

R. MÉRAT
R. MOREAU
L. ALLAY
J.-P. DUBOS
J. LAFARGUE
R. LE GOFF

BEP - BAC PRO

Électrotechnique

Transformateurs, moteurs électriques

NATHAN

Sommaire

1. Préliminaires	4
2. Circuits magnétiques	8
3. Circuits magnétiques en alternatif	12
4. Transformateur, étude expérimentale	16
5. Transformateur parfait	20
6. Transformateur réel	24
7. Transformateur, modèle linéaire	28
8. Transformateur monophasé, modèle de Thévenin	32
9. Transformateur monophasé, transformateurs spéciaux	36
10. Bobine à noyau de fer	40
11. Machine à courant continu : principe	44
12. Machine à courant continu : force électromotrice	48
13. Machine à courant continu : réversibilité	52
14. Machine à courant continu en génératrice	56
15. Moteur à excitation indépendante	60
16. Moteur à excitation en série, moteur universel	64
17. Moteur à courant continu, démarrage	68
18. Moteur à excitation indépendante, rendement	72
19. Moteur pas à pas	76
20. Champ tournant dans l'air	80
21. Machine triphasée. Champ tournant dans l'entrefer	84
22. Moteur synchrone. Moteur asynchrone. Principe	88
23. Machines synchrones	92
24. Alternateur. F.é.m.	96
25. Alternateur en charge	100
26. Machine synchrone. Modèle. Moteur synchrone	104
27. Moteur asynchrone triphasé, étude expérimentale	108
28. Moteur asynchrone triphasé, bilan des puissances	112
29. Moteur asynchrone triphasé, modèle équivalent	116
30. Moteur asynchrone, propriétés	120
31. Moteur asynchrone triphasé, fonctionnement industriel	124

Ce livre s'adresse aux utilisateurs de matériels électriques, techniciens ou non, qui ont besoin de disposer rapidement d'informations théoriques ou pratiques. Il est également destiné à tous ceux qui souhaitent se familiariser avec l'électricité, lecteurs occasionnels ou autodidactes que la lecture d'un manuel scolaire ne motive pas toujours suffisamment. Parce qu'il regroupe les résultats essentiels de l'électricité élémentaire cet ouvrage peut aussi constituer un aide-mémoire très utile aux étudiants et aux auditeurs de la formation permanente.

La présentation retenue doit permettre un accès facile à l'information recherchée et un apprentissage aisé. En effet, à chaque notion importante correspond un chapitre. Sur quatre pages, le lecteur trouve une loi ou le modèle d'un composant ou une méthode d'étude d'un circuit accompagnée d'exemples d'applications et d'exercices avec leurs solutions. Ainsi, le technicien ou l'étudiant, qui désire retrouver un résultat ou une explication, est immédiatement dirigé par la table des matières vers le sujet qui l'intéresse. Et celui qui désire apprendre l'électricité voit son travail grandement facilité : les difficultés de l'étude sont réparties entre des chapitres courts qui constituent une suite d'étapes simples. Après chacune d'elles les connaissances peuvent être contrôlées et confortées avant de passer à la suivante. Cette démarche qui apporte simultanément progressivité et assurance en soi sera certainement appréciée de tous ceux que l'étude des sciences intéresse.

Le contenu de chaque chapitre reste toujours simple, les auteurs ayant choisi de privilégier l'observation et l'exploitation d'expériences plutôt que l'exposé de théories et le recours aux mathématiques. Pour un utilisateur, une bonne compréhension des applications d'une loi est souvent plus importante que les éventuelles équations différentielles qui peuvent lui correspondre. En effet, ces connaissances peuvent suffire pour acquérir une bonne maîtrise de nombreux équipements électriques, ce qui est l'objectif de tout utilisateur, la complexité des systèmes techniques excluant de plus en plus la possibilité d'acquérir les capacités nécessaires pour le dépannage et même parfois la maintenance.

Les auteurs

Ce chapitre est consacré au rappel de quelques lois élémentaires et de quelques résultats d'électricité et de mécanique qui sont très souvent utilisés dans la suite de l'ouvrage.

1 Dipôle linéaire en régime sinusoïdal

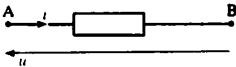


Fig. 1. Dipôle

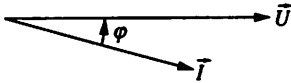


Fig. 2. Représentation de Fresnel. L'angle $\varphi = (\vec{I}, \vec{U})$ est le déphasage de i par rapport à u (ou le retard angulaire).

Notations

Le dipôle linéaire de la figure 1 est alimenté sous la tension sinusoïdale (1) :

$$u = U\sqrt{2} \cos \omega t$$

Il est parcouru par un courant sinusoïdal d'intensité instantanée :

$$i = I\sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi)$$

- U est la valeur efficace de la tension u
- I est la valeur efficace de l'intensité i
- φ est le déphasage de i par rapport à u :
 - $\varphi > 0$, i est en retard par rapport à u .
 - $\varphi < 0$, i est en avance par rapport à u .

La puissance moyenne absorbée par le dipôle de bornes A et B s'écrit alors :

$$P = UI \cos \varphi \quad \begin{cases} U \text{ en volts} \\ I \text{ en ampères} \\ P \text{ en watts} \end{cases}$$

La puissance réactive « absorbée » par ce même dipôle a pour expression :

$$Q = UI \sin \varphi \quad \begin{cases} U \text{ en volts} \\ I \text{ en ampères} \\ Q \text{ en vars} \end{cases}$$

Représentation de Fresnel

On peut associer aux grandeurs électriques, de même fréquence, u et i les vecteurs \vec{U} et \vec{I} en utilisant les conventions suivantes (fig. 2) :

$$\|\vec{U}\| = U; \|\vec{I}\| = I; (\vec{I}, \vec{U}) = \varphi$$

Grandeurs complexes \underline{U} et \underline{I} associées à u et i

Ce sont les nombres complexes (voir marge) suivants :

$$\underline{U} = [U, 0]; \underline{I} = [I, -\varphi]$$

La connaissance des expressions de \underline{U} et de \underline{I} permet d'établir le diagramme de Fresnel avec les vecteurs \vec{U} et \vec{I} qui leur correspondent et réciproquement.

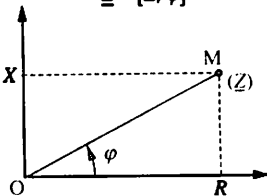
Nombre complexe

Un nombre complexe \underline{Z} peut être identifié par sa forme cartésienne :

$$\underline{Z} = R + jX \quad \begin{cases} R \text{ est sa partie réelle} \\ jX \text{ sa partie imaginaire} \end{cases}$$

Il peut aussi être décrit par son module Z et son argument φ :

$$\underline{Z} = [Z, \varphi]$$



M est l'affixe de \underline{Z} :

$$OM = Z = \sqrt{R^2 + X^2} \text{ et } \operatorname{tg} \varphi = \frac{X}{R}$$

(1) Voir Étapes : Électricité, chap. 25.

2 Dipôles élémentaires R, L, C

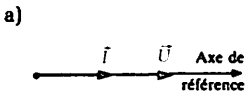
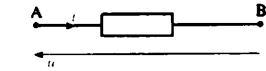


Fig. 3. Résistance :
 $U = RI; (\underline{I}, \underline{U}) = 0$

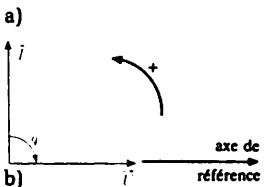
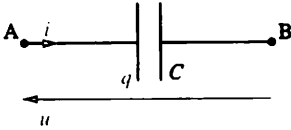


Fig. 4. Condensateur :

$$U = \frac{I}{C\omega}; \varphi = (\underline{I}, \underline{U}) = -\frac{\pi}{2}$$

$$\underline{U} = -\frac{j}{C\omega} \underline{I}$$

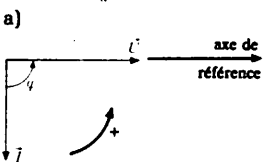
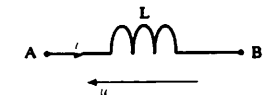


Fig. 5. Bobine parfaite :

$$U = L\omega I; \varphi = (\underline{I}, \underline{U}) = \frac{\pi}{2}$$

$$\underline{U} = jL\omega \underline{I}$$

Nous supposons que ces dipôles sont alimentés sous la tension sinusoïdale $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$.

Résistance pure

- Loi d'Ohm (fig. 3) : $u = Ri$

- Conséquence : $i = \frac{U}{R} \sqrt{2} \cos \omega t = I\sqrt{2} \cos \omega t$

D'où : $\frac{U}{R} = I \Rightarrow U = RI; i \text{ et } u \text{ sont en phase}$

- Avec les nombres complexes associés à u et i :

$$\underline{U} = R \underline{I}$$

Condensateur parfait

- Loi du condensateur (fig. 4) : $i = C \frac{du}{dt}$

- Conséquence : $i = -C\omega U\sqrt{2} \sin \omega t$

ou :

$$i = -C\omega U\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = C\omega U\sqrt{2} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

D'où :

$$U = \frac{I}{C\omega}; i \text{ est en quadrature avance par rapport à } u$$

- Avec les nombres complexes associés à u et i :

$$\underline{U} = -\frac{j}{C\omega} \underline{I}$$

Bobine parfaite

- Loi de Faraday (fig. 5) : $u = L \frac{di}{dt}$

- Conséquence : $i = \frac{U\sqrt{2}}{L\omega} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$

On vérifie en effet qu'on a alors :

$$\frac{di}{dt} = -\frac{U\sqrt{2}}{L} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{U\sqrt{2}}{L} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}\right),$$

$$\text{soit : } \frac{di}{dt} = \frac{U\sqrt{2}}{L} \cos \omega t = \frac{u}{L}$$

- Avec les nombres complexes associés à u et i :

$$\underline{U} = jL\omega \underline{I}$$

3 Éléments de mécanique

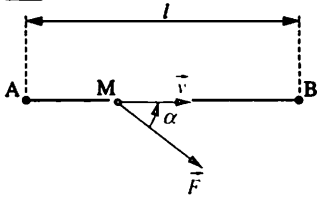


Fig. 6. Travail d'une force.

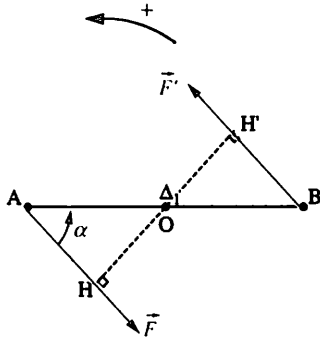


Fig. 7. Couple de forces.

Les deux forces \vec{F} et \vec{F}' constituent un couple de forces ($\vec{F} = -\vec{F}'$). Elles tendent à faire tourner la barre AB autour de l'axe de rotation Δ_1 , qui est supposé perpendiculaire au plan défini par les deux vecteurs forces.

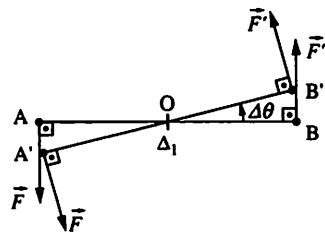


Fig. 8. Travail d'un couple
Dans la rotation d'axe Δ_1 , les points A et B décrivent un cercle de rayon $r = OA$. Les forces \vec{F} et \vec{F}' , tangentes au cercle, sont à chaque instant colinéaires aux déplacements des points A et B.

Force constante. Travail. Puissance

• Le travail d'une force constante \vec{F} , lors d'un déplacement rectiligne de son point d'application M de A en B (fig. 6), est égal à :

$$W = Fl \cos \alpha$$

avec : $F = \|\vec{F}\|$; $l = \|\overline{AB}\|$, $\alpha = (\vec{F}, \overline{AB})$.

Le travail peut s'exprimer par un produit scalaire :

$$W = \vec{F} \cdot \overline{AB}$$

• Au voisinage de M, la puissance développée par la force \vec{F} est égale à :

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt} (\vec{F} \cdot \overline{AM}) = \vec{F} \cdot \frac{d(\overline{AM})}{dt} \Rightarrow P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

$\frac{d(\overline{AM})}{dt}$ étant le vecteur vitesse \vec{v} du point M.

• Couple de forces. Moment d'un couple

Le moment T d'un couple de forces par rapport à un axe Δ_1 est la somme des moments des deux forces par rapport à Δ_1 (fig. 7)

$$T = F \cdot OH + F' \cdot OH' = 2F \cdot OH = 2F \cdot OA \cdot \sin \alpha$$

$$T = F \cdot AB \cdot \sin \alpha$$

• Travail d'un couple de moment constant

-Envisageons le cas simple où les forces sont perpendiculaires au rayon de gyration ($\alpha = \frac{\pi}{2}$).

Si le système tourne d'un petit angle $\Delta\theta$, les points d'application de \vec{F} et \vec{F}' se déplacent de

$$AA' = BB' = OA \cdot \Delta\theta = r \cdot \Delta\theta$$

Le travail total est égal à

$$\Delta W = 2F \cdot OA \cdot \Delta\theta = F \cdot AB \cdot \Delta\theta = T \cdot \Delta\theta$$

Si T est constant, nous obtenons $W = T\theta$

• Puissance d'un couple de moment constant T

Si la rotation d'angle $\Delta\theta$ (fig. 8) s'effectue à la vitesse angulaire Ω : $\Omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

nous pouvons alors écrire :

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = T \cdot \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \Rightarrow P = T\Omega$$

- 1 Un treuil soulève, à vitesse constante, une charge de 1000 N d'une hauteur de 10 m. Calculer le travail exercé par la force motrice agissant sur la charge.

Solution :

- Le travail d'une force constante \vec{F} qui déplace son point d'application dans sa direction, d'une longueur l , a pour expression :

$$W = F \cdot l$$

d'où : $W = (1000 \times 10) \text{ J} \Rightarrow \boxed{W = 10 \text{ kJ}}$

- 2 Une voiture est en translation rectiligne à la vitesse constante $v = 60 \text{ km/h}$. La force motrice a une intensité de 600 N. Elle est colinéaire au déplacement. Quelle est la puissance développée par cette force motrice ?

Solution :

- La puissance P développée par une force constante \vec{F} se déplaçant à vitesse constante \vec{v} s'exprime par le produit scalaire :

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

Comme \vec{F} et \vec{v} sont colinéaires (puisque le déplacement est rectiligne) et de même sens, P s'écrit simplement :

$$P = Fv$$

D'où : $P = \left(600 \times \frac{60 \times 10^3}{3600}\right) \text{ W}$

$$\Rightarrow \boxed{P = 10 \text{ kW}}$$

- 3 Une perceuse en fonctionnement développe une puissance utile $P = 780 \text{ W}$. Sa fréquence de rotation est $n = 1500 \text{ tr/min}$.

1. Quel est le moment du couple disponible sur l'arbre du moteur ?
2. On fixe dans le mandrin un foret de diamètre $d = 10 \text{ mm}$. En admettant que le couple produit par le foret est dû à deux forces (fig. 9) dirigées tan-

gentiellement au foret, calculer l'intensité des deux forces lorsque celui-ci tourne à la vitesse de 1500 tr/min.

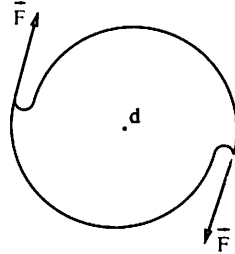


Fig. 9

Solution :

1. Moment T du couple disponible sur l'arbre

- La puissance P mise en jeu s'exprime en fonction du moment T du couple et de la vitesse de rotation Ω par la relation :

$$P = T\Omega$$

D'où une expression de T : $T = \frac{P}{\Omega}$

Soit : $T = \left(\frac{780}{2\pi \times \frac{1500}{60}}\right) \text{ Nm}$

$$\Rightarrow \boxed{T \approx 4,96 \text{ N} \cdot \text{m}}$$

2. Intensité des deux forces \vec{F} et \vec{F}'

- Les deux forces \vec{F} et \vec{F}' constituent un couple de forces dont le moment T a pour expression :

$$T = F \cdot d$$

Nous en déduisons F : $F = \frac{T}{d}$

Soit : $F = \left(\frac{4,96}{10 \times 10^{-3}}\right) \text{ N}$

$$\Rightarrow \boxed{F = 496 \text{ N}}$$

1 Excitation magnétique en un point P

► Dans les machines électriques, l'utilisation de champs magnétiques a imposé la réalisation de circuits magnétiques ayant des formes adaptées. Les chapitres 2 et 3 présentent quelques-unes de leurs propriétés.

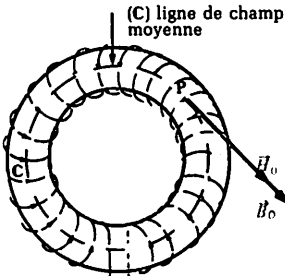


Fig. 1. Vecteur excitation magnétique \vec{H}_0 en un point P dans l'air pris sur la ligne moyenne du tore.

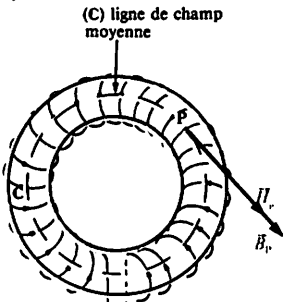


Fig. 2. Vecteur excitation magnétique \vec{H} en un point P d'un milieu ferromagnétique ou ferrimagnétique.

► Dans le vide :

$$B = \mu_0 H \text{ avec } \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ S.I.}$$

Dans un milieu ferromagnétique :

$$B = \mu_0 \mu_r H$$

μ_r est la perméabilité relative du milieu ; elle peut être comprise entre 800 et 4000. Le produit $\mu_0 \mu_r$ est la perméabilité absolue μ de ce milieu

En un point P, situé à l'intérieur d'un bobinage torique parcouru par un courant, l'excitation magnétique est une grandeur vectorielle dont nous allons préciser les caractéristiques.

Point P dans l'air (fig. 1)

L'intérieur du bobinage est de l'air (ou un matériau non magnétique). Lorsque le bobinage est parcouru par un courant d'intensité i , le champ magnétique en P est représenté par un vecteur \vec{B}_0 tangent à la ligne moyenne du tore (1). Si nous désignons par μ_0 la perméabilité magnétique absolue de l'air et par l la longueur de la ligne moyenne du tore, le module de ce vecteur est égal à :

$$B_0 = \mu_0 \frac{Ni}{l}$$

Au point P, le vecteur excitation magnétique est :

$$\vec{H}_0 = \frac{\vec{B}_0}{\mu_0} \quad \left(\text{module : } H_0 = \frac{B_0}{\mu_0} = \frac{Ni}{l} \right)$$

Point P dans un milieu ferromagnétique

En P (fig. 2), le vecteur excitation magnétique \vec{H} est le même que si le point se trouvait dans l'air. Ce vecteur a le même module H dans tout le tore :

$$H = \frac{Ni}{l}$$

En revanche, le champ magnétique \vec{B} en ce point P est bien plus grand que le champ magnétique \vec{B}_0 qui régnait dans l'air au même point :

$$\vec{B} = \mu_r \vec{B}_0$$

Le rapport des modules B/B_0 peut être voisin de 1000 ; il varie avec la valeur de l'excitation magnétique H ; μ_r est appelé perméabilité magnétique relative du matériau.

Remarque : perméabilité magnétique absolue μ

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{B}{B_0} \cdot \frac{B_0}{H} = \mu_r \mu_0 \Rightarrow \mu = \mu_r \mu_0$$

(1) Voir chap. 13.

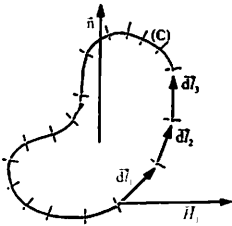


Fig. 3. Circulation du vecteur \vec{H} : $\Sigma_{(C)} \vec{H} \cdot d\vec{l}$.

$\int_{(C)} \vec{H} \cdot d\vec{l}$ est l'expression mathématique exacte de la circulation du vecteur \vec{H} le long du contour (C).

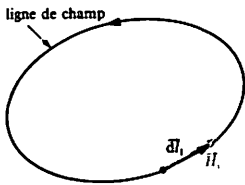


Fig. 4. Circulation du vecteur \vec{H} lorsque le contour est une ligne de champ : $\vec{H}_1 \cdot d\vec{l}_1 = H_1 \cdot dl_1$.

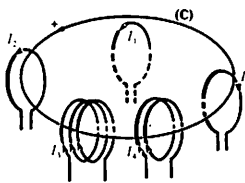


Fig. 5. Exemple d'application du théorème d'Ampère. La courbe est orientée en appliquant la règle de la main droite : la normale \vec{n} est dans le sens indiqué par le pouce quand les autres doigts sont dans le sens correspondant à l'orientation choisie sur la spire.

Circulation du vecteur \vec{H}

Dans un champ magnétique non uniforme, le long d'une courbe (C) le vecteur excitation magnétique varie. En général cette courbe peut être divisée en un certain nombre de portions (fig. 3) telles que sur chacune d'elles le vecteur excitation magnétique conserve une valeur constante (\vec{H}_1 en tous les points de la portion de longueur dl_1 , \vec{H}_2 en tous les points de la portion de longueur dl_2 , etc.).

La circulation du vecteur excitation magnétique le long de la courbe (C) est égale à :

$$(\vec{H}_1 \cdot d\vec{l}_1 + \vec{H}_2 \cdot d\vec{l}_2 + \vec{H}_3 \cdot d\vec{l}_3 + \dots) = \Sigma_{(C)} \vec{H}_i \cdot d\vec{l}_i$$

Si le contour (C) est une ligne de champ, alors le vecteur excitation magnétique \vec{H} est tangent au contour (C) et le calcul se simplifie. Avec l'orientation de contour adoptée sur la figure 4 nous obtenons :

$$\Sigma_{(C)} \vec{H}_i \cdot d\vec{l}_i = \Sigma_{(C)} H_i \cdot dl_i$$

Théorème d'Ampère

Ce théorème permet de donner la valeur de la circulation du vecteur \vec{H} le long d'un contour fermé et orienté (C) enlaçant les conducteurs (fig. 5). Il faut pour cela orienter (C) et définir en conséquence sa normale \vec{n} . Les conducteurs enlacés par (C) sont également orientés.

La circulation du vecteur excitation magnétique \vec{H} le long d'un contour fermé (C) est égal à la somme des intensités algébriques des courants enlacés, en comptant ces intensités :

- positivement lorsque le conducteur est orienté dans le sens de la normale \vec{n} ;
- négativement dans le sens contraire.

Exemples

Figure 1 : $\Sigma_{(C)} \vec{H}_i \cdot d\vec{l}_i = Hl = NI$ avec : $l = 2\pi r \Rightarrow H = \frac{NI}{l}$.

Figure 5 : $\Sigma_{(C)} \vec{H}_i \cdot d\vec{l}_i = 0 + I_2 - 3I_3 - 2I_4 + I_5$.

2 Modèle linéaire du circuit magnétique

Le circuit magnétique considéré est réalisé dans un matériau ferromagnétique ou ferrimagnétique parfait.

La saturation est négligée : la perméabilité μ est constante.

En tout point : $\vec{B} = \mu\vec{H}$ avec $\mu = \text{Cte}$.

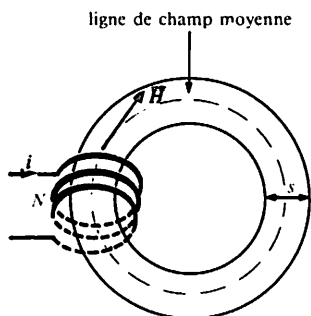


Fig. 6. Circuit magnétique sans entrefer

Le circuit est de section constante et ne présente pas de fuites magnétiques. On considère que les lignes de champ ont pratiquement toutes la même longueur.

- ▶ Le modèle linéaire d'un circuit magnétique sans entrefer est caractérisé par sa réluctance.
- ▶ Pour une force magnétomotrice fixée, plus la réluctance du circuit magnétique est faible plus le flux à travers une section de ce circuit est élevée.

Circuit magnétique sans entrefer (fig. 6)

Nous obtenons une première relation entre H et i en appliquant le théorème d'Ampère à ce circuit. Le contour (C) choisi est la ligne moyenne du circuit magnétique (ligne de champ de longueur l).

$$\sum_{(C)} \vec{H} \cdot d\vec{l}_i = H \sum_{(C)} dl_i = Ni \quad (1)$$

avec : $\varphi = Bs = \mu Hs$ et $H = \frac{\varphi}{\mu s}$

Le flux φ étant constant, l'expression (1) devient :

$$\frac{\varphi}{\mu s} \sum_{(C)} dl_i = \frac{\varphi l}{\mu s} = Ni \text{ soit } \boxed{\mathcal{R}\varphi = Ni}$$

Ni , force magnétomotrice du circuit, s'exprime en ampères. \mathcal{R} s'appelle la réluctance du circuit magnétique (en henrys à la puissance moins un).

Circuit magnétique avec entrefer

Le circuit magnétique (fig. 7) est formé de deux tronçons homogènes : l'un constitué du matériau ferromagnétique (ou ferrimagnétique) et l'autre de l'entrefer supposé de faible épaisseur e .

Le flux φ a la même valeur pour toute section du circuit magnétique; par ailleurs la section du circuit magnétique pouvant être considérée comme constante si e est faible (pas de dispersion au niveau de l'entrefer), le champ magnétique B a la même valeur dans tout le matériau et dans l'air :

$$\boxed{B_f = B_a = B}$$

La circulation de l'excitation magnétique \vec{H} le long d'une ligne moyenne de champ est égale à :

$$H_f(l - e) + H_a e \approx H_f l + H_a e \quad \text{car } e \ll l$$

Le théorème d'Ampère s'écrit alors :

$$H_f l + H_a e = Ni$$

avec : $H_f = \frac{B}{\mu_0 \mu_r}$; $H_a = \frac{B}{\mu_0}$ et $B = \frac{\varphi}{s}$

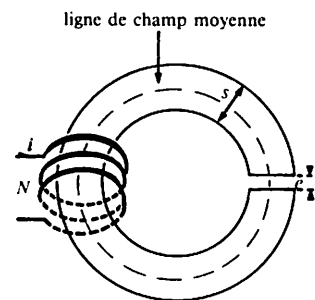


Fig. 7. Circuit magnétique avec entrefer

Notations : B_f, H_f : champ magnétique et excitation magnétique dans le matériau ferromagnétique.

B_a, H_a : champ magnétique et excitation magnétique dans l'entrefer (air).

Après identification avec la relation $\mathcal{R}\varphi = Ni$, nous obtenons la réluctance du circuit magnétique :

$$\mathcal{R} = \frac{l + \mu_r e}{\mu_0 \mu_r s}$$

• Créer un entrefer dans un circuit magnétique augmente la réluctance de ce circuit.

1 Un circuit magnétique de forme torique a les caractéristiques suivantes :

- longueur moyenne du circuit : $l = 20,0 \text{ cm}$;
- section droite constante : $s = 5,0 \text{ cm}^2$;
- perméabilité relative : $\mu_r = 1000$.

1. Quelle est la réluctance \mathcal{R} du circuit ?

2. Calculer la force magnétomotrice ε qui permet d'obtenir à l'intérieur du circuit magnétique un flux φ de $6,0 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$.

Solution :

1. Réluctance \mathcal{R} du circuit magnétique

La réluctance d'un circuit magnétique sans entrefer, de section s constante et de longueur moyenne l , s'exprime par la relation :

$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu s}$$

μ est la perméabilité magnétique absolue du matériau : $\mu = \mu_0 \mu_r$.

D'où :

$$\mathcal{R} = \left[\frac{0,20}{4\pi \times 10^{-7} \times 1000 \times 5 \times 10^{-4}} \right] \text{H}^{-1}$$

$$\Rightarrow \mathcal{R} = 3,18 \cdot 10^5 \text{H}^{-1}$$

2. Force magnétomotrice ε

Pour la calculer nous utilisons la relation d'Hopkinson

$$\varepsilon = NI = \mathcal{R}\varphi$$

$$\varepsilon = (31,8 \cdot 10^4 \times 6 \cdot 10^{-3}) \text{ A}$$

$$\Rightarrow \varepsilon = 1908 \text{ A}$$

2 Un circuit magnétique canalise un flux magnétique φ de $75 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$. La réluctance du circuit magnétique est $\mathcal{R} = 20 \text{ kA/Wb}$.

1. Quelle est la force magnétomotrice ε qui crée ce flux ?

2. Quelle est l'intensité I du courant traversant les N spires de l'enroulement qui entoure le circuit magnétique ? On donne $N = 500$ spires.

3. Le circuit magnétique est torique,

de rayon moyen $r = 10 \text{ cm}$. Quelle est l'excitation magnétique H à l'intérieur du circuit ?

4. Calculer le champ magnétique B à l'intérieur du circuit sachant que la section droite s du circuit est égale à 10 dm^2 .

5. Déterminer la perméabilité relative du matériau constituant le circuit.

Solution :

1. Force magnétomotrice ε

Pour calculer la force magnétomotrice ε nous appliquons la relation d'Hopkinson :

$$\varepsilon = NI = \mathcal{R}\varphi$$

$$\varepsilon = (20 \cdot 10^3 \times 75 \cdot 10^{-3}) \text{ A} \Rightarrow \varepsilon = 1500 \text{ A}$$

2. Intensité I du courant

Elle se déduit de la valeur de la force magnétomotrice :

$$\varepsilon = NI \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{N}$$

$$I = \frac{1500}{500} \text{ A} \Rightarrow I = 3,0 \text{ A}$$

3. Excitation magnétique H

Appliquons le théorème d'Ampère le long de la ligne moyenne du tore. La longueur de cette ligne est désignée par l ($l = 2\pi r$).

$$Hl = NI \Rightarrow H = \frac{NI}{l} = \frac{NI}{2\pi r}$$

$$H = \frac{1500}{2\pi \times 0,10} \text{ A/m} \Rightarrow H = 2,39 \text{ kA/m}$$

4. Champ magnétique B

Le flux magnétique φ à travers une section droite s du circuit magnétique est égal à : $\varphi = BS$

D'où la valeur du champ magnétique :

$$B = \frac{\varphi}{s} \Rightarrow B = \frac{75 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-2}} \text{ T} \Rightarrow B = 0,75 \text{ T}$$

5. Perméabilité relative μ_r

$$\mu_r = \frac{B}{\mu_0 H} \text{ avec : } \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ S.I.}$$

$$\mu_r = \frac{0,75}{4\pi \cdot 10^{-7} \times 2,39 \cdot 10^3} \Rightarrow \mu_r = 250$$

1 Pertes ferromagnétiques

Fig. 1. Visualisation des phénomènes d'hystérésis. L'intensité i_2 est négligeable devant i_1 .

$$R_2 = 100 \text{ k}\Omega, C = 0,1 \text{ }\mu\text{F}$$

On peut remplacer l'association R_2 -C par un montage intégrateur (avec amplificateur opérationnel) dont le schéma est donné ci-contre.

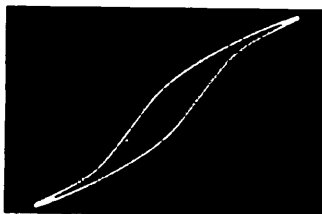
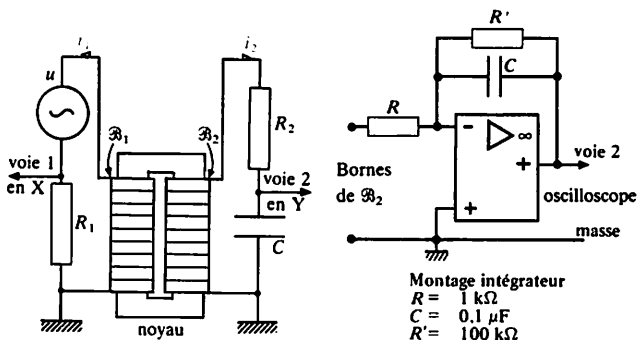
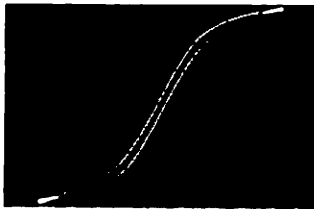


Fig. 2. Cycle d'hystérésis d'un acier normal.

Fig. 3. Cycle d'hystérésis d'un acier au silicium. Plus le cycle est large, plus le matériau magnétique est dit « dur ». Plus il est étroit, plus le matériau est qualifié de « doux ».



Expérience

Réalisons le montage de la figure 1. En plaçant l'oscilloscope en position X-Y, nous observons la courbe $B(H)$. Dans le cas d'un acier normal, nous obtenons l'oscillogramme de la figure 2.

Dans le cas d'un acier au silicium (pour un noyau de mêmes dimensions) nous obtenons l'oscillogramme de la figure 3.

Conclusions

L'aimantation et la désaimantation obtenues pour des valeurs respectivement croissantes et décroissantes de l'excitation H ne sont pas des opérations inverses l'une de l'autre. Le phénomène d'aimantation est non linéaire. En outre, il n'est pas réversible : à une même valeur de l'excitation H ne correspond pas le même champ magnétique B selon que H croît ou décroît (fig. 4).

- Un matériau magnétique présente un retard à l'aimantation et un retard à la désaimantation (hystérésis = retard, en grec).
- L'aimantation obtenue dépend des états magnétiques antérieurs.

Le feuilletage du circuit magnétique est réalisé de telle sorte que les lignes de champ restent alors canalisées dans les tôles, sans passer de l'une à l'autre.

Pour les courants de Foucault la résistance électrique est ainsi augmentée et leur intensité diminuée.

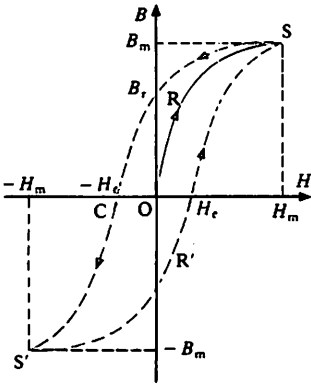


Fig. 4. Phénomène d'hystérésis magnétique
 — Champ rémanent B_r : Après avoir été portée à une valeur H_m , si l'excitation H devient nulle le matériau conserve une aimantation B_r .
 — Excitation coercitive : Lorsque, sous l'effet d'une excitation H_m (ou $-H_m$) le champ magnétique a pris une valeur B_m (ou $-B_m$), il faut appliquer une excitation égale à l'excitation coercitive $-H_c$ (ou $+H_c$) pour obtenir la valeur $B = 0$.

Pertes par hystérésis

L'aimantation de la matière absorbe de l'énergie. L'aimantation n'étant pas réversible, l'énergie n'est que partiellement restituée lors de la désaimantation. Une partie se dissipe sous forme de chaleur dans ce matériau : ce sont les pertes par hystérésis. Elles sont proportionnelles à l'aire du cycle d'hystérésis. Pour de fortes valeurs du champ magnétique ($B \geq 1$ T), pour un circuit magnétique de volume v et pour un cycle décrit à la fréquence f , la puissance perdue par hystérésis est donnée par la relation :

$$p_h = kvfB^\eta$$

$$\begin{cases} p_h (\text{W}) \\ v (\text{m}^3) \\ f (\text{Hz}) \\ B (\text{T}) \end{cases}$$

η est un nombre voisin de 2 ; k est une constante dépendant de la nature du matériau.

Pertes par courants de Foucault

Le courant alternatif parcourant la bobine engendre un flux alternatif à travers le matériau constituant le circuit magnétique. Ce flux variable crée, dans la matière, des courants induits appelés courants de Foucault qui provoquent son échauffement. La puissance dissipée correspondante s'exprime sous la forme :

$$p_f = k'vf^2B^2$$

$$\begin{cases} p_f (\text{W}) \\ v (\text{m}^3) \\ f (\text{Hz}) \\ B (\text{T}) \end{cases}$$

On limite ces courants, et les pertes qui en résultent en utilisant des circuits magnétiques feuilletés, c'est-à-dire constitués par un empilement de tôles.

2 Bobine soumise à une tension sinusoïdale

Relation entre tension et champ magnétique

L'étude est limitée au cas le plus fréquemment rencontré : le circuit magnétique est placé à l'intérieur d'une bobine de N spires soumise à une tension sinusoïdale u de valeur efficace U constante. L'alimentation impose sa fréquence. La résistance de la bobine est négligeable devant sa réactance propre. Dans ces conditions si φ désigne

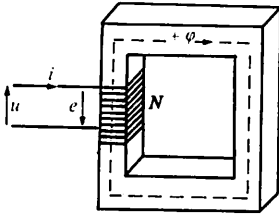


Fig. 5. Conventions choisies. La ligne de champ moyenne est orientée arbitrairement. La règle de la main droite permet d'orienter le circuit primaire de façon que i et φ soient toujours de même signe. Pour la tension on il faut choisir la convention qui permet de considérer le primaire comme un récepteur (l'orientation du conducteur étant choisie, celle de la flèche correspondant à u est imposée).

le flux à travers une spire et avec les conventions choisies (fig. 5) :

$$u = -e = N \frac{d\varphi}{dt}$$

Si la tension d'alimentation est telle que : $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$, on peut vérifier que le flux φ est donné par la relation :

$$\varphi = \frac{U\sqrt{2}}{N\omega} \sin \omega t \text{ avec : } \widehat{\varphi} = \frac{U\sqrt{2}}{N\omega}$$

Puisque $\omega = 2\pi f$ et $\widehat{\varphi} = \widehat{B}S$ la relation précédente peut s'écrire (formule de Boucherot) :

$$U = 4,44 N f \widehat{B} S \quad \begin{cases} S \text{ (m}^2\text{)} \\ f \text{ (Hz)} \\ B \text{ (T)} \end{cases}$$

Pour une bobine et pour une fréquence fixées (N, S et f constants), l'amplitude \widehat{B} du champ magnétique, et donc, celle du flux à travers une spire, ne dépendent que de la tension d'alimentation U .

Intensité instantanée

Le cycle d'hystérésis traduit la relation non linéaire qui lie le flux φ et l'intensité i . Bien que la tension u et le flux φ soient sinusoïdaux, l'intensité i n'est pas sinusoïdale.

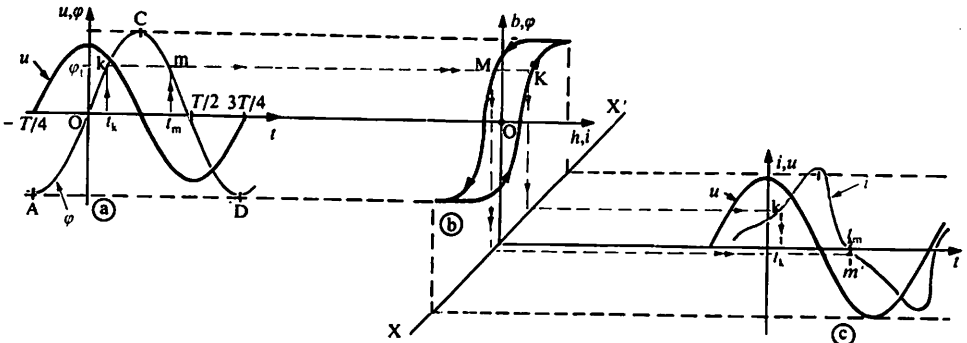


Fig. 6. A partir des courbes $\varphi(t)$ de la figure 6a et $\varphi(i)$ de la figure 6b nous pouvons tracer la courbe $i(t)$ point par point (fig. 6c). Par exemple, à la date t_k correspondant le point k de $\varphi(t)$, le point K de $\varphi(i)$, le point k' de $i(t)$.

Nous obtenons une courbe $i(t)$ qui s'écarte d'autant plus d'une sinusoïde que le cycle d'hystérésis est plus large et la saturation magnétique plus marquée.

1 Le bobinage d'un circuit magnétique est soumis à une tension sinusoïdale de valeur efficace $U = 200$ V. Les pertes dans le fer sont alors $p_F = 40$ W. Sans modifier la fréquence, la tension d'alimentation est réduite à 100 V. Quelles sont alors approximativement les pertes dans le fer (les pertes par effet Joule dans le bobinage sont supposées négligeables)? Ce circuit magnétique est supposé non saturé.

Solution :

Les pertes dans le fer p_F sont la somme des pertes par hystérésis p_h et des pertes par courants de Foucault p_f :

$$p_F = p_h + p_f$$

A fréquence constante, pour un circuit magnétique donné, les pertes dans le fer sont pratiquement proportionnelles au carré de la valeur efficace du champ magnétique B :

$$p_F = KB^2$$

La formule de Boucherot : $U = 4,44 NfBS$ montre que si la fréquence f est constante, U et \widehat{B} (donc $B = \widehat{B}/\sqrt{2}$) sont proportionnels.

D'où : $p_F = K'U^2$

ou encore : $\frac{p'_F}{p_F} = \left(\frac{U'}{U}\right)^2$

On en déduit : $p'_F = p_F \cdot \left(\frac{U'}{U}\right)^2$

$$p'_F = \left[40 \times \left(\frac{100}{200}\right)^2\right] \text{ W} \Rightarrow \boxed{p_F = 10,0 \text{ W}}$$

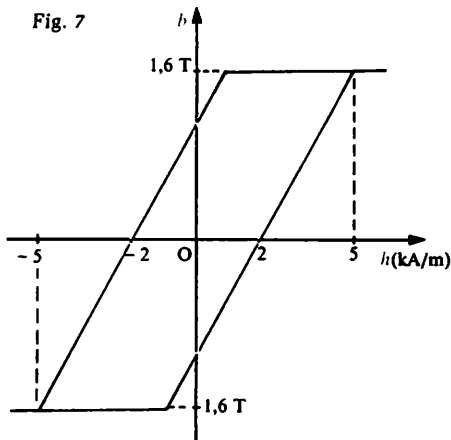
2 La relation donnant les pertes dans le fer d'un circuit magnétique est la suivante :

$$p_F = fV\mathcal{A}$$

en appelant f la fréquence d'utilisation, V le volume de fer (exprimé en mètres cubes) et \mathcal{A} l'aire du cycle d'hystérésis du circuit (exprimée en teslas-ampères par mètre). Quelle est la puissance dissipée dans un circuit magnétique de masse $m = 2,0$ kg, de masse volumique $\rho = 7\,600$ kg/m³, uti-

lisé à la fréquence $f = 50$ Hz, dont le cycle d'hystérésis simplifié est représenté sur la figure 7?

Fig. 7



Solution :

Pour déterminer les pertes dans le fer p_F il faut calculer le volume V du fer et l'aire \mathcal{A} du cycle d'hystérésis du circuit.

Le volume V se calcule par la relation :

$$V = \frac{m}{\rho}$$

soit : $V = \left(\frac{2}{7\,600}\right) \text{ m}^3$

$$\Rightarrow \boxed{V = 2,63 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3}$$

Le cycle d'hystérésis est un parallélogramme de hauteur h ($h \sim 3,2$ T) et de base a ($a \sim 4,0 \cdot 10^3$ A/m).

Son aire \mathcal{A} est égale au produit ah . Elle est telle que :

$$\mathcal{A} \sim [3,2 \times 4 \times 10^3] \text{ T} \cdot \text{A/m}$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathcal{A} \sim 12,8 \cdot 10^3 \text{ T} \cdot \text{A/m}}$$

A la fréquence $f = 50$ Hz les pertes dans le fer auront pour valeur :

$$p_F = (50 \times 2,63 \cdot 10^{-4} \times 12,8 \cdot 10^3) \text{ W}$$

$$\Rightarrow \boxed{p_F = 168 \text{ W}}$$

N.B. Le signe \sim signifie «proportionnel à».

Le transformateur est une machine statique permettant la modification de certaines grandeurs sinusoïdales (tensions, intensités) sans changer leur fréquence.

1 Constitution

Il assure la transmission de la puissance avec un excellent rendement. Il est également utilisable avec des courants ou des tensions variables mais non sinusoïdaux. Cette sorte d'application n'est pas envisagée dans ce chapitre.

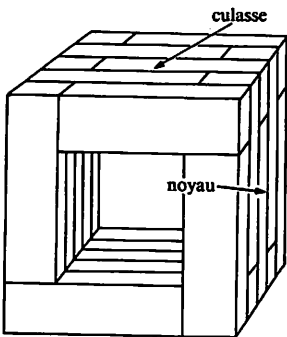


Fig. 1. Circuit magnétique d'un transformateur monophasé.

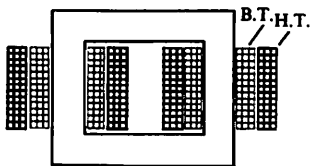


Fig. 2. Exemple de disposition des enroulements d'un transformateur.

Le transformateur est constitué de deux enroulements entourant un circuit magnétique.

Circuit magnétique

Le circuit magnétique d'un transformateur monophasé est formé de deux noyaux et de deux culasses (fig. 1). Il est traversé par un champ magnétique variable; il est le siège de pertes magnétiques (pertes par courants de Foucault et pertes par hystérésis). On limite les pertes :

- par courants de Foucault en utilisant un circuit feuilleté;
- par hystérésis en utilisant un acier au silicium.

Le circuit magnétique présente des entrefers entre noyaux et culasses. Il faut les réduire au maximum pour augmenter les performances du transformateur.

Enroulements

Les enroulements sont disposés de façon à limiter les fuites magnétiques entre primaire et secondaire (fig. 2).

Le primaire reçoit de la puissance du réseau : il se comporte comme un récepteur.

Le secondaire fournit de la puissance à la charge : il se comporte souvent comme un générateur.

Pour les transformateurs de fortes puissances, les pertes magnétiques et les pertes par effet Joule élèvent la température du transformateur. Pour éviter une détérioration des isolants, il doit être refroidi. Dans les gros transformateurs, les enroulements sont placés dans une cuve contenant généralement un liquide isolant. La chaleur dégagée au niveau des enroulements est véhiculée par ce liquide vers un système de refroidissement (dissipateurs thermiques placés à la périphérie de la cuve).

2 Étude expérimentale

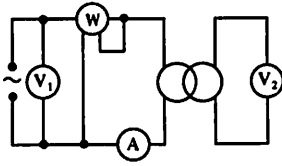


Fig. 3. Essai à vide.

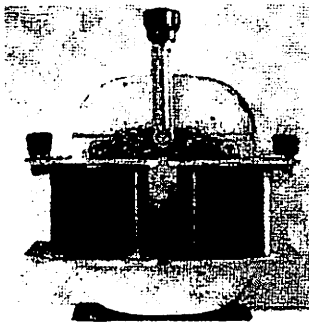


Fig. 4. Transformateur démontable.

Notations :

Grandeurs primaires : indice 1.

Grandeurs secondaires : indice 2.

Le transformateur utilisé est un transformateur de démonstration. Il est démontable (fig. 4) : il est possible de changer facilement les enroulements donc de modifier le nombre de spires au primaire et au secondaire. En charge, il présente l'inconvénient d'avoir d'importantes fuites magnétiques. A vide, il fonctionne convenablement.

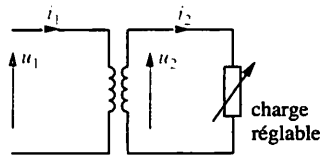


Fig. 5. Transformateur en charge.

Le transformateur est alimenté sous une tension primaire de fréquence f ($f = 50$ Hz) et de valeur efficace U_1 constantes.

Étude à vide

Un transformateur fonctionne à vide, lorsque le secondaire ne débite aucun courant, c'est-à-dire lorsque cet enroulement n'alimente aucune charge (fig. 3). La valeur efficace de la tension secondaire se note alors U_{20} .

Pour différentes valeurs des nombres de spires N_1 et N_2 des enroulements primaires et secondaires (fig. 4), on observe que le rapport $\frac{U_{20}}{U_1}$ reste toujours

égal au rapport $\frac{N_2}{N_1}$.

Le rapport $\frac{N_2}{N_1}$ est appelé rapport de transformation

m du transformateur :

$$m = \frac{N_2}{N_1} = \frac{U_{20}}{U_1}$$

Si la valeur efficace U_{20} de la tension secondaire est supérieure à celle U_1 de la tension primaire, le transformateur est élévateur de tension. Dans le cas contraire, il est abaisseur de tension.

Le courant et la puissance à vide sont faibles (I_{10} : 3 à 10 % de I_{1N} , si I_{1N} désigne l'intensité du courant primaire nominal, $P_{10} \ll P_{1N}$, si P_{1N} représente la puissance primaire nominale).

Le facteur de puissance à vide, défini par le rapport $\left(\frac{P_{10}}{U_1 I_1}\right)$ est très faible. Le transformateur à vide est donc fortement réactif : le courant à vide sert essentiellement à magnétiser le circuit magnétique. Il est très différent d'un courant sinusoïdal.

Étude en charge

Le transformateur de démonstration est remplacé par un transformateur industriel de plus forte puissance (fig. 5).

La charge est constituée par un rhéostat. En diminuant la résistance du rhéostat, on augmente l'intensité du courant traversant à la fois le secondaire et la charge. La puissance fournie par le

▶ Les tensions indiquées sur la plaque signalétique d'un transformateur sont les valeurs nominales des tensions. La tension primaire nominale ne doit pas être dépassée. La tension secondaire nominale est la tension secondaire à vide lorsque le transformateur est alimenté sous sa tension primaire nominale.

secondaire provient du primaire et donc du réseau. Si la puissance appelée par la charge augmente, la puissance fournie au transformateur par le réseau augmente également; de même, si la puissance appelée diminue, la puissance fournie par le réseau diminue (cela est en accord avec le principe de la conservation de l'énergie).

• Les relevés des indications des appareils pour différentes valeurs de la charge montrent une faible chute de tension en charge ($U_2 < U_{20} = mU_1$). Souvent, cette chute de tension est suffisamment limitée pour que la valeur efficace U_2 de la tension au secondaire puisse être assimilée à mU_1 (que l'on soit à vide ou en charge).

$$U_2 \approx mU_1$$

• En effectuant les calculs de $N_1 I_1$ et de $N_2 I_2$ pour différentes valeurs de la charge, il apparaît que ces deux produits restent sensiblement égaux. La différence relative est d'autant plus faible que l'intensité du courant appelé est élevée :

$$N_1 I_1 \approx N_2 I_2 \text{ soit : } I_1 \approx m I_2$$

3 Bilan des puissances

▶ Pour des puissances supérieures à la moitié de la puissance nominale, les wattmètres indiquent des valeurs voisines (P_2 est presque égale à P_1). Le rapport $\frac{P_2}{P_1}$, qui représente le rendement du transformateur, atteint presque 1. Le transformateur est donc une excellente machine électrique (plus l'appareil est puissant, plus le qualificatif excellent est approprié).

• La puissance utile d'un transformateur est la puissance P_2 disponible au secondaire et fournie à la charge :

$$P_2 = U_2 I_2 \cos \varphi_2$$

$\cos \varphi_2$, facteur de puissance au secondaire, ne dépend que de la charge.

• La puissance P_1 reçue par le primaire est égale à :

$$P_1 = U_1 I_1 \cos \varphi_1$$

$\cos \varphi_1$ est le facteur de puissance au primaire; il dépend du transformateur et de la charge placée au secondaire du transformateur.

Pour un transformateur réel la puissance P_1 est légèrement supérieure à la puissance P_2 .

• La différence $P_1 - P_2$ représente l'ensemble des pertes :

- pertes par effet Joule dans les enroulements ou pertes dans le cuivre;
- pertes magnétiques (pertes par hystérésis et pertes par courants de Foucault) ou pertes dans le fer. Ces pertes dépendent de la fréquence et de la valeur maximale du champ magnétique. Si la tension efficace au primaire est constante, les pertes dans le fer sont constantes. Elles ne dépendent pas du fonctionnement du transformateur.

Un transformateur monophasé est alimenté sous sa tension primaire nominale : tension sinusoïdale de fréquence 50 Hz et de valeur efficace constante $U_1 = 220$ V.

On branche au secondaire une charge résistive réglable et on obtient les résultats suivants :

I_2 (A)	0	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00
U_2 (V)	110	109	108	107	106	105
I_1 (A)	0,32	0,65	1,18	1,68	2,16	2,64
P_1 (W)	25	135	245	355	465	575

- Calculer le facteur de puissance primaire pour $I_2 = 0$ et pour $I_2 = 5,0$ A.
- Exprimer la chute de tension secondaire correspondant à $I_2 = 5,0$ A. Quel pourcentage de la tension secondaire à vide représente-t-elle ?
- Quel est le rapport de transformation du transformateur ?
- Calculer, pour $I_2 \geq 1$ A, le rapport $\frac{I_1}{I_2}$. De quelle valeur se rapproche-t-il lorsque I_2 augmente ?
- Calculer le rendement du transformateur pour $I_2 = 1,0$ A et pour $I_2 = 5,0$ A.

Solution :

1. Facteur de puissance primaire

Le facteur de puissance primaire se déduit de la relation donnant la puissance primaire :

$$\cos \varphi_1 = \frac{P_1}{U_1 I_1}$$

• $I_2 = 0$:

$$\cos \varphi_{10} = \frac{25}{220 \times 0,32} \Rightarrow \boxed{\cos \varphi_{10} = 0,35}$$

• $I_2 = 5$ A :

$$\cos \varphi_1 = \frac{575}{220 \times 2,64} \Rightarrow \boxed{\cos \varphi_1 = 0,99}$$

2. Chute de tension secondaire

Dans le tableau de mesures nous lisons :

$$I_2 = 0 \text{ A}, U_{20} = 110 \text{ V}$$

$$I_2 = 5 \text{ A}, U_2 = 105 \text{ V}$$

La chute de tension secondaire est donc égale à : $\boxed{U_{20} - U_2 = 5 \text{ V}}$

Cela représente un pourcentage de la tension secondaire à vide égal à :

$$\frac{U_{20} - U_2}{U_{20}} = \frac{5}{110} \Rightarrow \boxed{\frac{U_{20} - U_2}{U_{20}} = 4,5 \%}$$

3. Rapport de transformation

Le rapport de transformation m est défini par la relation :

$$m = \frac{U_{20}}{U_1} \Rightarrow m = \frac{110}{220} \Rightarrow \boxed{m = 0,50}$$

4. Calcul du rapport $\frac{I_1}{I_2}$

On peut dresser le tableau suivant :

I_2 (A)	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
I_1/I_2	0,65	0,59	0,56	0,54	0,53

Lorsque I_2 augmente, ce rapport se rapproche de la valeur 0,5 qui est celle du rapport de transformation.

5. Rendement du transformateur

Le rendement du transformateur est défini par le rapport :

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}$$

Puisque la charge est résistive la puissance secondaire est telle que :

$$P_2 = U_2 I_2$$

La puissance primaire P_1 et la valeur de la tension U_2 sont lues directement dans le tableau.

• $I_2 = 1,0$ A $\Rightarrow \eta = \frac{109 \times 1}{135} \Rightarrow \boxed{\eta = 81 \%}$

• $I_2 = 5,0$ A $\Rightarrow \eta = \frac{105 \times 5}{575} \Rightarrow \boxed{\eta = 91 \%}$

1 Obtention d'un modèle du transformateur

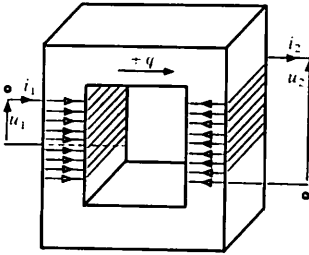


Fig. 1. Conventions. Nous choisissons pour orientation des circuits primaire et secondaire (donc comme sens positif des courants primaire et secondaire) un même sens d'enroulement autour du circuit magnétique. Par exemple nous choisissons arbitrairement l'orientation du circuit primaire. Nous en déduisons le sens de la normale orientée à une spire de ce circuit (règle de la main droite). Cela nous donne l'orientation positive d'une ligne de champ correspondant à un flux φ positif. Nous orientons ensuite le conducteur du circuit secondaire.

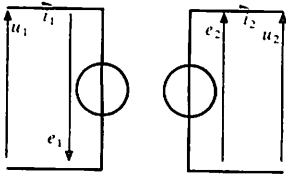


Fig. 2. Modèle électrique équivalent d'un transformateur parfait

Hypothèses

Pour aborder l'étude du fonctionnement du transformateur nous négligeons :

- l'intensité i_{10} du courant primaire lorsque le transformateur est à vide ($i_{10} = 0$);
- les pertes par effet Joule dans les enroulements (ce qui revient à considérer leur résistance comme nulle);
- les pertes dans le fer, c'est-à-dire les pertes par hystérésis et les pertes par courants de Foucault.

De plus nous supposons que le flux à travers chacune des spires du primaire est égal au flux à travers chacune des spires du secondaire (c'est-à-dire qu'il n'y a pas de fuites magnétiques). Nous appelons φ ce flux.

Ces hypothèses vont nous permettre de définir un modèle simple appelé transformateur parfait.

F.é.m. induites dans les enroulements

Les notations utilisées sont indiquées sur la figure 1. A chaque instant, chaque spire d'enroulement est traversée par le même flux magnétique φ et les f.é.m. induites au primaire et au secondaire sont respectivement égales à :

$$e_1 = -N_1 \frac{d\varphi}{dt} \text{ et } e_2 = -N_2 \frac{d\varphi}{dt}$$

Notons que : $\frac{e_2}{e_1} = \frac{N_2}{N_1}$.

D'où le modèle équivalent de la figure 2 appelé modèle du transformateur parfait.

Remarque (fig. 3)

Nous utilisons pour le flux φ les conventions suivantes : lorsqu'une orientation est fixée pour le conducteur constituant une spire :

- la règle de la main droite permet de placer la normale orientée \vec{n} à la spire. Si la spire est parcourue par un courant d'intensité positive, \vec{n} donne le sens du champ propre de la spire;
- un flux d'un champ magnétique \vec{B}_0 est positif lorsque les lignes de champ sont orientées dans le même sens que la normale \vec{n} et donc aussi, que le champ propre;
- une f.é.m. est positive si, seule source de tension du circuit, elle tend à faire circuler un courant d'intensité positive.

► Le primaire est un récepteur : pour le primaire nous utilisons la convention récepteur.

Le secondaire est un générateur : pour le secondaire nous utilisons la convention générateur. Les bornes marquées d'un point sont dites homologues ; des courants entrant au même instant par des bornes homologues donnent des flux de même signe (lignes de champ de même sens).

Tension primaire

Appliquons la loi des mailles au circuit primaire :

$$u_1 + e_1 = 0 \Rightarrow u_1 = -e_1 \Rightarrow u_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt}$$

La tension u_1 étant sinusoïdale, il en est de même du flux ϕ et donc du champ magnétique b .

Posons : $b = \widehat{B} \cos \omega t$ avec : $\omega = 2\pi f$

Le flux magnétique à travers une section S du circuit magnétique est donné par la relation :

$$\phi = bS = \widehat{B}S \cos \omega t$$

d'où :
$$u_1 = N_1 \omega \widehat{B}S \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

Comme $u_1 = -e_1$, la valeur efficace U_1 de la tension au primaire est alors égale à la valeur efficace E_1 de la f.é.m. induite créée au primaire et :

$$U_1 = E_1 = \frac{N_1 \omega \widehat{B}S}{\sqrt{2}}$$

soit encore :

$$U_1 = E_1 = 4,44 N_1 f \widehat{B}S \quad \left(\frac{2\pi}{\sqrt{2}} = 4,44 \right)$$

► $E = 4,44 N f \widehat{B}S$ s'appelle la formule de Boucherot.

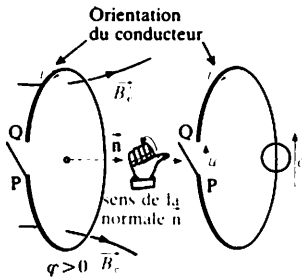


Fig. 3. La spire est orientée arbitrairement. La f.é.m. induite est symbolisée par la source de tension représentée sur la figure. Un courant d'intensité positive entre dans la spire par la borne P. Si u désigne la tension v_{QP} , et r la résistance de la spire, nous pouvons écrire : $u = e - ri$. Lorsque l'intensité i est nulle, c'est donc la tension $u = v_{QP}$ qui est égale à la force électromotrice e . Cette f.é.m. donne naissance à un courant lorsqu'il n'y a pas d'autre source dans le circuit.

Tension secondaire

N'ayant pas de fuites magnétiques, le circuit magnétique canalise toutes les lignes de champ : la valeur instantanée du flux est la même dans toute section du circuit magnétique. La f.é.m. au secondaire a pour valeur instantanée :

$$e_2 = -N_2 \frac{d\phi}{dt}$$

et pour valeur efficace : $E_2 = 4,44 N_2 f \widehat{B}S$

La résistance de l'enroulement secondaire étant négligée, nous avons :

$$U_2 = E_2 = 4,44 N_2 f \widehat{B}S$$

Pour un transformateur parfait la valeur efficace de la tension secondaire est constante : elle ne dépend pas de la charge.

Conséquence

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{E_2}{E_1} = \frac{N_2}{N_1} = m$$

2 Relation entre les intensités des courants

▶ De la formule donnant la tension U_1 , nous tirons :

$$\widehat{BS} = \frac{U_1}{4,44N_1 f}$$

Pour un transformateur alimenté sous une tension primaire, de valeur efficace U_1 , et de fréquence f constantes, la valeur maximale du flux (\widehat{BS}) est constante.

La valeur instantanée du flux conserve la même expression en fonction du temps, quelle que soit la charge, puisque la valeur maximale (\widehat{BS}) est constante. Ce flux, produit par les courants i_1 et i_2 , dépend de la somme $(N_1 i_1 + N_2 i_2)$ qui a la même valeur en charge et à vide. Dans ce dernier cas elle se réduit à $N_1 i_{10}$ puisque i_{10} est l'intensité du courant primaire à vide.

Donc :
$$N_1 i_1 + N_2 i_2 = N_1 i_{10}$$

Puisque nous avons décidé de négliger le courant à vide, nous pouvons écrire :

$$N_1 i_1 + N_2 i_2 = 0 \Rightarrow \frac{i_1}{i_2} = -m \Rightarrow \boxed{\frac{I_1}{I_2} = m}$$

3 Diagramme de Fresnel

Puisque : $u_1 = -e_1$ et $u_2 = e_2$ nous pouvons écrire :

$$\frac{u_2}{u_1} = -\frac{e_2}{e_1} = -\frac{N_2}{N_1} = -m$$

Donc, avec nos conventions :

- les tensions u_1 et u_2 sont en opposition de phase ($u_2 = -mu_1$);
- la tension u_2 et les f.é.m. e_1 et e_2 sont en phase;
- le flux ϕ est en quadrature arrière par rapport à la tension u_1 ;
- les intensités des courants sont en opposition de phase ($i_1/i_2 = -m$).

Il est alors possible de tracer le diagramme de Fresnel du transformateur (fig. 4).

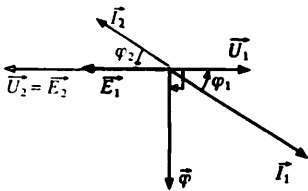


Fig. 4. Diagramme de Fresnel pour un transformateur parfait. Le diagramme de Fresnel montre que le déphasage de i_1 par rapport à u_1 est égal au déphasage de i_2 par rapport à u_2 : $\varphi_1 = \varphi_2$.

$$U_1 I_1 \cos \varphi_1 = U_2 I_2 \cos \varphi_2$$

$$U_1 I_1 \sin \varphi_1 = U_2 I_2 \sin \varphi_2$$

Remarque :

Les pertes d'un transformateur parfait étant négligeables, la puissance active P_2 fournie par le secondaire au récepteur est égale à la puissance active P_1 reçue au primaire.

La puissance réactive Q_1 absorbée par le primaire est égale à la puissance réactive Q_2 fournie par le secondaire à la charge.

$$\boxed{P_1 = P_2}$$

$$\boxed{Q_1 = Q_2}$$

Nous en déduisons que les puissances apparentes sont égales :

$$\boxed{S_1 = S_2}$$

1 Un transformateur parfait branché sur un réseau moyenne tension 15 kV-50 Hz fournit au secondaire une tension $U_2 = 220$ V. Son circuit magnétique a une section utile $s = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$; la valeur maximale du champ magnétique dans le fer est $\vec{B} = 1,0$ T.

1. Quels sont les nombres de spires des enroulements du primaire et du secondaire ?

2. Quelle est la valeur efficace de l'intensité du courant traversant le primaire lorsque le secondaire débite un courant d'intensité efficace $I_2 = 200$ A ?

3. Le débit précédent se faisant sur charge inductive ($\cos \varphi_2 = 0,93$), quelles sont les différentes puissances au primaire et au secondaire ?

Solution :

1. Nombre de spires des enroulements

Appliquons la formule de Boucherot au primaire :

$$U_1 = 4,44 N_1 f \vec{B} s$$

d'où :
$$N_1 = \frac{U_1}{4,44 f \vec{B} s}$$

soit :

$$N_1 = 15 \cdot 10^3 / (4,44 \times 50 \times 1 \times 2 \times 10^{-2})$$

$$\Rightarrow N_1 \approx 3380 \text{ spires}$$

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} \text{ donc : } N_2 = N_1 \frac{U_2}{U_1}$$

$$N_2 = \frac{3380 \times 220}{15000} \Rightarrow N_2 \approx 50 \text{ spires}$$

2. Intensité du courant primaire

Le rapport $\frac{I_1}{I_2}$ est égal au rapport de transformation.

Donc :
$$I_1 = I_2 \frac{N_2}{N_1}$$

$$I_1 = \left(200 \times \frac{50}{3380} \right) \text{ A} \Rightarrow I_1 \approx 3,0 \text{ A}$$

3. Puissances

Le transformateur est parfait, nous avons alors :

$$P_1 = P_2, Q_1 = Q_2 \text{ et } S_1 = S_2$$

soit :
$$P_1 = P_2 = U_2 I_2 \cos \varphi_2$$

$$Q_1 = Q_2 = U_2 I_2 \sin \varphi_2$$

$$S_1 = S_2 = U_2 I_2$$

Applications numériques :

$$P_1 = P_2 = 40,9 \text{ kW}$$

$$Q_1 = Q_2 = 16,2 \text{ kvar}$$

et :

$$S_1 = S_2 = 44 \text{ kVA}$$

2 Le primaire d'un transformateur a été calculé pour qu'il fonctionne sous la tension 220 V/50 Hz.

Quelle tension efficace maximale peut-on lui appliquer à 60 Hz et à 40 Hz ?

Solution :

Le transformateur a été calculé pour que la valeur maximale admissible du champ magnétique \vec{B} vérifie la relation :

$$U_1 = 4,44 \vec{B} N_1 S f \text{ ou } \frac{U_1}{f} = 4,44 \vec{B} N_1 S$$

Si l'on modifie la valeur de la fréquence f il faut modifier, aussi, la valeur efficace U_1 de la tension primaire pour que le second membre de l'expression précédente reste constant et que \vec{B} conserve la valeur maximale prévue.

Dans ces conditions, pour une tension U'_1 et une fréquence f' nous aurons :

$$\frac{U'_1}{f'} = \frac{U_1}{f}$$

1. Tension primaire U'_1 à la fréquence de 60 Hz :

A cette fréquence nous trouvons :

$$\frac{U'_1}{60} = \frac{220}{50} \Rightarrow U'_1 = 264 \text{ V}$$

2. Tension U''_1 à la fréquence de 40 Hz :

Dans ce cas nous pouvons écrire :

$$\frac{U''_1}{40} = \frac{220}{50} \Rightarrow U''_1 = 176 \text{ V}$$

Dans le chapitre précédent, en adoptant les hypothèses simplificatrices conduisant au modèle du transformateur parfait, nous avons admis que la tension secondaire en charge était constante et que les pertes du transformateur étaient négligeables.

Nous allons maintenant préciser en quoi le fonctionnement réel d'un transformateur s'écarte un peu de ce que permet de prévoir ce modèle.

1 Chute de tension

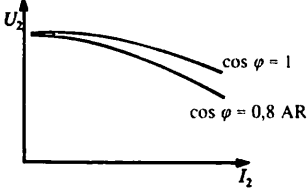


Fig. 1. Caractéristique $U_2(I_2)$ d'un transformateur.

La règle est de désigner par des lettres majuscules les bornes du côté des tensions les plus élevées et par des lettres minuscules les autres.

- Dans le cas d'un transformateur réel, la tension U_2 en charge est différente de la tension U_{20} à vide.
- Pour une charge résistive ou inductive (cas le plus fréquent), la tension secondaire diminue lorsque l'intensité efficace I_2 du courant débité augmente (fig. 1).

La chute de tension au secondaire du transformateur est la différence :

$$\Delta U_2 = U_{20} - U_2$$

- Pour une même valeur de l'intensité efficace I_2 , la chute de tension est plus importante dans le cas d'une charge inductive.

2 Pertes dans le fer

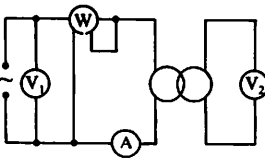


Fig. 2. Essai à vide.

Essai à vide

Le montage est celui de la figure 2. La tension primaire est égale à la tension nominale U_{1n} . L'enroulement primaire est parcouru par un courant d'intensité efficace I_{10} et le transformateur consomme, la puissance P_0 .

Interprétation

Puissance absorbée à vide

Elle correspond aux pertes dans le fer p_F et aux pertes par effet Joule $R_1 I_{10}^2$ dans le primaire. L'intensité efficace I_{10} du courant à vide étant relativement faible, en général les pertes par effet Joule sont négligeables devant les pertes dans le fer. Donc :

$$P_0 = p_F + R_1 I_{10}^2 \approx p_F$$

L'essai à vide permet donc de déterminer les pertes dans le fer p_F lorsque la tension primaire a sa valeur nominale U_{1n} .

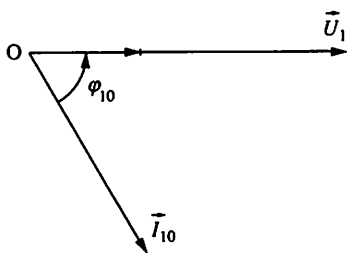


Fig. 3. Courant à vide.

\vec{U}_1 Facteur de puissance à vide

$$P_0 = U_1 I_{10} \cos \varphi_{10} \Rightarrow \cos \varphi_{10} = \frac{P_0}{U_1 I_{10}}$$

Le facteur de puissance à vide $\cos \varphi_{10}$ est assez faible (fig. 3).

Remarques : Si l'essai à vide est réalisé en alimentant le primaire sous une tension réduite (par exemple 10 % U_{1n}), la puissance absorbée P_0 diminue de façon très importante. En effet cette condition de fonctionnement entraîne une forte diminution du champ magnétique maximal \vec{B} et par conséquent, une réduction très importante des pertes dans le fer.

Bien que l'intensité instantanée i_{10} du courant à vide ne soit pas parfaitement sinusoidale on lui associe quand même le vecteur \vec{I}_{10} .

On adopte le modèle suivant :

- $\|\vec{I}_{10}\| = I_{10}$, intensité efficace réelle du courant à vide;

- $\cos \varphi_{10} = \frac{P_0}{U_1 I_{10}}$, facteur de puissance du transformateur à vide.

Conclusion

La puissance consommée à vide par un transformateur est essentiellement due aux pertes dans le fer.

Pour une tension primaire, de valeur efficace et de fréquence constantes, ces pertes sont les mêmes, que le transformateur soit à vide ou en charge.

3 Pertes par effet Joule en charge

Expression

Ces pertes peuvent être calculées à partir de la résistance des enroulements du transformateur. Pour des intensités I_1 et I_2 connues, les pertes par effet Joule sont égales à :

$$p_j = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2$$

La mesure des résistances R_1 et R_2 s'effectue par la méthode voltampéremétrique (montage aval car les résistances des enroulements sont faibles).

Essai en court-circuit

Il permet une détermination directe des pertes dans le cuivre.

► Dans un fonctionnement en court-circuit, le transformateur, vu de l'alimentation, présente une impédance apparente très faible. Nous utilisons donc le montage aval (ou courte dérivation) pour le branchement des appareils de mesure. Notons que dans cet essai, si $I_{2cc} = I_{2n}$ alors $I_{1cc} \approx I_{1n}$ puisque $I_{1cc} \approx m I_{2cc} = m I_{2n} \approx I_{1n}$.

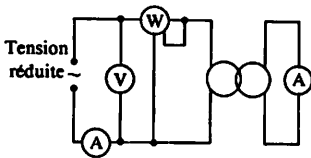


Fig. 4. Essai en court-circuit.

Nous utilisons le montage de la figure 4. La tension efficace au primaire est initialement nulle ; nous la faisons croître progressivement (jusqu'à 10 % de sa valeur nominale environ) de manière à obtenir au secondaire l'intensité nominale I_{2n} . Au primaire, le wattmètre indique une puissance P_{1cc} qui représente la somme des pertes par effet Joule p_{Jcc} et des pertes dans le fer p_{Fcc} dans les conditions de l'expérience. L'essai se faisant sous tension réduite, les pertes dans le fer sont négligeables devant les pertes dans le cuivre. Donc :

$$p_{Fcc} \ll p_{Jcc}$$

$$\text{et : } p_{1cc} = p_{Fcc} + p_{Jcc} \approx p_{Jcc}$$

L'essai en court-circuit permet donc de déterminer les pertes par effet Joule pour un régime de fonctionnement fixé c'est-à-dire pour un courant secondaire d'intensité efficace I_2 déterminé (ici $I_2 = I_{2n}$).

4 Rendement

Le rendement est donné par les rapports suivants :

$$\eta = \frac{P_u}{P_a} = \frac{P_2}{P_1}$$

$$\text{ou : } \eta = \frac{P_2}{P_2 + p_F + p_J} = \frac{P_1 - p_F - p_J}{P_1}$$

La mesure directe des puissances P_1 et P_2 ne permet pas une détermination précise du rendement. Ces deux puissances sont très voisines et le rendement n'est que légèrement inférieur à 1.

Une mesure indirecte est préférable pour obtenir une valeur précise du rendement. La méthode utilisée consiste à déterminer les pertes p_F dans le fer par un essai à vide et les pertes p_J par effet Joule au moyen d'un essai en court-circuit : c'est la méthode des pertes séparées.

Un autre avantage de la méthode des pertes séparées est de permettre la mesure de rendement d'un transformateur de puissance élevée, au point de fonctionnement nominal, sans qu'il soit nécessaire de lui fournir sa puissance nominale.

1 La plaque signalitique d'un transformateur porte les indications suivantes :

$$U_1 = 240 \text{ V}; U_{20} = 416 \text{ V}; S = 5,0 \text{ kVA}$$

L'intensité efficace I_{10} du courant à vide est égale à 3 % de l'intensité efficace du courant primaire nominal.

Au point de fonctionnement nominal

la chute de tension relative $\frac{U_{20} - U_2}{U_{20}}$

atteint 2,5 %.

Le transformateur étant alimenté sous sa tension primaire nominale, calculer :

1. Les intensités nominales I_{1n} , I_{2n} .
2. L'intensité efficace I_{10} du courant primaire à vide.
3. La tension efficace aux bornes du secondaire en charge pour le point de fonctionnement nominal.

Solution :

1. **Intensités nominales I_{1n} et I_{2n}**

Les indications de la plaque signalitique du transformateur permettent de calculer les intensités efficaces nominales :

$$I_{1n} = \frac{S}{U_1} \Rightarrow I_{1n} = \left(\frac{5000}{240} \right) \text{ A}$$

$$\Rightarrow I_{1n} = 20,8 \text{ A}$$

$$I_{2n} = \frac{S}{U_2} \Rightarrow I_{2n} = \left(\frac{5000}{416} \right) \text{ A}$$

$$\Rightarrow I_{2n} = 12,0 \text{ A}$$

2. **Intensité efficace I_{10} du courant à vide**

Pour ce transformateur l'intensité efficace I_{10} représente 3 % de l'intensité I_{1n} .

$$I_{10} = \frac{3}{100} I_{1n} \Rightarrow I_{10} = \left(\frac{3}{100} \times 20,8 \right) \text{ A}$$

$$\Rightarrow I_{10} = 0,624 \text{ A}$$

3. **Tension secondaire en charge U_2**

La tension U_2 peut être calculée à partir de la relation donnant la chute de tension relative.

Au point de fonctionnement nominal :

$$\frac{U_{20} - U_2}{U_{20}} = \frac{2,5}{100}$$

$$\text{D'où : } 100 \times (U_{20} - U_2) = 2,5 U_{20}$$

$$\text{et : } U_2 = U_{20} \left(1 - \frac{2,5}{100} \right)$$

$$\text{D'où : } U_2 = \left[416 \times \left(1 - \frac{2,5}{100} \right) \right] \text{ V}$$

$$\Rightarrow U_2 = 406 \text{ V}$$

2 Les essais d'un transformateur monophasé 380 V/220 V-50 Hz-1,0 kVA ont fourni les résultats suivants :

- à vide : $U_1 = 380 \text{ V}; U_{20} = 220 \text{ V}; P_0 = 15,0 \text{ W}; I_{10} = 0,08 \text{ A};$
- en charge, pour une charge inductive de facteur de puissance $\cos \varphi_2 = 0,80 :$

$$U_2 = 215 \text{ V}; I_2 = 4,5 \text{ A}; I_1 = 2,6 \text{ A}$$

- mesure des résistances (à chaud) :

- primaire $R_1 = 0,90 \Omega$

- secondaire $R_2 = 0,30 \Omega$.

1. Quelle est la puissance P_2 absorbée par la charge ?

2. Calculer les pertes par effet Joule de ce transformateur.

Solution :

1. **Puissance P_2 absorbée par la charge**

La charge absorbe une puissance égale à :

$$P_2 = U_2 I_2 \cos \varphi_2$$

$$P_2 = (215 \times 4,5 \times 0,80) \text{ W}$$

$$\Rightarrow P_2 = 774 \text{ W}$$

2. **Pertes par effet Joule en charge**

Ces pertes p_j sont égales à :

$$p_j = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2$$

soit :

$$p_j = [0,9 \times (2,6)^2 + 0,3 \times (4,5)^2] \text{ W}$$

$$\Rightarrow p_j = 12,2 \text{ W}$$

1 Intensités des courants

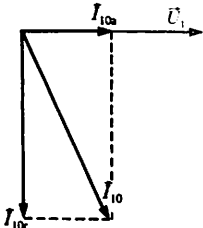


Fig. 1 Diagramme de Fresnel.

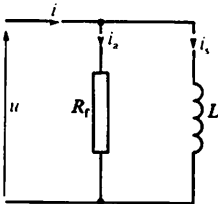


Fig. 2. Schéma électrique simplifié.

A vide

Le diagramme de Fresnel de la figure 3, chap. 36 montre que le vecteur \vec{I}_{10} qui représente l'intensité i_{10} du courant à vide peut être considérée comme la somme de deux composantes (fig. 1) :

$$\vec{I}_{10} = \vec{I}_{10a} + \vec{I}_{10r}$$

- \vec{I}_{10a} est le vecteur de Fresnel correspondant à une composante active i_{10a} en phase avec u_1 .
- \vec{I}_{10r} est le vecteur de Fresnel correspondant à une composante réactive i_{10r} déphasée de 90° en arrière par rapport à u_1 .

Le schéma équivalent de la figure 2 peut être associé à cette somme. Il comprend :

- une bobine d'inductance L et de résistance nulle traversée par la composante réactive : L est l'inductance de la bobine réelle,
- une résistance R_f traversée par la composante active et qui rend compte de la puissance dissipée dans le fer :

$$R_f = \frac{P}{I_{10a}^2}$$

En charge

Pour une tension d'alimentation u_1 de valeur efficace U_1 et de fréquence f constantes la formule de Boucherot montre que la valeur maximale du flux est sensiblement constante (voir chap. 33). La valeur instantanée de ce flux conserve la même expression quelle que soit la charge. Créé par les courants i_1 et i_2 , ce flux dépend de la somme $(N_1 i_1 + N_2 i_2)$ qui a la même valeur en charge qu'à vide (à vide : $i_1 = i_{10}$ et $i_2 = 0$) :

$$N_1 i_1 + N_2 i_2 = N_1 i_{10} \Rightarrow i_1 = -m i_2 + i_{10}$$

Soit en notation complexe :

$$\underline{I}_1 = -m \underline{I}_2 + \underline{I}_{10}$$

2 Expression des tensions

► Par définition la chute de tension au secondaire est égale à :

$$\Delta U_2 = U_{20} - U_2$$

C'est une différence de deux valeurs efficaces :

Flux total

Les résistances des enroulements et les fuites magnétiques sont les causes de la chute de tension ΔU_2 au secondaire.

Au voisinage des enroulements, il y a dispersion

U_{20} : valeur efficace de la tension secondaire à vide.
 U_2 : valeur efficace de la tension secondaire avec la charge considérée.

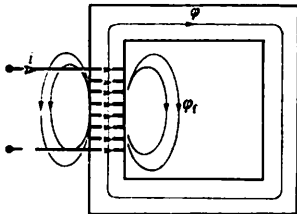


Fig. 3. Circuit magnétique avec fuites magnétiques. Des lignes de champ enlacent la bobine et se referment dans l'air. A ces lignes de champ est associé un flux de fuite ϕ_f .

des lignes du champ : certaines sont canalisées par le circuit magnétique, d'autres traversent des substances non magnétiques (air, cuivre et isolant), donc non saturables (fig. 3). Au niveau de chaque enroulement il y a donc un flux de fuite Φ_f proportionnel à l'intensité du courant traversant l'enroulement :

$$\Phi_f = N\phi_f = li$$

le coefficient l est appelé inductance de fuite. Le flux ϕ étant le flux commun à chacune des spires des deux enroulements, le flux total traversant :

- le primaire est : $\Phi_1 = N_1\phi + l_1 i_1$,
- le secondaire est : $\Phi_2 = N_2\phi + l_2 i_2$.

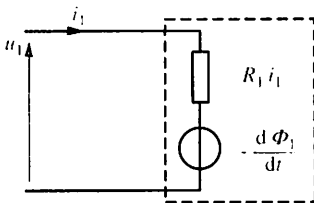


Fig. 4. Dipôle équivalent au transformateur vu du primaire. Φ_1 est le flux total embrassé par les N_1 spires primaires :
 $\Phi_1 = N_1\phi + l_1 i_1$

Tension primaire (fig. 4)

Appliquons la loi d'additivité des tensions au primaire :

$$u_1 = \frac{d\Phi_1}{dt} + R_1 i_1 \text{ avec : } \Phi_1 = (N_1\phi + l_1 i_1) \text{ et : } e_1 = -N_1 \frac{d\phi}{dt}$$

$$u_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt} + l_1 \frac{di_1}{dt} + R_1 i_1 = -e_1 + l_1 \frac{di_1}{dt} + R_1 i_1$$

Soit en notation complexe :

$$\underline{U}_1 = -\underline{E}_1 + R_1 \underline{I}_1 + j l_1 \omega \underline{I}_1 \quad (2)$$

Tension secondaire (fig. 5)

Appliquons la loi d'additivité des tensions au secondaire :

$$u_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt} - R_2 i_2 \text{ avec : } \Phi_2 = N_2\phi + l_2 i_2 \text{ et : } e_2 = -N_2 \frac{d\phi}{dt}$$

$$u_2 = -N_2 \frac{d\phi}{dt} - l_2 \frac{di_2}{dt} - R_2 i_2 = e_2 - l_2 \frac{di_2}{dt} - R_2 i_2$$

Soit en notation complexe :

$$\underline{U}_2 = \underline{E}_2 - R_2 \underline{I}_2 - j l_2 \omega \underline{I}_2 \quad (3)$$

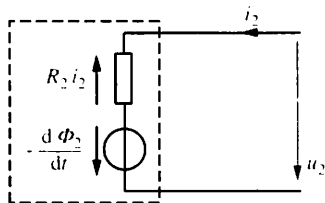


Fig. 5. Dipôle équivalent au transformateur vu du secondaire. Φ_2 est le flux total embrassé par les N_2 spires secondaires :
 $\Phi_2 = N_2\phi + l_2 i_2$

3 Modèles électriques

Modèle général

Le modèle électrique de la figure 6 traduit les relations (1), (2) et (3) établies précédemment. Le modèle électrique proposé est d'une utilisation généralement compliquée. Nous allons le simplifier sans introduire d'erreurs importantes.

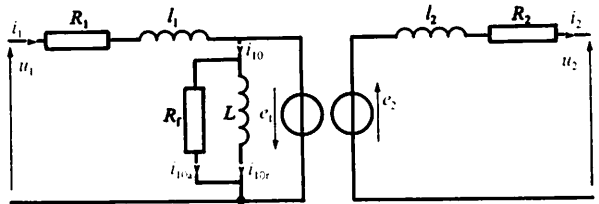


Fig. 6. Schéma électrique équivalent d'un transformateur.

Modèle simplifié dit « de Kapp »

Dans l'hypothèse de Kapp, non seulement le circuit magnétique est linéarisé, mais il est parfait. On néglige donc le phénomène d'hystérésis ainsi que les courants de Foucault et on suppose la perméabilité du matériau infinie. Cela revient à négliger l'intensité I_{10} (fig. 7).

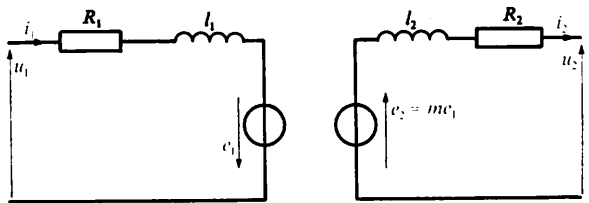


Fig. 7. Schéma électrique équivalent d'un transformateur dans l'approximation de Kapp.

Dans ces conditions, la relation entre les intensités I_1 et I_2 se simplifie et devient :

$$N_1 \underline{I}_1 + N_2 \underline{I}_2 = 0 \Rightarrow \underline{I}_1 = -m \underline{I}_2$$

Modèle de Thévenin

L'étude détaillée de ce modèle (fig. 8) et de son intérêt pratique fait l'objet du chapitre suivant.

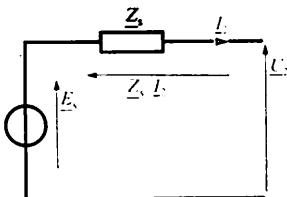


Fig. 8. Modèle de Thévenin du transformateur. Comme nous nous plaçons dans l'hypothèse d'un fonctionnement linéaire, un transformateur alimenté sous

tension efficace constante se présente, pour la charge, comme un générateur de Thévenin de f.é.m. E_2 et d'impédance interne Z_2 . Nous pouvons alors écrire :

$$\underline{U}_2 = \underline{E}_2 - \underline{Z}_2 \underline{I}_2$$

1 L'enroulement primaire d'un transformateur monophasé 240 V-24 V-50 Hz-800 VA comporte $N_1 = 220$ spires.

1. Un essai à vide sous une tension primaire $U_1 = 240$ V a donné :

$$U_{20} = 24,0 \text{ V et } I_{10} = 0,10 \text{ A}$$

1.1. Déterminer le rapport de transformation m .

1.2. Quelle est l'amplitude du flux $\widehat{\Phi}$ embrassé par une spire ?

2. Le transformateur alimenté sous la tension primaire nominale débite dans une charge. L'intensité efficace I_1 du courant primaire est alors $I_1 = 3,3$ A.

2.1. Quelle est pratiquement la valeur du flux maximal à travers une spire ?

2.2. En se plaçant dans l'hypothèse de Kapp (I_{10} négligeable) quelle est la valeur de l'intensité efficace I_2 du courant secondaire ?

Solution :

1.1. Rapport de transformation

L'essai à vide permet de déterminer m

$$m \approx \frac{U_{20}}{U_1} \Rightarrow m = \frac{24}{240} \Rightarrow \boxed{m = 0,10}$$

1.2. flux maximal $\widehat{\Phi}$

A vide, les chutes de tension (ohmique et inductive) dans l'enroulement primaire sont négligeables et nous pouvons écrire : $U_1 \approx E_1$ avec :

$$E_1 = 4,44N_1 f \widehat{BS} \text{ et } \widehat{\Phi} = \widehat{BS}$$

$$\widehat{\Phi} = \frac{U_1}{4,44N_1 f} \Rightarrow \widehat{\Phi} = \left(\frac{240}{4,44 \times 220 \times 50} \right) \text{ Wb}$$

$$\Rightarrow \boxed{\widehat{\Phi} = 4,91 \text{ mWb}}$$

2.1. Flux maximal à travers une spire

La tension primaire étant inchangée la valeur maximale du flux est pratiquement constante et égale à :

$$\widehat{\Phi} \approx 4,91 \text{ mWb}$$

2.2. Intensité efficace I_2 du courant secondaire

En charge l'équation aux intensités s'écrit : $I_1 = -m I_2 + I_{10}$.

En négligeant I_{10} il vient :

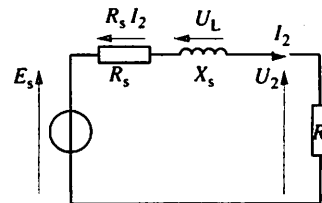
$$I_1 = -m I_2 \text{ soit : } I_2 = \frac{I_1}{m}$$

$$\text{D'où : } I_2 = \left(\frac{3,3}{0,1} \right) \text{ A} \Rightarrow \boxed{I_2 = 33,0 \text{ A}}$$

2 Le modèle de Thévenin équivalent à un transformateur monophasé, alimenté sous tension efficace constante, a pour f.é.m. $E_s = 24,0$ V. Son impédance interne Z_s peut-être modélisée par une inductance de réactance $X_s = 24,0$ m Ω en série avec une résistance $R_s = 30,0$ m Ω (fig. 9).

Le transformateur alimente des lampes basse tension qui appellent un courant d'intensité efficace $I_2 = 62,5$ A. Calculer la valeur efficace U_2 de la tension aux bornes du secondaire.

Fig. 9



Solution :

Si nous notons R la résistance équivalente à la charge, la valeur efficace de la tension secondaire est égale à : $U_2 = RI_2$.

Nous allons déterminer R .

L'équation aux tensions s'écrit :

$$\underline{E}_s = (R + R_s + jX_s) I_2$$

$$\text{D'où : } \sqrt{(R + R_s)^2 + X_s^2} = \frac{E_s}{I_2}$$

Posons : $Z = \frac{E_s}{I_2}$. Nous pouvons écrire :

$$R + R_s = \sqrt{Z^2 - X_s^2}$$

$$\text{soit : } R = \sqrt{Z^2 - X_s^2} - R_s$$

$$\text{Calculons } Z : Z = \frac{24}{62,5} \Omega \Rightarrow Z = 0,384 \Omega$$

$$\text{donc : } R = (\sqrt{0,384^2 - 0,024^2} - 0,03) \Omega \Rightarrow R = 0,353 \Omega$$

$$\text{et : } RI_2 = (0,353 \times 62,5) \text{ V}$$

$$\Rightarrow \boxed{U_2 = 22,1 \text{ V}}$$

1 Établissement du modèle

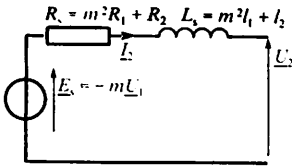


Fig. 1. Modèle de Thévenin du transformateur dans l'approximation de Kapp.

$$\underline{E}_s = -m\underline{U}_1 = \underline{U}_{20}$$

$$R_s = m^2R_1 + R_2$$

$$L_s = m^2l_1 + l_2$$

Rappel des hypothèses

Pour établir le modèle de Thévenin nous allons exploiter le modèle simplifié établi au chapitre 7 (voir fig. 7). Les hypothèses faites reviennent à négliger l'intensité I_{10} et par conséquent à poser :

$$\underline{I}_1 = -m\underline{I}_2$$

Nous pouvons écrire :

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = -\underline{E}_1 + R_1\underline{I}_1 + j l_1 \omega \underline{I}_1 & (1) \\ \underline{U}_2 = \underline{E}_2 - R_2\underline{I}_2 - j l_2 \omega \underline{I}_2 & (2) \\ \underline{E}_2 = m\underline{E}_1 & (3) \\ \underline{I}_1 = -m\underline{I}_2 & (4) \end{cases}$$

Ces équations permettent de déduire l'expression suivante de \underline{U}_2 (voir marge) :

$$\underline{U}_2 = \underline{E}_s - R_s\underline{I}_2 + jL_s\omega\underline{I}_2$$

avec :

$\underline{E}_s = -m\underline{U}_1 = \underline{U}_{20}$; $R_s = m^2R_1 + R_2$ et $L_s = m^2l_1 + l_2$
A cette dernière relation correspond le modèle de Thévenin de la figure 1.

Détermination expérimentale

• Essai à vide : détermination de E_s

Avec le montage de la figure 2 nous mesurons :

- la tension primaire U_1 ,
- l'intensité du courant traversant le primaire I_{10} ,
- la puissance absorbée par le primaire P_{10} ,
- la tension secondaire à vide U_{20} .

D'où :

$$\underline{E}_s = \underline{U}_{20}$$

• Essai en court-circuit : obtention de Z_s , R_s et L_s

Nous utilisons le montage de la figure 3. Le secondaire étant mis en court-circuit, l'intensité du courant débité par le secondaire n'est limitée que par l'impédance interne Z_s qui est généra-

▶ Relation $U_2(I_2)$

Dans un premier temps, nous éliminons \underline{I}_1 entre (1) et (4). Nous obtenons le système suivant :

$$\underline{U}_1 = -\underline{E}_1 - mR_1\underline{I}_2 - jm l_1 \omega \underline{I}_2 \quad (1')$$

$$\underline{U}_2 = \underline{E}_2 - R_2\underline{I}_2 - j l_2 \omega \underline{I}_2 \quad (2)$$

$$\underline{E}_2 = m\underline{E}_1 \quad (3)$$

Dans un second temps, nous éliminons \underline{E}_1 et \underline{E}_2 entre (1') et (2). Pour cela multiplions chaque membre de (1') par m et nous faisons la somme des deux relations :

$$m\underline{U}_1 = -m\underline{E}_1 - m^2R_1\underline{I}_2 - jm^2l_1\omega\underline{I}_2 \quad (1'')$$

$$\underline{U}_2 = \underline{E}_2 - R_2\underline{I}_2 - j l_2 \omega \underline{I}_2 \quad (2)$$

$$m\underline{U}_1 + \underline{U}_2 = 0 - (m^2R_1 + R_2)\underline{I}_2 - j\omega(m^2l_1 + l_2)\underline{I}_2$$

Nous pouvons donc écrire :

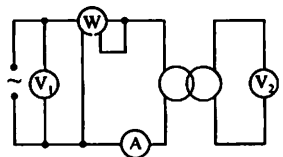
$$\underline{U}_2 = -m\underline{U}_1 - (m^2R_1 + R_2)\underline{I}_2 - j\omega(m^2l_1 + l_2)\underline{I}_2$$

expression de la forme :

$$\underline{U}_2 = \underline{E}_s - R_s\underline{I}_2 - jL_s\omega\underline{I}_2$$

Fig. 2. Essai à vide.

Dans un fonctionnement à vide, le transformateur, vu de l'alimentation, présente une impédance apparente élevée et un mauvais facteur de puissance.



MODÈLE DE THÉVENIN

Dans un fonctionnement en court-circuit, le transformateur, vu de l'alimentation, présente une impédance apparente très faible. Nous utilisons donc le montage aval (ou courte dérivation) pour le branchement des appareils de mesure. Notons que dans cet essai, si $I_{2cc} = I_{2n}$ alors $I_{1cc} \approx I_{1n}$ puisque $I_{1cc} \approx m I_{2cc} = m I_{2n} \approx I_{1n}$.

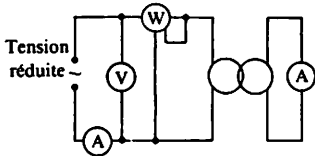


Fig. 3. Essai en court-circuit.

lement très faible. Une tension primaire nominale provoquerait la destruction du transformateur. L'essai en court-circuit doit se faire sous tension primaire réduite (U_{1cc} est limitée à la valeur nécessaire à l'obtention d'une intensité I_{2cc} telle que : $I_{2cc} \leq I_{2n}$). Nous mesurons :

- l'intensité de court-circuit I_{2cc} du courant traversant le secondaire,
- la tension primaire U_{1cc} ,
- l'intensité du courant traversant le primaire I_{1cc} ,
- la puissance absorbée par le primaire P_{1cc} .

• Détermination de Z_s

Lorsque la tension U_2 est nulle, la tension aux bornes de Z_s est : $E_{scc} = m U_{1cc}$

Donc :
$$m U_{1cc} = Z_s I_{2cc}$$

et :

$$Z_s = \frac{m U_{1cc}}{I_{2cc}}$$

• Détermination de R_s

La tension étant réduite, le champ magnétique créé par cette tension a aussi une valeur maximale réduite. Les pertes dans le fer étant proportionnelles au carré de cette valeur maximale du champ, ces pertes peuvent être négligées devant les pertes par effet Joule $R_s I_{2cc}^2$. donc :

$$P_{1cc} = R_s I_{2cc}^2$$

Soit :

$$R_s = \frac{P_{1cc}}{I_{2cc}^2}$$

• Détermination de $L_s \omega$

$$\underline{Z}_s = R_s + j L_s \omega$$

Donc :

$$L_s \omega = \sqrt{Z_s^2 - R_s^2}$$

2 Application

Le modèle de Thévenin permet de prédéterminer la valeur approchée de la chute de tension au secondaire.

Représentation vectorielle

Au modèle de Thévenin du transformateur est liée la relation vectorielle déduite de l'expression complexe obtenue au paragraphe 1 :

$$\vec{U}_2 = \vec{U}_{20} - R_s \vec{I}_2 - \vec{U}_L$$

\vec{U}_L étant le vecteur de Fresnel associé à la chute inductive représentée par la grandeur complexe :

$$\underline{U}_L = jL_s \omega \underline{I}_2$$

Le diagramme de Kapp est le diagramme de Fresnel correspondant à cette relation. Pour le tracer (fig. 4) nous plaçons successivement \vec{U}_2, \vec{I}_2 [décalé d'un angle $\varphi_2 = (\vec{I}_2, \vec{U}_2)$ connu si la charge est précisée], $R_s \vec{I}_2$ colinéaire à \vec{I}_2 , \vec{U}_L décalé de $+\frac{\pi}{2}$ rad par rapport à \vec{I}_2 .

Nous obtenons respectivement les vecteurs $\vec{OA}, \vec{OC}, \vec{AH}$ et \vec{HB} .

Le vecteur \vec{OB} doit être associé à la tension à vide $u_{20} = -mu_1$.

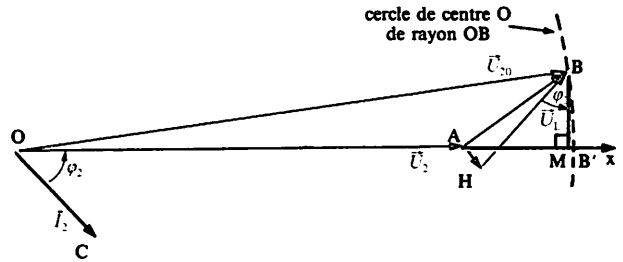


Fig. 4. Diagramme de Kapp.

Valeur approchée de la chute de tension au secondaire

Sur l'axe Ox portons un segment $OB' = OB$.

La chute de tension $\Delta U_2 = U_{20} - U_2$ est alors représentée par le segment AB' .

Dans la pratique le point B' peut être confondu avec la projection M de B sur Ox et ΔU_2 est représenté par AM avec une précision suffisante. Pour obtenir une expression de ΔU_2 , projetons orthogonalement le point H sur Ox (fig. 5). Nous obtenons le point K :

$$AM = AK + KM$$

avec : $AK = AH \cos \varphi_2$; $KM = HB \sin \varphi_2$; $AH = R_s I_2$ et $HB = L_s \omega I_2$

D'où :

$$\Delta U_2 = U_{20} - U_2 = R_s I_2 \cos \varphi_2 + L_s \omega I_2 \sin \varphi_2$$

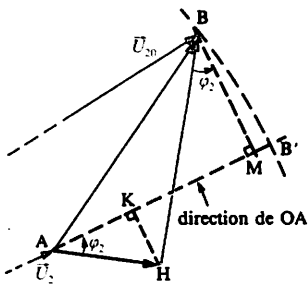


Fig. 5. Calcul de ΔU_2 .

1 En mesurant les résistances à chaud d'un transformateur monophasé 1,2 kVA-380/24 V-50 Hz on a trouvé : résistance de l'enroulement primaire $R_1 = 0,80 \Omega$; résistance de l'enroulement secondaire $R_2 = 4,0 \text{ m}\Omega$.

Un essai à vide a permis d'obtenir deux mesures : $U_1 = 380 \text{ V}$; $U_{20} = 24,0 \text{ V}$.

- Déterminer le rapport de transformation m .
- Calculer la résistance R_s du modèle de Thévenin équivalent au transformateur du secondaire.
- Calculer les pertes dans le cuivre p_j pour le fonctionnement nominal.

Solution :

1. Rapport de transformation m

Il peut être déterminé à l'aide des résultats de l'essai à vide : $m = \frac{U_{20}}{U_1}$

$$\text{Donc : } m = \frac{24,0}{380} \Rightarrow \boxed{m \approx 0,063}$$

2. Résistance R_s

La résistance R_s est donnée par la relation suivante :

$$R_s = m^2 R_1 + R_2$$

$$R_s = (0,063^2 \times 0,80 + 4,0 \times 10^{-3}) \Omega$$

$$\Rightarrow \boxed{R_s \approx 7,19 \text{ m}\Omega}$$

3. Pertes par effet Joule

L'intensité efficace du courant secondaire nominal est égale à :

$$I_{2n} = \frac{S}{U_2}$$

$$\text{soit : } I_{2n} = \left(\frac{1200}{24} \right) \text{ A} \Rightarrow I_{2n} = 50,0 \text{ A}$$

Nous en déduisons les pertes par effet Joule nominales p_j :

$$p_j = R_s I_{2n}^2$$

$$\text{D'où : } p_j = (7,19 \times 10^{-3} \times (50)^2) \text{ W}$$

$$\Rightarrow \boxed{p_j \approx 18,0 \text{ W}}$$

A vide : $U_{10} = 10 \text{ kV}$, $U_{20} = 230 \text{ V}$

En court-circuit : $U_{1cc} = 600 \text{ V}$,

$$I_{2cc} = 500 \text{ A}, \quad P_{1cc} = 1750 \text{ W}$$

1. Déterminer les valeurs des éléments du schéma équivalent du transformateur vu du secondaire.

2. Quelle est la valeur efficace de la tension secondaire lorsque ce secondaire débite un courant d'une intensité $I_2 = 400 \text{ A}$ dans un circuit inductif dont le facteur de puissance est $\cos \varphi = 0,80$?

On supposera que le primaire est alimenté sous une tension $U_1 = 10 \text{ kV}$.

Solution :

1. Modèle de Thévenin

Le rapport de transformation est déterminé à partir de l'essai à vide :

$$m = \frac{U_{20}}{U_1} \Rightarrow m = \frac{230}{10 \times 10^3} \Rightarrow m = 23 \times 10^{-3}$$

L'essai en court-circuit permet de calculer R_s et Z_s :

$$R_s = \frac{P_{1cc}}{I_{2cc}^2} \quad \text{et} \quad Z_s = \frac{m U_{1cc}}{I_{2cc}}$$

$$R_s = \left(\frac{1750}{(500)^2} \right) \Omega \Rightarrow \boxed{R_s = 7,0 \text{ m}\Omega}$$

$$Z_s = \left(\frac{23 \times 10^{-3} \times 600}{500} \right) \Omega \Rightarrow Z_s = 28 \text{ m}\Omega$$

Nous pouvons alors calculer $L_s \omega$:

$$L_s \omega = \sqrt{Z_s^2 - R_s^2}$$

$$\text{soit : } L_s \omega = (\sqrt{(0,0276)^2 - (0,007)^2}) \Omega$$

$$\Rightarrow \boxed{L_s \omega \approx 27 \text{ m}\Omega}$$

2. Tension secondaire en charge

La chute de tension $\Delta U_2 = U_{20} - U_2$ au secondaire est sensiblement égale à :

$$\Delta U_2 = R_s I_2 \cos \varphi_2 + L_s \omega I_2 \sin \varphi_2$$

$$\Delta U_2 = (0,007 \times 400 \times 0,8 + 0,027 \times 400 \times 0,6) \text{ V}$$

$$\Rightarrow \Delta U_2 = 8,7 \text{ V}$$

D'où la tension secondaire en charge :

$$U_2 = m U_1 - \Delta U_2$$

$$U_2 = (23 \times 10^{-3} \times 10 \times 10^3 - 8,7) \text{ V}$$

$$\Rightarrow \boxed{U_2 \approx 221 \text{ V}}$$

2 Les essais d'un transformateur monophasé ont donné les résultats suivants (l'indice 1 est relatif au primaire, l'indice 2 est relatif au secondaire).

1 Transformateurs triphasés

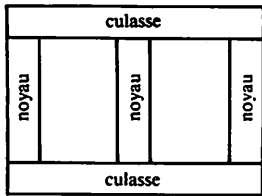


Fig. 1. Carcasse magnétique d'un transformateur triphasé.

La production et le transport de l'énergie électrique sont réalisés en triphasé. Le passage de 15 kV (ou 20 kV), tension de sortie des alternateurs, à 225 kV, à 400 kV (et même 600 kV) pour le transport puis progressivement à 20 kV et 380 V pour la distribution, nécessite l'utilisation de transformateurs triphasés.

Constitution

La carcasse magnétique la plus fréquemment utilisée se compose de trois colonnes (ou noyaux) reliées entre elles par deux culasses (fig. 1). Les colonnes et les culasses sont feuilletées pour diminuer les pertes d'énergie par courants de Foucault. Sur chaque colonne sont placés un enroulement primaire et un enroulement secondaire. Les trois enroulements primaires sont identiques ainsi que les trois enroulements secondaires. Chaque colonne se comporte comme un transformateur monophasé.

Couplages

Les enroulements du primaire peuvent être couplés en étoile ou en triangle (fig. 2 a et b), ceux du secondaire également. Cependant, dans le cas de transformateurs abaisseurs, les enroulements du secondaire sont parfois couplés en zig-zag (fig. 2 c).

Rapport de transformation

Le rapport de transformation m d'un transformateur triphasé est le rapport des tensions coupées (à vide) du secondaire et du primaire :

$$m = \frac{U_{20}}{U_1}$$

Si N_1 et N_2 sont respectivement les nombres de spires des enroulements primaire et secondaire

d'un noyau, le rapport $\frac{N_2}{N_1}$ est le rapport de trans-

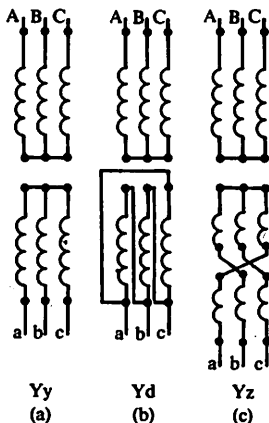


Fig. 2. Transformateurs triphasés. Exemples

Il existe donc de nombreuses combinaisons de couplage. Les plus utilisées sont « étoile/étoile » (Yy), « étoile/triangle » (Yd) et « étoile/zig-zag » (Yz).

Transformateur Yy :

$$m = \frac{U_{20}}{U_1} = \frac{V_{20}}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

Transformateur abaisseur Yd :

$$m = \frac{U_{20}}{U_1} = \frac{U_{20}}{V_1 \sqrt{3}} = \frac{N_2}{N_1 \sqrt{3}}$$

Le couplage étoile est représenté par Y ou y, le couplage triangle par D ou d et le couplage zig-zag par Z ou z.

Exemple

Yd signifie que les enroulements du côté haute tension sont couplés en étoile alors que ceux du côté basse tension sont couplés en triangle.

TRANSFORMATEURS SPÉCIAUX

Indications de la plaque signalétique

- la puissance apparente au secondaire,
- les tensions composées au primaire et au secondaire,
- les intensités des courants dans chaque fil de ligne du secondaire en charge normale.

formation d'une colonne. Ce rapport peut être différent du rapport de transformation du transformateur, cela dépend du couplage.

Fonctionnement nominal

Comme en monophasé, le fonctionnement nominal d'un transformateur triphasé correspond généralement au régime dont le rendement est le meilleur. Les valeurs nominales sont indiquées sur la plaque signalétique.

2 Autotransformateur

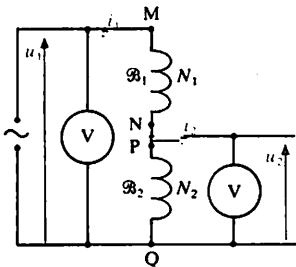


Fig. 3. Schéma du montage d'un autotransformateur abaisseur de tension. Avec les conventions adoptées, les tensions u_1 et u_2 sont en phase. Il en est de même des intensités i_1 et i_2 .

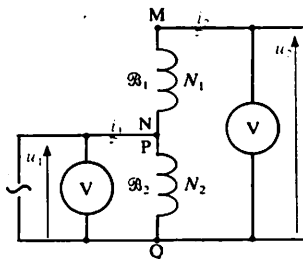


Fig. 4. Schéma du montage d'un autotransformateur éleveur de tension. Avec les conventions adoptées, les tensions u_1 et u_2 sont en phase (ainsi que les intensités i_1 et i_2).

Principe de l'autotransformateur

Nous utilisons un transformateur démontable (voir chap. 34, fig. 4). Les deux bobines \mathfrak{B}_1 et \mathfrak{B}_2 (fig. 3), de bornes M, N et P, Q (nombres respectifs de spires : N_1 et N_2), sont maintenant montées en série.

1. Tension primaire appliquée entre M et Q (fig. 3). Le voltmètre branché entre P et Q indique une tension telle que :

$$\frac{U_{PQ}}{U_{MQ}} = \frac{N_2}{N_1 + N_2} \Rightarrow U_{PQ} < U_{MQ}$$

Le montage fonctionne en **transformateur abaisseur** de tension; le primaire est formé de n_1 spires ($n_1 = N_1 + N_2$) et le secondaire de n_2 spires ($n_2 = N_2$).

2. Tension primaire appliquée entre P et Q (fig. 4). Le voltmètre branché entre M et Q indique une tension telle que :

$$\frac{U_{MQ}}{U_{PQ}} = \frac{N_1 + N_2}{N_2} \Rightarrow U_{MQ} > U_{PQ}$$

Le montage fonctionne en **transformateur éleveur** de tension; le primaire est formé de n_1 spires ($n_1 = N_2$) et le secondaire de n_2 spires ($n_2 = N_1 + N_2$).

Conclusion

L'appareil réalisé précédemment est équivalent à un transformateur dont le primaire et le secondaire ont une partie commune (\mathfrak{B}_2) : c'est le principe de l'autotransformateur.

Les relations des tensions et des intensités des courants établies lors de l'étude du transformateur parfait sont applicables à l'autotransformateur.

► Les autotransformateurs peuvent être monophasés ou triphasés. Il existe des autotransformateurs réglables, munis de contacts glissants, connus sous le nom d'alternostats.

Conséquences

Le principe de l'autotransformateur lui confère des propriétés particulières qui, selon les cas, peuvent être des avantages ou des inconvénients.

- *Le primaire et le secondaire ne sont pas isolés.*
L'autotransformateur met en liaison directe le réseau alimentant le primaire avec le réseau alimenté par le secondaire. Les deux réseaux n'étant pas isolés l'un de l'autre, on peut obtenir une tension élevée entre un fil du secondaire et la terre (même si la tension u_2 est faible), d'où un très réel risque d'accident.

- *A puissance apparente égale un autotransformateur est plus petit qu'un transformateur.*

La partie commune au primaire et au secondaire est parcourue par un courant d'intensité $(i_1 - i_2)$. Les intensités i_1 et i_2 sont en phase (en supposant l'intensité du courant appelé à vide négligeable). De ce fait, la valeur efficace du courant traversant la partie commune peut être très faible.

Cela se traduit par l'utilisation de conducteurs de section plus faible, d'un circuit magnétique de dimension réduite et en fin de compte par un appareil de masse et de volume plus faibles qu'un transformateur de même puissance apparente.

3 Transformateurs de mesures



Fig. 6. Pince ampèremétrique. Le rapport de transformation I_1/I_2 est un nombre entier. La mesure de la valeur efficace I_2 permet la détermination rapide de l'intensité efficace I_1 .

Les transformateurs de mesures sont utilisés pour la mesure des fortes intensités et des fortes tensions. Ils permettent l'utilisation des appareils de mesures habituels. Ils isolent les appareils du réseau et permettent de travailler avec une meilleure sécurité.

L'utilisation de tels transformateurs pour la mesure des puissances est possible : ils n'introduisent pas de déphasages parasites qui fausseraient les résultats.

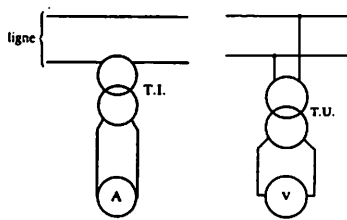


Fig. 5. Branchement d'un transformateur d'intensité

$i_2 = ki_1$
Fig. 7. Branchement d'un transformateur de tension T.U.

- 1 Un transformateur triphasé, supposé parfait, est constitué de trois colonnes. Un enroulement primaire ayant N_1 spires et un enroulement secondaire ayant N_2 spires se trouvent sur chacune des colonnes. Le primaire est couplé en triangle, le secondaire en étoile. La tension primaire entre phases est $U_1 = 15\,000$ V; le rapport de transformation par colonne, $m' = \frac{N_2}{N_1}$, est $1,46 \cdot 10^{-2}$.

- Quelle est la tension entre phases au secondaire?
- L'intensité efficace du courant traversant chaque enroulement du secondaire ne pouvant dépasser 100 A, quelle est l'intensité efficace maximale du courant dans chaque fil de ligne du primaire?
- Dans ces conditions de fonctionnement, quelle est la puissance apparente du transformateur?

Solution :

1. Tension entre phases U_2 au secondaire

Notons V_1 et V_2 les tensions efficaces aux bornes, respectivement, d'un enroulement du primaire et d'un enroulement du secondaire.

$$m' = \frac{N_2}{N_1} = \frac{V_2}{V_1} \text{ avec } V_2 = \frac{U_2}{\sqrt{3}} \text{ et } V_1 = U_1$$

$$\text{D'où : } U_2 = \sqrt{3} \frac{N_2}{N_1} U_1$$

$$U_2 = (\sqrt{3} \times 1,46 \cdot 10^{-2} \times 15\,000) \text{ V} \\ \Rightarrow \boxed{U_2 = 379 \text{ V}}$$

2. Intensité efficace maximale I_1 du courant primaire

Nous désignons par J_1 et J_2 les intensités efficaces des courants respectivement dans un enroulement primaire et dans un enroulement secondaire.

$$\text{D'où : } m' = \frac{J_1}{J_2} \text{ avec : } J_1 = \frac{I_1}{\sqrt{3}} \text{ et } J_2 = I_2$$

$$\text{Soit : } I_1 = \sqrt{3} J_1 = \sqrt{3} m I_2$$

$$\Rightarrow I_1 = (\sqrt{3} \times 1,46 \cdot 10^{-2} \times 100) \text{ A} \\ \Rightarrow \boxed{I_1 \approx 2,53 \text{ A}}$$

3. Puissance apparente nominale S

$$S = U_1 I_1 \sqrt{3} = U_2 I_2 \sqrt{3}$$

$$\text{D'où : } S = (379 \times 100 \times \sqrt{3}) \text{ VA} \\ \Rightarrow \boxed{S = 65,6 \text{ kVA}}$$

- 2 Quel est le rapport de transformation m d'un transformateur triphasé yY élévateur 220 kV / 400 kV?

Solution :

L'énoncé indique les valeurs des tensions composées à vide au primaire et au secondaire.

$$\text{Par définition : } m = \frac{U_2}{U_1}$$

$$\text{D'où : } m = \frac{400}{220} \Rightarrow \boxed{m = 1,82}$$

- 3 Quel est le rapport de transformation $\frac{N_2}{N_1}$ de chaque colonne d'un transformateur triphasé Yd abaisseur 225 kV/20 kV?

Solution :

Nous désignons respectivement par V_1 et V_2 les tensions efficaces aux bornes d'un enroulement primaire et d'un enroulement secondaire. Compte tenu du couplage nous pouvons écrire :

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{V_2}{V_1}$$

$$\text{avec : } V_2 = 20,0 \text{ kV et } V_1 = \left(\frac{225}{\sqrt{3}}\right) \text{ kV}$$

$$\text{D'où : } \frac{N_2}{N_1} = \frac{20,0}{\frac{225}{\sqrt{3}}} \Rightarrow \boxed{\frac{N_2}{N_1} = 0,154}$$

1 Modèle d'une bobine à noyau de fer

► De nombreuses réalisations technologiques comportent un circuit magnétique avec un entrefer (machines tournantes, relais électromagnétiques, certains types de transformateurs) afin de leur conférer des propriétés mécaniques ou électromagnétiques particulières. Ce chapitre est essentiellement consacré aux modifications apportées aux propriétés d'une bobine lorsqu'un entrefer est ménagé dans son circuit magnétique.

Fig. 1. Bobine disposée sur un circuit magnétique sans entrefer.

Fig. 2. Bobine disposée sur un circuit magnétique comportant un entrefer.

Nous étudions deux cas :

- une bobine avec un noyau ferromagnétique sans entrefer (fig. 1),
- la même bobine avec le même noyau ferromagnétique muni d'un entrefer (fig. 2).

Le matériau magnétique est caractérisé par sa courbe d'aimantation $B(H)$ idéalisée (fig. 3).

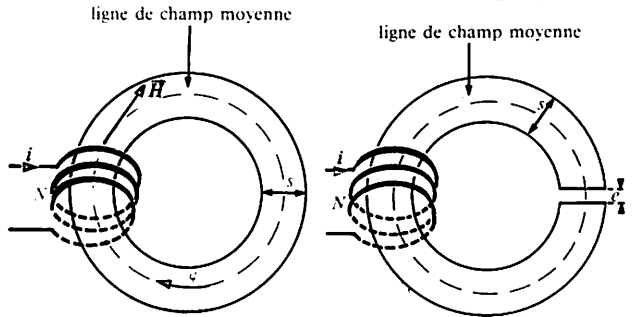


Fig. 1

Fig. 2.

Inductance propre

Pour chacune des bobines des figures 1 et 2 nous désignons par :

- φ le flux à travers une section droite du circuit magnétique,
- $\Phi = N\varphi$ le flux total à travers les N spires de la bobine.

Nous pouvons distinguer deux domaines de fonctionnement (fig. 4) :

- **Domaine linéaire** : le flux Φ est proportionnel à l'intensité i du courant qui crée ce flux. Dans ces conditions, à toute variation Δi_1 de i correspond une variation $\Delta\Phi_1$ du flux Φ . Durant cette variation de flux, le circuit présente une inductance :

$$L = \frac{\Delta\Phi_1}{\Delta i_1} = \Phi/i = \text{constante}$$

- **Domaine de saturation magnétique**. Avec une bonne approximation, la courbe d'aimantation se réduit à une demi-droite horizontale. Il en est de même de la courbe $\Phi(i)$. Une variation Δi_2 de i n'entraîne aucune variation de flux et le circuit ne présente pas d'inductance tant que le point de fonctionnement reste dans ce domaine :

$$L = \frac{\Delta\Phi_2}{\Delta i_2} = 0$$

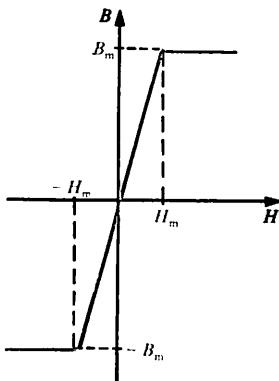


Fig. 3. Courbe d'aimantation $B(H)$.

- $-H_m < H < H_m$: le fonctionnement du circuit est linéaire ; B est proportionnel à H : $B = \mu H$ avec : $\mu = \mu_0 \mu_r$
- $H < -H_m$ ou $H > H_m$: il y a saturation magnétique ; B n'est plus proportionnel à H :

$$|B| \approx B_m$$

quelle que soit la valeur de H .

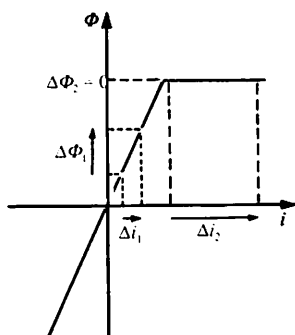


Fig. 4. Courbe $\Phi(i)$ pour une bobine avec noyau ferromagnétique saturable.
Inductance propre d'une bobine :

$$L = \frac{\Delta\Phi}{\Delta i}$$

Influence de l'entrefer

Comparons les courbes $\Phi(i)$ des bobines des figures 1 et 2. La courbe $\Phi(i)$ est modifiée du fait de la présence d'un entrefer (fig. 5). Pour la courbe 2 la zone de fonctionnement linéaire (OD) est plus étendue. En effet, le coude de saturation s'obtient pour un courant d'intensité i_2 supérieure à l'intensité i_1 : l'entrefer augmente l'intervalle des intensités pour lequel le fonctionnement de la bobine est linéaire.

Autre modification : pour un point de fonctionnement dans ce domaine linéaire, l'inductance a une valeur plus faible. En effet pour la bobine à noyau ferromagnétique sans entrefer nous pouvons écrire :

$$0 < i < i_1 \Rightarrow L = \frac{\Phi_m}{i_1}$$

Lorsque le noyau ferromagnétique comporte un entrefer l'inductance est telle que :

$$0 < i < i_2 \Rightarrow L' = \frac{\Phi_m}{i_2} \Rightarrow L' < L$$

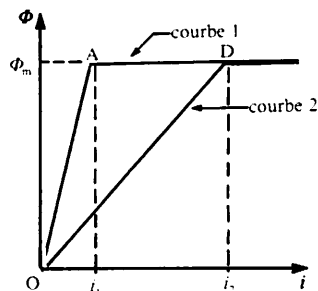


Fig. 5. Courbe 1 : $\Phi(i)$ d'une bobine à noyau de fer sans entrefer.
Courbe 2 : $\Phi(i)$ d'une bobine à noyau de fer avec entrefer.

2 Énergie emmagasinée

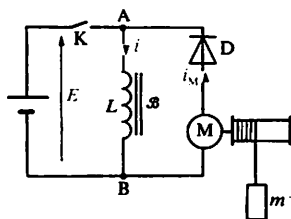


Fig. 6. Dispositif expérimental pour la mesure de l'énergie emmagasinée dans une bobine (celle de la fig. 1 ou celle de la fig. 2). Grâce à la diode D, l'alimentation ne peut pas débiter dans le moteur M.

Circuit magnétique sans entrefer

- L'intensité I du courant qui parcourt la bobine est réglée à 0,3 A.

A l'ouverture de l'interrupteur K, le moteur élève la masse m de 20 cm environ.

En recommençant l'expérience avec un courant initial d'intensité différente de 0,3 A (0,5 puis 1 A), la masse s'élève toujours de 20 cm environ.

Interprétation

Si la masse m est déplacée, c'est que le moteur a reçu de l'énergie électrique. Celle-ci ne peut être fournie que par la bobine puisque le générateur est déconnecté du reste du circuit.

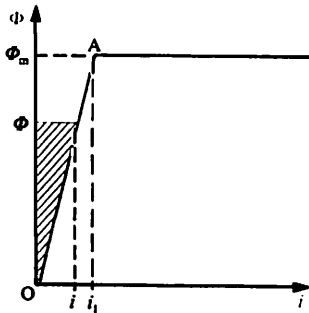
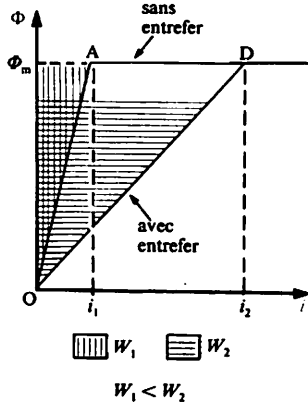


Fig. 7. Énergie emmagasinée dans une bobine :

$$W = \frac{1}{2} i\Phi \text{ si } i < i_1.$$



On montre que l'énergie emmagasinée par le circuit magnétique est proportionnelle à l'aire hachurée. (fig. 7) Cette énergie a une valeur maximale W_{m1} pour $i = i_1$:

$$W_{m1} = \frac{1}{2} i_1 \Phi_m$$

Pour un courant d'intensité 0,3 A, cette valeur W_{m1} était déjà obtenue. Restituée au moteur, elle permettait d'élever la masse m de 20 cm. En augmentant l'intensité du courant on ne peut emmagasiner une énergie plus grande.

Circuit magnétique avec entrefer

- Pour un courant d'une intensité I de 1 A le moteur élève la masse m de 1 m environ.

- Interprétation

L'aire hachurée (fig. 8) montre que pour le même flux Φ_m , le circuit magnétique avec entrefer emmagasine plus d'énergie que le circuit magnétique sans entrefer.

Remarque

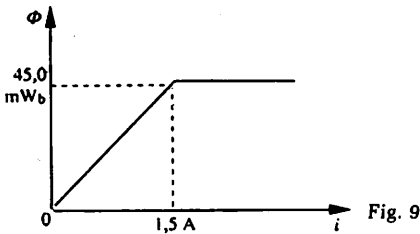
Puisque l'énergie est essentiellement emmagasinée dans l'entrefer, on pourrait penser l'augmenter en élargissant cet entrefer. En réalité, du fait de la dispersion des lignes de champ qui accompagne l'augmentation de cette largeur, il y a en même temps diminution du champ magnétique dans l'entrefer.

Fig. 8. Exemple où l'énergie emmagasinée par un circuit avec entrefer est supérieure à celle emmagasinée par un circuit sans entrefer.

3 Applications

- Une bobine de lissage est une bobine prévue pour atténuer l'ondulation d'un courant unidirectionnel. Elle doit conserver une inductance importante pour des courants intenses. Il faut donc que son circuit magnétique n'atteigne pas la saturation : il est muni d'un entrefer convenable.
- Certaines alimentations à découpage utilisent un transformateur présentant un entrefer.
- Des petits transformateurs sont utilisés pour commander des interrupteurs électroniques de puissance, thyristors par exemple, sans liaison électrique entre circuit de commande et circuit commandé (isolation galvanique).

- 1** La caractéristique $\Phi(i)$ d'un circuit magnétique est représentée figure 9.
- Calculer l'inductance propre L du circuit selon les valeurs de i .
 - Quelle est l'énergie emmagasinée par le circuit lorsque $i = 1,0$ A ?



Solution :

1. Inductance propre L du circuit

L'inductance propre est donnée par l'expression suivante :

$$L = \frac{\Delta\Phi}{\Delta i}$$

Deux cas sont à envisager :

- $i < 1,5$ A (domaine linéaire)

$$L_1 = \frac{\Delta\Phi}{\Delta i} = \frac{\Phi}{i}$$

$$L_1 = \left(\frac{45 \times 10^{-3}}{1,5} \right) \text{ H} \Rightarrow \boxed{L_1 = 30 \cdot 10^{-3} \text{ H}}$$

- $i > 1,5$ A (domaine de saturation magnétique) :

$$L_2 = 0 \text{ puisque } \Delta\Phi = 0$$

2. Énergie emmagasinée si $i = 1,0$ A

Lorsque l'intensité du courant atteint la valeur i , l'énergie emmagasinée est égale à :

$$W = \frac{1}{2} \Phi_1 i$$

Le circuit magnétique est utilisé dans le domaine linéaire. Donc :

$$\Phi_1 = L_1 i_1 \quad \text{et} \quad W = \frac{1}{2} L_1 i^2$$

$$W = \left(\frac{1}{2} \times 30 \times 10^{-3} \times (1,0)^2 \right) \text{ J}$$

$$\Rightarrow \boxed{W = 15,0 \cdot 10^{-3} \text{ J}}$$

- 2** Une bobine torique comporte $N = 100$ spires. Elle entoure un anneau ferromagnétique (supposé parfait) de section droite constante $S = 30,0$ cm², de perméabilité relative $\mu_r = 2000$. L'inductance propre L du circuit est égale à 0,12 H. Le bobinage est parcouru par un courant d'intensité $i = 1,0$ A.

- Calculer le flux total Φ à travers l'ensemble du bobinage.
- Calculer le flux ϕ à travers une section du circuit magnétique.
- Quelle est l'intensité du champ magnétique \vec{B} dans le circuit magnétique.
- Calculer l'intensité de l'excitation magnétique \vec{H} .

Solution :

1. Flux total Φ à travers le bobinage

Le flux total s'exprime par la relation

$$\Phi = Li$$

$$\Phi = (0,12 \times 1,0) \text{ Wb} \Rightarrow \boxed{\Phi = 0,12 \text{ Wb}}$$

2. Flux ϕ

Le bobinage comporte N spires :

$$\Phi = N\phi$$

$$\text{Donc : } \phi = \frac{\Phi}{N} \Rightarrow \phi = \left(\frac{0,12}{100} \right) \text{ Wb}$$

$$\Rightarrow \boxed{\phi = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}}$$

3. Intensité du champ magnétique \vec{B}

La valeur B du champ magnétique est lié à ϕ et S par la relation : $\phi = BS$

$$\text{Donc : } B = \frac{\phi}{S}$$

$$B = \left(\frac{1,2 \times 10^{-3}}{30,0 \times 10^{-4}} \right) \text{ T} \Rightarrow \boxed{B = 0,40 \text{ T}}$$

4. Excitation magnétique \vec{H}

De la valeur de B nous pouvons déduire la valeur H de l'excitation magnétique.

$$H = \frac{B}{\mu_0 \mu_r}$$

$$\text{D'où : } H = \left(\frac{0,4}{4 \pi \times 10^{-7} \times 2000} \right) \text{ A/m}$$

$$\Rightarrow \boxed{H \approx 159 \text{ A/m}}$$

1 Description simplifiée

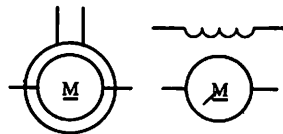
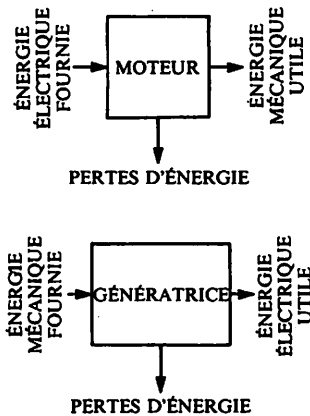


Fig. 1 Représentations normalisées d'un moteur à courant continu (pour une génératrice il suffit de remplacer la lettre M par G).

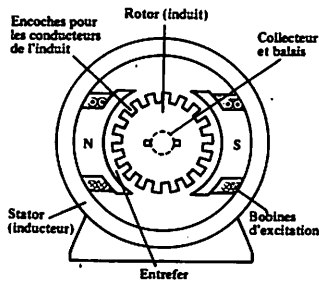


Fig. 2. Coupe schématique d'une machine à courant continu. Dans le cas d'une machine à aimants permanents les pôles sont des aimants. Il n'y a pas alors de bobines inductrices.

Une machine à courant continu est un convertisseur d'énergie. La figure 1 symbolise les deux possibilités de conversion : l'énergie électrique est transformée en énergie mécanique dans le fonctionnement en moteur, et l'énergie mécanique est transformée en énergie électrique dans le fonctionnement en génératrice. La machine à courant continu est un **convertisseur électromécanique**.

L'énergie mécanique est présente sous forme d'un couple, de moment T , susceptible de tourner à la vitesse angulaire Ω ; l'énergie électrique, pour sa part, se manifeste sous forme de tension et de courant continus, ou, plus généralement, unidirectionnels.

Une machine à courant continu se compose (fig. 2) :

a) d'un circuit magnétique comportant une partie fixe, le stator, et une partie tournante, le rotor ;

b) de un ou plusieurs circuits électriques. Une source de champ magnétique (inducteur) est nécessaire et deux configurations se rencontrent :

- la source de champ est constituée d'aimants permanents et le circuit magnétique porte un bobinage unique, l'induit, disposé sur le rotor ;
- la source de champ est un courant et le circuit magnétique porte alors deux circuits électriques : l'inducteur, ensemble de bobines qui produit le champ, et l'induit.

c) d'un collecteur qui, associé aux balais, permet de relier le circuit électrique rotorique à un circuit extérieur à la machine.

Inducteur

L'inducteur peut être formé d'aimants en ferrite ou de bobines, en général disposés sur le stator. Les bobines sont placées autour de noyaux polaires.

Lorsque les bobines de l'inducteur sont parcourues par un courant continu, elles créent un champ magnétique dans le circuit magnétique et, en particulier, dans l'entrefer (fig. 3).

Induit

C'est un circuit électrique obtenu en associant en série des conducteurs logés dans des encoches du rotor (fig. 4).

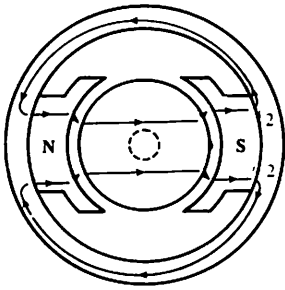


Fig. 3. Circuit magnétique.
Répartition du flux magnétique.

Collecteur et balais

Le collecteur est un ensemble de lames de cuivre, isolées latéralement les unes des autres, et disposées suivant un cylindre, en bout de rotor. Ces lames sont réunies aux conducteurs de l'induit. Les balais, portés par le stator, frottent sur les lames du collecteur. Ces contacts glissants entre lames et balais permettent d'établir une liaison électrique entre l'induit, qui tourne, et l'extérieur de la machine (fixe par rapport au sol).

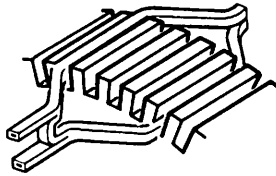


Fig. 4. Section d'induit. Avant leur mise en place dans les encoches, les spires sont groupées en sections. Le principe de réalisation du circuit d'induit sera abordé au chapitre 12.

2 Principe de fonctionnement

F.é.m. induite dans une spire

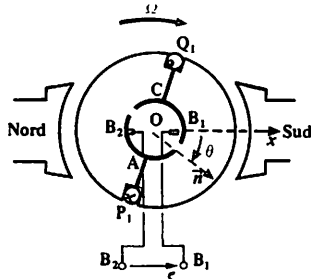


Fig. 5 a

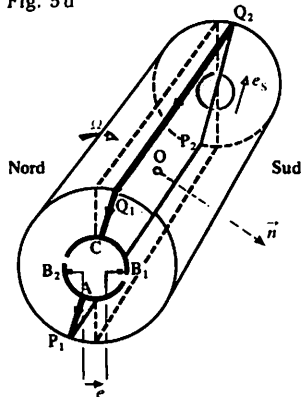


Fig. 5 b

• Imaginons une machine très simplifiée (fig. 5a et b) comportant une paire de pôles et seulement deux encoches où sont logés deux conducteurs réunis entre eux (spire ouverte $AP_1P_2Q_2Q_1C$).

• Nous choisissons un sens positif sur la spire (de P_1 à P_2), et plaçons la normale orientée \vec{n} (règle de la main droite), de manière à pouvoir algébriser le flux φ qu'elle embrasse : dans le cas des figures 5a et b, φ est positif et décroît.

• La position de la spire dans l'entrefer de la machine est repérée par l'angle θ entre l'axe Ox (axe des pôles), et la normale \vec{n} .

• Nous supposons que la vitesse angulaire du rotor est constante et égale à $\Omega = 2\pi n$ si n désigne le nombre de tours effectués par le rotor en 1 s. L'origine des temps étant choisie de manière que $\theta = 0$ pour $t = 0$, dans ces conditions : $\theta = \Omega t$.

Le flux φ peut donc être considéré comme une fonction $\varphi(\theta)$ de l'angle θ , de période 2π , ou une fonction $\varphi(t)$ du temps t , de période $T = 1/n$.

La figure 6 représente la variation de $\varphi(t)$. Pour $t = 0$, $\varphi = \Phi$, φ est maximal ; pour $t = T/2$, $\varphi = -\Phi$, φ est minimal.

• La spire considérée est le siège d'une f.é.m. induite e_s , donnée par la loi de Faraday :

$$e_s = - \frac{d\varphi}{dt}$$

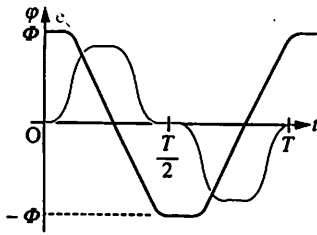


Fig. 6

n désigne la fréquence de rotation exprimée en tours par seconde.
 n' désigne cette même fréquence de rotation mais exprimée en tours par minute.
 $n' = 60n$

Pour la fonction $\varphi(t)$ considérée, la figure 2 représente également $e_s(t)$.

Valeur moyenne de e_s sur une demi-période :

Sur la demi-période $(0, \frac{T}{2})$, la f.é.m. e_s a pour valeur moyenne :

$$\bar{e}_s = - \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = - \frac{\varphi(T/2) - \varphi(0)}{T/2} = - 2 \frac{-\Phi - \Phi}{T} = \frac{4\Phi}{T}$$

Selon que l'on pose $T = \frac{1}{n}$ ou $T = \frac{2\pi}{\Omega}$, cette expression devient :

$$\bar{e}_s = 4n\Phi \quad \text{ou} \quad \bar{e}_s = \frac{2}{\pi} \Phi\Omega$$

Rôle du collecteur

La f.é.m. e de la machine, égale à $v_{B_1} - v_{B_2}$, est égale à e_s lorsque le balai B_1 frotte sur la lame C et le balai B_2 sur la lame A (fig. 5 b), et à $-e_s$ dans le cas contraire (en effet, lorsque la machine ne débite pas, $v_C - v_A = e_s$).

En rapprochant les indications des figures 5 a et b nous constatons que si les balais sont disposés dans un plan passant par l'axe des pôles (comme sur la fig. 5 a), le balai B_1 reste en contact avec la lame C tant que θ est compris entre 0 et π (pendant ce temps, bien entendu, B_2 frotte sur la lame A).

Pour θ compris entre π et 2π , en revanche, B_1 frotte sur A et B_2 sur C. Donc (fig. 6) :

- $0 < \theta < \pi$: $e = e_s > 0$;
 - $\pi < \theta < 2\pi$: $e = -e_s > 0$;
- soit à tout instant (fig. 7) : $e = |e_s|$

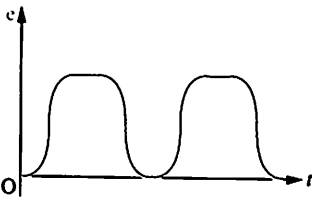


Fig. 7

L'ensemble balais-collecteur assure une fonction de redressement.

A cette machine élémentaire correspond le schéma équivalent de la figure 8. La f.é.m. obtenue entre B_1 et B_2 admet une valeur moyenne E :

$$E = \bar{e}_s = \frac{2}{\pi} \Phi\Omega$$

Posons : $K = \frac{2}{\pi}$.

$$E = K\Phi\Omega$$

- | | | |
|---|---------------------------------|---------|
| } | E en volts | (V) |
| | Φ en webers | (Wb) |
| | Ω en radians par seconde | (rad/s) |

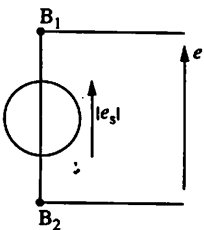


Fig. 8. Schéma équivalent de la machine dont l'induit comporte une spire.

1 La fréquence de rotation d'une machine à courant continu est $n'_1 = 1500$ tr/min lorsque la f.é.m. est égale à $E_1 = 220$ V et que le flux maximal sous un pôle est $\Phi_1 = 36,6$ mWb.

1. Le flux étant maintenu à la valeur Φ_1 , quelle doit être la fréquence de rotation n'_2 pour que la f.é.m. atteigne la valeur : $E'_2 = 176$ V ?

2. On veut maintenir la fréquence de rotation à la valeur $n'_1 = 1500$ tr/min pour une f.é.m. de 176 V. Quelle doit être la valeur maximale Φ_2 du flux sous un pôle ?

Solution :

1. **Fréquence de rotation n'_2**

La f.é.m. E de la machine est donnée en fonction du flux maximal Φ sous un pôle et de la vitesse angulaire de rotation Ω ($\Omega = 2\pi n$, si n est exprimé en tours par seconde), par l'expression suivante :

$$E = K\Phi\Omega$$

Si le flux Φ est constant, en posant $k = 2\pi K\Phi$, E s'écrit aussi : $E = kn$. Pour deux valeurs différentes n_1 et n_2 de n nous pouvons écrire :

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{n'_2}{n'_1} \Rightarrow n'_2 = n'_1 \cdot \frac{E_2}{E_1}$$

$$\text{soit : } n'_2 = \left(1500 \times \frac{176}{220} \right) \text{ tr/min}$$

$$\Rightarrow n'_2 = 1200 \text{ tr/min}$$

2. **Valeur maximale Φ_2 du flux sous un pôle**

Si la fréquence de rotation est maintenue constante, pour deux valeurs Φ_1 et Φ_2 du flux sous un pôle nous pouvons écrire :

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\Phi_2}{\Phi_1} \text{ soit : } \Phi_2 = \Phi_1 \cdot \frac{E_2}{E_1}$$

$$\text{D'où : } \Phi_2 = \left(36,6 \cdot 10^{-3} \times \frac{176}{220} \right) \text{ Wb}$$

$$\Rightarrow \Phi_2 \approx 29,3 \text{ mWb}$$

2 L'inducteur d'une machine à courant continu est constitué par des bobines parcourues par un courant continu d'intensité i_0 . Le flux maximal sous un pôle est égal à : $\Phi = 45 \cdot 10^{-3} i_0$ (Φ en webers, i_0 en ampères).

La f.é.m. E de la machine est liée au flux et à la fréquence de rotation n' (tr/min) par la relation : $E = 4,6\Phi n'$.

1. Donner la relation $E(n', i_0)$.

2. En déduire la relation $E(\Omega, i_0)$.

3. Calculer E pour $n' = 1200$ tr/min et $i_0 = 0,8$ A ?

Solution :

1. **Relation $E(n', i_0)$**

Dans la relation $E = 4,6\Phi n'$ remplaçons Φ par son expression.

Nous obtenons :

$$E = 4,6 \times 45 \cdot 10^{-3} \cdot i_0 \cdot n'$$

$$\Rightarrow E = 0,207 i_0 n'$$

C'est la relation cherchée.

2. **Relation $E(\Omega, i_0)$**

Dans la relation obtenue à la question 1 nous allons remplacer n' par son expression en fonction de Ω .

$$\Omega = 2\pi n \text{ et } n' = 60n$$

(nous exprimons n' en tours par minute et n en tours par seconde),

$$\text{d'où : } n' = \frac{60}{2\pi} \Omega$$

La relation cherchée s'écrit donc :

$$E = 0,207 \cdot i_0 \cdot \frac{60}{2\pi} \Omega \Rightarrow E \approx 1,98 i_0 \Omega$$

3. **Valeur de E**

Nous utilisons la relation obtenue à la question 1 :

$$E = 0,207 i_0 n'$$

$$E = (0,207 \times 0,8 \times 1200) \text{ V}$$

$$\Rightarrow E \approx 199 \text{ V}$$

1 Réalisation du circuit induit

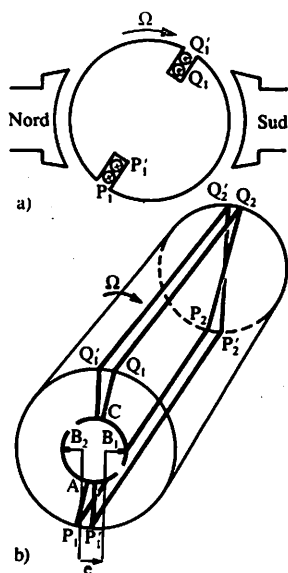


Fig. 1. Enroulement d'induit à deux spires.

(a) Chaque encoche contient deux conducteurs actifs.

(b) Pour plus de clarté, les plans des deux spires sont légèrement décalés sur la figure et aux f.é.m. induites n'ont pas été associés de modèles équivalents (sources de tension).

Les deux spires $AP_1P_2Q_2Q_1C$ et $AP_1'P_2'Q_2'Q_1'C$ sont réunies uniquement en A et C.

Dans le chapitre précédent nous avons étudié le principe de la production d'une f.é.m. dans une machine très simplifiée.

A présent, nous vous proposons d'étudier la constitution de l'induit d'une machine réelle et de déterminer la valeur de la force électromotrice induite dans cet enroulement.

Le circuit induit est fermé sur lui-même.

Induit à deux spires (fig. 1)

Associons quatre conducteurs placés dans deux encoches diamétralement opposées de façon à former un circuit d'induit fermé sur lui-même.

L'ensemble des conducteurs parcourus pour aller d'un balai à l'autre constitue une voie d'enroulement. L'induit représenté sur la figure 1 comporte donc deux voies d'enroulement constituées chacune d'une seule spire.

A chaque instant les f.é.m. e_s et e_s' , induites dans ces deux voies d'enroulement sont égales (les spires sont supposées identiques). Du schéma précédent nous pouvons donc déduire un schéma équivalent de cette machine (fig. 2). La f.é.m. de la machine est égale à :

$$e = |e_s| = |e_s'|$$

Lorsque la machine est à vide, c'est-à-dire lorsque les balais ne sont reliés à aucun circuit extérieur, aucun courant ne peut parcourir le circuit constitué par ces deux sources de tension. Lorsque la machine est en charge, chaque source fournit la moitié du courant débité.

Conclusion

A chaque instant la f.é.m. e de la machine est égale à la valeur absolue de la f.é.m. induite dans une voie d'enroulement (voir chap. 11, fig. 7). L'ondulation et la valeur moyenne de cette f.é.m. sont les mêmes que dans un induit à une seule spire.

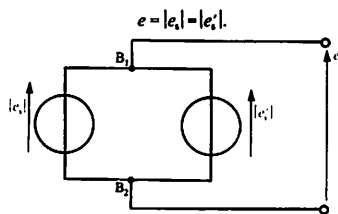


Fig. 2. Schéma équivalent de la machine dont l'induit comporte deux spires identiques.

Première amélioration

A l'induit précédent ajoutons quatre conducteurs placés dans deux encoches diamétralement opposées et décalées de 90° par rapport aux précédentes (fig. 3). On peut les réunir de manière à constituer

FORCE ÉLECTROMOTRICE

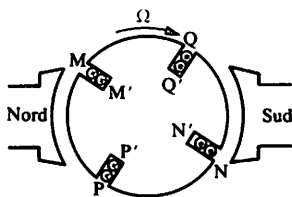


Fig. 3

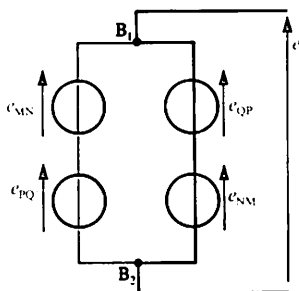


Fig. 4. Schéma équivalent à un instant t.

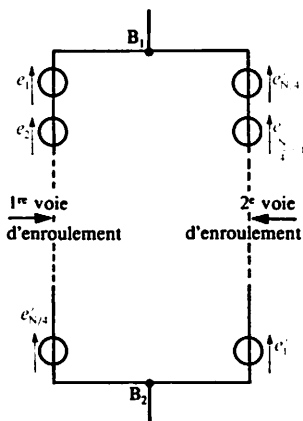


Fig. 6. Schéma équivalent à un instant t.

- e_1, e_2, \dots , représentent les valeurs instantanées des f.é.m. induites dans les spires de la machine.
- L'induit symbolisé ci-dessus comporte N conducteurs actifs, soit $\frac{N}{2}$ spires et donc $\frac{N}{4}$ spires

soit $\frac{N}{2}$ spires et donc $\frac{N}{4}$ spires

un enroulement d'induit fermé, comportant quatre spires associées en deux groupes à 90° l'un de l'autre. Chaque voie d'enroulement est donc formée de deux spires dont les f.é.m., décalées de $\frac{T}{4}$

l'une par rapport à l'autre s'ajoutent (T désignant la durée d'un tour de l'induit). A un instant t , le schéma équivalent de la machine est celui de la figure 4.

Du fait de la rotation de l'induit, les spires de chaque voie d'enroulement changent. Cependant, pour ce qui concerne la f.é.m. obtenue, tout se passe comme si elle résultait de l'addition de deux f.é.m. élémentaires décalées dans le temps de $\frac{T}{4}$ (fig. 5).

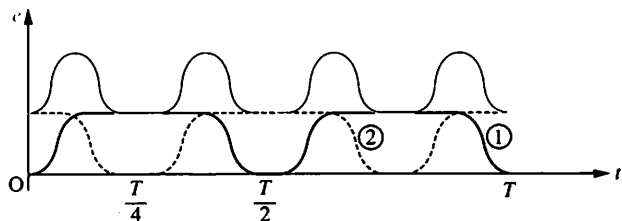


Fig. 5. La courbe $e(t)$ est la somme, point par point des courbes ① et ②.

Conclusion

La f.é.m. e de la machine est moins ondulée que dans l'exemple précédent et sa valeur moyenne est plus grande.

Machine réelle

Afin d'obtenir une f.é.m. importante et la moins ondulée possible, une machine à courant continu comporte un assez grand nombre d'encoches où sont répartis N conducteurs qui forment $N/2$ spires. Le schéma équivalent de la machine à un instant t est alors celui de la figure 6.

dans chaque voie d'enroulement.

Si l désigne le nombre de lames du collecteur et n la fréquence de rotation de la machine, la composition d'une voie d'enroulement reste inchangée pendant la

$$\text{durée } T' = \frac{l}{nl} = \frac{T}{l}.$$

Pendant cet intervalle de temps, l'amplitude de $e(t)$ est très proche de $\hat{e} = \frac{N}{2\pi} \Phi \Omega$.

2 Force électromotrice

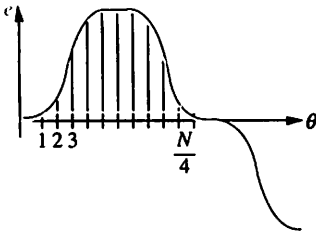


Fig. 7. L'angle polaire θ est ici repéré par la position (1, 2, ...) de chaque spire.

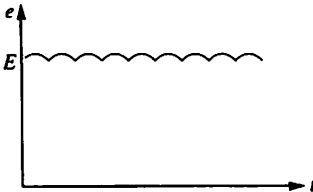


Fig. 8. F.é.m. de la machine.

Remarque : Nous avons envisagé le cas d'une machine bipolaire à 2 voies d'enroulement. Dans le cas où la machine est multipolaire et comporte $2p$ pôles et $2a$ voies d'enroulement, la formule précédente devient (formule d'Arnold) :

$$E = \frac{p}{a} N n \Phi$$

Hypothèses

Nous considérons une machine bipolaire, à deux voies d'enroulement, pourvue de N conducteurs (ou brins actifs) et de l lames au collecteur (par exemple : $N = 792$ et $l = 66$). Les spires sont régulièrement décalées les unes par rapport aux autres. Le rotor tourne à une vitesse constante $\Omega = 2\pi n$, si n désigne le nombre de tours qu'il effectue chaque seconde.

Valeur instantanée de la f.é.m.

Chaque voie d'enroulement comporte $N/4$ spires en série (voir fig. 6). La f.é.m. totale e est telle que :

$$e = e_1 + e_2 + \dots + e_{N/4}$$

A un instant donné, les f.é.m. $e_1, e_2, e_3, \dots, e_{N/4}$, ont les valeurs représentées sur la figure 7.

Dans ces conditions on peut écrire :

$$e = \frac{e_1 + e_2 + e_3 \dots + e_{N/4}}{\frac{N}{4}} \cdot \frac{N}{4}$$

Or la première fraction n'est autre que la valeur moyenne de la f.é.m. e_s d'une spire sur l'intervalle

$(0, \frac{T}{2})$. Nous avons vu au chapitre 41 que :

$$\bar{e}_s = \frac{2}{\pi} \Phi \Omega$$

Donc :
$$e = \frac{N}{4} \cdot \frac{2}{\pi} \Phi \Omega = \frac{N}{2\pi} \Phi \Omega = K \Phi \Omega.$$

En réalité, la f.é.m. totale e fluctue quelque peu pendant le court intervalle de temps mis par chaque spire (ou chaque lame du collecteur) pour se substituer à la précédente (fig. 8). Mais cette fluctuation est très faible et l'on peut écrire :

$$e \approx E = K \Phi \Omega$$

Notons que $K = \frac{N}{2\pi}$ et $\Omega = 2\pi n$. Cette relation peut donc aussi s'écrire sous la forme suivante :

$$E = N n \Phi \begin{cases} E \text{ en volts} & (v) \\ n \text{ en tours par seconde} & (tr/s) \\ \Phi \text{ en webers} & (Wb) \end{cases}$$

1 La fréquence de rotation d'une machine bipolaire à courant continu est $n' = 1500$ tr/min. La f.é.m. est égale à $E = 220$ V. L'induit comporte $N = 240$ conducteurs actifs.

1. Quel est le flux maximal Φ embrassé par une spire ?

2. Calculer la constante K de la relation $E = K\Phi\Omega$?

3. Le courant nominal de la machine a pour intensité $I_n = 30,0$ A. Sachant que la densité maximale du courant dans chaque fil de bobinage est $5,0$ A/mm², quelle doit être la section minimale du fil de cuivre constituant l'induit ?

Solution :

1. Flux maximal Φ embrassé par une spire

L'expression de la f.é.m. E d'une machine bipolaire est :

$$E = nN\Phi$$

Cette relation permet de calculer la valeur du flux maximal :

$$\Phi = \frac{E}{Nn}$$

$$\text{Soit : } \Phi = \left(\frac{220}{240 \times \frac{1500}{60}} \right) \text{ Wb}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Phi \approx 36,7 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}}$$

2. Valeur de la constante K

Une autre expression de la f.é.m. est :

$$E = K\Phi\Omega \quad \text{avec } \Omega = 2\pi n$$

En identifiant avec l'autre expression de E : $E = nN\Phi$

$$\text{il vient : } K = \frac{N}{2\pi}$$

$$\text{D'où : } K = \left(\frac{240}{2 \times \pi} \right) \text{ U.S.I.}$$

$$\Rightarrow \boxed{K = 38,2 \text{ V/Wb} \cdot \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}}$$

3. Section minimale S du fil

La machine comporte deux voies d'enroulement. Pour un courant nominal $I_n = 30,0$ A, chaque voie est tra-

versée par un courant d'intensité $\frac{I_n}{2} = 15,0$ A (voir fig. 6).

La densité maximale du courant dans chaque fil étant $5,0$ A/mm² la section minimale est donc :

$$S = \left(\frac{15,0}{5,0} \right) \text{ mm}^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{S = 3,0 \text{ mm}^2}$$

2 L'inducteur d'une machine à courant continu comporte 4 pôles. Le flux utile sous un pôle est $\Phi = 20,0$ mWb. Les conducteurs de l'induit sont répartis dans 44 encoches à raison de 6 conducteurs par encoche. L'enroulement est formé de 4 voies.

1. Pour une fréquence de rotation $n' = 1500$ tr/min quelle est la f.é.m. E de la machine ?

2. Quel est le nombre de spires dans chaque voie d'enroulement ?

Solution :

1. F.é.m. E de la machine

Cette machine comporte 2 paires de pôles ($p = 2$) et 2 paires de voies d'enroulement ($a = 2$). Pour déterminer sa f.é.m. nous appliquons la relation générale :

$$E = \frac{p}{a} Nn\Phi$$

D'où :

$$E = \left(\frac{2}{2} \times 44 \times 6 \times \frac{1500}{60} \times 20,0 \cdot 10^{-3} \right) \text{ V}$$

$$\Rightarrow \boxed{E = 132 \text{ V}}$$

2. Nombre de spires

La machine comporte $N = 44 \times 6 = 264$ conducteurs actifs.

Il faut 2 conducteurs actifs pour faire une spire.

Chaque voie comporte donc un nombre de spires égal à :

$$N_1 = \frac{264}{4 \times 2} \text{ spires} \quad \Rightarrow \quad \boxed{N_1 = 33 \text{ spires}}$$

1 Moment d'un couple électromagnétique

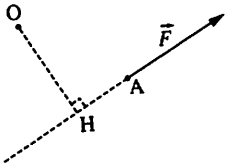


Fig. 1

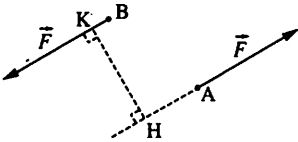


Fig. 2

Une force \vec{F}_A appliquée au point A d'un solide est représentée par un vecteur \vec{F} dont le module F s'exprime en newtons (N). L'origine de \vec{F} est en A (fig. 1).

Le moment de \vec{F}_A par rapport à un point O est donné par le produit :

$$\mathcal{M} = \pm (\text{OH} \cdot F) \quad (\mathcal{M} \text{ en newtons} \cdot \text{mètres} : \text{N} \cdot \text{m})$$

\mathcal{M} est positif si \vec{F}_A tend à faire tourner le solide dans le sens positif choisi, négatif dans le cas contraire.

Un couple de forces est un ensemble de deux forces \vec{F}_A et \vec{F}_B possédant même module F et même direction, mais de sens opposés (fig. 2).

Le moment T (de l'anglais *torque*) d'un couple par rapport à un point quelconque O est égal au produit :

$$T = \text{HK} \cdot F$$

On montre en mathématiques que l'ensemble de plusieurs couples de forces, appliqués à un même solide est équivalent à un couple unique. C'est pour cela que, par abus de langage, en électrotechnique, on parle « du couple électromagnétique » d'une machine, et souvent, même, on confond ce couple avec son moment.

2 Couple électromagnétique

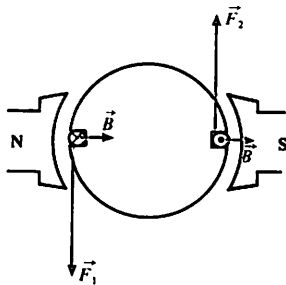


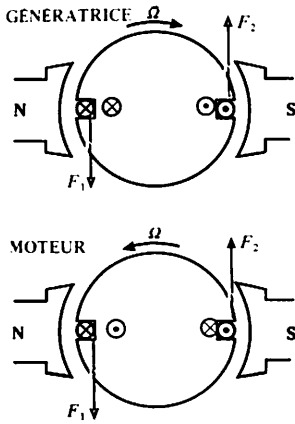
Fig. 3. Les forces de Laplace créent un couple de forces de moment résultant T_{em} .

Mise en évidence

Sur la figure 3 sont représentés deux conducteurs, diamétralement opposés, du rotor d'une machine à courant continu. Aucune hypothèse n'est faite sur le sens de rotation de l'induit (le rotor peut même être à l'arrêt).

Les deux conducteurs, placés dans le champ magnétique \vec{B} sont soumis à deux forces de Laplace \vec{F}_1 et \vec{F}_2 formant un couple de forces.

La somme des moments des couples de forces agissant sur l'ensemble des conducteurs de l'induit est le moment du couple électromagnétique (T_{em}). Pour une valeur I de l'intensité du courant dans l'induit, T_{em} est le même, que la machine fonctionne en moteur, en génératrice ou qu'elle soit à l'arrêt (\vec{B} est supposé constant).



$\otimes \otimes$ sens du courant dans un même conducteur
 $\otimes \odot$ sens de la f.é.m.

Fig. 4. \vec{F}_1, \vec{F}_2 forces de Laplace participant à la création du couple électromagnétique. En régime permanent un couple extérieur, de moment T' , équilibre les effets des forces telles que \vec{F}_1 et \vec{F}_2 . En génératrice, T' entraîne l'induit et les forces de Laplace sont résistantes. En moteur, les forces de Laplace entraînent l'induit et T' , dû essentiellement à la charge entraînée, est résistant.

Moment du couple électromagnétique

Pour un moteur, avec des orientations convenables pour que les grandeurs considérées soient positives, si l'induit présente une f.é.m. E et s'il est parcouru par le courant d'intensité I , il reçoit une puissance électromagnétique $P_{em} = EI$. D'après le principe de conservation de l'énergie, cette puissance est égale à la puissance développée par le couple électromagnétique tournant à la vitesse angulaire Ω :

$$T_{em} \Omega = EI$$

Or : $E = K \Phi \Omega$ et $EI = K \Phi I \Omega$

avec $K = \frac{N}{2\pi}$ pour une machine bipolaire

donc : $T_{em} = K \Phi I$

T_{em} en newtons-mètres (Nm)
Φ en webers (Wb)
I en ampères (A)

Le moment du couple électromagnétique est proportionnel à l'intensité I du courant dans l'induit et à la valeur Φ du flux utile sous un pôle; il est indépendant de la vitesse de rotation.

Couple électromagnétique pour un moteur ou une génératrice

La figure 4 représente deux machines, l'une fonctionnant en génératrice, et l'autre en moteur. Pour la génératrice les forces de Laplace \vec{F}_1 et \vec{F}_2 sont résistantes. Elles sont motrices dans le cas du moteur.

Le couple électromagnétique T_{em} est résistant dans un fonctionnement en génératrice. Il est moteur dans un fonctionnement en moteur.

3 Réversibilité de la machine à courant continu

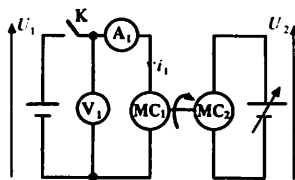


Fig. 5 a. schéma du montage utilisé.

Expérience

Dans le montage de la figure 5 a. MC_1 et MC_2 sont deux machines à courant continu mécaniquement solidaires.

a) Réglage n° 1 : K est ouvert. La machine MC_1 est entraînée par MC_2 ; nous réglons la tension U_2 pour que la f.é.m. de MC_1 ($E_1 = E_{10}$) soit égale à la tension U_1 qui sera maintenue constante pendant toute la durée de l'expérience. Soit U_{20} la valeur de U_2 nécessaire. Nous fermons alors K .

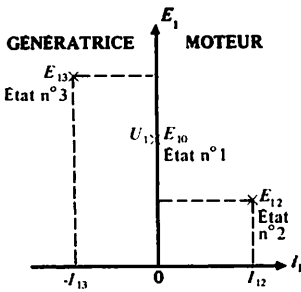


Fig. 5 b. Représentation des différents états de la machine MC_1 dans le plan (E_1, i_1) .
 fonctionnement en moteur $P_{em} = E \cdot i > 0$.
 Fonctionnement en génératrice $P_{em} = E \cdot i < 0$.

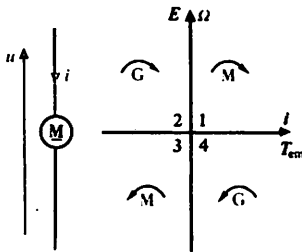


Fig. 6. Différents modes de fonctionnement d'une machine à courant continu.

► Un dispositif à thyristors destiné à alimenter une machine à courant continu pouvant fonctionner dans les quatre quadrants doit comporter deux groupes de redresseurs, un pour chaque sens du courant dans l'induit.

• **État n° 1 :** K est fermé, $i_1 = 0$, MC_1 ne fonctionne ni en moteur ni en génératrice ($P_{em,1} = E_1 i_1 = 0$).

b) **Réglage n° 2 :** K est ouvert et nous réglons U_2 à la valeur $\frac{U_{20}}{2}$.

Alors la vitesse du groupe diminue de façon importante ainsi que la f.é.m. de MC_1 qui devient égale à E_{12} ($E_{12} < E_{10}$). K est alors fermé à nouveau.

• **État n° 2 :** K est fermé, $i_1 = I_{12} > 0$; E_1 s'oppose à U_1 et MC_1 fonctionne en moteur : $P_{em,2} = E_{12} I_{12} > 0$.

c) **Réglage n° 3 :** K reste fermé. Nous augmentons progressivement U_2 jusqu'à $U_2 = 2U_{20}$. Au passage par la valeur $U_2 = U_{20}$, le courant d'intensité i_1 change de sens.

• **État n° 3 :** pour $U_2 = 2U_{20}$ la f.é.m. de MC_1 est telle que $E_{13} > U_1$; E_1 impose le sens du courant : $i_1 = -I_{13}$ et MC_1 fonctionne en génératrice ($P_{em,3} = E_1 i_1 = -E_{13} I_{13} < 0$ avec la convention récepteur utilisée pour MC_1).

Conclusion

La machine MC_1 est passée continûment du fonctionnement en moteur au fonctionnement en génératrice (fig. 5 b) : la machine à courant continu est réversible.

Interprétation de la réversibilité

- Avec les notations utilisées précédemment et en appelant I l'intensité du courant dans l'induit, pour tout machine à courant continu nous pouvons écrire :

$$E = K\Phi\Omega \Rightarrow E = K'\Omega \text{ avec } K' = K\Phi$$

$$T_{em} = K\Phi I \Rightarrow I = \frac{T_{em}}{K'}$$

A flux Φ constant, E ne dépend que de Ω et I ne dépend que de T_{em} .

A flux constant, la f.é.m. de la machine et l'intensité du courant dans l'induit sont deux grandeurs indépendantes.

- Avec la convention récepteur (fig. 6) une machine fonctionne en moteur dans le quadrant 1 et en génératrice dans le quadrant 2 sans changement de sens de rotation. En revanche, du quadrant 1 vers le quadrant 4, par exemple, la réversibilité s'accompagne d'un changement de sens de rotation.

1 La f.é.m. E d'une machine à courant continu est liée à sa fréquence de rotation n' (tours par minute) par la relation $E = 0,30n'$.

1. Donner la relation liant le moment du couple électromagnétique T_{em} de la machine à l'intensité I du courant qui parcourt l'induit.

Pour une fréquence de rotation $n' = 1\,200$ tr/min et un courant d'intensité : $I = 12,0$ A, déterminer :

2. Le moment du couple électromagnétique T_{em} .

3. La puissance électromagnétique P_{em} développée par la machine ?

Solution :

1. Relation $T_{em}(I)$

L'expression du couple électromagnétique peut être déduite de la relation :

$$T_{em}\Omega = EI$$

Ω représente la vitesse angulaire de rotation de l'induit :

$$\Omega = 2\pi \frac{n'}{60}$$

Compte tenu de la relation qui fournit la valeur de la f.é.m. E nous pouvons écrire :

$$T_{em} = \frac{EI}{\Omega} = \frac{0,30n'I}{2\pi \frac{n'}{60}}$$

D'où : $T_{em} = \frac{0,30 \times 60I}{2\pi} \Rightarrow T_{em} = 2,87I$

2. Moment du couple T_{em}

Utilisons le résultat précédent :

$$T_{em} = (2,87 \times 12) \text{ Nm} \Rightarrow T_{em} \approx 34,4 \text{ Nm}$$

3. Puissance électromagnétique P_{em}

La puissance électromagnétique a pour expression :

$$P_{em} = T_{em} \cdot \Omega$$

soit : $P_{em} = \left((2,87 \times 12) \left(2\pi \times \frac{1\,200}{60} \right) \right) \text{ W}$
 $\Rightarrow P_{em} = 4,32 \text{ kW}$

2 Un moteur à courant continu développe une puissance électromagnétique constante $P_{em} = 1,20$ kW.

L'expression du moment du couple électromagnétique T_{em} en fonction de l'intensité I du courant qui parcourt l'induit est $T_{em} = 0,20I$.

Donner l'expression de la fréquence de rotation n' en fonction de I .

(n' est exprimée en tours par minute.)

Solution :

Nous tirons l'expression de la fréquence de rotation n' de la relation donnant la puissance électromagnétique :

$$P_{em} = T_{em}\Omega$$

avec :

$$\Omega = 2\pi \frac{n'}{60} \quad (n' \text{ en tours par minute})$$

Nous obtenons :

$$P_{em} = T_{em} \left(\frac{2\pi n'}{60} \right) \Rightarrow n' = \frac{60P_{em}}{2\pi T_{em}}$$

En remplaçant T_{em} par son expression en fonction de I nous trouvons :

$$n' = \frac{60P_{em}}{2\pi \times 0,20I} = \frac{47,74P_{em}}{I}$$

Pour $P_{em} = 1,2$ kW nous aurons

$$n' = \frac{47,74 \times 1,2 \cdot 10^3}{I}$$

La fréquence de rotation n' est donc donnée en fonction de l'intensité I du courant dans l'induit par l'expression :

$$\Rightarrow n' \approx \frac{57,3 \cdot 10^3}{I}$$

Dans cette relation nous exprimons n' en tours par minute et I en ampères.

1 Fonctionnement à vide

▶ Actuellement on obtient du courant continu à partir de sources de courant alternatif associées à des redresseurs. Les machines à courant continu sont donc essentiellement utilisées en moteurs.

Cependant, lors des phases de freinage, il arrive qu'un moteur à courant continu fonctionne en génératrice. C'est pourquoi il est indispensable d'étudier ce cas de fonctionnement.

La caractéristique à vide, à vitesse constante ($\Omega = C^{te}$), est la courbe représentant la fonction $E(i_e)$, i_e étant l'intensité du courant inducteur (fig. 1). Le circuit de l'induit est ouvert, $I = 0$, et la tension mesurée aux bornes de la machine est égale à la f.é.m. E (fig. 2).

Puisque l'induit n'est parcouru par aucun courant, la machine ne fonctionne ni en génératrice ni en moteur ($P_{em} = 0$). La caractéristique $E(i_e)$ ainsi relevée pourra donc être utilisée quel que soit le fonctionnement ultérieur de la machine.

Remarque

En pratique, la caractéristique à vide de la machine est affectée par un phénomène d'hystérésis magnétique (fig. 3).

Fig. 1. Caractéristique d'une machine à courant continu. Entre A et B le circuit magnétique de la machine n'est pas saturé et la courbe $E(i_e)$ est pratiquement une droite. Au-delà de B la f.é.m. croît de moins en moins pour des augmentations régulières Δi_e de i_e . La machine est de plus en plus saturée après le point C.

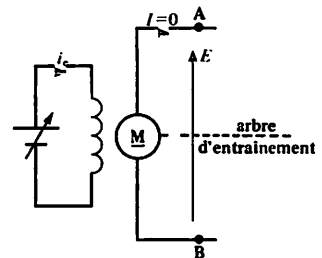
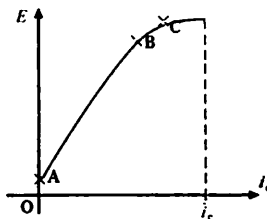
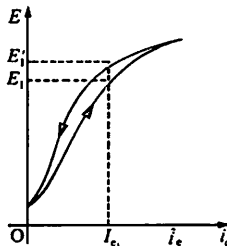


Fig. 2. Montage pour relever la caractéristique à vide de la machine à courant continu : $E(i_e)$. Le groupe est entraîné à vitesse $\Omega = C^{te}$. L'intensité du courant inducteur varie de 0 à i_e et pour chaque point on note la valeur de $E = V_A - V_B$.

Fig. 3. Hystérésis magnétique. Les relevés, en faisant croître i_e de 0 à i_e puis en les faisant décroître de i_e à 0, donnent des valeurs de E très légèrement différentes. En fonctionnement industriel si $i_e = I_{e1}$, alors la f.é.m. est comprise entre E_1 et E'_1 .



2 Fonctionnement en charge

▶ Nous limitons cette étude au cas de la génératrice à excitation séparée.

- La caractéristique en charge d'une génératrice à excitation séparée (fig. 4) est la courbe $U(I)$ relevée à vitesse constante ($\Omega = C^{te}$), et à courant inducteur d'intensité constante ($i_e = C^{te}$).

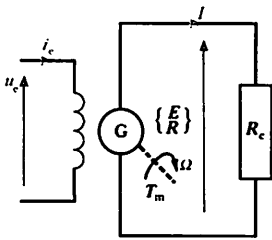


Fig. 4. Fonctionnement en charge de la génératrice à excitation séparée.

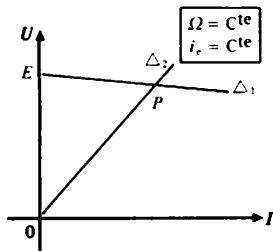


Fig. 5. Caractéristique et point de fonctionnement en charge de la génératrice à excitation séparée.

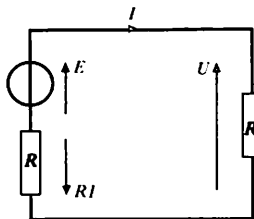


Fig. 6. Modèle équivalent du circuit induit-charge.

- Si l'on admet que la f.é.m. de la machine est constante et égale à E_0 , la relation $U(I)$ s'écrit :

$$U = E_0 - RI$$

Cette équation correspond à la droite Δ_1 sur la figure 5. RI est la chute ohmique de tension dans l'induit.

- Le modèle équivalent de la génératrice est représenté figure 6.

Point de fonctionnement en charge

Au laboratoire, la génératrice débite dans une résistance R_c . Dans ces conditions la charge impose : $U = R_c I$ (droite Δ_2 sur la figure 5). Le point P, situé à l'intersection des droites Δ_1 et Δ_2 , est le point de fonctionnement en charge de la génératrice.

Réaction magnétique d'induit

- Dans le modèle adopté au paragraphe précédent, la f.é.m. est supposée constante et égale à la tension à vide : $E_0 = U_0$.
- En réalité, à vitesse Ω constante, pour les fortes valeurs de l'intensité I du courant d'induit, la tension U est inférieure à $(E_0 - RI)$. Cela traduit le fait que la f.é.m. a une valeur en charge E_c inférieure à sa valeur E_0 à vide (fig. 7).

Interprétation

La vitesse de la machine étant constante si la f.é.m. de la machine est plus faible en charge qu'à vide, c'est que le flux magnétique utile dépend du courant dans l'induit. En charge, pour un courant d'intensité I , sa valeur Φ_c est inférieure à sa valeur à vide Φ_v : $\Phi_c < \Phi_v \Rightarrow E_c < E_0$

C'est le phénomène de réaction d'induit. On désigne par ε la diminution de f.é.m. qu'il entraîne :

$$\varepsilon = E_0 - E_c$$

Dans l'équation donnant la tension U :

$$U = E_0 - RI - \varepsilon$$

ε représente une chute (ou diminution) de tension supplémentaire, d'origine non ohmique. Par conséquent la réaction magnétique d'induit n'est responsable d'aucune dissipation supplémentaire de puissance.

- On peut atténuer ou même supprimer la réaction magnétique d'induit grâce à un enroulement de compensation.

► L'enroulement de compensation est placé au stator, au voisinage des pôles inducteurs, et parcouru par le courant induit. Lorsque la réaction d'induit est supprimée, la machine est dite parfaitement compensée.

3 Bilan des puissances

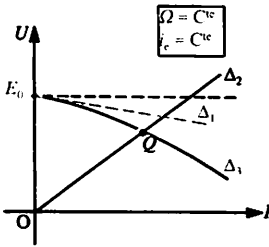


Fig. 7. Mise en évidence de la réaction d'induit. A l'équation $(E_0 - RI)$ correspond la droite Δ_1 . A l'équation $U = E_c - RI$ correspond la courbe Δ_2 . La f.é.m. en charge E_c est inférieure à la f.é.m. à vide, en général, et elle décroît quand l'intensité I augmente.

Considérons le fonctionnement de la machine au point Q (fig. 7).

$P_u = UI$ est la puissance utile ;

$P_j = RI^2$ représente les pertes par effet Joule dans l'induit ;

$P_{em} = E_c I$ est la puissance électromagnétique.

Puisque $E_c = U + RI$: $P_{em} = P_u + RI^2 = T_{em} \Omega$.

Le couple de moment T_M qui entraîne l'arbre de la machine communique la puissance :

$$P_M = T_M \Omega$$

Cette puissance est toujours supérieure à la puissance électromagnétique :

$$P_M > P_{em}$$

La différence entre P_M et P_{em} correspond essentiellement aux pertes mécaniques (p_m) et aux pertes dans le fer (p_f) (fig. 8).

A cette différence de puissances on fait souvent correspondre un couple dit de pertes de moment T_p tel que :

$$T_p \Omega = P_M - P_{em}$$

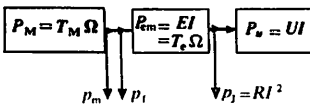


Fig. 8. Bilan des puissances dans le fonctionnement en génératrice : le rendement de la génératrice s'écrit :

$$\eta = \frac{P_u}{P_M} = \frac{UI}{UI + p_j + p_m + p_f}$$

Application

Comme nous l'avons dit en introduction, la machine à courant continu n'est pratiquement plus utilisée pour la production d'énergie électrique. En revanche, pendant leurs phases de freinage, les moteurs à courant continu équipant les machines-outils, les engins de levage et de traction peuvent fonctionner transitoirement en génératrice.

L'énergie cinétique des charges entraînées durant le fonctionnement en moteur peut ainsi être récupérée durant le freinage de ces charges. Elle est transformée en énergie électrique par la machine à courant continu, et elle peut être renvoyée sur le réseau avec un bon rendement.

1 Une génératrice à excitation indépendante débite un courant d'intensité $I = 40,0 \text{ A}$ sous une tension $U = 220 \text{ V}$. La résistance de l'induit mesurée, entre bornes, est $R = 0,50 \Omega$.

1. Quelle puissance utile P_u est fournie par la génératrice dans ces conditions de fonctionnement ?
2. Quelle est la f.é.m. en charge ?

Solution :

1. Puissance utile P_u

La puissance utile fournie par la génératrice est donnée par la relation :

$$P_u = UI$$

D'où :

$$P_u = (220 \times 40) \text{ W} \Rightarrow \boxed{P_u = 8,8 \text{ kW}}$$

2. F.é.m. en charge

Pour un fonctionnement en génératrice, la f.é.m. E est égale à (fig. 9)

$$E = U + RI$$

soit :

$$E = (220 + 0,5 \times 40) \text{ V} \Rightarrow \boxed{E = 240 \text{ V}}$$

2 Une machine à courant continu fonctionne à flux constant (l'inducteur est à aimants permanents).

Un essai à vide effectué pour une fréquence de rotation $n'_0 = 1600 \text{ tr/min}$ a donné $E_0 = 240 \text{ V}$.

La machine fonctionne en génératrice. Elle alimente une charge sous une tension $U = 220 \text{ V}$.

L'induit, de résistance $R = 0,50 \Omega$, fournit un courant d'intensité $I = 24 \text{ A}$. Le moment du couple qui entraîne la machine est égal à $T_M = 35,6 \text{ Nm}$.

1. Calculer la f.é.m. de la machine.
2. Quelle est sa fréquence de rotation n' ?
3. Calculer le moment de son couple électromagnétique T_{em} .
4. Quelle est la puissance P_a absorbée par la génératrice ?

Solution :

1. F.é.m. de la machine

La machine étant représentée par son modèle équivalent (voir fig. 9), la f.é.m. E de la génératrice en charge est égale à :

$$E = U + RI$$

$$E = (220 + 0,5 \times 24) \text{ V} \Rightarrow \boxed{E = 232 \text{ V}}$$

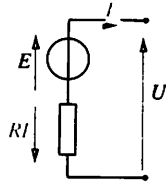


Fig. 9.
Modèle équivalent de la génératrice.

2. Fréquence de rotation n'

Puisque le flux est constant nous pouvons écrire les relations suivantes :

$$\frac{n'}{n'_0} = \frac{E}{E_0} \Rightarrow n' = n'_0 \frac{E}{E_0}$$

$$\text{soit : } n' = \left(1600 \times \frac{232}{240} \right) \text{ tr/min}$$

$$\Rightarrow \boxed{n' \approx 1,55 \cdot 10^3 \text{ tr/min}}$$

3. Moment du couple électromagnétique T_{em}

Nous utilisons la relation de définition du moment du couple électromagnétique :

$$T_{em} = \frac{EI}{\Omega}$$

$$\text{D'où : } T_m = \left(\frac{232 \times 24}{2\pi \times \frac{1547}{60}} \right) \text{ Nm}$$

$$\Rightarrow \boxed{T_{em} \approx 34,4 \text{ Nm}}$$

4. Puissance P_a absorbée

Le couple de moment T_M , exercé par la machine qui entraîne l'arbre de la génératrice, fournit la puissance P_a :

$$P_a = T_M \cdot \Omega$$

$$\text{soit : } P_a = \left(35,6 \times 2\pi \times \frac{1547}{60} \right) \text{ W}$$

$$\Rightarrow \boxed{P_a = 5,76 \text{ kW}}$$

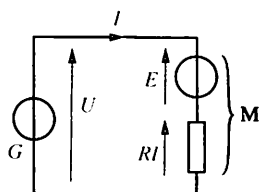


Fig. 1. La source de tension G alimente le moteur M représenté ici au moyen de son modèle équivalent.

Notre étude porte sur un moteur parfaitement compensé :

- si l'inducteur est bobiné, le flux Φ ne dépend alors que du courant d'excitation ;
- s'il s'agit d'un moteur à aimants permanents, le flux Φ est constant.

Ce moteur est alimenté par une source de tension (fig. 1). En régime permanent, le moment du couple moteur, T_u , est égal au moment du couple résistant, T_r . Nous négligeons le moment du couple de pertes T_p :

$$\begin{cases} T_u = T_r \\ T_u \approx T_{em} = K\Phi I \end{cases}$$

1 Fonctionnement sous tension d'induit constante ($U = C^{te}$) et excitation constante ($i_e = C^{te}$)

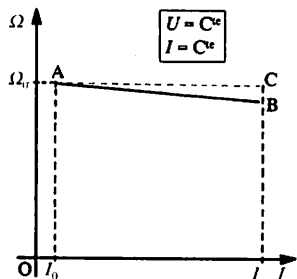


Fig. 2. Caractéristique de vitesse du moteur à excitation séparée :

$$\Omega = \frac{U}{K\Phi} - \frac{RI}{K\Phi} = \Omega_0 - \frac{RI}{K\Phi}$$

Entre la marche à vide et la marche à pleine charge ($I = I_n$) le moteur, alimenté sous une tension d'induit constante, ralentit très peu. En réalité, à vide, l'intensité du courant d'induit n'est pas nulle ($I_0 \ll I_n$). Le couple électromagnétique de moment T_e ($T_e = K\Phi I_e$) sert alors uniquement à vaincre le couple de pertes de la machine de moment T_p (pertes dans le fer et pertes mécaniques).

► Rappelons que, pour une machine compensée, la f.é.m. E ne dépend que du courant d'excitation. Si l'intensité i_e de ce courant est constante alors $E = \text{Constante}$.

Caractéristique de vitesse $\Omega(I)$

Deux relations permettent d'obtenir une expression de la vitesse Ω en fonction de U :

$$\begin{cases} U = E + RI \\ E = K\Phi\Omega \end{cases} \quad \text{D'où : } \Omega = \frac{E}{K\Phi} \Rightarrow \boxed{\Omega = \frac{U - RI}{K\Phi}}$$

A vide : l'intensité I_0 du courant dans l'induit est faible et le produit RI_0 est négligeable devant U .

$$\Omega = \Omega_0 = \frac{U}{K\Phi}$$

En fonctionnement normal : lorsque RI n'est pas négligeable devant U , la vitesse Ω est inférieure à Ω_0 et elle décroît légèrement lorsque l'intensité I augmente :

$$\boxed{\Omega = \Omega_0 - \frac{RI}{K\Phi}}$$

La caractéristique de vitesse correspondante est un segment de droite à faible pente (segment AB , fig. 2).

Souvent RI est négligeable devant U et $\Omega \approx \Omega_0$. La caractéristique de vitesse est alors un segment de droite horizontale (segment AC , fig. 2).

A tension d'induit et à excitation constante, la vitesse angulaire du moteur à excitation séparée reste voisine de sa vitesse à vide Ω_0 .

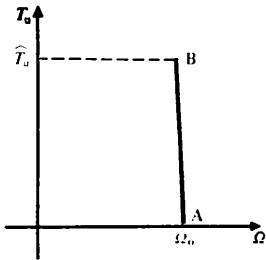


Fig. 3. Caractéristique mécanique du moteur à excitation séparée. Équation de la caractéristique mécanique :

$$\Omega = \Omega_0 - \frac{R}{K\Phi} I \Leftrightarrow I = \frac{K\Phi}{R} (\Omega_0 - \Omega)$$

$$I \approx \frac{T_u}{K\Phi} \Leftrightarrow T_u = \frac{(K\Phi)^2}{R} (\Omega_0 - \Omega)$$

soit : $T_u = a(\Omega_0 - \Omega)$
 Noter que Ω est porté en abscisse sur cette figure alors que cette grandeur est portée en ordonnée sur la figure 2.

- $T_r = C^{te}$
Machines utilisées pour le lavage, le broyage et le convoyage.
- $T_r = kn \quad k = C^{te}$
Agitateurs, pompes doseuses, mixeurs industriels.
- $T_r = k/n \quad k = C^{te}$
Machines utilisées pour le tournage, le fraisage, le perçage.
- $T_r = kn^2 \quad k = C^{te}$
Ventilateurs, pompes centrifuges.

Intensité du courant dans l'induit

Lorsque le moteur fonctionne à vitesse constante :

$$T_r = T_u; \quad T_u = K\Phi I \quad \text{donc :} \quad I = \frac{T_r}{K\Phi}$$

En régime permanent, le couple résistant $T_r (T_r = T_u)$ impose la valeur du courant dans l'induit.

Caractéristique mécanique $T_u(\Omega)$

Cette caractéristique (fig. 3) se déduit directement de la caractéristique de vitesse. En effet, T_u étant proportionnel à I , les courbes représentant les fonctions $\Omega(I)$ et $\Omega(T_u)$ ont même allure.

Point de fonctionnement du moteur.

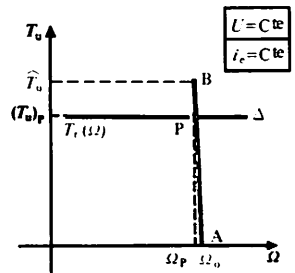
Considérons le cas, fréquent en pratique, où la machine entraînée présente un couple résistant sensiblement constant (fig. 4). Sa caractéristique mécanique, $T_r(\Omega)$ est représentée par la droite Δ . En fonctionnement stable, le moment du couple utile est égal au moment du couple résistant :

$$T_u = T_r$$

Le point P de fonctionnement du groupe est à l'intersection des deux caractéristiques mécaniques.

Fig. 4. Point de fonctionnement d'un groupe constitué d'un moteur, dont la caractéristique mécanique est AB, et d'une machine, dont la caractéristique mécanique est la portion de droite Δ .

Les conditions de fonctionnement du groupe (valeurs des moments des couples T_u , T_r et de la vitesse Ω) correspondent aux coordonnées du point P.



2 Fonctionnement sous tension d'induit U réglable et à excitation constante

L'expression de la vitesse à vide du moteur en fonction de la tension d'alimentation : $\Omega_0 = \frac{U}{K\Phi}$ montre que Ω_0 et U sont des grandeurs proportionnelles à flux Φ constant (avec l'hypothèse simplificatrice : $RI_0 \ll U$).

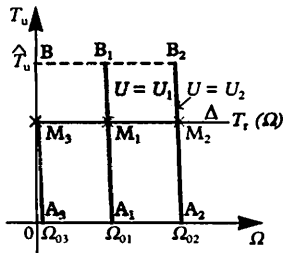


Fig. 5. Caractéristiques mécaniques du moteur à excitation séparée pour plusieurs valeurs de la tension d'induit. La vitesse du moteur est fixée par la tension d'induit. La charge n'a qu'une très petite influence sur cette vitesse. Les points de fonctionnement sont respectivement : M_1 sous la tension U_1 , M_2 sous la tension U_2 , M_3 sous la tension U_3 .

Pour deux tensions différentes U_1 et U_2 , les vitesses à vide sont respectivement égales à Ω_{01} et Ω_{02} et nous pouvons écrire :

$$\frac{\Omega_{01}}{U_1} = \frac{\Omega_{02}}{U_2} = \frac{1}{K\Phi}$$

La vitesse d'un moteur à excitation séparée diminue légèrement quand on le charge, les deux caractéristiques mécaniques A_1B_1 (pour la tension U_1) et A_2B_2 (pour la tension U_2) sont des droites parallèles et sensiblement verticales dans le plan (T_u, Ω) (fig. 5). Pour une charge dont la caractéristique mécanique $T_r(\Omega)$ est une droite Δ , nous constatons que la vitesse du groupe peut être réglée en agissant sur la tension d'alimentation (le point de fonctionnement est M_1 sous la tension U_1 , M_2 sous la tension U_2).

En particulier, il est possible de maintenir la charge immobile (point M_3). Cette propriété remarquable est intéressante pour des engins de levage.

3 Caractéristiques réelles

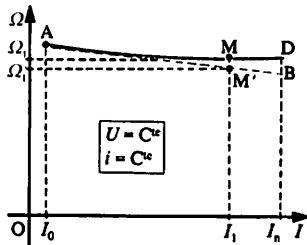


Fig. 6. Caractéristiques de vitesse (idéale et réelle) : $U = C\omega$; $i = C\omega$.

Pour obtenir les caractéristiques précédentes nous avons supposé que la machine était parfaitement compensée c'est-à-dire que la réaction magnétique de l'induit ne se manifestait pas. Les caractéristiques réelles, relevées lors des essais en plateforme, peuvent plus ou moins s'écarter de ces caractéristiques idéales.

La caractéristique de vitesse d'un moteur, relevée à courant inducteur et tension d'induit constants est un arc de courbe AD (fig. 6). Le segment AB est la caractéristique idéale correspondante.

4 Conclusions et applications

Le moteur est donc particulièrement adapté aux entraînements de machines nécessitant une vitesse réglable dans de grandes proportions et présentant un couple résistant important à basse vitesse (machines-outils, engins de levage).

Le moteur à excitation séparée se caractérise donc par :

- une vitesse sensiblement constante lorsqu'il est alimenté sous une tension d'induit U constante, quelle que soit la charge ;
- une vitesse réglable de façon continue entre la vitesse maximale et l'arrêt, quelle que soit la charge lorsque U varie ;
- un couple moteur qui peut être réglé indépendamment de la vitesse.

1 Un moteur à courant continu, à excitation indépendante et constante, dont la résistance de l'induit est : $R = 0,80 \Omega$, fonctionne dans les conditions suivantes :

- tension d'induit : $U = 130 \text{ V}$;
- à vide, intensité du courant traversant l'induit : $I_0 = 1,20 \text{ A}$;
- en charge, à la fréquence de rotation $n' = 1\,200 \text{ tr/min}$, intensité du courant traversant l'induit : $I = 25 \text{ A}$.

1. Calculer la f.é.m. en charge.
2. Pour ce même fonctionnement en charge, déterminer le moment T_{em} de son couple électromagnétique.
3. Pour le fonctionnement à vide, déterminer la fréquence de rotation.

Solution :

1. F.é.m. E du moteur en charge

De la relation donnant la tension U aux bornes de l'induit d'un moteur nous tirons E (voir fig. 1) :

$$U = E + RI \Rightarrow E = U - RI$$

$$E = (130 - 0,80 \times 25) \text{ V} \Rightarrow \boxed{E = 110 \text{ V}}$$

2. Moment du couple T_{em}

$$T_{em} = \frac{EI}{\Omega}$$

$$\text{soit : } T_{em} = \left(\frac{110 \times 25}{2\pi \times \frac{1\,200}{60}} \right) \text{ Nm}$$

$$\Rightarrow \boxed{T_{em} \approx 21,9 \text{ Nm}}$$

3. Fréquence de rotation n'_0 à vide

Le moteur fonctionnant à flux constant, le rapport de deux f.é.m. E_0 et E pour deux fréquences de rotation, respectivement n'_0 et n' , est tel que :

$$\frac{E_0}{E} = \frac{n'_0}{n'} \Rightarrow n'_0 = n' \frac{E_0}{E}$$

Pour calculer n'_0 il faut connaître E_0 . L'énoncé fournit les éléments nécessaires à ce calcul

$$E_0 = U - RI_0 \Rightarrow E_0 = (130 - 0,8 \times 1,2) \text{ V}$$

$$E_0 = 129 \text{ V} \Rightarrow n'_0 = \left(1\,200 \times \frac{129}{110} \right) \text{ tr/min}$$

$$\Rightarrow \boxed{n'_0 = 1\,407 \text{ tr/min}}$$

2 Un moteur à courant continu est alimenté sous tension d'induit U réglable. Le moment du couple électromagnétique a pour expression $T_{em} = 0,20I$. Le couple de pertes T_p est négligeable. La résistance de l'induit est égale à : $R = 0,20 \Omega$. Le moteur entraîne une charge qui développe un couple résistant de moment $T_r = 10,0 \text{ Nm}$.

1. Calculer l'intensité du courant d'induit I .
2. Déterminer l'expression $\Omega(U)$.

Solution :

1. Intensité du courant d'induit I

Le régime permanent est caractérisé par l'égalité des moments des couples T_u et T_r :

$$T_u = T_r \text{ avec : } T_u = T_{em} - T_p$$

Comme $T_p = 0$ il vient :

$$T_{em} = T_r = 10,0 \text{ Nm avec : } T_{em} = 0,20I.$$

$$\text{D'où : } I = \frac{T_r}{0,20}$$

$$\text{soit : } I = \left(\frac{10}{0,20} \right) \text{ A} \Rightarrow \boxed{I = 50,0 \text{ A}}$$

2. Expression de Ω en fonction de U

$$\begin{cases} U = E + RI \\ E = K\Phi\Omega \end{cases}$$

$$\text{D'où : } \Omega = \frac{U - RI}{K\Phi} = \frac{U}{K\Phi} - \frac{RI}{K\Phi}$$

Déterminons la valeur du produit $K\Phi$.

$$T_{em} = K\Phi I \Rightarrow K\Phi = \frac{T_{em}}{I} \Rightarrow K\Phi = 0,20$$

La relation cherchée s'écrit donc :

$$\Omega = \left(\frac{U}{0,20} - \frac{0,20 \times 50}{0,20} \right) \text{ rad/s}$$

$$\text{soit : } \Rightarrow \boxed{\Omega = (5U - 50) \text{ rad/s}}$$

1 Moteur à excitation en série

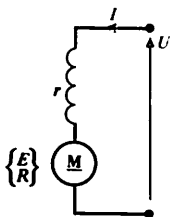


Fig. 1. Moteur à excitation en série.

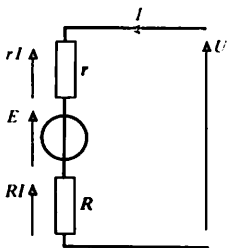


Fig. 2. Modèle équivalent du moteur à excitation en série.

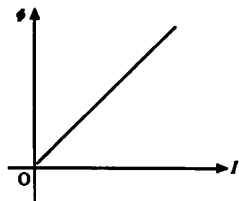


Fig. 3. Flux sous un pôle (circuit magnétique non saturé).

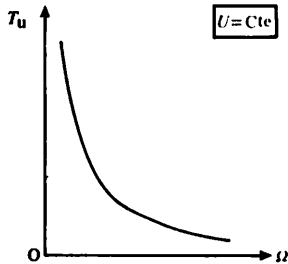


Fig. 4. Caractéristique mécanique du moteur à excitation en série pour une tension U fixée.

L'inducteur de ce moteur est en série avec l'induit (fig. 1) : le courant d'induit est également le courant d'excitation.

Le modèle équivalent de ce moteur est représenté figure 2.

Pour cette étude nous supposons que le flux Φ sous un pôle est proportionnel au courant d'excitation (fig. 3), c'est-à-dire que le circuit magnétique n'est pas saturé.

F.é.m. et couple moteur

Avec les notations de la figure 2, et en tenant compte de l'expression du moment du couple utile d'un moteur à courant continu (valeur approchée, voir chapitre 15, § 1), nous pouvons écrire :

$$\begin{cases} U = E + (R + r)I \\ E = K\Phi\Omega \\ \Phi = kI \quad \text{avec} \quad k = C^{10} \\ T_u = K\Phi I \end{cases}$$

Nous en déduisons :

- d'une part une expression de la f.é.m. du moteur :

$$E = Kk\Omega I \quad \Rightarrow \quad E = K'\Omega I \quad \text{avec} : K' = Kk = C^{10}$$

- d'autre part une relation entre moment du couple utile et intensité du courant appelé par le moteur :

$$T_u = K\Phi I = KkI^2 \quad \Rightarrow \quad T_u = K'I^2$$

Caractéristique mécanique sous tension nominale

La caractéristique de la figure 4 montre que le moment T_u du couple moteur varie beaucoup en fonction de la vitesse Ω : très important à faible vitesse, il diminue rapidement quand cette dernière augmente.

Sous la tension nominale, le moteur à excitation en série ne peut fonctionner à faible charge (a fortiori il ne peut fonctionner à vide) : la vitesse qui correspond à de telles conditions de fonctionnement dépasse largement la limite admissible.

MOTEUR UNIVERSEL

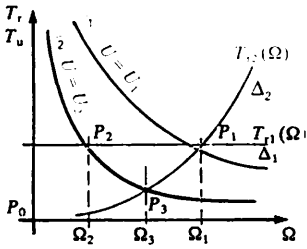


Fig. 5. Modification de la caractéristique mécanique d'un moteur à excitation en série.
— Deux caractéristiques mécaniques (courbes ① et ②)

pour deux tensions d'alimentation différentes U_1 et $U_2 < U_1$.

— Pour la caractéristique de charge $T_r(\Omega)$, représentée par la droite Δ_1 , le point de fonctionnement est P_1 sous la tension U_1 et devient P_2 sous la tension U_2 : la vitesse du groupe diminue considérablement sans que le couple moteur soit affecté.

— Si la caractéristique en charge est la courbe Δ_2 (caractéristique de type « traction »), le point de fonctionnement passe de P_1 en P_3 quand la tension d'alimentation diminue de U_1 à U_2 .

Relation entre T_u et Ω

Nous négligeons la chute de tension dans l'induit et dans l'inducteur $[(R + r)I \ll U]$. La f.é.m. du moteur est alors fixée par la tension aux bornes du moteur et nous pouvons écrire :

$$E = U \quad \text{et} \quad I = \frac{U}{K' \Omega}$$

$$\text{soit, puisque } T_u = K' I^2 : \quad T_u = \frac{U^2}{K' \Omega^2}$$

ce qui peut se traduire aussi par la relation :

$$T_u \Omega^2 = C^{te}$$

C'est l'équation de la caractéristique mécanique.

Fonctionnement sous tension réduite

Dans la mesure où la vitesse du moteur n'est pas trop faible, la f.é.m. de la machine reste sensiblement égale à la tension U appliquée entre ses bornes. L'équation de la caractéristique mécanique, précédemment établie, reste applicable :

$$T_u \Omega^2 = \frac{U^2}{K'}$$

La diminution de la tension d'alimentation permet donc d'obtenir un déplacement de la caractéristique mécanique de la machine (fig. 5).

En pratique, pour les moteurs de forte puissance, il faut avoir recours à une combinaison de moyens (tension réduite, « shuntage » de l'inducteur, contrôle du courant d'induit) pour obtenir un fonctionnement satisfaisant à très faible vitesse, ou au démarrage, et quand le couple résistant est faible (ce cas se rencontre, par exemple, avec une locomotive électrique se déplaçant seule).

Applications

Ce moteur est particulièrement adapté à l'entraînement des charges exigeant un couple important au démarrage et à basse vitesse. On le rencontre dans le domaine des très fortes puissances (1 à 10 MW), en traction électrique ou dans l'entraînement des laminoirs. Pour ces applications, cependant, il tend de plus en plus à être remplacé par un moteur synchrone particulier appelé *moteur synchrone autopiloté* ou *moteur autosynchrone*. En petite puissance, il est employé comme démarreur des moteurs à explosion dans les automobiles.

2 Moteur universel

Expérience

Alimentons sous une tension continue de quelques dizaines de volts (50 V environ) un moteur de moulin à café ou un moteur d'aspirateur prévu pour être alimenté sous tension alternative sinusoïdale de 220 V. Il fonctionne parfaitement, à vide comme en charge, dans les conditions de cet essai.



Fig. 6. Moteur universel.

• Dans ce moteur l'inducteur et l'induit sont en série : c'est un moteur à excitation en série.

Interprétation

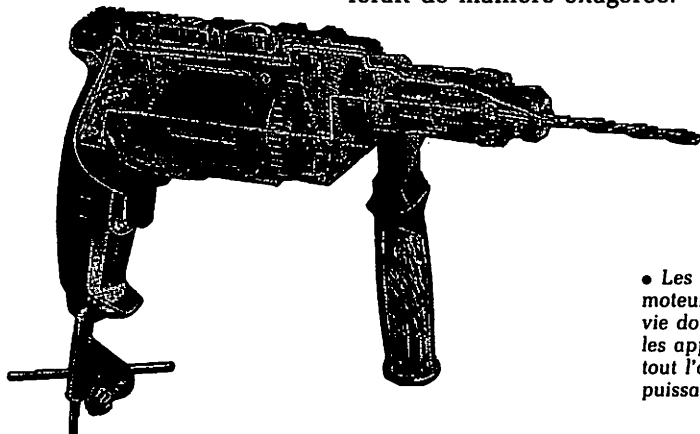
- L'examen du moteur révèle qu'il possède la structure d'un moteur à excitation en série (fig. 6). Toutefois le circuit magnétique est totalement feuilleté afin de diminuer les pertes dans le fer en courant alternatif.

- Le moment du couple d'un moteur à excitation en série est proportionnel au carré de l'intensité du courant qui le traverse. Ce moment ne dépend pas du sens du courant (la force de Laplace qui s'exerce sur un conducteur conserve le même sens si le champ magnétique et le courant changent de sens en même temps).

Cette propriété est exploitée dans le moteur universel, alimenté en courant alternatif.

Remarque pratique

S'il est sans danger de faire fonctionner un moteur universel, prévu pour une alimentation alternative, en l'alimentant sous une tension continue convenable, en revanche, il est impossible d'utiliser un moteur à excitation en série à courant continu sous une tension alternative : il chaufferait de manière exagérée.



• Les moteurs universels sont les moteurs les plus utilisés dans la vie domestique. Ils équipent tous les appareils électroménagers et tout l'outillage de petite puissance (perceuses).

1 Un moteur à excitation en série fonctionne dans les conditions suivantes : $U = 400 \text{ V}$, $I = 80 \text{ A}$, $n' = 820 \text{ tr/min}$. Le moment T_p du couple de pertes est $5,4 \text{ Nm}$. La résistance totale R du moteur est $0,50 \Omega$. Quel est le moment T_r du couple résistant de la charge entraînée par le moteur ?

Solution :

En régime permanent, T_r est égal au moment T_u du couple utile : $T_r = T_u$

Nous allons donc chercher T_u . Ce moment se déduit de la valeur du moment T_{em} du couple électromagnétique par la relation : $T_u = T_{em} - T_p$

$$\text{avec : } T_{em} = \frac{EI}{\Omega} \quad \text{et} \quad \Omega = 2\pi \frac{n'}{60}$$

La f.é.m. E du moteur peut être calculée aisément (voir fig. 1) :

$$E = U - RI \Rightarrow E = (400 - 0,50 \times 80) \text{ V} \\ \Rightarrow E = 360 \text{ V}$$

D'où :

$$T_u = \left(\frac{360 \times 80}{2\pi \times \frac{820}{60}} - 5,4 \right) \text{ Nm} \Rightarrow T_u = 330 \text{ Nm}$$

Le moment du couple résistant est donc égal à : $T_r = 330 \text{ Nm}$

2 Le moment du couple électromagnétique d'un moteur à excitation en série non saturé est 20 Nm . Le flux Φ sous un pôle est proportionnel à l'intensité du courant d'excitation. L'intensité du courant appelé par le moteur double. Quelle est la nouvelle valeur du moment du couple électromagnétique ?

Solution :

Le flux Φ sous un pôle étant proportionnel à l'intensité du courant d'excitation $i_e = I$, l'expression générale du moment du couple électromagnétique du moteur série s'écrit : $T_{em} = K' I^2$.

Si I double, T_{em} est multiplié par quatre : $T_{em} = 80 \text{ Nm}$

3 La f.é.m. E d'un moteur à excitation en série a pour expression $E = 58 \cdot 10^{-3} I \Omega$. Le moteur est alimenté sous la tension $U = 750 \text{ V}$ et sa résistance totale vaut $R = 0,10 \Omega$. L'induit est parcouru par un courant d'intensité $I = 200 \text{ A}$.

1. Calculer la f.é.m. E du moteur.
2. Quelle est la fréquence de rotation n' du moteur ?
3. Calculer le moment T_{em} de son couple électromagnétique.

Solution :

1. F.é.m. E (voir fig. 1)

Elle est donnée par l'expression :

$$E = U - RI$$

soit :

$$E = (750 - 0,1 \times 200) \text{ V} \Rightarrow E = 730 \text{ V}$$

2. Fréquence de rotation n'

La fréquence de rotation est égale à :

$$n' = 60 \frac{\Omega}{2\pi}$$

La relation $E = 58 \cdot 10^{-3} I \Omega$ permet de calculer Ω :

$$\Omega = \frac{E}{58 \cdot 10^{-3} I}$$

$$\Rightarrow \Omega = \left(\frac{730}{58 \cdot 10^{-3} \times 200} \right) \text{ rad/s}$$

$$\Rightarrow \Omega = 62,9 \text{ rad/s}$$

$$\text{D'où : } n' = \left(\frac{62,9}{2\pi} \times 60 \right) \text{ tr/min}$$

$$\Rightarrow n' \approx 601 \text{ tr/min}$$

3. Moment T_{em} du couple électromagnétique

Par définition : $T_{em} = \frac{EI}{\Omega}$

$$\text{D'où : } T_{em} = \left(\frac{730 \times 200}{62,93} \right) \text{ Nm}$$

$$\Rightarrow T_{em} \approx 2,32 \cdot 10^3 \text{ Nm}$$

1 Démarrage du moteur à excitation indépendante

Expérience

Un moteur est équipé d'une poulie (fig. 1) afin que son arbre soit soumis à l'action d'un couple résistant constant, de moment T_r (lorsque la masse m ne repose pas sur le sol). Nous faisons progressivement croître la tension aux bornes de l'induit. Nous constatons que le moteur ne commence à tourner que lorsque l'intensité I dépasse un certain seuil I_s .

Interprétation

A l'instant où le moteur démarre, le moment du couple utile T_{ud} est sensiblement égal au moment du couple électromagnétique T_{emd} . En effet le moment du couple de pertes (très faible à l'arrêt et à petite vitesse) est alors négligeable devant T_{emd} . Si nous appelons I_d l'intensité du courant dans l'induit au démarrage et Φ le flux utile sous un pôle nous pouvons donc écrire :

$$T_{ud} \approx T_{emd} = K\Phi I_d$$

Condition de démarrage

Le moteur ne peut commencer à tourner que si T_{ud} est supérieur au moment T_r du couple résistant :

$$T_{ud} > T_r \Rightarrow K\Phi I_d > T_r$$

D'où la condition à réaliser pour l'intensité I_d :

$$I_d > \frac{T_r}{K\Phi}$$

Le moteur démarre lorsque l'intensité du courant dans l'induit atteint le seuil :

$$I_s = \frac{T_r}{K\Phi}$$

Dans la réalité, I_d doit légèrement dépasser I_s . La vitesse du moteur augmente alors (on dit que le moteur « accélère »). Toutefois I_d doit rester inférieur à une limite imposée par les contraintes mécaniques et par les contraintes électriques (résultant de la section des conducteurs, de la tenue des balais, etc.) qui sont admissibles par la machine. La vitesse se stabilise lorsque l'égalité $T_u = T_r$ est réalisée.

Conséquences pratiques

Pour démarrer le moteur, il faut donc obtenir un

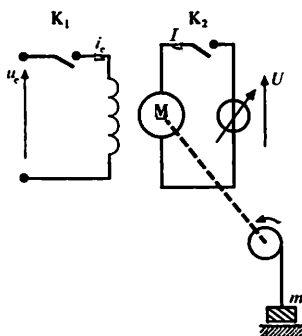


Fig. 1. Démarrage d'un moteur à excitation indépendante.

Le sens de rotation doit être tel que le moteur soit susceptible de soulever la masse m de poids mg . Pour modifier le sens de rotation, il faut inverser soit le sens du courant d'excitation, soit celui du courant d'induit. La charge exerce un couple résistant de moment T_r .

Fermer K_1 : le flux utile s'établit dans la machine. Après avoir réglé U à une valeur faible, fermer K_2 : si $T_{ud} < T_r$, le moteur ne démarre pas.

Augmenter alors la tension U : dès que T_{ud} est très légèrement supérieur à T_r , le groupe commence à tourner et accélère. Lorsque la vitesse angulaire Ω du moteur est constante, c'est que l'égalité $T_u = T_r$ est réalisée.

Au laboratoire, la source de tension réglable peut éventuellement être remplacée par une source fixe en série avec un rhéostat de démarrage.

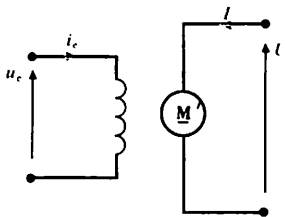


Fig. 2. Moteur à excitation indépendante.

L'alimentation d'un moteur doit être compatible avec ses spécifications nominales. Celles-ci sont, en principe inscrites sur sa plaque signalétique. La tension U appliquée au moteur ne doit, en général, pas dépasser $1,2U_n$. De même l'intensité I ne doit pas excéder $1,2I_n$. Pour ce qui est du courant d'excitation, son intensité est fixée par des considérations de saturation du circuit magnétique : elle ne doit pas être choisie au hasard. Si r est la résistance du circuit inducteur, i_e est donnée par l'expression :

$$i_e = u_e / r$$

couple de démarrage de moment T_{ud} suffisamment grand. Toutefois pendant la phase d'accélération, la différence ($T_u - T_d$) ne doit pas être excessive, afin que la « mise en vitesse » correspondante ne s'accompagne pas de contraintes mécaniques dangereuses pour le groupe tournant.

Le moment T_{ud} étant proportionnel au flux inducteur Φ et à l'intensité I_d , nous réaliserons simultanément les deux conditions suivantes :

Flux Φ maximal au démarrage : le circuit inducteur doit être alimenté avant le démarrage car le couple moteur ne peut exister que si le flux est établi dans la machine ($T_{em} = K\Phi I$).

La condition $T_{ud} > T_r$, équivalente à $K\Phi I_d > T_r$, montre que plus le flux Φ est élevé, plus l'intensité I_d du courant de démarrage peut être limitée.

Tension réduite aux bornes de l'induit : à l'arrêt, la f.é.m. du moteur est nulle ($\Omega = 0 \Rightarrow E = K\Phi\Omega = 0$). Par conséquent, si la tension appliquée lors du démarrage est $U = U_d$:

$$I_d = \frac{U_d}{R}$$

La résistance R de l'induit étant toujours assez petite, la tension d'induit U_d au démarrage doit être très inférieure à la tension nominale U_n .

Exemple

$U_n = 220 \text{ V}$; $I_n = 50 \text{ A}$; $R = 0,20 \Omega$; $I_d \leq 2I_n$ (limite fixée par le constructeur) :

$$U_d = RI_d = 0,2 \times 2 \times 50 = 20 \text{ V}$$

Dans ce cas la tension U_d ne doit pas dépasser 10 % environ de la tension nominale U_n .

Conclusions

- Le moteur à courant continu à excitation indépendante présente la propriété remarquable de posséder un couple de démarrage pratiquement aussi important qu'on le désire (dans les limites permises par la machine) : il démarre seul. Ce n'est pas le cas des moteurs thermiques qui, pour démarrer, doivent être aidés d'un moteur auxiliaire (démarrreur), et d'un embrayage (ou d'un convertisseur hydraulique).
- Son démarrage s'effectue à flux maximal, et, en général, sous tension d'induit réduite (fig. 2).

▶ Avant toute autre opération portant sur un moteur à courant continu à excitation séparée, avec enroulement d'excitation, il faut alimenter cet enroulement sous sa tension nominale. Cela n'est évidemment pas nécessaire pour un moteur à aimants permanents qui est toujours normalement excité. Ensuite le moteur peut être « démarré » sous tension d'induit réduite.

2 Démarrage du moteur à excitation en série

Le moteur à excitation en série est utilisé pour la traction électrique (voir chap. 16) qui exige un couple de démarrage important.

Pour les mêmes raisons que celles qui ont été développées à propos du moteur à excitation indépendante, le moteur à excitation en série ne peut être démarré en étant alimenté sous tension nominale. Le démarrage est réalisé sous tension réduite. La caractéristique mécanique du moteur à excitation en série montre que, même sous tension réduite, ce moteur conserve un très bon couple (voir chap. 16, fig. 5).

Mesure du moment d'un couple moteur

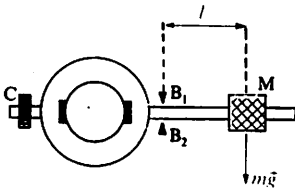


Fig. 3. Principe de la dynamo-balance.

- Le stator de la machine est supporté par deux paliers à roulement à billes. Il peut donc osciller. Son mouvement est limité par deux butées, B₁ et B₂, solidaires du bâti.
- Il porte un bras de levier avec une masse marquée M mobile, de poids mg (m : masse de M, g : accélération de la pesanteur). A l'arrêt, la masse M est placée le plus près possible des butées B. Un contrepois C permet alors l'équilibrage (le bras de levier doit être horizontal).
- **Couples transmis au stator de la dynamo-balance.** Lorsque le rotor de la machine est entraîné par un moteur, qui applique un

couple moteur de moment T_u, le stator tend à être entraîné. On rétablit l'équilibre (bras horizontal) en déplaçant M de la distance l. Le couple transmis au stator de la dynamo-balance est égal à :

$$T = mgl$$

- { m en kilogrammes
- { g en mètres par seconde carrée
- { l en mètres
- { T en newtons-mètres

La dynamo-frein fonctionne en génératrice : nous associons l'indice G à toutes les grandeurs qui s'y rapportent.

La puissance T_uΩ transmise par le moteur étudié à la dynamo-frein se répartit en :

- E_GI_G, puissance transformée en énergie électrique par la génératrice ; on a ainsi : E_GI_G = T_{emG}Ω ;
- p_{fG}, pertes dans le fer ;
- P_{mG}, pertes mécaniques.

On peut donc écrire :
 T_uΩ = E_GI_G + p_{fG} + P_{mG} soit
 T_uΩ = T_{emG}Ω + p_{fG} + P_{mG}. En divisant les deux membres de

cette dernière égalité par Ω, on obtient :

$$T_u = T_{emG} + T_{fG} + T_{mG}$$

- Les couples de moment T_{emG} et T_{fG} correspondent à une interaction électromagnétique entre le rotor et la stator de la dynamo-frein : ils sont donc appliqués au stator d'après le principe de l'action et de la réaction.
- Le couple de moment T_{mG} correspond aux forces de ventilation et aux forces de frottement au niveau des paliers : ces forces ne sont que très peu transmises au stator de la dynamo-frein.
- Conclusion : le moment T = mgl, qui équilibre le moment des forces transmises au stator, est légèrement inférieur à T_u que l'on cherche à mesurer. En confondant T et T_u on ne commet toutefois pas, en général, une erreur importante.

1 Un moteur à courant continu fonctionne à flux constant. Au point nominal : $T_{em} = 40 \text{ Nm}$; $U = 240 \text{ V}$; $I = 16,0 \text{ A}$. L'induit présente une résistance R ($R = 0,70 \Omega$). Quelle doit-être la tension U_d aux bornes de l'induit pour obtenir un couple de démarrage de moment $T_{emd} = 80 \text{ Nm}$?

Solution :

En fonctionnement normal, la tension aux bornes de l'induit est donnée par la relation (voir chap. 44, fig. 9 et chap. 46, fig. 1)

$$U = E + RI \text{ avec : } E = K\Phi\Omega$$

A l'instant où le moteur est mis sous tension nous pouvons écrire :

$$\Omega = 0 \Rightarrow E = 0 \Rightarrow U = U_d = RI_d$$

I_d désignant l'intensité du courant dans l'induit à cet instant. C'est cette intensité qui doit être calculée afin d'obtenir la valeur de U_d .

Si le flux est constant on peut écrire que le moment du couple électromagnétique est proportionnel à I :

$$T_{em} = K' I \text{ avec } K' = C\tau\phi$$

donc : $\frac{T_{emd}}{T_{em}} = \frac{I_d}{I}$ et : $I_d = I \frac{T_{emd}}{T_{em}}$

D'où : $I_d = \left(16 \times \frac{80}{40}\right) \text{ A} \Rightarrow \boxed{I_d = 32 \text{ A}}$

Aux bornes de l'induit, la tension au moment du décollage est égale à :

$U_d = (0,7 \times 32) \text{ V} \Rightarrow \boxed{U_d = 22,4 \text{ V}}$

2 Un moteur à courant continu est alimenté sous une tension U de $12,0 \text{ V}$. La résistance R de l'induit est égale à $0,80 \Omega$.

Afin de limiter l'intensité I_d du courant de démarrage à $6,0 \text{ A}$, on place en série avec ce moteur une résistance R_d qu'un interrupteur centrifuge met en court-circuit lorsque la vitesse de rotation du moteur est suffisante.

1. Quelle valeur faut-il choisir pour R_d ?

2. Le moteur est traversé par un cou-

rant d'intensité $I = 3,0 \text{ A}$ lorsqu'il entraîne sa charge nominale à $n' = 3000 \text{ tr/min}$ (R_d en court-circuit). Calculer la f.é.m. E du moteur et le moment T_{em} du couple électromagnétique.

Solution :

1. Valeur de R_d

Le schéma équivalent du montage est représenté figure 4. A l'instant de la mise sous tension : $E = 0$ (car $\Omega = 0$), $U = U_d$ et $I = I_d$:

$$U_d = (R + R_d)I_d \Rightarrow R_d = \frac{U_d}{I_d} - R$$

Soit : $R_d = \left(\frac{12}{6} - 0,8\right) \Omega \Rightarrow \boxed{R_d = 1,2 \Omega}$

1. F.é.m. E du moteur

En charge, la résistance R_d est éliminée du circuit (interrupteur K fermé sur la figure 4).

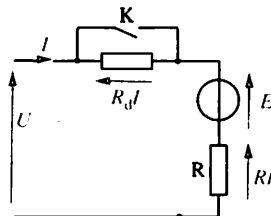


Fig. 4. Modèle équivalent du moteur associé à la résistance R_d . Après la phase de démarrage l'interrupteur K est fermé.

La f.é.m. est alors égale à :

$$\boxed{E = U - RI}$$

Soit : $E = (12,0 - 0,8 \times 3,0) \text{ V} \Rightarrow \boxed{E = 9,6 \text{ V}}$

Moment du couple T_{em}

Le moment du couple électromagnétique est donné par la relation suivante :

$$T_{em} = \frac{EI}{\Omega} \Rightarrow T_{em} = \left(\frac{9,6 \times 3}{2\pi \times \frac{3000}{60}}\right) \text{ Nm}$$

$\Rightarrow \boxed{T_{em} \approx 92 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}}$

1 Bilan des puissances

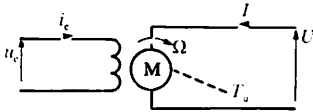


Fig. 1. Moteur à excitation indépendante.

Un moteur à excitation indépendante (fig. 1), reçoit :

- la puissance électrique $P_a = UI$, de la source qui alimente son induit;
- la puissance $p_{j_e} = u_e i_e$ de la source qui alimente son inducteur.

En régime permanent le moteur a atteint sa température d'équilibre et son énergie cinétique ne varie pas. En pareil cas, le moteur cède au milieu extérieur (à la charge qu'il entraîne, mais aussi à l'air qui l'entoure) une puissance égale à celle qu'il reçoit. Remarquons tout de suite que la puissance auxiliaire p_{j_e} est intégralement convertie en chaleur par effet Joule et cédée à l'air ambiant. Le bilan des puissances proprement dit porte donc uniquement sur la puissance P_a reçue par l'induit. Le principe de conservation de l'énergie (appelé premier principe de la thermodynamique) implique que l'on écrive :

$$P_a = P_u + \Sigma p$$

- P_u est la puissance utile fournie à la charge entraînée, sous forme mécanique :

$$P_u = T_u \Omega$$

si le couple utile de moment T_u , disponible sur l'arbre du moteur, provoque la rotation de la partie mobile à la vitesse angulaire Ω .

- Σp représente la somme des pertes de la machine, compte non tenu de la puissance P_{j_e} .

Pertes de puissance dans un moteur

Outre la puissance P_{j_e} dissipée par l'inducteur, nous distinguons :

- les pertes par effet Joule dans l'induit :

$$P_{j_i} = RI^2$$

R est la résistance du bobinage d'induit, mesurée à chaud.

- les pertes mécaniques : p_m

Elles sont dues aux divers frottements entre les organes en mouvement et les parties fixes (pertes dues à la ventilation, pertes aux paliers, etc.). Elles varient avec la fréquence de rotation.

- les pertes magnétiques ou pertes dans le fer : p_f

Elles sont dues aux courants de Foucault et au phénomène d'hystérésis qui se manifestent dans

RENDEMENT

les parties ferromagnétiques soumises à un champ magnétique variable. Ces pertes sont donc surtout localisées au rotor qui tourne par rapport au champ magnétique résultant dans l'entrefer.

Les pertes magnétiques dépendent du champ magnétique et de la fréquence de rotation. On peut admettre qu'elles sont pratiquement constantes lorsque le flux utile et la fréquence de rotation sont constants.

Donc :

$$\Sigma p = RI^2 + p_m + p_f$$

Remarque

Par abus de langage on appelle pertes constantes du moteur la somme $p_c = p_m + p_f$.

Nous avons vu que pour que cette somme soit sensiblement constante il faut que le flux utile et la fréquence de rotation soient constants.

Conclusion

La figure 2 résume le bilan des puissances.

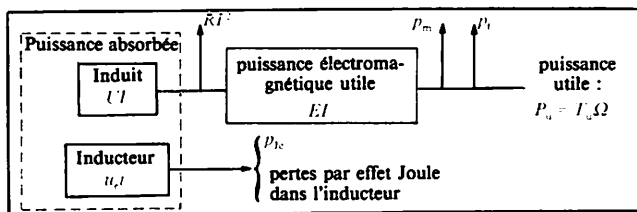


Fig. 2

2 Rendement

Définition

Le rendement du moteur est égal à :

$$\eta = \frac{P_u}{P_a + p_{je}}$$

- Autres expressions équivalentes :

$$\eta = \frac{P_u}{P_a + \Sigma p + p_{je}} = \frac{P_a - \Sigma p}{P_a + p_{je}}$$

ou :

$$\eta = \frac{T_u \Omega}{UI + p_{je}}$$

On définit parfois le rendement η^* de l'induit. Il résulte d'un bilan de puissances qui ne prend pas en compte la puissance fournie à l'inducteur. Ce rendement est égal à :

$$\eta^* = \frac{P_u}{P_a} = \frac{P_a - \Sigma p}{P_a} = \frac{T_u \Omega}{UI}$$

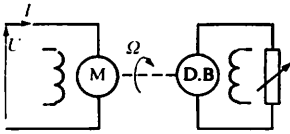


Fig. 3. Mesure directe du rendement de l'induit d'un moteur.

- Puissance reçue : UI .
- Puissance mécanique restituée à la dynamo-frein : $T_u \Omega = mgl\Omega$.

$$\eta^* = \frac{mgl\Omega}{UI}$$

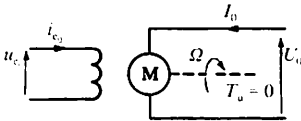


Fig. 4. Méthode des pertes séparées

- Le moteur fonctionne à vide :

$$U_0 = E + RI_0$$

La tension U_0 est calculée en connaissant R , et la f.é.m. E en charge ($E = U - RI$ si U et I correspondent respectivement à la tension d'alimentation et à l'intensité du courant dans l'induit en charge).

- On règle l'intensité du courant inducteur i_{e0} , de façon à obtenir une vitesse de rotation égale à Ω . En général i_{e0} , est différente de l'intensité i_e nécessaire pour obtenir la f.é.m. E en charge.

- Le moteur fonctionnant à vide : $U_0 I_0 = RI_0^2 + (p_m + p_f)$

$$U_0 I_0 \approx (p_m + p_f)$$

Exemple

Fonctionnement en charge :

- $U = 120 \text{ V}$, $I = 20 \text{ A}$,
- $n = 1200 \text{ tr/min}$.

On mesure :

$$R = 0,67 \Omega, i_e = 1,35 \text{ A}$$

F.é.m. en charge :

$$E = 120 - 0,67 \times 20 = 106,6 \text{ V}$$

Essai à vide :

$$U_0 = 107 \text{ V}, I_0 = 0,90 \text{ A}$$

$$I_{e0} = 1,25 \text{ A}, n' = 1200 \text{ tr/min}$$

Calcul des pertes :

$$(p_m + p_f) \approx U_0 I_0 = 96 \text{ W}$$

Détermination du rendement

• Méthode directe

Elle nécessite la mesure des quatre grandeurs U , I , Ω , T_u . La mesure du moment du couple utile nécessite un appareillage particulier : capteur de couple à jauges de contraintes ou dynamo-balance appelée également dynamo-frein (voir encadré chapitre 17).

La dynamo-balance est une machine à courant continu dont le stator peut pivoter autour de son axe. Elle permet de déterminer (à un faible écart systématique près), le moment du couple transmis par la machine qui l'entraîne.

Il est par conséquent possible de connaître directement la puissance utile fournie par le moteur : $P_u = T_u \Omega \approx mgl\Omega$ (fig. 3).

Le rendement de l'induit est alors sensiblement égal à :

$$\eta = \frac{mgl\Omega}{UI}$$

• Méthode dite des pertes séparées

Les mesures réalisées visent à permettre de connaître les pertes de la machine pour les conditions de fonctionnement prévues. Nous nous proposons de déterminer le rendement de l'induit d'un moteur qui, alimenté sous la tension U , tourne à la vitesse Ω lorsque le courant dans l'induit a une intensité I (fig. 4).

- Les pertes par effet Joule dans l'induit sont égales à RI^2 . Elles peuvent être calculées après avoir mesuré R à chaud.

- L'ensemble pertes mécaniques et pertes dans le fer ($p_m + p_f$) est fourni par un essai à vide dans lequel ces pertes ont la même valeur que dans le fonctionnement en charge prévu. Pour qu'il en soit ainsi le moteur doit avoir la même vitesse et la même f.é.m. dans les deux cas.

D'où le rendement cherché :

$$\eta^* = \frac{UI - RI^2 - (p_m + p_f)}{UI}$$

1 Un moteur à excitation indépendante fonctionne sous la tension d'induit $U = 230 \text{ V}$. Au point de fonctionnement nominal l'induit est parcouru par un courant d'intensité $I = 40,0 \text{ A}$. On a mesuré la résistance de l'induit : $R = 0,30 \Omega$ et celle de l'inducteur : $r = 120 \Omega$.
Un essai à vide, à la fréquence de rotation nominale, a donné les résultats suivants : $U_0 = 225 \text{ V}$, $I_0 = 1,2 \text{ A}$. Sachant que la tension d'alimentation de l'inducteur est $U_2 = 140 \text{ V}$, calculer le rendement du moteur.

Solution :

Si l'on désigne par p_{lr} les pertes par effet Joule dans l'induit (rotor) et par p_c les pertes mécaniques et magnétiques le rendement η est égal à :

$$\eta = \frac{UI - p_{lr} - p_c}{UI + \frac{u_e^2}{r}}$$

Notons que UI représente la puissance absorbée par l'induit et que $\frac{u_e^2}{r}$ est la puissance absorbée par l'inducteur. Pour calculer p_c nous utilisons les résultats de l'essai à vide :

$$U_0 I_0 = R I_0^2 + p_c \Rightarrow p_c = U_0 I_0 - R I_0^2$$

soit :

$$p_c = [225 \times 1,2 - 0,30 \times (1,2)^2] \text{ W} \Rightarrow p_c \approx 270 \text{ W}$$

Les pertes par effet Joule dans l'induit sont égales à :

$$p_{lr} = R I^2 \Rightarrow p_{lr} = [0,30 \times (40)^2] \text{ W} \Rightarrow p_{lr} = 480 \text{ W}$$

L'inducteur absorbe la puissance :

$$p_e = \frac{u_e^2}{r}$$

soit :

$$p_e = \left[\frac{(140)^2}{120} \right] \text{ W} \Rightarrow p_e \approx 163 \text{ W}$$

D'où la valeur du rendement

$$\eta = \frac{230 \times 40 - 480 - 270}{230 \times 40 + 163} \Rightarrow \eta = 90 \%$$

2 Pour mesurer le rendement de l'induit d'un moteur à excitation indépendante on utilise une dynamo-balance. Le moteur est alimenté sous une tension $U = 130 \text{ V}$ et l'induit est parcouru par un courant d'intensité $I = 30,0 \text{ A}$. Les relevés sont les suivants :
- fréquence de rotation :

$$n' = 1450 \text{ tr/min}$$

- variation de la longueur du bras de levier : $l = 0,80 \text{ m}$;

- masse marquée mobile : $m = 3,0 \text{ kg}$.

1. Quel est le moment T_u du couple transmis au stator de la dynamo-balance ?
2. Quelle est la puissance P_a absorbée par l'induit ?
3. Quel est le rendement η de l'induit ?

Solution :

1. Moment T_u du couple transmis au stator

Le moment du couple transmis au stator de la dynamo-balance a pour expression :

$$T_u = mgl$$

$$\text{D'où : } T_u = (3 \times 9,81 \times 0,8) \text{ Nm}$$

$$\Rightarrow T_u = 23,5 \text{ Nm}$$

2. Puissance P_a absorbée par l'induit

L'induit du moteur absorbe une puissance P_a telle que :

$$P_a = UI$$

soit :

$$P_a = (130 \times 30) \text{ W} \Rightarrow P_a = 3900 \text{ W}$$

3. Rendement η de l'induit du moteur

Le rendement de l'induit est donné par la relation suivante :

$$\eta = \frac{T_u \Omega}{P_a}$$

D'où :

$$\eta = \left(\frac{23,5 \times 2\pi \times \frac{1450}{60}}{3900} \right) \Rightarrow \eta = 91,4 \%$$

Un moteur pas à pas est un moteur électrique dont le rotor peut passer d'une position d'équilibre stable à une autre par de petits déplacements élémentaires très bien définis.

1 Moteurs à aimants permanents

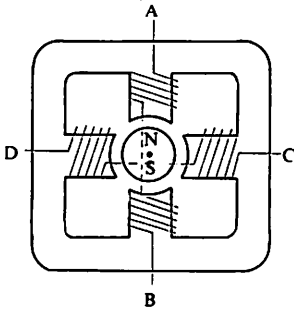


Fig. 1. Principe du moteur pas à pas à aimant permanent.

Description simplifiée

La figure 1 représente un moteur très simplifié qui comporte :

- un rotor bipolaire, constitué d'un aimant permanent,
- un stator à 4 pôles munis de bobines inductrices. Les bobines diamétralement opposées constituent une phase; elles sont connectées de façon à créer un pôle nord et un pôle sud. En inversant le sens du courant dans une phase, on permute les noms des pôles engendrés par les deux bobines.

Pilotage phase par phase

Alimentons la phase AB en respectant les polarités indiquées sur la figure 2 a.

Le rotor prend une position d'équilibre stable telle que le flux magnétique dans l'enroulement alimenté à travers chaque bobine soit maximal. Supprimons l'alimentation de la phase AB et alimentons la phase CD (fig. 2 b).

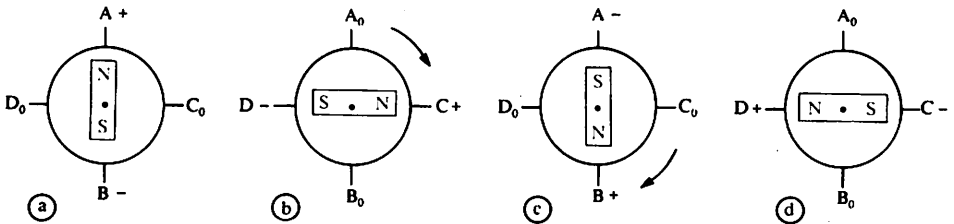


Fig. 2. Pilotage phase par phase. — Le moteur est alimenté de façon qu'un courant continu circule de A vers B. La phase CD n'est pas alimentée (C_0D_0). Dans cette situation, un pôle sud apparaît en A et un pôle nord en B.

— La succession des modes d'alimentation, symbolisés par les figures b, c et d, entraîne la rotation du rotor par pas de 90 degrés.

Le déplacement angulaire du rotor qui en résulte est appelé pas du moteur (90° dans cet exemple).

Par conséquent la séquence d'alimentation A_+B_- — C_+D_- — B_+A_- — D_+C_- provoque une rotation, pas à pas, dans le sens horaire (fig. 2 a à d). La séquence A_+B_- — D_+C_- — B_+A_- — C_+D_- provoquerait la rotation dans le sens opposé.

Pilotage biphasé. Rotation par pas

Alimentons deux phases simultanément comme l'indique la figure 3 a : le bobinage présente alors deux pôles sud consécutifs (en A et C), et deux

pôles nord consécutifs (en B et D). Il en résulte une nouvelle position d'équilibre du rotor que ne permettait pas d'obtenir le mode d'alimentation précédent.

La séquence d'alimentation présentée par la figure 3 provoque une rotation par déplacements successifs d'un pas dans le sens horaire.

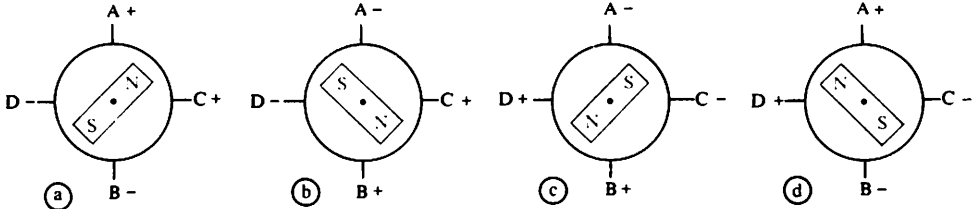


Fig. 3. Pilotage biphasé.

Rotation par demi-pas

Les schémas de la figure 4 montrent que la combinaison des deux modes d'alimentation précédents permet d'obtenir une rotation par demi-pas.

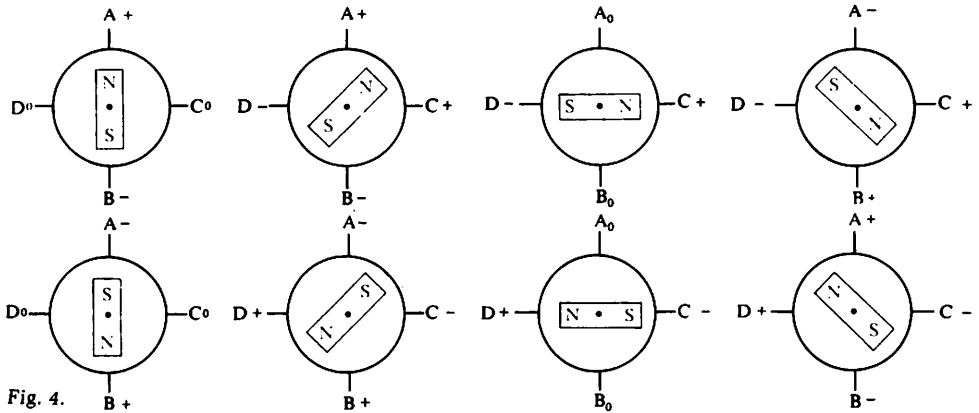


Fig. 4.

2 Moteurs à réluctance variable

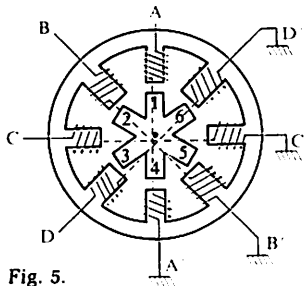


Fig. 5.

Le rotor, en fer doux, d'un moteur pas à pas à réluctance variable (fig. 5) comporte des dents en nombre différent du nombre de pôles du stator. Lorsqu'une phase est alimentée (phase AA' par exemple) elle attire la dent du rotor la plus proche (ici la dent 1 se place en face de A) afin que l'entrefer soit minimal. Le flux embrassé par la phase AA' est alors maximal. Cette modification relative de la position du rotor provoque une variation de réluctance du circuit magnétique (voir chap. 2).

Le rotor étant en fer doux, son mouvement ne dépend pas du sens du courant inducteur. Avec le moteur considéré, l'alimentation de la phase BB' (après celle de la phase AA') provoque un déplacement du rotor d'un pas de 15 degrés dans le sens horaire. Inversement, l'alimentation de la phase DD' provoquerait un déplacement d'un pas de 15° dans l'autre sens. C'est donc uniquement le choix de la séquence d'alimentation qui détermine le sens de rotation. Pour ces moteurs, le pilotage biphasé permet également le déplacement par demi-pas.

3 Alimentation des moteurs pas à pas. Applications

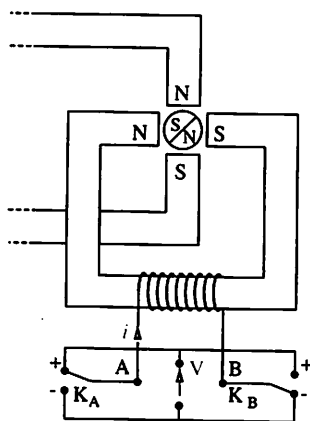


Fig. 6. Alimentation bipolaire d'un enroulement

$i > 0$: K_A : pos. + ; K_B : pos. -
 $i < 0$: K_A : pos. - ; K_B : pos. +
 $i = 0$: K_A : pos. - ; K_B : pos. -

Les séquences décrites par les figures 2, 3 et 4 nécessitent d'alimenter les deux enroulements statoriques du moteur biphasé à aimants permanents de façon que les courants puissent changer de sens. La figure 6 illustre le principe de l'alimentation bipolaire d'un enroulement : selon la position des commutateurs l'intensité i peut être positive, négative ou nulle.

En pratique cette alimentation est réalisée à l'aide de circuits intégrés spécialisés (fig. 7), eux-mêmes commandés par une unité logique.

Les moteurs pas à pas peuvent être prévus pour plusieurs centaines de pas par tour. Pour certains, le déplacement angulaire élémentaire peut être inférieur à un degré.

Ils sont utilisables pour réaliser un positionnement angulaire de grande précision et aussi pour un fonctionnement à vitesse réglable. Toutefois leurs performances dynamiques dépendent beaucoup du dispositif d'alimentation et de commande.

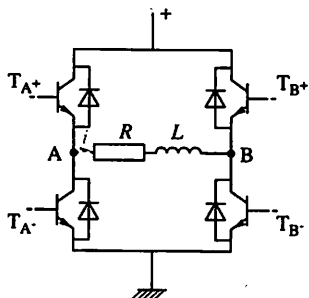


Fig. 7. Schéma de principe de la partie puissance d'un circuit intégré destiné à l'alimentation d'un enroulement d'un moteur pas à pas.

- En régime statique :
 $i > 0$: les transistors T_{A+} et T_{B-} sont saturés ;
 T_{A-} et T_{B+} sont bloqués ;
 $i < 0$: T_{B+} et T_{A-} sont saturés ;
 T_{B-} et T_{A+} sont bloqués.

- Les diodes, placées en parallèle avec les transistors, appelées diodes de roue libre, interviennent lors des régimes transitoires.

L'enroulement statorique d'un moteur pas à pas à aimant permanent est triphasé. Sur la figure 8 a on a représenté la bobine de l'une des phases (phase 1) ainsi que son axe AA' . Ce bobinage peut être parcouru par un courant ayant soit le sens dessiné sur la figure 8 a (par convention, nous disons qu'il s'agit d'un courant positif), soit le sens contraire (courant négatif). Ainsi, quand la phase 1 est parcourue par un courant positif, l'aimant constituant le rotor se place dans la position représentée sur la figure (sens $A'A$). Les axes BB' et CC' des phases 2 et 3, décalés respectivement de 120° et 240° par rapport à AA' , sont également représentés.

1. On alimente chaque phase à tour de rôle, en commençant par la phase 1 dans laquelle on fait circuler un courant positif (partie de séquence appelée 1^+). On désire que le rotor tourne dans le sens des aiguilles d'une montre avec un pas de 60° . Préciser l'ordre d'alimentation des phases ainsi que les sens des courants nécessaires.
2. La séquence d'alimentation est désormais la suivante :

$1^+ ; 1^+ \text{ et } 3^- ; 3^- ; 3^- \text{ et } 2^+ ; 2^+$

- a) Indiquer par des schémas, les positions successives prises par le rotor.
- b) Quel est le nouveau pas du moteur ?
- c) Compléter la séquence précédente jusqu'à ce que le rotor revienne à sa position initiale $A'A$.

Solution :

1. Ordre d'alimentation des phases

Si l'on veut un pas de 60° et pour sens

de rotation celui des aiguilles d'une montre, l'axe sud-nord de l'aimant rotorique doit, après la direction AA' et le sens $A'A$, prendre la direction CC' et le sens CC' . Cette nouvelle direction est celle de l'axe de la phase 3. C'est donc cette phase qu'il faut alimenter après la phase 1. Mais il faut l'alimenter par un courant négatif si l'on désire que l'axe sud-nord de l'aimant soit bien dirigé selon CC' . Notons 3^- ce branchement.

La troisième direction que doit prendre l'axe du rotor est la direction $B'B$: il faut donc alimenter la phase 2 de manière que le champ magnétique produit soit dirigé dans le sens $B'B$: il faut que le courant de la phase 2 soit positif (branchement 2^+).

La séquence d'alimentation des phases doit donc être la suivante :

$1^+ ; 3^- ; 2^+ ; 1^- ; 3^+ ; 2^- ; 1^- ; \text{etc.}$

2. Positions du rotor

Sur la figure 8, nous avons fait figurer uniquement les bobinages qui sont parcourus par des courants, en indiquant les sens de ces derniers et les différentes positions du rotor.

Pas du moteur

Nous constatons qu'à chaque changement d'alimentation, le rotor progresse d'un pas égal à 30° (voir fig. 8).

Séquence complète

Chaque phase reste alimentée pendant 3 pas ; le sens de rotation étant le même que dans la question 1, l'ordre d'alimentation des phases est le même. Après 2^+ , on a donc : $2^+ \text{ et } 1^- ; 1^- ; 1^- \text{ et } 3^+ ; 3^+ \text{ et } 2^- ; 2^- \text{ et } 1^+ ; 1^+ ; \text{etc.}$

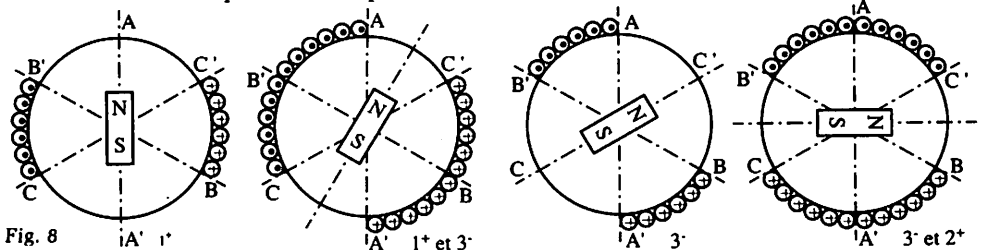


Fig. 8

1 Utilisation d'un aimant

Lorsque l'aimant en fer à cheval (fig. 1) tourne autour d'un axe vertical, l'aiguille aimantée, placée sur son pivot, entre elle-même en rotation. Nous dirons qu'elle est soumise à un champ tournant.

2 Utilisation d'un système triphasé de courants

Première expérience

Trois bobines à noyau de fer, identiques, dont les axes sont régulièrement décalés de 120° (fig. 2) sont alimentées par un système triphasé de courants dont les intensités sont les suivantes :

$$i_1 = I \sqrt{2} \cos \omega t$$

$$i_2 = I \sqrt{2} \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$i_3 = I \sqrt{2} \cos \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right)$$

Une aiguille aimantée, dont l'axe de rotation est porté par un étrier (fig. 3), est placée au centre du système.

- Alimentons les trois bobines. L'aiguille aimantée tourne spontanément dans le sens horaire. Sa fréquence de rotation, mesurée à l'aide d'un stroboscope, est $n_s = 50$ tr/s.

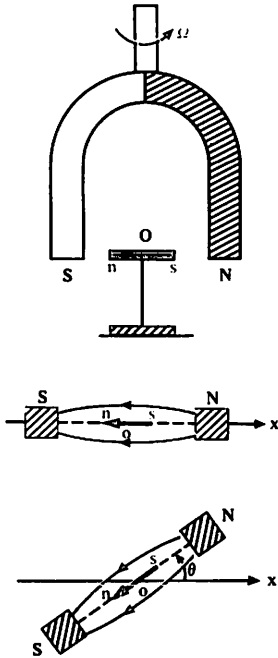


Fig. 1. Champ tournant dans l'air.

Lorsqu'il est immobile, l'aimant en fer à cheval crée un champ magnétique fixe qui provoque l'orientation de l'aiguille aimantée.

Lorsque l'aimant tourne, il entraîne avec lui l'ensemble des lignes de champ. L'aiguille aimantée suit le champ : elle reste sensiblement confondue avec l'axe de ce champ. Au point O, un objet fixe est soumis à un champ tournant.

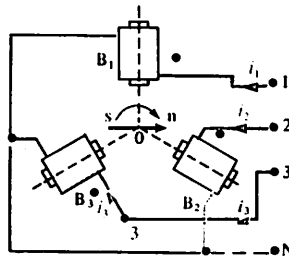


Fig. 2. Champ tournant dans l'air.

B_1 , B_2 et B_3 sont trois bobines de 1 000 spires (bobines de transformateurs démontables) munies de noyaux feuilletés parallélépipédiques. Elles sont alimentées par un réseau

triphase sous des tensions de 127 V entre phases et neutre. Les sens des bobinages sont repérés : les bornes homologues sont indiquées par un point.

Distance approximative du centre de symétrie de la figure aux faces les plus proches des noyaux : 8 cm. Longueur maximale totale de l'aiguille aimantée : 8 cm. Le pivot de l'aiguille aimantée doit être situé suivant l'axe de symétrie du système des trois bobines.

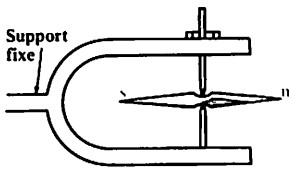


Fig. 3. Dispositif utilisé pour l'expérience 2. L'aiguille aimantée est ainsi maintenue en position convenable (en particulier, elle ne peut tomber).

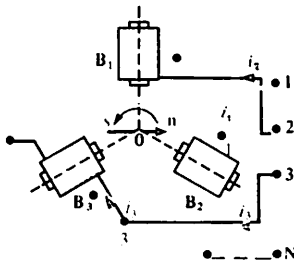
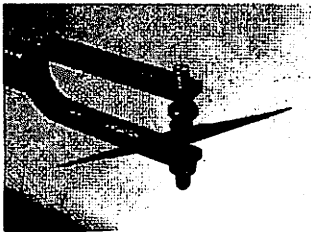
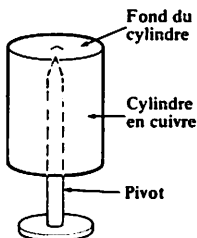


Fig. 4. La permutation de deux fils de liaison bobines-réseau entraîne le changement du sens de rotation de l'aiguille.



Aiguille aimantée maintenue entre les deux pivots.



Conclusion

L'ensemble des trois bobines, convenablement alimenté, crée un champ tournant dans l'air. Celui-ci est mis en évidence par l'aiguille aimantée dont la fréquence de rotation est exactement égale à la fréquence des courants dans les bobines : $n_s = f$. La fréquence de rotation du champ tournant est appelée fréquence de synchronisme.

- Permutons les liaisons des bobines B_1 et B_2 au réseau (fig. 4). L'aiguille aimantée tourne encore spontanément mais dans le sens anti-horaire; sa fréquence de rotation reste inchangée (50 tr/s).

Conclusion

La permutation de deux phases provoque l'inversion du sens de rotation du champ tournant.

Deuxième expérience

L'aiguille aimantée est remplacée par un cylindre creux en cuivre (fig. 5). Le système des bobines et son alimentation sont inchangés.

• Dès que les trois bobines sont alimentées, le cylindre se met à tourner. La fréquence de rotation observée est assez faible, et dans les conditions de notre expérience, très inférieure à la fréquence de synchronisme : la rotation est asynchrone.

• Permutons deux phases comme dans la première expérience : nous constatons alors que le cylindre en cuivre, comme l'aiguille aimantée précédemment, change de sens de rotation.

Conclusion

Trois bobines régulièrement décalées dans l'espace, alimentées par les courants d'un système triphasé, créent dans l'air, au centre du système, un champ tournant à la fréquence de synchronisme $n_s = f$.

La permutation de deux phases provoque le changement du sens de rotation du champ tournant.

Fig. 5. Entraînement asynchrone. Un cylindre de cuivre, en équilibre sur un pivot, est placé au centre du système de trois bobines. Son rayon est assez faible devant la

distance du pivot aux bobines. Il est spontanément entraîné à une fréquence n très inférieure à n_s (fréquence de synchronisme) : son mouvement est asynchrone.

3 Utilisation d'un courant sinusoïdal

Nous reprenons le dispositif expérimental utilisé précédemment (trois bobines et une aiguille aimantée). Alimenté en triphasé, il permet de mettre l'aiguille aimantée en rotation dans le sens horaire ou dans le sens anti-horaire (branchement de la figure 2 ou de la figure 4).

Lorsque l'aiguille est lancée, à l'aide d'interrupteurs nous supprimons l'alimentation de deux bobines B_1 et B_2 . Une seule reste donc en fonctionnement, traversée par un courant sinusoïdal. Nous constatons que l'aiguille poursuit sa rotation, dans le sens où elle a été lancée (même si on la déplace alors dans le champ de la bobine, à la condition d'opérer lentement). Une mesure au stroboscope montre qu'elle tourne à 3 000 tr/min.

Le champ magnétique sinusoïdal, de fréquence $f = 50$ Hz, créé par la seule bobine B_3 , est donc susceptible d'entretenir la rotation d'une aiguille aimantée préalablement lancée, et cela dans l'un ou l'autre des deux sens de rotation possibles.

En tout point situé dans l'air où règne un champ magnétique sinusoïdal de fréquence f , tout se passe comme s'il existait deux champs tournant en sens inverses, de fréquence de rotation commune $n_s = f$ (on montre que leurs amplitudes sont égales). Nous pouvons aussi réaliser cette expérience directement en utilisant deux bobines identiques, coaxiales (fig. 6) traversées par le même courant sinusoïdal de fréquence 50 Hz. Quand les bobines sont alimentées, l'aiguille aimantée vibre mais ne tourne pas. Si l'une de ses extrémités est frappée avec une petite baguette, l'aiguille entre en rotation et, assez souvent, elle se synchronise avec le champ tournant puisqu'elle tourne ensuite à la fréquence de synchronisme $n_s = f$. Toutefois, il faut pour cela qu'elle ait été frappée à un instant convenable (par rapport à l'état du champ magnétique sinusoïdal qui existe au niveau de l'aiguille).

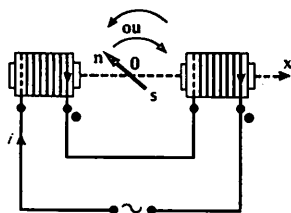


Fig. 6. Champ tournant dans l'air produit par un courant sinusoïdal. Il est nécessaire de lancer l'aiguille, indifféremment dans un sens ou dans l'autre, pour obtenir le mouvement de rotation.

Les bobines utilisées sont les mêmes que pour le montage de la figure 2, (deux bobines en série sous 220 V ou deux bobines en parallèle sous 127 V). Pour le branchement, bien respecter les positions des bornes homologues des bobines.

Conclusion

Deux bobines coaxiales alimentées par le même courant sinusoïdal de fréquence f créent dans l'air, au centre du système, deux champs tournants, de sens inverses, dont la fréquence commune de synchronisme est $n_s = f$.

Les 3 bobines à noyau de fer de la figure 2 sont alimentées par un système triphasé de courants dont les intensités sont les suivantes :

$$i_1 = I\sqrt{2} \cos \omega t \quad \text{avec : } \omega = 2\pi f$$

$$i_2 = I\sqrt{2} \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$i_3 = I\sqrt{2} \cos \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right)$$

Le champ produit tourne dans le sens horaire.

1. Quelle doit être la valeur de la pulsation ω pour que la fréquence de synchronisme soit $n'_s = 3600$ tr/min ?

2. Dessiner les vecteurs de Fresnel associés à ces intensités.

On prendra pour amplitude des courants 6,0 A.

Les bobines sont maintenant alimentées par des courants dont les intensités ont pour expression :

$$i'_1 = I\sqrt{2} \cos \omega t$$

$$i'_2 = I\sqrt{2} \cos \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$i'_3 = I\sqrt{2} \cos \left(\omega t + \frac{4\pi}{3} \right)$$

3. Dessiner les vecteurs de Fresnel associés à ces intensités.

4. En déduire le sens de rotation du champ tournant produit.

Solution :

1. Pulsation ω

Nous savons que la fréquence de rotation du champ obtenu est telle que :

$$n_s = f = \frac{\omega}{2\pi}$$

La fréquence de rotation n_s du champ tournant, exprimée en tours par seconde, est égale à :

$$n_s = \frac{n'_s}{60} \quad \text{soit : } n_s = \left(\frac{3600}{60} \right) \text{ tr/s}$$

D'où : $\omega = 2\pi n_s$

$$\text{Soit : } \omega = \left(2\pi \times \frac{3600}{60} \right) \text{ rad/s}$$

$$\Rightarrow \omega \approx 377 \text{ rad/s}$$

2. Vecteurs de Fresnel $\vec{I}_1, \vec{I}_2, \vec{I}_3$

Les intensités i_1, i_2 et i_3 ayant même amplitude, même pulsation mais étant

déphasées chacune de $\frac{2\pi}{3}$ les unes par

rapport aux autres (retard de i_2 par rapport à i_1 , de i_3 par rapport à i_2 , de i_1 par rapport à i_3), les vecteurs Fresnel associés ont même norme mais sont décalés les uns par rapport aux autres comme indiqué sur la figure 7.

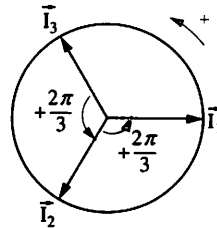


Fig. 7

3. Vecteurs de Fresnel $\vec{I}'_1, \vec{I}'_2, \vec{I}'_3$

Les expressions de i'_1, i'_2, i'_3 montrent que :

$$\vec{I}'_1 = \vec{I}_1; \vec{I}'_2 = \vec{I}_3 \text{ et } \vec{I}'_3 = \vec{I}_2$$

A partir du diagramme de Fresnel de la figure 7 le lecteur déduira donc sans difficulté celui qui est demandé.

4. Sens de rotation du champ tournant

Le champ produit par i'_1, i'_2 et i'_3 est identique à celui que nous aurions obtenu en permutant les phases 2 et 3 (i_2 et i_3). Donc le champ produit par i'_1, i'_2 et i'_3 tourne dans le sens antihoraire.

1 Étude qualitative

Les expériences du chapitre précédent, réalisées dans l'air, ne peuvent pas rendre compte, avec rigueur, des phénomènes électromagnétiques qui apparaissent dans l'entrefer d'une machine possédant un stator triphasé.

Une étude conduite sur une machine simplifiée à l'extrême permettra une approche plus exacte de la notion de champ tournant dans un entrefer.

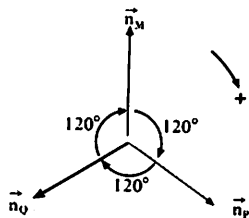


Fig. 2. Normales orientées aux trois spires du dispositif triphasé utilisé.

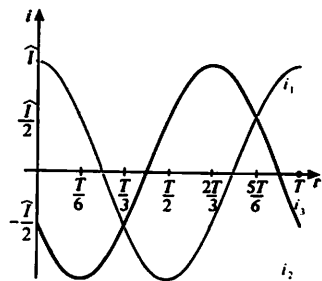


Fig. 3. Système triphasé de courants.

Description du modèle étudié

- La machine représentée sur la figure 1 comporte :
- deux cylindres ferromagnétiques coaxiaux séparés par un entrefer (un cylindre extérieur creux, un cylindre intérieur plein);
 - six conducteurs régulièrement répartis à la périphérie de l'entrefer, sur le cylindre externe, réunis deux par deux pour former trois spires plates, M et M' , P et P' , Q et Q' , dont les plans sont régulièrement décalés de 120° dans le sens horaire.

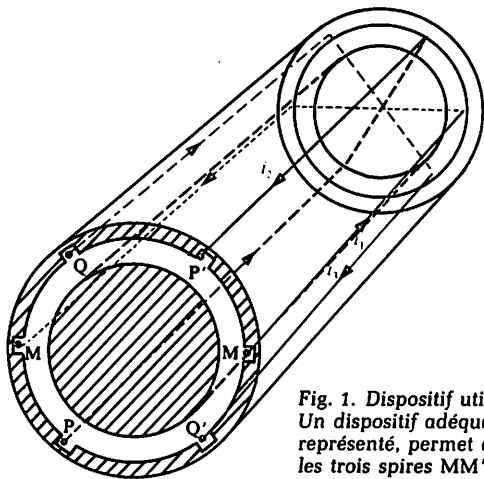


Fig. 1. Dispositif utilisé. Un dispositif adéquat, non représenté, permet d'alimenter les trois spires MM' , PP' et QQ' .

Conventions de signe

Les trois spires sont orientées comme l'indiquent les flèches portées par les conducteurs. La règle de la main droite permet de placer les normales \vec{n}_M , \vec{n}_P , \vec{n}_Q , à ces spires (fig. 2).

Alimentation du dispositif

Les courants dans les spires MM' , PP' et QQ' , d'intensités respectives, i_1 , i_2 et i_3 forment un système triphasé (fig. 3). Ces intensités sont positives quand les courants respectifs circulent effectivement de M vers M' , de P vers P' , de Q vers Q' .

Champ magnétique résultant dans l'entrefer

Chaque spire est parcourue par un courant variable et crée, par conséquent, en tout point de l'entrefer, un champ magnétique variable.

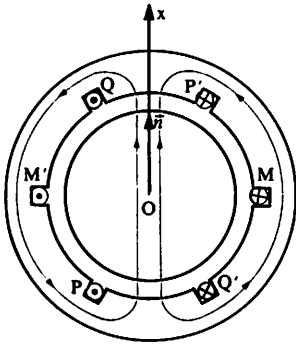
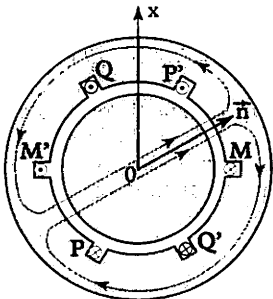


Fig. 4 a. Répartition instantanée des courants. A la date $t_0 = 0$: $i_1 = \hat{I}$: le courant entre par M et sort par M' ; $i_2 = -0,5\hat{I}$: le courant entre par P' et sort par P ; $i_3 = -0,5\hat{I}$: le courant entre par Q' et sort par Q. Cette répartition crée un pôle nord et un pôle sud : le champ magnétique est bipolaire. L'axe de ce champ coïncide avec l'axe de la spire MM' dans laquelle l'intensité du courant est maximale ($i_1 = \hat{I}$).



Fig. 4 b. Disposition de la normale \vec{n}_M et du vecteur unitaire \vec{n} qui définit la position de l'axe du champ résultant à l'instant $t_0 = 0$.



Le champ produit par l'ensemble des trois courants parcourant les trois spires est appelé **champ résultant**. En l'observant à différents instants nous allons constater qu'il s'agit d'un **champ tournant** et nous pourrons préciser certaines de ses caractéristiques.

a) Champ à l'instant initial $t_0 = 0$

A l'instant $t_0 = 0$, les courants ont les intensités

suivantes (voir fig. 3) : $i_1 = \hat{I}$, $i_2 = i_3 = -\frac{\hat{I}}{2}$. Ces résultats

permettent de représenter symboliquement le stator en indiquant sur les conducteurs les sens réels des courants (fig. 4 a).

Ainsi à l'instant considéré, le stator est équivalent à un ensemble de trois spires de même axe : spire MM' parcourue par un courant d'intensité \hat{I} de M vers M' ; spire P'Q parcourue par un courant d'intensité $(0,5\hat{I})$ de P' vers Q ; spire Q'P parcourue par un courant d'intensité $(0,5\hat{I})$ de Q' vers P.

A cette configuration correspond un champ résultant dont l'axe orienté est défini par le vecteur unitaire \vec{n} . A l'instant $t_0 = 0$ il coïncide avec la normale \vec{n}_M (fig. 4 b) et sa position peut être définie par l'angle $\theta = (\overline{Ox}, \vec{n}) = 0$.

b) champ aux instants t_1 et t_2

En opérant comme précédemment nous déterminons la position du champ résultant aux instants

$t_1 = \frac{T}{6}$ (fig. 5 et 7) et $t_2 = \frac{T}{3}$ (fig. 6 et 8).

Conclusions

- Le champ magnétique dû à l'ensemble des trois spires parcourues par des courants dont les intensités forment un système triphasé, tourne dans le sens horaire.

Fig. 5. Répartition instantanée des courants à la date $t_1 = \frac{T}{6}$:

$$\left(i_1 = i_2 = +\frac{\hat{I}}{2}, i_3 = -\hat{I} \right)$$

L'axe du champ tournant et l'axe de la spire Q'Q dans laquelle l'intensité i_3 du courant est égale à $-\hat{I}$, ont même direction mais leurs sens sont opposés.

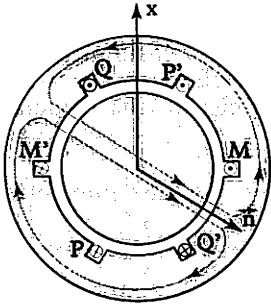


Fig. 6. Répartition instantanée des courants à la date $t_2 = \frac{T}{3}$. $i_1 = i_3 = -\frac{\hat{I}}{2}$; $i_2 = \hat{I}$. L'axe du champ tournant coïncide avec l'axe de la spire PP' parcourue par un courant d'intensité \hat{I} .

- Ce champ tournant décrit un angle de $\frac{\pi}{3}$ rad en une durée égale à $\frac{T}{6}$; nous verrons que son mouvement de rotation a lieu à vitesse constante Ω :

$$\Omega = \frac{\pi}{3} : \frac{T}{6} = \frac{2\pi}{T}$$

soit : $\Omega = \omega$ (ω : pulsation des courants)

- La fréquence de rotation n du champ tournant est égale à la fréquence f des courants. En effet :

$$\Omega = \omega \Rightarrow 2\pi n = 2\pi f \Rightarrow n = f$$

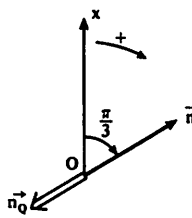


Fig. 7. Disposition des vecteurs \vec{n}_0 et \vec{n} à l'instant t_1 .

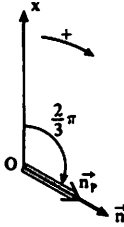


Fig. 8. Disposition des vecteurs \vec{n}_p et \vec{n} à l'instant t_2 .

2 Champ tournant dans l'entrefer d'une machine triphasée

Le stator d'une machine triphasée réelle comporte un assez grand nombre de spires réparties en trois enroulements régulièrement décalés et respectivement parcourus par un système triphasé de courants. En un point A de l'entrefer, repéré par l'angle θ , on obtient un champ magnétique résultant :

$$B(t, \theta) = \widehat{B} \cos(\omega t - p\theta)$$

où p est le nombre de paires de pôles par phase. Ce champ est à répartition sinusoïdale car à un instant t_0 quelconque le champ évolue selon la position θ du point A comme $\cos(\omega t_0 - p\theta)$. Pour une machine bipolaire (cas de la figure 1 : $p = 1$) l'ensemble des lignes de champ tourne à la vitesse :

$$\Omega = \omega$$

Pour une machine comportant p paires de pôles par phase la vitesse du champ tournant est :

$$\Omega = \frac{\omega}{p}$$

1 Un stator tétrapolaire est alimenté par un système triphasé de courants de fréquence 50 Hz.

1. Quelle est la fréquence de rotation du champ magnétique tournant ?
2. Quelle est l'expression de la répartition du champ magnétique, supposé sinusoïdal, d'amplitude 1,4 T ?

Solution :

1. Fréquence de rotation n du champ magnétique tournant

La fréquence de rotation n se déduit de la valeur de la vitesse angulaire Ω du champ tournant :

$$n = \frac{\Omega}{2\pi}$$

Or, pour une machine qui comporte p paires de pôles par phase, cette vitesse Ω est liée à la pulsation ω du courant produisant le champ magnétique par la relation :

$$\Omega = \frac{\omega}{p} \quad \text{avec} \quad \omega = 2\pi f$$

D'où : $n = \frac{f}{p}$ avec : $p = 2$ (machine tétrapolaire).

$$\text{Soit : } n = \frac{50}{2} \text{ tr/s} \Rightarrow \boxed{n = 25 \text{ tr/s}}$$

2. Champ magnétique dans l'entrefer

Avec des axes de références et une origine des temps convenables le champ magnétique dans l'entrefer s'exprime par la relation générale :

$$B(\theta) = \widehat{B} \cos(\omega t - p\theta)$$

Dans le cas considéré, ce champ à répartition sinusoïdale, est donné par l'expression :

$$B(\theta) = 1,4 \cos(\omega t - 2\theta)$$

Par exemple à l'instant $t = 0$, le champ en chaque point de l'entrefer est donné par la relation :

$$B(\theta) = 1,4 \cos 2\theta$$

2 Pour une machine triphasée tétrapolaire indiquer :

1. le nombre de bobines par phase,
2. le nombre total de bobines,
3. le décalage angulaire d'une bobine avec la suivante.

Solution :

1. Nombre de bobines N_p par phase

Une machine tétrapolaire comporte 4 pôles par phase. Pour obtenir 2 pôles de noms contraires (un nord et un sud) il faut une bobine. Chaque enroulement est donc formé de 2 bobines en série :

$$\Rightarrow \boxed{N_p = 2}$$

2. Nombre total N_T de bobines

Le bobinage complet associe 3 enroulements (un par phase).

$$\text{Donc : } N_T = 3N_p \Rightarrow \boxed{N_T = 6}$$

3. Décalage angulaire θ d'une bobine avec la suivante

On a 6 bobines régulièrement réparties sur la périphérie du stator.

$$\text{D'où : } \theta = \frac{2\pi}{6} \Rightarrow \boxed{\theta = \frac{\pi}{3}}$$

1 Moteurs triphasés

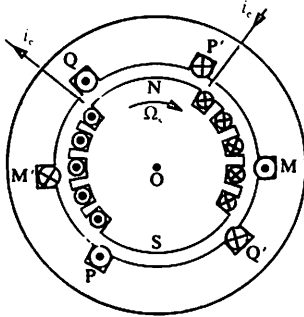


Fig. 1. Machine synchrone triphasée avec inducteur à pôles lisses.

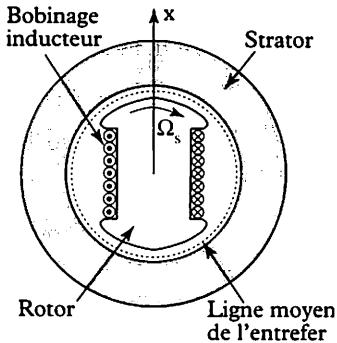


Fig. 2. Machine synchrone avec inducteur à pôles saillants. Le rotor, entraîné à la vitesse angulaire Ω_s , crée dans l'entrefer un champ tournant dont l'axe est défini par le vecteur unitaire \vec{n}_r . Ce champ est à répartition sinusoïdale, il a la même configuration que le champ tournant engendré par le système triphasé de courants statoriques.

Moteur synchrone triphasé

- Le stator, dont le schéma de principe est représenté figure 1, porte des enroulements alimentés par un système triphasé de tensions. Les courants statoriques, dont la fréquence est imposée par le réseau d'alimentation, créent le champ tournant exciteur.
- Le rotor de cette machine (fig. 1 et 2) est un aimant ou un électro-aimant alimenté en courant continu. Il crée le champ tournant rotorique.
- Si le rotor est amené à une vitesse voisine du synchronisme, la rotation se maintient car un couple moteur résulte alors des actions électromagnétiques entre le champ tournant exciteur et le champ tournant induit.

Le moteur synchrone tourne à la vitesse du champ tournant ou vitesse de synchronisme :

$$\Omega_s = \frac{\omega}{p} = \frac{2\pi}{p} f$$

imposée par la fréquence des tensions alimentant le stator.

Moteur asynchrone triphasé

- Le stator triphasé (également représenté schématiquement par le dispositif de la figure 1) crée le champ tournant exciteur comme dans le moteur précédent.
- Le rotor comporte soit un bobinage en court-circuit, soit des conducteurs massifs. Dans les deux cas, on peut considérer que le circuit rotorique forme un circuit fermé sur lui-même. Sous l'action du champ tournant, des f.é.m. sont induites dans les conducteurs rotoriques. Ces derniers sont alors parcourus par des courants induits (courants de Foucault) qui créent le champ tournant induit. Ce champ, vu du stator, tourne à la même vitesse que le champ tournant exciteur. Les actions électrodynamiques entre ces courants et le champ tournant créent un couple moteur responsable de la rotation du rotor. D'après la loi de Lenz, le système réagit en s'opposant à la cause du phénomène d'induction électromagnétique, c'est-à-dire au déplacement relatif du champ tournant par rapport aux conducteurs rotoriques. Comme le champ tourne à une vitesse Ω_s ,

PRINCIPE

le rotor suit le champ tournant et il tourne à une vitesse Ω qui approche Ω_s , tout en restant obligatoirement inférieure à cette vitesse de synchronisme.

En effet, si la vitesse Ω devenait égale à Ω_s , il n'y aurait plus de déplacement relatif du champ par rapport aux conducteurs, donc pas d'actions électromagnétiques et pas de couple moteur.

2 F.é.m. produite par un champ tournant

Expérience

Les extrémités d'un conducteur rectiligne, placé dans l'entrefer d'un petit moteur asynchrone triphasé, sont réunies à un oscilloscope (fig. 3). Lorsque le moteur tourne, une f.é.m. alternative pratiquement sinusoïdale, de fréquence égale à celle du courant statorique, est induite dans le conducteur. Si le moteur est freiné et ralenti, la fréquence de cette f.é.m. n'est pas modifiée.

Interprétation

Soit θ_0 la position angulaire du conducteur. Il est soumis à un champ tournant d'axe défini par le vecteur unitaire \vec{n} , de vitesse angulaire $\Omega = \omega$, d'amplitude \widehat{B} et de valeur instantanée :

$$B(t, \theta_0) = \widehat{B} \cos(\omega t - \theta_0)$$

Si nous désignons par l la longueur utile du conducteur et par v la vitesse du conducteur par rapport au champ ($v = R\omega$), la f.é.m. induite instantanée a pour expression :

$$e = [B(t, \theta_0)]lv$$

$$\text{soit : } e = \omega R l \widehat{B} \cos(\omega t - \theta_0)$$

$$\text{et : } e = \widehat{E} \cos(\omega t - \theta_0) \text{ avec : } \widehat{E} = \omega R l \widehat{B}$$

Généralisation

Très souvent la configuration du champ tournant correspond à un nombre de pôles supérieur à deux. Alors, si p désigne le nombre de paires de pôles, on peut montrer que la f.é.m. instantanée dans un conducteur s'écrit :

$$e = \Omega R l \widehat{B} \cos[p(\Omega t - \theta_0)] \quad \text{avec : } \Omega = \frac{\omega}{p}$$

Dans cette expression, Ω est la vitesse angulaire du champ tournant possédant $2p$ pôles et ω la pulsation des courants parcourant les enroulements statoriques pour produire le champ tournant.

La relation entre la vitesse angulaire ω du champ magnétique et sa vitesse linéaire v en un point de l'entrefer à une distance R de l'axe de rotation est : $v = R\omega$

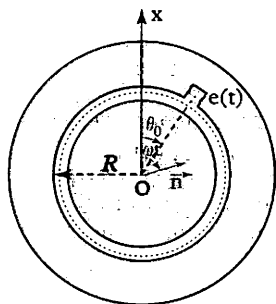


Fig. 3. F.é.m. induite dans un conducteur fixe balayé par un champ tournant.

La force électromotrice induite dans le conducteur est légèrement modulée par le passage devant ce conducteur des différentes barres conductrices formant le bobinage rotorique.

Un conducteur fixe, placé dans l'entrefer d'une machine triphasée comportant p paires de pôles, où règne un champ magnétique tournant, est le siège d'une f.é.m. alternative de pulsation $\omega = p\Omega$ si Ω est la vitesse angulaire du champ tournant, et d'amplitude proportionnelle à cette vitesse.

Dans le cas d'un conducteur mobile se déplaçant dans un entrefer, on doit considérer la vitesse angulaire relative Ω_r du champ tournant par rapport au conducteur. Dans ce cas, la f.é.m. induite a pour expression : $e = \Omega_r R l \widehat{B} \cos[p(\Omega_r t - \theta_0)]$
 Sa pulsation est égale à : $\omega_r = p\Omega_r$.

3 Composition de champs tournants synchrones

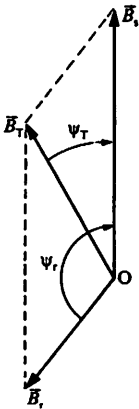


Fig 4. Diagramme de composition des champs tournants.

Cette figure fait apparaître la règle de composition vectorielle des champs tournants. La position de l'axe du champ résultant est connue par ψ_T , elle est représentée à l'instant $t = 0$. Son amplitude vaut B_T . Cela suffit pour connaître à tout instant l'expression du champ magnétique résultant en un point P de l'entrefer caractérisé par son angle θ .

En général, dans les machines à courant alternatif, le champ tournant dans l'entrefer résulte des effets combinés de deux champs tournant à la même vitesse (champs synchrones) :

- l'un est engendré par le système triphasé de courants alimentant les enroulements du stator;
- l'autre émane du rotor.

En négligeant tous les phénomènes non linéaires (saturation, hystérésis) nous pouvons composer le champ statorique d'axe \vec{n}_s et le champ rotorique d'axe \vec{n}_r , chacun de ces champs étant défini et calculé en l'absence de l'autre (méthode de superposition). En général les axes de ces deux champs sont décalés (fig. 4) $(\vec{n}_r, \vec{n}_s) = \psi_r$, et leurs amplitudes sont différentes.

La direction de l'axe du champ tournant résultant \vec{B}_T est décalée d'un angle ψ_T par rapport à celle du champ du stator. Cette direction et l'amplitude B_T sont données par la construction graphique de la figure 4. Cette figure reste identique à elle-même en tournant à vitesse constante.

Conclusion

Tout champ magnétique à répartition sinusoïdale, tournant dans l'entrefer d'une machine, peut être caractérisé par un vecteur \vec{B} .

La direction de \vec{B} est celle de l'axe du champ tournant.

Son intensité est égale à la valeur maximale \widehat{B} du champ magnétique dans l'entrefer (au niveau de l'axe).

1 Un dispositif permet de visualiser à l'oscilloscope, simultanément :

- sur la voie 1, la tension u alimentant une phase du stator d'une machine triphasée (avec un atténuateur);
- sur la voie 2 la f.é.m. induite dans un conducteur placé dans l'entrefer de cette machine (en fait le conducteur est logé dans une encoche du stator).

A vide, on observe que la f.é.m. induite dans le conducteur est sinusoïdale, qu'elle a une amplitude de 3,0 V et qu'elle présente un retard de 30° par rapport à la tension u .

En charge, l'amplitude de la f.é.m. induite prend la valeur 2,5 V et présente un retard de 75° par rapport à la tension u .

On admet que la f.é.m. induite dans le conducteur par un champ tournant a une amplitude proportionnelle à celle du champ : 1,0 V correspond à 0,4 T. Donner les positions respectives des champs magnétiques statorique \vec{B}_s , rotorique \vec{B}_r , résultant \vec{B}_T . Préciser l'amplitude du champ magnétique rotorique.

Solution :

La tension u du réseau nous sert de référence : elle est prise pour origine des phases des autres grandeurs sinusoïdales.

A vide, la f.é.m. induite dans le conducteur est due au seul champ statorique \vec{B}_s . En charge elle est due au champ \vec{B}_T résultant de la composition du champ statorique \vec{B}_s et du champ rotorique \vec{B}_r .

On en déduit que les axes du champ statorique et du champ résultant sont décalés de l'angle :

$$\psi_T = (75 - 30)^\circ \Rightarrow \psi_T = 45^\circ$$

L'amplitude de la f.é.m. induite par un champ tournant étant proportionnelle à celle du champ qui la produit (1 V \Leftrightarrow 0,4 T), nous pouvons écrire : amplitude B_s du champ statorique :

$$B_s = (0,4 \times 3) \text{ T} \Rightarrow B_s = 1,2 \text{ T}$$

amplitude B_T du champ résultant :

$$B_T = (0,4 \times 2,5) \text{ T} \Rightarrow B_T = 1,0 \text{ T}$$

Ces données permettent de tracer le diagramme de composition des champs tournants de la figure 4 et d'obtenir les résultats concernant le champ \vec{B}_r :

$$\begin{aligned} \text{On lit : } & \psi_r = 140^\circ \\ & \text{et } B_r = 0,87 \text{ T} \end{aligned}$$

2 Dans l'entrefer d'un moteur asynchrone tétrapolaire, alimenté sous une tension de fréquence 50 Hz, on a disposé deux conducteurs, AA' et BB' décalés de 45° l'un par rapport à l'autre. Un oscilloscope permet d'observer les tensions

$u_{AA'} = v_A - v_{A'}$ et $u_{BB'} = v_B - v_{B'}$, qui sont sinusoïdales et d'amplitude 3,2 V.

1. Quel est le déphasage de $u_{BB'}$ par rapport à $u_{AA'}$?
2. On relie A' et B (extérieurement). Quelle est l'amplitude de $u_{AB'}$?

Solution

1. Déphasage entre $u_{AA'}$ et $u_{BB'}$

Les tensions $u_{AA'}$ et $u_{BB'}$ sont égales aux f.é.m. induites dans les conducteurs AA' et BB' par le champ tournant résultant dans l'entrefer.

La f.é.m. induite dans un conducteur repéré par l'angle θ est égale à :

$$e = Blv, \text{ avec : } B = B_T \cos(\omega t - p\theta),$$

$\omega = 2\pi f$ et $p = 2$ (moteur à 4 pôles). Affectons à AA' l'angle $\theta = 0$, BB' est alors caractérisé par l'angle $\theta' = \pi/4$.

Posons $\hat{U} = B_T lv = 3,2 \text{ V}$. D'où :

$$u_{AA'} = \hat{U} \cos \omega t; u_{BB'} = \hat{U} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

Les tensions $u_{AA'}$ et $u_{BB'}$, de fréquence 50 Hz, sont donc en quadrature.

2. Amplitude de $u_{AB'}$

En plaçant les conducteurs AA' et BB' en série, nous ajoutons leurs f.é.m.

$$u_{AB'} = u_{AA'} + u_{BB'} = \hat{U} \sqrt{2} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{4} \right)$$

L'amplitude de la tension $u_{AB'}$ est égale à : $\widehat{u_{AB'}} = 3,2 \times 1,41 \text{ V} = 4,5 \text{ V}$

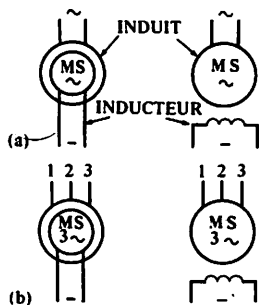


Fig. 1. Symboles normalisés des machines synchrones :
a) monophasées ; b) triphasées.

1 Organisation simplifiée

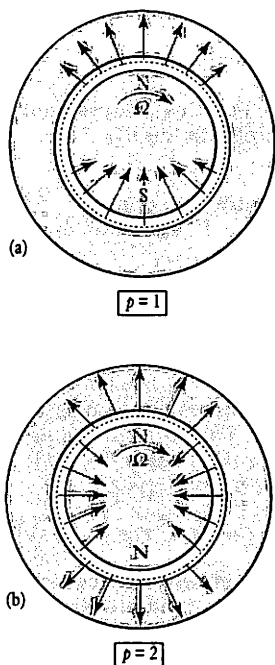


Fig. 2. Répartition du champ magnétique que doit produire l'inducteur dans l'entrefer d'une machine synchrone :
a) bipolaire ($2p = 2$) ;
b) tétrapolaire ($2p = 4$).

Comme toute machine électrique tournante, une machine synchrone est un convertisseur réversible. Elle peut fonctionner soit en génératrice soit en moteur.

Lorsqu'elle fonctionne en génératrice (fournissant du courant alternatif), la machine synchrone prend le nom d'alternateur.

Dans le fonctionnement en moteur, la fréquence de rotation de la machine est rigoureusement imposée par la fréquence du courant alternatif qui alimente l'induit. Cette propriété remarquable justifie la dénomination habituelle de cette machine : moteur synchrone (fig. 1).

Dans une machine synchrone on distingue :

- l'inducteur parcouru par un courant continu ou parfois constitué d'aimants permanents ;
- l'induit parcouru par des courants alternatifs. Il peut être monophasé ou triphasé.

Le plus souvent, l'inducteur est porté par le rotor (appelé aussi roue polaire) et, par conséquent, l'induit est disposé sur le stator. Nous n'envisageons ici que ce type de machine.

Inducteur

Il a pour rôle de créer dans l'entrefer de la machine un champ tournant, à répartition sinusoïdale, présentant $2p$ pôles (fig. 2).

Deux solutions sont principalement retenues :

• Rotor à pôles lisses (fig. 3)

Dans les encoches du rotor, sont logés des conducteurs associés en série. Le courant continu qui les parcourt, et qui peut être amené par un système de bagues et de balais, crée le champ magnétique inducteur. Ce mode de construction qui assure une grande robustesse mécanique, est systématiquement adopté pour les alternateurs de forte puissance dont la fréquence de rotation est élevée (3 000 tr/min ou 1 500 tr/min).

• Rotor à pôles saillants (fig. 4)

Les pièces polaires placées sur le rotor, analogues à celles de la machine à courant continu, portent les bobines inductrices. Ces dernières, convenablement associées en série, permettent d'obtenir des pôles nord ou sud, deux pôles consécutifs étant de noms différents.

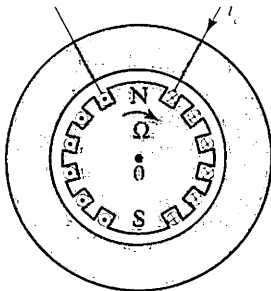


Fig. 3. Rotor à pôles lisses. L'enroulement d'excitation, parcouru par un courant continu d'intensité i_e , est logé dans des encoches. La distribution des conducteurs est étudiée pour que le champ magnétique dans l'entrefer ait une répartition sinusoïdale.

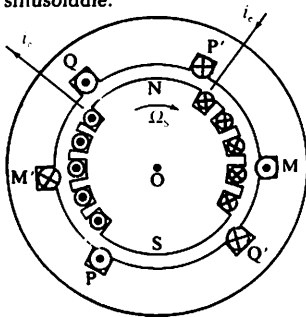


Fig. 4. Machine synchrone triphasée bipolaire.

Pas polaire $a_1, b_1 = \frac{\pi}{p}$
 Distance angulaire

$$a_1, a_2 = \frac{2}{3} \left(\frac{\pi}{p} \right)$$

Ce mode de construction, plus simple que le précédent, n'autorise pas de grandes vitesses périphériques. En revanche, il permet d'installer un grand nombre de pôles sur le rotor et facilite ainsi la construction de machines synchrones tournant à faible vitesse comme celles destinées à fonctionner en alternateur couplé à une turbine hydraulique ou en moteur.

Induit

Dans une machine synchrone triphasée (alternateur ou moteur) l'induit est réalisé selon le principe de la figure 4. S'il s'agit d'une machine bipolaire ou de la figure 5 dans le cas d'une machine tétrapolaire.

Trois groupes de conducteurs, logés dans les encoches du stator, sont associés pour former trois enroulements identiques (un pour chaque phase), décalés d'un angle convenable les uns par rapport aux autres. Ils sont parcourus par trois courants qui forment un système triphasé.

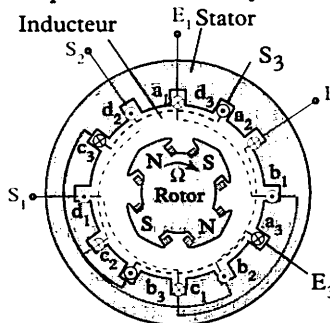


Fig. 5. Principe d'un bobinage d'induit tétrapolaire pour un alternateur triphasé. Les lettres désignant les

conducteurs sont affectées d'un indice qui correspond au numéro de la phase (exemple : indice 1 \Rightarrow conducteurs de l'enroulement constituant la phase 1 de l'alternateur). Les signes \odot et \otimes placés sur les conducteurs précisent les orientations adoptées (respectivement : vers l'avant ou vers l'arrière). Les liaisons entre conducteurs sont représentées en trait plein si elles se trouvent à l'avant de l'induit, en pointillé si elles sont situées à l'arrière de celui-ci.

2 Bilan des puissances - Rendement

Puissance reçue. Puissance restituée

L'alternateur reçoit une puissance mécanique P_M qui est fournie par le moteur d'entraînement (fig. 6) :

$$P_M = T_M \Omega$$

Il restitue à la charge une partie de cette puissance sous forme de puissance électrique P :

$$P = \sqrt{3} UI \cos \varphi$$

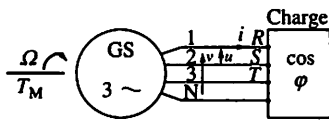


Fig. 6. Alternateur en charge. L'alternateur est entraîné à vitesse constante Ω . Il reçoit une puissance P_M . Le facteur de puissance est imposé par la charge. L'alternateur fournit une puissance :

$$P = 3VI \cos \varphi = \sqrt{3}UI \cos \varphi$$

Excitation des machines synchrones

L'inducteur, quand il n'est pas à aimants permanents, doit être alimenté en courant continu. Si la source qui fournit ce courant est extérieure au rotor, un système de bagues et de balais est nécessaire.

Une autre solution consiste à créer une source de tension continue solidaire du rotor. On y parvient, par exemple, avec un alternateur auxiliaire à inducteur fixe et induit tournant. Les courants alternatifs, produits au rotor, sont redressés afin d'alimenter la roue polaire.

Expression des pertes par effet Joule en fonction de R et de I

Appelons r la résistance d'un enroulement.

Couplage étoile : $R = 2r$ et $I = J$

$$p_j = 3rJ^2 = \frac{3}{2} RI^2$$

Couplage en triangle :

$$R = \frac{r \cdot 2r}{r + 2r} = \frac{2}{3} r \text{ et } I = \sqrt{3} J$$

$$p_j = 3rJ^2 = 3 \times \frac{3R}{2} \left(\frac{I}{\sqrt{3}} \right)^2 = \frac{3}{2} RI^2$$

Bilan des pertes de puissance

• Pertes ne dépendant pas de la charge (appelées pertes « constantes»). Les pertes mécaniques p_m dépendent de la fréquence de rotation ; les pertes p_f dans le fer dépendent de la fréquence et du flux dans la machine. Pour une machine synchrone utilisée à fréquence et tension constantes, elles varient peu entre le fonctionnement à vide et le fonctionnement à pleine charge. On les considère donc comme constantes.

• Pertes par effet Joule

- Dans l'inducteur : $p_{j_e} = u_e i_e$

en appelant u_e la tension continue aux bornes de l'inducteur et i_e l'intensité du courant d'excitation.

- Dans l'induit : la puissance p_j perdue par effet Joule peut être calculée.

Alternateur monophasé. Nous désignons par R la résistance de l'enroulement induit :

$$p_j = RI^2$$

(I : intensité efficace du courant en ligne).

Alternateur triphasé. Nous désignons par R la résistance mesurée entre deux bornes de phase de la machine

$$p_j = \frac{3}{2} RI^2$$

(I : intensité efficace du courant en ligne).

Expression du rendement

- Si l'alternateur est auto-excité, c'est-à-dire s'il ne reçoit de puissance que du moteur qui l'entraîne, le rendement est alors égal à :

$$\eta = \frac{\sqrt{3}UI \cos \varphi}{T_M \Omega}$$

- Si l'alternateur n'est pas auto-excité, il faut ajouter à la puissance mécanique reçue, la puissance p_{j_e} qui a été fournie au circuit d'excitation.

Dans le cas général, nous pouvons écrire :

$$\eta = \frac{\sqrt{3}UI \cos \varphi}{\sqrt{3}UI \cos \varphi + p_m + p_f + p_{j_e} + p_j}$$

1 La tension entre phases d'un alternateur triphasé couplé en étoile est égale à 13 kV. Il débite un courant d'intensité efficace 6,0 kA dans une charge triphasée équilibrée dont le facteur de puissance est 0,85.

1. Quelles sont les puissances active, réactive, apparente de la charge ?
2. Sachant que le rendement de l'alternateur atteint 98,5 %, calculer la puissance qu'il absorbe.
3. Dans ces conditions de fonctionnement déterminer les pertes de puissance de l'alternateur.

Solution :

1. Puissances P , Q et S

Si nous désignons par U la tension efficace entre phases, par I l'intensité efficace du courant en ligne et par $\cos \varphi$ le facteur de puissance de la charge, la puissance active de la charge est donnée par la relation :

$$P = UI\sqrt{3} \cos \varphi$$

$$P = [13 \times 10^3 \times 6 \times 10^3 \times \sqrt{3} \times 0,85] \text{ W}$$

$$\Rightarrow P = 0,11 \cdot 10^9 \text{ W} = 0,11 \text{ GW}$$

Par définition, la puissance réactive est égale à :

$$Q = UI\sqrt{3} \sin \varphi$$

Si $\cos \varphi = 0,85$ alors $\sin \varphi = 0,527$.

$$Q = [13 \times 10^3 \times 6 \times 10^3 \times \sqrt{3} \times 0,527] \text{ var}$$

$$\Rightarrow Q \approx 71 \times 10^6 \text{ var}$$

La puissance apparente est égale à :

$$S = UI\sqrt{3}$$

$$S = [13 \times 10^3 \times 6 \times 10^3 \times \sqrt{3}] \text{ VA}$$

$$\Rightarrow S \approx 0,13 \times 10^9 \text{ VA}$$

2. Puissance P_a absorbée

Par définition, le rendement de l'alternateur est égal à : $\eta = \frac{P_u}{P_a}$ avec : $P_u = P$.

Nous pouvons tirer P_a :

$$P_a = \frac{P_u}{\eta}$$

$$\text{D'où : } P_a = \left(\frac{0,11 \cdot 10^9}{0,985} \right) \text{ W}$$

$$\Rightarrow P_a \approx 0,12 \times 10^9 \text{ W}$$

3. Pertes de puissance p

Les pertes de puissance de l'alternateur correspondent à la différence entre P_a et P_u : $p = P_a - P_u$

$$\text{Soit : } p = \left[\frac{0,11 \times 10^9}{0,985} - 0,11 \times 10^9 \right] \text{ W}$$

$$\Rightarrow p = 1,7 \times 10^6 \text{ W}$$

2 Un alternateur triphasé, tétrapolaire, 220/380 V-50 Hz, alimente un moteur asynchrone triphasé qui absorbe une puissance 3,0 kW. Le facteur de puissance du moteur est égal à 0,90.

L'alternateur qui est auto-excité, reçoit une puissance mécanique $P_M = 3,2 \text{ kW}$.

1. Quelle est l'intensité efficace I du courant en ligne ?

2. Déterminer le rendement η de l'alternateur pour ces conditions de fonctionnement.

Solution :

1. Intensité efficace I du courant en ligne

L'expression de la puissance absorbée par le moteur (qui est la puissance utile fournie par l'alternateur) permet de calculer I :

$$P_u = UI\sqrt{3} \cos \varphi \Rightarrow I = \frac{P_u}{U\sqrt{3} \cos \varphi}$$

$$I = \left[\frac{3000}{380 \times \sqrt{3} \times 0,9} \right] \text{ A} \Rightarrow I \approx 5,0 \text{ A}$$

2. Rendement η

Le rendement de l'alternateur est donné par l'expression suivante :

$$\eta = \frac{P_u}{P_M}$$

$$\text{D'où : } \eta = \frac{3}{3,2} \Rightarrow \eta \approx 94 \%$$

1 F.é.m. dans une spire

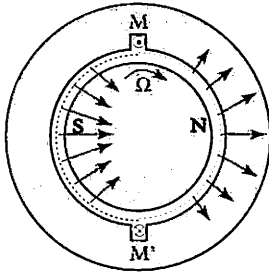


Fig. 1. Alternateur monophasé à rotor bipolaire. Principe.

— Les signes \odot et \otimes définissent le sens positif adopté pour la spire MM' (respectivement : flèche vers l'avant et flèche vers l'arrière).

— Si \bar{B} désigne la valeur maximale du champ magnétique radial (répartition sinusoïdale), le flux maximal embrassé par la

spire a pour expression $\Phi = \frac{2\bar{B}}{\pi} S$

(S est la surface d'un demi-cylindre qui s'appuie sur le contour en pointillé rouge.

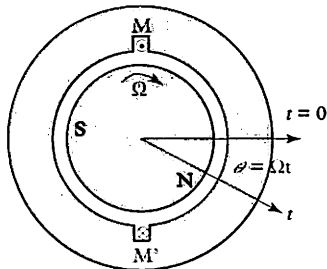
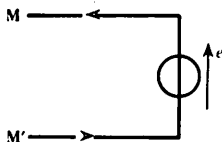


Fig. 2. Axe du champ tournant à l'instant $t = 0$. L'angle θ permet de repérer un point de l'entrefer par rapport à cet axe.



Alternateur à rotor bipolaire

Nous considérons un alternateur dont le stator est constitué d'une seule spire (fig. 1) et dont le rotor comporte deux pôles. Nous désignons par Φ l'amplitude du flux utile résultant embrassé par la spire. Le rotor tourne à une vitesse angulaire constante $\Omega = 2\pi n$ (n étant la fréquence de rotation de la roue polaire exprimée en tours par seconde). A l'instant initial ($t = 0$), le rotor occupe la position représentée sur la figure 1 : la spire embrasse le flux Φ .

A un instant t (fig. 2), la spire embrasse un flux ϕ tel que :

$$\phi = \Phi \cos \theta = \Phi \cos \Omega t$$

Le flux ϕ embrassé variant dans le temps, une f.é.m. e_1 est induite dans la spire (fig. 3) :

$$e_1 = - \frac{d\phi}{dt} = \Phi \Omega \sin \Omega t$$

La f.é.m. e_1 est sinusoïdale :

- de valeur efficace E_1 : $E_1 = \frac{\Phi \Omega}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} n \Phi$

- de pulsation : $\omega = \Omega = 2\pi n$

- de fréquence $f = \frac{\omega}{2\pi} = n$.

Alternateur à rotor multipolaire

Nous considérons encore une seule spire statique, disposée de façon à embrasser le flux maximal sous un pôle (fig. 4). La distance angulaire entre les encoches contenant les conducteurs de

cette spire est égale à $\frac{\pi}{p}$; elle est appelée pas polaire.

Le rotor tourne à la vitesse constante $\Omega = 2\pi n$. Le flux embrassé passe p fois par sa valeur maximale à chaque tour de roue polaire. La f.é.m. induite dans la spire peut s'écrire :

$$e_1 = p \Phi \Omega \sin p \Omega t$$

Fig. 3. Orientation des conducteurs formant la spire. Compte tenu de cette orientation, nous plaçons la source de tension parfaite dont la f.é.m. est égale à la f.é.m. e_1 induite dans la spire.

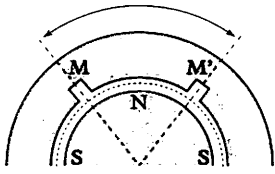


Fig. 4. Machine synchrone à 2p pôles.
 — L'inducteur comporte 2p pôles.
 — Une spire de l'induit occupe un angle $\frac{\pi}{p}$ (pas polaire).
 — La pulsation de la f.é.m. sinusoidale induite est $\omega = p\Omega$.

C'est une f.é.m. sinusoidale :

- de valeur efficace E_1 : $E_1 = \frac{p\Phi\Omega}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} pn\Phi$

- de pulsation $\omega = p\Omega = 2\pi pn$ et de fréquence $f = pn$.

Fréquence des f.é.m. induites

Dans tous les cas la fréquence f est égale à :

$$f = pn \quad \left\{ \begin{array}{l} n \text{ en tours par seconde (tr/s)} \\ f \text{ en hertz (Hz)} \end{array} \right.$$

en désignant par :

- p le nombre de paires de pôles du rotor ;
- n la fréquence de rotation.

2 F.é.m. dans un enroulement

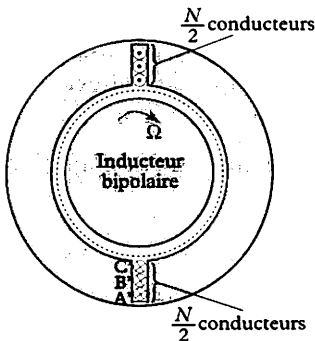


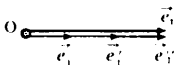
Fig. 5. Enroulement concentré dans deux encoches (spire 1 : conducteurs A et A', spire 2 : conducteurs B et B', spire 3 : conducteurs C et C').

Un enroulement formé à partir de N conducteurs comporte $\frac{N}{2}$ spires. La f.é.m. induite dans une spire vient d'être calculée. La valeur instantanée de la f.é.m. induite dans un enroulement est la somme des valeurs instantanées des f.é.m. induites dans les $\frac{N}{2}$ spires. Comme ce sont des grandeurs sinusoidales, de même fréquence, la valeur efficace de la f.é.m. résultante peut être obtenue à l'aide d'un diagramme de Fresnel. Pour cette détermination, il faut tenir compte des phases respectives des f.é.m. à ajouter, c'est-à-dire de la disposition des spires constituant l'enroulement.

Enroulement concentré dans deux encoches

Les N conducteurs sont disposés dans deux encoches distantes de un pas polaire. D'un point de vue électrique, tout se passe comme si les conducteurs se trouvaient dans deux encoches diamétralement opposées et si le rotor était bipolaire (fig. 5). Nous admettrons que toutes les spires sont identiques et occupent la même position sur le stator. Les f.é.m. induites dans les $\frac{N}{2}$ spires sont donc en phase et égales à e_1 . La f.é.m. résultante e_t (f.é.m. théorique) est alors égale à $\frac{N}{2}$ fois la f.é.m. e_1

(fig. 6) : $e_t = \frac{N}{2} e_1$.



(b)
 Fig. 6. Les f.é.m. induites dans les différentes spires sont en phase (dans le cas de la figure $N = 6$).

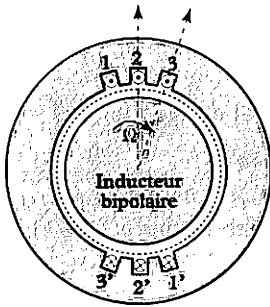


Fig. 7. Enroulement réparti afin d'occuper au mieux l'espace statorique. L'enroulement est formé de trois bobines (chacune réduite à une spire pour simplifier le raisonnement) : la première bobine est constituée par les conducteurs 1 et 1' ; la seconde est obtenue avec les conducteurs 2 et 2' ; etc. Les f.é.m. induites dans deux spires consécutives sont déphasées d'un angle θ .

- Nous désignons par :
- N le nombre de conducteurs de l'enroulement d'une phase ;
 - p le nombre de paires de pôles ;
 - n la fréquence de rotation ;
 - Φ le flux maximal embrassé par une spire.

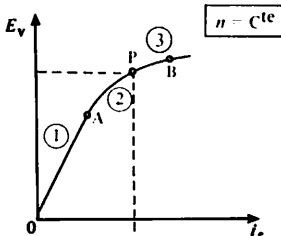


Fig. 8. Caractéristique à vide d'une machine synchrone. Pour avoir une f.é.m. assez grande, le point de fonctionnement de l'alternateur se trouve en général dans la zone 2 de la caractéristique (entre A et B).

Sa valeur efficace est :

$$E_1 = \frac{N}{2} E_1 = \frac{N}{2} \left(\frac{2\pi}{\sqrt{2}} pn\Phi \right) = \frac{\pi}{\sqrt{2}} pNn\Phi$$

soit :

$$E_1 = 2,22pNn\Phi = 2,22fN\Phi$$

Enroulement réparti dans plusieurs encoches

Pour obtenir une f.é.m. de valeur efficace suffisamment grande, il faut que l'enroulement comporte un nombre de conducteurs N important (fig. 7). La f.é.m. résultante est alors égale à une somme de f.é.m. qui ne sont plus en phase (fig. 8). Sa valeur efficace est inférieure à la valeur théorique E_1 . Elle est donnée par la relation suivante :

$$E = KpNn\Phi = KfN\Phi$$

$E = KpNn\Phi = KfN\Phi$

}

E en volts

f en hertz

n en tours par seconde

Φ en webers

Pour un alternateur déterminé, K est une constante appelée coefficient de Kapp de l'alternateur. Dans la réalité c'est toujours une constante de valeur voisine de $\frac{\pi}{\sqrt{2}}$ (coefficient intervenant dans la formule donnant E_1).

Cas d'un alternateur triphasé

Les résultats précédents s'appliquent à chaque enroulement d'un alternateur triphasé. La formule précédente donne donc la valeur efficace d'une tension simple si les enroulements sont couplés en étoile, et la valeur d'une tension composée s'ils sont couplés en triangle.

Caractéristique à vide $E_v(i_e)$

Lorsque le rotor tourne à vitesse constante ($n = C^{te}$), la valeur efficace E_v de la f.é.m. induite dans un enroulement peut s'écrire :

$$E_v = KpNn\Phi = K' \Phi \quad \text{avec} \quad K' = C^{te}$$

La caractéristique à vide de l'alternateur est le graphe de la fonction $E_v(i_e)$ (fig. 8).

1 Un alternateur triphasé de la centrale de Serre-Ponçon a les caractéristiques suivantes : 28 pôles; flux par pôle : 25 mWb; fréquence : 50 Hz; coefficient de Kapp : 2,05; 8820 conducteurs actifs.
Quelle est la f.é.m. par enroulement ?

Solution :

La valeur efficace E de la f.é.m. induite dans un enroulement est donnée par la relation :

$$E = KfN\Phi$$

Si nous désignons par :

K le coefficient de Kapp : $K = 2,05$;

f la fréquence : $f = 50,0$ Hz;

N le nombre de conducteurs d'un

enroulement : $N = \frac{8820}{3} = 2940$;

Φ le flux maximal embrassé par une spire : $\Phi = 25,0$ mWb.

$$E = [2,05 \times 50 \times 2940 \times 25 \times 10^{-3}] \text{ V}$$

$$\Rightarrow E \approx 7,53 \text{ kV}$$

2 A vide, un alternateur monophasé, à aimants permanents, fournit une f.é.m. de valeur efficace 220 V lorsque la roue polaire tourne à 500 tr/min. Quelle est la f.é.m. si la roue polaire tourne à 600 tr/min ?

Solution :

L'expression générale de la f.é.m. d'un alternateur est :

$$E = KpNn\Phi$$

Pour un alternateur à aimants permanents ($\Phi = C^{te}$) cette f.é.m. E est proportionnelle à la fréquence de rotation n' de la roue polaire :

$$E = kn'$$

Pour deux fréquences de rotation n'_1 et n'_2 nous pouvons écrire :

$$\frac{E_{v2}}{E_{v1}} = \frac{n'_2}{n'_1} \Rightarrow E_{v2} = E_{v1} \frac{n'_2}{n'_1}$$

$$E_{v2} = \left(220 \times \frac{600}{500} \right) \text{ V} \Rightarrow E_{v2} = 264 \text{ V}$$

3 La caractéristique à vide d'un alternateur monophasé, produisant une f.é.m., de fréquence 50 Hz, lorsque la fréquence de rotation est $n'_1 = 1500$ tr/min et l'intensité du courant d'excitation i_e , peut être assimilée à un segment de droite passant par l'origine et le point $E_{v1} = 160$ V; $i_{e1} = 4,0$ A. Déterminer :

1. la f.é.m. E_{v2} à $n'_2 = 1500$ tr/min pour $i_{e2} = 6,0$ A ?

2. la f.é.m. E_{v3} à $n'_3 = 1200$ tr/min pour $i_{e3} = 2,0$ A ?

Solution :

1. F.é.m. E_{v2}

La caractéristique à vide est assimilable à un segment de droite passant par l'origine (fig. 8) d'équation :

$$E_v = \frac{160}{4} i_e \text{ soit : } E_v = 40i_e$$

Cette caractéristique correspond à la fréquence de rotation n'_1 .

Pour une excitation d'intensité $i_e = i_{e1} = 6,0$ A et pour la même fréquence de rotation n'_1 , la f.é.m. à vide est égale à :

$$E_{v1} = (40 \times 6) \text{ V} \Rightarrow E_{v1} = 240 \text{ V}$$

2. F.é.m. E_{v3}

Pour cette détermination, qui correspond à une fréquence de rotation n'_3 différente de n'_1 , nous revenons à l'expression générale de la f.é.m. d'un alternateur : $E = KnpN\Phi$

Dans cette expression K , p et N sont des constantes.

Le flux utile maximal Φ embrassé par une spire est proportionnel à l'intensité i_e du courant d'excitation : $\Phi = ki_e$.

$$\text{D'où : } E = KknpNi_e$$

$$\text{et : } \frac{E_{v3}}{E_{v1}} = \frac{n'_3}{n'_1} \frac{i_{e3}}{i_{e1}} \Rightarrow E_{v3} = E_{v1} \frac{n'_3}{n'_1} \frac{i_{e3}}{i_{e1}}$$

$$\text{Soit : } E_{v3} = \left(160 \times \frac{1200}{1500} \times \frac{2}{4} \right) \text{ V}$$

$$\Rightarrow E_{v3} = 64,0 \text{ V}$$

1 Caractéristiques en charge à fréquence et excitation constantes

► Nous nous intéressons à un alternateur isolé c'est-à-dire qui alimente seul une installation indépendante. Le développement de l'emploi des groupes électrogènes autonomes, en petite puissance et en moyenne puissance, rend cette situation très fréquente en pratique. L'entraînement du groupe est assuré par un moteur thermique de puissance adaptée; un dispositif de régulation est nécessaire pour maintenir constante la fréquence de rotation.

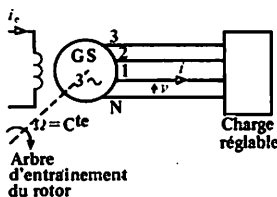


Fig. 1. Alternateur triphasé en charge. L'alternateur est entraîné à vitesse constante et l'intensité de son courant d'excitation est constante. Le déphasage imposé par la charge doit rester constant bien que la charge varie. On relève V et I .

Relevé d'une caractéristique

L'alternateur triphasé est entraîné à vitesse n constante. Il alimente une charge équilibrée (fig. 1). Les caractéristiques obtenues (fig. 2) montrent que la tension V varie beaucoup en fonction de l'intensité du courant débité et également en fonction du déphasage imposé par la charge.

La variation de tension mise en évidence par ces caractéristiques est exprimée par la différence

$$\Delta V = (E_v - V).$$

Lorsque l'alternateur débite dans une charge résistive ou dans une charge inductive, cette différence ΔV est positive et relativement importante comparée à E_v .

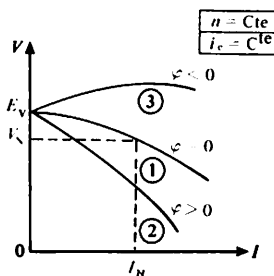


Fig. 2. Caractéristiques externes $V(I)$. Les caractéristiques sont tracées pour trois valeurs constantes de φ (déphasage de i par rapport à v). Dans tous les cas $i_e = C'ie$ et $n = Cte$.

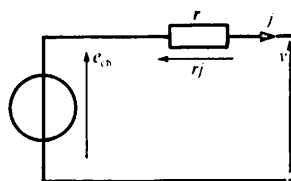


Fig. 3. F.é.m. en charge d'un enroulement d'alternateur. Pour un alternateur couplé en étoile le courant dans un enroulement est identique au courant en ligne. Pour un alternateur couplé en triangle l'intensité efficace J du courant dans un enroulement est liée à l'intensité efficace I du courant en ligne : $J = \frac{I}{\sqrt{3}}$.

F.é.m. en charge

La valeur instantanée de la f.é.m. en charge dans un enroulement est donnée par la relation (fig. 3) :

$$e_{ch} = v + rj$$

en appelant :

e_{ch} : la f.é.m. en charge pour un enroulement; la valeur efficace de cette f.é.m. est notée E_{ch} .

v : la tension aux bornes d'un enroulement (valeur efficace V).

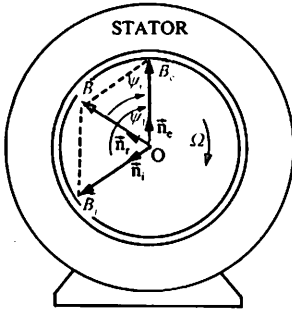


Fig. 4. Champ de l'inducteur, champ de l'induit et champ résultant.

\vec{n}_e : vecteur unitaire de l'axe du champ tournant \vec{B}_e produit par l'inducteur, d'amplitude maximale \vec{B}_e .

\vec{n}_i : vecteur unitaire de l'axe du champ tournant \vec{B}_i produit par l'induit, d'amplitude \vec{B}_i .

\vec{n}_r : vecteur unitaire de l'axe du champ résultant \vec{B}_r , d'amplitude maximale \vec{B}_r .

ψ_i : (\vec{n}_i, \vec{n}_e). L'interaction électromagnétique tend à annuler cet angle, c'est-à-dire à aligner les axes des champs \vec{B}_i et \vec{B}_e .

Dans un alternateur on impose la rotation du champ \vec{B}_e et la roue polaire « tire » le champ de l'induit \vec{B}_i . (Remarque : la composition stricte des champs magnétiques ne se justifie que si le circuit magnétique de la machine synchrone n'est pas saturé.)

r : la résistance d'un enroulement.

j : l'intensité du courant dans un enroulement (sa valeur efficace J peut être calculée en fonction de l'intensité efficace I du courant en ligne si l'on connaît le couplage des enroulements de l'alternateur).

Dans des conditions normales d'utilisation, la chute ohmique de tension dans l'induit rj est faible. D'où :

$$e_{ch} \approx v \Rightarrow \boxed{E_{ch} \approx V}$$

Cela signifie que la f.é.m. en charge varie dans de grandes proportions lorsque l'intensité du courant dans l'induit croît de zéro au maximum possible (i_e et φ étant constants).

Réaction magnétique d'induit

La f.é.m. induite dans un enroulement d'alternateur est proportionnelle à l'amplitude du flux utile sous un pôle.

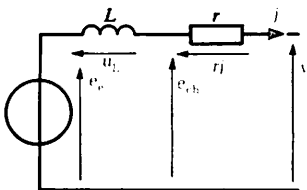
En charge, les enroulements de l'induit parcourus par les courants d'un système triphasé, créent un champ tournant qui modifie considérablement le flux utile dans l'entrefer.

Dans le cas d'une charge résistive ou inductive, la réduction du flux utile en charge est très importante et la tension V diminue beaucoup (courbes 1 et 2 de la figure 2).

Au contraire, pour une charge nettement capacitive, le flux résultant est augmenté et la tension V croît quand l'intensité du courant débité augmente (courbe 3 de la figure 2).

En effet le diagramme de la figure 4 montre que le champ magnétique résultant dépend non seulement des valeurs des champs \vec{B}_e et \vec{B}_i , dus respectivement à l'inducteur et aux courants induits, mais également de leur position relative : l'angle $\psi_i = (\vec{B}_i, \vec{B}_e)$ varie selon la nature de la charge.

2 Modèle élémentaire d'un enroulement d'alternateur



Pour rendre compte du fonctionnement en régime permanent d'un alternateur débitant dans une charge équilibrée, à chaque enroulement de la machine on fait correspondre le modèle équivalent de la figure 5. Il comporte :

Fig. 5. Modèle d'un enroulement d'alternateur.

► Le modèle présenté convient pour un alternateur à entrefer de longueur constante c'est-à-dire à pôles lisses. Pour un alternateur à pôles saillants on devrait faire appel à un modèle plus complexe.

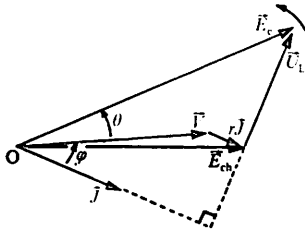


Fig. 6. Diagramme de Fresnel des tensions pour un enroulement.

Données :

- \vec{V} : tension aux bornes d'un enroulement ;
- \vec{J} : intensité du courant dans un enroulement ;
- $\varphi = (\vec{J}, \vec{V})$: déphasage du courant par rapport à la tension (φ est imposé par la nature de la charge). Après avoir disposé les vecteurs \vec{V} et \vec{J} , nous plaçons $r\vec{J}$ colinéaire à \vec{J} , puis :
- \vec{U}_L tel que

$$U_L = L\omega J \text{ et } (\vec{J}, \vec{U}_L) = \frac{\pi}{2};$$

- \vec{E}_s : f.é.m. synchrone. L'angle $\theta = (\vec{V}, \vec{E}_s)$ est appelé angle de décalage interne. Nous pouvons également tracer le vecteur $\vec{E}_{ch} = \vec{V} + r\vec{J}$ associé à la f.é.m. en charge e_{ch} . Pour maintenir la tension V constante quand J et φ varient, il faut modifier E_s donc agir sur l'intensité i_e du courant d'excitation.

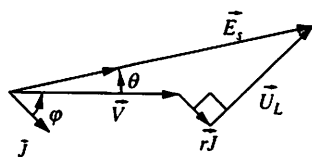


Fig. 7

- une source de tension de f.é.m. instantanée e_s (de valeur efficace E_s). Cette force électromotrice, en général appelée f.é.m. synchrone, est due à l'action du flux φ_e , embrassé par l'enroulement, et provenant de l'inducteur porté par la roue polaire (φ_e est le flux du champ tournant représenté par le vecteur \vec{B}_e sur la figure 4) ;
- une inductance L : elle permet de rendre compte du flux φ_l embrassé par l'enroulement et dû au champ magnétique créé par les courants qui circulent dans tous les enroulements de l'induit. La réactance $X = L\omega$, est appelée réactance synchrone ;
- une résistance r : c'est la résistance d'un enroulement, seul élément directement mesurable.

Diagramme synchrone

Appliquons la loi d'Ohm au modèle simplifié :

$$v = e_s - L \frac{dj}{dt} - rj$$

A cette relation entre valeurs instantanées nous faisons correspondre les deux relations suivantes :

$$\underline{V} = \underline{E}_s - jL\omega \underline{J} - r\underline{J} \text{ et } \vec{V} = \vec{E}_s - \vec{U}_L - r\vec{J}$$

Cette dernière expression permet d'établir le diagramme de Fresnel de la figure 6 appelé diagramme synchrone. Il est alors possible de représenter les vecteurs de Fresnel associés aux différents flux sinusoidaux qui se combinent dans un enroulement du stator de l'alternateur. En effet,

tout vecteur $\vec{\Phi}$ est décalé de $+\frac{\pi}{2}$ rad par rapport au vecteur \vec{E} représentant la f.é.m. qui lui correspond.

Validité du modèle

- Pour un alternateur non saturé $E_s = E_v$: la f.é.m. synchrone est égale à la f.é.m. à vide pour la même valeur de l'intensité i_e . La valeur de l'inductance L , donc de la réactance synchrone X est constante. Cela conduit au diagramme synchrone de la figure 7.
- Pour un alternateur saturé, $E_s(i_e, J, \varphi) \neq E_v(i_e)$ et L dépend aussi de J et de φ . On fait alors le choix d'un modèle plus complexe : L et E_s ont des valeurs adaptées au problème à traiter.

A la fréquence de rotation nominale, la caractéristique à vide $E_v(i_o)$ d'un alternateur triphasé, tétrapolaire, à pôles lisses peut être assimilée, dans sa zone utile, à une droite passant par l'origine et par le point de coordonnées : $i_o = 2,0 \text{ A}$; $E_v = 90,0 \text{ V}$ (i_o : intensité du courant d'excitation ; E_v : f.é.m. induite à vide dans un enroulement du stator). La fréquence nominale des f.é.m. de cet alternateur est 50 Hz. Le stator est couplé en étoile ; la tension entre deux bornes du stator est maintenue constante et égale à $U = 380 \text{ V}$ par action sur l'intensité i_o du courant d'excitation.

La résistance d'un enroulement du stator est négligeable devant la réactance synchrone $X = 5,0 \Omega$.

La fréquence de rotation du rotor est constante : $n' = 1500 \text{ tr/min}$

- Déterminer la f.é.m. à vide E_v dans un enroulement de l'induit.
- Quelle est l'intensité i_{ev} du courant d'excitation à vide ?
- La machine débite maintenant un courant d'intensité $I = 12 \text{ A}$ dans une charge résistive. Calculer la f.é.m. en charge E_{ch} dans un enroulement.
- Déterminer la f.é.m. synchrone E_s dans ces conditions de fonctionnement.

Solution :

1. F.é.m. à vide E_v

A vide, pour un enroulement statorique, nous pouvons écrire : $V = E_v$

D'où la valeur de la f.é.m. à vide :

$$E_v = V = \frac{U}{\sqrt{3}}$$

$$\text{soit : } E_v = \frac{380}{\sqrt{3}} \text{ V} \Rightarrow \boxed{E_v = 220 \text{ V}}$$

2. Intensité i_{ev}

Elle peut être déterminée à l'aide de la caractéristique à vide. C'est un segment de droite qui passe par l'origine et le point de coordonnées

$$i_o = 2,0 \text{ A} ; E_v = 90,0 \text{ V}$$

L'équation de ce segment est :

$$E_v = \frac{90}{2} i_o \text{ soit : } E_v = 45i_o$$

(E_v en volts et i_o en ampères).

Si $i_o = i_{ev}$ alors $E_v = 220 \text{ V}$. Donc :

$$i_{ev} = \frac{220}{45} \text{ A} \Rightarrow \boxed{i_{ev} \approx 4,89 \text{ A}}$$

3. F.é.m. en charge E_{ch} dans un enroulement

Utilisons le schéma équivalent d'un enroulement (fig. 8) puisque la machine n'est pas saturée (la caractéristique à vide est une droite). Nous pouvons écrire : $\vec{E}_{ch} = \vec{V}$

puisque la résistance r d'un enroulement du stator est supposée nulle.

$$\text{D'où : } E_{ch} = V \Rightarrow \boxed{E_{ch} = 220 \text{ V}}$$

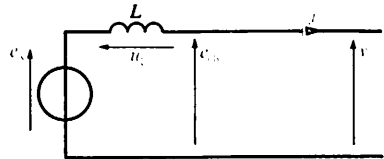


Fig. 8

4. F.é.m. synchrone E_s

Nous appliquons la loi d'Ohm au modèle équivalent :

$$\vec{E}_s = \vec{U}_L + \vec{V} \text{ avec } \vec{U}_L = jL\omega \vec{I}$$

La relation correspondante entre les vecteurs de Fresnel associés aux grandeurs sinusoïdales considérées est :

$$\vec{E}_s = \vec{U}_L + \vec{V}$$

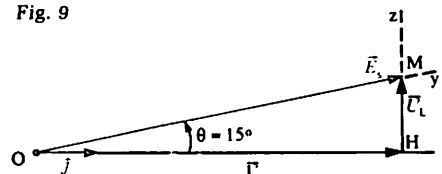
Elle se traduit par le diagramme de la figure 9. La f.é.m. E_s cherchée peut être obtenue graphiquement ou par le calcul.

$$E_s = \sqrt{V^2 + (L\omega I)^2}$$

$$\text{Soit : } E_s = \sqrt{(220)^2 + (5 \times 12)^2} \text{ V}$$

$$\Rightarrow \boxed{E_s = 228 \text{ V}}$$

Fig. 9



1 Machine synchrone non saturée

Éléments du modèle

On relève successivement, à vitesse constante ($n = C^{10}$), la caractéristique à vide $E_v(i_e)$ et la caractéristique en court-circuit $J_{cc}(i_e)$ (fig. 1 et 2). Le modèle équivalent d'un enroulement de l'alternateur pour un fonctionnement en court-circuit (fig. 3) nous permet d'écrire la relation :

$$\underline{E}_s = (r + jL\omega) I_{cc} = \underline{Z} I_{cc}$$

Le module de l'impédance synchrone est donc égal à :

$$Z = \frac{E_s}{I_{cc}} = \frac{E_v(i_e)}{J_{cc}(i_e)} \quad (\text{pour une intensité } i_e \text{ arbitraire})$$

Les portions des caractéristiques à vide et en court-circuit utilisées dans le cas d'une machine non saturée étant des segments de droite, l'impédance synchrone Z ne dépend pas de i_e . Les résultats expérimentaux montrent que cette impédance est très supérieure à la résistance d'un enroulement. Nous pouvons alors admettre que :

$$Z = \sqrt{r^2 + X^2} \approx X \quad \text{avec : } X = L\omega \approx \frac{E_v(i_e)}{J_{cc}(i_e)}$$

Alternateur couplé au réseau

Le réseau E.D.F. se comporte comme un générateur triphasé synchrone de très grande puissance imposant sa fréquence (50 Hz) ainsi que la valeur efficace de la tension à toute machine synchrone qui lui est connectée.

La puissance fournie au réseau par l'alternateur a pour expression :

$$P = \sqrt{3}UJ \cos \varphi = 3VJ \cos \varphi$$

A l'alternateur on fait correspondre un schéma équivalent simplifié (fig. 4), sans résistance (la chute ohmique de tension est négligée) et dans lequel la réactance synchrone est constante. Le diagramme synchrone correspondant permet de comprendre les échanges de puissance entre l'alternateur et le réseau (fig. 5).

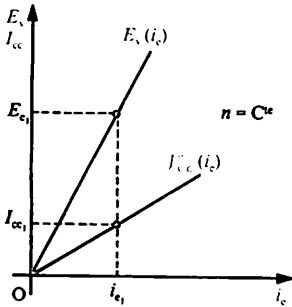


Fig. 1. Caractéristique à vide $E_v(i_e)$ et caractéristique en court-circuit $J_{cc}(i_e)$. La réactance synchrone est égale à :

$$X = L\omega \approx \frac{E_{e1}}{J_{cc1}}$$

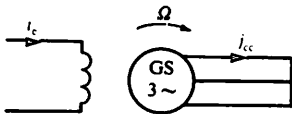


Fig. 2. Détermination de la caractéristique en court-circuit. L'alternateur est entraîné à vitesse nominale.

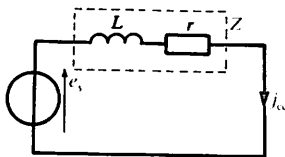


Fig. 3. Modèle équivalent de l'alternateur en court-circuit.

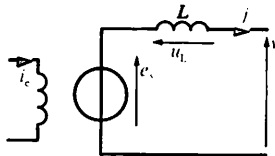


Fig. 4. Schéma équivalent simplifié de l'alternateur.

SYNCHROME

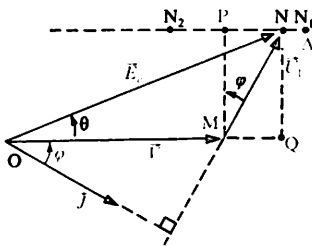


Fig. 5. Échanges de puissance entre un alternateur et le réseau.

• $MN = U_L = XJ$;

$MP = MN \cos \varphi = XJ \cos \varphi$

D'où : $P = 3VJ \cos \varphi = \frac{3V}{X} \cdot MP$

Dans l'hypothèse où la réactance synchrone est constante, MP est proportionnel à la puissance active P fournie par l'alternateur puisque V est une constante (tension du réseau).

• $MQ = U_L \sin \varphi = XJ \sin \varphi$
Par conséquent MQ est proportionnel à la puissance réactive Q fournie par l'alternateur.

Conséquences

- A puissance constante, le point N se déplace sur la droite Δ .
- A courant débité constant, le point N se déplace sur un cercle de centre M et dont le rayon MN est proportionnel à J.

2 Moteur synchrone triphasé

La machine synchrone est réversible : elle peut fonctionner en moteur (fig. 6) et entraîner une charge à une vitesse Ω imposée par la fréquence f des courants sinusoïdaux qui alimentent l'induit :

$$\Omega = \frac{\omega}{p} = \frac{2\pi f}{p}$$

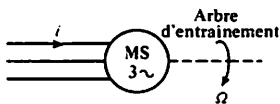


Fig. 6. Moteur synchrone triphasé. Lorsque la fréquence du réseau d'alimentation est constante, la vitesse de rotation du moteur est constante :

$$\Omega = \frac{\omega}{p} = \frac{2\pi f}{p}$$

Moment du couple électromagnétique

- Reprenons un schéma équivalent simplifié d'un enroulement de la machine synchrone ; nous adoptons maintenant la convention récepteur (fig. 7 et 8) et nous supposons la résistance de l'enroulement nulle ($r = 0$).
- La puissance active absorbée par un enroulement s'écrit :

$$P = VJ \cos \varphi \quad \text{avec} \quad \varphi = (\vec{j}, \vec{V})$$

Puisque nous négligeons les pertes par effet Joule, la puissance développée par le couple électromagnétique (T_{em}) est égale à la puissance totale absorbée par la machine :

$$T_{em} \Omega = 3VJ \cos \varphi$$

soit :

$$T_{em} = \frac{3VJ \cos \varphi}{\Omega} \left\{ \begin{array}{ll} T_{em} \text{ en newtons-mètres (Nm)} \\ V \text{ en volts} & (V) \\ J \text{ en ampères} & (A) \\ \Omega \text{ en radians par} & \\ \text{seconde} & (\text{rad/s}) \end{array} \right.$$

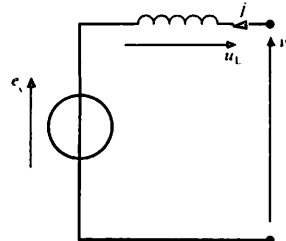


Fig. 7. Schéma équivalent simplifié d'un enroulement de moteur synchrone triphasé. La résistance de l'enroulement est supposée nulle.

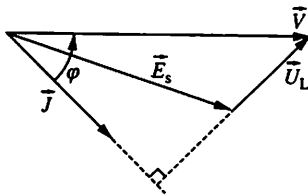


Fig. 8. Diagramme synchrone correspondant au schéma équivalent simplifié de la figure 7 : $\vec{V} = \vec{E}_s + \vec{U}_L$ avec $(\vec{J}, \vec{V}) = \varphi$

$$U_L = L\omega \text{ et } (\vec{J}, \vec{U}_L) = \frac{\pi}{2}$$

Couple de décrochage

Lorsque l'excitation, la tension et la fréquence sont constantes, le moteur synchrone possède un couple maximal. Si le couple résistant dépasse cette valeur, le moteur s'arrête : il « décroche ».

Utilisation du moteur synchrone

- Le moteur synchrone triphasé est en général un moteur de grande puissance (1 à 10 MW) fonctionnant sous tension élevée. Il peut être utilisé, par exemple, pour entraîner des compresseurs des pompes, des concasseurs. Son principal inconvénient est de nécessiter en général un dispositif auxiliaire de démarrage.
- De très petits moteurs synchrones sont utilisés dans les servomécanismes. Tournant à vitesse constante, ils permettent, après démultiplication, de réaliser des positionnements angulaires dépendant uniquement de la durée de fonctionnement.
- Moteur autosynchrone. Les progrès de l'électronique de puissance ont rendu possible le développement de nouveaux moteurs appelés synchrones autopilotés ou autosynchrones.

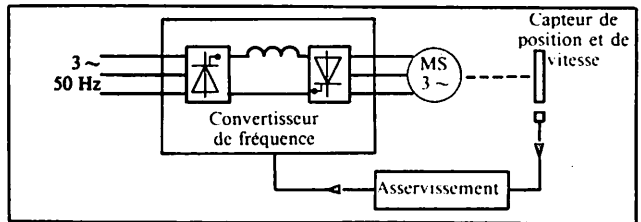


Fig. 9. Organisation d'un groupe autosynchrone.

► Dans le domaine des fortes puissances (motrices de T.G.V. Atlantique), ces moteurs comportent, comme les alternateurs, des rotors bobinés. Leurs propriétés leur permettent de remplacer avantageusement les moteurs à excitation en série de la traction électrique traditionnelle (réglage de vitesse de 0 à 100 %). Dans le domaine des puissances plus faibles, les rotors sont à aimants permanents (au samarium-cobalt). Exemple : moteurs commercialisés sous le nom de MASAP pour Moteur Auto-Synchrone à Aimants Permanents).

La figure 9 montre le principe selon lequel sont associés le moteur synchrone et son dispositif d'alimentation. A chaque instant un capteur détermine la position de l'arbre du moteur et sa vitesse angulaire. Un bloc d'asservissement contrôle deux ponts triphasés tout thyristors qui agissent en convertisseurs de fréquence : toute modification de la vitesse du moteur, résultant d'une modification de la charge, s'accompagne automatiquement d'un ajustement des tensions d'alimentation délivrées par le convertisseur (d'où le nom de système autosynchrone).

1 La caractéristique à vide d'une machine synchrone triphasée, à la fréquence de rotation $n' = 1500$ tr/min est donnée par la relation $E_v = 62,5i_e$ si l'on appelle E_v la tension efficace entre phase et neutre et i_e l'intensité du courant d'excitation (E_v en volts, i_e en ampères). Les enroulements statoriques sont couplés en étoile. La résistance entre deux bornes du stator est $R = 2,4 \Omega$.

En court-circuit, pour une intensité du courant d'excitation $i_e = 2,0$ A, on a mesuré, en ligne, un courant d'intensité efficace $I_{cc} = 25,0$ A. Calculer :

- l'impédance synchrone Z de la machine.
- la réactance synchrone $X = L\omega$?

Solution :

1. Impédance synchrone Z

Le module de l'impédance synchrone Z se calcule à partir des résultats de l'essai en court-circuit :

$$Z = \frac{E_{cc}}{I_{cc}}$$

Pour $i_e = 2,0$ A, la f.é.m. E_{cc} entre phase et neutre a pour valeur efficace :

$$E_{cc} = (62,5 \times 2) \text{ V} \Rightarrow E_{cc} = 125 \text{ V}$$

$$\text{D'où : } Z = \left(\frac{125}{25} \right) \Omega \Rightarrow \boxed{Z = 5,0 \Omega}$$

2. Réactance synchrone $X = L\omega$

Connaissant la résistance r d'un enroulement et son impédance synchrone Z nous pouvons écrire :

$$Z = \sqrt{r^2 + X^2} \Rightarrow X = \sqrt{Z^2 - r^2}$$

Les enroulements du stator étant couplés en étoile, la résistance r d'un enroulement est égale à : $r = \frac{R}{2}$

(R : résistance mesurée entre deux bornes du stator).

$$X = \left[\sqrt{5^2 - \left(\frac{2,4}{2} \right)^2} \right] \Omega \Rightarrow \boxed{X \approx 4,85 \Omega}$$

2 Un moteur synchrone triphasé tétrapolaire est alimenté par un réseau triphasé 380 V-50 Hz. Il fournit une puissance de 4,4 kW. La résistance de l'induit est négligeable. Le rendement du moteur est $\eta = 0,98$.

- Quelle est la fréquence de rotation du moteur ?
- Calculer le moment de son couple utile.
- Dans les conditions d'utilisation le facteur de puissance du moteur est $\cos \varphi = 0,80$. Calculer l'intensité efficace I du courant appelé par le moteur.

Solution :

1. **Fréquence de rotation n du moteur**
La fréquence de rotation du moteur est donnée par l'expression

$$n = \frac{f}{p} \Rightarrow n = \frac{50}{2} \text{ tr/s} \Rightarrow \boxed{n = 25 \text{ tr/s}}$$

2. Moment du couple utile T_u

Si P_u désigne la puissance utile du moteur, le moment du couple utile a pour expression :

$$T_u = \frac{P_u}{2\pi n}$$

$$T_u = \left(\frac{4400}{2\pi \times 25} \right) \text{ Nm} \Rightarrow \boxed{T_u = 28 \text{ Nm}}$$

3. Intensité efficace I du courant

L'intensité efficace I du courant appelé par le moteur peut être déterminée à partir de la relation donnant la puissance absorbée P_a :

$$I = \frac{P_a}{U\sqrt{3} \cos \varphi}$$

Connaissant le rendement η nous pouvons calculer P_a puis I :

$$P_a = \frac{P_u}{\eta} \quad \text{et} \quad I = \frac{P_u}{\eta U \sqrt{3} \cos \varphi}$$

$$\text{Soit : } I = \frac{4400}{0,98 \times 380 \times \sqrt{3} \times 0,80} \Rightarrow \boxed{I = 8,5 \text{ A}}$$

1 Organisation simplifiée

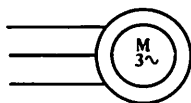


Fig. 1. Symbole du moteur asynchrone triphasé.

► Les moteurs asynchrones entrent dans la constitution de très nombreux équipements. La plupart des moteurs entraînant les machines-outils sont des moteurs asynchrones triphasés dont la puissance ne dépasse pas 1,5 kW. Des moteurs asynchrones monophasés entraînent des compresseurs de réfrigérateurs ou de congélateurs domestiques, de nombreuses machines à laver le linge ou la vaisselle, ainsi que les pompes de ces machines.

Le symbole normalisé d'un moteur asynchrone est donné figure 1.

Stator

- Il est identique à celui d'une machine synchrone (le principe de son organisation est donc celui de la figure 2). Les conducteurs, placés dans les encoches du stator sont associés pour former trois enroulements destinés à être alimentés par un réseau triphasé.
- Ils créent alors un champ tournant à répartition sinusoidale, comportant $2p$ pôles, dont la vitesse Ω_s est liée à la pulsation ω des courants d'alimentation et au nombre p de paires de pôles déterminé par le bobinage du stator :

$$\Omega_s = \frac{\omega}{p}$$

Les moteurs sont prévus pour fonctionner en étant alimentés à une fréquence déterminée (50 Hz par exemple) et sous une tension entre phases très proche de leur tension nominale (par exemple 220 V). Survolté, le moteur chauffe et son rendement est mauvais; alimenté sous une tension trop faible, il peut caler car son couple électromagnétique est alors fortement diminué. En général, il est possible de choisir le couplage des enroulements pour qu'ils se trouvent alimentés sous leur tension nominale (fig. 3).

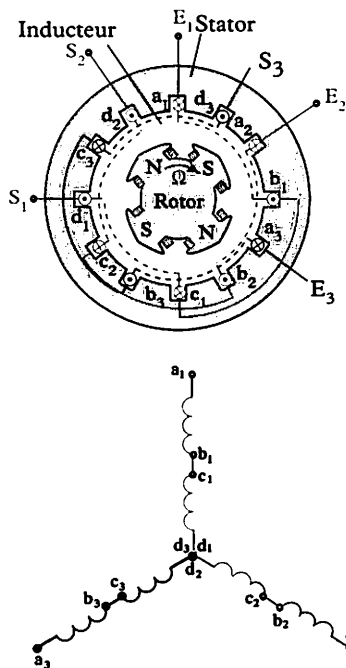


Fig. 2. Principe d'un bobinage statorique pour un moteur asynchrone tétrapolaire.

a) Les lettres désignant les conducteurs sont affectées d'un indice qui correspond au numéro de la phase (exemple : indice 1 \Rightarrow conducteurs de l'enroulement constituant la phase 1 de l'alternateur). Les signes \odot et \otimes placés sur les conducteurs précisent les orientations adoptées (respectivement : vers l'avant ou vers l'arrière).

Les liaisons entre conducteurs sont représentées en trait plein si elles se trouvent à l'avant de l'induit, en pointillé si elles sont situées à l'arrière de celui-ci.

b) Schéma équivalent montrant les liaisons entre les spires.

La distance angulaire a, b_1 est

$$\text{le pas polaire : } a_1, b_1 = \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{p}$$

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

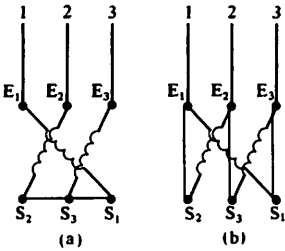


Fig. 3. Couplage des enroulements du stator en étoile (a) ou en triangle (b).

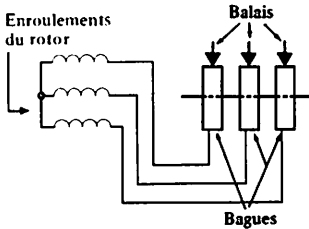


Fig. 4. Rotor triphasé. Schéma électrique des enroulements reliés à trois bagues sur lesquelles frottent trois balais.

Rotor

a) Rotor à cage d'écureuil

- Un rotor à cage d'écureuil porte un système de barres conductrices, très souvent en aluminium, logées dans un empilement de tôles. Les extrémités de ces barres sont réunies par deux couronnes également conductrices.
- L'ensemble ainsi réalisé présente une résistance électrique très faible : on dit couramment que le rotor est en court-circuit.
- Cette catégorie de rotor entre dans la constitution de nombreux moteurs, de petite ou moyenne puissance, fonctionnant en basse tension.

b) Rotor bobiné

Les tôles de ce rotor sont munies d'encoches où sont placés des conducteurs formant un bobinage de structure généralement semblable à celle des enroulements statoriques.

Dans le cas très fréquent où le bobinage du rotor est triphasé, trois bagues et trois balais sont prévus pour accéder à ces enroulements (fig. 4). Ce dispositif permet de modifier certaines des caractéristiques électriques du circuit rotorique et par là, les propriétés électromécaniques du moteur asynchrone.

2 Étude expérimentale

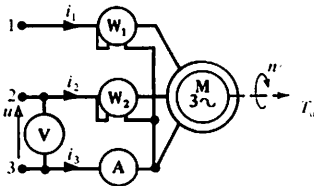


Fig. 5. Étude expérimentale d'un petit moteur asynchrone triphasé. Les indications W_1 et W_2 des deux wattmètres permettent d'obtenir la puissance active

$P = UI\sqrt{3} \cos \varphi$ absorbée par le moteur asynchrone. Elles permettent également de déterminer la puissance réactive :

$$Q = \sqrt{3}(W_1 - W_2)$$

Montage

Le montage utilisé pour cette étude comporte essentiellement :

- un moteur asynchrone à cage, de petite puissance, alimenté par un réseau triphasé 220 V (fig. 5);
- un frein permettant d'exercer un couple résistant de moment réglable (fig. 6).

Fonctionnement à vide

La tresse ne frotte pas sur la poulie. Pour ce régime de fonctionnement, nous relevons les valeurs suivantes : n'_0 , U_0 , I_0 , W_{10} et W_{20} .

Nous déduisons de ces mesures :

- la puissance apparente : $S_0 = \sqrt{3}U_0I_0$;
- la puissance active absorbée : $P_0 = W_{10} + W_{20}$;
- le facteur de puissance : $\cos \varphi_0 = \frac{P_0}{S_0}$.

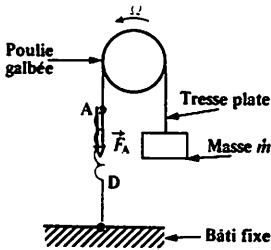


Fig. 6. Ce dispositif permet d'exercer un couple résistant réglable. La présence du dynamomètre D n'est nécessaire que si l'on veut mesurer le moment du couple résistant $T_r = (mg - F_A)r$. r étant le rayon de la poulie.

Résultats :

n'	U	I	S	W_1
2900 tr/min	228 V	1,70 A	671 VA	340 W
2815 tr/min	228 V	1,93 A	762 VA	420 W

n'	W_2	P	$\cos \varphi$	φ
2900 tr/min	42,0 W	382 W	0,57	55°
2815 tr/min	144 W	564 W	0,74	42°

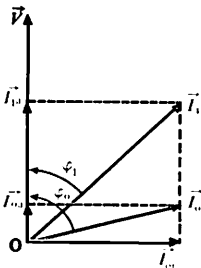


Fig. 7. Diagrammes de Fresnel pour une phase. $V = 131$ V, $I_1 = 1,93$ A, $I_0 = 1,44$ A, $\varphi_1 = 42^\circ$, $\varphi_0 = 72^\circ$. Du fonctionnement à vide à la marche en charge, la composante réactive du courant évolue relativement peu. En revanche, la composante active de ce courant, correspondant à la puissance active absorbée, augmente beaucoup quand on charge le moteur.

Fonctionnement en charge

Le moment du couple résistant est réglé en agissant sur la tension de la tresse. Nous relevons n' , U , I , W_1 et W_2 pour des valeurs différentes du moment du couple résistant et nous calculons, dans chaque cas, S , P et $\cos \varphi$ (voir marge).

Interprétation des résultats des mesures

Démarrage

Le moteur asynchrone triphasé démarre seul et il prend rapidement sa vitesse de régime, en charge comme à vide. Ce moteur présente un couple de démarrage de moment important.

Fréquence de rotation

La fréquence de rotation n' du moteur :
 - est proche de la fréquence de rotation n'_s correspondant à la vitesse de synchronisme (3000 tr/min), mais est toujours inférieure à n'_s ;
 - diminue peu entre la marche à vide et la marche en charge.

Un moteur asynchrone, alimenté par un réseau à fréquence constante, tourne à vitesse presque constante.

Glissement

Par définition, le glissement est égal à :

$$g = \frac{\Omega_s - \Omega}{\Omega_s} \quad \left\{ \begin{array}{l} \Omega_s \text{ et } \Omega \text{ en radians} \\ \text{par seconde (rad/s)} \end{array} \right.$$

Autres expressions équivalentes :

$$g = \frac{n_s - n}{n_s} = \frac{n'_s - n'}{n'_s} \quad \left\{ \begin{array}{l} - n_s \text{ et } n \text{ en tours} \\ \text{par seconde (tr/s)} \\ - n'_s \text{ et } n' \text{ en tours} \\ \text{par minute (tr/min)} \end{array} \right.$$

Le glissement exprime donc l'écart relatif entre la vitesse (ou la fréquence) de synchronisme et la vitesse (ou la fréquence) de rotation de l'arbre du moteur.

g est un nombre abstrait (pas d'unité); il peut s'exprimer sous la forme d'un pourcentage.

Facteur de puissance

Il est assez faible à vide. Il croît lorsque la charge du moteur augmente (fig. 7).

- 1 Un moteur asynchrone triphasé possédant 6 pôles est alimenté par un réseau 220 V-50 Hz.
- Quelle est la vitesse de synchronisme n'_s ?
 - Au régime nominal la vitesse de rotation de l'arbre du moteur est $n = 16,0$ tr/s. Quel est le glissement ?

Solution :

1. Fréquence de synchronisme n'_s

La vitesse de synchronisme n'_s , exprimée en tours par minute, est donnée en fonction de la fréquence f par la relation :

$$n'_s = 60 \frac{f}{p}$$

$$\text{Soit : } n'_s = \left[60 \times \frac{50}{3} \right] \text{ tr/min}$$

$$\Rightarrow n'_s = 1000 \text{ tr/min}$$

2. Glissement au régime nominal

Au point nominal, si n' est la vitesse de rotation de l'arbre du moteur, exprimée en tours par minute, l'expression du glissement est :

$$g = \frac{n'_s - n'}{n'_s}$$

D'où :

$$g = \frac{1000 - 16 \times 60}{1000} \Rightarrow g = 4,0 \%$$

- 2 Un moteur asynchrone triphasé est alimenté par le réseau 380 V-50 Hz. Un essai à vide a donné les résultats suivants :

- fréquence de rotation : $n'_0 = 1485$ tr/min ;
- puissance absorbée : $P_0 = 1200$ W ;
- intensité efficace du courant en ligne : $I_0 = 10,5$ A.

- Quel est le nombre de pôles du stator ?
- Pour l'essai à vide, calculer :
 - le glissement g_0 ;
 - le facteur de puissance $\cos \varphi_0$;
 - la puissance apparente S_0 .

Solution :

1. Nombre de pôles du stator

A 50 Hz, les fréquences de rotation au synchronisme n'_s , exprimées en tours par minute, sont données en fonction du nombre p de paires de pôles par les relations suivantes :

$$n'_s = 60 \frac{f}{p} \Rightarrow n'_s = \frac{3000}{p}$$

avec $p = 1, 2, 3, \dots$

La fréquence de rotation à vide n'_0 étant très voisine de n'_s nous pouvons affirmer que, pour le moteur considéré, $p = 2$ et $n'_s = 1500$ tr/min

\Rightarrow Le stator comporte 4 pôles

2. Essai à vide

Glissement g_0

Le glissement est donné par l'expression :

$$g_0 = \frac{n'_s - n'_0}{n'_s}$$

$$g_0 = \frac{1500 - 1485}{1500} \Rightarrow g_0 = 1,0 \%$$

Facteur de puissance $\cos \varphi_0$

De l'expression de la puissance absorbée à vide par le moteur :

$P_0 = UI\sqrt{3} \cos \varphi_0$ nous tirons :

$$\cos \varphi_0 = \frac{P_0}{UI_0\sqrt{3}}$$

$$\text{Soit : } \cos \varphi_0 = \frac{1200}{380 \times 10,5 \times \sqrt{3}} \Rightarrow \cos \varphi_0 \approx 0,174$$

Puissance apparente S_0

La puissance apparente S_0 a pour expression :

$$S_0 = UI_0\sqrt{3}$$

$$\text{D'où : } S_0 = (380 \times 10,5 \times \sqrt{3}) \text{ VA} \Rightarrow S_0 \approx 6,91 \text{ kVA}$$

1 Couple électromagnétique

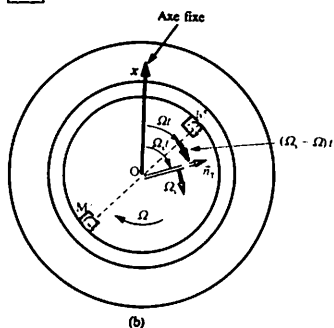


Fig. 1. Champ dans l'entrefer : Le champ résultant dans l'entrefer est à répartition sinusoïdale. Il est figuré ici par la direction de son axe définie par le vecteur unitaire \vec{n}_r . Ce champ tourne à la vitesse angulaire Ω_s . Il provient de la composition du champ dû au stator qui tourne à la vitesse Ω_s et du champ dû aux courants rotoriques dont la vitesse angulaire vaut $\Omega + (\Omega_s - \Omega) = \Omega_s$.

- Champ tournant produit par le rotor

Dans un moteur asynchrone (fig. 1), un champ tourne dans l'entrefer à la vitesse angulaire Ω_s . En régime établi, le rotor de la machine tourne à la vitesse angulaire Ω inférieure à Ω_s . Les conducteurs du rotor sont alors soumis à un champ magnétique variable qui tourne par rapport à eux-mêmes à la vitesse $(\Omega_s - \Omega)$. Il en résulte l'induction de f.é.m. dans ces conducteurs. Ceux-ci faisant partie de circuits fermés, dans un rotor à cage comme dans un rotor bobiné, des courants induits, de même pulsation que les f.é.m., circulent dans ces conducteurs rotoriques.

Si le moteur comporte p paires de pôles, la pulsation des f.é.m. induites, et donc des courants rotoriques, est :

$$\omega_r = p (\Omega_s - \Omega) = pg\Omega_s = g\omega$$

L'ensemble des courants rotoriques forme un système polyphasé (système triphasé avec un rotor bobiné). Nous admettons que ce système crée un champ tournant comportant le même nombre de pôles ($2p$) que le champ inducteur dû aux courants statoriques.

Le champ rotorique tourne par rapport au rotor à la vitesse angulaire :

$$\Omega_r = \frac{\omega_r}{p} = \Omega_s - \Omega$$

- Champ dans l'entrefer

Puisque le rotor tourne à la vitesse Ω , le champ rotorique tourne donc par rapport au stator à la vitesse angulaire : $\Omega + \Omega_r = \Omega_s$.

Le champ statorique et le champ rotorique sont deux champs synchrones. Ils se composent pour former un champ unique résultant à répartition sinusoïdale.

Forces électromagnétiques

Les différents conducteurs du rotor sont soumis à des forces de Laplace qui résultent de l'action du champ tournant sur les courants induits.

Ces forces tournent à la vitesse Ω_s (fig. 2) : elles glissent par rapport au rotor qui, lui, ne tourne qu'à la vitesse Ω .

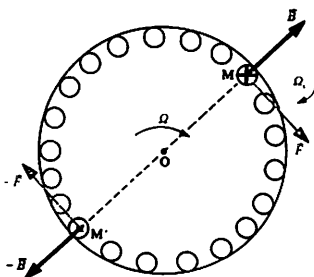


Fig. 2. Forces de Laplace. Les spires d'un rotor bobiné sont balayées par le champ tournant. A chaque instant l'axe de la spire où l'intensité est maximale coïncide avec l'axe du champ rotorique qui tourne à la vitesse de synchronisme Ω_s . Ω_s est donc à la fois la vitesse de rotation de la distribution des courants induits et celle de l'ensemble des forces de Laplace qui glissent par rapport au rotor à la vitesse $\Omega_s - \Omega$.

PUISSANCES

L'action de l'ensemble des forces électromagnétiques se réduit à un couple électromagnétique résultant de moment T_{em} . Il développe une puissance électromagnétique égale à $T_{em} \Omega_s$.

2 Puissances - couple

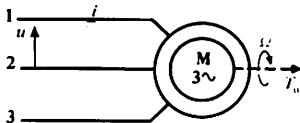


Fig. 3

Puissance transmise au rotor

- Un moteur asynchrone triphasé tourne à la vitesse constante Ω en fournissant un couple utile de moment T_u (fig. 3). Il absorbe la puissance active P :

$$P = \sqrt{3}UI \cos \varphi$$

- La partie du stator qui est soumise au champ tournant est le siège de pertes dans le fer (p_{fs}).
- Dans les enroulements du stator, une puissance p_{js} est perdue par effet Joule; comme pour toute machine triphasée présentant une résistance R entre deux bornes de phases statoriques :

$$p_{js} = \frac{3}{2} RI^2$$

• La puissance P_{tr} transmise au rotor (fig. 4) est égale à :

$$P_{tr} = P - p_{fs} - p_{js}$$

► Expression des pertes par effet Joule en fonction de R et I . Voir chapitre 23 (marge).

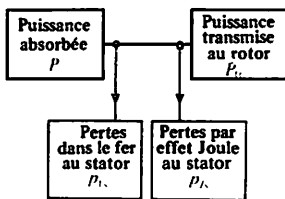


Fig. 4. Transmission de la puissance du stator vers le rotor. Les pertes dans le fer au stator, p_{fs} , sont presque indépendantes de la charge. En revanche, elles sont liées à la valeur efficace U et à la fréquence f de la tension d'alimentation.

Moment T_{em} du couple électromagnétique

La puissance P_{tr} est transmise du stator vers le rotor par l'action du champ tournant statorique sur les courants du rotor, c'est-à-dire par effet électromagnétique. La puissance électromagnétique transmise au rotor est égale à :

$$P_{tr} = T_{em} \Omega_s$$

Le moment du couple électromagnétique est donc égal à :

$$T_{em} = \frac{P_{tr}}{\Omega_s}$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} T_{em} \text{ en newtons-mètres} & (\text{Nm}) \\ P_{tr} \text{ en watts} & (\text{W}) \\ \Omega_s \text{ en radians} & \\ & \text{par seconde} \quad (\text{rad/s}) \end{array} \right.$$

Bilan des puissances au rotor

La puissance transmise au rotor est convertie d'une part en puissance mécanique P_M et d'autre

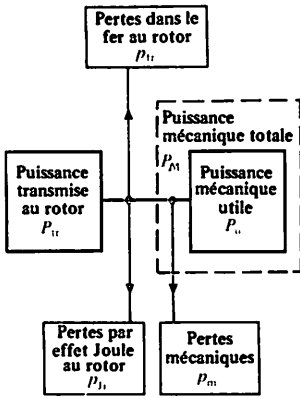


Fig. 5. Bilan de puissance au rotor.
Les pertes dans le fer du rotor sont généralement très faibles car le champ glisse lentement à la vitesse $g\Omega_s$ par rapport au rotor, produisant ainsi des courants de très basse fréquence gf . Ces pertes sont négligées.

Le rendement d'un moteur asynchrone est toujours inférieur à $1 - g$.
En effet, puisque

$$P = P_{tr} + p_{fr} + p_{jr}$$
 et

$$P_u = P_{tr} - p_{jr} - p_m$$

$$P_u = (1 - g) P_{tr} - p_m$$

$$P_u < (1 - g) P_{tr}$$
 On obtient :

$$\eta = \frac{P_u}{P} < \frac{(1 - g) P_{tr}}{P_{tr}}$$

$$\eta < 1 - g$$

part en pertes par effet Joule p_{jr} dans les conducteurs du rotor (fig. 5).

Puissance mécanique totale

Le couple électromagnétique de moment T_{em} entraîne le rotor à la vitesse angulaire Ω . Il lui communique la puissance mécanique totale P_M :

$$P_M = T_{em} \Omega$$

Autre expression : en tenant compte de l'expression du moment T_{em} en fonction de P_{tr} , nous pouvons écrire :

$$P_M = P_{tr} \frac{\Omega}{\Omega_s} = P_{tr} (1 - g)$$

En effet :

$$1 - g = 1 - \frac{\Omega_s - \Omega}{\Omega_s} = \frac{\Omega}{\Omega_s}$$

Expression des pertes par effet Joule au rotor

$$p_{jr} = P_{tr} - P_M = P_{tr} - P_{tr}(1 - g) \Rightarrow p_{jr} = gP_{tr}$$

Puissance utile du rotor

Les pertes mécaniques p_m se retranchent de la puissance mécanique P_M ; la puissance utile du rotor est donc égale à :

$$P_u = P_M - p_m = T_{em} \Omega - p_m \text{ ou } P_u = P_{tr}(1 - g) - p_m$$

Moment T_u du couple utile

$$T_u = \frac{P_u}{\Omega}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T_u \text{ en newtons-mètres (Nm)} \\ P_u \text{ en Watts (W)} \\ \Omega \text{ en radians par seconde (rad/s)} \end{array} \right.$$

Rendement η du moteur asynchrone

$$\eta = \frac{P_u}{P} = \frac{T_u \Omega}{\sqrt{3}UI \cos \varphi}$$

1 Le bon de commande d'un moteur asynchrone porte les indications suivantes :

- tension d'alimentation : 220 V/380 V ; 50 Hz ; couplage étoile ;
 - puissance utile : 15 kW ; intensité en ligne correspondante : 33 A ; facteur de puissance : 0,85 ; fréquence de rotation dans ces conditions : 720 tr/min.
- A l'aide de ces indications, calculer :
1. le nombre de pôles $2p$ du moteur (le glissement devant être faible) ;
 2. son glissement en charge g ;
 3. le moment T_u du couple utile nominal ;
 4. le rendement η au régime nominal.

Solution :

1. Nombre de pôles $2p$ du moteur

La vitesse de synchronisme n'_s exprimée en tours par minute, est donnée en fonction de la fréquence f par la relation :

$$n'_s = 60 \frac{f}{p} = \frac{3000}{p} \quad (f = 50 \text{ Hz})$$

D'où le tableau des vitesses de synchronisme possibles :

p	1	2	3	4	5	6
n'_s (tr/min)	3000	1500	1000	750	600	500

La fréquence de rotation n' est inférieure à la valeur n'_s cherchée, mais elle est voisine de celle-ci (le rendement du moteur reste toujours acceptable). Cela nous conduit à adopter :

$$\begin{cases} n'_s = 750 \text{ tr/min} \\ p = 4 \end{cases} \Rightarrow \boxed{2p = 8}$$

Le moteur comporte 8 pôles.

2. Glissement g en charge

Le glissement est donné par la relation :

$$g = \frac{n'_s - n'}{n'_s}$$

$$\text{D'où : } g = \frac{750 - 720}{750} \Rightarrow \boxed{g = 4 \%}$$

3. Moment T_u du couple utile

Ce moment est donné en fonction de la puissance utile P_u par la relation :

$$T_u = \frac{P_u}{2\pi n} \text{ avec } n = \frac{n'}{60}$$

$$T_u = \frac{15 \times 10^3}{2 \times 3,14 \times (720/60)} \text{ Nm}$$

$$\Rightarrow \boxed{T_u = 199 \text{ Nm}}$$

4. Rendement η

Si le moteur absorbe une puissance P_a quand il fournit une puissance P_u :

$$\eta = \frac{P_u}{P_a}$$

La puissance P_a se calcule au moyen des données correspondant aux grandeurs électriques du régime nominal : $U = 380 \text{ V}$ (tension composée), $I = 33 \text{ A}$ (intensité du courant en ligne), $\cos \varphi = 0,85$ (facteur de puissance du moteur) : $P_a = \sqrt{3}UI \cos \varphi$

$$\text{D'où } \eta = \frac{P_u}{\sqrt{3}UI \cos \varphi}$$

$$\eta = \frac{15 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 380 \times 33 \times 0,85} \Rightarrow \boxed{\eta = 81,2 \%}$$

2 Un moteur asynchrone triphasé absorbe une puissance P de 8,0 kW. Les pertes statoriques sont alors égales à 0,60 kW. Si le glissement est égal à 3,5 %, quelle est la valeur des pertes par effet Joule dans le rotor ?

Solution :

Les pertes par effet Joule dans le rotor p_{jr} s'expriment en fonction de la puissance transmise P_{tr} et du glissement g :

$$p_{jr} = gP_{tr}$$

Déterminons P_{tr} . Si p_s représente l'ensemble des pertes statoriques, la puissance transmise au rotor est égale à :

$$P_{tr} = P - p_s$$

D'où :

$$p_{jr} = g(P - p_s)$$

Soit : $p_{jr} = [0,035 \times (8000 - 600)] \text{ W}$

$$\Rightarrow \boxed{p_{jr} = 0,26 \text{ kW}}$$

1 Modèle équivalent au synchronisme

► Pour interpréter les propriétés d'un moteur asynchrone il est possible de le représenter par un modèle électrique. Le schéma équivalent obtenu permet ensuite de comprendre et de prévoir le comportement du moteur dans les diverses situations où il peut être mis en œuvre.

Dans le raisonnement et dans les figures, nous désignons :
 — par v l'une quelconque des trois tensions simples du réseau triphasé qui alimente le moteur (v_1 ou v_2 ou v_3) ;
 — par i l'intensité du courant correspondant à la phase considérée ($i = i_1$ si $v = v_1$, etc.).

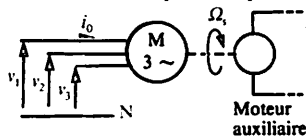


Fig. 1. Moteur asynchrone entraîné à la vitesse de synchronisme. Au synchronisme, le moment T_{am} du couple électromagnétique est nul. Le moteur auxiliaire compense les pertes mécaniques. Le réseau fournit la puissance

$$P_0 = 3V I_0 \cos \varphi_0 \quad (P_0 \approx p_{fs})$$

Les appareils nécessaires aux mesures ne sont pas représentés.

Fig. 2. Modèle monophasé équivalent au synchronisme.

Détermination de R_m et X_m .

• Les éléments du modèle rendent compte de l'intensité I_0 et de la puissance $P_0 \approx p_{fs}$.

$$V = R_m I_{0a} = X_m I_{0r}$$

avec $I_{0a} = I_0 \cos \varphi_0$

et $I_{0r} = I_0 \sin \varphi_0$

$$\frac{P_{fs}}{3} = \frac{P_0}{3} = R_m (I_{0a})^2 = \frac{V^2}{R_m} \Rightarrow R_m = 3 \frac{V^2}{P_0}$$

$$\tan \varphi_0 = \frac{I_{0r}}{I_{0a}} = \frac{R_m}{X_m}$$

$$\frac{Q_0}{3} = V I_0 \sin \varphi_0 = V \frac{V}{X_m} = \frac{V^2}{X_m}$$

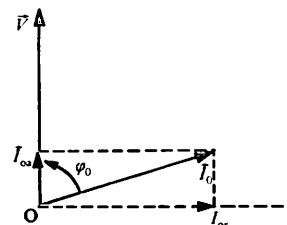
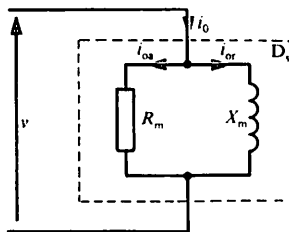
- Un moteur asynchrone triphasé est alimenté par un réseau triphasé. Son rotor est solidaire d'un moteur à courant continu alimenté sous tension réglable (fig. 1). L'alimentation de ce moteur est prévue pour entraîner le rotor dans le sens imposé par le réseau et atteindre la vitesse de synchronisme ($g = 0$).

Pour ce point de fonctionnement nous relevons la valeur efficace V d'une tension simple, l'intensité efficace I_0 du courant en ligne, la puissance P_0 fournie par le réseau, le facteur de puissance $\cos \varphi_0$ [$\varphi_0 = (\vec{I}_0, \vec{V})$].

- Dans ce fonctionnement, les f.é.m. induites au rotor sont nulles et, par conséquent, il en est de même des intensités des courants rotoriques et du couple électromagnétique. La puissance absorbée P_0 compense uniquement les pertes dans le fer du stator p_{fs} et les pertes par effet Joule à vide. En négligeant celles-ci, nous pouvons écrire :

$$p_{fs} \approx P_0 = 3V I_0 \cos \varphi_0$$

- Pour chaque phase de la ligne triphasée d'alimentation nous rendons compte de cette situation par un modèle équivalent où le moteur est assimilé à un dipôle D_s associant, en parallèle, une résistance R_m et une réactance X_m (fig. 2). Ce dipôle, alimenté sous la tension simple V doit absorber une puissance égale à $\frac{P_0}{3}$ avec un facteur de puissance $\cos \varphi_0$. L'intensité du courant appelé a évidemment pour valeur efficace I_0 .



R_m dépend beaucoup de la fréquence de la tension v .

2 Modèle équivalent en charge

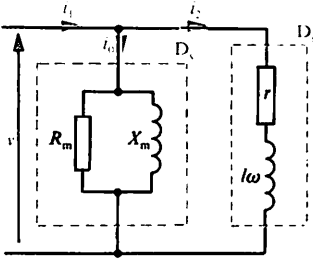


Fig. 3. Modèle équivalent pour une phase.

● Le modèle est établi pour une phase d'un moteur alimenté par un système triphasé de tensions. En charge, le moteur est alimenté sous une tension simple de valeur efficace V . L'intensité efficace du courant en ligne est I_1 .

● La puissance totale absorbée par le moteur de charge est :

$$P_1 = 3VI_1 \cos \varphi_1$$

La puissance transmise au rotor est égale à :

$$P_{tr} = 3VI_2 \cos \varphi_2$$

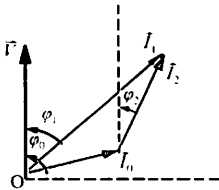


Fig. 4. Diagramme de Fresnel. Le diagramme de Fresnel vérifie la relation $\vec{I}_1 = \vec{I}_0 + \vec{I}_2$

I_2 et φ_2 ne sont pas directement mesurables mais peuvent être déduits du diagramme de Fresnel.

Expérience

Le moteur fonctionne en charge et dans les mêmes conditions d'alimentation que précédemment (tension simple : V) ; l'intensité du courant en ligne est I_1 . Pour une puissance absorbée P_1 , le facteur de puissance est égal à $\cos \varphi_1$ [$\varphi_1 = (\vec{I}_1, \vec{V}_1)$].

Interprétation

Le moteur absorbe une puissance totale P_1 égale à la somme de la puissance transmise au rotor P_{tr} , et des pertes statoriques.

En négligeant les pertes par effet Joule statoriques et en admettant que les pertes dans le fer au stator sont les mêmes à vide et en charge nous pouvons écrire pour une phase :

$$\frac{P_1}{3} \approx \frac{P_{tr}}{3} + \frac{P_0}{3}$$

Cette relation conduit à un modèle qui associe :

- un dipôle D_s qui absorbe une puissance $\frac{P_0}{3}$ et rend compte des phénomènes statoriques,
- un dipôle D_r qui absorbe une puissance $\frac{P_{tr}}{3}$ et

traduit le comportement du rotor «vu» d'une phase d'alimentation (fig. 3).

Le diagramme de Fresnel de la figure 4 nous permet de déterminer l'intensité i_2 du courant qui traverse D_r , à partir des valeurs expérimentales V , I_0 , φ_0 , I_1 et φ_1 .

Détermination de D_r

- Puisque l'intensité i_2 du courant qui traverse le dipôle D_r est en retard par rapport à la tension v qui est appliquée à la phase considérée, nous pouvons représenter D_r comme constitué d'une résistance r associée en série avec une inductance l ($\tan \varphi_2 = \frac{l\omega}{r}$).

- Afin que la présence de D_r rende bien compte du supplément de puissance absorbée par le moteur en charge, il est nécessaire que la puissance rI_2^2 dissipée dans la résistance r soit telle que :

$$3rI_2^2 = P_{tr}$$

- Imposons au modèle la condition supplémentaire suivante : l'intensité i_2 du courant qui traverse D_r est proportionnelle à la véritable intensité i_r du courant dans une phase du rotor :

$$i_2 = k i_r \quad \text{ou} \quad I_2 = k I_r$$

Conséquence :

Si R_r est la résistance d'une phase du rotor, la puissance réellement dissipée par effet Joule dans le rotor s'écrit :

$$p_{jr} = 3R_r I_r^2$$

Or : $p_{jr} = g P_{tr}$ soit $P_{tr} = \frac{p_{jr}}{g}$

Donc : $3r I_2^2 = 3r (k I_r)^2 = \frac{3R_r I_r^2}{g} \Rightarrow k^2 r = \frac{R_r}{g}$

ou encore, en posant $R = \frac{R_r}{k^2}$: $r = \frac{R}{g}$

3 Détermination expérimentale

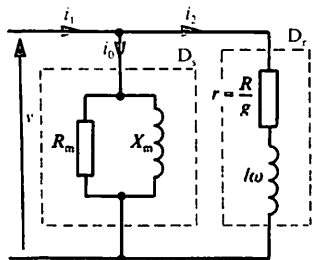


Fig. 5. Modèle électrique du rotor ramené au stator.

Essai au synchronisme : $g = 0$

Le moteur est alimenté sous sa tension nominale et entraîné au synchronisme par un moteur auxiliaire. On mesure la tension V appliquée, la puissance P_0 et la puissance réactive Q_0 (méthode des deux wattmètres). Puisque $I_2 = 0$ on trouve :

$$R_m = \frac{3V^2}{P_0}; \quad X_m = \frac{3V^2}{Q_0}$$

Essai à rotor bloqué : $g = 1$

Le rotor est bloqué et est alimenté sous tension réduite (10 à 20 % de la tension nominale) de façon que le courant appelé soit proche du courant nominal. On mesure : l'intensité I_1 du courant en charge, la puissance active P_1 et la puissance réactive Q_1 .

Comme le moteur est sous tension très réduite, les pertes dans le fer sont négligeables. Pour le modèle de la figure 5 cela revient à négliger l'intensité du courant dans le dipôle D_s ($I_0 \ll I_1$).

D'où : $g = 1$; $\frac{R}{g} = R$; $P_1 \approx 3R I_1^2$ et $Q_1 \approx 3l\omega I_1^2$

On obtient : $R = \frac{P_1}{3I_1^2}$ et $l\omega = \frac{Q_1}{3I_1^2}$

Un moteur asynchrone est alimenté par un réseau 220/380 V-50 Hz. Son stator est couplé en étoile et l'on admet que les résistances et les inductances de fuites du stator sont négligeables ainsi que les pertes ferromagnétiques.

On effectue les essais suivants.

Premier essai : le moteur, alimenté sous la tension $U = 380$ V entre phases, est entraîné à la fréquence de synchronisme. Le courant appelé en ligne a pour intensité $I_0 = 15$ A (essai à vide).

Second essai : le rotor en court-circuit est maintenu à l'arrêt; le stator est alimenté sous tension réduite $U_{cc} = 95,0$ V entre phases. Pour un courant en ligne d'intensité $I_{cc} = 38$ A, la puissance absorbée est $P_{cc} = 1,8$ kW (essai en court-circuit).

A partir de ces essais, on veut déterminer les éléments du schéma équivalent d'une phase du stator.

1. Si l'on néglige les pertes ferromagnétiques, comment se simplifie le schéma de la figure 3 ?

2. A partir de l'essai à vide, déterminer X_m .

3. A partir de l'essai en court-circuit, déterminer la puissance active et la puissance réactive consommées dans R et $l\omega$.

4. En négligeant l'intensité I_{10} dans l'essai à rotor bloqué (figure 5) déterminer R et $l\omega$.

Solution :

1. Modèle équivalent pour une phase

Dans le modèle de la figure 3 les pertes ferromagnétiques sont modélisées par les pertes dans la résistance R_m . Si l'on néglige ces pertes, cela revient à supprimer la résistance R_m dans le modèle précédent (fig. 6).

2. Détermination de X_m

Dans l'essai à vide : $i_2 = 0$ et $i_1 = i_0$.

$$\text{D'où : } V = X_m I_0 \Rightarrow X_m = \frac{V}{I_0}$$

$$X_m = \left(\frac{220}{15} \right) \Omega \Rightarrow X_m \approx 14,7 \Omega$$

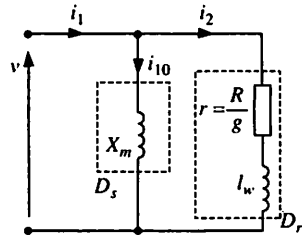


Fig. 6

3. Puissance active P et puissance réactive Q

L'essai en court-circuit s'effectue sous tension réduite à intensité nominale et rotor bloqué. Dans ces conditions l'intensité i_0 dans X_m est négligeable :

$$i_1 = i_{cc} \approx i_2 \text{ et } g = 1$$

Le schéma équivalent est celui d'une phase. Le moteur est triphasé, donc R consomme la puissance $P = \frac{P_{cc}}{3}$ soit :

$$P = \left(\frac{1800}{3} \right) \text{ W} \Rightarrow P = 600 \text{ W}$$

La réactance $l\omega$ consomme $Q = \frac{Q_{cc}}{3}$.

$$Q = \left[\frac{1}{3} \sqrt{(\sqrt{3} \times 95 \times 38)^2 - (1800)^2} \right] \text{ vars}$$

$$\Rightarrow Q = 2,00 \text{ kvar}$$

4. Valeurs de R et $l\omega$

Puisque I_{10} est négligeable, nous pouvons écrire :

$$P = R I_{cc}^2 \Rightarrow R = \frac{P}{I_{cc}^2}$$

$$\text{soit : } R = \frac{600}{(38)^2} \Omega \Rightarrow R = 0,416 \Omega$$

$$\text{et : } l\omega = \frac{Q}{I_{cc}^2}$$

$$\text{soit : } l\omega = \frac{1996}{(38)^2} \Omega \Rightarrow l\omega = 1,38 \Omega$$

1 Couple électromagnétique

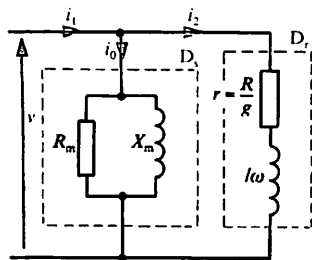


Fig. 1

Calcul de la puissance transmise

Le modèle électrique du rotor (fig.1) permet d'écrire :

$$P_{tr} = 3rI_2^2 \quad \text{et} \quad I_2 = \frac{V}{\sqrt{r^2 + l^2\omega^2}}$$

$$\text{Donc : } P_{tr} = 3V^2 \cdot \frac{r}{r^2 + l^2\omega^2} = \frac{3V^2}{l\omega} \cdot \frac{1}{\frac{r}{l\omega} + \frac{l\omega}{r}}$$

Puisque : $r = \frac{R_r}{k^2g} = \frac{R}{g}$ nous obtenons :

$$P_{tr} = \frac{3V^2}{l\omega} \cdot \frac{1}{\frac{R}{gl\omega} + \frac{gl\omega}{R}}$$

► Valeur maximale du couple électromagnétique.

Dans le cas général :

$$T_{em} = K \frac{1}{\frac{R}{gl\omega} + \frac{gl\omega}{R}}$$

— Posons : $\frac{R}{gl\omega} = x$. Le

dénominateur de l'expression ci-dessus est égal à :

$$f(x) = x + \frac{1}{x}$$

La dérivée de cette fonction est :

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$$

Elle est nulle pour $x = 1$,

$$\left(x = \frac{R}{gl\omega} > 0 \right)$$

Pour cette valeur $f(x)$ est minimale : $f(1) = 2$

— Par conséquent T_{em} est maximal pour

$$\frac{R}{g_M l \omega} = \frac{g_M l \omega}{R} = 1$$

Soit :

$$g_M = \frac{R}{l\omega}$$

Alors :

$$\widehat{T}_{em} = \frac{K}{2} = \frac{3p}{2l} \cdot \left(\frac{V}{\omega} \right)^2$$

Moment du couple électromagnétique

Le moment du couple électromagnétique est donné en fonction de la puissance transmise :

$$T_{em} = \frac{P_{tr}}{\Omega_s} = \frac{3V^2}{l\omega\Omega_s} \cdot \frac{1}{\frac{R}{gl\omega} + \frac{gl\omega}{R}}$$

Soit en remplaçant Ω_s par $\frac{\omega}{p}$:

$$T_{em} = \frac{3p}{l} \left(\frac{V}{\omega} \right)^2 \cdot \frac{1}{\frac{R}{gl\omega} + \frac{gl\omega}{R}}$$

ou (voir marge) :

$$T_{em} = \widehat{2T}_{em} \cdot \frac{1}{\frac{R}{gl\omega} + \frac{gl\omega}{R}}$$

Le calcul montre que la valeur maximale \widehat{T}_{em} du moment du couple électromagnétique est indépendante de R et donc de la résistance R_r du rotor.

2 Fonctionnement à V et f constantes

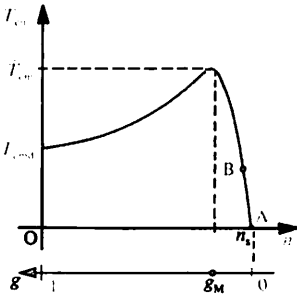


Fig. 2. Caractéristique électromécanique.

— A tension d'alimentation et fréquence constante :

$$T_{em} = 2 \hat{T}_{em} \cdot \frac{1}{\frac{R}{gl\omega} + \frac{gl\omega}{R}}$$

et : $T_{emd} = 2 \hat{T}_{em} \cdot \frac{1}{\frac{R}{l\omega} + \frac{l\omega}{R}}$

— Pour les valeurs faibles du glissement (cas du fonctionnement normal) l'expression de T_{em} se simplifie

car $\frac{gl\omega}{R}$ peut être négligé devant

$\frac{R}{gl\omega}$. Alors :

$$T_{em} \approx 2 \hat{T}_{em} \cdot \frac{l\omega}{R} \cdot g$$

Par conséquent la partie AB de la caractéristique mécanique est pratiquement rectiligne.

La tension d'alimentation et la fréquence sont constantes.

$$D'où : K = \frac{3p}{l} \left(\frac{V}{\omega} \right)^2 \quad (K = C^{te}) \quad \text{et} \quad T_{em} = K \frac{1}{\frac{R}{gl\omega} + \frac{gl\omega}{R}}$$

Le moment du couple électromagnétique ne dépend que du rapport $\frac{R}{g}$, ou, puisque $R = \frac{R_r}{k^2}$, que du rapport $\frac{R_r}{g}$.

Caractéristique mécanique

Elle se déduit de l'expression du couple électromagnétique T_{em} (fig. 2). En raison du couple de pertes mécaniques le moment du couple utile T_u est un peu inférieur à T_{em} .

Couple au démarrage

Le moment T_{emd} du couple au démarrage c'est-à-dire pour $g = 1$, est égal à :

$$T_{emd} = K \cdot \frac{1}{\frac{R}{l\omega} + \frac{l\omega}{R}} \quad \text{soit :} \quad T_{emd} = 2 \hat{T}_{em} \cdot \frac{1}{\frac{R}{l\omega} + \frac{l\omega}{R}}$$

Il est possible d'obtenir le couple maximal au démarrage en modifiant la résistance du rotor, par exemple, en introduisant en série avec chaque phase du rotor une résistance de rhéostat de démarrage. La résistance R intervenant dans le schéma équivalent prend alors une valeur R_d qui permet de réaliser la condition : $T_{emd} = \hat{T}_{em}$ pour $g = 1$. Pour obtenir ce résultat il faut que R_d soit telle que : $\frac{R_d}{l\omega} = 1$.

A cette valeur R_d correspond une résistance R_{rd} pour une phase rotorique qui doit satisfaire la condition :

$$\frac{R_{rd}}{k^2 l \omega} = 1$$

3 Fonctionnement à $\frac{V}{f} = C^{te}$

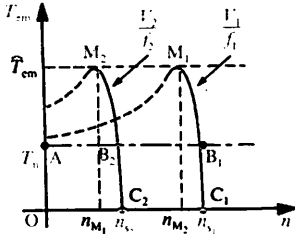


Fig. 3. Caractéristiques couple-vitesse.

Prenons l'exemple d'un moteur qui comporte une paire de pôles par phase.

— Admettons que $V_1 = 220$ V lorsque $f_1 = 50$ Hz :

$n_{s1} = 60 f_1 = 3000$ tr/min.

Supposons que $n_{M1} = 2900$ tr/min.

— Choisissons $f_2 = 25$ Hz. Afin de respecter la condition

$\frac{V_2}{f_2} = \frac{V_1}{f_1} = C^{te}$ nous prendrons

$V_2 = 110$ V.

— Comme la caractéristique mécanique ne dépend que de la différence $(n_s - n)$, pour les points M_1 et M_2 , qui correspondent tous les deux au couple électromagnétique maximal nous pouvons écrire :

$$n_{s2} - n_{M2} = n_{s1} - n_{M1}$$

comme $n_{s2}^* = 1500$ tr/min,

$$n_{M2}^* = 1400$$
 tr/min

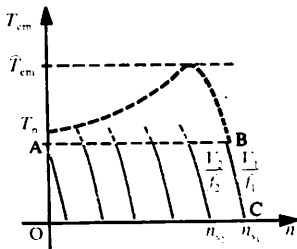


Fig. 4. Caractéristiques couple-vitesse pour différentes valeurs de la tension lorsque le rapport $\frac{V}{f}$ est maintenu constant.

Expression du couple

Montrons que dans ces conditions le moment T_{em} du couple électromagnétique ne dépend que de la différence $n_s - n$, l'expression générale de T_{em} est :

$$T_{em} = \frac{3p}{l} \left(\frac{V}{\omega} \right)^2 \cdot \frac{1}{\frac{R}{gl\omega} + \frac{gl\omega}{R}}$$

Comme : $\omega = 2\pi f$, $\Omega_s = \frac{\omega}{p}$, $g = \frac{n_s - n}{n_s}$

nous trouvons : $g\omega = pg\Omega_s = p(\Omega_s - \Omega) = 2\pi p(n_s - n)$

et : $T_{em} = \frac{3p}{4\pi^2 l} \cdot \left(\frac{V}{f} \right)^2 \cdot \frac{1}{\frac{R}{2\pi p l (n_s - n)} + \frac{2\pi p l}{R} (n_s - n)}$

Posons : $a = \frac{R}{2\pi p l}$ ($a = C^{te}$) et remarquons que

lorsque $\frac{V}{f} = C^{te}$ alors : $\frac{3p}{4\pi^2 l} \left(\frac{V}{f} \right)^2 = C^{te} = K = 2 \widehat{T}_{em}$.

En définitive :

$$T_{em} = 2 \widehat{T}_{em} \cdot \frac{1}{\frac{a}{n_s - n} + \frac{n_s - n}{a}}$$

Lorsqu'un moteur asynchrone est alimenté de façon que le rapport $\frac{V}{f}$ soit constant, le moment du couple électromagnétique ne dépend que de l'écart de vitesse $n_s - n$. On montre que les caractéristiques couple-vitesse se déduisent alors les unes des autres par translation (fig. 3).

Intérêt de ce fonctionnement

Lorsqu'un moteur asynchrone est alimenté de façon que le rapport $\frac{V}{f}$ soit constant, il est possible

d'obtenir un point de fonctionnement en tout point de la région OABC (fig. 4) du plan couple-vitesse. Dans ce cas, les caractéristiques du moteur asynchrone rappellent celles du moteur à excitation séparée alimenté à flux constant et à tension d'induit réglable.

1 Un moteur asynchrone triphasé, bobiné, alimenté sous tension constante, ayant son rotor en court-circuit, fournit son couple maximal lorsque son glissement est égal à 10 %. La résistance de chaque enroulement rotorique est égale à 0,20 Ω . Quelle résistance r_h faut-il mettre en série avec chacun de ces enroulements pour obtenir le couple maximal au démarrage ?

Solution :
Pour un moteur asynchrone triphasé bobiné, alimenté sous tension constante, le moment du couple moteur garde la même valeur si le rapport $\frac{g}{r_t}$

reste constant (dans cette expression r_t est la résistance totale d'une phase du rotor). Pour les deux fonctionnements envisagés nous devons avoir la même valeur pour ce rapport, soit :

- pour le fonctionnement considéré

$$g = 10 \% = 0,1 \Rightarrow \frac{g}{r} = \frac{0,1}{0,2} = 0,5$$

- pour le démarrage ($g_0 = 1$) :

$$\frac{g_0}{r + r_h} = 0,5$$

D'où :

$$r_h = \frac{g_0}{0,5} - r \Rightarrow r_h = \left(\frac{1}{0,5} - 0,2 \right) \Omega$$

$$\Rightarrow \boxed{r_h = 1,8 \Omega}$$

2 Un moteur asynchrone tétrapolaire est alimenté de façon que le rapport $\frac{V}{f}$ (tension d'alimentation/fréquence d'alimentation) soit constant. A la fréquence d'alimentation $f_1 = 50$ Hz le couple électromagnétique maximal \overline{T}_{em} est obtenu pour la fréquence de rotation $n'_1 = 1200$ tr/min. La fréquence d'alimentation du stator devient $f_2 = 25$ Hz, pour quelle fréquence de rotation n'_2 obtient-on \overline{T}_{em} ?

Solution :

Lorsqu'un moteur asynchrone est alimenté de façon que le rapport $\frac{V}{f}$ soit constant, le moment T_{em} du couple électromagnétique ne dépend que de l'écart de vitesse ($n'_s - n'$). De ce fait, si T_{em} est constant ($T_{em} = \overline{T}_{em}$) nous aurons l'égalité :

$$(n'_s - n'_1) = (n'_s - n'_2)$$

D'où la valeur de n'_2 :

$$n'_2 = n'_s - (n'_s - n'_1)$$

Soit :

$$n'_2 = [750 - (1500 - 1200)] \text{ tr/min}$$

$$\Rightarrow \boxed{n'_2 = 450 \text{ tr/min}}$$

3 Un moteur asynchrone triphasé, tétrapolaire, est alimenté par un réseau 380 V-50 Hz. A 50 Hz, pour une phase du rotor, on donne la réactance de fuite : $\lambda_r \omega = 1,4 \Omega$ et la résistance $R_r = 0,112 \Omega$. Pour quelle fréquence de rotation le couple électromagnétique est-il maximal ?

Solution :

La valeur maximale du moment du couple électromagnétique est obtenue pour la valeur g_M du glissement :

$$g_M = \frac{R}{l\omega} = \frac{R_r}{\lambda_r \omega}$$

$$\Rightarrow g_M = \frac{0,112}{1,4} \Rightarrow g_M = 0,08$$

Calculons la fréquence de rotation n' correspondante : $n' = n'_s (1 - g)$

A 50 Hz, pour un moteur asynchrone triphasé, tétrapolaire, la fréquence de rotation au synchronisme n'_s est :

$$n'_s = 60 \frac{f}{p} \Rightarrow n'_s = \left(60 \times \frac{50}{2} \right) \text{ tr/min}$$

$$\Rightarrow n'_s = 1500 \text{ tr/min}$$

D'où $n' = [1500 \times (1 - 0,08)] \text{ tr/min}$

$$\Rightarrow \boxed{n' = 1380 \text{ tr/min}}$$

1 Caractéristiques électromécaniques

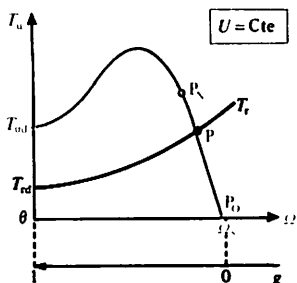


Fig. 1. Caractéristique mécanique typique sous tension constante.

— P_0 est le point de fonctionnement à vide.
 — P_N est le point de fonctionnement nominal.
 Si la courbe en noir est la caractéristique mécanique d'une charge entraînée par le moteur, le point P d'intersection des deux caractéristiques est le point de fonctionnement du groupe.

Caractéristique mécanique $T(\Omega)$ ou $T(g)$

Son allure (fig. 1) traduit trois propriétés importantes :

- le moment du couple de démarrage sous tension nominale est très important ;
- durant le fonctionnement normal (point de fonctionnement sur la partie P_0P_N de la caractéristique), la vitesse reste très voisine de la vitesse de synchronisme.

Pour cette portion de caractéristique, le moment du couple est sensiblement proportionnel au glissement :

$$T_u = Kg \quad \text{avec : } K = C^{10}$$

Sous tension et fréquence constantes, au voisinage du synchronisme, le moment du couple électromagnétique est proportionnel à g.

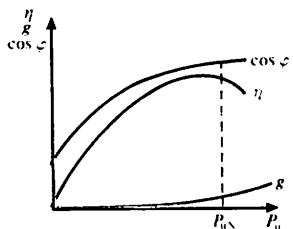
- Le moment du couple maximal est proportionnel au carré de la tension d'alimentation :

$$\widehat{T}_u = K' V^2 \quad \text{avec : } K' = C^{10}$$

(V : valeur efficace de la tension simple).

Autres caractéristiques

Les courbes de la figure 2 montrent comment évoluent le rendement η , le facteur de puissance $\cos \varphi$ et l'intensité efficace I du courant en ligne lorsque la puissance utile P_u demandée au moteur varie. Elles renseignent l'utilisateur sur les conditions de fonctionnement de la machine selon la charge imposée.



Remarque

Au démarrage, le moment du couple moteur est, dans les conditions habituelles d'utilisation, très supérieur au moment du couple résistant. L'accélération est donc brutale et le courant appelé est susceptible d'être très important.

Ce phénomène, sans inconvénient pour les petits moteurs, est inacceptable dès que la puissance atteint quelques dizaines de kilowatts. Il est alors nécessaire de mettre en œuvre des procédés particuliers de démarrage.

Fig. 2. Caractéristiques typiques sous tension et fréquence constantes.

Procédés de démarrage

a) Diminution de la tension d'alimentation

- Les enroulements sont couplés en étoile pour le démarrage; après cette phase transitoire, un coupleur permet de passer au couplage en triangle (couplage pour le fonctionnement normal).
- Pour des moteurs de quelques kilowatts, la tension est diminuée par insertion d'un rhéostat triphasé en série avec les enroulements du stator.
- Le procédé le plus moderne met en œuvre un gradateur électronique (thyristors commandés par microprocesseur) pour le réglage de la tension appliquée au stator. Cet appareillage est utilisable avec des moteurs de très grande puissance (plusieurs centaines de kilowatts) et il permet de contrôler simultanément plusieurs grandeurs : intensité du courant, accélération, etc.

b) Moteur à rotor bobiné

Au démarrage, le moteur se comporte comme un transformateur dont le rotor est le secondaire. En limitant les intensités des courants rotoriques, on diminue l'intensité du courant appelé tout en conservant un fort couple de démarrage.

c) Moteur alimenté par un onduleur

Si un onduleur est prévu pour alimenter le moteur, le démarrage du moteur peut être contrôlé très efficacement en donnant à la fréquence f et à la tension V de petites valeurs.

2 Applications

Le moteur asynchrone triphasé, dont la puissance va de quelques centaines de watts à plusieurs mégawatts est le moteur électrique le plus utilisé. Son rapport coût/puissance est le plus faible.

- Tournant à vitesse relativement constante quand il est alimenté par un réseau à fréquence constante, il peut vaincre, même au démarrage, des couples résistants importants. De surcroît, si le rotor est bobiné, on peut obtenir, par un procédé adapté, le couple maximal à l'arrêt.

Associés à des onduleurs de tension, les moteurs asynchrones de forte puissance peuvent fonctionner à vitesse variable dans un très large domaine.

Toutefois l'emploi de ce type de moteur est évité en très forte puissance ($P > 10 \text{ MW}$) car la consommation de puissance réactive est un handicap.

3 Moteurs asynchrones monophasés

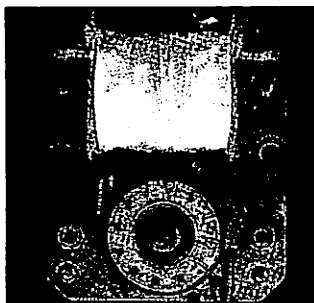
Nous savons qu'un enroulement alimenté par un courant sinusoïdal (système monophasé) produit un champ magnétique équivalent à deux champs tournant en sens inverse (chap. 20 paragraphe 3). Cette propriété est utilisée dans de petits moteurs asynchrones à usage domestique. Les performances d'un moteur asynchrone monophasé, bien qu'inférieures à celles d'un moteur triphasé, sont très acceptables.

- Si aucun dispositif supplémentaire n'est mis en œuvre, un moteur asynchrone monophasé doit être lancé au démarrage. Après le lancement, la rotation du rotor privilégie le champ résultant qui tourne dans le même sens que lui et affaiblit l'autre.



Moteur de machine à laver.

Sens de rotation



Petit moteur à spire de Frager.

Moteurs avec enroulement auxiliaire

Pour rendre le démarrage automatique, le moteur asynchrone monophasé est souvent pourvu d'un enroulement auxiliaire (on reconnaît celui-ci au fait que sa résistance est supérieure à celle de l'enroulement principal). Mis en série avec un condensateur, cet enroulement est donc parcouru par un courant déphasé par rapport à celui qui parcourt l'enroulement principal. Cela suffit pour créer un couple de démarrage. Après le démarrage, un interrupteur centrifuge permet parfois d'éliminer ce deuxième circuit.

Petits moteurs asynchrones à spires de Frager

Ces moteurs sont ceux des pompes de machines à laver, des ventilateurs d'ordinateurs, etc. On les appelle encore *moteurs à pôles fendus* car chaque pôle porte une encoche qui délimite sensiblement deux moitiés, l'une d'elles étant entourée d'une spire de cuivre fermée sur elle-même (spire de Frager). Le courant induit dans cette spire ajoute son action magnétisante à celle du courant parcourant le circuit principal. Le déphasage qui en résulte suffit à privilégier un sens de rotation : le rotor passe devant le demi-pôle non pourvu de spire avant de passer devant l'autre.

1 Un moteur asynchrone triphasé porte l'indication 380 V, 660 V, 50 Hz.

1. Sur quel réseau triphasé peut-on utiliser le démarrage étoile-triangle ?
2. En démarrage direct le couple maximal a pour moment $\hat{T} = 200 \text{ N.m}$. Quelle est sa valeur pour le démarrage étoile-triangle ?

Solution :

1. Démarrage étoile-triangle

Un enroulement statorique d'un moteur 380 V/660 V ne peut être soumis à une tension de valeur efficace supérieure à 380 V (tension nominale). Pendant la phase « étoile » du démarrage étoile-triangle, un enroulement doit être alimenté sous une tension réduite. Avec une tension de 380 V entre phases nous obtiendrons une tension de 220 V aux bornes de chaque enroulement avec un couplage en étoile. Par conséquent, c'est un réseau 220 V/380 V qui convient pour ce mode de démarrage.

2. Couple maximal au démarrage

Le moment du couple maximal est sensiblement proportionnel au carré de la tension d'alimentation :

$$\hat{T} = K' \cdot V^2$$

Lors du couplage en étoile des enroulements statoriques, la tension efficace aux bornes d'un enroulement est $\sqrt{3}$ fois plus petite que la tension nominale. Le moment du couple est donc 3 fois plus petit que le moment du couple nominal :

$$\hat{T}' = \frac{\hat{T}}{3}$$

$$\hat{T}' = \frac{200}{3} \text{ N.m} \Rightarrow \boxed{\hat{T}' \approx 66,7 \text{ N.m}}$$

2 Dans sa zone utile le moment du couple moteur d'un moteur asynchrone est proportionnel au glissement : $T = kg$. Sachant que pour :

$$n' = n'_s = 3000 \text{ tr/min,}$$

le moment T est nul et que pour $n' = 2970 \text{ tr/min}$ il est égal à $50,0 \text{ N.m}$ déterminer la valeur de la constante k .

Solution :

La constante k est donnée par la relation :

$$k = \frac{T}{g}$$

Pour $n' = 2970 \text{ tr/min}$, nous connaissons T et g

$$g = \frac{3000 - 2970}{3000} \Rightarrow g = 0,010$$

$$k = \left(\frac{50,0}{0,01} \right) \text{ N.m} \Rightarrow \boxed{k = 5000 \text{ N.m}}$$

Dans la zone utile : $T = 5000 g$

3 Un moteur asynchrone est alimenté de façon que le rapport $\frac{V}{f}$ soit constant.

Pour $f_1 = 50 \text{ Hz}$, l'équation de la caractéristique mécanique du moteur, dans sa zone utile, est : $T = [250 - 10n]$

(n en tours par seconde). Si le moteur est alimenté sous une tension de fréquence $f_2 = 25 \text{ Hz}$ et de valeur efficace V_2 , quelle est la nouvelle équation de $T(n)$? (on admet que le couple utile est égal au couple électromagnétique).

Solution :

Le moteur asynchrone étant alimenté en maintenant le rapport $\frac{V}{f}$ constant,

les caractéristiques mécaniques du moteur sont des droites parallèles dans la zone utile du graphique.

$$\text{A } 50 \text{ Hz : } T = 250 - 10n$$

La fréquence de synchronisme est celle pour laquelle $T = 0$: $n_{s_1} = 25 \text{ tr/s}$

$$\text{A } 25 \text{ Hz : } n_{s_2} = 12,5 \text{ tr/s}$$

Comme la pente des droites représentatives de la fonction $T(n)$ reste constante, le moment du couple à 25 Hz est :

$$\boxed{T = 125 - 10n}$$

Dans la même collection

Mémentos

Action commerciale	177146	Finances publiques	177825
Automatismes industriels	176573	Hydraulique industrielle	177147
Comptabilité		La distribution	177733
et gestion appliquées	177155	La pratique des claviers	177988
Construction mécanique	177739	La publicité	176857
Dessin industriel	176576	Le plan comptable abrégé	177149
Droit	177139	Législation du travail	
Droit constitutionnel	177824	1995/1996	177123
Économie d'entreprise	177144	Marketing direct	177865
Économie générale	177981	Mathématiques appliquées	
Électricité - Courant continu	177787	à l'électricité - Tome 1	177150
Électricité appliquée		Mathématiques appliquées	
Exercices	177142	à l'électricité - Tome 2	176574
Électricité professionnelle		Mathématiques financières	
Tome 1	177720	appliquées	177148
Électricité professionnelle		Outils de gestion commerciale	176816
Tome 2	177785	Pneumatique industrielle	177748
Électricité professionnelle		Régulation - Tome 1	177145
Tome 3	177830	Régulation - Tome 2	177743
Électronique analogique	177788	Régulation - Tome 3	176575
Électronique de puissance	176966	Techniques du commerce	
Électronique numérique	177990	international	177140
Électrotechnique	177992	Unités et grandeurs	176891
Études de marché	176119		

Références

Communication des entreprises	177157	Gestion de la PME/PMI	177912
Denrées et boissons	177853	Maintenance	177840
Électricité professionnelle	177914	Marketing	177158
Électrochimie	177866	Mathématiques appliquées	177738
Français	177154	Organisation et gestion des entreprises	177837
Génie électronique	176577	Précis de mathématiques	
Génie électrotechnique	176578	et de statistiques	177979
Génie mécanique -			
Automatismes industriels	177737		

Lexiques

Lexique Automatismes industriels	177791	Lexique Électronique	177794
Lexique Éco-Droit	177926		

Édition : Isabelle Hannebicque
Coordination artistique : Danielle Capellazzi
Conception maquette : Studio Primart