant, ou de « convertisseur quatre quadrants ».

2 Hacheur réversible en courant

Schéma de principe

La figure 2 montre que ce hacheur résulte de l'association :

- d'un hacheur série constitué par le transistor T_1 et la diode D_2
- d'un hacheur parallèle constitué par T_2 et D_1 .

Différents modes de fonctionnement

Le hacheur de la figure 2 alimente une machine à courant continu fonctionnant à flux constant. Nous étudions le cas où les transistors T_1 et T_2 sont commandés de façon complémentaire :

- $0 < t < \alpha T$: T_1 conducteur et T_2 bloqué ;
- $\alpha T < t < T$: T_1 bloqué et T_2 conducteur.

Nous avons toujours : $i = \frac{u_M - E}{R}$.

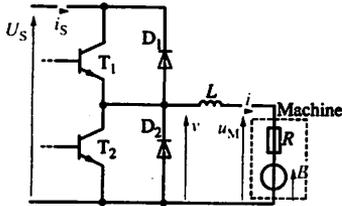


Fig. 2. Hacheur réversible en courant associé à une machine à courant continu.

- Cas où l'intensité i est toujours positive
Le chronogramme de la figure 3 montre que, pour une valeur α_1 de α , le hacheur réversible fonctionne, à partir des éléments T_1 et D_2 , comme un hacheur série en conduction ininterrompue. La machine fonctionne alors en moteur :

$$\bar{i} > 0 ; \overline{u_{M1}} = \bar{v}_1 = \alpha_1 U_s > 0 ; \Omega_1 = \frac{E_1}{K} > 0$$

- Cas où l'intensité i est toujours négative
Supposons que le cas précédent soit celui d'un moteur de traction.

Pour réaliser un freinage énergétique, diminuons brusquement α : $\overline{u_M} = \bar{v}$ diminue rapidement (la constante de temps électrique étant généralement faible), mais la vitesse angulaire Ω du véhicule tracté évolue beaucoup plus lentement. De ce fait, le courant s'inverse, le moteur fonctionne alors en génératrice et se trouve freiné.

Posons $\alpha = \alpha_2$. Pour un fonctionnement conforme à la figure 4 (conduction ininterrompue et $\bar{v}_2 < U_s$), le hacheur réversible fonctionne alors comme un hacheur parallèle avec les éléments T_2 et D_1 et l'on a :

$$\bar{i} < 0 ; \overline{u_{M2}} = \bar{v}_2 = \alpha_2 U_s ; \Omega_2 = \frac{E_2}{K} > 0$$

- Énergie récupérée par la source

Dans ce dernier cas, la machine à courant continu fonctionne en génératrice. Si l'on néglige les pertes

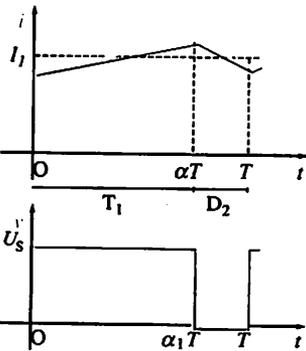


Fig. 3. Fonctionnement du hacheur avec $i > 0$.

- La machine fonctionne en moteur $E1 > 0$.
- La source fournit de l'énergie lorsque T_1 conduit.

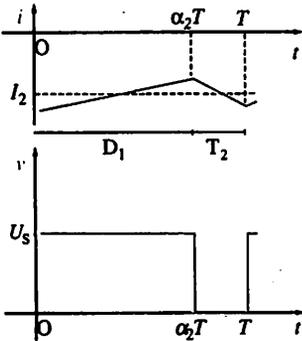
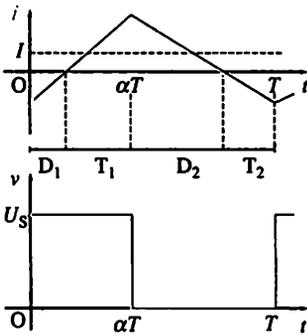


Fig. 4. Fonctionnement du hacheur avec $i < 0$.
 — La machine fonctionne en génératrice $Ei < 0$.
 — La source reçoit de l'énergie lorsque D_1 conduit.



par effet Joule et les pertes par commutation dans T_2 et D_1 , la puissance fournie à la source est :

$$P_s = -E_2 \bar{i} > 0$$

L'énergie correspondante provient de l'énergie mécanique de la charge qui est convertie en énergie électrique par la génératrice et renvoyée à la source.

Notons que le raisonnement précédent suppose que la source qui délivre la tension U_s est réversible et qu'elle peut recevoir du courant (pour une batterie d'accumulateurs, cela ne présente aucune difficulté mais ce n'est pas le cas pour un redresseur).

- Cas où i est successivement positive puis négative
 Pour les faibles valeurs de i , le régime de conduction du hacheur réversible est original (par rapport aux régimes précédents que nous connaissons déjà) et met en jeu les 4 éléments D_1, T_1, D_2 et T_2 , comme le montre le chronogramme de la figure 5.

Fig. 5. Fonctionnement avec $\bar{i} = I$ de faible valeur.
 Pour les faibles valeurs de I ($I > 0$ ou $I < 0$) i est tantôt positive tantôt négative.
 Comme la conduction est ininterrompue on a encore $\bar{v} = \bar{u}_M = \alpha U_s$.

3 Hacheur « quatre quadrants »

En associant deux hacheurs réversibles en courant (fig. 6), on peut inverser le signe de la tension d'alimentation du moteur et celui de l'intensité du courant dans l'induit.

Lorsque T_4 est rendu conducteur en permanence (T_3 étant bloqué), les éléments T_1, D_2, T_2 et D_1 permettent d'avoir :

- $u_M > 0$ et $i > 0$ (quadrant 1)
- $u_M > 0$ et $i < 0$ (quadrant 2).

Lorsque T_2 est rendu conducteur en permanence (T_1 étant bloqué), les éléments T_3, D_4, T_4 et D_3 permettent d'avoir :

- $u_M < 0$ et $i < 0$ (quadrant 3)
- $u_M < 0$ et $i > 0$ (quadrant 4).

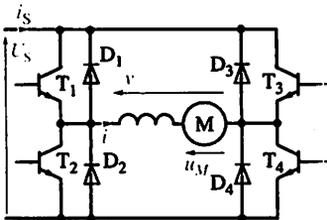


Fig. 6. Hacheur « quatre quadrants ».

Un hacheur réversible 4 quadrants, dont les éléments sont supposés parfaits, alimente une machine à courant continu qui fonctionne à flux constant. Le dispositif d'électronique de puissance est représenté sur la figure 6. On donne : $U_s = 150 \text{ V}$.

La machine à courant continu, dont on néglige les pertes actionne un treuil de levage dont le rendement est pris égal à 1.

Pour lever une charge de masse $M = 150 \text{ kg}$, on bloque T_3 , on sature T_4 et l'on commande les transistors T_1 et T_2 de manière complémentaire par un signal de rapport cyclique α . La vitesse de montée de M est alors égale à $2,0 \text{ m/s}$. On prend $g \approx 10 \text{ m/s}^2$.

1. Calculer la puissance développée par le moteur.

2. L'intensité i du courant traversant le moteur ne s'annule pas ; sa valeur moyenne I est égale à 25 A . Calculer α .

3. La même masse M est redescendue à vitesse constante grâce au même treuil et la machine fonctionne alors en génératrice.

Montrer que l'intensité i est encore égale à $I = 25 \text{ A}$. Comment doit-on commander les divers transistors ?

4. Dans les conditions de la question précédente, calculer la vitesse de descente de la masse M pour $\alpha = 0,80$.

Solution :

1. Puissance développée par le moteur

Puisqu'on néglige toutes les pertes du treuil, la puissance P développée par le moteur est égale à la puissance de la force F de traction. Or, lorsqu'une force déplace son point d'application avec une vitesse v , (\vec{F} et \vec{v} ayant même direction et même sens) sa puissance est égale à Fv , avec $F = Mg$ (poids de la masse M).

Par conséquent : $P = Mgv$.

D'où :

$$P = (150 \times 10 \times 2) \text{ W} \Rightarrow P = 3,0 \text{ kW}$$

2. Calcul de α

Le paramètre α est responsable de la tension moyenne $\overline{u_M}$ qui est égale à E (puisque $\overline{u_M} = E + RI$ avec : $R = 0$). Nous connaissons à la fois la puissance utile P du moteur et l'intensité I . Comme nous négligeons les pertes du moteur, P est aussi la puissance électromagnétique $P = EI$. Nous en déduisons $E = \frac{P}{I}$, ou u_M puis la valeur α

de α .

Comme $u_M = \alpha_1 U_s$ nous obtenons :

$$\alpha_1 = \frac{u_M}{U_s} = \frac{P}{U_s I}$$

$$\text{Soit : } \alpha_1 = \frac{3000}{150 \times 25} \Rightarrow \alpha_1 = 0,80$$

3. Intensité I du courant fourni par la génératrice

L'intensité I est liée au moment du couple électromagnétique par la relation $T_{em} = KI$. Nous négligeons les pertes du treuil, donc : $T_{em} = T_{entraînement}$.

Or, il s'agit de la même masse que précédemment, suspendue au même treuil : T_{em} n'a donc pas changé et I conserve donc sa valeur.

Commande des transistors

Nous avons $i > 0$ et $u_M < 0$, puisque la vitesse angulaire Ω a changé de signe ; nous devons réaliser un hacheur parallèle ; pour cela il faut bloquer T_1 , saturer T_2 et commander T_3 et T_4 de manière complémentaire (mais seul T_4 est utile). Le renvoi du courant vers la source se fait grâce à D_3 .

4. Vitesse de descente

La vitesse linéaire de la masse M est directement proportionnelle à la vitesse angulaire Ω de la génératrice qui est égale à $\frac{E}{K}$.

Or : $E = u_M$ et $u_M = -\alpha U_s = -120 \text{ V}$: la masse M descend donc à la vitesse de $2,0 \text{ m/s}$.

Cette alimentation à découpage, appelée aussi convertisseur «fly-back» permet de séparer complètement le circuit d'utilisation et le circuit d'alimentation. Les deux circuits sont dits isolés galvaniquement.

1 Expérience

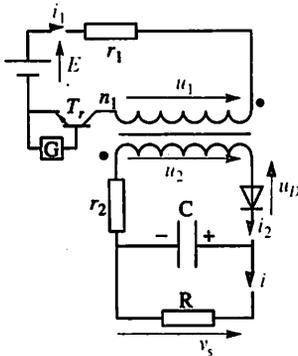


Fig. 1. Alimentation à découpage isolée «fly-back». Pour ce montage il faut bien tenir compte de la position des bornes homologues, marquées d'un point sur la figure. Ici, les tensions u_1 et u_2 sont de signes opposés. $C = 2\,200\ \mu\text{F}$, $E = 15\ \text{V}$, $R = 150\ \Omega$, $\alpha = 0,3$

Deux bobines (n_1 spires pour l'enroulement primaire et n_2 pour l'enroulement secondaire : $n_1 = 50$; $n_2 = 71$) sont placées sur le même circuit magnétique de ferrite. Les deux bobines ont pour inductances respectives $L_1 = 2,5\ \text{mH}$ et $L_2 = 5,0\ \text{mH}$, et leurs résistances sont négligeables. Ces enroulements sont montés de manière que les courants primaire et secondaire aient des effets magnétiques équivalents quand les intensités i_1 et i_2 sont toutes deux positives.

Le circuit magnétique comporte un entrefer suffisant ($e = 0,6\ \text{mm}$) pour que le noyau de ferrite ne soit jamais saturé dans les conditions de l'expérience : les inductances de fuites des deux bobines peuvent alors être négligées. Le transistor T_r est commandé par un générateur de signaux carrés G dont le rapport cyclique α est réglable. La fréquence de ces signaux carrés est fixée à $4\ \text{kHz}$. Ce transistor T_r est un interrupteur parfait, fermé de 0 à αT , et ouvert de αT à T .

La diode D est une diode rapide de puissance, nous la supposons parfaite; le condensateur chimique a une capacité C suffisante pour que la tension v_s soit, sensiblement constante, et égale à $10,0\ \text{V}$. La figure 2 donne les courbes $i_1(t)$ et $i_2(t)$.

2 Analyse du fonctionnement

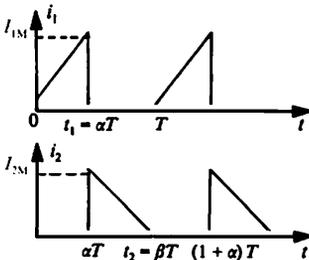


Fig. 2. Intensités i_1 et i_2 .
Pour $t \in [0, \alpha T]$: $i_1 = \left(\frac{E}{L_1}\right)t$; $i_2 = 0$.

• $0 < t < \alpha T$

Lorsque T_r conduit nous pouvons écrire :

$$E = L_1 \frac{di_1}{dt}; \text{ l'intensité } i_1 \text{ croît de } 0 \text{ à } I_{1M} = \frac{E}{L_1} \cdot \alpha T.$$

Pendant cette durée, le flux ϕ à travers le circuit magnétique qui ne dépend que de i_1 , croît de 0 à ϕ_M et nous avons :

$$u_1 = E = n_1 \frac{d\phi}{dt} \text{ et } u_2 = -n_2 \frac{d\phi}{dt} = -\frac{n_2}{n_1} E < 0$$

$$\text{Pour } t \in [\alpha T, T] : i_1 = 0; i_2 = I_{2M} - \frac{v_s}{L} (t - \alpha T).$$

On a par ailleurs $\alpha < \beta \leq 1$.

« FLY-BACK »

► Remarque

Les résistances r_1 et r_2 , de faibles valeurs, permettent la visualisation des courants. Leur présence est négligée dans l'étude du fonctionnement du montage.

La tension u_D appliquée à la diode D vérifiant la relation $u_D = u_2 - v_s$ est donc négative. C'est pour cette raison que la diode D est bloquée et que l'intensité i_2 est nulle.

• $\alpha T < t < \beta T$

Lorsque T_r cesse de conduire, l'intensité i_2 passe brusquement de la valeur 0 à une valeur I_{2M} (ici $I_{2M} = 0,36$ A).

Pendant cette durée $[\alpha T, \beta T]$ où $i_1 = 0$ nous avons l'égalité :

$$u_2 = -n_2 \frac{d\phi}{dt} = v_s = C^{te}$$

Or pour $t \in [\alpha T, \beta T]$, le flux ϕ n'est dû qu'à i_2 , et nous pouvons écrire : $n_2 \phi = L_2 i_2$. Aussi l'égalité précédente devient-elle :

$$L_2 \frac{di_2}{dt} = -v_s$$

Cette égalité explique bien la décroissance de i_2 . Il reste à expliquer pourquoi la valeur initiale de l'intensité est $i_2 = I_{2M}$ pour cette phase.

Remarquons que lorsque le circuit primaire seul est fermé (T_r conduit) le flux ϕ vérifie l'équation :

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{E}{n_1}$$

Immédiatement après, quand la diode D permet la conduction dans le circuit secondaire, nous avons :

$$\frac{d\phi}{dt} = -\frac{v_s}{n_2}$$

Dans chaque cas, le taux de variation $\frac{d\phi}{dt}$ est fini :

le flux ϕ ne peut varier brusquement (fig. 3). A l'instant $t_1 = \alpha T$, il garde donc la même valeur $\phi = \phi_M$ lors du blocage de T_r (pour $t_1 = t_1^-$) et lors de la mise en conduction de D (pour $t_1 = t_1^+$).

Or le flux dans le circuit magnétique ne dépend que de la force magnétomotrice nI qui le crée. La force magnétomotrice $n_1 I_{1M}$, à l'instant t_1^- , est donc égale à la force magnétomotrice $n_2 I_{2M}$, à l'instant t_1^+ . D'où l'égalité :

$$n_1 I_{1M} = n_2 I_{2M} \quad \text{soit :} \quad I_{2M} = \frac{n_1}{n_2} I_{1M}$$

On dit que les « ampère-tours » se conservent lors du changement de régime.

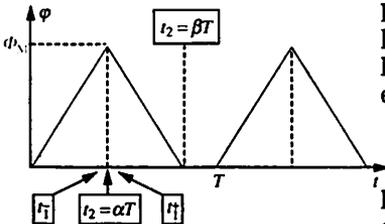


Fig. 3. Variation du flux dans le circuit magnétique. A la date $t_2 = \beta T$, le flux ϕ est redevenu nul, la démagnétisation est complète.

Les « ampères-tours » se conservent lors du changement de régime parce qu'il y a toujours l'un des circuits qui est fermé. C'est cela qui est important, et qui reste vrai même si les composants du montage ne sont pas parfaits. Nous montrons que l'énergie se conserve parce que nous négligeons les inductances de fuites des enroulements et les pertes des composants (et notamment celles du transistor T_r); en réalité l'énergie $W_{\sigma 1}$ stockée au primaire de 0 à αT n'est pas intégralement transmise à la charge R.

3 Calcul de la tension de sortie

L'énergie magnétique W emmagasinée dans une bobine d'inductance L parcourue par un courant d'intensité I est égale à :

$$W = \frac{1}{2} LI^2$$

La formule

$$v_s = \alpha E \sqrt{\frac{RT}{2L_1}}$$

montre que dans le cas de la démagnétisation complète, la tension v_s dépend de la charge. On peut la maintenir constante quand la charge varie, mais il faut alors agir sur le rapport cyclique α notamment en utilisant un dispositif régulateur. C'est ce qui est couramment réalisé.

Remarque

La désaimantation complète du circuit magnétique n'est réalisée que si l'intensité du courant débité par l'alimentation n'est pas trop élevée. Dans le cas du débit sur résistance R , la condition s'écrit :

$$R > \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \frac{2L_1}{T(1-\alpha)^2}$$

Si cette condition n'est pas réalisée, alors l'intensité i_2 ne s'annule pas entre αT et T et l'on a :

$$\bar{v}_s = \frac{n_2}{n_1} \frac{\alpha}{1-\alpha} E$$

En fait, même dans ce cas, et à cause des différentes pertes que nous avons négligées, \bar{v}_s décroît lorsque i augmente.

Nous allons déterminer v_s par des considérations énergétiques.

A l'instant αT où T_r cesse de conduire, l'énergie W_1 accumulée au primaire a pour expression :

$\frac{1}{2} L_1 I_{1M}^2$. Cette énergie disparaît (puisqu'elle s'annule) et, au même instant apparaît au

secondaire l'énergie $W_2 = \frac{1}{2} L_2 I_{2M}^2$. Comparons ces

deux énergies.

Les bobinages primaire et secondaire, étant réalisés sur le même circuit magnétique, leurs inductances L_1 et L_2 sont proportionnelles aux carrés des nombres de spires :

$$\frac{L_1}{n_1^2} = \frac{L_2}{n_2^2} \Rightarrow L_2 = \frac{n_2^2}{n_1^2} L_1$$

Par ailleurs : $n_1 I_{1M} = n_2 I_{2M}$

Donc :

$$W_2 = \frac{1}{2} L_2 I_{2M}^2 = \frac{1}{2} \frac{n_2^2}{n_1^2} L_1 \left(\frac{n_1}{n_2} I_{1M}\right)^2 = \frac{1}{2} L_1 I_{1M}^2 = W_1$$

Lors du blocage de T_r , l'énergie W_1 est donc intégralement transmise au secondaire.

Posons $W_o = W_1 = W_2$. L'énergie électromagnétique W_o , provient évidemment de la source de tension E qui débite pendant la durée αT . L'expression de

I_{1M} permet d'écrire : $I_{1M} = \left(\frac{E}{L_1}\right) \alpha T$

$$W_o = W_1 = \frac{1}{2} L_1 I_{1M}^2 = \frac{E^2 \alpha^2 T^2}{2 L_1}$$

Si la fréquence de fonctionnement de l'alimentation est f , cette transmission d'énergie s'effectue f fois par seconde. La puissance transmise du primaire au secondaire est donc égale à :

$$P = f W_o = \frac{W_o}{T} \Rightarrow P = \frac{E^2 \alpha^2 T}{2 L_1}$$

Cette puissance est dissipée dans la charge de l'alimentation : la tension v_s étant constante et la résistance de charge étant égale à R , nous pouvons écrire :

$$P = \frac{v_s^2}{R} = \frac{E^2 \alpha^2 T}{2 L_1} \text{ soit : } v_s = \alpha E \sqrt{\frac{RT}{2 L_1}}$$

Dans le montage de la figure 1 tous les éléments sont supposés parfaits. En particulier on suppose que la capacité C du condensateur est suffisante pour que l'ondulation de la tension de sortie v_s soit négligeable.

Les valeurs des éléments du montage sont les suivantes : $E = 20,0 \text{ V}$;

$m = \frac{n_2}{n_1} = 2,0$; $L_1 = 0,10 \text{ mH}$ (inductance

de l'enroulement primaire); période du générateur de commande $G : T = 1,0 \cdot 10^{-4} \text{ s}$, rapport cyclique $\alpha = 0,40$. On suppose que la démagnétisation du circuit magnétique est complète c'est-à-dire que le flux ϕ s'annule périodiquement.

1. Quelle est la valeur maximale I_{1M} de l'intensité i_1 ?

2. Calculer la valeur maximale I_{2M} de l'intensité i_2 .

3. Calculer la puissance du convertisseur.

4. Déterminer la valeur de la résistance R si $v_s = 40 \text{ V}$?

5. Déterminer l'inductance L_2 de l'enroulement secondaire.

Solution :

1. Valeur maximale I_{1M} de l'intensité i_1

La valeur maximale de i_1 est égale à :

$$I_{1M} = \frac{E}{L_1} \alpha T$$

D'où :

$$I_{1M} = \left(\frac{20}{0,1 \times 10^{-3}} \times 0,4 \times 1,10 \cdot 10^{-4} \right) \text{ A} \Rightarrow \boxed{I_{1M} = 8,0 \text{ A}}$$

2. Valeur maximale I_{2M} de l'intensité i_2

La conservation des « ampères-tours » se traduit par la relation :

$$I_{2M} = \frac{n_1}{n_2} I_{1M}$$

$$\text{D'où : } I_{2M} = \left(\frac{1}{2} \times 8 \right) \text{ A} \Rightarrow \boxed{I_{2M} = 4,0 \text{ A}}$$

3. Puissance P du convertisseur

La puissance fournie par l'alimentation à découpage est donnée par la relation suivante :

$$P = \frac{E^2 \alpha^2 T}{2L_1}$$

$$\text{Soit : } P = \left(\frac{(20)^2 \times (0,4)^2 \times 1,10 \cdot 10^{-4}}{2 \times 0,1 \times 10^{-3}} \right) \text{ W} \Rightarrow \boxed{P = 32 \text{ W}}$$

4. Valeur de la résistance R si

$v_s = 40 \text{ V}$

L'ondulation de la tension de sortie étant négligeable nous pouvons écrire :

$$P = \frac{v_s^2}{R} \text{ d'où } R = \frac{v_s^2}{P}$$

$$\text{Soit : } R = \left(\frac{(40)^2}{32} \right) \Omega \Rightarrow \boxed{R = 50 \Omega}$$

5. Inductance L_2

Un bobinage de n spires présente une inductance proportionnelle à n^2 . Deux bobinages, comportant n_1 et n_2 spires, enroulés sur le même circuit magnétique présentent des inductances respectives L_1 et L_2 telles que :

$$\frac{L_2}{L_1} = \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2$$

D'où la valeur de L_2 :

$$L_2 = L_1 \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2$$

$$\text{Soit : } L_2 = [10^{-4} \times (2)^2] \text{ H} \Rightarrow \boxed{L_2 = 0,40 \text{ mH}}$$

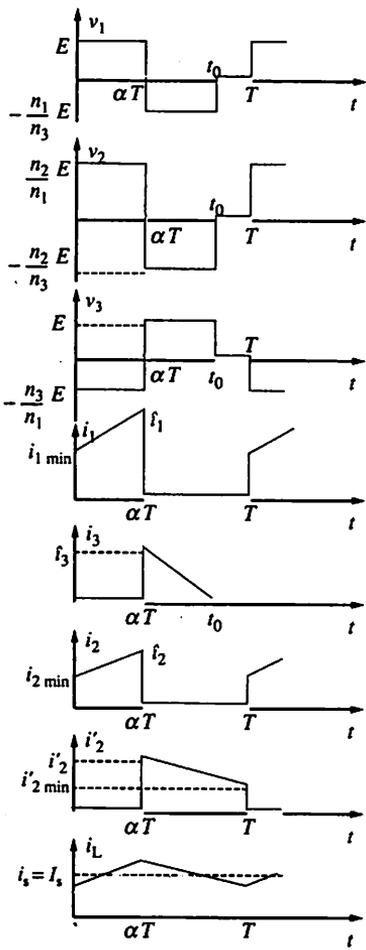


Fig. 2

Chronogramme

La figure 2 donne le chronogramme que l'on peut relever à l'aide d'un oscilloscope (pour les intensités, si l'on ne dispose pas de capteurs à effet Hall, il faut placer de petites résistances de $1,0 \Omega$ dans les branches concernées).

- De 0 à αT , T_r conduit :
 - $v_1 > 0$ ($v_1 \approx E$); $v_2 > 0$; $v_3 < 0$;
 - i_1 et i_2 augmentent linéairement; $i_s = i_L$; $i_3 = 0$.
- De αT à T , T_r est bloqué :
 - de αT à t_0 , v_1 et v_2 sont négatives et v_3 est positive, puis de t_0 à T , ces trois tensions sont nulles; $i_1 = i_2 = 0$; i_3 décroît linéairement et s'annule à la date t_0 avant la fin de la période; i_L décroît linéairement.

2 Analyse du fonctionnement

Échanges d'énergie

- De 0 à αT :
 - $v_1 i_1 > 0$: la source de tension de f.é.m. E communique au transformateur l'énergie W_1 .
 - $v_2 i_2 > 0$: le secondaire du transformateur communique à la bobine et à la charge l'énergie W_2 .
- De αT à t_0 :
 - $v_3 i_3 > 0$: le transformateur renvoie vers la source E l'énergie W_3 .
- De t_0 à T : le transformateur ne participe à aucun échange d'énergie.

Le principe de la conservation de l'énergie permet d'écrire :

$$W_1 = W_2 + W_3$$

W_3 correspond à de l'énergie magnétique stockée par le transformateur pendant la phase de fermeture de l'interrupteur T_r puis restituée à la source pendant la phase d'ouverture grâce à l'enroulement de nombre de spires n_3 .

Tensions v_1, v_2, v_3

- De 0 à αT : le flux ϕ dans le circuit magnétique croît et $v_1 = E$.

Avec les conventions de signes adoptées sur la figure 1 nous pouvons écrire :

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{v_1}{n_1} = \frac{v_2}{n_2} = - \frac{v_3}{n_3}$$

$$v_2 = \frac{n_2}{n_1} E \quad ; \quad v_3 = - \frac{n_3}{n_1} E$$

- De αT à t_0 : le flux ϕ dans le circuit magnétique décroît et $v_3 = E$ (D_3 conduit). Par conséquent :

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{v_1}{n_1} = \frac{v_2}{n_2} = -\frac{v_3}{n_3}$$

$$v_1 = -\frac{n_1}{n_3} E \quad ; \quad v_2 = -\frac{n_2}{n_3} E$$

- De t_0 à T : le flux ϕ ne varie pas ($\dot{\phi} = 0$) et par conséquent :

$$v_1 = 0, \quad v_2 = 0, \quad v_3 = 0$$

Ce mode de fonctionnement où le flux, à chaque période redevient nul est dit « à démagnétisation complète ».

3 Calcul de la tension de sortie

En aval de la diode D_2' l'alimentation se comporte comme un hacheur série qui serait alimenté sous une tension de valeur $\frac{n_2}{n_1} E$.

En effet :

- lorsque D_2 conduit, ($0 < t < \alpha T$), $v_2 = v_2' = \frac{n_2}{n_1} E$;

- lorsque D_2 est bloquée, ($\alpha T < t < T$), et que D_2' conduit (conduction ininterrompue pour i_L),

$$v_2 = -\frac{n_2}{n_1} E < 0 \quad ; \quad v_2' = 0$$

Expression de \bar{v}_s

La bobine d'inductance L ne présente pas de résistance. D'où : $\bar{v}_2 = \bar{v}_s$ avec : $\bar{v}_2' = \alpha \frac{n_2}{n_1} E$.

D'où :

$$\bar{v}_s = \alpha \frac{n_2}{n_1} E$$

Cette relation n'est vraie que si le courant dans la bobine est ininterrompu. Avec nos hypothèses, \bar{v}_s ne dépend pas de i_s . En réalité la résistance interne apparente de l'alimentation n'est pas nulle et \bar{v}_s est inférieure à cette valeur théorique.

- 1 L'alimentation à découpage de la figure 1 fonctionne en démagnétisation complète. Les éléments qui la constituent sont supposés parfaits; $n_1 = 120$ spires, $n_2 = 180$ spires, $n_3 = 240$ spires, $E = 15$ V et $R = 47 \Omega$. On admet que l'ondulation de i_s est négligeable devant la valeur moyenne \bar{i}_s , et que i_L ne s'annule jamais.
- Le rapport cyclique est fixé à la valeur $\alpha = 0,60$. Calculer \bar{i}_s et déterminer la valeur moyenne \bar{i}'_2 de i'_2 .
 - Quelle est la tension continue maximale \widehat{V}_{Tr} supportée par T, lorsqu'il est bloqué?
 - Quelle est la tension inverse maximale \widehat{V}_{D_2} supportée par D_2 ?

Solution :

1. Valeur moyenne \bar{i}_s de i_s

Nous appliquons la loi d'Ohm à la résistance R.

$$\bar{i}_s = \frac{\bar{v}_s}{R}$$

Le courant dans la bobine d'inductance L étant ininterrompu nous pouvons écrire :

$$\bar{v}_s = \frac{n_2}{n_1} \alpha E \quad \text{et} \quad \bar{i}_s = \frac{n_2}{n_1} \frac{\alpha E}{R}$$

$$\text{D'où : } i_s = \frac{180}{120} \cdot \frac{0,6 \times 15}{47} \text{ A} \Rightarrow \boxed{\bar{i}_s = 0,29 \text{ A}}$$

Valeur moyenne \bar{i}'_2 de i'_2

Les chronogrammes de la figure 2 montrent que :

$$\bar{i}'_2 = (1 - \alpha) \bar{i}_s$$

$$\text{Soit : } \bar{i}'_2 = [(1 - 0,6) \times 0,29] \text{ A}$$

$$\Rightarrow \boxed{\bar{i}'_2 \approx 0,12 \text{ A}}$$

2. Tension continue maximale \widehat{V}_{Tr}

La tension V_{Tr} est maximale lorsque la diode D_3 conduit. Le transistor est bloqué.

$$\text{D'où : } \widehat{V}_{Tr} = -v_1 + E \quad \text{avec} \quad v_1 = -\frac{n_1}{n_3} E$$

$$\text{et : } \widehat{V}_{Tr} = E \left(1 + \frac{n_1}{n_3} \right)$$

Soit :

$$\widehat{V}_{Tr} = \left[15 \times \left(1 + \frac{120}{240} \right) \right] \text{ V} \Rightarrow \boxed{\widehat{V}_{Tr} = 22,5 \text{ V}}$$

3. Tension inverse maximale \widehat{V}_{D_2}

Lorsque la diode D_2 est bloquée, la diode D'_2 conduit et nous avons :

$$u_{D_2} = v_2 < 0$$

La valeur maximale de v_2 est obtenue lorsque la diode D_3 conduit :

$$v_2 = -\frac{n_2}{n_3} E \quad \text{D'où : } \widehat{u}_{D_2} = -\frac{n_2}{n_3} E$$

$$\text{Soit : } \widehat{u}_{D_2} = -\left(\frac{180}{240} \times 15 \right) \text{ V}$$

$$\text{et : } V_{D_2} = -\widehat{u}_{D_2} \Rightarrow \boxed{\widehat{V}_{D_2} = 11,2 \text{ V}}$$

- 2 L'alimentation à découpage de la figure 1 dont les éléments sont supposés parfaits fonctionne en démagnétisation complète; $n_1 = n_3 = 120$ spires, $n_2 = 180$ spires; $E = 24$ V.

L'ondulation de i_s est négligeable devant sa valeur moyenne \bar{i}_s , et i_L ne s'annule jamais. La résistance R est égale à 50Ω .

Pour le rapport cyclique $\alpha = 0,4$ quelle est l'intensité moyenne \bar{i}_E du courant débité par la source continue de f.é.m. E?

Solution :

L'alimentation étant supposée parfaite la puissance P absorbée par la résistance R est fournie par la source de tension de f.é.m. E

$$P = E \bar{i}_E \Rightarrow \bar{i}_E = \frac{P}{E}$$

Cherchons une autre expression de la puissance P. Le courant dans la bobine étant ininterrompu nous pouvons écrire :

$$P = \frac{\bar{v}_s^2}{R} \quad \text{avec : } \bar{v}_s = \frac{n_2}{n_1} \alpha E$$

$$\text{D'où : } P = \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 \frac{(\alpha E)^2}{R}$$

$$\text{et : } \bar{i}_E = \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 \frac{\alpha^2 E}{R}$$

$$\text{Soit : } \bar{i}_E = \left[\left(\frac{180}{120} \right)^2 \frac{(0,4)^2 \times 24}{50} \right] \text{ A}$$

$$\Rightarrow \boxed{\bar{i}_E = 173 \text{ mA}}$$

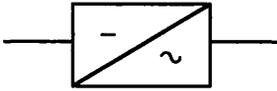


Fig. 1. Symbole du convertisseur continu \rightarrow alternatif.

Un onduleur est un convertisseur statique permettant d'alimenter une charge en courant alternatif à partir d'une source continue. C'est un convertisseur continu \rightarrow alternatif (fig. 1).

Si la source continue est une source de tension, l'onduleur est appelé onduleur de tension ; si c'est une source de courant, on parle de commutateur de courant.

L'onduleur est dit autonome quand il impose sa propre fréquence à la charge.

1 Principe de fonctionnement

Montage de principe

Le principe d'un onduleur monophasé de tension est simple : il s'agit de connecter une source de tension continue à une charge, dans un sens, puis dans l'autre, alternativement, de façon à imposer à la charge une tension alternative.

C'est ce que réalise le montage de principe de la figure 2 grâce à la commande périodique de l'inverseur électronique K.

Commande symétrique

Le basculement de K est pratiquement instantané. La tension u ne peut prendre que deux valeurs (fig. 3) :

- $u = E$ quand K est dans la position 1 ;
- $u = -E$ quand K est dans la position 2.

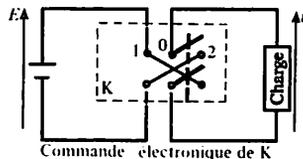


Fig. 2. E est la tension aux bornes de la source ; K est un inverseur électronique, supposé parfait.

Si K est en position 1 : $u = E$;
si K est en position 2 : $u = -E$.

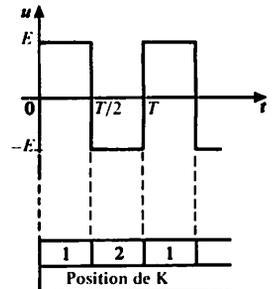


Fig. 3. Commande symétrique. Tension délivrée par l'onduleur avec indication de la position de l'inverseur K.

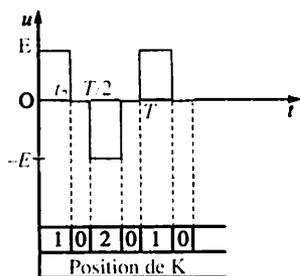


Fig. 4. Commande décalée. Tension u aux bornes de la charge.

Commande décalée

L'inverseur K reste ouvert avant de basculer dans la position 1 ou 2 (fig. 4). La tension u peut prendre trois valeurs :

- $u = E$ quand K est dans la position 1 ;
- $u = 0$ quand K est ouvert (position 0) (nous verrons plus loin comment cela est réalisé) ;
- $u = -E$ quand K est dans la position 2.

Dans la pratique, la fonction de l'inverseur K est réalisée au moyen d'interrupteurs électroniques (transistors ou thyristors).

2 Onduleur à deux transistors

Montage pratique

Le montage nécessite une alimentation continue à point milieu (fig. 5). Pour permettre au courant de circuler dans le sens opposé à celui que peuvent imposer les transistors T_1 ou T_2 (de A_1 vers K_1 dans le cas de T_1), on place près de chacun d'eux une diode de façon à réaliser un montage « antiparallèle ». L'ensemble $T_1 + D_1$ forme l'interrupteur H_1 tandis que l'ensemble $T_2 + D_2$ forme l'interrupteur H_2 (fig. 6).

Séquences de conduction

Nous réalisons cette étude à partir des courbes de la figure 7 : u est une tension en créneaux : nous supposons que le courant dans la charge a une intensité i sinusoïdale, décalée en arrière par rapport à u . Cette situation se rencontre par exemple pour un moteur asynchrone.

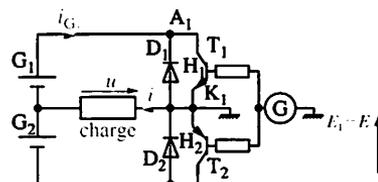


Fig. 5. Montage pratique d'un onduleur à deux transistors. G est le générateur de commande. G_1 et G_2 sont des alimentations pouvant fournir la puissance nécessaire à la charge. T_1 (NPN) et T_2 (PNP) sont des transistors complémentaires.

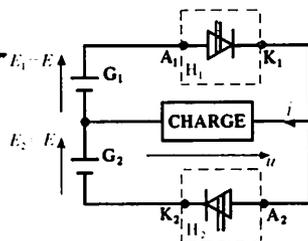


Fig. 6. La convention utilisée pour la charge, portant sur u et i , est celle d'un récepteur.

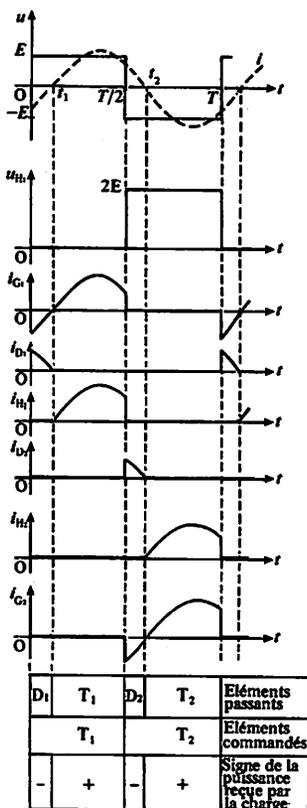


Fig. 7

a) Première demi-période

- H₁ est fermé, H₂ ouvert; la charge connectée à la source G₁ est soumise à une tension : $u = E_1 = E$.
- De 0 à t₁ : l'intensité i est négative et c'est la diode D₁ qui conduit. La puissance reçue par la charge $p = ui$ est également négative : il y a donc récupération par la source G₁ d'une partie de l'énergie fournie à la charge pendant la phase précédente. D₁ est dite diode « de récupération ».
 - De t₁ à T/2 : l'intensité i est positive et c'est T₁ qui conduit. La puissance $p = ui$ est positive : la source G₁ fournit de l'énergie à la charge.

b) Deuxième demi-période

- H₁ est ouvert, H₂ fermé; la charge connectée à la source G₂ est soumise à une tension négative : $u = -E_2 = -E$.
- De T/2 à t₂ : i est positive et c'est la diode D₂ qui conduit; la puissance $p = ui$ est négative, c'est une deuxième phase de récupération d'énergie. D₂ est aussi une diode de récupération.
 - De t₂ à T/2 : i est négative et c'est T₂ qui conduit; la puissance $p = ui$ est positive : la charge reçoit de l'énergie de la source G₂.

c) Conclusion

Les dates t₁ et t₂ dépendent de la charge : cela impose la commande de T₁ et T₂ pendant toute la durée de chaque demi-période.

Malgré les phases de récupération il y a bien entendu globalement transfert d'énergie de la source de tension continue vers la charge.

Un tel montage nécessite une commande symétrique et, alternativement la tension u est égale à E, -E, E, etc.

Remarque

Pendant la phase de récupération, les générateurs G₁ et G₂ doivent recevoir du courant : G₁ de 0 à t₁,

G₂ de $\frac{T}{2}$ à t₂. Deux simples redresseurs ne peuvent

convenir. Pour que ceux-ci soient utilisables dans un tel montage, aux bornes de chacun des redresseurs on peut placer un condensateur de grande capacité (4700 μF par exemple).

1 L'onduleur de tension de la figure 5 est supposé parfait. La charge est soumise à une tension u de valeur efficace $U = 220$ V et absorbe une puissance $P = 1,1$ kW.

- Calculer la valeur moyenne $\overline{i_{G1}}$ de i_{G1} .
- Le facteur de puissance du récepteur est égal à $k = 0,6$. Calculer la valeur efficace I de i .

Solution :

1. Valeur moyenne $\overline{i_{G1}}$ de i_{G1}

Chaque générateur G_1, G_2 fournit la puissance $P_1 = \frac{P}{2}$. Cela correspond à la circulation d'un courant d'une intensité moyenne $\overline{i_{G1}}$:

$$\overline{i_{G1}} = \frac{P_1}{E_1} \quad \text{avec : } E_1 = U \quad \Rightarrow \quad \overline{i_{G1}} = \frac{P}{2U}$$

$$\text{D'où : } \overline{i_{G1}} = \left(\frac{1100}{2 \times 220} \right) \text{ A} \Rightarrow \boxed{\overline{i_{G1}} = 2,5 \text{ A}}$$

2. Valeur efficace I de l'intensité i

L'expression du facteur de puissance

$$k = \frac{P}{S} = \frac{P}{UI} \quad \text{permet d'écrire : } I = \frac{P}{kU}$$

$$\text{Soit : } I = \left(\frac{1100}{0,6 \times 220} \right) \text{ A} \Rightarrow \boxed{I \approx 8,33 \text{ A}}$$

2 La charge de l'onduleur de tension (supposé parfait) de la figure 6 est une résistance de 100Ω placée en série avec une bobine de résistance négligeable. Cette charge absorbe une puissance de $2,25$ W.

Quelle est l'intensité efficace I du courant qui traverse la charge ?

Solution :

La charge, qui est une résistance R , absorbe une puissance P telle que : $P = RI^2$.

Nous tirons la valeur efficace I de i de cette expression

$$I = \sqrt{\frac{P}{R}}$$

$$\text{d'où : } I = \left(\sqrt{\frac{2250}{100}} \right) \text{ A} \Rightarrow \boxed{I = 4,7 \text{ A}}$$

3 Les notations sont celles de la figure 5. La fréquence de la tension u est 75 Hz, sa valeur efficace U est 48 V. Quelle est la valeur de E en supposant les interrupteurs parfaits ?

Solution :

La valeur efficace U de u est égale à la tension E .

$$\text{D'où : } E = U \quad \Rightarrow \quad \boxed{E = 48 \text{ V}}$$

Dans ce chapitre nous notons H un interrupteur électronique unidirectionnel (transistor ou thyristor). L'interrupteur bidirectionnel correspondant comprend, en plus, une diode qui forme un montage dit antiparallèle avec le transistor ou le thyristor.

1 Montage pratique

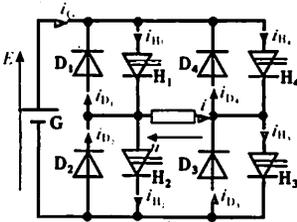


Fig. 1. Onduleur en pont à 4 interrupteurs.

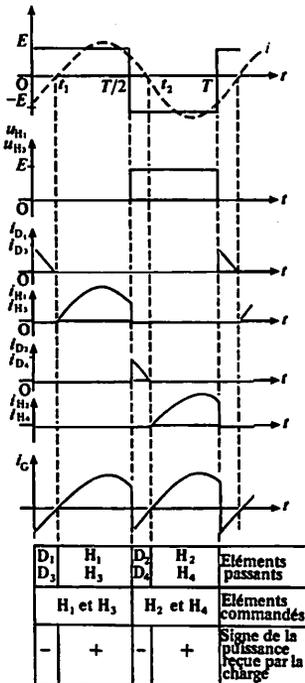
Le montage pratique (fig. 1) nécessite quatre interrupteurs.

Il présente l'avantage de pouvoir être alimenté par une source de tension continue, fixe ou variable, sans point milieu.

Les diodes de récupération (D_1, D_2, D_3, D_4) sont indispensables pour le fonctionnement sur charge inductive.

Contrairement au montage à deux interrupteurs, un tel montage permet de réaliser soit une commande symétrique soit une commande décalée.

2 Commande symétrique



Les interrupteurs H sont commandés périodiquement et deux par deux (H_1 en même temps que H_3 ; H_2 en même temps que H_4).

Après une phase transitoire, le régime permanent s'établit; l'intensité i est alternative et nous la supposons en retard sur la tension u .

Les courbes représentatives de la tension u aux bornes de la charge et des différentes intensités sont données figure 2.

Séquences de fonctionnement pour la première demi-période

H_1 et H_3 sont fermés, H_2 et H_4 sont ouverts (fig. 3). La tension u est positive : $u = E$.

- De 0 à t_1 : i est négative (voir fig. 2); ce sont les diodes D_1 et D_3 qui conduisent; la puissance $p = ui$ est négative : c'est une phase de récupération d'énergie par la source.

- De t_1 à $T/2$: i est positive (voir fig. 2 a), ce sont les interrupteurs H_1 et H_3 qui conduisent; la puissance $p = ui$ est positive : la source fournit de l'énergie à la charge.

Fig. 2. De 0 à t_1 , H_1 et H_3 , bien que commandés, ne conduisent pas, car l'intensité i est encore négative si la charge est inductive.

Séquences de fonctionnement pour la deuxième demi-période

H_1 et H_3 sont ouverts, H_2 et H_4 sont fermés. La tension u est négative : $u = -E$ (fig. 4);

- de $T/2$ à t_2 : i est positive, les diodes D_2 et D_4 conduisent c'est une phase de récupération d'énergie pour la source ($p < 0$);

- de t_2 à T : i est négative, ce sont les interrupteurs H_2 et H_4 qui conduisent. La source fournit de l'énergie à la charge ($p > 0$).

Tension efficace aux bornes de la charge

La valeur efficace de la tension en créneaux u est égale à :

$$U = E$$

En alimentant l'onduleur sous une tension continue réglable, il est possible d'obtenir une tension alternative de valeur efficace déterminée.

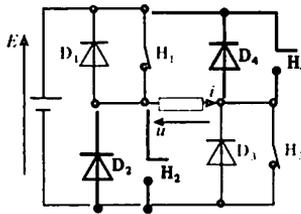


Fig. 3. Fonctionnement pendant la première demi-période (montage équivalent).

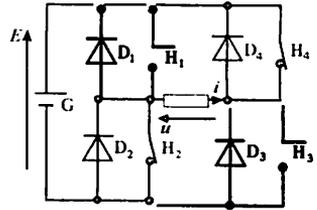


Fig. 4. Fonctionnement pendant la seconde demi-période (montage équivalent).

3 Commande décalée

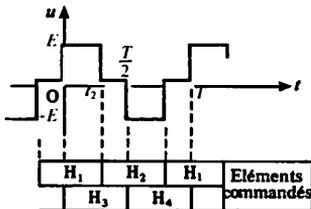


Fig. 5. Commande décalée. Tension de sortie de l'onduleur.

Dans la commande décalée la tension u peut prendre trois valeurs : E , 0 , $-E$.

Principe de la commande décalée

Pour obtenir la tension de la figure 5 : H_2 est fermé lorsque H_1 est ouvert et inversement; il en est de même, respectivement, pour H_3 et H_4 . En revanche, les actions d'amorçage ou de blocage portant sur H_3 sont décalées par rapport à celles qui concernent H_1 . De même la commande de H_4 est décalée par rapport à celle de H_2 .

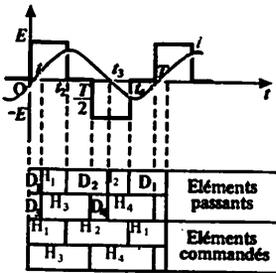


Fig. 6. Commande décalée. Analyse du fonctionnement.

Analyse du fonctionnement

Supposons l'intensité i en retard par rapport à la tension. Sur une période T , six phases de fonctionnement peuvent être distinguées (fig. 1 et 6).

- De 0 à t_1 : D_1 et D_3 conduisent, la charge restitue de l'énergie à la source : c'est une phase de récupération.
- De t_1 à t_2 : H_1 et H_3 conduisent, la source fournit de l'énergie à la charge.
- De t_2 à $T/2$: H_3 et D_2 conduisent. Pendant cette durée la source n'intervient pas, on qualifie cette phase de « phase de roue libre ».
- De $T/2$ à t_3 : D_2 et D_4 conduisent, la charge restitue de l'énergie à la source, c'est une phase de récupération.
- De t_3 à t_4 : H_2 et H_4 conduisent, la source fournit de l'énergie à la charge.
- De t_4 à T : D_1 et H_4 conduisent, c'est une deuxième phase de roue libre.

Tension efficace U aux bornes de la charge

Pour calculer sa valeur nous traçons la courbe $u^2(t)$ (fig. 7) et déterminons l'aire S

$$U^2 = \frac{S}{T/2} = \frac{2}{T} E^2 t_2 \quad \text{avec : } t_2 \in \left\{ 0, \frac{T}{2} \right\}$$

D'où :

$$U = E \sqrt{2 \frac{t_2}{T}}$$

t_2 étant réglable de 0 à $T/2$, la valeur efficace U peut être fixée à toute valeur entre 0 et E (fig. 7).

Décalage angulaire

Le décalage est égal à la durée $\tau = \frac{T}{2} - t_2$.

A cette durée τ correspond un décalage angulaire θ :

$$\theta = \omega \tau$$

On exprime θ en radians, ω en radians par seconde et τ en secondes.

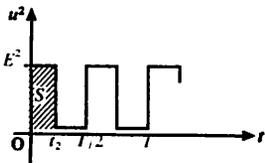
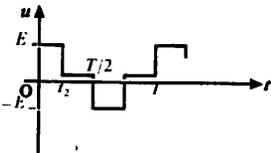


Fig. 7. Valeur efficace U de la tension.

Un onduleur à 4 interrupteurs électroniques, fonctionnant simultanément deux par deux (fig. 8), est alimenté par un générateur de f.é.m. $E = 24 \text{ V}$. La forme de la tension $u(t)$ est celle de la figure 9. La charge est une résistance de 100Ω .

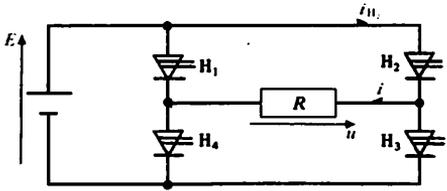


Fig. 8

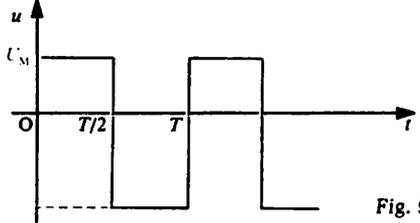


Fig. 9

1. Préciser les phases de conduction de chaque interrupteur sur une période, ainsi que la valeur de U_M .
2. Donner l'allure de l'intensité du courant qui traverse cette résistance.
3. Quelle est la puissance dissipée dans la charge ?
4. Quelle est la valeur moyenne de l'intensité du courant qui traverse chaque interrupteur ?

Solution :

1. Phases de conduction

Sur une période les éléments qui conduisent sont :

- de 0 à $\frac{T}{2}$: (H_2, H_4);
- de $\frac{T}{2}$ à T : (H_1, H_3).

La valeur de crête de la tension est $U_M = E$.

$\Rightarrow U_M = 24 \text{ V}$

2. Allure de $i(t)$

L'intensité i du courant dans la résistance R est donnée par la loi d'Ohm :

$i = \frac{u}{R}$. La courbe $i(t)$ a même forme que la courbe $u(t)$.

- De 0 à $\frac{T}{2}$, $u = U_M = 24 \text{ V}$ et l'intensité i est égale à $0,24 \text{ A}$;
- De $\frac{T}{2}$ à T, $u = -U_M = -24 \text{ V}$ et l'intensité i est égale à $-0,24 \text{ A}$.

3. Puissance P dissipée dans la charge

La valeur moyenne de l'intensité i est nulle, mais sa valeur efficace I est $0,24 \text{ A}$. La puissance moyenne dissipée dans la résistance R se calcule à partir de la valeur efficace du courant qui traverse R (effet Joule) :

$P = RI^2 \Rightarrow P = [100 \times (0,24)^2] \text{ W}$
 $\Rightarrow P = 5,76 \text{ W}$

4. Valeur moyenne de l'intensité du courant i_{H2}

La forme de l'intensité du courant qui traverse un interrupteur (H_2 par exemple) est donnée sur la figure 10. Appelons S l'aire d'un créneau.

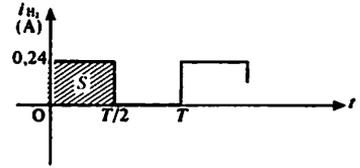


Fig. 10

L'intensité moyenne du courant est donnée par l'expression :

$\overline{i_{H2}} = \frac{S}{T} \Rightarrow \overline{i_{H2}} = \frac{0,24(T/2)}{T}$
 $\Rightarrow \overline{i_{H2}} = 0,12 \text{ A}$

► M.P.L.I. : Modulation de Position et de Largeur d'Impulsion.

Si la tension de sortie d'un onduleur n'est pas sinusoïdale, l'intensité du courant qu'il débite dans sa charge ne l'est pas non plus. Elle comporte donc des harmoniques. Ceux-ci génèrent des parasites radioélectriques; dans le cas des moteurs, ils engendrent des pertes supplémentaires et rendent les machines bruyantes.

Nous allons tout d'abord étudier le cas d'un onduleur à commande décalée (voir chapitre 85) puis nous nous intéresserons au cas des onduleurs à M.P.L.I. qui, associés à des filtres peuvent fournir des tensions quasi sinusoïdales.

1 Tension et courant d'un onduleur

Spectre de fréquences

On montre qu'une grandeur $u(t)$ périodique, non sinusoïdale, de période T (donc de fréquence $f = \frac{1}{T}$), peut s'écrire, en posant $\omega = 2\pi f$:

$$u(t) = U_1 \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi_1) + U_2 \sqrt{2} \sin(2\omega t + \varphi_2) + \dots + U_n \sqrt{2} \sin(n\omega t + \varphi_n) + \dots$$

Elle est donc équivalente à la superposition d'une composante de fréquence f (appelée fondamentale de u) et de composantes de fréquences multiples de f (appelées harmoniques 2, 3, ..., n , ... lorsque leur fréquence est $2f$, $3f$, ..., nf ...). En général, les harmoniques de rang très élevé ont des amplitudes faibles et ils peuvent être négligés.

Sur un graphique, on obtient le spectre de fréquence de u en portant, pour chaque composante de u , en abscisses la fréquence et en ordonnées la valeur efficace.

La figure 1 représente le spectre d'une tension carrée, symétrique, comme celle obtenue avec un onduleur à commande symétrique. Il montre que cette tension est riche en harmoniques, notamment de rang faible (3, 5, etc.) c'est-à-dire en harmoniques difficiles à éliminer au moyen d'un filtre.

Modification du spectre par décalage

L'utilisation d'une commande décalée, avec réglage du décalage (voir chapitre 85, fig. 5), permet d'éliminer ou d'atténuer tel ou tel harmonique :

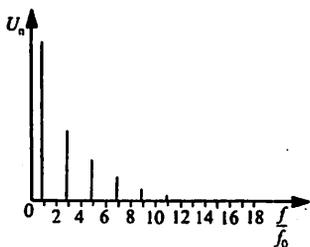


Fig. 1. Spectre de fréquences de la tension fournie par un onduleur en pont à commande symétrique.

On a noté f_0 la fréquence du fondamental, c'est-à-dire la fréquence de fonctionnement de l'onduleur; en abscisse on porte le rapport $\frac{f}{f_0}$, on a ainsi le rang de l'harmonique considéré.

Le spectre de la tension carrée u ne comporte pas d'harmonique de rang pair parce que u est alternative. C'est une propriété générale des fonctions alternatives.

Si U_1 est la valeur efficace du fondamental, la valeur efficace U_n d'un harmonique de rang n (impair) est ici égale à $\frac{U_1}{n}$.

- un décalage τ égal à $\frac{T}{6}$ permet d'éliminer l'harmonique 3;
- avec un décalage τ égal à $\frac{T}{10}$, on élimine l'harmonique 5;
- avec $\tau = \frac{T}{8}$ on atténue partiellement les harmoniques 3 et 5.

L'onduleur à commande décalée apporte donc une amélioration de fonctionnement par rapport à l'onduleur à commande symétrique. Toutefois, si la fréquence d'un tel onduleur est égale à 50 Hz et qu'on ait choisi d'éliminer l'harmonique 3, il génère encore des courants parasites de 250 Hz et de 350 Hz, etc. qui peuvent se révéler gênants.

2 Onduleur à M.P.L.I.

Présentation

Il s'agit d'un onduleur en pont, à quatre interrupteurs (fig. 2). Il fait partie des onduleurs les plus utilisés.

La tension u aux bornes de la charge a la forme représentée sur la figure 3. Elle est obtenue par une commande particulière des interrupteurs H_1 , H_2 , H_3 et H_4 , du même type que la commande décalée précédente, mais plus complexe. Cette tension est formée d'impulsions qui se présentent en séquences périodiques de période T . Sur la figure 3, la séquence est constituée de 10 impulsions, cinq positives (de 0 à $\frac{T}{2}$) et 5 négatives,

identiques aux cinq premières au signe près. La tension u est alternative puisqu'elle vérifie la relation :

$$u\left(t + \frac{T}{2}\right) = -u(t)$$

Dans la séquence de base, formée des cinq impulsions élaborées de 0 à $\frac{T}{2}$,

une largeur qui dépend de leur position dans la séquence : on dit que leur largeur est modulée en fonction de cette position.

Quant aux centres de ces impulsions qui correspondent aux instants t_1, t_2, \dots, t_5 , nous constatons

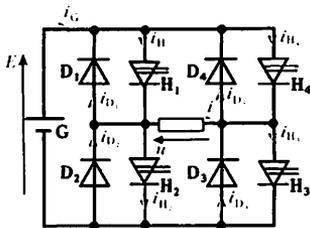


Fig. 2. Onduleur en pont à 4 interrupteurs.

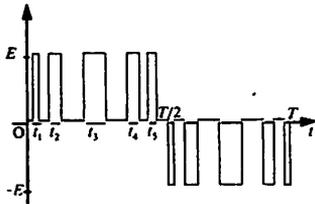


Fig. 3. Tension de sortie d'un onduleur autonome M.P.L.I. Le nombre d'impulsions par demi-période, égal à 5 ici, est en réalité plus élevé. La séquence se reproduisant périodiquement, la tension u est périodique et symétrique.

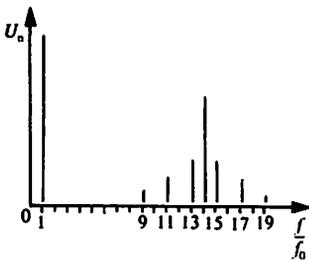


Fig. 4. Spectre de fréquences de la tension délivrée par un onduleur à M.P.L.I. Le dessin a été réalisé sous l'hypothèse où le nombre p d'impulsions par période est égal à 14 (p est un nombre pair). Dans ce cas, le spectre comporte un fondamental de fréquence f_0 , des harmoniques de rangs impairs groupés autour de l'harmonique 14, ainsi que d'autres composantes de rang encore plus élevé (voisin de 28) non représentées ici. Tous ces harmoniques sont facilement filtrés parce que leur fréquence est élevée et très différente de celle du fondamental.

qu'ils ne sont pas équidistants puisque les intervalles de temps successifs $[t_1, t_2]$, $[t_2, t_3]$, etc., ne sont pas égaux. On dit également que la position de ces impulsions est modulée (d'où le nom de ces onduleurs).

Spectre de la tension d'un onduleur à M.P.L.I.

La figure 4 montre que le spectre de la tension délivrée par un onduleur M.P.L.I. (fig. 3) est riche en harmoniques mais de rangs élevés. Dans ce cas, un filtre passe-bas de petites dimensions (fig. 5), suffit à les éliminer. Un onduleur M.P.L.I. est donc toujours vendu avec son filtre, et, dans ces conditions, il délivre une tension pratiquement sinusoïdale.

Les onduleurs à M.P.L.I. peuvent donc être utilisés en alimentation de secours des ordinateurs dont le fonctionnement peut, en effet, être perturbé par la présence d'harmoniques.

Les onduleurs à M.P.L.I. monophasés ont des puissances apparentes comprises entre 5 et 200 kVA. On trouve également des onduleurs à M.P.L.I. triphasés dont la puissance apparente peut atteindre 3 600 kVA.

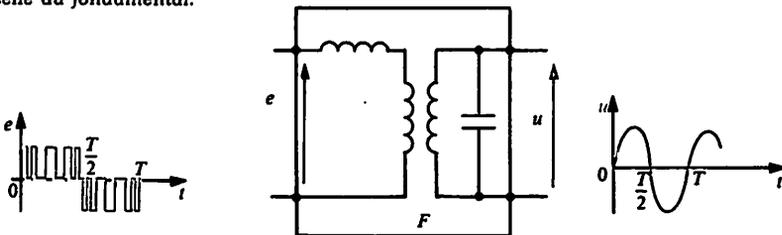


Fig. 5. Filtre associé à un onduleur M.P.L.I. C'est un filtre passe-bas, peu sélectif puisque les fréquences des harmoniques à éliminer sont très supérieures à la fréquence du fondamental (lorsque les harmoniques ont des fréquences voisines, il est difficile de les séparer et ce n'est pas le cas ici).

Le générateur électrique de secours d'un établissement est un onduleur monophasé alimenté par une batterie d'accumulateurs de f.é.m. $E = 96$ V. L'onduleur fournit une tension alternative de valeur efficace $U = 220$ V, et un courant sinusoïdal d'intensité efficace $I = 25$ A. Le facteur de puissance $\cos \varphi$ de l'installation alimentée par l'onduleur est égal à 0,90. Le rendement η de l'onduleur est 85 %.

1. Quelle est l'intensité moyenne \bar{j} du courant débité par la batterie ?

2. Quelle doit être la capacité de la batterie d'accumulateurs pour que l'installation de secours puisse fonctionner pendant 6 heures sans être rechargée.

Solution :

1. Intensité moyenne \bar{j} du courant débité par la batterie

Si la batterie fournit une puissance P , l'intensité moyenne \bar{j} du courant j qu'elle débite est égale à :

$$\bar{j} = \frac{P}{E}$$

Calculons P . La charge absorbe la puissance P_u

$$P_u = UI \cos \varphi$$

La batterie fournit donc la puissance :

$$P = \frac{P_u}{\eta}$$

$$\text{Soit : } P = \frac{UI \cos \varphi}{\eta}$$

$$\text{D'où : } \bar{j} = \frac{P}{E} = \frac{P_u}{\eta E} = \frac{UI \cos \varphi}{\eta E}$$

$$\text{Soit : } \bar{j} = \frac{220 \times 25 \times 0,9}{0,85 \times 96} \text{ A} \Rightarrow \boxed{\bar{j} \approx 61 \text{ A}}$$

2. Capacité Q de la batterie

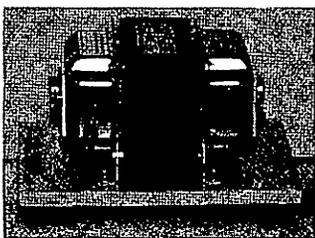
Pour que l'onduleur fonctionne pendant une durée t de 6 h, la capacité de la batterie doit être égale à :

$$Q = \bar{j} t$$

Pour ce calcul nous reprenons la valeur de \bar{j} gardée en mémoire (valeur non arrondie).

D'où :

$$Q = (60,66... \times 6) \text{ Ah} \Rightarrow \boxed{Q \approx 364 \text{ Ah}}$$

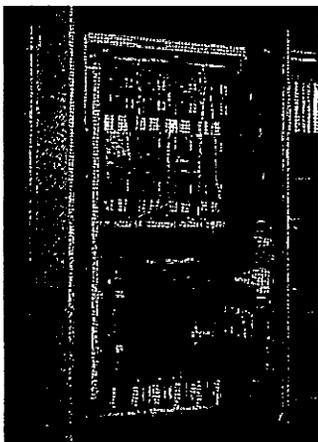


Onduleur prévu pour l'alimentation d'une caravane. La source de courant continu est la batterie d'accumulateurs.

Les onduleurs autonomes sont utilisés comme alimentations de secours (en cas de panne du réseau), ou comme alimentations de sûreté (sans microcoupure). Ils alimentent aussi les dispositifs de chauffage par induction (trempe ou fusion) mais ils sont surtout utilisés pour alimenter des moteurs synchrones ou asynchrones dont on désire faire varier la vitesse.

Le domaine de fréquences couvert par les onduleurs autonomes va de quelques dizaines de hertz en ce qui concerne l'alimentation des moteurs à courants alternatifs à quelques centaines de hertz pour ce qui est du chauffage par induction.

1 Alimentations de sûreté



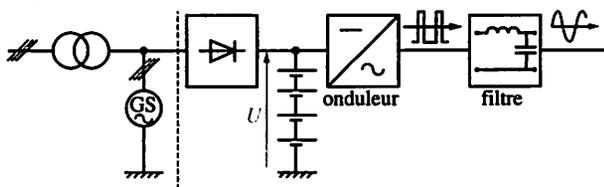
Alimentations statiques (onduleurs) sans coupure en parallèle (2 x 250 kVA).

Du fait du grand nombre d'utilisateurs connectés sur le secteur public et des activités industrielles diverses que permet celui-ci, le fonctionnement du réseau n'est pas régulier : des tensions parasites s'ajoutent et il présente même parfois des microcoupures très préjudiciables au fonctionnement de certains appareils comme les ordinateurs ou les centres de transmissions de données. Dans ce cas il faut avoir recours à une alimentation de sûreté. Une alimentation de sûreté fournit une tension identique à celle du réseau, de même fréquence et de même valeur efficace, mais, comme elle n'alimente qu'un seul appareil ou une seule installation, sa tension de sortie est parfaitement régulière.

La figure 1 donne le schéma synoptique d'une telle installation de puissance : de gauche à droite, on trouve successivement :

- le réseau triphasé, ou, en cas de panne de celui-ci, un alternateur (génératrice synchrone), fournissant une tension alternative à un pont redresseur : cet alternateur fait partie d'un groupe électrogène ;

Fig. 1



- le pont redresseur qui alimente en permanence une batterie tampon : de cette manière, en cas de panne du réseau, pendant le laps de temps nécessaire à la mise en marche de l'alternateur, cette batterie fournit seule la tension continue U nécessaire au fonctionnement de l'onduleur ;
- l'onduleur et son filtre.

3 Alimentation de moteurs

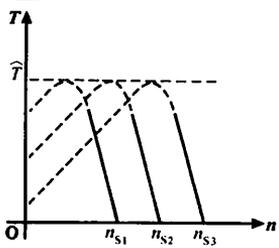


Fig. 2. Réseau de caractéristiques mécaniques d'un groupe onduleur autonome-moteur asynchrone alimenté de manière que le rapport $\frac{V_s}{f_s}$ soit constant. Pour un moteur asynchrone le couple maximal n'est jamais atteint.

► **Unités**
 On exprime :
 V_s en volts
 f_s en hertz
 Φ en webers
 n et n_s en tours par seconde.

Un onduleur peut être utilisé pour le réglage de la vitesse des moteurs asynchrones. Pour bien comprendre l'intérêt de cette application rappelons quelques résultats concernant ces moteurs.

La valeur efficace V_s de la f.é.m. induite dans une phase du stator est :

$$V_s = K f_s N_s \Phi$$

(la relation est la même que pour une machine synchrone).

Dans cette relation on désigne par K un coefficient qui dépend de la machine, par f_s la fréquence de la tension d'alimentation, par N_s le nombre de conducteurs d'une phase de l'induit et par Φ le flux utile maximal embrassé par une spire.

La fréquence de rotation n est égale à :

$$n = n_s (1 - g) = \frac{f_s}{p} (1 - g) \text{ puisque : } n_s = \frac{f_s}{p}$$

en appelant : n_s la fréquence de synchronisme, g le glissement et p le nombre de paires de pôles engendrés par le bobinage statorique.

Conditions à réaliser

Pour faire varier la fréquence de rotation d'un moteur asynchrone, il suffit de faire varier la fréquence f_s de la tension d'alimentation du stator. Toutefois cette condition n'est pas seule à prendre en compte pour le fonctionnement du moteur. En effet, il faut aussi qu'il puisse développer un couple important. Pour que le couple électromagnétique maximal du moteur soit constant, il faut que le flux maximal Φ embrassé par une spire du stator soit constant. Or, on a sensiblement :

$$\Phi = \frac{1}{KN_s} \cdot \frac{V_s}{f_s}$$

Il faut donc alimenter le moteur en maintenant le rapport $\frac{V_s}{f_s}$ constant.

Lorsque $\frac{V_s}{f_s} = C^{te}$, le réseau de caractéristiques mécaniques du montage onduleur autonome-moteur asynchrone est, dans la zone utile, un ensemble de segments de droites parallèles (fig. 2). En effet, on peut montrer que le moment T du couple électromagnétique d'un moteur asynchrone triphasé ne dépend que de la différence ($n_s - n$). Sur le plan technique, un tel réglage de vitesse, de plus en plus fréquent, représente une solution de qualité.

3 Réglage de la vitesse des moteurs synchrones

Des onduleurs du même type (conservant le rapport $\frac{V}{f}$ constant) sont aussi utilisés pour régler la vitesse des moteurs synchrones.

Comme les moteurs synchrones sont plus coûteux que les moteurs asynchrones, les dispositifs d'électronique de puissance qui leur sont associés sont en général plus élaborés : onduleur et moteur synchrone peuvent alors être insérés dans un système plus complexe permettant la régulation de la vitesse ou d'un autre paramètre.

Les moteurs synchrones autopilotés qui équipent le TGV atlantique sont des moteurs synchrones alimentés par des onduleurs dont la fréquence est commandée par la rotation de chaque moteur : ces moteurs, beaucoup plus robustes que les moteurs à courant continu, en possèdent toutes les remarquables qualités.

► Un moteur asynchrone pouvant fonctionner sous 220 V, à 50 Hz, n'est pas sous-alimenté si, à l'aide d'un onduleur, on ne lui applique qu'une tension de 110 V et de fréquence 25 Hz. Au contraire, il peut ainsi développer, à vitesse réduite, le même couple que celui qu'il peut fournir à vitesse élevée. Un tel moteur, si les considérations mécaniques le permettent, peut supporter une tension de 264 V et de fréquence 60 Hz.

Un moteur asynchrone triphasé tétrapolaire est alimenté par un onduleur qui maintient entre ses bornes de phases un système triphasé de tensions. Chacune de ces tensions a pour valeur efficace U et pour fréquence f .

Le rapport $\frac{U}{f}$ est constant et tel que la tension U est égale à 220 V à 50 Hz. La fréquence de rotation du moteur est alors égale à 1425 tr/min (fig. 3).

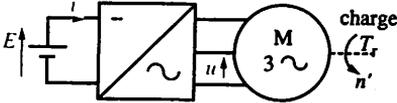


Fig. 3.

La charge entraînée par le moteur présente un couple résistant de moment T_r constant. Dans ces conditions, on peut considérer que l'écart ($n_s - n$) est constant.

1. Calculer f et U pour que la fréquence de rotation du moteur soit égale à 1000 tr/min.

2. Lorsque la tension U est égale à 220 V, le moteur absorbe une puissance électrique P_a de 3,5 kW. La source de tension continu alimentant l'onduleur présente une f.é.m. $E = 250$ V. Dans les conditions de la question précédente, quelle est l'intensité moyenne \bar{j} du courant débité par cette source si le rendement de l'onduleur est égal à $\eta_0 = 95\%$?

Solution :

1. Valeur de f

A 50 Hz si la fréquence de rotation du moteur est $n' = 1425$ tr/min, la fréquence de synchronisme est égale à : $n'_s = 1500$ tr/min.

D'où : $\Delta n' = n'_s - n' = 75$ tr/min.

Le fonctionnement ayant lieu en maintenant le rapport $\frac{U}{f}$ constant, $\Delta n'$ est constant puisque le moment du couple moteur T_m est constant. Pour

obtenir $n' = n'_2 = 1000$ tr/min, la fréquence de rotation au synchronisme doit être égale à :

$$n'_{s2} = (75 + 1000) \text{ tr/min}$$

soit : $n'_{s2} = 1075$ tr/min

Cela correspond à la fréquence de synchronisme :

$$f_2 = n_{s2} p \Rightarrow \boxed{f_2 = 35,8 \text{ Hz}}$$

Détermination de U

Le rapport $\frac{U}{f}$ est constant et connu dans un cas (220 V/50 Hz). Nous pouvons donc écrire en appelant U_2 la valeur efficace de la tension de fréquence f_2 :

$$\frac{U_2}{f_2} = \frac{U}{f} = \frac{220}{50} \Rightarrow \frac{U}{f} = 4,4 \text{ V/Hz}$$

Nous en déduisons pour $f = f_2 = 35,8$ Hz :

$$U_2 = (4,4 \times 35,8) \text{ V} \Rightarrow \boxed{U_2 \approx 158 \text{ V}}$$

2. Intensité moyenne \bar{j} du courant débité par la source

Si la source fournit une puissance P_0 nous pouvons écrire :

$$\bar{j} = \frac{P_0}{E}$$

Cette puissance P_0 se déduit de la valeur de la puissance P_a

$$P_0 = \frac{P_a}{\eta_0}$$

$$\text{D'où : } \bar{j} = \frac{P_a}{E \eta_0}$$

$$\text{Soit : } \bar{j} = \frac{3,5 \cdot 10^3}{250 \times 0,95} \text{ A} \Rightarrow \boxed{\bar{j} = 14,7 \text{ A}}$$

1 Systèmes commandés



Fig. 1. Alimentation à découpage forward

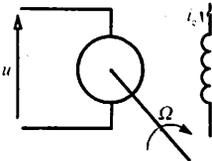


Fig. 2. Un moteur peut être commandé par sa tension d'alimentation u , mais aussi, dans certains cas, par le courant d'intensité I qui le traverse, ou encore par le courant d'excitation d'intensité i_0 qui parcourt l'inducteur (plus rarement).

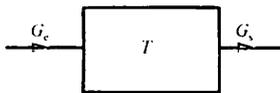


Fig. 3. Les schémas unifilaires permettent de représenter très simplement les systèmes étudiés. Un organe est représenté par sa fonction de transfert ou sa transmittance T ; aux grandeurs d'entrée G_e et de sortie G_s , sont associés des flèches dirigées conventionnellement de l'entrée vers la sortie. La grandeur de sortie s'obtient en multipliant la grandeur d'entrée par la transmittance de l'organe.

Les systèmes modernes, industriels, militaires ou même domestiques, sont maintenant souvent asservis ou régulés (asservissement de vitesse d'un train de laminoirs ou d'une chaîne de fabrication de papier, «verrouillage» d'un missile sur une cible, système antiblocage d'une automobile, régulation de température d'un appartement, etc.). Des étages d'électronique de puissance (hacheurs, onduleurs, amplificateurs de puissance, etc.) sont presque toujours présents dans un asservissement, à un niveau intermédiaire entre les étages de traitement du signal et les organes effecteurs (moteurs). Apprendre à connaître les systèmes asservis, c'est donc se familiariser avec les dispositifs où sont souvent utilisées les structures que nous avons rencontrées dans les chapitres précédents et, donc, mieux mesurer l'importance des qualités qu'on leur demande (en particulier la linéarité, le faible encombrement, le bon rendement, etc.).

Dans ce chapitre et dans le suivant, nous nous familiariserons avec la structure générale des systèmes asservis, de manière à en comprendre le fonctionnement général. Dans le chapitre 90 nous étudierons un système mettant effectivement en jeu des dispositifs d'électronique de puissance. Le chapitre 91 nous permettra d'approfondir notre connaissance des systèmes asservis.

Exemples

- Une alimentation à découpage de type «forward» peut être commandée par le rapport cyclique α de conduction du transistor interrupteur; la valeur moyenne V_s de la tension de sortie v_s est alors de la forme $V_s = \alpha V_0$ (fig. 1).

- Un moteur à courant continu à excitation séparée peut être commandé par la tension u appliquée à son induit et la grandeur de sortie peut être sa vitesse angulaire Ω (fig. 2).

Définition

Tout dispositif dans lequel le réglage d'une grandeur d'entrée G_e permet d'obtenir une grandeur de sortie G_s , ne dépendant en principe que de G_e , est un système commandé. On symbolise ce dispositif par un rectangle (fig. 3) et un schéma unifilaire fait apparaître la grandeur d'entrée G_e et la grandeur de sortie G_s .

Transmittance

Un système réel est rarement parfaitement linéaire (la tension de sortie d'un hacheur, par exemple, n'est pas exactement proportionnelle à son rapport cyclique) mais souvent, il peut être modélisé par un système linéaire. Dans le cas le plus simple, on peut alors écrire :

$$G_s = TG_o$$

T est la fonction de transfert ou transmittance du système.

2 Système commandé en chaîne ouverte

Analyse d'un montage simple

Le montage de la figure 4 permet d'alimenter le moteur M sous une tension réglable, donc d'ajuster sa vitesse. Ce système peut être représenté par la chaîne de la figure 5.

A l'intérieur du rectangle représentant chaque élément de la chaîne, nous avons inscrit la transmittance de cet élément. Les différentes grandeurs d'entrée et de sortie sont également représentées sur ce schéma unifilaire :

- Le système de commande du hacheur permet d'obtenir un rapport cyclique α proportionnel à une tension u_c qui est la tension de commande du montage (fig. 6).

$$\alpha = k_1 u_c \quad (k_1 = C^{(a)})$$

- Le hacheur est alimenté sous la tension constante U_0 ; on suppose que le courant dans le moteur est ininterrompu, la tension de sortie U_s du hacheur est donc telle que :

$$U_s = \alpha U_0$$

- Le moteur à excitation séparée, alimenté sous la tension de valeur moyenne U_s tourne à la vitesse Ω (fig. 7). Nous le supposons parfaitement compensé de sorte que sa f.é.m. E est proportionnelle à Ω . Posons $E = k_2 \Omega$ et cherchons une relation entre Ω et U_s . Si nous négligeons la chute ohmique RI devant E, nous pouvons écrire :

$$U_s \approx E = k_2 \Omega$$

D'où la valeur de la grandeur de sortie Ω :

$$\Omega = \frac{U_s}{k_2}$$

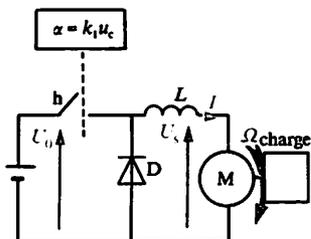


Fig. 4. Le rapport cyclique α est proportionnel à une tension de commande u_c (dans la mesure où $0 < \alpha < 1$). On suppose que l'intensité I ne s'annule pas; la tension de sortie est donnée par la relation : $U_s = U_0 \alpha$.

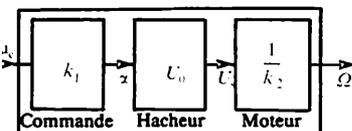


Fig. 5. Représentation symbolique du montage précédent.

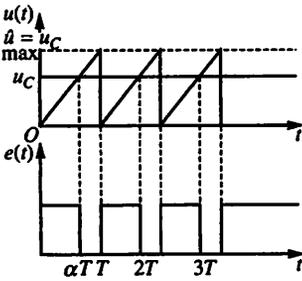


Fig. 6. Obtention d'un rapport cyclique proportionnel à une tension de commande u_c : $\alpha = k_1 u_c$. Supposons que nous disposions d'une tension $u(t)$ en dents de scie (ou d'une tension en triangle), variant en fonction du temps entre 0 et \hat{u} , et d'une tension de commande u_c réglable entre 0 et \hat{u} . La comparaison de ces deux tensions délimite des durées pendant lesquelles on a $u \leq u_c$, et d'autres pendant lesquelles $u \geq u_c$. Grâce à un comparateur nous pouvons donc élaborer, à partir de $u(t)$ et de u_c , une tension $e(t)$ qui est égale à E de 0 à αT , et qui est nulle de αT à T, etc. Quand u_c croît, on constate que α croît également : on montre sans difficulté que α satisfait à la relation $\alpha = \frac{u_c}{\hat{u}}$

Donc : $\alpha = k_1 u_c$ avec $k_1 = \frac{1}{\hat{u}}$.

Si $\hat{u} = 10 \text{ V}$ alors : $\alpha = 0,1 \text{ V}^{-1}$.

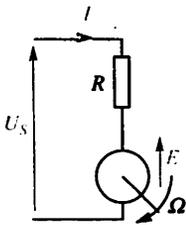


Fig. 7. Moteur à excitation indépendante, compensé : $E = k_2 \Omega$.

- Au total, pour cette chaîne, la relation entre grandeur de sortie et grandeur d'entrée est :

$$\Omega = \frac{U_s}{k_2} = \frac{\alpha U_0}{k_2} = \frac{k_1 U_0}{k_2} u_c \quad \left(\frac{k_1 U_0}{k_2} = C^{10} \right)$$

La transmittance de la chaîne est égale à :

$$H = \frac{\Omega}{u_c} = \frac{k_1 U_0}{k_2}$$

Selon cette relation, pour obtenir une vitesse déterminée Ω , il suffit d'afficher une valeur u_c (quelle que soit la charge).

Remarque

Cette relation ne doit pas masquer la réalité. Le résultat précédent s'applique si la chute ohmique RI est faible devant E (c'est-à-dire tant que l'intensité I du courant dans l'induit reste faible devant l'intensité nominale). Dans le cas contraire, la loi d'Ohm appliquée au moteur s'écrit (fig. 7) :

$$U_s = \alpha U_0 = k_2 \Omega + RI$$

Pour une valeur α déterminée du rapport cyclique, si la charge croît, il en est de même de I et de RI . La tension U_s étant constante, à une augmentation de RI correspond une diminution de Ω (le moteur ralentit lorsque sa charge augmente). Dans ce cas, pour retrouver la vitesse initiale, l'opérateur doit provoquer une augmentation de α en faisant croître la tension de commande u_c .

Insuffisance d'une chaîne ouverte

Dans le système précédent, il faut une intervention manuelle pour maintenir la grandeur de sortie Ω constante quand la charge du moteur augmente : l'opérateur augmente quelque peu la tension de commande u_c ; il effectue une « correction » manuelle. Dans les chapitres suivants, nous verrons qu'on peut rendre cette correction automatique en complétant le système précédent par une deuxième chaîne, le nouveau système ainsi obtenu prenant désormais le nom de système asservi.

1 On étudie le système commandé qui, lorsque le moteur fonctionne à vide, peut être décrit par la chaîne ouverte de la figure 8 :

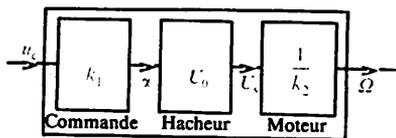


Fig. 8

$$D'où : k_2 = \frac{60 \times 12}{2\pi \times 3000}$$

$$\Rightarrow k_2 = 3,82 \cdot 10^{-2} \text{ V} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}$$

2. Rôle de l'inductance

Pour un hacheur série, la relation $U_s = U_0 \alpha$ n'est vérifiée que si la conduction dans la charge est ininterrompue (chap. 79). Si le moteur est à vide, il est traversé par un courant d'intensité moyenne assez faible. Pour que l'hypothèse soit vraie, il faut placer une inductance de lissage en série avec le moteur et faire fonctionner le hacheur à fréquence élevée, de façon à réduire l'ondulation du courant.

3. Transmittance k_1

Nous pouvons écrire directement :

$$\alpha = k_1 u_c \Rightarrow k_1 = \frac{\alpha}{u_c}$$

$$\alpha = 1 \text{ pour } u_c = 0,4 \text{ V} \Rightarrow k_1 = \left(\frac{1}{0,4} \right) \text{ V}^{-1}$$

$$\Rightarrow k_1 = 2,5 \text{ V}^{-1}$$

De même :

$$H = \frac{\Omega}{u_c} \Rightarrow H = \frac{k_1 U_0}{k_2}$$

$$\text{Soit : } H = \frac{2,5 \times 20}{3,82 \cdot 10^{-2}} \text{ rad/V} \cdot \text{s}$$

$$\Rightarrow H = 1,31 \cdot 10^3 \text{ rad/V} \cdot \text{s}$$

4. Calcul de u_{c0}

$$\Omega_0 = H u_{c0} \Rightarrow u_{c0} = \frac{\Omega_0}{H} \text{ avec : } \Omega_0 = 2\pi \frac{n'_0}{60}$$

$$\text{Soit : } u_{c0} = \frac{2\pi n'_0}{60H}$$

$$D'où : u_{c0} = \frac{2\pi \times 2000}{60 \times 1,31 \cdot 10^3} \text{ V}$$

$$\Rightarrow u_{c0} = 160 \text{ mV}$$

1. La f.é.m. E du moteur est égale à 12 V lorsque la fréquence de rotation n' atteint 3000 tr/min. Calculer la constante k_2 .

2. A vide, le fonctionnement du hacheur demeure linéaire et l'on a $I_s = U_0 \alpha$, avec $U_0 = 20 \text{ V}$. Pour obtenir ce résultat, une inductance est placée en série avec le moteur. Quelle est son rôle ?

3. Le rapport cyclique α du hacheur est réglable de 0 à 1 grâce à la tension de commande u_c qui peut évoluer entre 0 et 400 mV.

Calculer la transmittance k_1 du bloc de commande du hacheur et la transmittance H de la chaîne ouverte de la figure 8.

4. Quelle valeur u_{c0} faut-il donner à u_c pour que la fréquence de rotation du moteur à vide, n'_0 , soit égale à 2000 tr/min ?

Solution :

1. Transmittance k_2

D'après la figure 8 :

$$\Omega = \frac{U_s}{k_2}, \text{ avec, à vide : } U_s = E,$$

$$\text{donc : } k_2 = \frac{E}{\Omega}$$

La vitesse angulaire Ω étant donnée en fonction de la fréquence de rotation n'

par la relation : $\Omega = 2\pi \frac{n'}{60}$ nous pouvons écrire :

$$k_2 = \frac{60E}{2\pi n'}$$

1 Structure générale d'un système asservi

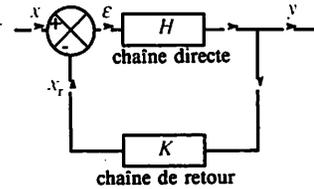


Fig. 1. Schéma synoptique d'un système asservi ou « système bouclé! ».

Schéma synoptique

Il est donné par la figure 1 et fait apparaître :

- une chaîne directe de transmittance $H = \frac{y}{\varepsilon}$ qui comporte en général :
 - les organes de puissance, par exemple un groupe tournant (moteur et charge) et son dispositif d'alimentation (hacheur);
 - les dispositifs de commande (par exemple le bloc électronique qui contrôle le rapport cyclique d'un hacheur).
- une chaîne de retour de transmittance $K = \frac{x_r}{y}$ chargée de renvoyer vers l'entrée une image fidèle de la grandeur de sortie. Elle comporte donc très souvent un transducteur (voir chapitre 92) de type électromécanique (dynamo tachymétrique, capteur de position, etc.).
- un opérateur de différence (ou comparateur) qui permet d'obtenir la grandeur d'entrée ε de la chaîne directe à partir de la grandeur d'entrée x du système asservi et de la grandeur de retour x_r : $\varepsilon = x - x_r$.

Remarque

En électrotechnique, la grandeur de sortie y et la grandeur d'entrée ε sont, en général, de nature physique différente : y est souvent une grandeur mécanique (vitesse, position, etc.) tandis que ε est une tension électrique. En revanche x , x_r , ε sont de même nature.

Transmittance du système asservi

La transmittance du système global, ou système en chaîne fermée, est la quantité :

$$T = \frac{y}{x}$$

Pour établir cette expression, rappelons les relations précédentes :

$$y = H\varepsilon \quad , \quad x_r = Ky \quad , \quad \varepsilon = x - x_r$$

Elles permettent d'écrire :

$$y = H(x - x_r) = Hx - HKy$$

$$\text{soit :} \quad y(1 + HK) = Hx$$

On en déduit donc l'expression de T :

$$T = \frac{y}{x} = \frac{H}{1 + HK}$$

2 Intérêt d'un système asservi

Notion de perturbation

Les actionneurs de la chaîne directe agissent sur la charge mais :

- d'autres facteurs, extérieurs, peuvent aussi s'y appliquer,
- la charge peut varier,
- la transmittance H de la chaîne directe peut également varier sous l'influence de facteurs extérieurs qui évoluent.

Ces actions extérieures sont des perturbations.

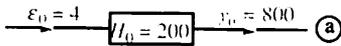
Un système asservi bien construit réagit à une perturbation de façon que la variation Δy_{cf} de sa grandeur de sortie soit très inférieure à la variation Δy_{co} qu'accuserait sa seule chaîne directe sous l'influence de la même perturbation : cette réaction se mesure en contrôlant la valeur de la grandeur d'entrée ε de la chaîne directe.

Étude d'un exemple

Étudions l'un des cas théoriques précédents. Supposons que sous l'influence de facteurs extérieurs la transmittance H de la chaîne directe d'un système varie de 50 % et passe (en unités du Système International) de la valeur $H_0 = 200$ à la valeur $H_1 = 100$.

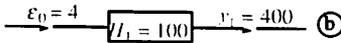
Supposons que la valeur de l'entrée ε de la chaîne directe soit réglée à la valeur $\varepsilon_0 = 4,0$ u.S.I. de manière à obtenir :

$$y_0 = H_0 \varepsilon_0 = 800 \text{ u.S.I.}$$



a) Cas d'un système en chaîne ouverte

Le réglage de ε à la valeur ε_0 s'effectue directement. En l'absence d'un nouveau réglage, cette valeur n'évolue plus ensuite (fig. 2).



Lorsque H varie de H_0 à H_1 , la grandeur de sortie y passe de y_0 à y_1 :

$$y_1 = H_1 \varepsilon_0 = (100 \times 4) \text{ u.S.I.} = 400 \text{ u.S.I.}$$

Donc : $\Delta y_{co} = y_0 - y_1 = (800 - 400) \text{ u.S.I.} = 400 \text{ u.S.I.}$

Fig. 2

b) Cas du même système, inclus dans un asservissement

Le réglage de ε est indirect : l'opérateur agit en fait sur l'entrée x . Supposons que pour obtenir : $\varepsilon = \varepsilon_0 = 4,0$ u.S.I. avec $H = H_0$, il ait été nécessaire de régler x à la valeur $x_0 = 156$ u.S.I. Cela impose (fig. 3) :

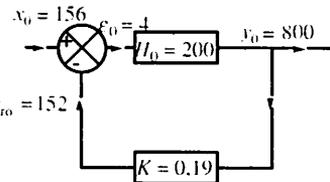


Fig. 3

$$\bullet x_{r0} = x_0 - \varepsilon_0 = (156 - 4) \text{ u.S.I.} = 152 \text{ u.S.I.}$$

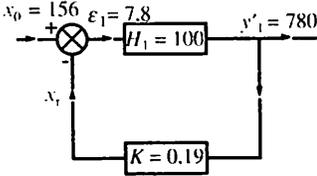


Fig. 4

$$\bullet K = \frac{x_{c0}}{y_0} = \left(\frac{152}{800}\right) \text{ u.S.I.} = 0,19 \text{ u.S.I.}$$

$$\bullet T_0 = \frac{y_0}{x_0} = \left(\frac{800}{156}\right) \text{ u.S.I.} = 5,13 \text{ u.S.I.}$$

H prenant alors la valeur H_1 , et les valeurs de x et de K demeurant inchangées, nous avons successivement (fig. 4) :

$$\bullet T_1 = \frac{H_r}{(1 + H_1 K)} = \left(\frac{100}{20}\right) \text{ u.S.I.} = 5,0 \text{ u.S.I.}$$

$$\bullet y_1 = T_1 x_0 = 780 \text{ u.S.I.}$$

$$\bullet \Delta y_{cf} = (800 - 780) \text{ u.S.I.} = 20 \text{ u.S.I.}$$

$$\bullet \varepsilon_1 = x_0 - K y_1 = \frac{x_0}{(1 + H_1 K)} = \left(\frac{156}{20}\right) \text{ u.S.I.} \approx 7,8 \text{ u.S.I.}$$

Interprétation et conclusion

Dans un système asservi, lorsqu'une perturbation tend à modifier la grandeur de sortie y , la grandeur de retour x_r est également modifiée. Cette modification est reportée sur la grandeur d'entrée ε de la chaîne directe. Dans l'exemple précédent, alors que sous l'effet de la perturbation H a diminué de 50 %, ε est passée de 4 à 7,8 u.S.I. De ce fait, la variation de y a été limitée à $\Delta y_{cf} = 20$ u.S.I. au lieu de $\Delta y_{co} = 400$ u.S.I. en chaîne ouverte.

On peut montrer que : $\frac{\Delta y_{co}}{\Delta y_{cf}} = 1 + H_1 K$.

A cause de l'asservissement, les variations de la grandeur de sortie y sont divisées par le facteur de régulation $(1 + H_1 K)$.

3 Transmittances complexes

D'une manière générale, les relations liant x , ε , y et x_r ne sont pas de simples relations de proportionnalité.

On montre toutefois qu'on peut étudier un système asservi linéaire en se plaçant en régime sinusoïdal : dans ce cas si \underline{X} est le nombre complexe associé à l'entrée $x(t)$, on peut associer aux autres grandeurs sinusoïdales les nombres complexes respectifs \underline{E} , \underline{Y} et \underline{X}_r (fig. 5). La transmittance complexe du système en chaîne fermée devient alors une fonction de la variable complexe ($j\omega$). Elle est égale à :

$$\underline{T} = \frac{\underline{H}}{1 + \underline{H}\underline{K}}$$

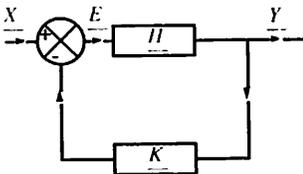


Fig. 5

Un amplificateur A comporte :

- une chaîne directe qui est un amplificateur dont la tension d'entrée est notée ε . Son facteur d'amplification à vide est égal à μ et sa résistance interne est égale à ρ ($\mu = 20\,000$; $\rho = 1,0\text{ k}\Omega$). Il est donc équivalent à un générateur de Thévenin de f.é.m. $E = \mu\varepsilon$ et de résistance interne ρ .

- la chaîne de retour permet d'obtenir une tension u_r , image de la tension de sortie u_s , telle que $u_r = Ku_s$, avec $K = 1,0 \cdot 10^{-2}$.

- un opérateur de différence qui permet d'élaborer la tension d'erreur ε à partir de l'entrée réelle du système, notée u_e et de u_r : $\varepsilon = (u_e - u_r)$.

L'amplificateur A alimente une résistance réglable R_c .

On étudie le fonctionnement à vide du montage (R_c infinie).

1. Représenter l'ensemble de la chaîne fermée correspondant à A.
2. Donner l'expression T_0 de la fonction de transfert en chaîne fermée. Calculer T_0 .
3. Calculer les valeurs de u_1 et de ε correspondant à $u_e = 0,10\text{ V}$.

Solution :

1. Schéma synoptique de la chaîne

Le schéma unifilaire (fig. 6) fait apparaître l'ensemble des relations décrivant le système dans son fonctionnement à vide, lorsque $u_s = E$ (en effet : $u_1 = E - \rho I$ et donc pour $I = 0$ nous avons $u_s = E$).

2. Calcul de T_0

$$T_0 = \frac{u_s}{u_e}$$

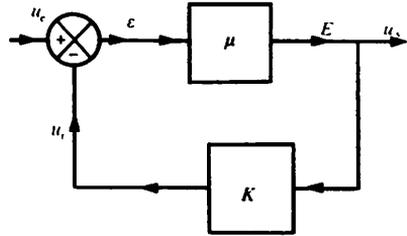


Fig. 6

Nous pouvons écrire :

$$u_s = \mu\varepsilon = \mu(u_e - u_r) = \mu u_e - K\mu u_s$$

D'où : $u_s(1 + K\mu) = \mu u_e$

ce qui donne :

$$T_0 = \frac{\mu}{(1 + K\mu)}$$

Soit : $T_0 = \frac{20000}{(1 + 20000 \times 10^{-2})} \approx \frac{20000}{200}$

$$\Rightarrow T_0 = 100$$

3. Calcul de u_s et ε pour $u_e = 0,10\text{ V}$

$u_s = T_0 u_e \Rightarrow u_s = 100 \times 0,1$

$$\Rightarrow u_s = 10\text{ V}$$

$\varepsilon = \frac{u_s}{\mu} \Rightarrow \varepsilon = \left(\frac{10}{20000}\right)\text{ V}$

$$\Rightarrow \varepsilon = 0,50\text{ mV}$$

1 Présentation du régulateur

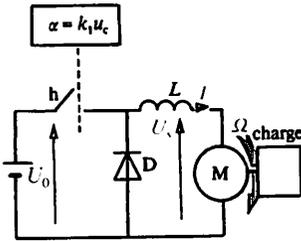


Fig. 1. Le rapport cyclique α est proportionnel à une tension de commande u_c (dans la mesure où $0 < \alpha < 1$). On suppose que l'intensité I ne s'annule pas; la tension de sortie est donnée par la relation : $U_s = U_0 \alpha$.

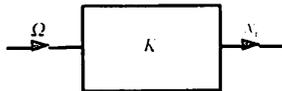


Fig. 3. Chaîne de retour.

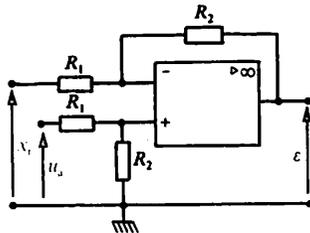


Fig. 4. Opérateur de différence. Il permet d'obtenir la tension d'erreur ε .

On se propose de réguler la vitesse d'un moteur à courant continu dont la charge varie (fig. 1).

Chaîne directe

Elle est représentée sur la figure 2 : c'est la chaîne étudiée au chapitre 88 dans laquelle a été inséré un amplificateur de coefficient d'amplification k_0 permettant d'obtenir la tension de commande u_c à partir de la tension d'erreur ε .

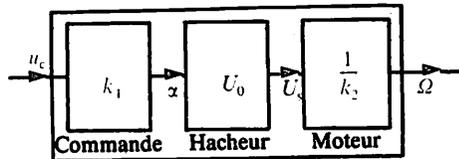


Fig. 2. Représentation symbolique de la chaîne directe du régulateur de vitesse lorsque le moteur est à vide.

Chaîne de retour

Elle fournit la tension x_r , qui est l'image de la vitesse angulaire Ω (fig. 3). Sa transmittance K s'exprime en volts-secondes par radian ($V \cdot s \cdot rad^{-1}$).

$$x_r = K\Omega$$

Un exemple de chaîne de retour est donné dans l'encadré ci-dessous.

Opérateur de différence

Il peut être constitué comme le montre la figure 4. La tension de consigne u_a représente conventionnellement la vitesse Ω souhaitée. L'opérateur élabore la tension d'erreur ε : $\varepsilon = u_a - x_r$ si l'on prend $R_1 = R_2$.

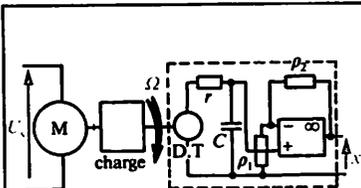


Fig. 5. Exemple de chaîne de retour. Elle se trouve à l'intérieur du rectangle en pointillés. Le filtre passe-bas $r - C$ est

nécessaire car la tension fournie par la dynamo tachymétrique est ondulée et comporte des pointes parasites dues aux contacts balais-collecteur. En l'absence d'un tel filtre, le fonctionnement de l'opérateur de différence, capable de réagir très rapidement, est désordonné. L'amplificateur non inverseur qui suit le filtre $r - C$ n'est utile que s'il faut amplifier la tension délivrée

par la dynamo tachymétrique. Si cette tension est assez élevée, un potentiomètre suffit pour obtenir la tension d'erreur. Si la f.é.m. E' de la dynamo tachymétrique est de la forme $E' = k_3 \Omega$, en régime permanent nous avons :

$$x_r = k_3 \left(1 + \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) \Omega$$

$$K = k_3 \left(1 + \frac{\rho_2}{\rho_1} \right)$$

2 Étude expérimentale

Les valeurs initiales sont les suivantes :

$$k_1 = 0,1 \text{ V}^{-1}, U_0 = 200 \text{ V}, \frac{1}{k_2} = 1,57 \text{ rad/Vs}$$

Fonctionnement en chaîne ouverte

Pour la commande du hacheur on prend $u_c = 5,0 \text{ V}$.

a) Fonctionnement à vide

Calculons la valeur n'_1 de la fréquence de rotation :

$$u_c = 5 \text{ V} \Rightarrow \alpha = k_1 u_c = 0,1 \times 5 = 0,5 \\ \Rightarrow U_s = \alpha U_0 = 0,5 \times 200 = 100 \text{ V}$$

D'où la valeur Ω_1 de la vitesse angulaire :

$$\Omega_1 = \frac{U_s}{k_2} = (100 \times 1,57) \text{ rad/s} \Rightarrow \Omega_1 = 157 \text{ rad/s}$$

$$\text{et } n'_1 = \frac{60\Omega_1}{2\pi} = \frac{60 \times 157}{2\pi} = 1\,500 \text{ tr/min}$$

b) Fonctionnement en charge

Données : résistance de l'induit : $R = 1,0 \, \Omega$, intensité du courant en charge : $I = 10 \text{ A}$. Nous avons : $u_c = 5 \text{ V} \Rightarrow \alpha = 0,5 \Rightarrow U_s = 100 \text{ V}$, mais, en charge, c'est la f.é.m. E du moteur qui est proportionnelle à Ω : $E = k_2 \Omega$ avec : $E = U - RI$

D'où :

$$\Omega = \frac{E}{k_2} = \frac{U - RI}{k_2} \Rightarrow n' = 60 \frac{U - RI}{2\pi k_2} = 1\,350 \text{ tr/min}$$

Ce système commandé en chaîne ouverte est donc très sensible à une variation de charge, puisqu'une augmentation du courant de l'induit de 0 à 10 A provoque une diminution de la vitesse de rotation :

$$\Delta n'_{co} = (1\,500 - 1\,350) \text{ tr/min} = 150 \text{ tr/min}$$

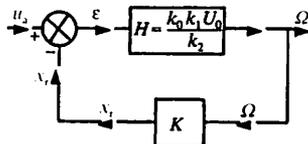


Fig. 6. Schéma synoptique en chaîne fermée lorsque le moteur est à vide après insertion d'un amplificateur, d'amplification k_0 , dans la chaîne directe.

Fonctionnement en chaîne fermée

Un amplificateur, d'amplification k_0 , est inséré dans la chaîne directe (fig. 6).

Nous choisissons $k_0 = 100$ et $K = 1,88 \cdot 10^{-2} \text{ Vs/rad}$. La transmittance H de la chaîne directe est égale à :

$$H = \frac{\Omega}{\varepsilon} = \frac{k_0 k_1}{k_2} U_0 = 3\,140 \text{ rad/Vs}$$

La transmittance de la chaîne fermée T est alors égale à :

$$T = \frac{\Omega}{u_a} = \frac{H}{1 + KH} = 52,3 \text{ rad/Vs}$$

a) Fonctionnement à vide

Réglons u_a pour obtenir la même vitesse à vide (1 500 tr/min) que dans l'essai en chaîne ouverte

$$u_a = \frac{\Omega}{T} = \frac{157}{53,3} \approx 3,0 \text{ V}$$

b) Fonctionnement en charge

La tension d'entrée u_a reste constante, et nous chargeons le moteur comme dans l'essai en chaîne ouverte (I passe de 0 à 10 A).

Cherchons la nouvelle vitesse angulaire Ω_2 .

Nous sommes conduits à écrire deux relations :

- la loi d'Ohm pour le moteur :

$$U_s = k_0 k_1 U_0 \varepsilon = E + RI \text{ avec : } E = k_2 \Omega_2$$

soit en remplaçant E par $k_2 \Omega_2$ et en passant aux valeurs numériques :

$$2000\varepsilon = 0,637 \Omega_2 + 10 \tag{1}$$

- une expression de la tension d'erreur :

$$\varepsilon = u_a - K \Omega_2$$

$$\text{soit : } \varepsilon = 3,0 - 1,88 \cdot 10^{-2} \Omega_2 \tag{2}$$

(1) et (2) constituent un système de deux équations à deux inconnues. La résolution de ce système conduit à :

$$\varepsilon = 54,7 \text{ mV et } \Omega_2 = 156,74 \text{ rad/s}$$

ce qui correspond à :

$$\alpha \approx 0,547 ; U_s \approx 109,4 \text{ V et } n' = 1497,5 \text{ tr/min}$$

Nous constatons que le système en chaîne fermée est peu sensible à la variation de charge : la fréquence de rotation n'a diminué que de $\Delta n'_f = 2,5$ tours par minute parce que l'asservissement a permis l'augmentation automatique de α (qui est passé de 0,500 à 0,547) et donc celle de U_s (qui est passée de 100 V à 109,4 V).

En comparant ces résultats à ceux obtenus pour le système en chaîne ouverte nous voyons que la diminution de vitesse, qui était $\Delta n'_{co} = 150$ tr/min en chaîne ouverte, a été réduite à $\Delta n'_{cf} = 2,5$ tr/min en chaîne fermée : elle a été divisée par 60, qui est la valeur de $(1 + KH)$:

$$\Delta n'_{cf} = \frac{\Delta n'_{co}}{1 + Kh} = \frac{\Delta n'_{co}}{60}$$

Un système asservi dont la tension de consigne est notée u_a comprend :

- un moteur à courant continu de f.é.m. $E = k_2 \Omega$ avec $k_2 = 3,82 \cdot 10^{-2}$ Vs/rad ; son induit a une résistance R de $1,0 \Omega$; il est alimenté sous une tension U_s par un hacheur commandé grâce à une tension u_c selon la loi : $U_s = Au_c$;

- une chaîne de retour fournissant la tension u_r , image de la vitesse du moteur : $u_r = K\Omega$ avec $K = 3,18 \cdot 10^{-2}$ Vs/rad ;

- un opérateur élaborant la tension d'erreur $x_{er} = u_a - u_r$ qui est ensuite amplifiée et donne la tension de commande u_c : $u_c = k_0 x_{er}$.

1. Fonctionnement à vide : $I \approx 0$.

1.1. Représenter l'ensemble de la chaîne fermée de régulation par un schéma unifilaire faisant apparaître la tension U_s .

1.2. On pose $H = k_0 A / K_2 = 628$ rad/s ; donner l'expression de la fonction de transfert T en chaîne fermée. Calculer HK et T .

2. Fonctionnement en charge : I est imposé par la charge.

2.1. En faisant apparaître I comme une entrée de perturbation, placer, sur un nouveau schéma unifilaire, un opérateur de différence ayant pour grandeur de sortie la f.é.m. E du moteur.

2.2. Montrer que l'on peut écrire :

$$\Omega = Tu_a - \frac{RI}{k} \frac{1}{1 + HK}$$

2.3. Pour $u_a = 7,0$ V, calculer la diminution de vitesse lorsque I passe de 0 à 1,0 A.

Solution :

1. Fonctionnement à vide

1.1. Schéma unifilaire (fig. 7)

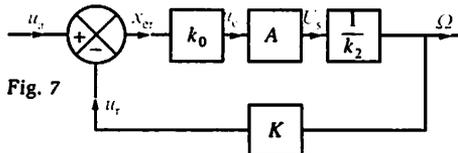


Fig. 7

Il fait apparaître l'ensemble des fonctions décrivant le système.

1.2. Expression de la transmittance T

Nous pouvons écrire : $T = \frac{\Omega}{u_a}$

Or : $\Omega = H x_{er}$
avec : $x_{er} = u_a - u_r = u_a - K\Omega$

Soit : $\Omega = Hu_a - HK\Omega \Rightarrow \Omega(1 + HK) = Hu_a$

Donc : $T = \frac{H}{1 + HK}$

D'où : $T = \frac{628}{1 + 628 \times 3,18 \cdot 10^{-2}}$

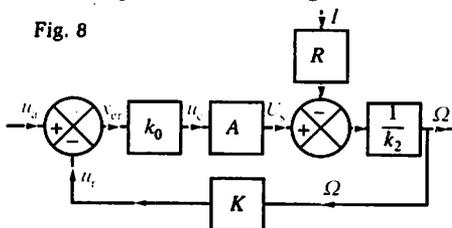
$$\Rightarrow T = 29,9 \text{ rad/V} \cdot \text{s}$$

2. Fonctionnement en charge

2.1. Schéma unifilaire

Il est représenté sur la figure 8.

Fig. 8



Le deuxième opérateur de différence traduit la relation $E = U_s - RI$.

2.2. Relation entre Ω et u_a

A l'aide du schéma, nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} \Omega &= \frac{E}{K_2} = \frac{U_s - RI}{k_2} = \frac{Ak_0 x_{er}}{k_2} - \frac{RI}{k_2} \\ &= Hx_{er} - \frac{RI}{k_2} \\ &= H(u_a - u_r) - \frac{RI}{k_2} = Hu_a - HK\Omega - \frac{RI}{k_2} \end{aligned}$$

soit : $\Omega(1 + HK) = Hu_a - \frac{RI}{k_2}$

$$\Rightarrow \Omega = Tu_a - \frac{RI}{k_2(1 + HK)}$$

Remarque. On pourra vérifier que lorsque I passe de 0 à 10 A, la vitesse de rotation diminue de 12 tr/min en chaîne fermée contre 250 tr/min en chaîne ouverte.

1 Précision d'un système asservi

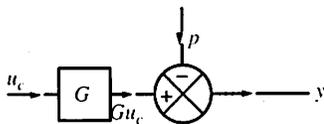


Fig. 1

Considérons le système en chaîne ouverte de la figure 1. En l'absence de perturbation p , pour une valeur donnée de sa grandeur de commande u_c , sa grandeur de sortie y prend la valeur $y_0 = Gu_c$. Sous l'effet de la perturbation p , la sortie devient : $y = Gu_c - p$. Elle subit une variation $\Delta y_{co} = -p$. Insérons ce système dans la chaîne fermée de la figure 2, et réglons l'entrée x_a pour qu'en l'absence de perturbation nous ayons encore $y = y_0$ (cela suppose que la grandeur intermédiaire u_c reprenne aussi sa valeur précédente). Si la même perturbation p intervient au même endroit de la chaîne directe, nous pouvons établir que la sortie y est donnée par l'expression (nous l'avons vu à plusieurs reprises) :

$$y = \frac{H}{1 + HK} x_a - \frac{p}{1 + HK} = y_0 - \Delta y_{cf}$$

Les variations Δy_{cf} en chaîne fermée et Δy_{co} en chaîne ouverte sont donc reliées par l'équation :

$$\Delta y_{cf} = \frac{\Delta y_{co}}{1 + HK}$$

Un système asservi est précis quand ses réponses à des perturbations extérieures sont faibles : pour limiter Δy_{cf} et rendre le système précis, il faut augmenter le dénominateur $(1 + HK)$. En général le produit HK est bien supérieur à l'unité, cela revient donc à donner une forte valeur au produit HK . Pour cela, la chaîne directe comprend souvent un amplificateur de coefficient k_0 réglable (voir fig. 2), qui permet d'augmenter la transmittance H ($H = k_0 G$) et donc le produit HK .

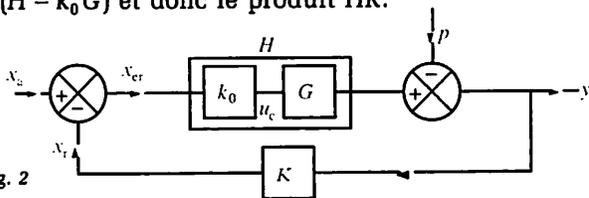


Fig. 2

Remarque

Le plus souvent, la perturbation ne peut être modélisée par une entrée extérieure p comme nous l'avons fait ici, (c'est le cas de l'exercice résolu, où la variation de la charge entraîne une variation de la transmittance de la chaîne directe). Pour étudier l'influence d'une perturbation, il faut alors réécrire l'ensemble des équations régissant le système.

2 Stabilité d'un système

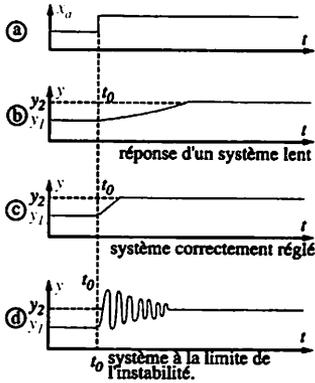


Fig. 3

Lorsque la grandeur de consigne x_a d'un système asservi est changée, la grandeur de sortie y , primitivement de valeur y_1 , doit :

- le plus rapidement possible prendre sa nouvelle valeur y_2 ,
- ne pas osciller autour de cette valeur finale y_2 (fig. 3).

En agissant sur le coefficient k_0 dans le but d'augmenter le produit HK et donc la précision du système asservi, en général, le système réagit plus vite à une modification de la consigne x_a et il oscille autour de la valeur y_2 (valeur finale). Ces oscillations, finalement, n'améliorent pas la rapidité globale du système ; elles peuvent être dangereuses car la partie mécanique de l'asservissement est, de leur fait, soumise à de fortes contraintes. Si nous continuons à augmenter k_0 , le système peut même se mettre à osciller indéfiniment (cela peut aller jusqu'à la rupture d'une pièce mécanique ou à la détérioration d'un organe) : on dit qu'il « pompe ». Il peut aussi, sans osciller, évoluer vers un état non désiré d'où on ne peut le tirer en agissant sur x_a . Dans un cas comme dans l'autre, il perd sa propriété essentielle : il n'est plus commandable.

Un tel système est instable et, mis à part quelques cas où cette propriété est recherchée (comme les oscillateurs), on évite cette situation.

3 Interprétation

Nous avons jusqu'ici considéré essentiellement des transmittances réelles, or, la plupart du temps, les relations entre les grandeurs intervenant dans un système asservi ne sont pas de simples relations de proportionnalité. Pour un système linéaire, la relation entre les grandeurs x_{er} et y peut, par exemple, être de la forme :

$$a_1 y + a_2 \frac{dy}{dt} + a_3 \frac{d^2 y}{dt^2} = b_1 x_{er} + b_2 \frac{dx_{er}}{dt}$$

Dans ce cas, considérant $y(t)$ et $x_{er}(t)$ comme des fonctions sinusoidales auxquelles on associe les nombres complexes Y et X_{er} , on définit la transmittance complexe $\bar{H} = Y/X_{er}$. Sachant que dériver une fonction sinusoidale du temps revient à multiplier par $j\omega$ le nombre complexe qui lui est associé, on trouve ainsi :

$$Y (a_1 + j\omega a_2 + (j\omega)^2 a_3) = X_{er} (b_1 + j\omega b_2)$$

soit :
$$H = \frac{Y}{X_{er}} = \frac{(b_1 + j\omega b_2)}{(a_1 + j\omega a_2 - \omega^2 a_3)}$$

Dans un système réel, il existe de multiples coefficients tels que a_2 , a_3 et b_2 , pas toujours faciles à identifier, qui rendent les expressions des transmittances assez complexes (nous limitant à l'étude des régimes permanents, nous n'avons tenu compte que des coefficients tels que a_1 et b_1 , mais notre étude est incomplète).

On montre que s'il existe une pulsation ω_0 telle que le dénominateur $1 + HK$ de la transmittance complexe d'un système asservi soit à la fois réel et négatif (ou nul), ce système est instable. Or en augmentant le coefficient k_0 de l'amplification de la chaîne directe, on augmente la probabilité de réaliser la condition précédente et donc de rendre le système instable : c'est la raison pour laquelle, généralement, des oscillations « de pompage » apparaissent quand on augmente k_0 .

Expérimentalement, on commence par donner au coefficient k_0 des valeurs faibles, conférant au système un caractère lent et imparfait mais stable (fig. 3b), puis on augmente k_0 pour améliorer l'asservissement tout en restant en deçà de sa limite d'instabilité.

4 Amélioration des performances d'un système asservi

Pour augmenter les performances d'un système asservi (et notamment sa précision et sa rapidité, sans perdre en stabilité), il faut remplacer l'amplificateur k_0 de la figure 2 par un réseau plus complexe appelé réseau correcteur (fig. 4). L'opération $u_c = k_0 x_{er}$ (appelée commande proportionnelle) est remplacée par :

$$u_c = k_{01} x_{er} + k_{02} \int_0^t x_{er} dt + k_{03} \frac{dx_{er}}{dt}$$

Les coefficients k_{01} , k_{02} et k_{03} doivent être judicieusement choisis et souvent ajustés expérimentalement. Dans ce cas, la commande est dite *proportionnelle, intégrale et dérivée* (P.I.D.).

La fraction de commande « dérivée » améliore la rapidité du système ; la fraction « intégrale » améliore la précision et annule même toute erreur ($x_{er} = 0$) en régime permanent pour une entrée x_a constante.

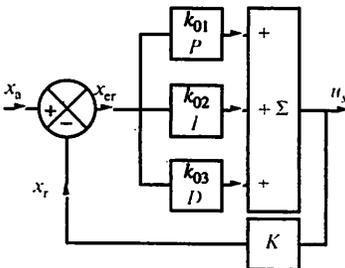


Fig. 4

Si le coefficient k_{03} est nul, elle est seulement proportionnelle et intégrale (P.I.) ; si le coefficient k_{02} est nul, elle est proportionnelle et dérivée.

Une alimentation à découpage de type fly-back (voir fig. 1 chap. 82) fonctionne avec les éléments suivants : $n_1 = n_2$; $L_1 = L_2 = L = 1,0$ mH; $E = 15$ V. On donne : $T = 0,20$ ms

Elle débite dans une résistance réglable R qui reste toujours assez grande pour que le circuit magnétique soit démagnétisé à chaque période :

$$R > \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \frac{2L_1}{T(1-\alpha)^2}$$

La tension de sortie v_s est alors donnée par la relation :

$$v_s = \alpha E \sqrt{\frac{RT}{2L}}$$

Le transistor est commandé par un signal rectangulaire de rapport cyclique α , obtenu selon le processus décrit au chapitre 88 (voir la fig. 6 de ce chapitre) : $\alpha = \frac{u_c}{\hat{u}}$, avec $\hat{u} = 5,0$ V. La

tension de contrôle u_c est obtenue en amplifiant la différence entre la tension d'affichage v_a et la tension de sortie v_s (voir fig. 5), avec $k_0 = 50$.

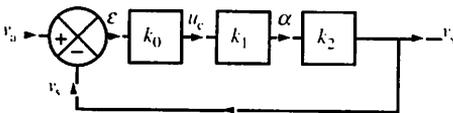


Fig. 5

1. $R = R_1 = 1,0$ k Ω .

1.1. Calculer la transmittance H de la chaîne directe puis la transmittance T du système en chaîne fermée.

1.2. Pour avoir $v_s = 10,000$ V (et donc $i = 10$ mA) on règle v_a . Calculer v_a et α . Cette valeur de v_a est maintenue.

2. $R = R_2 = 50$ Ω .

Calculer les nouvelles valeurs v'_s de v_s et α' de α ; conclure.

Solution :

1. Transmittances H si $R_1 = 1,0$ k Ω

$$H = \frac{v_s}{\epsilon} = k_0 k_1 k_2$$

$$\text{avec : } k_0 = 50; k_1 = \frac{\alpha}{u_c} = \frac{1}{\hat{u}} = \frac{1}{5} \text{ V}^{-1};$$

$$k_2 = \frac{v_s}{\alpha} = E \sqrt{\frac{R_1 T}{2L}} \Rightarrow k_2 = 150 \text{ V}$$

$$\text{D'où : } H = 50 \times \frac{1}{5} \times 150 \Rightarrow H = 1500$$

Transmittance T pour $R_1 = 1,0$ k Ω

K désignant la transmittance de la chaîne de retour, nous pouvons écrire :

$$T = \frac{H}{1 + HK}$$

Dans le cas de cette alimentation à découpage $K = 1$

$$\text{D'où : } T = \frac{1500}{1 + 1500} \Rightarrow T = 0,9993$$

1.2. Calcul de v_a

La tension d'affichage v_a est donnée en fonction de la tension de sortie v_s :

$$v_a = \frac{v_s}{T} \Rightarrow v_a = \frac{10}{0,9993} \text{ V} \Rightarrow v_a = 10,007 \text{ V}$$

Calcul de α

$$\alpha = \frac{v_s}{k_2} \Rightarrow \alpha = \frac{10}{150} \Rightarrow \alpha \approx 0,07$$

2. $R_2 = 50$ Ω . Calcul de v'_s et de α'

Désignons par k'_2 , H' et T' les valeurs des transmittances qui sont modifiées par le changement de la résistance R .

$$k'_2 = E \sqrt{\frac{R_2 T}{2L}} \Rightarrow k'_2 = 33,5 \text{ V}$$

$$H' = k_0 k_1 k'_2 \Rightarrow H' = 335$$

$$T' = \frac{H'}{1 + H'} \Rightarrow T' = 0,997$$

$$v'_s = T' v_a \Rightarrow v'_s = 9,976 \text{ V}$$

$$\alpha' = \frac{v'_s}{k'_2} \Rightarrow \alpha' = \frac{9,976}{33,5} \Rightarrow \alpha' \approx 0,30$$

Lorsque l'intensité i du courant débité dans R passe de 10 mA à 200 mA (environ), la tension de sortie v_s ne chute que de 24 mV sur 10 V, soit 0,24 % : spontanément, grâce à l'asservissement, le rapport cyclique augmente et passe de 0,07 à 0,30.

1 Définition. Intérêt

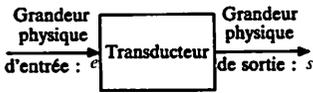


Fig. 1

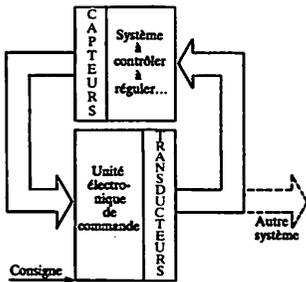


Fig. 2. Organisation générale d'un système utilisant des capteurs et des transducteurs. Dans certains cas l'une ou l'autre des liaisons peut être absente. Par exemple, une station météorologique capte des informations, les transmet mais n'agit pas sur les paramètres qu'elle mesure.

Un transducteur est un dispositif qui transforme, selon une loi déterminée, une grandeur physique (grandeur d'entrée e) en une autre grandeur physique, souvent de nature différente (grandeur de sortie s) (fig. 1).

Un capteur est un transducteur, ou une partie de transducteur, qui traduit la grandeur d'entrée (déplacement, vitesse, accélération, force, pression, température, etc.), en un signal susceptible d'être mesuré.

Un transducteur doit être *fidèle* : la même valeur de e doit toujours provoquer la même valeur de s . Il doit également être *sensible* : une petite variation Δe de la grandeur e doit entraîner une variation Δs suffisamment grande pour être convenablement exploitée.

Les transducteurs sont utilisés dans des dispositifs de contrôle ou de régulation automatique. Ainsi, après traitement des signaux électriques fournis par un capteur, on peut commander ou contrôler des grandeurs physiques de nature très différente (fig. 2) liées ou non à la grandeur d'entrée du capteur.

Les capteurs permettent de connaître quantitativement une grandeur physique (cela suppose un étalonnage). Très souvent leur signal de sortie est électrique, ce qui facilite la mesure, le traitement et la transmission à distance (télétransmission).

2 Exemples de transducteurs

Transducteurs électroacoustiques

- **Microphones** : ils sont sensibles au son, c'est-à-dire, le plus souvent, aux variations de pression du milieu dans lequel se propage le son. La grandeur de sortie est une tension électrique.
- **Haut-parleurs** : excités électriquement, ils produisent une vibration mécanique responsable du son (celui-ci résulte de la variation de pression dans l'air ambiant).

Transducteurs électromécaniques

Entrent dans cette catégorie tous les dispositifs qui permettent de transformer une grandeur électrique en une grandeur mécanique ou d'effectuer l'opération inverse.

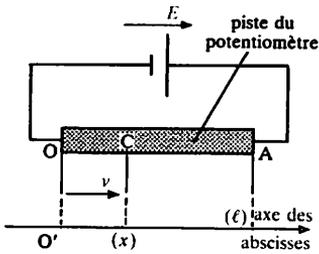


Fig. 3. Le potentiomètre présente entre O et A une résistance R proportionnelle à la longueur $OA = l$. Entre O et C, si la longueur OC est égale à x , on relève une tension $v = \left(\frac{x}{l}\right) E = kE$

en posant $k = \frac{x}{l}$. La grandeur de sortie v est proportionnelle à l'abscisse x du point C qui se déplace suivant une droite (c'est un point d'un dispositif mobile non représenté). Suivant ce même principe, un potentiomètre circulaire peut être utilisé comme capteur de position angulaire.

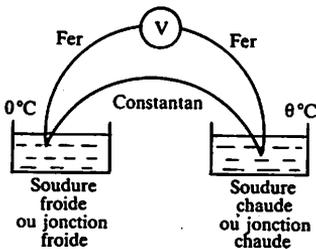


Fig. 4. Thermocouple. Principe.

Un potentiomètre (linéaire ou circulaire) est un transducteur simple qui est utilisé pour obtenir une tension fonction de la position d'un point mécaniquement relié à son curseur (fig. 3). La grandeur d'entrée est donc ici une longueur ou un angle et la grandeur de sortie une tension.

Une génératrice tachymétrique qui fournit une tension E proportionnelle à la vitesse de rotation Ω de l'arbre du dispositif sur lequel elle est fixée (groupe tournant par exemple) est également un transducteur électromécanique. La grandeur d'entrée mécanique est la vitesse angulaire Ω de l'arbre et la grandeur de sortie est une tension.

De nombreux transducteurs électromécaniques sont équipés d'un capteur particulier : une jauge d'extensométrie. C'est un fil conducteur dont la résistance est fonction des déformations mécaniques qui lui sont imprimées (la résistance R d'un fil est proportionnelle à sa longueur et à l'inverse de sa section ; si ces paramètres varient du fait de contraintes mécaniques subies, il en est de même de R). La grandeur d'entrée est une force ou un couple, la grandeur de sortie est une résistance à laquelle on fait correspondre aisément un signal électrique (courant ou tension) proportionnel à R .

Transducteurs thermoélectriques

La grandeur d'entrée est une température. La grandeur de sortie peut être :

- la valeur d'une résistance : sonde à résistance de platine ou de nickel, thermistance ;
- une tension : thermocouple, capteur à diode.

Dans un transducteur à thermocouples, deux métaux différents sont en contact (fig. 4) et leurs jonctions sont à des températures différentes. Une d.d.p. peut être relevée entre deux points du circuit. Elle est fonction de la température de l'une des jonctions quand la température de l'autre est maintenue fixe.

Transducteurs optoélectroniques

Ils permettent la transformation d'un flux lumineux en une tension (photopile, photodiode, phototransistor) ou la transformation inverse (diode électroluminescente).

Transducteurs magnétoélectriques

La grandeur d'entrée est un champ magnétique. La grandeur de sortie est une tension (sonde à effet Hall).

Transducteurs piézoélectriques

Ces transducteurs convertissent une pression en une tension électrique et inversement. Ils mettent en œuvre l'effet piézoélectrique qui apparaît avec certains cristaux (quartz ou céramiques souvent à base de titane).

Avec une lamelle parallélépipédique (taillée suivant une direction privilégiée dans le cas du quartz), une compression suivant la direction xx' engendre l'apparition de charges électriques et d'une tension u suivant la direction yy' (fig. 5). A une inversion du sens de l'effort exercé correspond un changement de signe de la tension u .

La charge électrique apparue sur une face est faible pour le quartz mais nettement plus importante avec les céramiques (plus de cent fois plus grande). La tension u dépend de l'épaisseur de la lamelle de cristal.

Ce transducteur est mis en œuvre pour la mesure de forces (donc de poids et de masses), de pressions, d'accélération ($f = ma$, si m est fixée, l'accélération a et la force f sont proportionnelles).

Il équipe des microphones (dits piézoélectriques), des têtes de lecture de disque, des allume-gaz (la tension obtenue atteint plusieurs dizaines de kilovolts), etc.

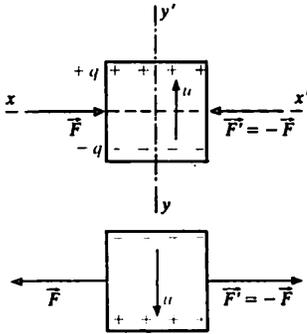
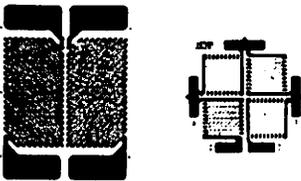


Fig. 5. Transducteur piézoélectrique. Principe de fonctionnement.

3 Capteurs et transducteurs en électronique de puissance



Deux exemples d'association de jauges de contrainte.

En électronique de puissance, pour asservir certaines grandeurs, on est souvent conduit à mesurer en permanence la vitesse angulaire Ω d'un groupe tournant (génératrice tachymétrique ou convertisseur fréquence-tension), ou la position linéaire ou angulaire d'un équipement (potentiomètre linéaire ou circulaire ou codeurs numériques). Mais le respect des règles de sécurité ou de maintenance peut aussi imposer de tenir compte par exemple de la température θ d'un moteur (capteurs thermoélectriques divers), de l'intensité I du courant qui le traverse (capteur à effet Hall), du moment T du couple qu'il développe (jauges d'extensométrie ou capteurs piézoélectriques). Diverses boucles de contrôle et de régulation, hiérarchisées, prennent alors en compte ces divers paramètres et, le cas échéant, agissent sur l'alimentation du moteur afin de les maintenir dans les limites tolérées.

1 Un transducteur thermoélectrique (fig. 4) est réalisé avec du fer et du constantan. Le couple fer-constantan fournit une tension e liée à la température θ de la jonction «chaude» dans l'intervalle $0^\circ\text{C} - 100^\circ\text{C}$ par la relation : $e = 52,94\theta + 0,0204\theta^2$ (e en microvolts et θ en degrés Celsius). Déterminer les valeurs de la f.é.m. e pour $\theta_1 = 20^\circ\text{C}$ et pour $\theta_2 = 80^\circ\text{C}$.

Solution :

Pour calculer e nous remplaçons θ par sa valeur dans la relation donnée.

1. $\theta = \theta_1 = 20^\circ\text{C}$.

La f.é.m. e prend la valeur e_1

$$e_1 = [52,94 \times 20 + 0,0204 \times (20)^2] \mu\text{V}$$

$$\Rightarrow e_1 = 1,07 \text{ mV}$$

2. $\theta = \theta_2 = 80^\circ\text{C}$

La f.é.m. e prend la valeur e_2

$$e_2 = [52,94 \times 80 + 0,0204 \times (80)^2] \mu\text{V}$$

$$\Rightarrow e_2 = 4,36 \text{ mV}$$

2 La figure 6 représente le schéma (pratique) d'un capteur de température. La tension aux bornes de la diode alimentée à courant constant est liée à la température θ par la relation $v = V_0 - k\theta$. Cette tension décroît de $2,0 \text{ mV}$ par degré Celsius.

L'amplificateur de différence est réglé de telle manière que $v_s = 50u$. Le potentiomètre P est réglé pour que $v_s = 0$ si $\theta = 0^\circ\text{C}$.

1. Exprimer v_s en fonction de θ .

2. Calculer v_s , si $\theta = 80^\circ\text{C}$.

Solution :

1. Expression de v_s en fonction de θ

Nous pouvons écrire : $v_s = 50u$

avec : $u = V_R - v = V_R - (V_0 - k\theta)$

Soit : $v_s = 50(V_R - V_0 + k\theta)$ (1)

Écrivons que la tension v_s est nulle lorsque la température θ est nulle nous obtenons :

$$0 = 50(V_R - V_0 + 0) \Rightarrow V_R = V_0$$

La relation (1) se réduit alors à :

$$v_s = 50k\theta$$

Il reste à déterminer k . Pour cela exprimons que la tension v décroît de 2 mV lorsque la température θ augmente de 1°C . L'expression donnant v montre que si θ augmente de 1°C , v diminue de k :

$$\text{D'où : } k = 2 \cdot 10^{-3}$$

$$\text{et : } v_s = 50 \times 2 \cdot 10^{-3} \theta \Rightarrow v_s = 0,1 \theta$$

(Unités : v_s en volts, θ en degrés Celsius)

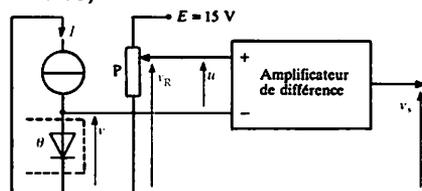


Fig. 6

2. Valeur de v_s , si $\theta = 80^\circ\text{C}$

Si $\theta = 80^\circ\text{C}$: $v_s = (0,1 \times 80) \text{V}$

$$\Rightarrow v_s = 8,0 \text{ V}$$

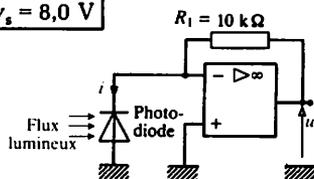


Fig. 7

3 Une photodiode, associée à un amplificateur opérationnel, constitue un capteur linéaire d'éclairément (l'éclairément E est le flux lumineux reçu par unité de surface ; il s'exprime en watts par mètre carré).

La diode utilisée dans le montage de la figure 7 est telle que $i = kE$ (i en ampères) avec $k = 5,0 \cdot 10^{-6} \text{ W/m}^2$.

Exprimer u_s en fonction de E .

Solution :

Expression de u_s en fonction de E

Tant que l'amplificateur opérationnel n'est pas saturé : $u_s = R_1 i$ avec : $i = kE$

D'où : $u_s = R_1 kE$

Soit : $u_s = (10 \times 10^3 \times 5 \times 10^{-6} E)$

$$\Rightarrow u_s = 0,05 E$$

(Unités : u_s en volts, E en watts par mètre carré.)

1 Place de la commande électronique

Dans l'industrie, dans les transports et même dans l'environnement domestique, l'automatisation ne cesse de gagner du terrain. Le fonctionnement des centrales nucléaires, la fabrication des automobiles et la confection de la plupart des produits industriels sont en grande partie automatisés. Le pilotage des avions et la conduite des trains à grande vitesse doivent beaucoup à l'assistance automatique. Dans la vie domestique il en est de même : par exemple on utilise couramment la régulation de vitesse. Ainsi, une fois programmé, un lave-linge assume seul un ensemble de fonctions où les moteurs électriques jouent un rôle important et, au cours de nombreuses séquences du programme, la vitesse du moteur principal fait l'objet d'un réglage.

2 Principe de la commande

Les réglages de la vitesse et de la position des arbres des moteurs électriques sont obtenus en agissant sur le couple électromagnétique développé par ces moteurs. Cela est réalisé par l'intermédiaire de paramètres électriques, comme le courant circulant dans l'induit dans le cas d'un moteur à courant continu.

3 Intérêt économique

Bien souvent la variation de la vitesse des moteurs électriques de moyenne et de forte puissance permet, en particulier, d'économiser de l'énergie. Pour cette raison, pour la circulation des fluides dans une centrale électrique, les pompes à vitesse réglable ont remplacé les pompes à régime fixe associées à des vannes créant des pertes de charges. De même dans le cas des ascenseurs, dont la mise en vitesse nécessitait autrefois d'importants volants d'inertie, ou la dissipation d'énergie électrique sous forme d'effet Joule, maintenant les moteurs sont commandés de manière à minimiser les pertes d'énergie. Cette variation de vitesse s'effectue dans de larges proportions (de l'arrêt à 20 000 tours par minute), avec une grande précision (le millième de la vitesse nominale est facilement atteint) et très rapidement. Quelques

COMMANDE ÉLECTRONIQUE

secondes suffisent pour que la vitesse d'un ensemble développant une puissance nominale de plusieurs kilowatts à 1 500 tr/min soit annulée, ou changée de signe pour être fixée de nouveau à 1 500 tr/min.

4 Avantages techniques

L'utilisation de moteurs électriques permet d'obtenir :

- une large gamme de vitesses (la vitesse des moteurs thermiques est difficilement réglable),
- une grande rapidité de réaction liée à la nature électronique de leur commande,
- la précision du fonctionnement qui résulte à la fois des progrès de l'automatique et d'une meilleure connaissance des régimes transitoires des machines électriques (rendus possibles par les progrès des enregistrements numériques et les capacités de la simulation sur ordinateur).

Le choix des technologies utilisées (types de moteurs, natures des alimentations, architectures des variateurs) dépend :

- du domaine des vitesses accessibles,
- de la rapidité à atteindre pour les changements de régime,
- de la précision des grandeurs contrôlées,
- des impératifs de sécurité, de coût, de fiabilité, de facilité de maintenance et d'environnement (limitation des parasites radioélectriques générés par les courants circulant dans les lignes d'alimentation).

Remarque

Dans le cadre de cet ouvrage, il n'est pas possible d'étudier l'ensemble des stratégies de commande appliquées aux différentes sortes de moteurs (à courant continu, synchrones, asynchrones, pas à pas, etc.) et de justifier en tout point la composition des variateurs utilisés. En revanche, il est intéressant de dégager les principes mis en œuvre dans quelques variateurs et d'expliquer les choix des concepteurs de ces équipements.

5 Domaines d'utilisation

Critères de choix

Le choix d'un moteur pour entraîner un système dépend des caractéristiques recherchées et des conditions d'emploi.

- Parmi les critères de choix citons :
- la puissance,
 - la vitesse maximale de rotation,
 - la réversibilité,
 - la possibilité de freinage,
 - l'inertie,
 - les performances dynamiques,
 - les conditions de démarrage,
 - l'alimentation nécessaire,
 - l'investissement financier à prévoir,
 - les coûts d'entretien.

Dans de nombreux cas, on peut obtenir des solutions techniquement et économiquement équivalentes en choisissant un moteur à courant continu ou un moteur à courant alternatif. Toutefois, les progrès récents accomplis dans le contrôle de la vitesse des moteurs synchrones et surtout des moteurs asynchrones élargissent de plus en plus leur champ d'application. Quelques exemples vont permettre d'illustrer les relations entre une catégorie de moteurs et les performances exigées par processus industriel.

Moteurs à courant continu

Alimentés par un variateur à redresseur commandé, ils équipent :

- les machines-outils de petite puissance ($P < 50 \text{ kW}$) mais à grandes performances,
- les extrudeuses, les engins de levage, les lignes métallurgiques qui nécessitent un fonctionnement réversible, un contrôle du couple lors du freinage et de bonnes performances mécaniques (puissance de l'ordre de quelques centaines de kilowatts),
- les laminoirs, pompes et ventilateurs de forte puissance (quelques mégawatts) fonctionnant à faible vitesse.

Commandés par un variateur équipé d'un hacheur, ils entraînent :

- les servomécanismes et les petites machines-outils à grandes performances dynamiques,
- les véhicules électriques.

Moteurs synchrones

Utilisés en traction électrique et dans la propulsion des navires, ils entrent alors dans la composition de motovariateurs de forte puissance permettant un très bon contrôle du couple aux très basses vitesses et possédant un bon rapport puissance/masse. Ils actionnent aussi :

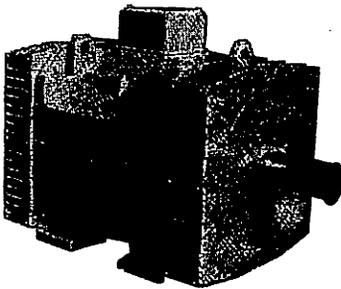


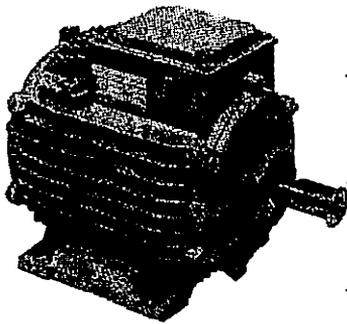
Fig. 1. Moteur à courant continu.

- les turbocompresseurs, pompes pour centrales nucléaires, démarreurs de turbines, centrifugeuses : tous ces systèmes nécessitent une forte puissance (quelques mégawatts), un fonctionnement à vitesse élevée et une grande plage de réglage,
- les moteurs devant tourner au synchronisme dans les industries textiles, papetières, métallurgiques,
- les machines de positionnement et les bras de robots, qui exigent un bon rapport puissance/masse et de bonnes performances dynamiques ($P < 1 \text{ kW}$).

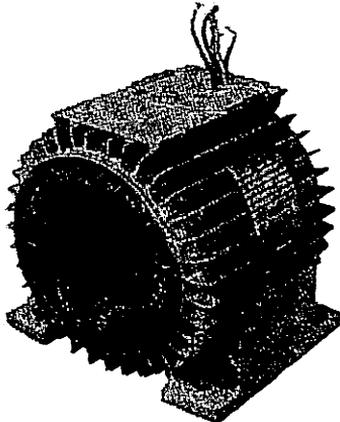
Moteurs asynchrones

Ils viennent de faire leur entrée dans la traction électrique à grande vitesse avec un excellent rapport puissance/masse. Ils équipent aussi :

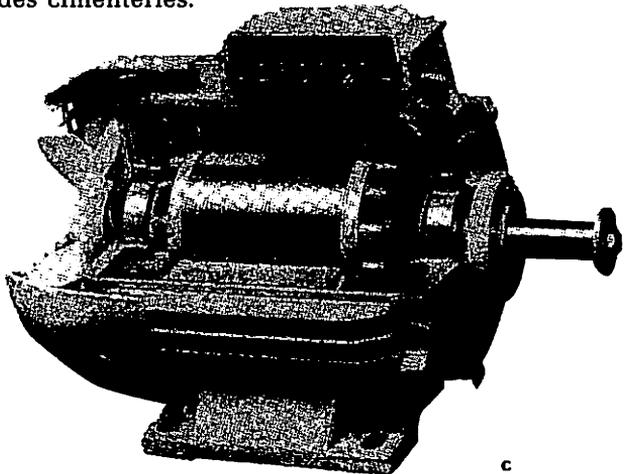
- les compresseurs et centrifugeuses de l'industrie chimique en raison de leurs propriétés antidéflagrantes (ils fonctionnent sans produire d'étincelles),
- des machines-outils et des systèmes de production de moyenne et forte puissance offrant un réglage aisé de la vitesse et demandant peu de maintenance,
- les broyeurs très robustes et de grande puissance des cimenteries.



a



b



c

Fig. 2. Moteur asynchrone triphasé

a) vue générale;

b) stator de la machine;

c) vue interne : le stator a été découpé pour rendre le rotor visible.

En régime permanent, la vitesse d'un moteur à courant continu dépend essentiellement de la tension qui est appliquée à son induit. Un variateur de moteur à courant continu doit donc comporter une source de tension réglable c'est-à-dire un convertisseur statique qui est un redresseur commandé ou un hacheur. La puissance à fournir, la nécessité de la réversibilité et les qualités dynamiques exigées (rapidité du réglage de la tension) déterminent largement le choix du convertisseur.

1 Redresseurs commandés

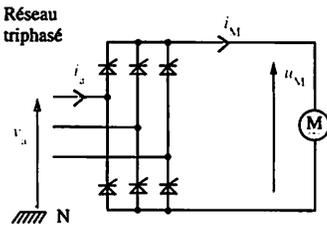


Fig. 1. Pont redresseur triphasé commandé alimentant une machine à courant continu.

La figure 1 rappelle le schéma de principe d'un redresseur triphasé commandé utilisé pour alimenter un moteur à courant continu. Son fonctionnement a été abordé au chapitre 76. Parce qu'il est constitué d'un montage dit en pont de Graëtz son appellation traditionnelle est « pont triphasé ».

Les redresseurs commandés sont des montages simples, robustes, faciles à commander, bien adaptés à l'alimentation de machines de moyenne et de grande puissance.

Lorsque le point de fonctionnement d'un moteur doit pouvoir être placé dans n'importe lequel des quatre quadrants d'un plan $u_M(i_M)$ (fig. 2), ou, ce qui revient au même, d'un plan couple-vitesse de rotation, qui permet de représenter tous les cas possible d'utilisation, il est nécessaire d'associer deux ponts tête-bêche (fig. 3). Chaque pont présentant l'avantage de pouvoir jouer le rôle de redresseur ou d'onduleur, l'ensemble obtenu convient pour le fonctionnement en moteur et pour le freinage en récupération :

- Avec un pont il est possible d'assurer l'alimentation du moteur pour un sens de rotation et le freinage en récupération pour l'autre sens de rotation, lorsque la machine fonctionne en génératrice.
- Pour un sens de rotation déterminé, il faut commander successivement un pont en redresseur, puis l'autre pont en onduleur, si une phase d'entraînement doit être suivie d'une phase de freinage en récupération.

Ainsi, supposons que le pont 1 fonctionne en redresseur et que le pont 2 soit inhibé c'est-à-dire que tous les thyristors soient bloqués.

$$u_M = u_1 > 0 \quad \text{et} : \quad i_M = i_1 > 0$$

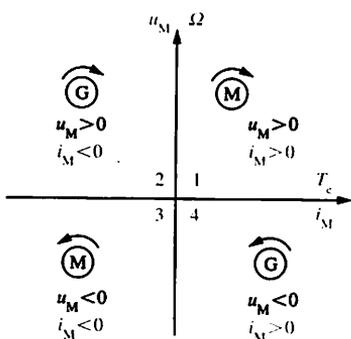


Fig. 2. Fonctionnement dit quatre quadrants pour une machine à courant continu alimentée sous la tension u_M . On désigne par i_M l'intensité du courant dans l'induit, Ω la vitesse de rotation, T_e le moment du couple électromagnétique. Le sens de rotation de la machine est indiqué par une flèche et le mode de fonctionnement est précisé : M = moteur, G = génératrice.

La machine à courant continu, dont le point de fonctionnement se trouve dans le quadrant 1 de la figure 2, est utilisée en moteur. Le sens de rotation indiqué sur la figure est arbitraire : c'est celui que nous avons choisi d'associer à une vitesse de rotation Ω positive, vitesse correspondant à une tension u_M positive.

Pour obtenir ensuite un fonctionnement en génératrice afin de réaliser un freinage en récupération, le sens de rotation restant inchangé (la vitesse Ω diminue mais ne change pas de signe), il faut satisfaire les conditions suivantes :

$$u_M > 0 \quad \text{et} \quad i_M < 0$$

Le point de fonctionnement passe dans le quadrant 2 ce qui impose de faire fonctionner le pont 2 en onduleur. En effet, avec nos conventions, les intensités i_1 et i_2 ne peuvent être que positives à cause des redresseurs unidirectionnels qui constituent les ponts et l'intensité i_M ne peut alors être égale qu'à $-i_2$. Nous pouvons écrire les relations :

$$u_M = -u_2 > 0 \quad \text{soit} \quad u_2 < 0$$

$$\text{et} \quad i_M = -i_2 < 0 \quad \text{soit} \quad i_2 > 0$$

L'obtention d'un point de fonctionnement dans le quadrant 3 ($\Omega < 0$), correspond aux conditions suivantes :

$$u_M < 0 \quad \text{et} \quad i_M < 0$$

cela signifie que le pont 2 est activé et fonctionne en redresseur tandis que le pont 1 est inhibé ce qui entraîne :

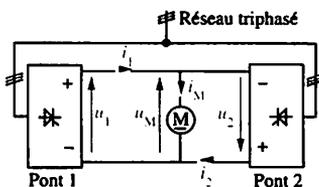
$$u_M = -u_2 < 0 \quad \text{soit} \quad u_2 > 0$$

$$\text{et} \quad i_M = -i_2 < 0 \quad \text{soit} \quad i_2 > 0$$

Si une phase de freinage doit suivre la phase précédente, il faut inhiber le pont 2 et activer le pont 1 pour qu'il fonctionne en onduleur. En effet, le point de fonctionnement passe dans le quadrant 4.

Fig. 3. Convertisseur triphasé alternatif/continu pour un fonctionnement dans quatre quadrants.

Les deux ponts complets sont alimentés par le même réseau triphasé. Lorsque le pont 1 fonctionne, les thyristors du pont 2 sont inhibés (les tensions du système triphasé sont appliquées mais les thyristors sont bloqués) et vice versa.



Nous pouvons alors écrire :

$$u_M < 0 \text{ et } i_M > 0 \Rightarrow u_M = u_1 < 0 \text{ et } i_M = i_1 > 0$$

Dans chacun de ces fonctionnements, le seul paramètre de commande est l'angle α de retard à l'amorçage des thyristors du pont activé. Il permet de régler la tension moyenne de sortie du pont activé (u_1 ou u_2) et donc la tension u_M , égale selon le cas, à u_1 ou $-u_2$. En régime permanent lorsque la machine à courant continu fonctionne en moteur (et le pont activé joue le rôle de redresseur) l'angle α fixe la vitesse du moteur. En revanche pendant toutes les phases transitoires, et notamment pendant les phases de freinage, ce paramètre permet d'agir sur l'intensité i_M du courant traversant la machine et, par conséquent de contrôler le couple électromagnétique qu'elle développe.

2 Facteur de puissance

La puissance moyenne P communiquée au moteur par un pont complet débitant un courant parfaitement lissé a pour expression :

$$P = \frac{3U\sqrt{2}}{\pi} I_c \cos \alpha$$

Dans cette expression nous désignons par U la valeur efficace de la tension composée du réseau alternatif et par I_c l'intensité du courant continu débité par le pont. Si nous appelons I_a la valeur efficace de l'intensité $i_a(t)$ du courant dans un fil de ligne (fig. 1) et I_{af} la valeur efficace du fondamental de i_a , nous avons les relations suivantes :

$$I_a = \sqrt{\frac{2}{3}} I_c; \quad I_{af} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} I_c \quad \text{et} : P = UI_{af} \sqrt{3} \cos \alpha$$

Du côté alternatif, si φ est le déphasage entre une tension simple $v_a(t)$ et le fondamental de l'intensité i_a correspondante, la conservation de la puissance conduit à l'expression :

$$P = UI_{af} \sqrt{3} \cos \varphi$$

Il en résulte que $\cos \alpha = \cos \varphi$: le déphasage φ est égal à l'angle α de retard à l'amorçage (ou à $\alpha - \pi$ dans le cas d'un fonctionnement en ondulateur).

Le facteur de puissance F_p du montage est égal à :

$$F_p = \frac{P}{U I_a \sqrt{3}} = \frac{3}{\pi} \cos \alpha$$

Le facteur de puissance du variateur est d'autant plus faible que α est proche de $\frac{\pi}{2}$: plus la vitesse du moteur est faible, plus le variateur consomme de puissance réactive.

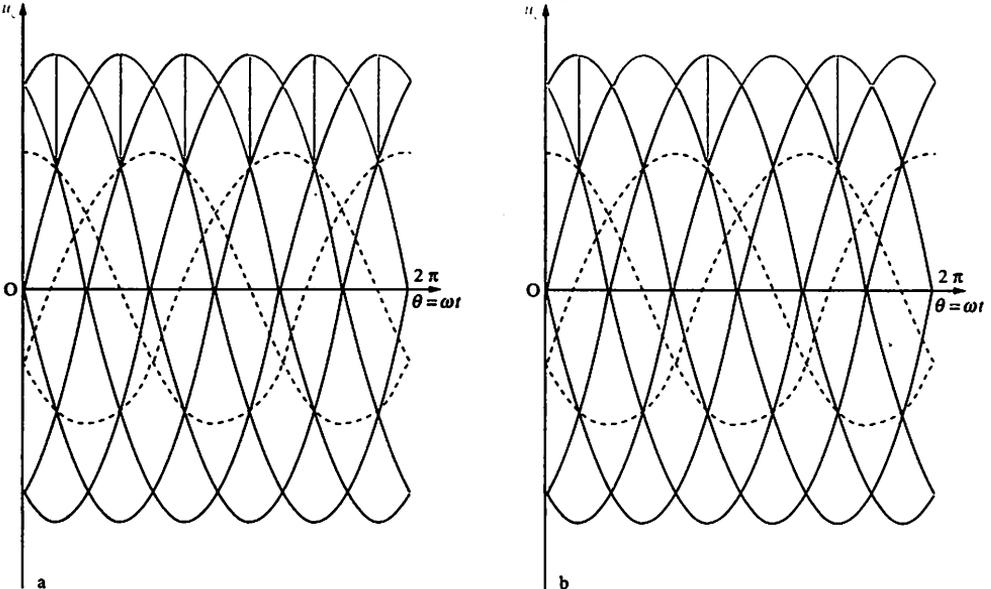
3 Remarque

Au lieu de ponts «tout thyristors» on peut envisager l'utilisation de ponts mixtes c'est-à-dire qui associent diodes et thyristors (voir chap. 76). Pour des fonctionnements dans des conditions identiques, un pont mixte consomme moins de puissance réactive qu'un pont «tout thyristors».

Néanmoins les ponts mixtes ne sont plus utilisés que dans les variateurs monophasés de faible puissance car ils présentent d'autres défauts qui, en forte puissance, leur font quand même préférer les ponts «tout thyristors».

Sur la figure 4 nous pouvons voir que la tension redressée a une fréquence d'ondulation de 300 Hz dans le cas d'un pont «tout thyristors» et de 150 Hz

Fig. 4. Tensions fournies : par un redresseur triphasé ($\alpha = 30^\circ$) :
 a) pont «tout thyristors»,
 b) pont mixte.

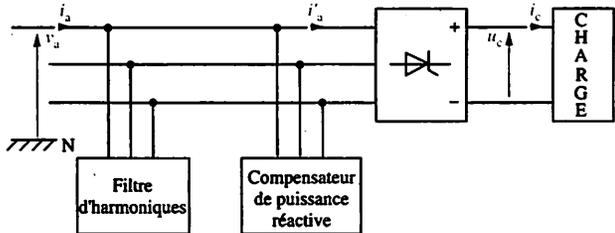


dans le cas d'un pont mixte ; cela rend le lissage du courant continu plus facile dans le cas d'un pont «tout thyristors».

Une analyse des courants alternatifs en ligne montre que le premier harmonique est de rang 5 (250 Hz), avec un pont «tout thyristors» et de rang 2 (100 Hz) avec un pont mixte. Dans ce dernier cas, l'amplitude dépend de la valeur de α et cet harmonique est extrêmement gênant.

C'est cette différence qui fait actuellement préférer les ponts «tout thyristors» : on leur associe des filtres d'harmoniques et des compensateurs de puissance réactive (fig. 5) plus faciles à construire que ceux que nécessiteraient des ponts mixtes.

Fig. 5. Filtrage d'harmoniques et compensation du facteur de puissance.



4 Hacheurs

Les hacheurs sont souvent utilisés pour alimenter les motovariateurs de petite puissance pour lesquels on exige des performances dynamiques qui ne peuvent pas être obtenues avec les redresseurs commandés (un pont complet triphasé n'autorise une correction du facteur de commande que tous les 60 degrés électriques c'est-à-dire toutes les 3,3 ms quand il est relié au réseau à 50 Hz). Ils trouvent également de fréquentes applications en traction électrique en raison de leur excellente finesse de réglage aux très basses vitesses, de leur très bon facteur de puissance et de leur grande sécurité de fonctionnement pour le freinage en récupération.

L'alimentation des hacheurs est en général réalisée par un redresseur non réversible suivi d'un filtre. Bien qu'elle ne permette pas un renvoi d'énergie vers le réseau alternatif, cette solution convient parfaitement aux petites machines pour lesquelles le freinage rhéostatique peut être mis en œuvre aisément.

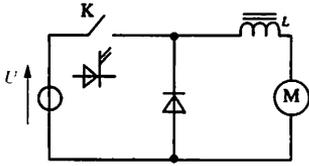


Fig. 6. Hacheur série.

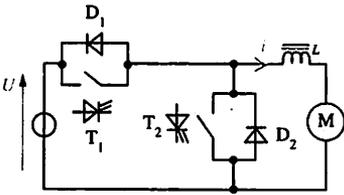
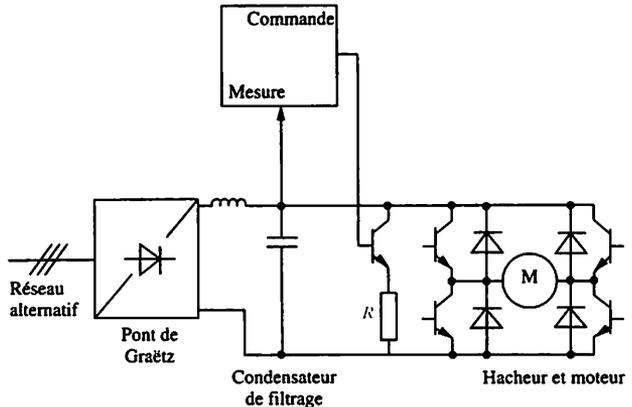


Fig. 7. Hacheur réversible en courant. Il associe un hacheur série (T_1 , D_2) et un hacheur parallèle (T_2 , D_1). La source doit être réversible en courant.

La structure la plus simple est celle du hacheur série (fig. 6). Il ne permet d'obtenir un point de fonctionnement que dans un seul quadrant. Le montage de la figure 7, plus complexe, est réversible en courant. Grâce à une commande complémentaire des interrupteurs T_1 et T_2 , le sens du courant peut être inversé (voir chap. 81), tout en conservant un régime de conduction ininterrompue ce qui facilite la commande du motovariateur. La fréquence de découpage élevée (plusieurs kilohertz pour des puissances inférieures à un kilowatt) permet un bon lissage du courant sans bobine supplémentaire. Le point de fonctionnement peut alors être placé dans deux quadrants. Lorsque le domaine de fonctionnement doit comprendre les quatre quadrants, il est nécessaire d'utiliser le montage de la figure 8. Les caractéristiques de sortie sont linéaires. Lors des phases de freinage, l'énergie cédée par la machine est dissipée dans une résistance R .

Fig. 8. Hacheur dit quatre quadrants. Les commandes des bases des transistors ne sont pas représentées.



L'intensité du courant dans cette résistance est contrôlée par un transistor de façon que la tension aux bornes du condensateur de filtrage reste pratiquement constante quel que soit le mode de fonctionnement (entraînement ou freinage).

Dans un variateur pour moteur à courant continu on trouve toujours un circuit de puissance associé à un dispositif de régulation. Les circuits de puissance utilisés ont été présentés au chapitre précédent. Nous allons voir maintenant comment la commande et le contrôle des variateurs sont assurés.

Le rôle du dispositif de régulation est de piloter le convertisseur de façon que la machine à courant continu impose à la charge les conditions mécaniques (couple ou vitesse ou encore position) exigées par le processus industriel. Il réalise aussi des fonctions secondaires dont les plus importantes concernent la sécurité (protections électriques et mécaniques).

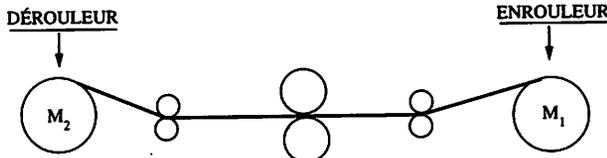
Les réalisations les plus récentes font de plus en plus appel à la technologie numérique. Un de ses avantages est de permettre des modifications de réglage très rapides ce qui facilite l'adaptation à des systèmes industriels très divers ou à un processus évolutif.

A titre d'exemple nous présentons un enrouleur dérouleur

1 Description

Deux machines à courant continu équipent l'enrouleur-dérouleur étudié (fig. 1). Chacune d'elles, alimentée par un variateur comportant deux ponts triphasés associés tête-bêche, peut fonctionner en moteur dans les deux sens de rotation (pour l'entraînement de la bande), ou en frein, également dans les deux sens de rotation (pour obtenir la tension de la bande). Cette struc-

Fig. 1. Enrouleur-dérouleur : M_1 et M_2 sont deux motoréducteurs à courant continu alimentés par un variateur « quatre quadrants ». Pour le sens de défilement de la bande indiqué, M_1 (enrouleur) fonctionne en moteur et M_2 (dérouleur) assure un rôle de frein. L'utilisation de convertisseur « quatre quadrants » permet une permutation aisée des fonctions de M_1 et M_2 ce qui est nécessaire pour inverser le sens de convoyage de la bande.

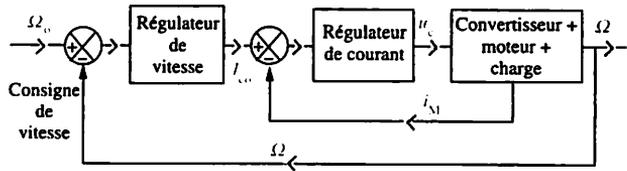


ture de variateur est largement répandue, mais de nombreux autres systèmes existent.

La figure 2 donne une représentation simplifiée de ce variateur de type « cascade ». Il comporte deux boucles de régulation : une boucle « pour le cou-

rant» et une boucle «pour la vitesse». La tension de sortie du régulateur de vitesse sert de référence au régulateur de courant : celui-ci reçoit un courant d'intensité I_{c0} qui est «l'image» de l'intensité du courant de consigne.

Fig. 2. Principe du régulateur en cascade commandant un motoréducteur de l'enrouleur-dérouleur.



Le régulateur de courant élabore une tension u_c qui commande l'angle α de retard à l'amorçage des thyristors appartenant à celui des deux ponts du convertisseur qui est activé : idéalement, si l'on est en phase de régulation de vitesse, la vitesse angulaire réelle Ω du moteur, est ainsi égale à la consigne Ω_0 .

En raison de l'inertie mécanique, la boucle de régulation de vitesse est plus lente que la boucle de régulation de courant, ce qui rend les deux régulateurs pratiquement indépendants.

2 Fonctionnement

Une représentation plus détaillée du variateur (fig. 3) permet de comprendre comment est opérée la régulation d'un ensemble complexe.

Nous supposons que l'enrouleur-dérouleur a atteint un régime permanent caractérisé par $i_M = I_{c0}$ et $\Omega = \Omega_0$, I_{c0} et Ω_0 représentant respectivement la consigne d'intensité et la consigne de vitesse fixées par l'utilisateur.

- Si l'intensité i_M du courant dans le moteur varie pour une cause qui ne dépend pas de la charge (variations des tensions d'alimentation, par exemple), le régulateur d'intensité agit sur l'angle d'amorçage des thyristors de façon que i_M redevienne rapidement égale à I_{c0} (consigne interne d'intensité correspondant au point de fonctionnement souhaité). En raison de l'inertie mécanique, Ω ne varie pratiquement pas lors d'une brève perturbation électrique rapidement corrigée par le régulateur d'intensité.

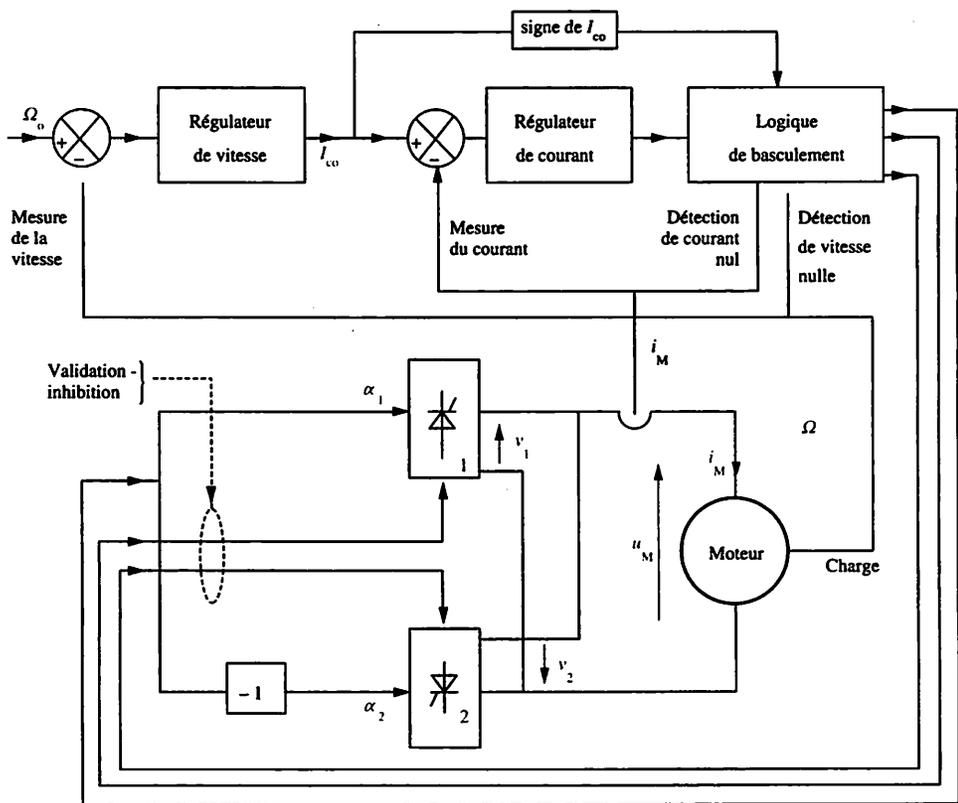


Fig. 3. Régulation en cascade avec un convertisseur réversible à thyristors.

- Si Ω varie pour une cause qui dépend de la charge (modification du moment du couple résistant par exemple), le régulateur de vitesse modifie la consigne I_{co} . Le régulateur d'intensité agit alors selon le processus décrit précédemment de façon à retrouver une situation telle que $\Omega \approx \Omega_0$.
- Lorsqu'une des deux machines M_1 ou M_2 agit en frein, le convertisseur du variateur correspondant fonctionne alors en onduleur et le régulateur d'intensité contrôle le couple, la boucle de vitesse étant dans ce cas inhibée.
- Lors d'une séquence correspondant à un changement de sens de défilement de la bande, par exemple lorsque la machine M_1 fonctionne en moteur et va être utilisée en frein, le convertisseur du variateur commandant M_1 assume alors successivement les fonctions suivantes :

- a) redresseur avec le pont 1 pour alimenter le moteur ($i_M > 0$), l'onduleur (pont 2) étant inhibé;
- b) inhibition complète des deux ponts pendant un « temps mort » de quelques millisecondes afin d'éviter la conduction simultanée des deux redresseurs, situation destructive avec ce type de structure (pendant le temps mort, le moteur et la charge ne sont pas contrôlés par le variateur);
- c) onduleur avec le pont 2 : il permet le renvoi d'énergie au réseau car M_1 fonctionne en génératrice ($i_M < 0$); M_1 ralentit et sa vitesse s'annule;
- d) redresseur avec le pont 2 : alimentation de M_1 pour le fonctionnement en moteur ($i_M < 0$) avec un sens de rotation inverse du sens précédent.

C'est l'étage noté « logique de basculement » sur la figure 3 qui autorise le fonctionnement d'un pont pour l'opération souhaitée, et qui inhibe l'autre pont.

Pour de petites perturbations, le temps de réponse d'un système de ce type (puissance inférieure à 500 kW) est proche d'une dizaine de millisecondes. Lors de grandes variations (changements de sens de rotation), la dynamique du système est limitée par les surintensités acceptables par le convertisseur et par le moteur. Des étages limiteurs, placés dans la chaîne de régulation provoquent un fonctionnement non linéaire qui assure la protection électromécanique de l'ensemble du dispositif. Le temps de réponse est alors de quelques centaines de millisecondes.

► Les cycloconvertisseurs réalisent directement la conversion d'un système triphasé de tensions (celui du secteur) en un autre système de tensions alternatives dont la valeur efficace et la fréquence sont différentes du premier (souvent plus faible). Dans cet ouvrage, nous nous limitons à des exemples de convertisseurs indirects.

La fréquence de rotation d'un moteur synchrone est rigidement liée à la fréquence d'alimentation de ses enroulements statoriques : pour de grandes plages de variation de vitesse, on fait appel à des onduleurs triphasés fonctionnant à partir d'une source de tension continue elle-même obtenue par redressement des tensions du secteur (généralement triphasé). Cette utilisation du courant continu comme intermédiaire caractérise les convertisseurs indirects.

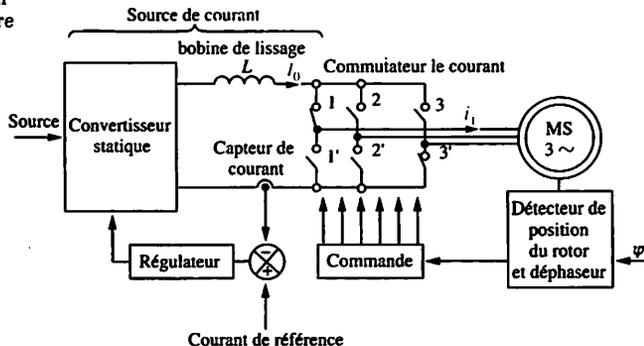
1 Onduleur à commutation de courant

L'ensemble machine synchrone-commutateur de courant constitue le premier motovariateur à fréquence variable qui fut développé industriellement dans le domaine des très fortes puissances à vitesse élevée (TGV Atlantique, pompes, démarreurs de turbines à gaz).

Constitution

La figure 1 donne le principe de ce convertisseur. Il comporte un commutateur triphasé qui aiguille le courant continu I_0 , délivré par une source de courant, vers les enroulements de la machine. La source continue peut être réalisée au moyen d'un convertisseur triphasé à six thyristors suivi d'une bobine de lissage. Cette bobine, destinée à limiter l'ondulation du courant, est un élément indispensable à la réalisation de la source de courant continu et à son couplage au commutateur. Son dimensionnement est directement lié aux inductances de fuites statoriques de la machine synchrone.

Fig. 1. Alimentation d'un moteur synchrone MS par l'intermédiaire d'un commutateur de courant. Les interrupteurs figurent des éléments semi-conducteurs commandés (thyristors par exemple).



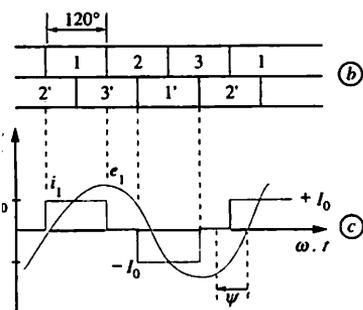


Fig. 2. Séquence de commande des interrupteurs du montage de la figure 1 et formes d'ondes théoriques pour e_1 et i_1 , si nous désignons par :
 e_1 : la f.é.m. dans l'enroulement correspondant à la phase 1 du moteur ;
 i_1 : l'intensité du courant alternatif dans la phase 1 du moteur ;
 ψ : le décalage de i_1 par rapport à e_1 ; ici ψ est négatif ;
 I_0 : l'intensité du courant continu.

Fonctionnement

L'angle de retard à l'amorçage du pont situé en tête du convertisseur permet de régler l'intensité moyenne I_0 et, par voie de conséquence, la valeur efficace du courant alternatif dans chaque enroulement. Dans des conditions idéales ce courant serait représenté par une courbe en créneaux (fig. 2). Si nous appelons I l'intensité efficace du fondamental de chaque courant du système triphasé de courants, de fréquence réglable, qui parcourt un enroulement statorique, nous pouvons

écrire : $I = \frac{\sqrt{6}}{\pi} I_0$. Ainsi il est possible de régler

directement l'un des paramètres qui commandent le couple électromagnétique du moteur synchrone (voir chap. 97).

L'extinction des thyristors du commutateur de courant est normalement assurée par les tensions alternatives appliquées aux bornes de la machine synchrone selon un mécanisme identique à celui d'un onduleur assisté fonctionnant sur un réseau triphasé à fréquence fixe. Ce mode d'extinction exige que le moteur synchrone soit surexcité afin qu'il puisse fournir la puissance réactive nécessaire (courant dans un enroulement en avance sur la f.é.m. synchrone).

A l'arrêt ou aux basses vitesses, les tensions aux bornes de la machine n'étant pas suffisantes pour assurer la commutation assistée, le commutateur est équipé d'un dispositif de commutation qui n'intervient que durant ces phases. Le procédé le plus simple consiste à annuler le courant I_0 lorsque l'on veut commuter ce courant pour passer d'une phase à l'autre : les thyristors qui conduisaient passent alors à l'état bloqué par absence brève de courant.

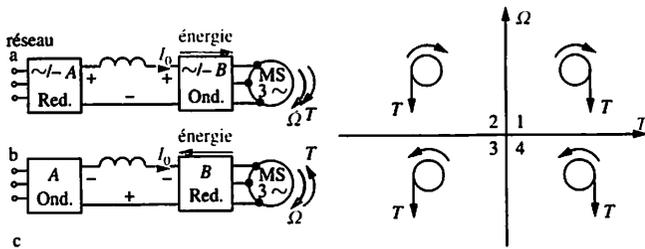
L'annulation de I_0 peut aussi s'obtenir en faisant fonctionner transitoirement la source de courant en onduleur. Cette solution ne nécessite aucun composant de puissance supplémentaire mais elle est relativement lente.

Pour éviter cet inconvénient on peut avoir recours à des circuits d'extinction constitués de thyristors auxiliaires et de condensateurs.

Fig. 3. Réversibilité d'un commutateur de courant. A et B sont deux convertisseurs statiques triphasés. La figure 3c représente schématiquement les quatre modes de fonctionnement pour la machine synchrone. Dans les quadrants 1 et 3, la machine synchrone fonctionne en moteur (le couple électromagnétique T est exercé dans le sens de la rotation), le convertisseur A en redresseur, le convertisseur B en moduleur assisté. Dans les quadrants 2 et 4, la machine synchrone entraînée par la charge, fonctionne en génératrice (le couple électromagnétique T est résistant), le convertisseur B en redresseur, le convertisseur A en onduleur assisté.

Point de fonctionnement

Avec un convertisseur de ce type, le point de fonctionnement peut être placé dans l'un quelconque des quatre quadrants du plan couple-vitesse si la source de courant est réversible. Elle fonctionne en onduleur lors de phases de freinage, la machine jouant alors le rôle de génératrice synchrone. L'inversion du sens de rotation est obtenu en changeant la séquence de commande des interrupteurs électroniques du commutateur de courant (fig. 3).



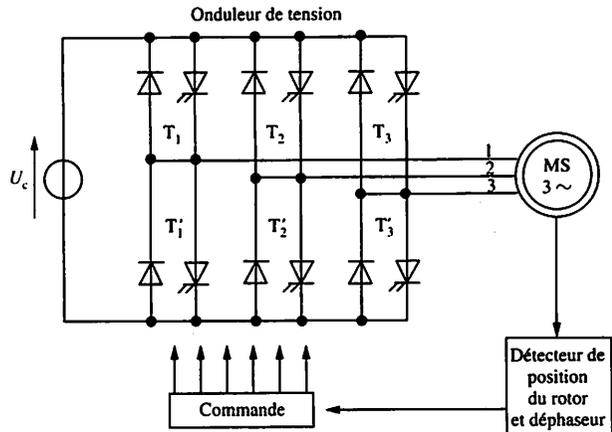
2 Onduleur de tension

Présentation

Ce convertisseur (fig. 4) comporte des interrupteurs électroniques (appelés aussi soupapes) commandables non seulement à l'ouverture mais aussi à la fermeture (transistors, thyristors dits GTO, IGBT (1)).

- (1) GTO : thyristor blocable par la gachette
- IGBT : transistor bipolaire à porte isolée.

Fig. 4. Onduleur de tension (principe).



► Si les deux soupapes d'un même bras sont commandées de façon complémentaire (commande dite à 180°), chaque tension composée fournie par l'onduleur est une onde rectangulaire (sa forme ne dépend que de la commande). Toutefois les commutations n'étant pas instantanées, il subsiste un risque de mise en court-circuit de la source continue (par exemple lors de l'ouverture de T_1 et de la fermeture de T_1' , pendant un court instant les deux soupapes peuvent être simultanément fermées).

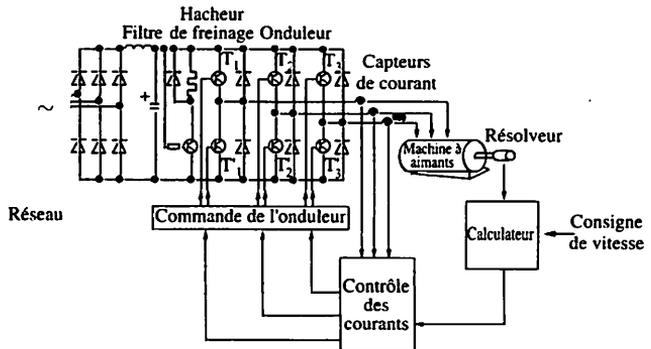
La tension U_c est appliquée séquentiellement aux bornes de la machine. Le convertisseur d'entrée, qui délivre cette tension U_c , doit être commandable afin de pouvoir régler la valeur efficace des tensions alternatives appliquées à la machine : c'est, en général, un redresseur commandé. Dans de nombreuses applications de petite puissance (quelques dizaines à quelques centaines de watts) on préfère une technique de commande de « type 120° » qui ménage un temps mort de 60° entre les séquences de conduction des deux soupapes d'un même bras. Cette solution est très souvent employée pour les petits moteurs synchrones à aimants permanents (ventilateurs, disques de micro-ordinateurs, matériel audio-vidéo).

3 Onduleur de tension contrôlé en courant

Pour les onduleurs présentés ci-dessus on n'agit sur les soupapes qu'à une fréquence qui est du même ordre de grandeur que la fréquence des tensions de sortie (6f par exemple). Or certains équipements industriels (machines-outils robotisées, systèmes précis et rapides de positionnement) exigent d'excellentes performances dynamiques. Il faut alors contrôler le couple instantané qui dépend uniquement des intensités instantanées pour les machines à flux inducteur constant (cas des moteurs à aimants permanents).

Dans le montage de la figure 5, le courant réel dans chaque phase, est rendu le plus proche possible d'un courant sinusoïdal de référence dont la fréquence et l'amplitude sont déterminées par un calculateur.

Fig. 5. Onduleur de tension contrôlé en courant (principe). Les soupapes sont commandées à une fréquence de quelques kilohertz selon la technique de la modulation de largeur d'impulsion ou MLI (voir chap. 99). Le calculateur traite, d'une part, les consignes de réglage et, d'autre part, les informations concernant la position et la vitesse de l'axe du moteur.



Rappel

Le champ magnétique ainsi créé par les courants statoriques tourne à la vitesse $n = f/p$ imposée par la fréquence d'alimentation. Le champ tournant rotorique (dû à des aimants permanents dans le cas de moteurs de puissance modeste, ou à des enroulements inducteurs parcourus par un courant d'excitation) est « accroché » au champ tournant du stator. Plus le couple appliqué au rotor par la charge augmente, plus les deux champs tournants en interaction se décalent. Mais leurs dynamiques, c'est-à-dire leurs rapidités de réaction à des perturbations, sont très différentes.

Pour régler la vitesse d'un moteur synchrone, il faut l'alimenter à fréquence f variable.

La dynamique du champ tournant statorique ne dépend que des performances de l'onduleur alimentant le stator à fréquence variable tandis que la dynamique du rotor, lié à la charge, est beaucoup plus lente. Cependant, l'angle entre les axes de ces deux champs ne peut devenir trop impor-

tant (il ne peut dépasser $\frac{\pi}{2p}$) sinon le moteur décroche : on ne peut donc alimenter un moteur synchrone au moyen d'un onduleur triphasé autonome dont le réglage de la fréquence ne prendrait pas en compte la vitesse de rotation du moteur. Cela a conduit au moteur synchrone autopiloté.

1 Machine à courant continu. Rappels

Dans une machine à courant continu bipolaire, la force électromotrice induite dans chaque spire est une grandeur alternative ayant une fréquence f égale à la fréquence de rotation n de l'induit : $f = n$. Le courant qui parcourt une spire change deux fois de sens à chaque tour de l'induit (lorsque la spire quitte une voie d'enroulement pour entrer dans l'autre) : il a donc aussi pour fréquence f , ($f = n$). Pour les machines multipolaires, comportant p paires de pôles, la relation entre f et n devient simplement : $f = pn$.

Les grandeurs électriques relatives aux spires de la machines à courant continu sont donc directement liées à la fréquence de rotation. On peut dire qu'elles sont synchrones de la rotation du moteur. Lorsqu'un moteur à courant continu « peine », si sa vitesse décroît, la fréquence f des grandeurs électriques suit automatiquement la fréquence de rotation puisque, par l'intermédiaire du collecteur solidaire de l'induit, le réglage de f a lieu.

Nous allons montrer qu'un comportement voisin d'un moteur à courant continu peut être obtenu avec un moteur synchrone triphasé si les trois phases de son stator sont alimentées sous des tensions alternatives commandées par la rotation de son arbre de manière à réaliser l'égalité $f = n$ (ou $f = pn$ pour une machine à p paires de pôles).

2 Autopilotage en position

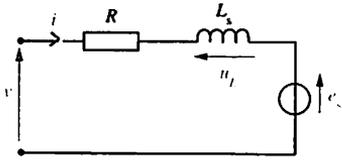


Fig. 1. Schéma équivalent par phase pour un moteur synchrone : l'inductance synchrone L_s rend compte de la réaction d'induit, on la suppose constante; la résistance R d'une phase du stator est le plus souvent négligée.

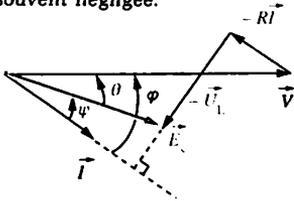


Fig. 2. Sur ce diagramme, les angles φ , ψ et θ (décalage interne) sont positifs; en revanche pour un variateur alimentant un moteur synchrone autopiloté, la convention choisie impose des angles φ et ψ négatifs (chap. 98). Par la suite, nous négligerons la tension RI .

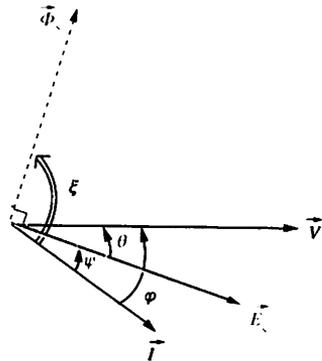


Fig. 3. Puisque $e_s = -\frac{d\Phi_s}{dt}$ les vecteurs \vec{E}_s et $\vec{\Phi}_s$ sont tels que l'angle $(\vec{E}_s, \vec{\Phi}_s) = \frac{\pi}{2}$.

Considérons le schéma équivalent d'une phase d'un moteur synchrone (fig. 1). Aux grandeurs électriques considérées sont associés les vecteurs du diagramme de Fresnel de la figure 2. La force électromotrice synchrone e_s étant la f.é.m. qui serait induite dans une phase du stator par le flux Φ_s du seul rotor, nous pouvons écrire :

$$\vec{E}_s = \vec{V} - R\vec{I} - \vec{U}_L \quad \text{avec :} \quad U_L = L_s \omega I$$

ou :

$$\underline{E}_s = \underline{V} - R\underline{I} - jL_s \omega \underline{I}$$

La puissance électrique P_a absorbée par le moteur est donnée par les relations suivantes :

$$P_a = 3VI \cos \varphi = 3\vec{V} \cdot \vec{I}$$

La puissance électromagnétique P_e transformée en puissance mécanique est égale à :

$$P_e = 3VI \cos \varphi - 3RI^2 = 3(V \cos \varphi - RI)I$$

$$= 3(\vec{V} - \vec{RI}) \cdot \vec{I}$$

Puisque les vecteurs \vec{U}_L et \vec{I} sont perpendiculaires nous pouvons aussi écrire :

$$P_e = 3(\vec{V} - \vec{RI} - \vec{U}_L) \cdot \vec{I} = 3\vec{E}_s \cdot \vec{I} = 3E_s I \cos \psi$$

La valeur efficace E_s de la f.é.m. synchrone étant donnée par une relation de la forme : $E_s = k_1 \Phi_s \Omega$ (si nous désignons par k_1 une constante et par Ω la vitesse angulaire de rotation du moteur), la puissance électromagnétique est aussi égale à :

$$P_e = 3k_1 \Phi_s \Omega I \cos \psi$$

Le moment T_e du couple électromagnétique du moteur est alors donné par les expressions suivantes :

$$T_e = \frac{P_e}{\Omega} = 3k_1 \Phi_s I \cos \psi$$

Si nous désignons par ζ (fig. 3) l'angle $(\vec{I}, \vec{\Phi}_s)$ (nous montrerons au chapitre 101 que c'est aussi l'angle entre l'axe de la roue polaire rotorique et l'axe du champ tournant dû aux courants de l'induit) cette dernière égalité peut s'écrire :

$$T_e = 3k_1 \Phi_s I \sin \zeta$$

Cette égalité va nous être très utile pour comprendre comment le moment T_e du couple d'un moteur synchrone bipolaire évoluerait si les conditions suivantes se trouvaient réalisées :

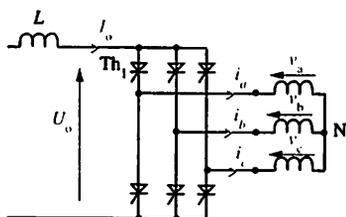


Fig. 4. Moteur synchrone alimenté par un pont de Graëtz fonctionnant en onduleur.

Conventions algébriques

En général, pour un pont triphasé fonctionnant en redresseur, on choisit la convention générateur pour le réseau alimentant le pont. Ces notations sont souvent conservées si le pont fonctionne occasionnellement en onduleur. Dans ce cas l'angle α' de retard des thyristors du pont onduleur (par rapport aux instants de commutation naturelle d'un pont à diodes) est compris entre $\pi/2$ et π . Avec une telle convention, cet angle α' est aussi le déphasage de chacun des fondamentaux des courants par rapport à la tension qui leur correspond. La figure 5 correspond à la convention récepteur de la figure 4, avec $\alpha' = 2\pi/3$. Le fondamental i_1 de i_a est en avance de $\pi/3$ par rapport à la tension v_a . L'angle φ représentant le déphasage de i_1 par rapport à v_a , la relation $\varphi = \alpha' - \pi$ est générale : φ est alors négatif et compris entre 0 et $-\pi/2$.

- le rotor tourne à une vitesse angulaire Ω ($\Omega = 2\pi f = 2\pi n$);
- la fréquence des courants statoriques d'intensités respectives i_a, i_b, i_c , fournis par un commutateur de courant (fig. 4) est alors fixée à une valeur f' différente de f .

A chacun des courants statoriques correspond un fondamental. Le champ produit par les trois fondamentaux i_1, i_2 et i_3 du système (i_a, i_b, i_c) tourne maintenant à la vitesse $\Omega' = 2\pi f'$. Dans ces conditions l'angle ξ est donné par une relation de la forme : $\xi = \xi_0 + (\Omega' - \Omega)t$. Durant un tel régime transitoire, puisque Ω' est différent de Ω , le moment T_e du couple électromagnétique fonction de $\sin \xi$ est alternatif : sa valeur moyenne est nulle. Ce résultat n'est pas acceptable pour maintenir un fonctionnement en moteur. Pour que le couple soit constant il faut que la fréquence de l'onduleur soit liée à la fréquence de rotation du moteur par une relation indépendante du temps du type $f = pn$ (p désignant une constante). Pour cette raison, les commandes des interrupteurs électroniques de l'onduleur alimentant le moteur dépendent d'informations fournies par un capteur renseignant sur la position du rotor. Ce capteur (par exemple un synchronorésolveur) ainsi que le dispositif de commande de l'onduleur jouent alors un rôle comparable à celui du collecteur dans un moteur à courant continu (fig. 5).

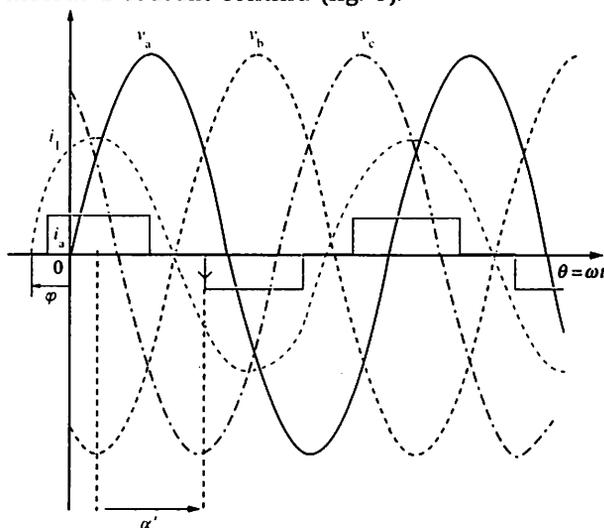


Fig. 5. Avec la convention générateur, l'onde de courant serait inversée : α' est l'angle de retard à l'amorçage du thyristor Th_1 de l'onduleur.

3 Conséquence

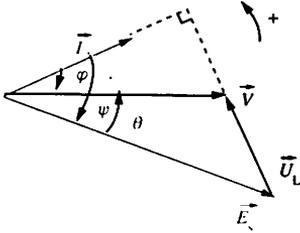


Fig. 6. On a négligé la chute de tension Ri dans un enroulement du stator; les angles φ et ψ sont négatifs : compte tenu du système d'alimentation du moteur et de la convention choisie, il ne peut en être autrement.

La force électromotrice synchrone e_s est une grandeur liée à la position du rotor par rapport aux enroulements statoriques. Nous repérons cette position par un angle θ (fig. 6).

Si les interrupteurs de l'onduleur sont commandés par un capteur sensible à cette position, les phases de i_1, i_2 et i_3 sont également commandées par θ . Or le déphasage φ d'un courant noté i , représentant l'un des courants du système triphasé statorique (i_1, i_2, i_3) par rapport à la tension simple correspondante est égal $(\alpha' - \pi)$, α' étant l'angle de retard à l'amorçage des thyristors de l'onduleur. Ce déphasage φ ne dépend donc que de θ lui aussi. De ce fait l'angle ψ entre les vecteurs \vec{I} et \vec{E}_s , dont les angles polaires sont rigidement liés à la même grandeur θ , est constant. L'électronique (numérique) associée au capteur permet de régler ce déphasage ψ .

La relation : $T_e = 3k_1 \Phi_s I \cos \psi$ montre que si l'angle ψ a une valeur constante, ainsi que le flux Φ_s dans les enroulements du stator, flux dû uniquement au rotor, alors nous pouvons écrire :

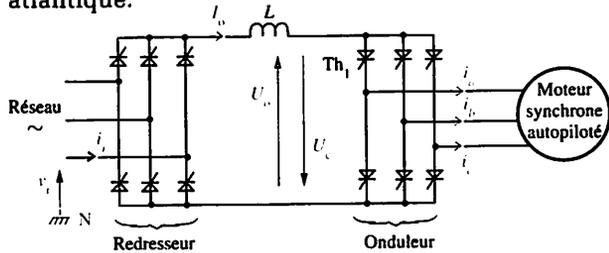
$$T_e = k_2 I \quad \text{avec} \quad k_2 = C^{te}$$

Ainsi l'autopilotage en position du moteur synchrone permet de maintenir le couple désiré. Comme dans le cas du moteur à courant continu, sous certaines conditions (Φ_s et ψ constants) le moment de ce couple ne dépend que du réglage d'un seul paramètre, ici la valeur efficace I des courants statoriques.

Moteur synchrone autopiloté et moteur à courant continu présentent des analogies intéressantes, en ce qui concerne leur fonctionnement. L'une d'elles vient d'être mise en évidence et nous l'exploiterons dans les variateurs qui seront étudiés dans les chapitres qui suivent.

Fig. 1. La valeur de la tension continue U_0 est reliée à la valeur efficace V_r des tensions simples du réseau par la relation habituelle : $U_0 = 2,34V_r \cos \alpha$, si l'on désigne par α l'angle de retard à l'amorçage des thyristors du pont redresseur (la bobine d'inductance L est supposée sans résistance).

Le variateur choisi comme exemple (fig. 1) pour cette étude est un onduleur à commutation de courant analogue à ceux qui équipent le TGV atlantique.



1 Présentation

Une bobine, d'inductance L , placée entre un redresseur alimenté par le réseau et un onduleur fournissant les courants statoriques du moteur synchrone, donne à l'onduleur son caractère de source de courant.

Lorsque l'intensité I_0 du courant continu circulant entre les deux ponts est fixée, les intensités des courants envoyés successivement dans les différentes phases du moteur ne peuvent qu'être égales à I_0 . Comme dans les expressions établies au chapitre précédent, I est la valeur efficace commune des fondamentaux i_1 , i_2 et i_3 du système (i_a , i_b , i_c). On peut établir la relation :

$$I = \frac{\sqrt{6}}{\pi} I_0 \approx 0,78I_0$$

Puisque : $T_e = k_2 I$ (voir chap. 98) alors :

$$T_e = k_3 I_0 \quad \text{avec } k_3 = C^{te}.$$

On peut admettre que les tensions statoriques v_a , v_b , v_c sont sinusoïdales car le moteur assure un véritable filtrage vis-à-vis des courants « rectangulaires » de l'alimentation. Comme précédemment, nous notons V leur valeur efficace commune et φ le déphasage, par exemple, du fondamental de i_a par rapport à v_a . Dans le diagramme de Fresnel pour une phase, l'angle φ est donc le déphasage de ce fondamental d'intensité i par rapport à v_a et est négatif (voir la remarque à propos des conventions algébriques dans la marge du chapitre précédent).

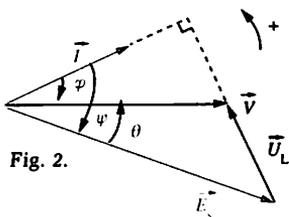


Fig. 2.

Pour les onduleurs triphasés en pont de Graëtz, une relation fournit la valeur U_c de la tension continue appliquée à leur entrée en fonction de V et de l'angle α' de retard à l'amorçage des thyristors par rapport à la commutation naturelle (voir fig. 5, chap. 97) :

$$U_c = 2,34V \cos \alpha' \quad \text{avec} \quad \frac{\pi}{2} < \alpha' < \pi$$

La tension U_c est donc négative et puisque $U_0 = -U_c$, la tension U_0 est positive. Comme $\varphi = \alpha' - \pi$, la relation précédente s'écrit :

$$U_0 = 2,34V \cos \varphi \quad (\text{car} \quad \cos \varphi = -\cos \alpha')$$

L'examen du diagramme de la figure 2 permet de transformer cette relation en :

$$U_0 = 2,34E_s \cos \psi$$

Compte tenu de la relation donnant E_s : $E_s = k_1 \Phi_s \Omega$ (donnée au chapitre précédent) et puisque l'angle ψ et le flux Φ_s sont constants, cette dernière expression s'écrit : $U_0 = k_4 \Omega$ (avec $k_4 = C''$). Ainsi, en régime permanent la vitesse angulaire Ω de la machine est commandée par la tension continue U_0 ce qui renforce encore l'analogie avec le moteur à courant continu.

Le réglage de l'angle α de retard à l'ouverture du pont redresseur permet d'obtenir la tension U_0 désirée et, par conséquent d'ajuster la valeur efficace V des tensions statoriques appliquées au moteur synchrone.

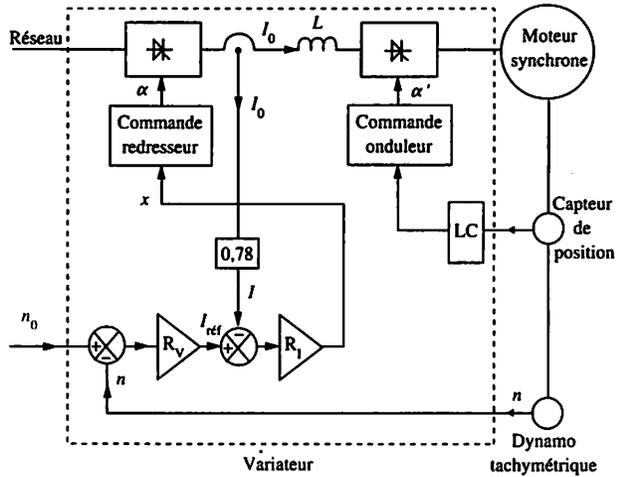
2 Fonctionnement

Le variateur représenté schématiquement sur la figure 3 est utilisé pour asservir la vitesse n de l'ensemble moteur-charge à une consigne n_0 .

Régulateur de vitesse

Une boucle externe de régulation de vitesse permet de comparer à chaque instant l'image de la vitesse n du moteur (fournie par exemple par une dynamo tachymétrique) à la consigne n_0 imposée par l'utilisateur. La différence est convenablement amplifiée et corrigée (à l'aide d'un correcteur proportionnel et intégral, par exemple) par le régulateur R_v , qui fournit une valeur de référence $I_{\text{réf}}$ pour l'intensité efficace des courants statoriques, c'est-à-dire pour le couple puisque $T_e = k_2 I$.

Fig. 3. La logique de commande LC comprend un circuit pour traiter les informations fournies par le capteur de position et décaler dans le temps les impulsions de commande de l'onduleur. Ce dispositif élabore également la stratégie de démarrage du moteur synchrone autopiloté : pendant la phase de démarrage, il agit donc également sur la commande du redresseur.



Régulateur de courant

Puisque $I = 0,78I_0$, l'intensité I_0 du courant continu circulant entre les deux ponts est utilisée comme image de I . Elle est comparée à I_{ref} et la différence, traitée par le régulateur de courant R_1 (ensemble comprenant là encore un amplificateur et un correcteur destiné à accroître la rapidité de l'asservissement et à assurer sa stabilité) fournit une image de la grandeur de commande $x = \cos \alpha$ du pont redresseur. La valeur de l'angle de retard α est alors fournie par un calculateur et la tension continue U_0 se trouve fixée.

La boucle de régulation de vitesse étant relativement lente, la régulation de courant fonctionne de manière pratiquement autonome (régulateurs en cascade).

Commande de l'onduleur

Le variateur comporte un dispositif permettant de régler le fonctionnement de l'onduleur : à partir des informations fournies par un capteur de position, l'angle $\psi = (\vec{I}, \vec{E}_s)$ est maintenu constant. Pour une charge déterminée une variation brusque de la consigne de vitesse n_0 provoque une rapide variation de la consigne I_{ref} (ou $T_{a\ ref}$). Cela a pour effet d'augmenter la valeur de la tension continue U_0 et, donc, successivement les grandeurs I_0 , I et enfin le moment T_0 du couple électromagnétique. Le moteur accélère jusqu'à ce que sa vitesse n atteigne n_0 .

Ce sont les forces électromotrices développées dans les enroulements statoriques du moteur qui permettent à l'onduleur triphasé de fonctionner en commutation naturelle (comme si, à la place du moteur, il y avait un réseau : le fait de commander un thyristor susceptible de conduire bloque alors le thyristor qui conduisait précédemment). A faible vitesse (jusqu'à 5 % de la vitesse nominale du moteur par exemple), ces forces électromotrices sont trop faibles pour provoquer les commutations naturelles, aussi le variateur comporte-t-il un dispositif annexe qui permet, à l'aide des deux ponts, d'alimenter le moteur sous des tensions alternatives de très faible fréquence, nécessaires pour le démarrage du moteur. Ce dispositif ne sera pas étudié ici.

Remarque

Pour le variateur étudié, la figure 6 du chapitre précédent montre que la f.é.m. synchrone E_s est supérieure à la tension V ; autrement dit le moteur doit être surexcité. C'est lui qui fournit l'énergie réactive nécessaire à la commutation des thyristors. Favorable à la création de forces électromotrices importantes, cette disposition permet d'obtenir la commutation naturelle des thyristors pour des vitesses faibles.

Conclusion

Cette étude montre que la commande de la vitesse d'un moteur synchrone autopiloté repose sur trois actions : le contrôle de l'angle ψ entre les vecteurs \vec{I} et \vec{E}_s , le réglage de U_0 qui permet de fixer la valeur de E_s en régime permanent et la valeur de I (module de \vec{I}) en régime transitoire, le réglage de l'excitation qui fixe la valeur de Φ_s .

Les variateurs pour moteurs synchrones sont des dispositifs bien au point. Ils sont utilisés pour alimenter les moteurs de nombreux dispositifs de faible puissance (de 1 à 10 kW). Dans une autre gamme de puissance, ces variateurs sont particulièrement appréciés des ingénieurs de la SNCF puisqu'ils équipent les motrices des TGV atlantique.

1 Avantages du moteur asynchrone

La plupart des moteurs comportent des contacts glissants :

- le moteur à courant continu est alimenté en puissance grâce à un jeu de balais de graphite frottant sur les lames de cuivre d'un collecteur fragile et coûteux;
- les forts courants rotoriques d'un moteur asynchrone à rotor bobiné doivent, pour se fermer, passer par des contacts glissants balais-bagues;

- le courant d'excitation d'un moteur synchrone, sans aimants permanents, doit lui aussi traverser les contacts de balais glissant sur des bagues.

Ces divers contacts glissants doivent être surveillés et leur entretien est particulièrement astreignant lorsqu'il s'agit de pièces mécaniques de structure hétérogène (cas du collecteur dont les lames en cuivre sont séparées les unes des autres par des pièces isolantes) et que les courants qui les traversent sont très grands.

Il n'en est pas de même pour le moteur asynchrone à cage dont la tenue mécanique est excellente. En effet, son rotor, dont les tôles maintiennent solidement les barres d'aluminium de la cage, est relativement homogène. De surcroît, comme sa constitution est simple (pas de bobinages complexes à installer dans des encoches), il est peu coûteux.

Pour ces raisons, nombre de concepteurs demandent aux équipementiers de leur fournir des dispositifs électromécaniques, mettant en œuvre des moteurs asynchrones à cage. Très tôt ont été conçus des variateurs pour moteurs asynchrones que nous qualifierons de « classiques » et dits aussi à V/f constante parce qu'ils permettent de fournir une tension alternative (ou un système de tensions s'ils sont triphasés) dont la valeur efficace et la fréquence peuvent être réglées tout en maintenant leur rapport constant.

Très souvent, également, l'alimentation des machines asynchrones à fréquence et tension réglables peut être assurée par les onduleurs de courant ou de tension analogues à ceux présentés au chapitre 96.

En raison de son développement industriel, nous présentons d'abord l'onduleur de tension à modulation de largeur d'impulsion (MLI)

► Ce chapitre va permettre d'approfondir l'étude du fonctionnement du variateur dit à $\frac{V}{f} = C^{te}$. Cette démarche est nécessaire pour comprendre l'évolution technique en ce domaine dont l'aboutissement actuel est la commande vectorielle.

2 Onduleur MLI monophasé

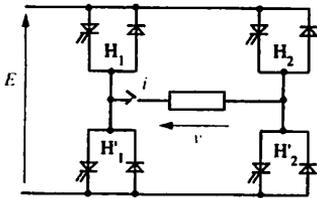


Fig. 1. Onduleur monophasé à modulation de largeur d'impulsion (MLI)

Le schéma de principe de ce convertisseur (fig. 1) est identique à celui de l'onduleur de la figure 5 du chapitre précédent. Il délivre à la machine des courants quasi sinusoïdaux, réglables en fréquence et en amplitude.

Fonctionnement

L'onduleur monophasé pris pour exemple est alimenté par une source de tension continue. Si les interrupteurs électroniques d'un même bras sont commandés de façon complémentaire, la tension v est égale à E lorsque H_1 et H'_2 conduisent, à $-E$ lorsque les deux autres soupapes sont conductrices. Les ordres de commande des quatre interrupteurs peuvent être fournis par un comparateur (fig. 2). La tension continue u_0 est comparée à une tension de modulation u_m en dents de scie :

- $u_0 > u_m$: H_1 et H'_2 conduisent et alors : $v = E$;
- $u_0 < u_m$: H_2 et H'_1 conduisent et : $v = -E$.

Tension de sortie

La valeur moyenne de v sur une période de découpage est égale à :

$$\bar{v} = E(4\alpha - 1)$$

Or :

$$4\alpha - 1 = \frac{u_0}{\widehat{u_m}}$$

Par conséquent :

$$\bar{v} = \frac{E}{\widehat{u_m}} u_0$$

La valeur moyenne de la tension de sortie de cet onduleur, calculée sur une période de découpage, est donc l'image de la tension de référence u_0 . Si u_0 est maintenant une tension de forme sinusoïdale, la tension v a l'allure indiquée sur la figure 4. La fréquence et l'amplitude du fondamental de v sont fixées par la fréquence et l'amplitude de u_0 .

Un onduleur triphasé MLI, fonctionnant selon un principe identique, peut fournir trois tensions régulièrement décalées de 120° .

Les enroulements du moteur asynchrone se comportent comme des filtres passe-bas pour le courant : l'onduleur débite alors trois courants quasi sinusoïdaux réglables en fréquence et en amplitude avec une excellente dynamique.

La technique de modulation qui vient d'être exposée est dite « naturelle ».

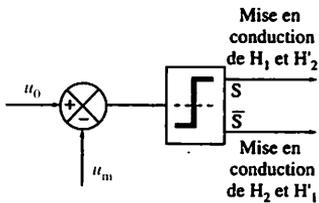


Fig. 2. Rôle du comparateur.

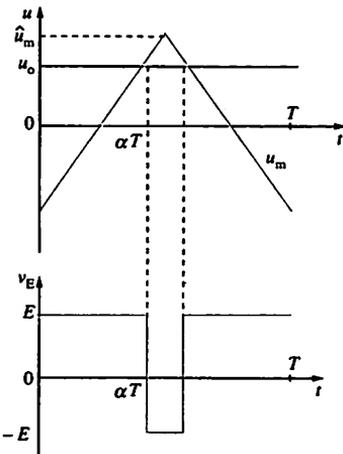


Fig. 3. Principe de la modulation de largeur d'impulsion.

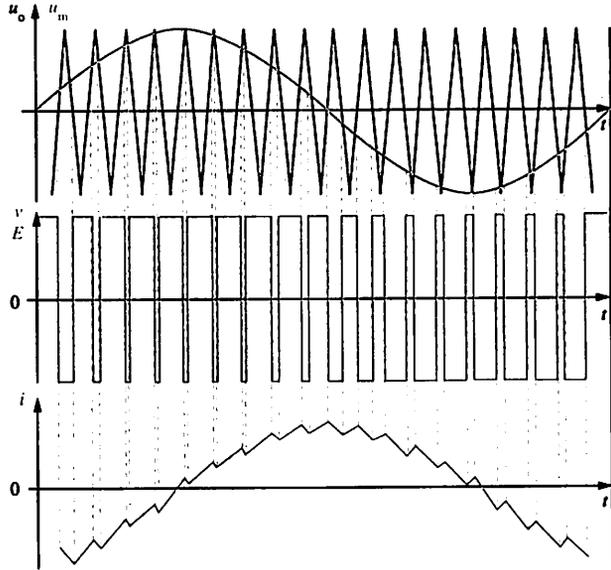


Fig. 4. Intensité i du courant dans un enroulement de machine. La modulation de largeur d'impulsion rend possible l'obtention d'une courbe très proche d'une sinusoïde d'amplitude \hat{i} et de fréquence f . Le signal de référence u_0 permet de régler de façon indépendante ces deux paramètres, avec une excellente dynamique.

Spectre de fréquences

Le spectre de la tension de sortie, en plus du fondamental, comprend de nombreuses fréquences parasites. A ces composantes indésirables de la tension, mal filtrées par la machine asynchrone lorsque leur fréquence est relativement basse, correspondent des composantes parasites, de même fréquence, dans le spectre du courant de chaque phase. A faible vitesse, il en résulte des oscillations de couple.

Pour éliminer ces oscillations, on commande les commutations pour des angles bien définis (MLI «calculée») de manière à éliminer les harmoniques de rang les plus faibles.

Actuellement, les alimentations de type MLI exploitent les possibilités de calcul de puissants microprocesseurs; à partir d'une même source de tension continue, elles produisent des systèmes triphasés de tensions quasi sinusoïdales dont la fréquence et l'amplitude sont réglables dans de larges proportions, tout en réduisant les harmoniques de rangs faibles (MLI à «contrôle vectoriel»).

3 Variateur en boucle ouverte

Fig. 5. Les commandes de la fréquence f et de la tension V sont actuellement réalisées à l'aide de microcalculateurs de processus, suivis d'automates de commande rapprochée contrôlant les commutations des interrupteurs de puissance. Ces dispositifs allient rapidité, robustesse et fiabilité.

Ce type de variateur (fig. 5) est encore utilisé lorsqu'on ne cherche pas à faire varier la vitesse d'un moteur asynchrone à cage dans de grandes proportions (en particulier si aux faibles vitesses, on ne demande pas un couple important au moteur, ce qui exclut en particulier la traction et le levage), et si l'on n'a pas besoin de performances élevées en régime transitoire.

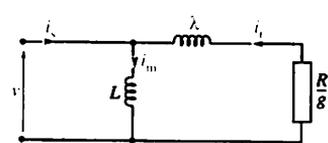
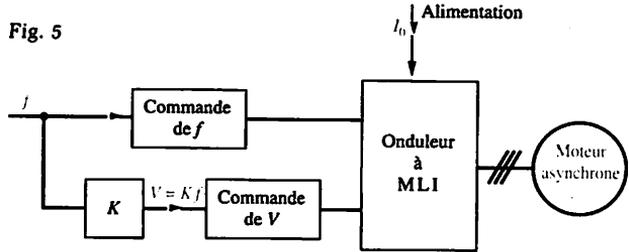


Fig. 6. La convention habituelle liant à chaque instant les « ampères-tours » du stator et du rotor est de la forme : $n_s i_s + n_r i_r = \mathcal{R}\phi$. C'est pour respecter cette convention implicite que le sens positif de i_r est celui indiqué : lorsque les intensités i_s et i_r sont positives, les effets des courants correspondants se renforcent pour créer le flux $\phi = Li_m$. L'inductance λ permet de tenir compte de l'ensemble des fuites magnétiques du stator et du rotor. La résistance $\frac{R}{g}$ figure la résistance du rotor R et la résistance rendant compte de la conversion d'énergie électromagnétique en énergie mécanique : $\frac{R(1-g)}{g}$.

En fait, il s'agit d'un onduleur fondé sur le principe de la modulation numérique de largeur d'impulsion (MLI) qui fournit au moteur asynchrone un système triphasé de tensions dont la valeur efficace commune V et la fréquence f sont liées par la relation $\frac{V}{f} = K$ si K représente une constante.

Moment du couple électromagnétique

Dans la mesure où la résistance R_s des enroulements statoriques du moteur asynchrone peut être négligée, on peut utiliser le modèle équivalent par phase de la figure 6. On montre que le moment T_e du couple électromagnétique est donné par l'expression :

$$T_e = 2 \widehat{T}_e \frac{1}{\frac{a}{n_s - n} + \frac{n_s - n}{a}}$$

avec :

- $\widehat{T}_e = \text{constante si } \frac{V}{f} = C^{10}$
- $a = \text{constante}$
- $n_s = \text{vitesse de synchronisme}$
- $n = \text{vitesse du moteur}$

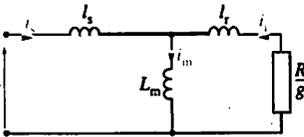


Fig. 7. On représente par l_s l'inductance de fuites d'une phase du stator, par l_r l'inductance de fuites d'une phase du rotor, par L_m une inductance dite « cyclique » tenant compte des apports magnétiques de l'ensemble des enroulements. On admet que le flux embrassé par un enroulement du stator est à chaque instant égal à : $\Phi_s = L_m i_m + l_s i_s$, tandis que le flux dans une phase du rotor est donné par l'expression : $\Phi_r = L_m i_m + l_r i_r$.

Le modèle des figures 7 et 8 permet de différencier les divers flux susceptibles d'intervenir dans l'étude de la machine asynchrone, et en particulier Φ_s et Φ_r . Leurs valeurs complexes sont égales à :

$$\begin{aligned} \Phi_s &= l_s I_s + L_m I_m \\ &= l_s I_s + L_m (I_s + I_r) \\ &= L_s I_s + L_m I_r \end{aligned}$$

avec : $L_s = L_m + l_s$.

$$\begin{aligned} \Phi_r &= L_m I_m + l_r I_r \\ &= L_r I_r + L_m I_s \end{aligned}$$

avec $L_r = L_m + l_r$.

Le modèle simplifié de la figure 6, permet de retrouver pour I_s , I_r et le moment T_e du couple électromagnétique, les mêmes expressions que le modèle des figures 7 et 8. En particulier, il suffit de poser :

$$\underline{V} = j\omega \underline{\Phi}_s, \quad L_s = L, \quad \tau_r = \frac{L + \lambda}{R} \quad \text{et}$$

$$\sigma = \frac{\lambda}{L + \lambda}$$

pour retrouver les expressions (2') et (3') qui sont établies plus loin.

Autrement dit, T_e ne dépend alors que de la différence entre la vitesse de synchronisme n_s et la vitesse effective n du moteur (voir également chap. 60).

Autre modèle équivalent

Pour la suite nous utiliserons un modèle équivalent par phase légèrement plus complexe (fig. 7) qui présente l'avantage de permettre de mieux distinguer les différents flux mis en jeu dans la machine.

La résistance R_s est toujours négligée : la f.é.m. e_s induite dans chaque enroulement du stator est alors telle que : $V = E_s$ avec : $E_s = kfN\Phi_s$, où k est une constante. Lorsque $V = Kf = K' \omega$ (K et K' étant des constantes et ω désignant la pulsation statorique), la valeur efficace Φ_s du flux total embrassé par un enroulement statorique est alors telle que :

$$\Phi_s = \frac{E_s}{kfN} = \frac{V}{kfN} = \frac{Kf}{kfN} = \frac{K}{kN}$$

Le flux Φ_s est donc constant.

Notons que, puisque le glissement du moteur est égal à : $g = \frac{n_s - n}{n_s}$ avec : $n_s = \frac{\Omega_s}{2\pi}$ et $\Omega_s = \frac{\omega}{p}$, nous pouvons écrire :

$$\frac{R}{g} = \frac{Rn_s}{n_s - n} = \frac{\Omega_s R}{2\pi(n_s - n)} = \frac{R}{2\pi p} \frac{\omega}{(n_s - n)} = \frac{R'}{n_s - n} \omega$$

en posant : $R' = \frac{R}{2\pi p}$

Conséquence

Au schéma équivalent de la figure 7 correspond la figure 8 sur laquelle sont notées les valeurs des impédances. Nous constatons alors que, comme la f.é.m. statorique E_s , toutes les impédances du modèle sont proportionnelles à ω . Il en résulte que les valeurs complexes des intensités dans les différentes branches du réseau sont, elles, indépendantes de la pulsation statorique ω . La résistance R' étant constante (c'est, à un facteur multiplicatif près, la résistance d'une phase de la cage du rotor) si $V = Kf$, alors l'intensité I_r des courants rotoriques ne dépend que de la différence $(n_s - n)$. La puissance dissipée dans l'ensemble des résistances des trois phases de rotor (puissance utile de la machine) est égale à :

$$P = 3 \frac{R}{g} I_r^2 = 3 \frac{R'}{n_s - n} \omega I_r^2$$

Nous en déduisons l'expression du moment T_o :

$$T_o = \frac{P}{\Omega_s} = \frac{Pp}{\omega} \quad \text{soit :} \quad T_o = \frac{3pR'}{n_s - n} \cdot I_r^2$$

Nous retrouvons que si $V = Kf$, alors T_o ne dépend lui aussi que de la différence $(n_s - n)$ puisque I_r ne dépend lui-même que de $n_s - n$.

Remarque

Le modèle de la figure 8 aide à comprendre le fonctionnement physique du moteur asynchrone et il va nous permettre d'établir plusieurs relations que nous utiliserons dans les chapitres suivants.

E_r représente (toujours à un facteur multiplicatif près) la valeur complexe de la f.é.m. totale induite dans une phase du rotor par le flux de valeur efficace Φ_r : $\underline{E}_r = j\omega\Phi_r$.

Cette relation peut être combinée à deux autres données par l'examen de la figure 4 :

$$\underline{I}_s = \underline{I}_m - \underline{I}_r \quad \text{et :} \quad jL_m \omega \underline{I}_m = - \left(j l_r \omega + \frac{R}{g} \right) \underline{I}_r$$

Nous pouvons alors établir les expressions suivantes :

$$\underline{I}_r = \frac{-jg\omega}{R} \Phi_r \quad (1)$$

$$\underline{I}_s = \frac{1 + j \frac{(L_m + l_r)g\omega}{R}}{L_m} \Phi_r \quad (2)$$

$$\underline{I}_s = \frac{\Phi_s}{l_s + L_m \frac{R + jg\omega l_r}{R + j(L_m + l_r)g\omega}} \quad (3)$$

En posant successivement, comme on le fait habituellement :

$L_r = L_m + l_r$ (L_r est l'inductance totale d'une phase du rotor),

$\tau_r = \frac{L_r}{R}$ (τ_r est la constante de temps rotorique),

$\sigma_r = \frac{l_r}{L_r}$ (σ_r est le coefficient de fuites magnétiques du rotor),

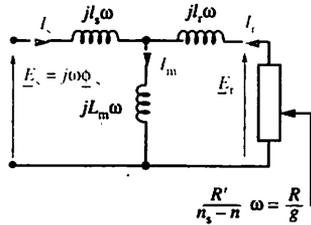


Fig. 8. Si toutes les impédances et la valeur de la tension d'alimentation contiennent en facteur la pulsation ω , rien n'est changé aux courants si l'on divise toutes ces grandeurs par leur facteur commun.

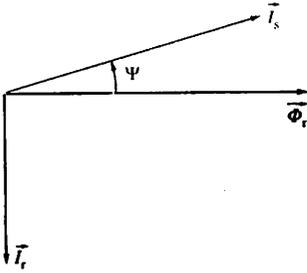


Fig. 9. Avec les sens d'orientation choisis pour les courants sur les figures 6, 7 et 8, au démarrage ψ est proche de 90° (g est proche de 1 et $\tan \psi$ prend une valeur élevée) : les effets magnétiques des courants rotoriques s'opposent alors presque totalement à ceux des courants statoriques.

$\omega_r = g\omega$ (ω_r est la pulsation des courants rotoriques), les expressions (2) et (3) de I_s en fonction du flux rotorique total Φ_r , ou du flux statorique total Φ_s , se simplifient et l'on obtient :

$$I_s = (1 + j\omega_r \tau_r) \frac{\Phi_r}{L_m} \quad (2')$$

$$I_s = \frac{\Phi_s}{I_s + L_m \frac{1 + j\sigma_r \omega_r \tau_r}{1 + j\omega_r \tau_r}} \quad (3')$$

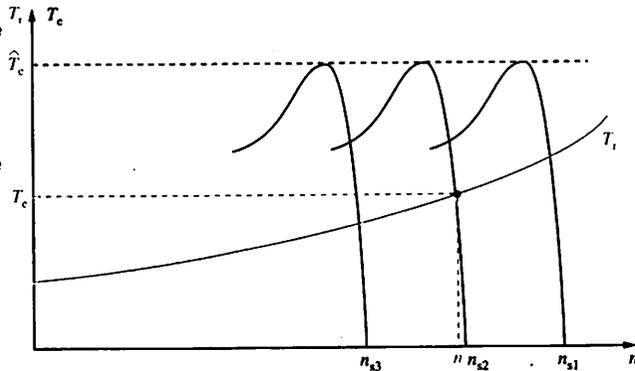
L'expression (2'), en particulier, montre que l'angle ψ entre les vecteurs de Fresnel I_s et Φ_r est tel que $\tan \psi = \tau_r \omega_r = \frac{g\omega L_r}{R}$. Elle permet de placer les uns par rapport aux autres les vecteurs de Fresnel Φ_r , I_r et I_s (fig. 9).

4 Point de fonctionnement

Il existe une caractéristique $T_o(n)$ passant par tout point désiré du plan couple résistant-vitesse de la charge, permettant, pour la vitesse n , de réaliser l'égalité $T_o = T_r$. Cette caractéristique correspond à une vitesse de synchronisme n_s bien définie, liée à une fréquence d'alimentation précise : $f = pn_s$. Il suffit d'imposer cette fréquence à l'onduleur constituant le variateur pour que le groupe moteur-charge fonctionne bien au point considéré (fig. 10).

Fig. 10. En régime permanent il y a égalité entre le moment T_o du couple électromagnétique et le moment T_r du couple résistant. Pour obtenir le point de fonctionnement (T_o, n) , on règle la fréquence f de l'onduleur constituant le variateur à une valeur f_2 telle que la vitesse n_s de synchronisme du moteur asynchrone prenne la valeur :

$$n_{s2} = \frac{f_2}{p}$$



5 Amélioration

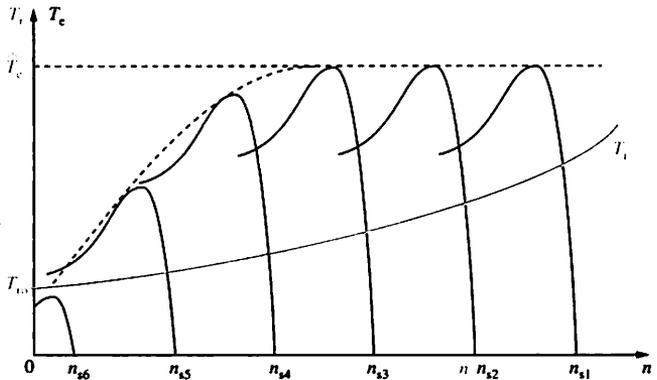
Lorsque la fréquence f des tensions fournies par l'onduleur diminue, la valeur efficace $V = Kf$ des tensions rotoriques devient faible. Si le couple demandé au moteur asynchrone est important, les courants statoriques, comme les courants rotoriques, croissent. Le terme $R_s I_s$ ne peut plus être négligé devant la force électromotrice $\underline{E}_s = j\omega \underline{\Phi}_s$. L'équation relative à une phase :

$$\underline{V} = R_s \underline{I}_s + j\omega \underline{\Phi}_s$$

montre qu'aux basses fréquences et pour des couples importants, si $V = Kf$, la valeur efficace Φ_s du flux statorique n'est plus constante : elle diminue. De ce fait, pour une même valeur de la différence $(n_s - n)$, le moment T_e du couple électromagnétique, diminue d'autant plus que la fréquence f est faible et que le couple demandé est important (fig. 11). En particulier avec ce variateur

dit à $\frac{V}{f} = C^{te}$, il n'est pas possible d'obtenir que le moteur asynchrone développe des couples importants à vitesse nulle : le système ne permet donc pas de tenir une position à l'arrêt.

Fig. 11. Aux basses fréquences, le moment maximal T_e du couple d'un moteur asynchrone alimenté à $\frac{V}{f} = C^{te}$ décroît fortement. Ici, le moteur ne peut assurer le maintien, à vitesse nulle, d'une charge dont le moment du couple résistant est T_{r0} . En effet, aucune caractéristique mécanique du moteur ne coupe celle de la charge, dans sa partie utile, au point $(T_{r0}, 0)$.



Pour corriger ce défaut, on adopte parfois pour la commande de la tension V une loi de la forme $V = V_0 + Kf$. Mais même avec cette correction, le fonctionnement du système variateur-moteur n'est pas précis aux faibles vitesses.

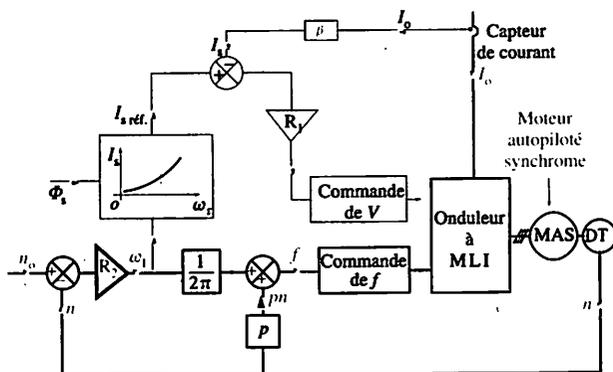
1 Fonctionnement

Fig. 1. Schéma synoptique du variateur pris pour exemple. Pour ne pas en rendre la lecture difficile, on n'a pas fait figurer sur ce schéma de principe les coefficients de proportionnalité entre les grandeurs réelles (n en tours par secondes, I_0 en ampères, ω_s en radians par seconde, etc.) et les tensions (dans le cas où la régulation est analogique), ou les nombres (dans le cas le plus fréquent aujourd'hui) qui les traduisent. En régime permanent, l'intensité I_0 est proportionnelle à la valeur efficace I_s des courants statoriques, mais en régime transitoire, la valeur de I_0 , globale, ne reflète qu'imparfaitement les différents courants statoriques : c'est une cause de limitation de la rapidité de ce régulateur.

MAS : moteur asynchrone.
DT : dynamo tachymétrique.

Si la valeur efficace Φ_s du flux statorique est constante, nous avons vu que tout point du plan (T_e, n) tel que $T_e \leq T_{e, \max}$ et $n \leq n_{\max}$ peut être atteint en agissant sur les caractéristiques V et f des tensions fournies par l'onduleur alimentant le moteur.

Le régulateur dont le schéma de principe est donné sur la figure 1 a donc pour objectif de maintenir constante la valeur de Φ_s . Il comporte deux boucles de régulation.



Régulation de courant

Cette boucle, en rouge sur la figure 1, est la plus rapide car elle ne prend en compte que des grandeurs électriques ; elle agit sur la valeur de V en contrôlant la valeur efficace I_s des courants statoriques du moteur asynchrone.

Nous allons voir comment cette boucle peut avoir pour effet de maintenir constant le flux Φ_s .

Au chapitre 99 l'étude du schéma équivalent (voir fig. 8, chap. 99) nous a conduit à une expression (3') de la valeur complexe \underline{I}_s de l'intensité des courants statoriques en fonction du flux statorique Φ_s .

Posons :

$L_s = L_m + l_s$ (L_s est l'inductance totale d'une phase du stator),

$\sigma = \frac{l_s}{L_s} + \frac{L_m}{L_s} \frac{l_r}{L_r}$ (σ est le coefficient de fuites du moteur).

VARIATEUR EN BOUCLE FERMÉE

Nous pouvons transformer la formule 3' donnée au chapitre 99 et écrire :

$$I_s = \frac{1 + j\tau_r\omega_r}{1 + j\sigma_r\tau_r\omega_r} \frac{\Phi_s}{L_s} \quad \text{soit : } I_s = \frac{\sqrt{1 + (\tau_r\omega_r)^2}}{\sqrt{1 + (\sigma_r\tau_r\omega_r)^2}} \frac{\Phi_s}{L_s}$$

Nous constatons que pour une valeur donnée de Φ_s , l'intensité efficace I_s ne dépend que de la pulsation ω_r des courants rotoriques, car les grandeurs L_s , τ_r et σ_r sont des paramètres constants de la machine.

La courbe de la figure 2 représente les variations

$$\text{de } I_s = \frac{\sqrt{1 + (\tau_r\omega_r)^2}}{\sqrt{1 + (\sigma_r\tau_r\omega_r)^2}} \frac{\Phi_s}{L_s} \text{ en fonction de la pulsation}$$

rotorique ω_r , lorsque le flux statorique Φ_s est constant. La boucle de régulation de courant agit de façon que cette relation soit respectée à chaque instant et la condition $\Phi_s = C^{te}$ est ainsi bien assurée. Pour cela, un calculateur numérique auquel est fourni la valeur de consigne Φ_s , recevant en permanence la valeur de ω_r et possédant en mémoire les paramètres L_s , τ_r et σ_r calcule en temps réel la valeur $I_{s\text{réf}}$ que doit prendre I_s .

Cette valeur est comparée à une image de I_s obtenue en mesurant l'intensité I_0 du courant d'alimentation de l'onduleur. En régime permanent, en effet, β étant un coefficient connu, on a $I_s = \beta I_0$. Un capteur de courant (à effet Hall, par exemple) fournit donc la valeur de I_0 et la différence $(I_{s\text{réf}} - \beta I_0)$, convenablement amplifiée et corrigée par le régulateur de courant R_1 , commande la valeur de la tension V .

Régulation de vitesse

La deuxième action est opérée par une boucle de régulation de vitesse (en noir sur la figure 1) : la vitesse n du moteur asynchrone, mesurée par un capteur de vitesse (par exemple une dynamo tachymétrique), est comparée à une consigne n_0 , image de la vitesse désirée. La différence $n_0 - n$, une fois amplifiée et corrigée par le régulateur de vitesse R_2 , fournit une image de la pulsation rotorique ω_r qu'il faut réaliser pour obtenir le couple nécessaire au rattrapage de la vitesse : nous savons en effet que si Φ_s est constant, le moment T_g du couple du moteur ne dépend que de ω_r .

Pour cette pulsation ω_r , la fréquence f que doit imposer l'onduleur lorsque la vitesse du moteur

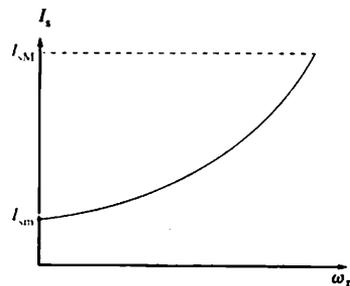


Fig. 2. Courbe représentative de la fonction $I_s(\omega_r)$:

$$I_s = \frac{\sqrt{1 + (\tau_r\omega_r)^2}}{\sqrt{1 + (\sigma_r\tau_r\omega_r)^2}} \frac{\Phi_s}{L_s}$$

avec $\Phi_s = C^{te}$

En réalité la courbe admet une partie symétrique par rapport à l'axe I_s .

est égale à n tours par seconde, est donnée par l'expression :

$$f = pn + \frac{\omega_r}{2\pi}$$

Un calculateur numérique fixe alors la fréquence de l'onduleur à MLI.

2 Conclusion

Bien que plus complexe que les simples régulateurs en boucle ouverte du type $V = Kf$ ou $V = V_0 + Kf$ étudiés dans les chapitres précédents, ce régulateur est fondé sur un principe voisin : on cherche à maintenir constant le flux statorique Φ_s , qui permet de garder toute l'étendue de variation du moment T_0 du couple.

Un tel motovariateur donne de bons résultats, supérieurs à ceux des régulateurs en boucle ouverte, tout particulièrement en régime permanent.

Cependant ses propriétés dynamiques et notamment sa capacité de réagir rapidement à des perturbations extérieures, sans être mauvaises, sont limitées pour les raisons suivantes :

- la boucle de régulation de courant est relativement lente car l'intensité I_0 est une image assez lointaine et statique des courants statoriques du moteur asynchrone,
- le contrôle du couple électromagnétique du moteur, grandeur essentielle dont dépend le comportement dynamique de l'ensemble tournant, ne s'effectue que de manière indirecte et non maîtrisée pendant les phases dynamiques.

Sur un exemple, en utilisant la figure, mettons en évidence cette faiblesse du dispositif. Supposons qu'un échelon de vitesse, c'est-à-dire une augmentation brusque de la consigne n_0 , soit appliqué au moteur.

La vitesse n du moteur ne pouvant varier instantanément, l'action de la chaîne directe de la régulation de vitesse entraîne une augmentation instantanée de la grandeur notée ω , et de la fréquence f demandée à l'onduleur. Celle-ci n'est véritablement acquise qu'un peu plus tard, le temps que la commande de fréquence agisse. Pendant ce temps, la commande de la valeur V de la tension est sollicitée à cause de la variation instantanée de

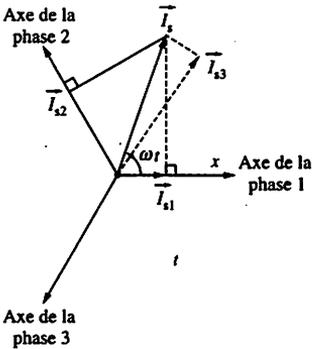


Fig. 3. $i_{s1} = I_{s1} \cos \omega t$

$$i_{s2} = I_{s2} \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right),$$

$$i_{s3} = I_{s3} \cos \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right).$$

Lorsque $I_{s1} = I_{s2} = I_{s3}$, ces trois intensités forment un système triphasé direct.

L'axe du champ tournant, créé par ces trois courants parcourant les enroulements du stator, a la direction et le sens du vecteur \vec{I}_s , donc \vec{I}_{s1} , \vec{I}_{s2} et \vec{I}_{s3} sont les projections sur les axes des 3 phases du stator (attention :

$$\vec{I}_{s1} + \vec{I}_{s2} + \vec{I}_{s3} = \frac{3}{2} \vec{I}_s).$$

Or la direction de \vec{I}_s est telle que $(Ox, \vec{I}_s) = \omega t$; on ne peut donc pas la modifier brusquement.

En revanche, si l'on traite séparément les amplitudes I_{s1} , I_{s2} et I_{s3} (ou seulement deux d'entre elles), on peut à tout instant placer \vec{I}_s dans la direction souhaitée et contrôler ainsi le couple instantané du moteur.

$I_{s\text{réf}}$, la constante de temps de la boucle de régulation de courant imposant aux variations de V de précéder celles de I_0 . Pendant cette phase transitoire où la pulsation réelle des courants rotoriques n'est pas connue avec précision, on perd donc le contrôle de la valeur du couple.

Ce variateur en boucle fermée est encore utilisé efficacement dans de nombreux équipements, mais on ne le construit plus :

- sa boucle de régulation de courant prend en compte une relation (entre I_s et Φ_s) qui n'est valable qu'en régime permanent;
 - les trois courants statoriques ne sont analysés qu'à travers l'intensité I_0 du courant alimentant l'onduleur : cette image unique, continue, d'un système de trois courants alternatifs, ne peut être qu'une image moyenne, imparfaite en régime transitoire où les courants statoriques peuvent ne pas avoir la même intensité efficace;
 - l'onduleur à MLI qui est chargé d'alimenter la machine asynchrone, en imposant la même valeur efficace V et la même fréquence f aux tensions d'alimentation des trois phases, traite lui aussi l'ensemble des trois courants statoriques de la même manière : de ce fait la direction de l'axe du champ tournant produit par les courants statoriques ne peut varier rapidement (fig. 3).
- Ces considérations expliquent qu'en régime transitoire (pendant les phases d'accélération ou de décélération rapides), le contrôle du couple soit perdu.
- La commande vectorielle, que nous allons étudier maintenant, corrige ces défauts dans le but, justement, de réaliser des variateurs capables de bien gérer les régimes transitoires des moteurs asynchrones qu'ils alimentent.

Le désir de doter le moteur asynchrone, machine simple et robuste, d'une commande très performante a conduit à chercher les raisons qui permettent aux autres machines d'être facilement commandées. Pour cela, il faut revenir au couple électromagnétique de ces machines et à la manière dont on le contrôle.

1 Moteur à courant continu

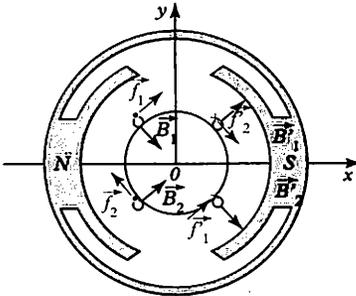


Fig. 1. Le moteur est supposé bipolaire; on n'a représenté que 4 conducteurs de l'induit, appartenant à deux spires diamétrales: les conducteurs 1 et 1' d'une part, 2 et 2' d'autre part.

Le moment T_e de son couple électromagnétique est donné par la relation : $T_e = K\Phi I$. Dans cette expression nous désignons :

- par Φ le flux maximal embrassé par une spire de l'induit : si la machine est bipolaire, le flux embrassé par une spire est maximal lorsque l'axe de la spire coïncide avec l'axe des pôles;
- par I l'intensité du courant dans l'induit;
- par K un coefficient égal à $\frac{N}{2\pi}$ si N est le nombre de

conducteurs de la machine.

On peut montrer que $K\Phi$ est le flux total Φ_t embrassé en permanence par l'enroulement induit : ce flux est constant car, par le jeu du collecteur, de nouvelles spires se substituent en permanence à celles qui sortent d'une voie d'enroulement pour maintenir celle-ci globalement inchangée. Nous pouvons donc écrire : $T_e = \Phi_t I$.

Comme le couple résulte de l'action du champ magnétique, produit par les pôles inducteurs, sur les courants de l'induit, nous pouvons en outre comparer les distributions spatiales du champ et de ces courants de l'induit (fig. 1). La carte du champ magnétique admet évidemment l'axe Ox des pôles comme axe de symétrie. La distribution des courants de la machine admet en revanche comme axe de symétrie l'axe Oy perpendiculaire à l'axe des pôles.

Si donc nous convenons de noter $\vec{\Phi}_1$ un vecteur colinéaire à \vec{Ox} et de module Φ_1 , et \vec{I} un vecteur colinéaire à \vec{Oy} et de module I (fig. 2), nous pouvons écrire, en utilisant le symbole du produit vectoriel \wedge :

$$\vec{T}_e = \vec{I} \wedge \vec{\Phi}_1$$

\vec{T}_e est un vecteur, orienté vers l'arrière de la feuille, dont le sens est en relation avec le couple

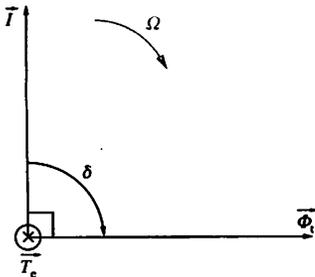


Fig. 2. Le sens du vecteur \vec{T}_e est lié par la règle habituelle de la main droite au sens de rotation que la machine prendrait sous l'effet du couple correspondant.

développé par la machine. Avec les conventions de la figure 1 (sens de \vec{B} , sens des courants), ce couple, s'il était seul, provoquerait une rotation de l'induit correspondant au sens qui amène \vec{I} sur $\vec{\Phi}$, par le chemin le plus court.

2 Moteur synchrone autopiloté

► La machine synchrone, comme la machine asynchrone, est le siège de champs tournants qui induisent des forces électromotrices dans les enroulements des diverses phases.

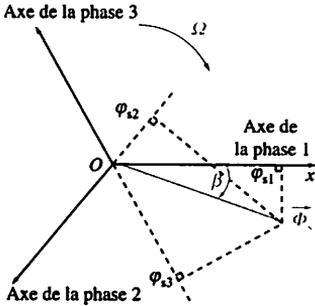


Fig. 3. Là encore, on suppose que la machine considérée possède deux pôles. Les valeurs algébriques des projections de $\vec{\Phi}_s$ sur les axes des phases ne donnent les flux φ_1 , φ_2 et φ_3 qu'au facteur $\sqrt{2}$ près.

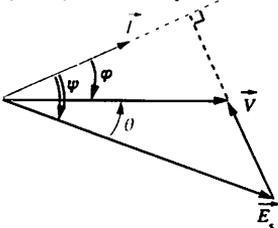


Fig. 4. Diagramme de Kapp d'un moteur synchrone. Conformément à l'approximation habituelle, on n'a pas tenu compte de la résistance d'une phase du stator, d'où l'absence du vecteur $R\vec{I}$ (voir chap. 97).

Considérons un vecteur tournant $\vec{\Phi}_s$ qui, à chaque instant, serait colinéaire à l'axe du champ tournant créé par le rotor d'un moteur synchrone et qui aurait pour module la valeur efficace Φ_s du flux φ_s que ce rotor engendre dans un enroulement du stator. Nous savons qu'un tel vecteur est colinéaire à l'axe de l'une des phases du stator chaque fois que le flux φ_s embrassé par cette phase est maximal.

A un instant donné, si le vecteur $\vec{\Phi}_s$ occupe une certaine position, repérée par $\beta = (\overline{Ox}, \vec{\Phi}_s)$, il nous est possible de connaître les flux φ_{s1} , φ_{s2} et φ_{s3} , (fig. 3) induits à cet instant, respectivement dans les trois enroulements statoriques, en projetant $\vec{\Phi}_s$ sur les axes des trois enroulements. Ces flux instantanés sont égaux aux mesures algébriques des projections obtenues :

$$\varphi_{s1} = \Phi_s \sqrt{2} \cos \beta, \quad \varphi_{s2} = \Phi_s \sqrt{2} \cos \left(\beta - \frac{2\pi}{3} \right)$$

et :

$$\varphi_{s3} = \Phi_s \sqrt{2} \cos \left(\beta - \frac{4\pi}{3} \right)$$

De la même manière, à tout système triphasé de grandeurs physiques (les intensités i_1 , i_2 et i_3 des courants statoriques, les forces électromotrices synchrones e_{s1} , e_{s2} et e_{s3} correspondant aux flux φ_{s1} , φ_{s2} et φ_{s3} , etc.), nous pouvons associer un vecteur tournant à la vitesse de synchronisme, dont les projections sur les axes des trois phases donne, (au facteur $\sqrt{2}$ près), les valeurs des grandeurs correspondant à chacune des phases.

Revenons maintenant au diagramme (dit de Kapp) du moteur synchrone autopiloté (fig. 4). Nous pouvons considérer les vecteurs \vec{I} , \vec{V} , \vec{E}_s qui y figurent soit comme des vecteurs de Fresnel, soit comme des vecteurs tournants au sens où nous venons de les définir.

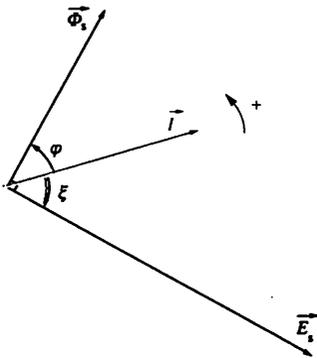


Fig. 5. $\psi - \xi = \frac{\pi}{2}$.

L'étude de la commande d'un moteur synchrone autopiloté nous a montré qu'elle repose sur trois actions : l'autopilotage qui a pour effet de contrôler l'angle ψ entre les vecteurs \vec{I} et \vec{E}_s , l'action sur l'intensité I des courants statoriques et le réglage de Φ_s à une valeur généralement constante. Des égalités : $P = T_e \Omega = 3VI \cos \varphi = 3E_s I \cos \psi$, avec : $E_s = k_1 \Phi_s \Omega$, nous déduisons :

$$T_e = 3k_1 I \Phi_s \cos \psi$$

Sur le diagramme spatial de la figure 5, faisons apparaître le vecteur tournant $\vec{\Phi}_s$ qui, du fait de la relation entre grandeurs complexes $\underline{E}_s = -j\omega \underline{\Phi}_s$, est en avance de $\frac{\pi}{2}$ rad sur le vecteur tournant \vec{E}_s .

En posant : $\xi = \frac{\pi}{2} + \psi$, nous pouvons écrire :

$$T_e = 3k_1 I \Phi_s \sin \xi = |\vec{T}_e|, \text{ avec : } \vec{T}_e = 3k_1 \vec{I} \wedge \vec{\Phi}_s$$

Sur cette dernière expression, nous voyons donc que la commande d'une machine synchrone a pour effet de régler les positions respectives des vecteurs tournants \vec{I} et $\vec{\Phi}_s$. Plus précisément, le flux Φ_s étant fixé, la commande de la machine synchrone a pour objectif de contrôler le couple par action sur le vecteur \vec{I} dont l'amplitude et la position agissent sur T_e . La commande d'un moteur synchrone autopiloté est donc une commande vectorielle.

3 Moteur asynchrone

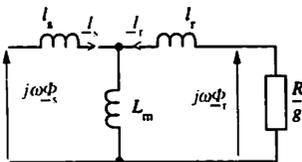


Fig. 6. Modèle équivalent d'une phase d'un moteur asynchrone.

A l'aide du modèle de la figure 6 (modèle donné fig. 7, chap. 99) nous pouvons exprimer le flux rotorique total Φ_r embrassé par une phase du rotor en fonction des intensités I_r et I_s :

$$\Phi_r = L_m I_s + L_r I_r$$

et nous pouvons aussi écrire la relation liant Φ_r et

$$I_r : \Phi_r = j \frac{R I_r}{g \omega}$$

En utilisant comme précédemment les vecteurs tournants $\vec{\Phi}_r$, \vec{I}_s , et \vec{I}_r , nous obtenons, par exemple, le diagramme de la figure 7. Il montre que

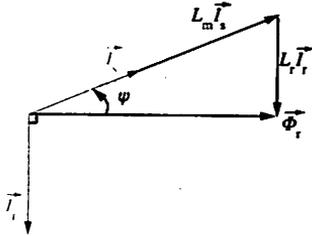


Fig. 7. Pour la disposition des vecteurs $\vec{\Phi}_r$, \vec{I}_r et \vec{I}_s on se rapportera au chapitre 99 figure 9. Les vecteurs \vec{I}_r et $\vec{\Phi}_r$ sont perpendiculaires et nous savons que l'angle $(\vec{\Phi}_r, \vec{I}_r) = \psi$ est tel que $\text{tg } \psi = \tau_r \omega_r = \frac{L_r g \omega}{R}$.

La relation vectorielle

$\vec{\Phi}_r = L_m \vec{I}_s + L_r \vec{I}_r$ permet de compléter le diagramme de Fresnel.

Le module Φ_r vecteur $\vec{\Phi}_r$ est égal à $L_m I_s \cos \psi$.

$\Phi_r = L_m I_s \cos \psi$, avec, comme nous l'avons vu au chapitre 99 : $\text{tg } \psi = \frac{(g\omega L_r)}{R}$.

Exprimons le moment T_e du couple à partir de la relation : $T_e \Omega_s = 3 \frac{R}{g} I_r^2$.

Compte tenu des égalités : $I_r = \frac{g\omega \Phi_r}{R}$ et : $\Omega_s = \frac{\omega}{p}$ nous trouvons :

$T_e = 3p\omega_r \frac{\Phi_r^2}{R}$, (expression que nous utiliserons ultérieurement) soit : $T_e = 3p\Phi_r I_r$.

Compte tenu de l'orthogonalité des vecteurs $\vec{\Phi}_r$ et \vec{I}_r , cette égalité peut encore s'écrire :

$$\vec{T}_e = 3p \vec{I}_r \wedge \vec{\Phi}_r \quad (1)$$

Cette expression, analogue à celles obtenue pour la machine à courant continu et la machine synchrone, ne permet pas de réaliser une commande car il est impossible d'agir directement sur les courants rotoriques du moteur asynchrone. Nous allons donc la transformer en exprimant T_e en fonction des vecteurs $\vec{\Phi}_r$ et \vec{I}_s .

Utilisant dans l'expression (1) les propriétés de distributivité du produit vectoriel par rapport à l'addition, et remplaçant $\vec{\Phi}_r$ par son expression $\vec{\Phi}_r = L_r \vec{I}_r + L_m \vec{I}_s$ nous trouvons, compte tenu de l'égalité : $\vec{I}_r \wedge \vec{I}_r = \vec{0}$:

$$\vec{T}_e = 3pL_m \vec{I}_r \wedge \vec{I}_s \quad (2)$$

Modifions encore (2) :

$$\vec{T}_e = 3pL_m \left(\frac{L_r \vec{I}_r + L_m \vec{I}_s}{L_r} \right) \wedge \vec{I}_s = \frac{3pL_m}{L_r} \vec{\Phi}_r \wedge \vec{I}_s \quad (3)$$

Cette dernière expression (3) peut, elle, parfaitement servir de point de départ à une commande vectorielle : en maintenant constant le flux Φ_r , le couple sera contrôlé à chaque instant si l'on est capable de maîtriser directement la valeur I_s du vecteur \vec{I}_s et sa position par rapport à $\vec{\Phi}_r$. Autrement dit, il faut régler la valeur efficace et la phase des trois courants statoriques par rapport au vecteur tournant $\vec{\Phi}_r$.

Lorsque Φ_r et ω_r sont connus, l'intensité efficace I_s des courants statoriques est calculable :

$$I_s = \frac{\Phi_r}{L_m} \sqrt{1 + (\omega_r \tau_r)^2}$$

Un microcalculateur recevant Φ_r et ω_r détermine donc la valeur souhaitée de I_s .

Par ailleurs, la connaissance de ω_r et de la vitesse angulaire Ω de rotation du moteur, fournie par un capteur, permet d'élaborer une image de la pulsation ω des courants statoriques qui doit être imposée à l'onduleur alimentant le moteur. Ces grandeurs, en effet, sont liées par la relation :

$$\omega = p\Omega + \omega_r$$

Un intégrateur, recevant l'image ω de la pulsation statorique, calcule l'angle polaire θ_s du vecteur tournant $\overline{\Phi_r}$: $\theta_s = \theta_0 + \omega t$. Ce vecteur tournant $\overline{\Phi_r}$ est ainsi parfaitement déterminé puisque l'on connaît son module et son angle polaire θ_s . Dans le même temps, un microcalculateur détermine l'angle ψ entre les vecteurs $\overline{\Phi_r}$ et $\overline{I_s}$: nous avons vu qu'il est tel que : $\tan \psi = \tau_r \omega_r$. Il est donc calculable pour toute valeur de ω_r . Dès lors, θ_s étant connu il est possible de déterminer l'angle polaire θ du vecteur tournant $\overline{I_s}$: $\theta = \theta_s + \psi$, soit : $\theta = \theta_0 + \omega t + \psi$.

Un microcalculateur spécifique, recevant d'une part l'information I_s et d'autre part l'information θ , peut donc déterminer les trois courants de référence auxquels on compare alors les intensités i_a , i_b et i_c des courants alimentant réellement le moteur. Il est théoriquement possible, alors, de concevoir un régulateur de courant capable d'agir sur le système de tensions (v_a , v_b , v_c), fourni par l'onduleur, en fonction du résultat de la comparaison des systèmes (i_{s1} , i_{s2} , i_{s3}) et (i_a , i_b , i_c). Par l'intermédiaire d'un automate de commande rapprochée, il agirait sur les interrupteurs de l'onduleur à MLI.

Ce variateur pilote donc directement les trois courants statoriques du moteur asynchrone en estimant à chaque instant la position angulaire θ du vecteur tournant $\overline{I_s}$. On dit que le moteur asynchrone assisté d'un tel variateur est autopiloté en position (alors que le variateur étudié au chapitre 99 ne permettait qu'un autopilotage en fréquence).

En supposant que c'est l'axe de la phase 1 du stator qui sert de référence pour compter les angles polaires θ_s et θ , les expressions des intensités des trois courants statoriques sont les suivantes :

$$i_{s1} = I_s \sqrt{2} \cos \theta,$$

$$i_{s2} = I_s \sqrt{2} \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$i_{s3} = I_s \sqrt{2} \cos \left(\theta - \frac{4\pi}{3} \right)$$

Le variateur décrit au chapitre précédent est bien un variateur à commande vectorielle, mais sa réalisation est difficile car il nécessite un régulateur de courant devant à chaque instant déterminer les tensions fournies par l'onduleur à partir de la comparaison de deux systèmes de grandeurs triphasés. Les automaticiens préfèrent de beaucoup construire des régulateurs agissant sur une seule grandeur, aussi allons-nous décrire un variateur à commande vectorielle ne contenant que cette sorte de régulateurs.

1 Composantes du vecteur \vec{I}_s

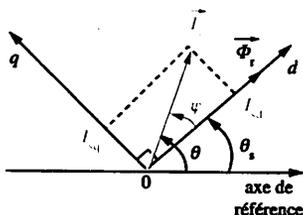


Fig. 1. Les vecteurs $\vec{\Phi}_r$ et \vec{I}_s sont des vecteurs tournant, en régime permanent, à la vitesse angulaire ω par rapport au stator. Leurs abscisses angulaires respectives sont donc de la forme :

$$\theta_s = \theta_0 + \omega t \quad \text{et} \quad \theta = \theta_0 + \omega t + \psi.$$

Ces abscisses sont évaluées par rapport à un axe de référence fixe dans le repère lié au stator : cet axe de référence peut être l'axe de symétrie de la phase 1 du stator.

Revenons au vecteur \vec{I}_s représenté sur la figure 1 : nous pouvons définir deux composantes : la composante \vec{I}_{sd} ($I_{sd} = I_s \cos \psi$) colinéaire avec le vecteur flux $\vec{\Phi}_r$, et la composante perpendiculaire \vec{I}_{sq} ($I_{sq} = I_s \sin \psi$).

Ces deux composantes interviennent dans les deux relations suivantes :

$$\vec{\Phi}_r = L_m I_{sd} \quad \text{et} \quad T_o = 3p \frac{L_m}{L_r} \Phi_r I_{sq}$$

qui se déduisent des formules données au chapitre précédent et que nous rappelons : $\vec{\Phi}_r = L_m I_s \cos \psi$

$$\text{et} \quad \vec{T}_o = 3p \frac{L_m}{L_r} \vec{\Phi}_r \wedge \vec{I}_s.$$

Ces deux composantes de \vec{I}_s permettent d'établir une analogie très étroite avec la machine à courant continu :

- la première (I_{sd}) permet de fixer le flux Φ_r ; ce flux joue le rôle de flux inducteur et doit normalement être maintenu constant;
- la deuxième (I_{sq}) règle la valeur du moment T_o du couple électromagnétique dès lors que Φ_r est fixé : c'est l'analogie du courant d'induit de la machine à courant continu.

2 Transformation directe de Park

Connaissant I_{sd} , I_{sq} et l'angle polaire θ_s du vecteur $\vec{\Phi}_r$ de référence (avec \vec{Od}), il est facile de déterminer le système des intensités (i_{s1} , i_{s2} , i_{s3}) des trois courants statoriques. En projetant les deux composantes I_{sd} et I_{sq} du vecteur \vec{I}_s sur les axes des trois phases du stator, nous trouvons en effet :

$$i_{s1} = \sqrt{\frac{2}{3}} [I_{sd} \cos \theta_s - I_{sq} \sin \theta_s]$$

$$i_{s2} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[I_{sd} \cos \left(\theta_s - \frac{2\pi}{3} \right) - I_{sq} \sin \left(\theta_s - \frac{2\pi}{3} \right) \right]$$

$$i_{s3} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[I_{sd} \cos \left(\theta_s - \frac{4\pi}{3} \right) - I_{sq} \sin \left(\theta_s - \frac{4\pi}{3} \right) \right]$$

Écriture simplifiée de la transformation directe de Park

$$\begin{bmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \\ i_{s3} \end{bmatrix} = [P(\theta_s)] \begin{bmatrix} I_{sd} \\ I_{sq} \end{bmatrix}$$

La transformation qui permet de passer des composantes «d» et «q» d'un vecteur tournant sur les axes mobiles $\vec{O\bar{d}}$ et $\vec{O\bar{q}}$ au système triphasé des grandeurs correspondantes est appelé transformation de Park. Nous noterons $[P(\theta_s)]$ cette transformation, qui suppose connu l'angle polaire θ_s du vecteur tournant (ici $\vec{\Phi}_r$) qui sert de référence au repère mobile.

3 Transformation inverse de Park

Inversement, il est possible d'exprimer les grandeurs I_{sd} et I_{sq} en fonction de i_{s1} , i_{s2} et i_{s3} : compte tenu des équations précédentes. On vérifiera facilement les égalités suivantes :

$$I_{sd} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[i_{s1} \cos \theta + i_{s2} \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) + i_{s3} \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \right]$$

$$I_{sq} = -\sqrt{\frac{2}{3}} \left[i_{s1} \sin \theta + i_{s2} \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) + i_{s3} \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \right]$$

Écriture simplifiée de la transformation inverse de Park

$$\begin{bmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \\ i_{s3} \end{bmatrix} = [P(\theta_s)]^{-1} \begin{bmatrix} I_{sd} \\ I_{sq} \end{bmatrix}$$

4 Application

Pour chaque valeur de θ_s , des microcalculateurs spécifiques sont capables de passer en quelques microsecondes du système (I_{sd}, I_{sq}) ou (V_d, V_q) au système (i_{s1}, i_{s2}, i_{s3}) ou (v_a, v_b, v_c) correspondant et réciproquement : nous allons voir comment ces calculateurs permettent de ramener la réalisation de la commande vectorielle à celle des commandes habituelles.

Pour cela, nous suivrons la figure 2. Comme précédemment, le flux Φ_r est une grandeur fixée à l'avance. Cela permet de déterminer la composante $I_{sd}^{\text{réf}}$ sur l'axe $\vec{O\bar{d}}$ du vecteur \vec{I}_s puisque $\Phi_r = L_m I_{sd}^{\text{réf}}$. Par ailleurs, la connaissance du

moment T_o (grandeur fournie par le régulateur de vitesse ou de position d'une boucle non représentée ici) entraîne la fixation de la composante $I_{sq\text{ réf}}$ sur l'axe \vec{Oq} du vecteur \vec{I}_s , puisque :

$$T_o = 3p \frac{L_m}{L_r} \Phi_r I_{sq} \quad \text{ce qui entraîne : } I_{sq} = \frac{L_r}{L_m} \frac{T_o}{3p \Phi_r}$$

Comme pour le variateur étudié au chapitre précédent, T_o et Φ_r étant fixés, la pulsation rotorique $\omega_r = g\omega$ est connue. Là encore, compte tenu du nombre p de paires de pôles et de la vitesse angulaire Ω il est possible de calculer la pulsation statorique ω , puis, par intégration, d'estimer l'angle polaire θ_s caractérisant la position angulaire du vecteur tournant $\vec{\Phi}_r$ support de l'axe \vec{Od} ; on obtient : $\theta_s = \theta_0 + \omega t$.

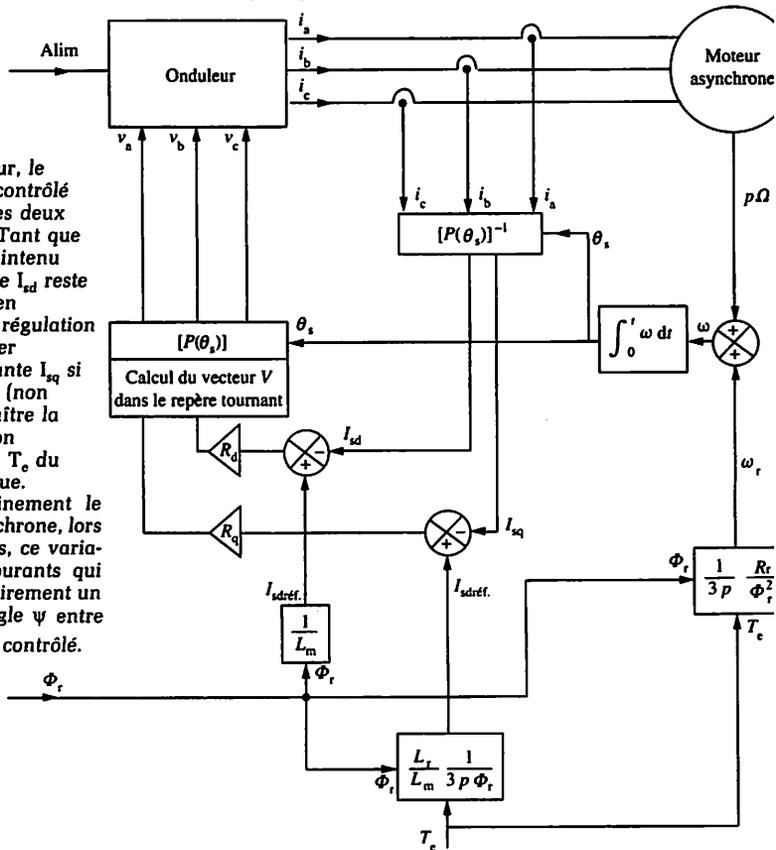


Fig. 2. Dans ce variateur, le vecteur tournant \vec{I} est contrôlé à chaque instant par ses deux composantes I_{sd} et I_{sq} . Tant que le flux Φ_r choisi est maintenu constant, la composante I_{sd} reste aussi constante, mais, en revanche, la boucle de régulation de courant peut modifier rapidement la composante I_{sq} si le régulateur de vitesse (non représenté), fait apparaître la nécessité d'une variation importante du moment T_o du couple électromagnétique. Pour contrôler plus finement le couple du moteur asynchrone, lors des régimes transitoires, ce variateur crée donc des courants qui ne forment pas nécessairement un système triphasé. L'angle ψ entre \vec{I}_s et $\vec{\Phi}_r$ peut ainsi être contrôlé.

L'angle θ_s étant connu, il est possible d'effectuer la transformation inverse de Park qui donne les composantes I_{sd} et I_{sq} du vecteur tournant correspondant aux courants statoriques réels. Ces composantes sont comparées aux valeurs de références élaborées à partir du flux Φ_r choisi et du moment T_o du couple désiré. Les régulateurs de courant R_d et R_q élaborent alors deux grandeurs d'erreur, qui, convenablement amplifiées, corrigées et découplées, fournissent les composantes V_d et V_q du vecteur tournant \vec{V} correspondant aux trois tensions v_a , v_b et v_c devant alimenter le moteur. C'est un microcalculateur qui fournit ces tensions à partir de V_d , V_q et de θ_s .

5 Conclusion

► Dans un régulateur « classique » (voir fig. 1, chap. 101), seul le module I_s du vecteur \vec{I}_s est contrôlé : lors des régimes transitoires (régime d'accélération ou de décélération), les positions respectives des vecteurs \vec{I}_s et $\vec{\Phi}_s$ (ou $\vec{\Phi}_r$) ne sont pas maîtrisées.

Dans les régulateurs vectoriels (voir fig. 3, chap. 100, où le vecteur tournant \vec{I}_s est fixé par son module I_s et par l'angle ψ qui le positionne par rapport au vecteur de référence $\vec{\Phi}_r$, ou voir ci-dessus, où \vec{I}_s est fixé par ses deux composantes I_{sd} et I_{sq} dans le repère tournant défini par $\vec{\Phi}_r$), la position respective des vecteurs définissant le couple (ici \vec{I}_s et $\vec{\Phi}_r$) est toujours contrôlée. Pour cela, dans certains régimes transitoires, les trois tensions (v_a , v_b , v_c), ou les trois intensités (i_a , i_b , i_c) des courants statoriques ne forment pas des systèmes exactement triphasés : c'est cette latitude qui permet d'obtenir de rapides ajustements de l'angle ψ et donc du moment T_o du couple électromagnétique.

Entre ce variateur, que l'on sait construire, et le précédent, trop complexe pour être réalisé, il y a un point commun : dans les deux cas, le vecteur tournant $\vec{\Phi}_r$ est supposé connu. Son module est choisi a priori (en relation avec le moteur considéré) et son angle polaire θ_s estimé à partir de la vitesse angulaire du moteur et de la pulsation des courants rotoriques. En revanche, une différence les sépare : elle réside dans la méthode d'élaboration du vecteur tournant $\vec{I}_{s \text{ réf}}$: dans le cas du variateur de la figure 1 du chapitre 100 on calcule son module et l'angle ψ entre $\vec{\Phi}_r$ et $\vec{I}_{s \text{ réf}}$; dans le cas du variateur de la figure 2 on ajuste ses deux composantes I_{sd} (normalement constante) et I_{sq} (contrôlant le couple) dans le repère $(\vec{O}d, \vec{O}q)$ lié au vecteur tournant $\vec{\Phi}_r$.

Ce dernier régulateur caractérise tout à fait les régulateurs vectoriels modernes : une grandeur continue (I_{sq}) image du couple, n'ayant de réalité que dans le repère tournant attaché au moteur, connue grâce à la transformation inverse de Park et utilisable grâce à la transformation directe de Park permet de contrôler à chaque instant le couple du moteur asynchrone.

ANNEXES

1 Cas d'une force constante

a) Travail. Lors d'un déplacement rectiligne de son point d'application M (fig. 1), d'un point A à un point B, une force \vec{F} constante effectue un travail W égal à :

$$W = Fl \cos a \quad \left\{ \begin{array}{l} W \text{ en joules (J)} \\ F \text{ en newtons (N)} \\ l \text{ en mètres (m)} \\ a \text{ en radians (rad) ou degrés (}^\circ\text{)} \end{array} \right.$$

Dans cette expression on désigne par :

F : la valeur de la force,

l : la distance \overline{AB} ,

a : l'angle (\vec{F}, \overline{AB}) .

Ce travail W peut être exprimé au moyen d'un produit scalaire :

$$W = \vec{F} \cdot \overline{AB}$$

b) Puissance. Lorsque le point d'application de la force se trouve en M à l'instant t , animé d'une vitesse \vec{v} , la puissance développée par la force \vec{F} est donnée par la relation :

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

(valeur de \vec{F} en newtons, valeur de \vec{v} en mètres par seconde)

Ce produit scalaire découle de la relation donnant le travail W_1 de la force \vec{F} lors du déplacement \overline{AM} :

$$W_1 = \vec{F} \cdot \overline{AM} \Rightarrow P = \frac{dW_1}{dt} = \frac{d(\vec{F} \cdot \overline{AM})}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\overline{AM}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

puisque, par définition, en M la vitesse \vec{v} est égale à $\frac{d(\overline{AM})}{dt}$.

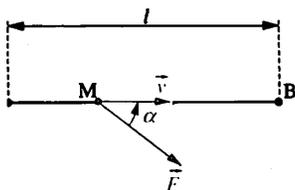


Fig. 1. Travail d'une force.

Fig. 2. Couple de forces.

Les deux forces \vec{F} et \vec{F}' constituent un couple de forces ($\vec{F} = -\vec{F}'$). Elles tendent à faire tourner la barre AB autour de l'axe de rotation Δ_1 , supposé perpendiculaire au plan défini par les deux vecteurs forces et passant par le point O milieu de AB.

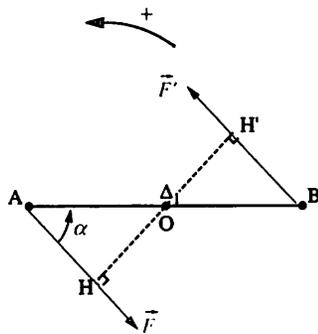
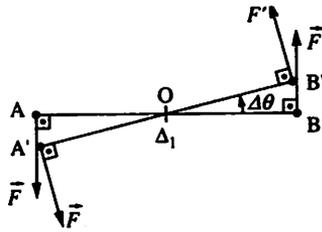


Fig. 3. Travail d'un couple.
 Dans la rotation d'axe Δ_1 , les points A et B décrivent un cercle de rayon OA. Les forces \vec{F} et \vec{F}' , tangentes au cercle, sont à chaque instant colinéaires aux déplacements des points A et B.



2 Cas d'un couple de forces

Un ensemble de deux forces de même valeur, de droites d'action parallèles et de sens opposés, constitue un couple de forces (fig. 2). Un couple de forces, tend à provoquer la rotation du système qui subit son action.

On caractérise un couple de forces par son moment par rapport à un axe. Le moment T d'un couple de forces \vec{F} et \vec{F}' par rapport à un axe Δ_1 est la somme des moments des deux forces par rapport à Δ_1 . Dans l'exemple choisi figure 2 ce moment est donné par la relation suivante :

$$T = F \cdot OH + F' \cdot OH'$$

$$\text{avec : } F = F' \text{ et : } OH = OH'$$

$$\text{D'où : } T = 2F \cdot OH = 2F \cdot OA \cdot \sin a = F \cdot AB \cdot \sin a$$

$$\text{soit : } \boxed{T = F \cdot AB \cdot \sin a}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T \text{ en newtons-mètres (Nm)} \\ F \text{ en newtons (N)} \\ AB \text{ en mètres (m)} \\ a \text{ en radians (rad) ou degrés (}^\circ\text{)} \end{array} \right.$$

a) Travail

On va considérer le cas simple où les forces \vec{F} et \vec{F}' sont perpendiculaires au rayon de gyration ($a = \frac{\pi}{2}$ rad).

Si le système qui subit l'action du couple est mobile autour de l'axe Δ_1 (fig. 3) et si le segment AB tourne d'un très petit angle $\Delta\theta$, les points d'application de \vec{F} et \vec{F}' décrivent un arc de cercle de longueur $(OA \cdot \Delta\theta)$. Cet arc de cercle, de longueur très petite, peut être assimilé à un segment de droite. Le travail ΔW effectué par les forces \vec{F} et \vec{F}' peut ainsi être calculé au moyen de la relation donnée au paragraphe précédent :

$$\Delta W = 2 \cdot F \cdot OA \cdot \Delta\theta$$

Le moment du couple de forces étant égal à : $T = F \cdot AB = 2F \cdot OA$, le travail ΔW est donné par l'expression :

$$\boxed{\Delta W = T \cdot \Delta\theta}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta W \text{ en joules (J)} \\ T \text{ en newtons-mètres (Nm)} \\ \Delta\theta \text{ en radians (rad)} \end{array} \right.$$

Dans le cas d'un couple de moment constant, le travail W effectué lors d'une rotation définie par l'angle θ est égal à :

$$\boxed{W = T \cdot \theta} \quad \begin{cases} W \text{ en joules (J)} \\ T \text{ en newtons-mètres (Nm)} \\ \theta \text{ en radians (rad)} \end{cases}$$

b) *Puissance*

Lors d'une rotation d'un angle $\Delta\theta$ très petit en une durée Δt , le couple de forces \vec{F} et \vec{F}' de la figure 3 développe une puissance P telle que :

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = T \cdot \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

Le quotient $\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ représente la vitesse angulaire Ω à l'instant t du solide qui subit le couple de forces. On écrit donc :

$$\boxed{P = T \cdot \Omega} \quad \begin{cases} P \text{ en watts (W)} \\ T \text{ en newtons-mètres (Nm)} \\ \Omega \text{ en radians par seconde (rad/s)} \end{cases}$$

SYSTÈME INTERNATIONAL D'UNITÉS : SI

1 Système international d'unités

Le Système international d'unités, appelé encore SI, est un système cohérent d'unités, adopté par la 11^e Conférence générale des poids et mesures (CGPM) en 1960. Le SI comprend :

- des unités de base ;
 - des unités dérivées, y compris les unités supplémentaires.
- L'utilisation de ce système est obligatoire en France.

2 Unités de base du SI

Le SI comporte sept unités de base correspondant aux sept grandeurs de base :

| Grandeur | Nom de l'unité de base | Symbole de l'unité |
|---------------------------------|------------------------|--------------------|
| longueur | mètre | m |
| masse | kilogramme | kg |
| temps | seconde | s |
| intensité de courant électrique | ampère | A |
| température thermodynamique | kelvin | K |
| quantité de matière | mole | mol |
| intensité lumineuse | candela | cd |

3 Unités dérivées

Les unités dérivées du SI sont généralement exprimées en fonction des unités de base. Certaines unités dérivées possèdent un nom et un symbole spécial (voir tableau à la page ci-contre). Celles-ci peuvent à leur tour être utilisées pour exprimer d'autres unités dérivées.

Exemple : le newton (N), unité dérivée de force est utilisé pour former l'unité de tension superficielle, le newton par mètre carré (N/m²).

Remarque : les unités radian (rad) et stéradian (sr), respectivement pour l'angle plan et pour l'angle solide, sont classées comme unités supplémentaires. Ce sont des unités dérivées sans dimension que chacun est libre d'utiliser ou non dans les expressions des unités dérivées du SI.

4 Multiples des unités SI

Les multiples et les sous-multiples des unités SI sont formés au moyen des préfixes suivants :

| Facteur | Préfixe | Symbole |
|-----------|---------|---------|
| 10^{24} | yotta | Y |
| 10^{21} | zetta | Z |
| 10^{18} | exa | E |
| 10^{15} | peta | P |
| 10^{12} | téra | T |
| 10^9 | giga | G |
| 10^6 | méga | M |
| 10^3 | kilo | k |
| 10^2 | hecto | h |
| 10 | déca | da |

| Facteur | Préfixe | Symbole |
|------------|---------|---------|
| 10^{-1} | déci | d |
| 10^{-2} | centi | c |
| 10^{-3} | milli | m |
| 10^{-6} | micro | μ |
| 10^{-9} | nano | n |
| 10^{-12} | pico | p |
| 10^{-15} | femto | f |
| 10^{-18} | atto | a |
| 10^{-21} | zepto | z |
| 10^{-24} | yocto | y |

5 Unités en usage avec le SI

Certaines unités en dehors du SI sont néanmoins reconnues par le Comité international des poids et mesures (CIPM) comme devant être maintenues en usage avec le SI. Elles sont données dans le tableau ci-dessous.

| Grandeur | Unité | Symbole | Définition |
|------------|-----------------------------------|---------------|--|
| temps | minute heure jour | min h d | 1 min = 60 s 1 h = 60 min 1 d = 24 h |
| angle plan | degré minute seconde | ° ' " | 1° = ($\pi/180$) rad 1' = (1/60) ^p 1" = (1/60)' |
| volume | litre | l, L | 1 l = 1 dm ³ |
| masse | tonne | t | 1 t = 10 ³ kg |
| énergie | électronvolt | eV | 1 eV = 1,602 177 × 10 ⁻¹⁹ J |
| masse | unité de masse atomique (unifiée) | u | 1 u = 1,660 540 2 × 10 ⁻²⁷ kg |

6 Tableau des unités SI dérivées ayant un nom spécial

| Grandeur dérivée | Unité SI dérivée | | |
|--|------------------|--------------------|--|
| | Nom spécial | Symbole | Expression en fonction des unités de base ou dérivées |
| angle plan | radian | rad | $1 \text{ rad} = 1 \text{ m/m} = 1$ |
| angle solide | stéradian | sr | $1 \text{ sr} = 1 \text{ m}^2/\text{m}^2 = 1$ |
| fréquence | hertz | Hz | $1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1}$ |
| force | newton | N | $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2$ |
| pression, contrainte | pascal | Pa | $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N}/\text{m}^2$ |
| énergie, travail, quantité de chaleur | joule | J | $1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ |
| puissance, flux énergétique | watt | W | $1 \text{ W} = 1 \text{ J}/\text{s}$ |
| charge électrique, quantité d'électricité | coulomb | C | $1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot \text{s}$ |
| potentiel électrique, différence de potentiel, tension, force électromotrice | volt | V | $1 \text{ V} = 1 \text{ W}/\text{A}$ |
| capacité électrique | farad | F | $1 \text{ F} = 1 \text{ C}/\text{V}$ |
| résistance électrique | ohm | Ω | $1 \Omega = 1 \text{ V}/\text{A}$ |
| conductance électrique | siemens | S | $1 \text{ S} = 1 \Omega^{-1}$ |
| flux d'induction magnétique | weber | Wb | $1 \text{ Wb} = 1 \text{ V} \cdot \text{s}$ |
| induction magnétique | tesla | T | $1 \text{ T} = 1 \text{ Wb}/\text{m}^2$ |
| inductance | henry | H | $1 \text{ H} = 1 \text{ Wb}/\text{A}$ |
| température Celsius | degré Celsius | $^{\circ}\text{C}$ | $1 \text{ }^{\circ}\text{C} = 1 \text{ K}$ |
| flux lumineux | lumen | lm | $1 \text{ lm} = 1 \text{ cd} \cdot \text{sr}$ |
| éclairage | lux | lx | $1 \text{ lx} = 1 \text{ lm}/\text{m}^2$ |

INDEX

A

Admittance, 102
Alimentation, 26
Alimentation à découpage, 330
Alimentation à découpage « forward », 334
Alimentation de sûreté, 350
Alternateur, 218
Ampère (définition), 64
Ampèremètre, 7
Amplificateur opérationnel, 270
Amplification de puissance, 271
Angle de pertes, 108
Angle de retard, 300
Appareil magnéto-électrique, 96
Asservissement, 359
Association de générateurs, 27
Association en parallèle, 22
Association en série, 22
Atome, 8
Auto-induction, 82
Autopilotage en position, 393
Autotransformateur, 159

B

Balais, 167
Bobine à noyau de fer, 162
Bobine de lissage, 88, 164, 295
Bobine longue, 55
Bobine (modèle), 86
Bobine parfaite, 103
Bobine plate, 55
Bobine réelle, 106
Bobines de Helmholtz, 56
Branche, 6

C

Capacité d'un condensateur, 42

Capacité équivalente, 46
Capteur, 370
Chaîne de retour, 362
Chaîne directe, 362
Chaîne fermée, 363
Chaîne ouverte, 355, 363
Champ de claquage, 44
Champ disruptif, 44
Champ électrique, 43
Champ magnétique, 50
Champ radial, 76
Champ tournant, 202, 206
Charge active, 286
Charge inductive, 318
Chute de tension dans un transformateur, 156
Circuit de commande, 292
Circuit électrique, 6
Circuit magnétique, 130
Circulation d'un vecteur, 131
Code des couleurs, 24
Coefficient de température, 20
Collecteur, 167
Commande décalée, 339, 343
Commande symétrique, 338, 342
Commande vectorielle, 412, 420
Compteur d'énergie, 40
Condensateur, 42, 104, 107
Condensateur électrochimique, 48
Condensateur plan, 43
Conductance, 15, 20
Conducteur, 14
Conductivité, 20
Conservation de l'énergie, 39
Convention générateur, 15
Convention récepteur, 15
Convertisseur « continu → alternatif », 338
Convertisseur « continu → continu », 314
Convertisseur électromécanique, 166
Convertisseur « fly-back », 330
Convertisseur statique, 314, 338
Couplage en étoile, 124

Couplage en triangle, 124
Couple électromagnétique, 174, 234, 242
Couple moteur, 192
Courant de drain, 267
Courant de Foucault, 79
Courant direct, 250
Courant induit, 78
Courant inverse, 251
Courant sinusoïdal, 96
C.T.N., 19

D

D.d.p., 10
Décalage horaire, 98
Démarrage du moteur, 190
Déphasage, 98
Diagramme synchrone, 224
Diélectrique, 42
Différence de potentiel, 10
Diode bloquée, 252
Diode de redressement, 250
Diode parfaite, 252
Diode passante, 252
Diodes à anodes communes, 276
Diodes à cathodes communes, 276, 286
Dipôle, 6
Dipôle actif, 26
Dipôle actif linéaire, 34
Dipôle dissymétrique, 28
Dipôle équivalent, 22
Dipôle inductif, 82
Dipôle passif, 14
Dipôle résistif, 14, 103
Dipôle symétrique, 14
Dipôles en parallèle, 114
Dipôles en série, 110
Diviseur de courant, 23
Diviseur de tension, 22
Droite de charge, 267
Durée de fermeture, 264
Durée d'ouverture, 264

E

Effet Hall, 50
Effet Joule, 15

INDEX

Électromoteur, 26
Électromoteur réversible, 31
Électromoteur-récepteur, 30
Électron, 6
Encoche, 219
Énergie, 38
Énergie d'un condensateur, 47
Enroulement, 219
Entrefer, 132
Excitation magnétique, 56, 130
Extinction forcée, 259
Extinction naturelle, 259

F

Facteur de puissance, 378
Faisceau d'électrons, 58
F.é.m., 26
F.é.m. auto-induite, 84
F.é.m. induite, 70, 74
Ferromagnétique, 130
Filtrage, 278
Flux coupé, 75
Flux embrassé, 75
Flux magnétique, 66
Fonction de transfert, 355
Fonctionnement quatre quadrants, 379
Force de Lorentz, 58
Force électromagnétique, 62
Force électromotrice, 26, 172
Force électrostatique, 44
Force magnétique, 58
Formule de Boucherot, 136
Freinage en récupération, 304
Fréquence, 90
Fréquence de rotation, 232
Fresnel, 98

G

Galvanomètre, 67
Générateur, 6
Générateur de courant parfait, 34

Générateur de tension parfait, 34
Générateur linéaire, 26
Génératrice, 179
Glissement, 232
Gradateur, 310

H

Hacheur parallèle, 322
Hacheur « quatre quadrants », 328
Hacheur réversible, 326
Hacheur série, 314
Hacheurs, 382
Harmonique, 346
Haut-parleur, 63, 370

I

Impédance, 102
Inductance, 83
Inducteur, 70, 166
Induction électromagnétique, 70
Induit, 70, 166, 170
Ion, 6
Isolant, 14

J

Jonction, 250

L

Ligne de champ, 54
Ligne triphasée, 122
Loi d'additivité des tensions, 11
Loi de Faraday, 70
Loi de Joule, 39
Loi de Lenz, 79
Loi des branches, 11
Loi des nœuds, 8
Loi d'Ohm, 14, 102

M

Machine à courant continu, 166

Maille, 6
Microphone, 370
Modèle de Norton, 35
Modèle équivalent de Thévenin, 27
Modulation dite M.P.L.I., 347
Moteur à aimants permanents, 198
Moteur à courant continu, 376, 392
Moteur à excitation indépendante, 182, 194
Moteur à excitation série, 186
Moteur à réluctance variable, 199
Moteur asynchrone, 210, 230, 234, 377, 400, 403
Moteur asynchrone monophasé, 248
Moteur électrodynamique, 63
Moteur pas à pas, 68, 198
Moteur synchrone, 210, 214, 226, 352, 376, 393
Moteur synchrone auto-piloté, 396
Moteur triphasé, 210
Moteur universel, 188

N

Nœud, 6
Norton, 35, 36

O

Ohmmètre, 16
Ondulation, 280, 282, 283, 319
Onduleur à commutation de courant, 388
Onduleur à deux transistors, 339
Onduleur à M.P.L.I., 347
Onduleur assisté, 302
Onduleur autonome, 338, 350

INDEX

Onduleur en pont, 342
Onduleur de tension, 390, 391
Onduleur M.L.I. monophasé, 401, 403
Onduleur monophasé, 338
Opérateur de différence, 362
Oscilloscope, 12, 60

P

Période, 90
Perméabilité magnétique, 56
Pertes ferromagnétiques, 134
Pertes par courants de Foucault, 135
Pertes par hystérésis, 135
Perturbation, 359
Pile, 26
Polarisation directe, 250
Polarisation inverse, 251
Pont de Graëtz, 275
Pont de Graëtz « tout thyristors », 306
Pont mixte, 307
Pont triphasé, 378
Potentiel de référence, 11
Puissance, 38, 118
Puissance active, 118, 127
Puissance apparente, 118, 126
Puissance instantanée, 118
Puissance réactive, 119, 126

Q

Quantité d'électricité, 7

R

Rapport cyclique, 315
Rapport de transformation, 139
Réaction magnétique d'induit, 179, 223
Récepteur, 6
Redressement commandé, 290, 294, 378

Redressement double alternance, 275, 287
Redressement monoalternance, 274
Redressement non commandé, 286
Redressement simple alternance, 286
Redresseur à point milieu, 280
Redresseur industriel, 306
Régime de commutation, 263
Régime périodique, 90
Régime sinusoïdal, 94
Régime triphasé équilibré, 123, 126
Règle du flux maximal, 66
Régulateur, 362
Régulateur en cascade, 385
Régulation de vitesse, 362
Relation tension-champ magnétique, 135
Représentation cartésienne, 98
Représentation de Fresnel, 98
Résistance, 14, 15
Résistance commandée, 19
Résistance dynamique, 251
Résistance interne, 26
Résistance linéaire, 18
Résistivité, 19
Résonance, 112, 116
Retard angulaire, 291
Rotor bipolaire, 218
Rotor multipolaire, 218

S

Semiconducteur, 14
Sens du courant électrique, 7
Solénoïde, 55, 83
Sonde à effet Hall, 50
Source de champ magnétique, 54
Spectre de fréquences, 346
Spectre magnétique, 54

Spectrographe de masse, 59
Supraconductivité, 20
Synchronisation, 290
Système asservi, 358, 365
Système commandé, 354
Système triphasé, 122

T

Télétransmission, 370
Temps d'amorçage, 260
Temps de croissance, 264
Temps de décroissance, 264
Temps de désamorçage, 260
Temps de recouvrement inverse, 256
Temps de retard, 264
Temps de stockage, 264
Tension, 10
Tension composée, 123
Tension de seuil, 260
Tension d'erreur, 362
Tension directe, 250
Tension inverse, 254
Tension ondulée, 274
Tension primaire, 143
Tension résiduelle, 254
Tension secondaire, 143
Tension simple, 123
Tension unidirectionnelle, 274
Teslamètre, 51
Théorème d'Ampère, 131
Théorème de Thévenin, 35
Thermistance, 19
Thévenin, 25, 33, 34
Thyristor, 258
Thyristors tête-bêche, 311
Transconductance, 267
Transducteur, 370
Transducteur électroacoustique, 370
Transducteur électromécanique, 370
Transducteur magnétoélectrique, 371
Transducteur optoélectronique, 371

INDEX

Transducteur piézoélectrique, 372
Transducteur thermoélectrique, 371
Transformateur, 76, 138, 142
Transformateur de mesure, 160
Transformateur monophasé, 154
Transformateur triphasé, 158
Transformation de Park, 420
Transistor bloqué, 262
Transistor de puissance, 262

Transistor MOSFET, 266
Transistor saturé, 262
Transistors complémentaires, 270
Transmittance, 355, 360
Triac, 311
Tube cathodique, 59

V

Valeur efficace, 92, 95
Valeur instantanée, 94
Valeur moyenne, 90, 94
Variateur en boucle fermée, 408
Variateur en boucle ouverte, 403

Variateur pour moteur à courant continu, 378
Variateur pour moteur synchrone autopiloté, 396
Variateurs pour moteur asynchrone, 400, 404
Variateurs pour moteur synchrone, 388
Varistance, 18
Vecteur de Fresnel, 98
Voltmètre, 10

W

Wattmètre, 40

Fabrication : Pierre David
Coordination artistique : Danielle Capellazzi
Maquette : Studio Primart
Composition : JPM

N°éditeur : 10122232
Imprimé en France par EUROPE MEDIA DUPLICATION S.A.S.
53110 Lassay-les-Châteaux
N° 13100 - Dépôt légal : janvier 2005