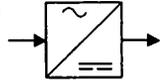


# Redresseur non commandé

C'est un convertisseur statique qui réalise le transfert d'énergie d'une source alternative monophasée ou triphasée vers un récepteur continu.

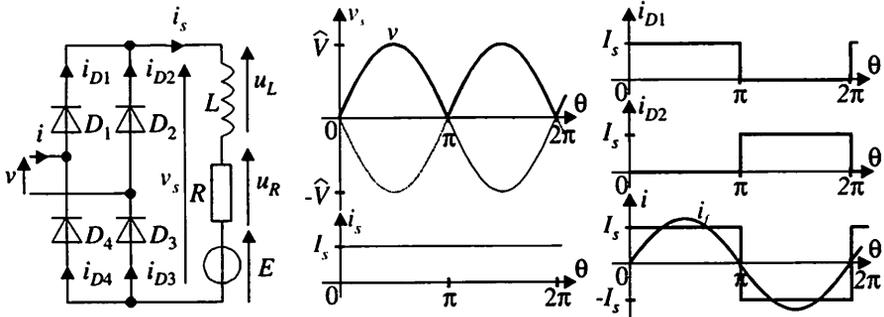


Les ponts étudiés dans les fiches 15 et 16 sont alimentés par une tension sinusoïdale  $v(t) = \hat{V} \sin(\omega \cdot t)$  pour les ponts monophasés ou un réseau triphasé équilibré direct de tensions sinusoïdales pour les ponts triphasés. On notera  $U$  la valeur efficace des tensions composées. Dans les fonctionnements sur charge inductive, on supposera la valeur de l'inductance  $L$  suffisamment élevée pour considérer le courant  $i_s$  dans la charge constant :  $i_s = I_s$ .

## I PD2 sur charge inductive

**Fonctionnement :** ce montage est constitué d'une cellule à cathodes communes ( $D_1, D_2$ ) et d'une cellule à anodes communes ( $D_3, D_4$ ) (cf. fiche 2).

- $v(t) > 0$ ,  $D_1$  et  $D_3$  passantes :  $v_s(t) = v(t)$ ,  $i_{D1} = i_{D3} = I_s$ ,  $i_{D2} = i_{D4} = 0$ .
- $v(t) < 0$ ,  $D_2$  et  $D_4$  passantes :  $v_s(t) = -v(t)$ ,  $i_{D1} = i_{D3} = 0$ ,  $i_{D2} = i_{D4} = I_s$ .



Les formes d'ondes sont représentées en fonction de l'angle  $\theta = \omega t = 2\pi f t$ .

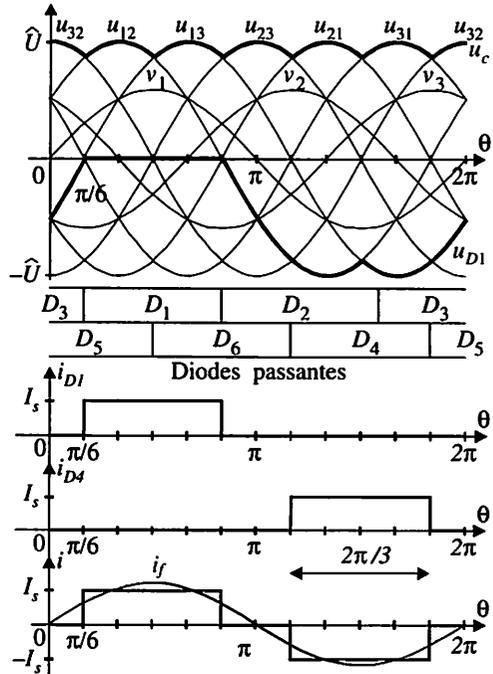
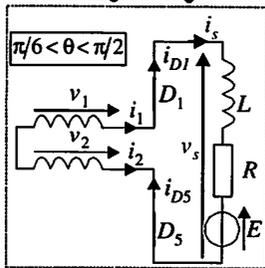
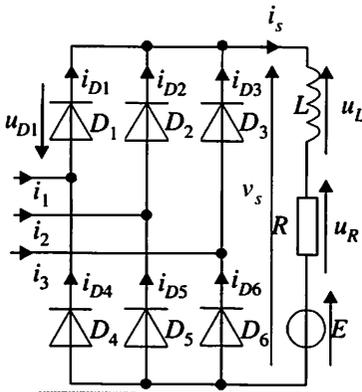
**Tension redressée  $v_s$  :** une demi période de la sinusoïde d'alimentation suffit à décrire la tension redressée,  $f_{v_s} = 2f$ . Sa valeur moyenne est donnée par :  $\bar{v}_s = \frac{2\hat{V}}{\pi}$ .

Démonstration :  $\bar{v}_s = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \hat{V} \sin \theta \, d\theta = \frac{\hat{V}}{\pi} \left[ -\cos \theta \right]_0^\pi = \frac{2\hat{V}}{\pi}$ .

**Courants :** une diode est passante pendant une demi période, la valeur moyenne du courant la traversant est :  $\bar{i}_D = \frac{I_s}{2}$ . Les diodes seront choisies de telle façon que leur  $I_{FAV}$  (forward average current) soit supérieur à  $\bar{i}_D$ . Le courant  $i$  à l'entrée du pont est alternatif, de valeur efficace :  $I = I_s$ . Son fondamental  $i_f$  est en phase avec la tension  $v$ .

## II PD3 sur charge inductive

**Montage :** Il est constitué d'une cellule à cathodes communes ( $D_1, D_2, D_3$ ) et d'une cellule à anodes communes ( $D_4, D_5, D_6$ ) (cf. fiche 2).



La tension est la juxtaposition des « sommets » des tensions composées. Par exemple, si on prend l'intervalle compris entre 0 et  $\pi/6$  :  $v_2 < v_1 < v_3$ . Les diodes  $D_3$  et  $D_5$  sont passantes, les autres sont bloquées. On obtient :  $u_s = u_{32}$ .

**Tension redressée  $v_s(t)$**  : un sixième de la période de la sinusoïde suffit à décrire la tension redressée,  $f_{v_s} = 6f$ . Sa valeur moyenne est donnée par :  $\overline{V_s} = \frac{3\hat{U}}{\pi}$ .

Démonstration : 
$$\overline{v_s} = \frac{1}{\pi} \int_{\pi/6}^{\pi/2} u_{12} d\theta = \frac{1}{\pi} \int_{\pi/6}^{\pi/2} \hat{U} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) d\theta = \frac{3\hat{U}}{\pi}$$

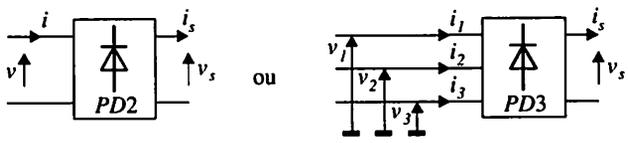
**Courants :**

- Une diode est passante pendant un tiers de période :  $\overline{i_D} = \frac{I_s}{3}$ .
- Le courant  $i(t)$  à l'entrée du pont est alternatif. Sa valeur efficace est donnée par :  $I = \sqrt{\frac{2}{3}} I_s$ . Son fondamental  $i_f(t)$  est en phase avec la tension  $v(t)$ .

### III Puissances

**Puissance en sortie du pont** : 
$$P = \frac{1}{T} \int_0^T v_s(t) i_s(t) dt$$

Si l'intensité du courant  $I_s$  est constante (bobine de lissage), on obtient :  $P = \overline{v_s(t)} I_s$ .  
 Si la tension  $V_s$  est constante (condensateur), on obtient :  $P = V_s \overline{i_s(t)}$ .



#### Puissances à l'entrée du pont

Les courants à l'entrée d'un pont redresseur sont périodiques et non sinusoïdaux. Les puissances actives et réactives sont alors déterminées à l'aide du premier harmonique (fondamental) de ces courants. Le déphasage entre le fondamental du courant et la tension est nul :  $\varphi_f = 0 \Rightarrow \cos \varphi_f = 1$  et  $\Rightarrow \sin \varphi_f = 0$  (cf. fiche 8).

**Conséquence** : les ponts redresseurs non commandés ne consomment pas de puissance réactive.

**Puissance active** : Les diodes sont idéales, elles ne consomment pas de puissance, on retrouve en sortie du pont la puissance active consommée en entrée.

#### Puissance apparente :

- en monophasé  $S = V I$ ,
- en triphasé  $S = \sqrt{3} U I$ .

$I$  représente la valeur efficace des courants à l'entrée du pont redresseur.

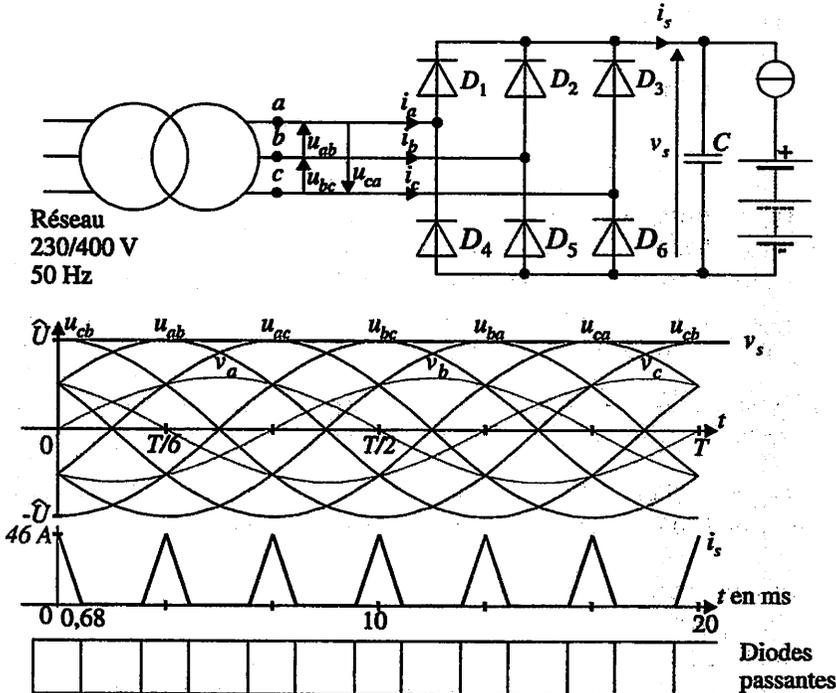
**Facteur de puissance :**  $f_p = \frac{P}{S}$ .

**Applications :** redresseurs sur charges fortement inductives.

	PD2	PD3
Puissance active	$P = \overline{v_s} i_s = \frac{2 \hat{V}}{\pi} I_s$	$P = \overline{v_s} i_s = \frac{3 \hat{U}}{\pi} I_s$
Puissance apparente	$S = VI = V I_s$	$S = \sqrt{3} UI = \sqrt{3} U \sqrt{\frac{2}{3}} I_s = \sqrt{2} U I_s$
Facteur de puissance	$f_p = \frac{P}{S} = 0,9$	$f_p = \frac{P}{S} = 0,95$

## Chargeur de batterie d'un véhicule électrique

La charge des batteries est réalisée à courant constant. Le chargeur, composé d'un transformateur et d'un pont de diodes de type PD3, est représenté ci-dessous.

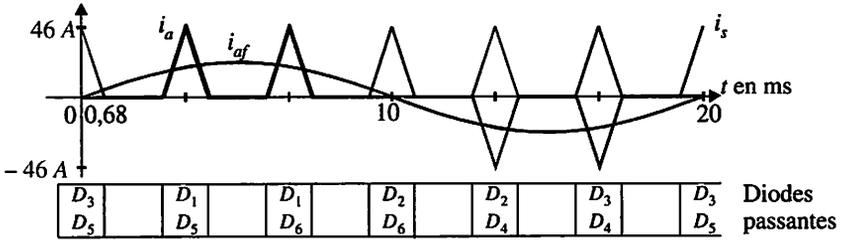


On a mesuré la valeur efficace de la tension  $u_{ab}$  et la valeur efficace du courant  $i_a$  :  $U_{ab} = 201$  V et  $I_a = 13,85$  A.

1. Indiquer les diodes assurant la conduction sur la figure ci-dessus. Tracer le courant  $i_a(t)$  et l'allure de son fondamental  $i_{af}(t)$ .
2. Calculer la valeur moyenne  $\overline{i_s(t)}$  du courant  $i_s(t)$ .
3. La tension redressée en sortie du pont peut être considérée comme constante.  $\overline{v_s(t)} \approx \hat{U} \approx U_{ab}\sqrt{2}$ . Calculer la puissance  $P$  transmise par le pont.
4. Calculer la puissance apparente  $S$  puis le facteur de puissance  $f_p$  du pont redresseur. Quelle est la cause de sa faible valeur ? Proposer une solution pour l'améliorer.

### Solution

1.



2.  $\overline{i_s(t)} = \frac{6}{T} \int_0^{T/6} i_s(t) dt$ .  $T/6$  représente la période du courant  $i_s$ . Le courant  $i_s$  est

pair :  $\overline{i_s} = \frac{6}{T} 2 \int_0^{T/12} i_s(t) dt = \frac{12}{20} \left( \frac{0,6846}{2} \right) = 9,38$  A.

3. La tension  $v_s(t)$  est constante  $v_s(t) \approx \hat{U} : P \approx \hat{U} \cdot \overline{i_s(t)} = 201 \cdot \sqrt{2} \cdot 9,38 = 2,67$  kW.

4. Puissance apparente :  $S = \sqrt{3}UI = \sqrt{3} 201 \cdot 13,85 = 4 821$  VA = 4,82 kVA.

5. Facteur de puissance :  $f_p = \frac{P}{S} = \frac{2666}{4823} = 0,662$ .

Le déphasage du fondamental  $i_{af}$  du courant  $i_a$  par rapport à la tension  $v_a$  est nul. Le pont redresseur ne consomme pas de puissance réactive. La faible valeur de ce facteur de puissance s'explique, dans ce cas, par la présence sensible d'harmoniques de courant. Pour l'améliorer, nous pouvons atténuer les harmoniques de courant, en plaçant une inductance de lissage en sortie du pont ou en plaçant des inductances de ligne à l'entrée du pont.

# Redresseur commandé

Les montages redresseurs commandés sont des convertisseurs statiques qui permettent le transfert d'énergie d'une source alternative monophasée ou triphasée vers un récepteur continu. La commande de ces ponts redresseurs permet le réglage de la valeur moyenne de la grandeur continue de sortie, généralement la tension.



Les thyristors sont commandés avec un angle de retard à l'amorçage pris par rapport à leurs angles de commutation naturelle, c'est-à-dire par rapport aux angles où des diodes de même indice sur un pont de même type deviendraient passantes. En monophasé ces angles de commutation naturelle correspondent aux passages à zéro de la sinusoïde.

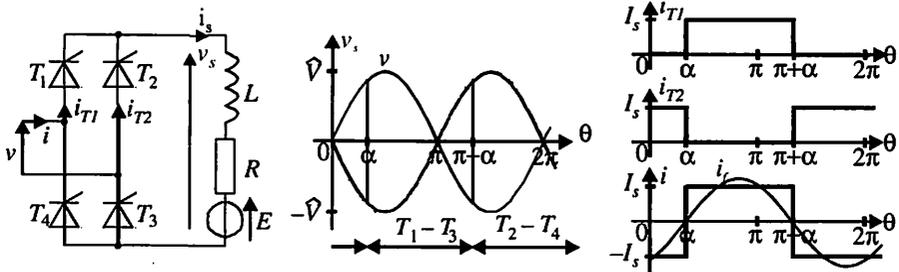
Sur un groupe commutant à anodes communes ou cathodes communes, l'amorçage d'un thyristor provoque le blocage du thyristor qui assurait la conduction.

Angle de garde : pour limiter les risques de défauts d'amorçages des thyristors, on doit leur assurer un temps de blocage satisfaisant. C'est pour cette raison qu'on limite l'angle de retard à l'amorçage : généralement  $0 < \alpha < 5\pi/6$  rad.

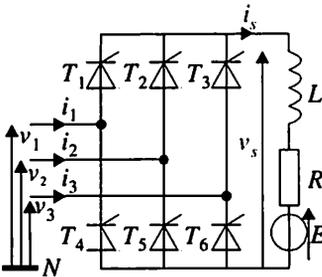
## I Ponts tout thyristors

- Formes d'ondes

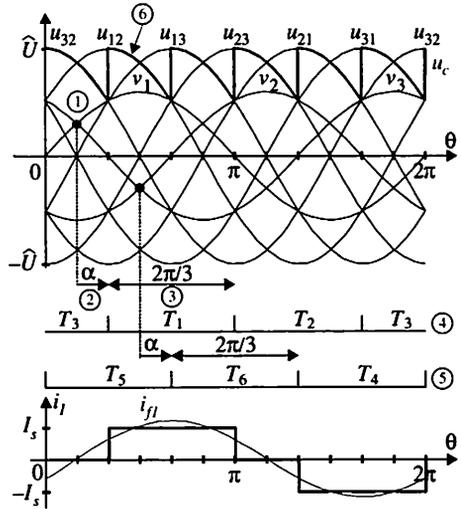
PD2



PD3



La forme de la tension redressée est une juxtaposition de « morceaux » de tensions composées intégrant le décalage angulaire  $\alpha$ .  
L'angle de conduction d'un thyristor est de  $\frac{2\pi}{3}$  rad.



**Méthode pour tracer l'allure de la tension redressée :**

- ① : repérer un point de commutation naturelle de  $T_1$  ;
- ② : décaler du retard à l'amorçage  $\alpha$  ;
- ③ : repérer l'angle de conduction de  $T_1$ , soit  $2\pi/3$  rad ;
- ④ : faire de même pour les thyristors  $T_2$  et  $T_3$  ;
- ⑤ : refaire ces opérations pour les thyristors du groupement à anodes communes ;
- ⑥ : en déduire la forme de  $v_s$ .

**Méthode pour tracer le courant du côté alternatif :**

On applique la loi des nœuds :  $i_1(t) = i_{T1}(t) - i_{T4}(t)$   
Si  $T_1$  passant  $i_1(t) = I_s$ , si  $T_4$  passant  $i_1(t) = -I_s$ .

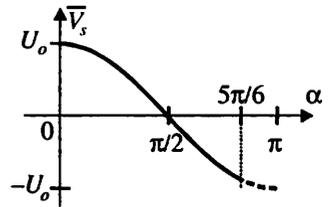
• **Tension redressée**

Valeur moyenne de la tension redressée d'un pont tout thyristors :  $\bar{v}_s = U_0 \cos \alpha$ .  
 $U_0$  représente la tension moyenne redressée d'un pont de diodes de même type.  
Prenons l'exemple du PD2. On doit faire le calcul de la valeur moyenne sur une période de la tension  $v_s$ , soit  $\pi$  rad. Nous choisirons, pour limiter les calculs, un intervalle d'intégration entre deux commutations de thyristors, par exemple entre

$$\alpha \text{ et } \pi + \alpha \text{ rad. } \bar{v}_s = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi+\alpha} \widehat{V} \sin \theta d\theta = \frac{\widehat{V}}{\pi} [-\cos \theta]_{\alpha}^{\pi+\alpha} = \frac{2\widehat{V}}{\pi} \cos \alpha$$

Le pont tout thyristors est réversible en tension.  
 Pour  $\alpha < \pi/2$  rad,  $\overline{V}_s > 0$ , le pont fonctionne en redresseur.

Pour  $\alpha > \pi/2$  rad,  $\overline{V}_s < 0$ , le pont fonctionne en onduleur assisté.



- **Puissances**

La puissance moyenne transmise par le pont peut être déterminée côté continu avec  $P = \overline{v}_s I_s = U_0 I_s \cos \alpha$  ou coté alternatif avec  $P = V I_f \cos \varphi_f$  en monophasé et  $P = \sqrt{3} U I_f \cos \varphi_f$  en triphasé. Le fondamental du courant est en retard de l'angle de retard à l'amorçage  $\alpha$  sur la tension  $v$  ( $\varphi_{i_f/v} = \alpha$  en PD2 et  $\varphi_{i_f/v_1} = \alpha$  en PD3).

**Exemple sur un PD3**

Fondamental du courant  $i$  :  $I_f = \frac{\sqrt{6}}{\pi} I_s$

Puissance active :  $P = \overline{v}_s I_s = U_0 I_s \cos \alpha$  avec  $U_0 = \frac{3\hat{U}}{\pi}$

ou  $P = \sqrt{3} U I_f \cos \varphi_f = \sqrt{3} U I_f \cos \alpha$ .

Puissance réactive :  $Q = \sqrt{3} U I_f \sin \varphi_f = \sqrt{3} U I_f \sin \alpha$

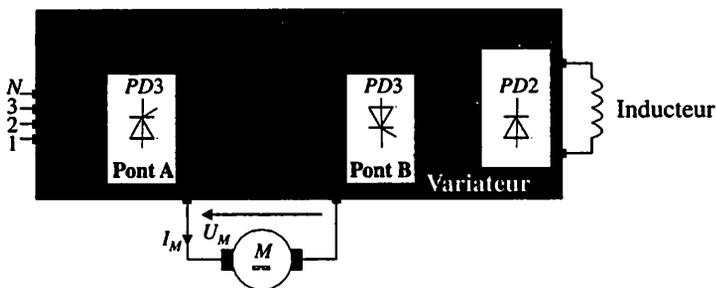
Facteur de puissance :  $f_p = \frac{P}{S} = \frac{\sqrt{3} U I_f \cos \alpha}{\sqrt{3} U I} = \frac{I_f}{I} \cos \alpha$

Le facteur de puissance dépend de la puissance déformante avec le terme  $\frac{I_f}{I}$  et de la puissance réactive avec le terme  $\cos \alpha$ .

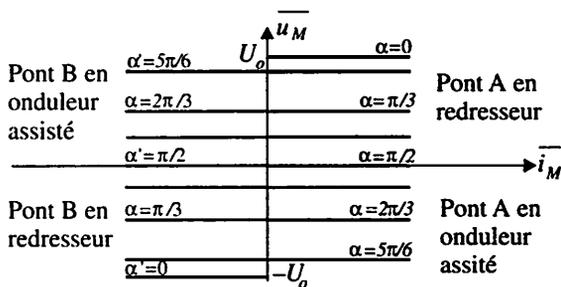
- **Applications et associations de ponts tout thyristors**

Les ponts monophasés sont essentiellement utilisés sur des applications de faibles puissances jusqu'à quelques dizaines de kW, les ponts triphasés sur des applications jusqu'à quelques centaines de kW. Pour les applications de puissances plus importantes on privilégie des solutions intégrant des associations de ponts.

Exemple : variateur de vitesse pour MCC



Ce variateur de vitesse est constitué de deux ponts redresseurs commandés, montés tête bêche, qui alimentent l'induit du moteur. Cette solution permet de travailler dans les quatre quadrants.

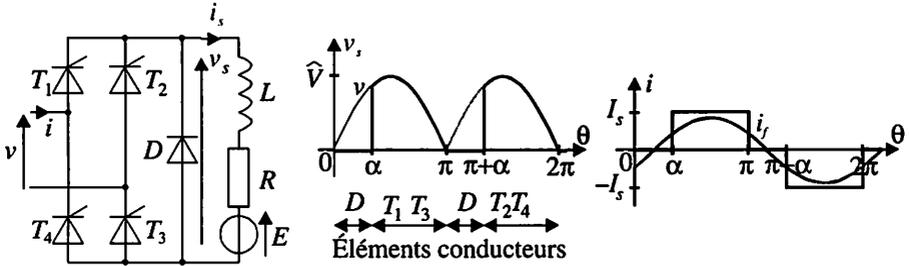


Le moteur fonctionne à excitation constante.

Pour les applications de très fortes puissances on privilégie des solutions intégrant des associations de ponts. Généralement de types série ou parallèle, elles permettent une amélioration des performances (facteur de puissance, diminution des harmoniques de courant) et offrent des possibilités supplémentaires de commandes.

## II Pont mixte

On ajoute une diode montée en parallèle sur la sortie d'un pont PD2. Elle devient passante dès que  $v_s(t)$  tend à devenir négative et bloque cette tension à zéro.



- **Tension redressée**

La tension moyenne redressée d'un pont mixte est de la forme :

$$\bar{v}_s = \frac{U_0}{2}(1 + \cos \alpha).$$

- **Puissances**

Le fondamental du courant est en retard sur la tension  $v$  de l'angle :  $\varphi_{i_f/v} = \frac{\alpha}{2}$ .

Valeur efficace du courant  $i$  :  $I = \sqrt{\frac{\pi - \alpha}{\pi}} I_s$

Fondamental du courant  $i$  :  $I_f = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) I_s$

Puissance active :  $P = \bar{v}_s I_s = \frac{U_0}{2} I_s (1 + \cos \alpha)$

ou  $P = V I_f \cos \varphi_f = V I_f \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ .

Puissance réactive :  $Q = V I_f \sin \varphi_f = V I_f \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$

Facteur de puissance :  $f_p = \frac{P}{S} = \frac{I_f}{I} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$

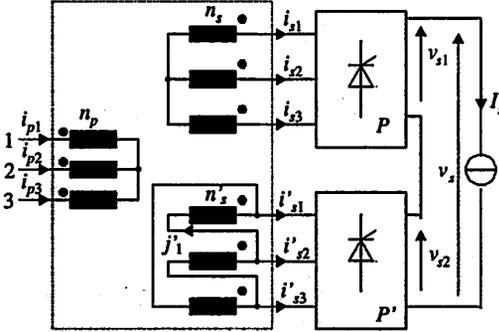
- **Comparaison pont mixte et pont tout thyristors**

Le pont tout thyristors offre un fonctionnement réversible en tension et en puissance alors que le pont mixte est non réversible. À puissance active égale le pont mixte consomme moins de puissance réactive que le pont tout thyristors.

Par contre, le taux d'harmoniques du courant à l'entrée d'un pont mixte dépend de l'angle de retard à l'amorçage et peut prendre des valeurs élevées.

## Association série de deux ponts tout thyristors

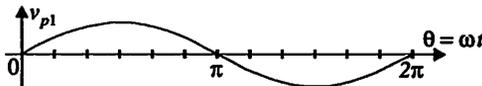
Un groupement série de ponts redresseurs tout thyristors est alimenté par un réseau triphasé via l'intermédiaire d'un transformateur triphasé parfait à deux secondaires.



Les deux ponts redresseurs sont commandés avec un angle de retard à l'amorçage de  $\pi/6$  rad. La charge est représentée par un générateur de courant d'intensité  $I_s = 600$  A. La valeur efficace de la tension entre phases du réseau vaut  $U_p = 11$  kV. On rappelle l'indice horaire du couplage étoile-étoile  $I = 0$ , et celui du couplage étoile-triangle  $I' = 1$ .

On donne  $n'_s = \sqrt{3}n_s$ , et  $m = 0,2727$  rapport de transformation du couplage étoile-étoile.

1. Calculer le rapport de transformation  $m'$  du couplage étoile-triangle. En déduire la valeur efficace  $U$  de la tension entre phases générée sur le secondaire couplé en étoile, puis la valeur efficace  $U'$  de la tension entre phases générée sur le secondaire couplé en triangle.
2. Déterminer la valeur moyenne  $\bar{v}_s$  de la tension de sortie du groupement des ponts redresseurs.
3. On donne l'allure de la tension simple  $v_{p1}(t)$  présente sur la phase 1 du primaire du transformateur. En déduire l'allure des courants  $i_{s1}(t)$ ,  $i'_{s1}(t)$ ,  $i'_{s2}(t)$ .



4. En utilisant la relation des ampères-tours (At) sur la première colonne du transformateur et la relation du couplage triangle, montrer que 
$$i_{p1}(t) = 0,2727 \left( i_{s1}(t) + \frac{i'_{s1}(t) - i'_{s2}(t)}{\sqrt{3}} \right)$$
. En déduire le tracé du courant  $i_{p1}(t)$ ,

puis celle de son fondamental  $i_{p1f}(t)$ . Quel est l'angle de retard de  $i_{p1f}(t)$  par rapport à la tension  $v_{p1}(t)$  ?

5. Calculer la valeur efficace du courant  $i_{p1}$  puis celle de son fondamental. En déduire le taux de distorsion harmonique du courant coté réseau. Conclure sur l'intérêt de ce montage.

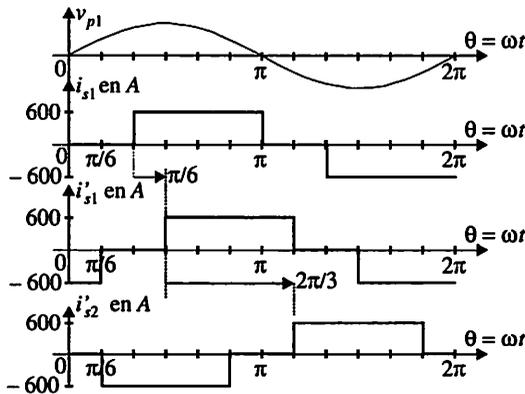
### Solution

$$1. m' = \frac{n'_s}{\sqrt{3}n_p} = \frac{\sqrt{3}n_s}{\sqrt{3}n_p} = m = 0,2727, U = 11 \cdot m = 3 \text{ kV et } U' = 3 \text{ kV.}$$

$$2. \overline{v_{s1}} = \frac{3\widehat{U}}{\pi} \cos \alpha = \frac{3 \cdot 300\sqrt{2}}{\pi} \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = 3507 \text{ V, } \overline{v_{s2}} = \frac{3\widehat{U}'}{\pi} \cos \alpha = 3507 \text{ V.}$$

$$v_s(t) = v_{s1}(t) + v_{s2}(t) \Rightarrow \overline{v_s} = \overline{v_{s1}} + \overline{v_{s2}} = 7014 \text{ V.}$$

3. Le courant  $i_{s1}(t)$  a son fondamental décalé de l'angle de retard à l'amorçage  $\alpha$  par rapport à la tension  $v_{p1}(t)$ . Le couplage étoile-étoile a un indice horaire de 0. Le courant  $i'_{s1}(t)$  est en retard de  $\pi/6$  rad par rapport au courant  $i_{s1}(t)$ . Ce décalage est dû à l'indice horaire de 1 du couplage étoile-triangle. Pour le courant  $i'_{s2}(t)$  nous décalons le courant  $i'_{s1}(t)$  de  $2\pi/3$  rad.



4. Relation des (At) de la première colonne en respectant les bornes homologues :

$$n_p i_{p1}(t) - n_s i_{s1}(t) - n'_s j'_1(t) = n_p i_{p1}(t) - n_s i_{s1}(t) - n'_s \left( \frac{i'_{s1}(t) - i'_{s2}(t)}{3} \right) = 0$$

$$i_{p1}(t) = \frac{n_s i_{s1}(t) + n'_s \left( \frac{i'_{s1}(t) - i'_{s2}(t)}{3} \right)}{n_p} = \frac{n_s i_{s1}(t) + \sqrt{3} n_s \left( \frac{i'_{s1}(t) - i'_{s2}(t)}{3} \right)}{n_p}$$

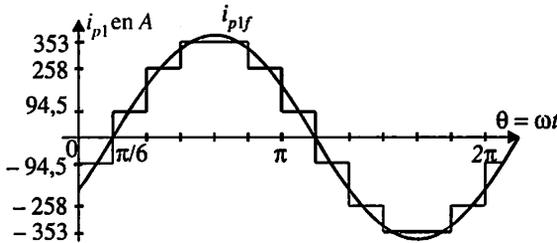
$$i_{p1}(t) = \frac{n_s}{n_p} \left( i_{s1}(t) + \left( \frac{i'_{s1}(t) - i'_{s2}(t)}{\sqrt{3}} \right) \right) = 0,2727 \left( i_{s1}(t) + \left( \frac{i'_{s1}(t) - i'_{s2}(t)}{\sqrt{3}} \right) \right)$$

### Méthode

pour  $\frac{\pi}{6} < \theta < \frac{\pi}{3}$  rad,  $i_{p1}(t) = 0,2727 \left( 0 + \left( \frac{0 + 600}{\sqrt{3}} \right) \right) = 94,5$  A,

pour  $\frac{\pi}{3} < \theta < \frac{\pi}{2}$  rad,  $i_{p1}(t) = 0,2727 \left( 600 + \left( \frac{600 - 0}{\sqrt{3}} \right) \right) = 258$  A,

pour  $\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{2\pi}{3}$  rad,  $i_{p1}(t) = 0,2727 \left( 600 + \left( \frac{600 - 0}{\sqrt{3}} \right) \right) = 353$  A.



Le fondamental du courant  $i_{p1}$  est en retard de  $\pi/6$  rad sur la tension  $v_{p1}$ .

$$5. I_{p1}^2 = \frac{1}{\pi} \left( 94,5^2 \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{6} + 258^2 \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{6} + 353^2 \cdot \frac{\pi}{3} \right) \Rightarrow I_{p1} = 258 \text{ A.}$$

$$P = \bar{v}_s I_s = 7014 \cdot 600 = 4,2 \text{ MW} = \sqrt{3} U_p I_{p1f} \cos(\varphi_{p1f}) \Rightarrow I_{p1f} = 254,5 \text{ A.}$$

$$TDH(i_{p1}) = \frac{\sqrt{I_{p1}^2 - I_{p1f}^2}}{I_{p1}} = \frac{\sqrt{258^2 - 254,5^2}}{258} = 16,4 \%$$

Le taux de distorsion harmonique du courant côté réseau est ramené à 16,4 %. Ce montage permet de réduire sensiblement la puissance déformante consommée.

Le fournisseur s'engage à délivrer une tension sinusoïdale mono ou triphasée dont les principales caractéristiques sont encadrées par la norme NF EN50160. Sans entrer dans les détails, voici les principales contraintes : la fréquence est de 50 Hz plus ou moins 1 %, la valeur maximale de la tension entre phase et neutre est de 230 V à 10 % près.

## I Qualité de l'énergie électrique

- **Les perturbations de tension**

Les défauts concernant la forme de l'onde sont classés en « variations rapides » (surtensions liées à la foudre, à la commutation de charges fortement inductives, flicker (papillotement) causé par le démarrage de fours à arc, de gros moteur ou de chaudières...) et « variations lentes » (quelques centaines de millisecondes : creux de tension, coupures).

La norme définit aussi les limites du déséquilibre des tensions, souvent causé par une mauvaise répartition de charges monophasées.

- **Le courant : les charges non linéaires**

Bien qu'alimentés par une tension sinusoïdale  $v(t) = \hat{V} \sin(\omega t)$ , les récepteurs non linéaires absorbent un courant  $i(t)$  périodique mais non sinusoïdal. Il se décompose en série de Fourier.

On peut citer les dispositifs d'éclairage dits « à économie d'énergie » ou ceux permettant de varier la lumière, les outillages portatifs, chargeurs de téléphones portables, variateurs de vitesse, ordinateurs...

Pour évaluer le degré de pollution d'une installation on dispose de différents outils : le facteur de puissance, le taux de distorsion harmonique du courant, le facteur de déplacement (cf. fiche 8), le facteur de crête du courant absorbé  $F_C = I_{\max}/I$ .

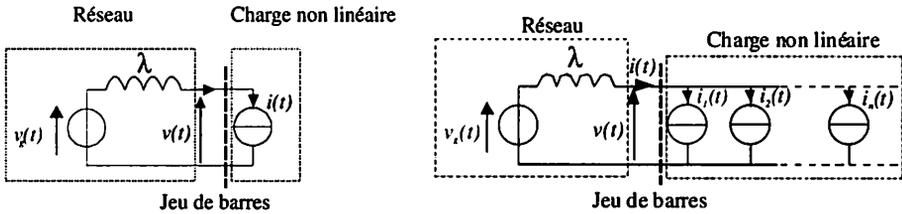
Dans le cas d'une charge linéaire le facteur de crête est égal à  $\sqrt{2}$ , pour un variateur il vaut environ 2, pour une charge informatique il peut dépasser 3.

## II Harmoniques et réseau

### • Comportement du réseau en présence d'une charge non linéaire

Une phase du réseau industriel 50 Hz peut être modélisée par une maille qui comporte : un générateur de tension sinusoïdale  $v_g(t)$ , une ligne électrique caractérisée par son impédance considérée comme purement inductive  $\lambda$ , un récepteur non linéaire qui absorbe le courant  $i(t) = i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) + \dots + i_n(t)$ .

Le schéma équivalent du réseau et de la charge est celui des figures ci-dessous.



La tension au niveau du jeu de barres s'exprime ainsi :

$$v(t) = v_g(t) - \lambda \frac{di(t)}{dt} \text{ soit } v(t) = v_g(t) - \lambda \frac{di_1(t)}{dt} - \lambda \frac{di_2(t)}{dt} - \dots - \lambda \frac{di_n(t)}{dt} \dots$$

La présence d'harmoniques de courant génère des harmoniques de tension :  $v(t)$  n'est plus sinusoïdale.

Le réseau est conçu pour présenter une impédance faible devant celle des charges qu'il alimente donc on retrouve les harmoniques de courant circulant sur le réseau en amont de la charge polluante.

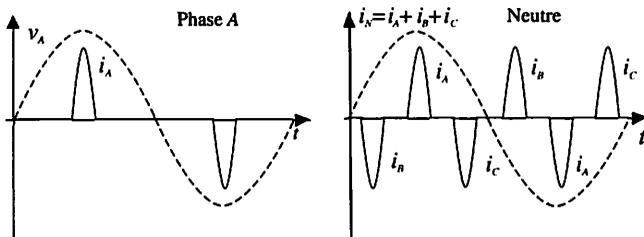
### • Conséquences des harmoniques de tension

- La présence de « creux de tension » qui peuvent se révéler désastreux pour les équipements sensibles (type charges informatiques) en créant des microcoupures.
- L'augmentation du flux donc des pertes ferromagnétiques dans les transformateurs mais aussi dans les moteurs. Ceci peut provoquer la saturation du matériau et donc une déformation supplémentaire des tensions : la pollution entraîne la pollution. On est alors amené à déclasser les appareils (jusqu'à 50 % pour un transformateur alimentant une charge informatique).

### • Conséquences des harmoniques de courant

- Le courant dans le conducteur de neutre n'est plus nul.

Les harmoniques de rangs différents de  $3k$  constituent des systèmes triphasés directs ou inverses et ne conduisent donc pas à des courants de neutre. Les harmoniques de rang multiples de 3 s'ajoutent et circulent dans le conducteur de neutre dont il faut augmenter la section (généralement le double de celle des conducteurs de phase).



- **Augmentation des pertes Joule en ligne** :  $\Delta P_j = \frac{RI^2 - RI_1^2}{RI_1^2}$

Cette augmentation peut être majorée par l'effet de peau qui provoque une augmentation de résistances devenant sensible pour les harmoniques de rang élevé.

- **Perturbation du fonctionnement des appareils de mesure et de protection** (disjoncteur) par certains courants dont le facteur de crête est particulièrement grand.
- **Dégradation du facteur de puissance** liée à l'existence de puissance déformante.
- **Problèmes avec les condensateurs de compensation du réactif**

Les harmoniques de courant sont la cause d'un vieillissement accéléré de ces condensateurs, leur courant efficace nominal risque d'être dépassé. Ils peuvent aussi provoquer des phénomènes de résonance avec les inductances de lignes et les inductances de fuite des transformateurs.

### III Comment lutter ?

Deux stratégies sont possibles : à partir des dispositifs existants chercher à éliminer les harmoniques par filtrage ou bien éviter de les produire en développant des systèmes non polluants.

- **Filtrage actif ou passif**

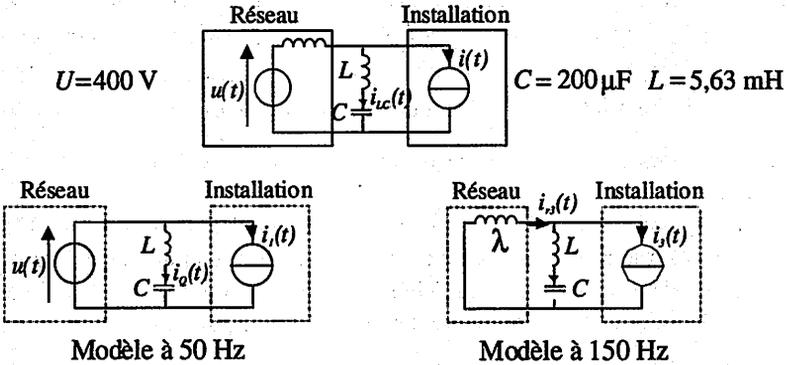
**Le filtrage passif** : on dispose en parallèle des charges polluantes des circuits « LC » qui se comportent comme des « pièges à harmonique ». Ils agissent à la fois sur la puissance réactive et la puissance déformante et ainsi améliorent le facteur de puissance. Cependant cette solution ne peut concerner qu'un nombre limité d'harmoniques.

**Le filtrage actif** : un onduleur en parallèle sur le réseau mesure le courant et absorbe un courant qui compense les harmoniques. Cette solution plus récente est plus performante mais beaucoup plus coûteuse.

Un compromis technico-économique est en général trouvé en associant les deux techniques de filtrage.

# Action d'un circuit LC sur une installation

L'installation consomme une puissance réactive  $Q_1 = 15,6 \text{ kVAr}$ , son facteur de puissance est de 0,45 en l'absence du circuit de filtrage LC.



## 1. Action du circuit LC sur la puissance réactive

Cette action se manifeste sur le fondamental  $i_1$  du courant  $i$ , ( $f = 50 \text{ Hz}$ ). On néglige l'impédance du réseau  $\lambda$ . L'ensemble du montage est schématisé ci-dessus.

1.1. Pour  $f = 50 \text{ Hz}$ , calculer l'impédance complexe du circuit LC ; en déduire la valeur efficace du courant qui le traverse.

1.2. Calculer la puissance réactive  $Q_{LC}$  mise en jeu dans le circuit LC. Préciser si elle est absorbée par le circuit LC ou fournie par lui au réseau.

1.3. En déduire la puissance réactive  $Q_r$  fournie par le réseau.

## 2. Action du circuit LC sur la puissance déformante

Cette action se manifeste sur  $i_3$  le troisième harmonique du courant  $i$ , ( $f = 150 \text{ Hz}$ ). On utilise le modèle représenté au dessus. On tient maintenant compte de l'impédance du réseau  $\lambda = 0,40 \text{ mH}$ .

2.1. Pour  $f = 150 \text{ Hz}$ , calculer l'impédance du circuit LC et la comparer à l'impédance présentée à cette même fréquence par l'inductance  $\lambda$ .

2.2. Montrer, sans calcul, que le réseau n'est pratiquement pas affecté par l'harmonique 3 de  $i$ . Quel est, dans l'expression de la puissance apparente  $S$ , le terme qui est modifié par cette action du circuit LC ?

## Solution

1.1.  $\underline{Z} = j \left( L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)$  avec  $\omega = 2\pi f = 314 \text{ rd s}^{-1}$  on trouve  $\underline{Z} = -14,2j \text{ ohms}$ .

Le circuit LC est soumis à la tension du réseau donc  $I_Q = U/Z = 400/14,2 = 28,3 \text{ A}$ .

1.2.  $Q_{LC} = UI_Q \sin \varphi_{LC}$  ; l'impédance du circuit LC est purement imaginaire et sa partie imaginaire est négative donc  $\varphi_{LC} = -\pi/2_{\text{rad}}$  et  $\sin \varphi_{LC} = -1$ .

$Q_{LC} = -UI_Q = -11,3 \text{ kVar}$ . Le résultat obtenu est négatif en convention récepteur : le circuit fournit de la puissance réactive au réseau. On peut aussi raisonner de manière plus physique : à 50 Hz l'impédance du circuit LC est capacitive, il fournit de la puissance réactive au réseau.

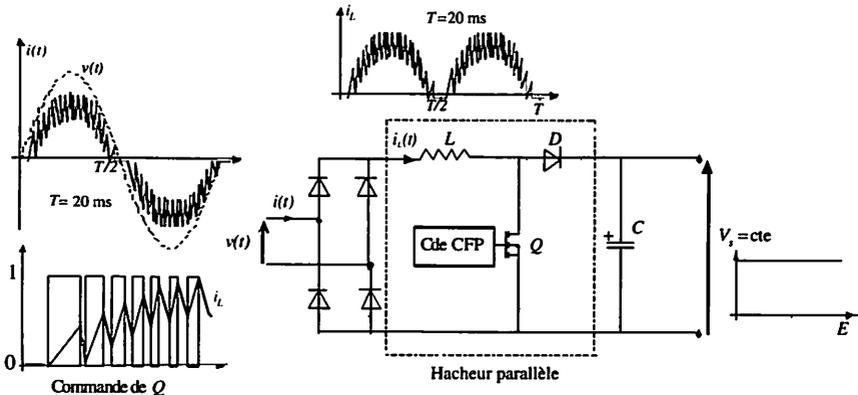
1.3. En écrivant le bilan algébrique des puissances réactives :  $Q_r = Q_I + Q_{LC} = 15,6 - 11,3 = 4,3 \text{ kVar}$ . Le filtre LC réduit la consommation de puissance réactive.

2.1. Vis-à-vis de l'harmonique de rang 3 :  $Z_3 = j \left( L(3\omega) - \frac{1}{C(3\omega)} \right)$ , on trouve  $Z_3 \simeq 1m\Omega$  alors que l'impédance du réseau est  $Z_\lambda = \lambda(3\omega) = 0,38\Omega$ .  $Z_3$  est très inférieure à  $Z_\lambda$ .

2.2. Compte tenu du rapport des impédances précédentes, l'harmonique de rang 3 ne circulera pas sur le réseau mais sera dévié dans le filtre. La puissance déformante sera donc plus faible. Le circuit LC agit à la fois sur les consommations de puissance réactive et déformante : il améliore nettement le facteur de puissance.

• **Les systèmes non polluants : PFC ou alimentation à absorption sinusoïdale**

La « philosophie » de ces dispositifs est d'absorber sur le réseau un courant sinusoïdal. On intercale un hacheur parallèle entre le redresseur et le condensateur de sortie. Le découpage permet de contrôler sa charge et d'obtenir un courant réseau composé d'un fondamental à 50 Hz et d'harmoniques hautes fréquences facile à éliminer. Le taux de distorsion harmonique est très faible et le facteur de puissance proche de 1.



# Transformateur monophasé

## I Généralités

- **Son rôle**

Un transformateur est un convertisseur « alternatif-alternatif » : il permet de **transmettre de l'énergie électrique** d'une portion de circuit à une (ou des) autres par couplage magnétique, donc sans contact physique.

Un transformateur réalise l'isolement galvanique entre deux portions de circuit.

- **Constitution**

Il comporte :

– **un circuit magnétique** destiné à canaliser les lignes de champ ;

Pour éviter les **fuites** il doit avoir la perméabilité la plus grande possible (réductance très faible) ;

Pour limiter les **pertes fer** il sera constitué d'un empilement de tôles de fortes résistivité (courants de Foucault) et de cycle d'hystérésis étroit (réduire les pertes par hystérésis).

Le matériau utilisé dépend de la fréquence de travail (fer doux pour les applications « classiques » en 50 Hz, matériaux à faibles pertes (ferrites, alliages amorphes...) pour les applications dans les alimentations à découpage,  $f \approx 50$  kHz).

Il ne comporte généralement pas d'entrefer.

– **deux enroulements** (ou plus) bobinés autour du circuit magnétique qui donnent lieu à des pertes Joule.

- **Principe**

Le **primaire** ( $n_1$  spires) est alimenté sous tension variable  $v_1(t)$  et parcouru par un courant  $i_1(t)$ . Il donne naissance à un flux variable  $\varphi(t)$  dans le circuit magnétique.

Il se comporte comme un récepteur vis-à-vis de l'alimentation.

Le flux variable induit une fem dans l'autre (ou les autres) bobinage(s) qualifié(s) de secondaire(s) ( $n_2$  spires). S'il est relié à une charge, il apparaît un courant  $i_2(t)$ .

Il se comporte comme un générateur vis-à-vis de la sortie.

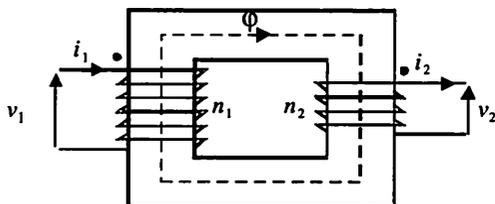
loi d'Hopkinson

$$n_1 i_1 - n_2 i_2 = \mathfrak{R} \varphi$$

loi de Faraday :

$$v_1 = +n_1 \frac{d\varphi}{dt}$$

$$v_2 = +n_2 \frac{d\varphi}{dt}$$



## II Modèles équivalents

- Transformateur parfait  $\mathfrak{R} = 0$

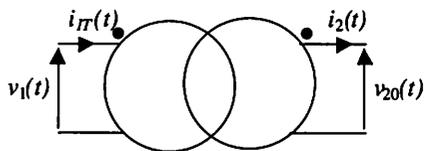
On néglige les fuites et les pertes fer du circuit magnétique, ainsi que les pertes Joule dans les bobinages.

Les équations qui le caractérisent sont :

$$v_1 = +n_1 \frac{d\varphi}{dt}$$

$$v_{20} = +n_2 \frac{d\varphi}{dt}$$

$$n_1 i_{1T} - n_2 i_2 = 0$$



$$\text{Rapport de transformation : } m = \frac{V_{20}}{V_1}$$

En régime sinusoïdal on transpose les relations en notations complexes.  $\underline{V}_1 = j n_1 \omega \underline{\Phi}$ , ce qui donne pour la valeur efficace de  $v_1(t)$  :  $V_1 = n_1 \omega \widehat{B} S / \sqrt{2}$ . Cette relation permet de calculer le nombre de spires des bobinages quand le circuit magnétique (donc  $\widehat{B}$  et  $S$ ) a été choisi. Elle est connue sous le nom de

$$\text{Relation de Boucherot : } V_1 = 4,44 \widehat{B} n_1 S f \text{ et } V_{20} = 4,44 \widehat{B} n_2 S f.$$

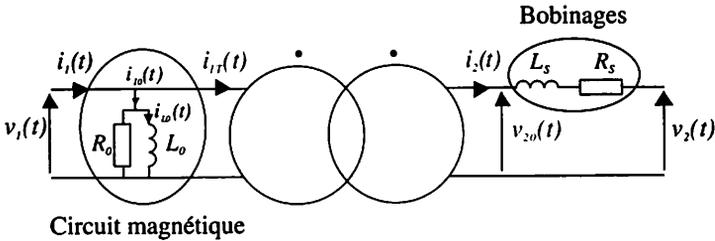
- Transformateur réel : modèle de Kapp

Les résistances des bobinages sont regroupées au secondaire, la tension primaire est indépendante de la charge : le transformateur fonctionne à flux forcé.

Les relations du transformateur parfait restent vraies mais il faut ajouter :

$$v_2(t) = v_{20}(t) - R_S i_2(t) - L_S \frac{di_2(t)}{dt} \text{ (il y a une chute de tension en charge) et } i_1(t) = i_{10}(t) + i_{1T}(t).$$

La loi d'Hopkinson devient  $n_1(i_1 - i_{10}) - n_2 i_2 = 0$  ou encore  $n_1 i_1 - n_2 i_2 = n_1 i_{10}$ .  
 Le courant  $i_{L0}$  est qualifié de « magnétisant », il est absorbé indépendamment de la charge du transformateur. On pose :  $n_1 i_{L0} = \Re \varphi$ .  
 Le modèle obtenu est le suivant :



$R_0$  représente les pertes fer

$R_S$  représente les pertes cuivre

$L_0$  est l'inductance magnétisante  $L_0 = \frac{n_1^2}{\Re}$

$L_S$  est l'inductance de fuites

En régime sinusoïdal la puissance apparente se conserve :  $S_n = V_{1n} I_{1n} = V_{20} I_{2n}$ .

Rapport de transformation :  $m = \frac{V_{20}}{V_1}$

### III Le transformateur réel en régime sinusoïdal de pulsation $\omega$

- Les essais à puissance réduite

Ils permettent de mesurer les valeurs des éléments du modèle équivalent.

#### Essai à vide sous tension nominale

On alimente le transformateur sous tension nominale  $V_{10} = V_{1n}$ , les pertes fer ont quasiment la même valeur qu'en charge.

Comme le transformateur est à vide  $I_1 = I_{10} \ll I_{1n}$  les pertes Joule sont négligeables devant les pertes fer.

**On mesure**  $V_{20}, I_{10}$  (avec un ampèremètre TRMS) et la puissance active absorbée  $P_{10}$  qui est égale aux pertes fer.

**On calcule**  $\cos \varphi_0 = \frac{P_{10}}{V_{10} I_{10}}$  (facteur de puissance à vide du transformateur) puis la puissance réactive absorbée  $Q_0 = P_{10} \operatorname{tg} \varphi_0$ .

On en déduit :

le rapport de transformation :  $m = \frac{V_{20}}{V_1}$ ,

la valeur de la résistance représentant les pertes fer :  $R_0 = \frac{V_{10}^2}{P_{10}}$ ,

la valeur de l'inductance magnétisante  $L_0\omega = \frac{V_{10}^2}{Q_{10}}$ .

### Essai en court-circuit sous tension réduite

On alimente le transformateur sous tension réduite  $V_{1cc}$  de telle sorte que  $I_{2cc} = I_{2n}$ , les pertes Joule ont quasiment la même valeur qu'en charge. Comme  $V_{1cc} \ll V_{1n}$  les pertes fer sont négligeables devant les pertes Joule.

On mesure  $V_{1cc}$ ,  $I_{2cc}$  et la puissance active absorbée  $P_{1cc}$  qui est égale aux pertes Joule.

On en déduit :

la résistance ramenée au secondaire  $R_S = \frac{P_{1cc}}{I_{2cc}^2}$ ,

l'impédance du secondaire  $Z_S = \sqrt{R_S^2 + (L_S\omega)^2}$ ,  $Z_S = \frac{mV_{1cc}}{I_{2cc}}$ ,

réactance de fuites  $L_S\omega = \sqrt{Z_S^2 - R_S^2}$ .

- **Le diagramme de Kapp**

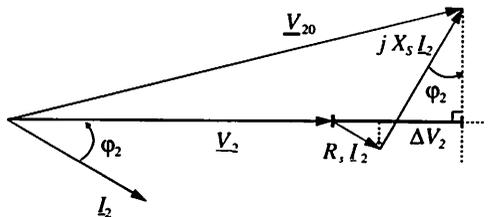
C'est la représentation dans le plan complexe de la maille secondaire :

$$\underline{V}_2 = \underline{V}_{20} - R_S \underline{I}_2 - jL_S\omega \underline{I}_2$$

La chute de tension en charge est :

$$\Delta V_2 = V_{20} - V_2$$

$$\Delta V_2 \simeq R_S I_2 \cos \varphi_2 + L_S \omega I_2 \sin \varphi_2$$



- **Rendement**

Par définition  $\eta = \frac{P_u}{P_{abs}} = \frac{V_2 I_2 \cos \varphi_2}{V_2 I_2 \cos \varphi_2 + R_S I_2^2 + P_{10}}$  où  $P_{10}$  est la puissance

absorbée lors de l'essai à vide c'est-à-dire les pertes fer.

Si le rendement est calculé pour la valeur de  $I_2$  correspondant à celle de l'essai en court-circuit il n'est pas nécessaire de recalculer les pertes Joule, on peut utiliser  $P_{1cc}$ .

## Étude d'un transformateur monophasé

Un transformateur monophasé possède les caractéristiques suivantes :

$$S_n = 1 \text{ kVA}, V_{1n} = 220 \text{ V}, f = 50 \text{ Hz.}$$

À vide sous tension primaire de 220V il absorbe  $P_0 = 45 \text{ W}$  et  $V_{20} = 25,4 \text{ V}$ .

En court circuit pour le courant nominal et sous la tension primaire  $V_{1cc} = 10 \%$  on mesure  $P_{cc} = 94 \text{ W}$ .

1. La section utile du circuit magnétique est  $S = 30 \text{ cm}^2$  et l'amplitude du champ magnétique  $\widehat{B} = 1,6 \text{ T}$ , calculer le nombre de spires de chaque enroulement.

2. Quelle est valeur du courant nominal du transformateur ?

3. Déterminer l'impédance complexe du transformateur ramenée au secondaire.

### Solution

1. D'après la formule de Boucherot :  $n_1 = \frac{V_1}{4,44\widehat{B}Sf}$  et  $n_2 = \frac{V_{20}}{4,44\widehat{B}Sf}$  soit  $n_1 \simeq 207$  spires et  $n_2 \simeq 24$  spires.

2.  $S_n = V_{1n}I_{1n} = V_{20}I_{2n}$ . On en déduit que  $I_{1n} = 4,54 \text{ A}$  et  $I_{2n} = 39,4 \text{ A}$ .  
On retrouve le rapport de transformation  $m = I_{1n}/I_{2n} = n_2/n_1 = 0,116$ .

3.  $R_S = \frac{P_{1cc}}{I_{2cc}^2}$  donc  $R_S = 60,5 \text{ m}\Omega$  ;  $V_{1cc} = 10 \%$  ·  $V_{1n}$  c'est-à-dire  $22 \text{ V}$ .

Avec  $m = 0,116$  et  $I_{2cc} = I_{2n}$  on trouve  $Z_S = \frac{mV_{1cc}}{I_{2cc}} = 64,8 \text{ m}\Omega$ .

Sachant que  $L_S\omega = \sqrt{Z_S^2 - R_S^2}$ , on en déduit  $L_S\omega = 23,1 \text{ m}\Omega$  soit  $L_S = 73,6 \text{ }\mu\text{H}$ .

**Remarque :** avec les donnée fournies on peut calculer la résistance modélisant les pertes fer ( $R_0 = V_{10}^2/P_{10} = 1 \text{ k}\Omega$ ) mais pas l'inductance magnétisante. Pour la calculer il manque la valeur du courant absorbé à vide ou le facteur de puissance à vide.

# Transformateur triphasé

Un transformateur isole galvaniquement deux portions de circuit.

## I Généralités

- **Constitution**

Il comporte :

- un **circuit magnétique** généralement composé de 3 colonnes de matériau magnétique feuilleté (flux lié), chacune d'entre elles correspond en principe à une phase (sauf dans le cas d'un couplage zig-zag).
- **six enroulements** bobinés par deux autour de chaque colonne.

- **Principe**

Les bobinages **primaires AA', BB' et CC'** ( $n_1$  spires) sont alimentés par une source triphasée en général haute tension (d'où les majuscules). Ils se comportent en récepteur. Ils peuvent être couplés en étoile (Y) ou en triangle (D).

Les **secondaires aa', bb' et cc'** ( $n_2$  spires) sont reliés à une charge triphasée (en général basse tension d'où les minuscules) vis-à-vis de laquelle ils sont générateurs. Ils peuvent être couplés en étoile (y), en triangle (d) ou en zigzag (z).

**Couplages étoile et triangle :**

le primaire et le secondaire bobinés sur la même colonne sont parcourus par le même flux variable (aux fuites près)  $\varphi(t)$ . Lorsqu'on étudie une colonne on retrouve donc les relations obtenues pour un transformateur monophasé (cf. fiche 18).

Les résultats obtenus sont transposables pour les deux autres colonnes, on peut établir un **schéma équivalent monophasé**.

$$v_1 = +n_1 \frac{d\varphi}{dt} \qquad v_2 = +n_2 \frac{d\varphi}{dt} \qquad n_1 i_1 - n_2 i_2 = \Re \varphi$$

Il suffit de remplacer les notations indicées 1 et 2 par :

- celles réellement présentes aux bornes du bobinage considéré en ce qui concerne les tensions :  $v_A(t)$  pour la tension simple ou  $u_A(t)$  pour la tension composée (de même pour le secondaire :  $v_a(t)$  ou  $u_a(t)$ ).

– ceux circulant réellement dans les bobinages :  $i_A(t)$  ou  $j_A(t)$  et  $i_a(t)$  ou  $j_a(t)$  en ce qui concerne les courants.

On procède de même pour les relations concernant les phases B et C. **En régime sinusoïdal on peut utiliser la formule de Boucherot pour calculer les nombres de spires. Il faut l'appliquer à partir de la tension efficace aux bornes du bobinage : V pour un couplage étoile et U pour un triangle.**

### Couplage Yy (étoile-étoile)

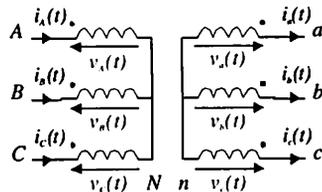
Les tensions primaires et secondaires sont des tensions simples, les courants sont des courants de ligne :

$$v_A = +n_1 \frac{d\varphi_{Aa}}{dt} \quad v_a = +n_2 \frac{d\varphi_{Aa}}{dt}$$

$$V_A = 4,44 \widehat{B} n_1 S f$$

$$V_{a0} = 4,44 \widehat{B} n_2 S f$$

$$n_1 i_A - n_2 i_a = \Re \varphi_{Aa}$$



### Couplage Dyn (Triangle-étoile avec neutre)

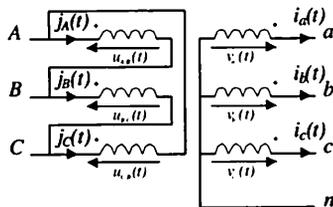
Les tensions primaires sont des tensions composées, les secondaires sont des tensions simples. Les courants primaires sont des courants de phase, les secondaires sont des courants de ligne.

$$u_{AB} = +n_1 \frac{d\varphi_{Aa}}{dt} \quad v_a = +n_2 \frac{d\varphi_{Aa}}{dt}$$

$$U_{AB} = 4,44 \widehat{B} n_1 S f$$

$$V_{a0} = 4,44 \widehat{B} n_2 S f$$

$$n_1 j_A - n_2 i_a = \Re \varphi_{Aa}$$



**Couplage zig-zag** : les secondaires sont séparés en demi-bobinages répartis sur deux colonnes, nous donnerons seulement les valeurs du rapport de transformation.

### • Rapports de transformation

Il existe deux définitions :

– **rapport de transformation par colonne** : c'est le rapport des tensions présentes aux bornes des bobinages. Selon le couplage ces tensions seront différentes mais le résultat est toujours le rapport du nombre de spires.

$$m_c = \frac{\text{tension secondaire à vide}}{\text{tension primaire nominale}} = \frac{n_2}{n_1}$$

- **rapport de transformation (normalisé)** : c'est le rapport des deux tensions composées. Son expression en fonction des nombres de spires dépend du couplage.

$$m = \frac{U_{a0}}{U_{An}}$$

	Yy	Yd	Yz	Dy	Dd	Dz
$m_c = \frac{n_2}{n_1}$	$\frac{V_{a0}}{V_{An}}$	$\frac{U_{a0}}{V_{An}}$	X	$\frac{V_{a0}}{U_{An}}$	$\frac{U_{a0}}{U_{An}}$	X
$m = \frac{U_{a0}}{U_{An}}$	$m = \frac{n_2}{n_1} = m_c$	$\frac{1}{\sqrt{3}} \frac{n_2}{n_1}$	$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \frac{n_2}{n_1}$	$\sqrt{3} \frac{n_2}{n_1}$	$m = \frac{n_2}{n_1} = m_c$	$\left(\frac{3}{2}\right) \frac{n_2}{n_1}$

### • Indice horaire

Presque tous les couplages introduisent un déphasage entre les tensions primaires et secondaires de même nom. **Ce déphasage est toujours un multiple de  $\pi/6$  rad.** Pour un transformateur abaisseur, on définit ainsi la notion d'indice horaire.

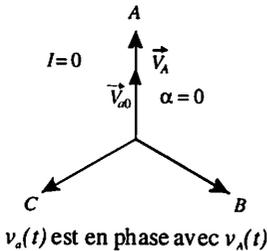
- On choisit deux tensions de même nom,
- On place le vecteur de Fresnel de la tension primaire vertical et vers le haut (12 heures),
- On construit le vecteur de Fresnel de la tension secondaire : il indique l'heure  $I$  comme la petite aiguille.

On définit l'angle  $\alpha$  tel que :  $\alpha = (\vec{V}_A, \vec{V}_{a0}) = 2\pi - I \frac{\pi}{6}$

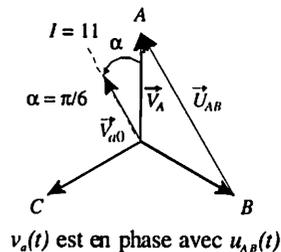
On peut ainsi exprimer la tension complexe au secondaire à vide en fonction de la tension complexe primaire :  $\underline{V}_{a0} = m \underline{V}_{An} e^{j\alpha}$

### Exemples (couplages de la page précédente)

Yy 0



Dyn 11



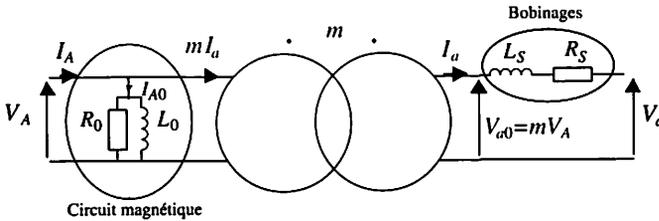
## II Modèle équivalent par phase

Quel que soit le couplage réel, (y compris zig-zag) on raisonne comme si le transformateur était couplé Yy. On utilise alors la modélisation effectuée en monophasé : la phase A est représentative des trois phases à condition d'utiliser le rapport de transformation normalisé et de tenir compte de l'indice horaire du couplage.

- **Transformateur réel : modèle de Kapp**

Le modèle se compose :

- d'un transformateur parfait délivrant une tension secondaire à vide  $V_{a0} = m V_{An} e^{j\alpha}$ ,
- d'un dipôle parallèle au primaire représentant le circuit magnétique,
- d'un dipôle série au secondaire traduisant les défauts des bobinages.



$R_0$  représente les pertes fer  
 $L_0$  est l'inductance magnétisante

$R_S$  représente les pertes cuivre  
 $L_S$  est l'inductance de fuites

- **Les essais à puissance réduite**

Ils permettent de mesurer les valeurs des éléments du modèle équivalent.

### Essai à vide sous tension nominale

On alimente le transformateur sous tension nominale  $V_{A0} = V_{An}$ , les pertes fer ont quasiment la même valeur qu'en charge, les pertes Joule sont négligeables.

**On mesure  $U_{a0}$ ,  $I_{A0}$**  (avec un ampèremètre TRMS) et la puissance active  $P_0$  absorbée par les trois phases qui est égale aux pertes fer totales ainsi que la puissance réactive  $Q_0$  absorbée par les trois phases.

Si on ne dispose pas de la mesure de  $Q_0$ , on calcule  $\cos \varphi_0 = \frac{P_0}{3V_{A0}I_{A0}}$

puis la puissance réactive absorbée  $Q_0 = P_0 \operatorname{tg} \varphi_0$ .

On en déduit :

$$\text{le rapport de transformation : } m = \frac{U_{a0}}{U_{An}},$$

$$\text{la valeur de la résistance représentant les pertes fer : } R_0 = \frac{3V_{A0}^2}{P_{10}},$$

$$\text{la valeur de l'inductance magnétisante } L_0\omega = \frac{3V_{A0}^2}{Q_{10}}.$$

### Essai en court-circuit sous tension réduite

On alimente le transformateur sous tension réduite  $V_{Acc}$  de telle sorte que  $I_{acc} = I_{an}$ , les pertes Joule on quasiment la même valeur qu'en charge, les pertes fer sont négligeables.

**On mesure**  $V_{Acc}$ ,  $I_{acc}$  et la puissance active absorbée par les trois phases  $P_{cc}$  qui est égale aux pertes Joule. On peut aussi mesurer la puissance réactive  $Q_{cc}$  absorbée par les trois phases.

On en déduit :

$$\text{la résistance ramenée au secondaire } R_S = \frac{P_{cc}}{3I_{acc}^2},$$

$$\text{l'impédance du secondaire } Z_S = \sqrt{R_S^2 + (L_S\omega)^2}, \quad Z_S = \frac{mV_{Acc}}{I_{acc}},$$

$$\text{réactance de fuites } L_S\omega = \sqrt{Z_S^2 - R_S^2} \quad \text{ou } L_S\omega = \frac{Q_{cc}}{3I_{acc}^2} \text{ si l'on a mesuré } Q_{cc}.$$

### • Le diagramme de Kapp

C'est la représentation dans le plan complexe de la maille secondaire (cf. fiche

$$18) : \underline{V}_a = \underline{V}_{a0} - R_S \underline{I}_a - jL_S\omega \underline{I}_a$$

La chute de tension en charge est :

$$\Delta V_a = V_{a0} - V_a \text{ avec } \Delta V_a \simeq R_S I_a \cos \varphi + L_S\omega I_a \sin \varphi$$

Pour les tensions composées :  $\Delta U_a = \sqrt{3} \Delta V_a$

### • Rendement

Par définition  $\eta = \frac{P_u}{P_{abs}} = \frac{3V_a I_a \cos \varphi}{3V_a I_a \cos \varphi + 3R_S I_a^2 + P_0}$  où  $P_0$  est la puissance absorbée lors de l'essai à vide c'est-à-dire les pertes fer. Il est en général supérieur à 95 %.

## Transformateur triphasé sur charge linéaire

La plaque signalétique du transformateur donne les informations suivantes :

Tensions : 23 kV/380 V ; puissance apparente : 50 kVA ; couplage Dy ;

Les essais effectués par le constructeur ont donné les résultats suivants :

Essai à vide sous tension primaire nominale :  $U_{1n} = 23,0$  kV

Tension secondaire  $V_{20} = 227$  V, puissances consommées :  $P_0 = 195$  W et  $Q_0 = 2$  kVAR

Essai en court-circuit pour le courant secondaire nominal :

Tension primaire  $U_{1cc} = 872$  V, puissance consommée :  $P_{1cc} = 725$  W.

1. Déterminer le rapport de transformation du transformateur.
2. Si le nombre de spires par enroulement au primaire est de 5066, quel est le nombre de spires par enroulement secondaire ?
3. Calculer les éléments  $R_0$ ,  $L_0$ ,  $R_S$  et  $X_S$  du schéma équivalent par phase du transformateur.
4. Le transformateur alimente pour le courant secondaire nominal une charge de  $\cos \varphi$  égal à 0,8 AR. Calculer la chute de tension en charge et le rendement du transformateur pour les conditions précédentes.

### Solution

$$1. m = \frac{U_{20}}{U_{1n}} = \frac{\sqrt{3}V_{20}}{U_{1n}} = \frac{\sqrt{3} 227}{23 \cdot 10^3} = 17 \cdot 10^{-3}.$$

$$2. \text{ Le couplage est Dy : } m_c = \frac{V_{20}}{U_{1n}} = \frac{n_2}{n_1} \quad n_2 = 5066 \frac{227}{23 \cdot 10^3} = 50 \text{ spires.}$$

3. On obtient  $R_0$  et  $L_0$  à partir de l'essai à vide :  $R_0 = 3V_{10}^2/P_0$  et  $L_0\omega = 3V_{10}^2/Q_0$  avec  $V_{10} = 23 \cdot 10^3/\sqrt{3} = 13,3$  kV on obtient  $R_0 = 2,7$  M $\Omega$  et  $L_0\omega = 265$  k $\Omega$  soit  $L_0 = 842$  H.

On obtient  $R_S$  et  $L_S$  à partir de l'essai en court-circuit : pour cela il faut calculer  $I_{2n}$ .

$$S_n = 3V_{1n}I_{1n} = 3V_{20}I_{2n} \text{ donc } I_{2n} = 73,4 \text{ A. On en déduit } R_S = \frac{P_{cc}}{3I_{2n}^2} = 44,8 \text{ m}\Omega \text{ et}$$

$$Z_S = \frac{mV_{1cc}}{I_{2n}} = \frac{mU_{1cc}/\sqrt{3}}{I_{2n}} = 116,6 \text{ m}\Omega \text{ d'où } L_S\omega = \sqrt{Z_S^2 - R_S^2} = 102,6 \text{ m}\Omega.$$

4.  $\Delta V_2 \simeq R_S I_2 \cos \varphi + L_S \omega I_2 \sin \varphi = 7,25$  V ce qui donne une tension simple en charge de 220 V et une tension entre phases de 380 V comme indiqué sur la plaque.

$P_u = \sqrt{3}U_{2n}I_{2n} \cos \varphi = 38,6$  kW, le calcul est fait au point nominal donc  $P_{abs} = P_u + P_0 + P_{cc} = 39,5$  kW d'où un rendement de 97,6 %.

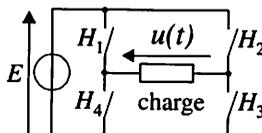
# Onduleur : stratégies de commandes

Un onduleur autonome est un convertisseur statique qui permet d'alimenter un récepteur alternatif à partir d'une source continue. La commande permet de régler la valeur efficace et la fréquence de la grandeur alternative de sortie. Celle-ci peut être une tension dans le cas d'un onduleur de tension, ou un courant dans le cas d'un onduleur de courant.

Les principales applications des onduleurs autonomes sont : les variateurs de vitesse pour machines alternatives, les alimentations de secours, les ozoneurs, le chauffage par induction...

La grandeur de sortie alternative ne peut être sinusoïdale. En effet elle est réalisée par découpages successifs de la grandeur continue d'entrée et se présente sous la forme de créneaux. Pour tendre vers une grandeur sinusoïdale nous devons filtrer. La stratégie de commande d'un onduleur est généralement axée sur l'élimination des harmoniques de rangs faibles. Ceux-ci sont en effet les plus difficiles à filtrer. C'est pourquoi, la majorité des onduleurs fonctionnent en modulation de largeur d'impulsion. Cette technique permet de rejeter les harmoniques sur des fréquences très supérieures à la fréquence de fonctionnement de l'onduleur.

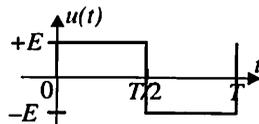
Les exemples seront pris sur l'onduleur de tension monophasé suivant :



## I Pleine onde ou décalée

- Commande pleine onde

En appliquant une commande symétrique ( $H_1$  et  $H_3$  fermés de 0 à  $T/2$ ,  $H_2$  et  $H_4$  fermés de  $T/2$  à  $T$ ) on obtient une tension rectangulaire symétrique  $u(t)$ .



$$\begin{aligned}
 u(t) &= \frac{4E}{\pi} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{2i+1} \sin((2i+1)\omega t) \\
 &= \frac{4E}{\pi} \sin(\omega t) + \frac{4E}{3\pi} \sin(3\omega t) + \frac{4E}{5\pi} \sin(5\omega t) + \dots
 \end{aligned}$$

**Conclusions :** la commande symétrique montre ses limites sur le contenu harmonique du signal obtenu. L'harmonique de rang 3 représente en amplitude 1/3 du fondamental. Cette valeur est trop élevée.

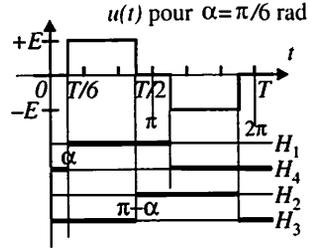
### • Commande décalée 1/3-2/3

On applique sur la cellule ( $H_1 - H_4$ ) un décalage angulaire  $\alpha$  et sur la cellule ( $H_2 - H_3$ ) un décalage angulaire  $\pi - \alpha$ .

Pour  $\alpha = \pi/6$  rad on parle de commande 1/3-2/3, 1/3 du temps  $u = 0$  et 2/3 du temps  $|u| = E$ .

$$u(t) = \frac{4E}{\pi} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\cos((2i+1)\alpha)}{2i+1} \sin((2i+1)\omega t),$$

$$u(t) = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} E \left[ \sin(\omega t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega t) + \frac{1}{7} \sin(7\omega t) + \dots \right] \text{ pour } \alpha = \frac{\pi}{6} \text{ rad.}$$



**Conclusions :** La commande décalée 1/3-2/3 permet de supprimer l'harmonique de rang 3. Le premier harmonique rencontré, après le fondamental, est l'harmonique de rang 5. Il représente en amplitude 1/5 du fondamental.

Cette commande décalée revient à effectuer un découpage sur une tension rectangulaire pour supprimer un harmonique. Avec un découpage 1/5-2/5, on supprime l'harmonique de rang 5.

## II M.L.I. modulation de largeur d'impulsion

La tension obtenue est composée d'impulsions de largeur variable qui peuvent être :

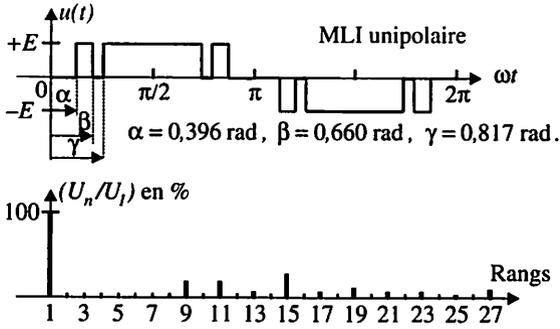
- alternativement positives et négatives : MLI bipolaire ;
- positives pendant  $T/2$  puis négatives pendant  $T/2$  : MLI unipolaire.

### • M.L.I. précalculée

Tout nouveau découpage permet de supprimer un nouvel harmonique. Pour supprimer les harmoniques de rangs 3, 5 et 7, il faut une combinaison de trois angles de découpage :  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$ . Cette combinaison est unique.

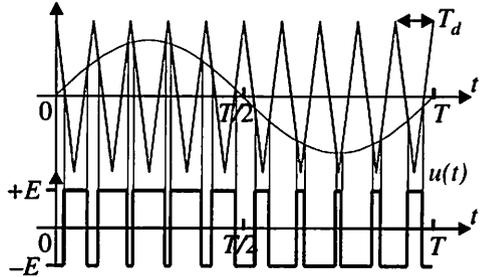
La mémorisation des angles pose des problèmes pour l'asservissement de l'onduleur ainsi commandé et pour le réglage de la valeur efficace de la tension obtenue.

**Exemple : suppression des harmoniques de rangs 3,5 et 7.**



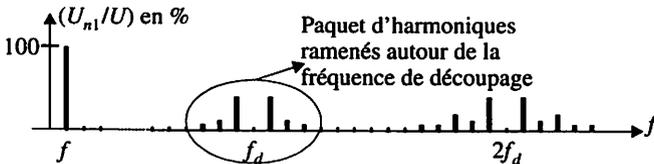
• **MLI analogique**

La commande des interrupteurs est obtenue à partir de la comparaison d'un signal triangulaire avec une sinusoïde de référence. Le signal triangulaire impose la fréquence de découpage et la sinusoïde impose la fréquence de fonctionnement du montage.



Si la sinusoïde est supérieure au signal triangulaire,  $H_1$  et  $H_3$  sont fermés et  $u(t) = E$ .

Si la sinusoïde est inférieure au signal triangulaire,  $H_2$  et  $H_4$  sont fermés et  $u(t) = -E$ .



Les harmoniques obtenus sont regroupés par « paquets » autour de la fréquence de découpage et des multiples de cette fréquence. Ils sont plus faciles à filtrer.

Ce mode de commande est particulièrement adapté à l'électronique analogique mais difficilement compatible avec une commande par ordinateur. On a donc

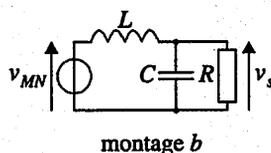
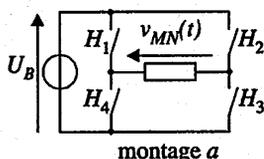
développé une méthode adaptée aux systèmes numériques : la MLI régulière symétrique qui préserve les avantages de la MLI naturelle tout en étant une technique numérique.

## Onduleur AIRBUS A 320 (BTS 2000)

Un onduleur autonome dit « convertisseur de dernier secours » permet de reconstituer un réseau alternatif 115 V / 400 Hz monophasé à partir d'une batterie délivrant une tension continue  $U_B$ .

Ce convertisseur indirect est constitué de deux étages :

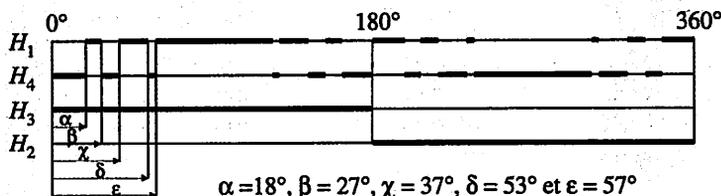
- un onduleur en pont complet qui fournit la tension  $v_{MN}(t)$  (montage a),
- un filtre de sortie qui fournit la tension  $v_s(t)$  (montage b).



Le cahier des charges de l'onduleur de secours muni de son filtre de sortie passe-bas impose un taux de distorsion harmonique de la tension de sortie :  $TDH < 5 \%$ .

### Étude la tension

Le montage réalisé est un onduleur à modulation de largeur d'impulsion (MLI). La commande des interrupteurs est définie ci-dessous :



1. Tracer la tension  $v_{MN}(t)$ .
2. Exprimer la valeur efficace  $V_{MN}$  de  $v_{MN}(t)$  en fonction de  $U_B$ .
3. La décomposition en série de Fourier de  $v_{MN}(t)$  est la suivante :

$$v_{MN}(t) = \frac{4U_B}{\pi} \left( 0,802 \sin(\omega t) - \frac{1}{13} 2,01 \sin(13\omega t) - \frac{1}{15} 2,64 \sin(15\omega t) + \dots \right)$$

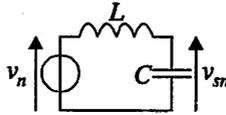
Donner l'expression de  $v_1(t)$ , fondamental de  $v_{MN}(t)$ .

Donner l'expression de sa valeur efficace  $V_1$  en fonction de  $U_B$ .

Le taux de distorsion harmonique de cette tension  $TDH = 49 \%$ . Il n'est pas satisfaisant et rend nécessaire la présence d'un filtre (montage b).

## Étude du filtre

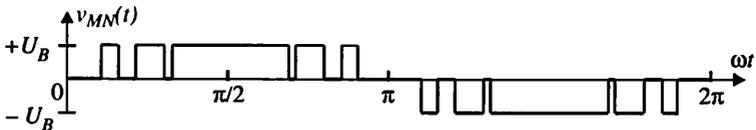
4. Calculer la valeur de  $R$  lorsque le filtre fournit 1,0 kW à la charge sous 115 V.  
*Pour la suite du problème on prend  $R = 13 \Omega$ ,  $L = 0,47 \text{ mH}$  et  $C = 22 \mu\text{F}$ .*
5. Dans ces conditions, si l'on note  $V_1$  le fondamental de  $v_{MN}(t)$  et  $V_{s1}$  le fondamental de  $v_s(t)$ , le filtre impose la relation :  $\frac{V_{s1}}{V_1} = 1,06$ . Déterminer la valeur de  $U_B$  qui permet d'obtenir  $V_{s1} = 115 \text{ V}$ .
6. Donner les expressions de  $Z_{L13}$  et  $Z_{C13}$ , impédances complexes de la bobine et du condensateur vis-à-vis de l'harmonique de rang 13. Calculer les modules  $Z_{L13}$  et  $Z_{C13}$ .
7. Montrer que pour l'harmonique 13, et plus généralement, pour tous les harmoniques non nuls de  $v_{MN}(t)$ , le filtre (montage b) se ramène au filtre simplifié suivant (montage c) :



8. On note  $V_n$  le nombre complexe associé à l'harmonique de rang  $n$  de  $v_{MN}(t)$  et  $V_n$  sa valeur efficace ; de même  $V_{sn}$  est le nombre complexe associé à l'harmonique de rang  $n$  de  $v_s(t)$  et  $V_{sn}$  sa valeur efficace. Démontrer que  $\frac{V_{sn}}{V_n} = \frac{1}{1 - n^2 LC \omega^2}$ . En déduire l'égalité approchée  $\frac{V_{s13}}{V_{13}} \approx \frac{1}{10}$ , et, pour  $n > 13$ , les inégalités  $\frac{V_{sn}}{V_n} < \frac{1}{10}$ .
9. On montre que le taux de distorsion harmonique de la tension de sortie  $v_s(t)$  du filtre est inférieur à 5 %. Pour obtenir un résultat équivalent avec une commande symétrique nous devrions multiplier par 10 le produit LC du filtre utilisé. Quel est l'intérêt de la commande MLI ?

## Solution

1. Si  $H_1$  et  $H_2$  commandés à la fermeture,  $v_{MN}(t) = 0$ .  
 Si  $H_1$  et  $H_3$  commandés à la fermeture,  $v_{MN}(t) = E$ .  
 Si  $H_3$  et  $H_4$  commandés à la fermeture,  $v_{MN}(t) = 0$ .  
 Si  $H_2$  et  $H_4$  commandés à la fermeture,  $v_{MN}(t) = -E$ .



$$2. V_{MN}^2 = \frac{1}{180} U_B^2 [2(\beta - \alpha) + 2(\delta - \chi) + 2(90 - \epsilon)]$$

$$\Rightarrow V_{MN} = U_B \sqrt{\frac{116}{180}} = 0,803 U_B$$

$$3. v_1(t) = \frac{4U_B}{\pi} 0,802 \sin(\omega t) = 1,02 U_B \sin(\omega t)$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{1,02}{\sqrt{2}} U_B = 0,722 U_B.$$

$$4. P = \frac{V_s^2}{R} \Rightarrow R = \frac{V_s^2}{P} = \frac{115^2}{1000} = 13,2 \Omega.$$

$$5. \frac{V_{S1}}{V_1} = \frac{115}{0,722 \cdot U_B} = 1,06 \text{ donc } U_B = \frac{115}{0,722 \cdot 1,06} = 150 \text{ V.}$$

$$6. \underline{Z}_{L13} = jL \cdot 13\omega \text{ et } \underline{Z}_{C13} = \frac{1}{jL \cdot 13\omega}. \text{ On calcule } 13\omega = 13 \cdot 2\pi \cdot 400 = 32623 \text{ rad/s.}$$

$$Z_{L13} = L \cdot 13\omega = 0,47 \cdot 10^{-3} \cdot 32623 = 15,4 \Omega,$$

$$Z_{C13} = \frac{1}{C \cdot 13\omega} = \frac{1}{22 \cdot 10^{-6} \cdot 32623} = 1,4 \Omega.$$

7.  $Z_{C13} < R$ . Pour les harmoniques de rangs supérieurs à 13, l'impédance du condensateur va encore diminuer. Elle sera de plus en plus négligeable devant la valeur de  $R$ . Le condensateur et la résistance étant montés en parallèle, on peut négliger l'influence de la résistance.

8. Le circuit LC constitue un diviseur de tension.

$$\frac{V_{Sn}}{V_n} = \frac{Z_{Cn}}{Z_{Ln} + Z_{Cn}} = \frac{1}{1 + \frac{Z_{Cn}}{Z_{Ln}}} = \frac{1}{1 - n^2 LC \omega^2}. \quad \frac{V_{S13}}{V_{13}} = \frac{1}{1 - 13^2 LC \omega^2} \approx \frac{1}{10}$$

Quand  $n$  augmente ce rapport diminue, donc  $\frac{V_{Sn}}{V_n} < \frac{1}{10}$ .

9. Le taux de distorsion harmonique de la tension de sortie  $v_s(t)$  est inférieur à 5 %. Il est conforme aux exigences du cahier des charges. La MLI permet d'obtenir ce résultat en utilisant un filtre aux dimensions réduites. Dans les équipements embarqués, la dimension des systèmes est un élément de première importance.

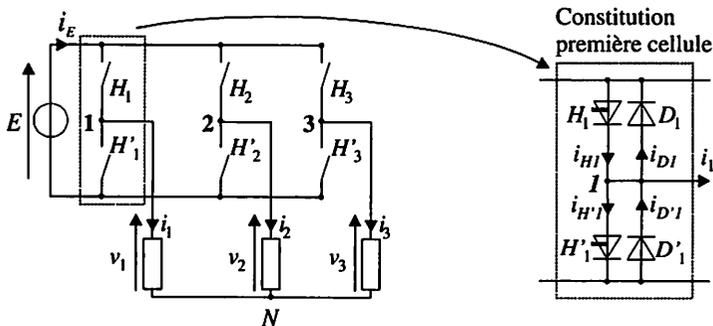
# Onduleur triphasé

Cette fiche est consacrée uniquement à l'étude des onduleurs triphasés. Les éléments fournis dans les fiches précédentes sont suffisants pour traiter le cas des onduleurs monophasés.

Un onduleur triphasé est constitué de trois bras dont les commandes décalées entre elles d'un tiers de période permettent de reconstituer un système triphasé équilibré de tensions ou de courants. Les stratégies de commande analysées en monophasé sont intégralement transposables en triphasé. On bénéficie cependant d'un avantage, l'harmonique trois et ses multiples disparaissent spontanément des tensions composées.

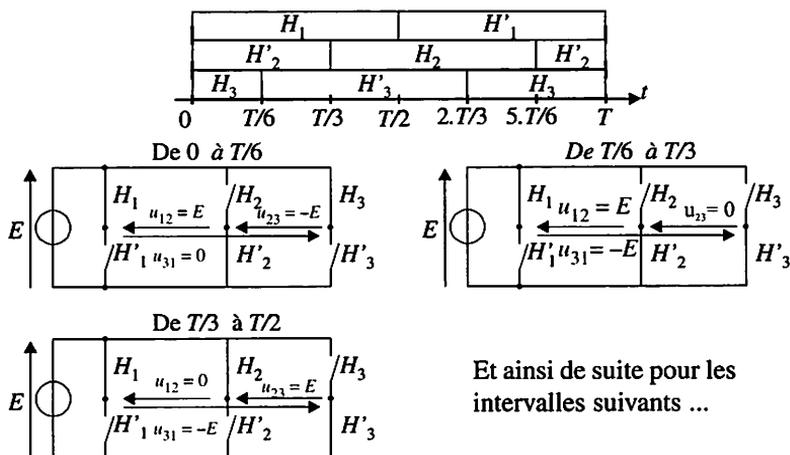
## I Montage étudié

Une source de tension continue constante  $E$  alimente, par l'intermédiaire d'un onduleur triphasé de tension, une charge triphasée équilibrée couplée en étoile.



## II Formes des tensions

À partir de la loi de commande des interrupteurs on établit les chronogrammes des tensions composées.



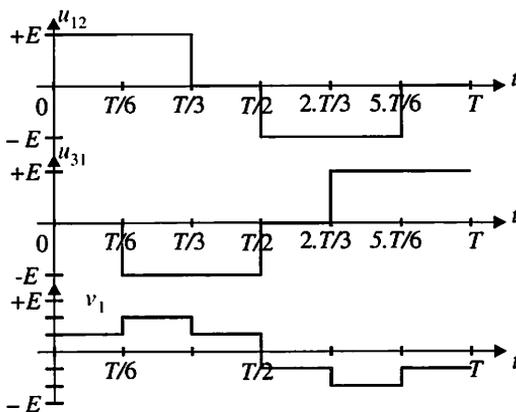
Les tensions simples s'en déduisent facilement à condition que la charge soit équilibrée et donc que  $v_1 + v_2 + v_3 = 0$ .

$$v_1 + v_2 + v_3 = 0$$

$$\begin{cases} u_{12} = v_1 - v_2 \\ u_{23} = v_2 - v_3 \\ u_{31} = v_3 - v_1 \end{cases}$$

d'où l'on déduit

$$\begin{cases} v_1 = \frac{u_{12} - u_{31}}{3} \\ v_2 = \frac{u_{23} - u_{12}}{3} \\ v_3 = \frac{u_{31} - u_{23}}{3} \end{cases}$$



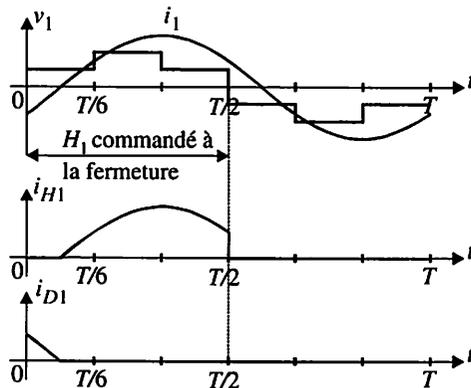
### III Conduction des interrupteurs

Les caractéristiques du récepteur permettent de passer des tensions aux courants, puis au diagramme de conduction des semi-conducteurs. On en déduit les courants dans les interrupteurs puis le courant débité par la source de tension.

Examinons le cas des interrupteurs  $H_1$  et  $D_1$  de la première cellule. Ils ne peuvent être passants que si  $H_1$  est commandé à la fermeture. Si  $i_1$  est positif,  $H_1$  est passant et  $i_{H1} = i_1$ . Si  $i_1$  est négatif,  $D_1$  est passante et  $i_{D1} = -i_1$ . Le courant fourni par la source de tension est donné par la loi des nœuds :  $i_E = i_{H1} - i_{D1} + i_{H2} - i_{D2} + i_{H3} - i_{D3}$ .

**Remarque :** à partir des courants  $i_{H1}$  et  $i_{D1}$ , on peut tracer les courants  $i_{H2}$ ,  $i_{D2}$ ,  $i_{H3}$  et  $i_{D3}$ , en utilisant les décalages de  $T/3$  et  $2T/3$  des systèmes triphasés équilibrés.

**Exemple :** les intensités des courants  $i_1$ ,  $i_2$  et  $i_3$  sont assimilées à des sinusoïdes de fréquence  $f$  et de valeur efficace  $I$ .



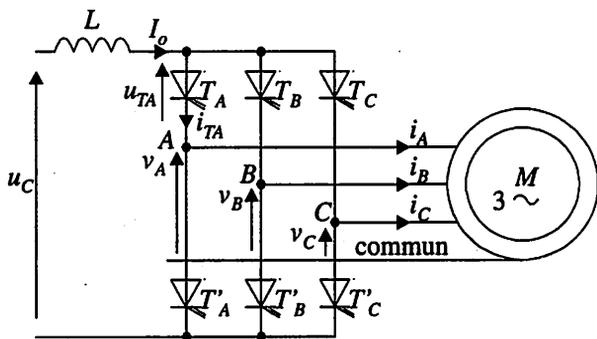
La puissance transmise par l'onduleur peut être calculée du côté continu par  $P = E \overline{i_E}$  comme du côté alternatif par  $P = 3V_f I \cos \varphi_f$ .  $V_f$  représente la valeur efficace du fondamental des tensions simples et  $\varphi_f$  le déphasage avec le courant.

## Onduleur triphasé de courant (d'après BTS 1996)

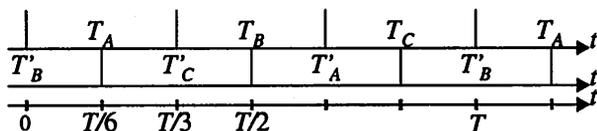
On alimente une machine asynchrone par un onduleur de courant triphasé à thyristors GTO qui fonctionnent comme des interrupteurs commandés à l'ouverture et à la fermeture.

Les courants délivrés par le convertisseur ne sont pas sinusoïdaux.

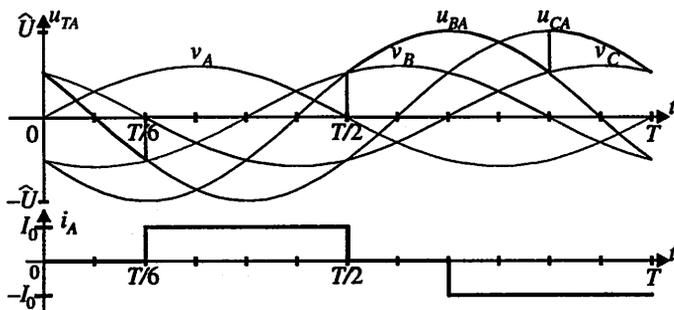
Le courant d'entrée est supposé parfaitement lissé ; son intensité a pour valeur  $I_0$ .



1. Compte tenu des intervalles de conduction des interrupteurs représentés ci-dessous, tracer les formes d'onde des courants  $i_A$ ,  $i_B$  et  $i_C$ .

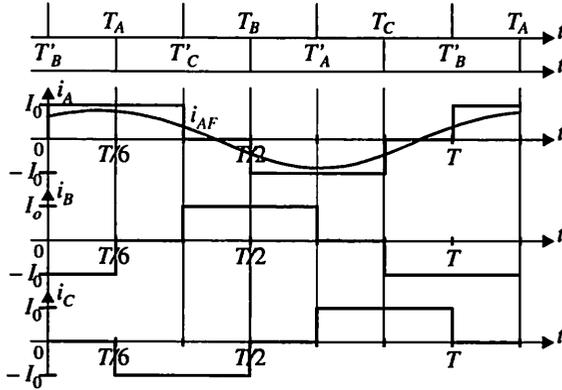


2. Calculer la valeur efficace  $I_A$  du courant  $i_A$  en fonction de  $I_0$ .
3. La valeur efficace  $I_{Af}$  du fondamental de  $i_A$  vaut  $I_{Af} = 0,78 I_0$ . Tracer en superposition à  $i_A$ , l'allure de son fondamental  $i_{Af}$ .
4. Indiquer les intervalles de conduction des interrupteurs pour inverser le sens de rotation du moteur.
5. On donne ci-dessous, les formes d'onde des tensions  $v_A$ ,  $v_B$ ,  $v_C$  supposées sinusoïdales et  $u_{TA}$  ainsi que celle de  $i_A$ . Tracer l'allure de l'intensité  $i_{TA}$ . Pour quelle(s) raison(s) les interrupteurs du convertisseur ne peuvent-ils pas être des thyristors en commutation naturelle ?



## Solution

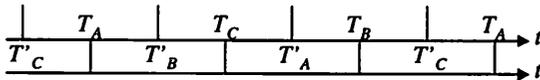
1.



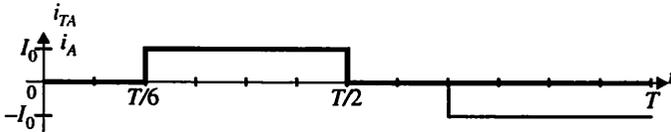
$$2. I_A^2 = \frac{1}{T} \left( \frac{T}{3} I_0^2 + \frac{T}{3} (-I_0)^2 \right) = \frac{2}{3} I_0^2 \Rightarrow I_A = \sqrt{\frac{2}{3}} I_0$$

3. Si  $I_{Af} = 0,78 I_0$ ,  $\hat{I}_{Af} = \sqrt{2} I_{Af} = \sqrt{2} \cdot 0,78 I_0 = 0,81 I_0$ . En tenant compte de cette amplitude et de la symétrie du courant  $i_A$ , on peut tracer  $i_{Af}$ . Voir courbes données ci-dessus.

4. Pour inverser le sens de rotation, on permute deux phases. On peut obtenir ce résultat, en interchangeant les commandes des thyristors d'indices (B,B') et (C,C').



5. Quand le thyristor  $T_A$  est passant la tension à ses bornes est nulle et le courant qui le traverse correspond au courant de la phase A :  $i_A = i_{T_A}$ .



Le blocage de  $T_A$  est effectué sous tension  $U_{T_A}$  positive. Les thyristors peuvent être bloqués par annulation du courant ou par application d'une tension négative. Ce n'est pas le cas dans ce montage. C'est la raison pour laquelle on utilise des thyristors de type GTO (*Gate Turn Off*) qui peuvent être commandés à l'ouverture.

# L'alternateur

L'alternateur est une machine synchrone fonctionnant en génératrice. L'objectif est de produire de l'énergie électrique alternative à partir d'énergie mécanique.

Lorsque l'entrefer est d'épaisseur constante la machine est à « pôles lisses », dans le cas contraire elle est à « pôles saillants ».

## I Création d'une f.e.m. triphasée

La conversion électromécanique s'opère par interaction entre un champ magnétique inducteur et des conducteurs placés dans un flux variable, aux bornes desquels apparaît une force électromotrice (f.e.m.) induite.

### • L'inducteur

Généralement situé au **rotor** (roue polaire), il porte des aimants permanents à sa périphérie ou bien un bobinage parcouru par un courant continu  $I_e$  (**le courant d'excitation**). Il crée donc un champ magnétique constant, à 2 (ou  $2p$ ) pôles, proportionnel à  $I_e$  dans le cas d'un rotor bobiné :  $\widehat{B}_v = kI_e$

Le rotor (de rayon  $R$  et de longueur  $L$ ) est entraîné en rotation à la vitesse  $\Omega_S$ .

Un champ constant tournant à  $\Omega_S$  crée une répartition sinusoïdale :

- dans l'espace à la date  $t$
- dans le temps à l'abscisse angulaire  $\theta$

En un point de l'entrefer situé à l'abscisse angulaire  $\theta$  :

$$B_V(\theta, t) = \widehat{B}_V \cos(p\theta - p\Omega_S t)$$

### • L'induit, siège de la force électromotrice à vide

Généralement au **stator**, il porte sur la face tournée vers l'entrefer un **bobinage triphasé** à 2 (ou  $2p$ ) pôles. Il voit un champ tournant, il est donc formé d'un empilage de tôles magnétiques afin de réduire les courants de Foucault.

C'est dans ce bobinage, qui présente peu de différences technologiques d'une machine à l'autre, que sont induites les forces électromotrices.

Le flux à travers la bobine 1 du stator ( $n_S$  spires) a pour expression :

$$n_S \phi_{V1}(t) = 2n_S L R \frac{\widehat{B}_V}{p} \cos p\Omega_S t = n_S \widehat{\Phi}_V \cos p\Omega_S t$$

On en déduit l'expression de la f.e.m. à vide aux bornes de la bobine 1 (cf. fiche 9) :

$$e_{V1}(t) = -n_S \frac{d\phi_{V1}(t)}{dt} = n_S \omega \widehat{\Phi}_V \sin(p\Omega_S t) \quad e_{V1}(t) = \widehat{E}_V \sin \omega t$$

La f.e.m. à vide est donc sinusoïdale

– de pulsation  $\omega = p\Omega_S = 2\pi f$  « vitesse » électrique, que l'on règle par l'intermédiaire du moteur d'entraînement qui fixe  $\Omega_S$  la vitesse du rotor, vitesse mécanique ;

– de valeur efficace  $E_V = \frac{1}{\sqrt{2}} n_S \omega \widehat{\Phi}_V = 4,44 n_S f \widehat{B}_V S$  (relation de Boucherot).

Dans le cas d'une machine à rotor bobiné  $E_V = f(I_\theta)$ .

## II Modèle de l'alternateur

### • État magnétique en charge : réaction magnétique d'induit

L'induit est le siège de f.e.m. triphasées, lorsqu'il est relié à une charge il est parcouru par un système de courants triphasés tel que :  $i_1(t) = \widehat{I} \sin(\omega t - \Psi)$ .

Selon le théorème de Ferraris, ces courants induits créent eux aussi un champ tournant :

$$B_i(t) = \frac{3}{2} k \widehat{I} \sin(\omega t - \Psi).$$

Le champ induit créé un flux à travers la bobine 1 de l'induit :  $n_S \phi_{S1}(t) = \mathcal{L} i_1(t)$

$\mathcal{L}$  est l'inductance cyclique (dite de Behn-Eschenburg) de l'alternateur.

Le flux résultant à travers la bobine 1 est donc :

$$n_S \phi_{res1}(t) = n_S \phi_{V1}(t) + n_S \phi_{S1}(t),$$

$$n_S \phi_{res1}(t) = n_S \phi_{V1}(t) + \mathcal{L} i_1(t)$$

### • Modèle équivalent par phase : convention récepteur

Le flux résultant induit la f.e.m. résultante  $e_1(t)$  aux bornes de la bobine 1 :

$$e_1(t) = -n_S \frac{d\phi_{V1}(t)}{dt} - \mathcal{L} \frac{di_1(t)}{dt} = e_{V1}(t) - \mathcal{L} \frac{di_1(t)}{dt}$$

Si l'on prend en compte la résistance des bobinages statoriques  $r_S$ , la tension aux bornes de la bobine 1 s'écrit :  $v_1(t) = -r_S i_1(t) + e_1(t)$ .

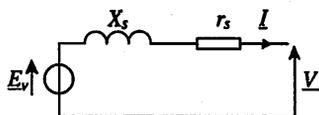
$$v_1(t) = -r_S i_1(t) - \mathcal{L} \frac{di_1(t)}{dt} + e_{V1}(t)$$

La phase 1 est représentative des trois phases de la machine, donc en régime sinusoïdal on peut traduire le comportement de l'alternateur par :

**Schéma équivalent par phase de la machine**

$$\underline{V} = -r_s I - jX_S I + E_V$$

avec  $X_S = L \omega$  réactance synchrone.



**Remarque :** Le modèle équivalent est le même que celui du secondaire d'un transformateur. Cependant la réactance d'une machine synchrone est beaucoup plus importante non seulement à cause de la présence de l'entrefer, mais aussi de part sa nature cyclique.

Si l'on néglige  $r_s$ ,  $\underline{V} = \underline{E}_V = -jn_s \omega \Phi_{rés}$  le flux résultant est forcé, il ne dépend plus que de la tension d'alimentation de la machine (hypothèse de Kapp).

Travailler à  $V/f = cte$ , c'est travailler à flux résultant constant.

• **Détermination des éléments du modèle équivalent**

$E_V(I_e)$  est la caractéristique à vide ou interne de la machine synchrone. Elle est relevée par un essai à vide, l'alternateur entraîné à sa vitesse nominale. C'est une droite tant que la machine n'est pas saturée.

$r_s$  est mesurée à chaud par la méthode volt-ampèremétrique (cf. fiche 24).

$X_S$  est obtenue à partir de l'essai en court-circuit équilibré, réalisé à la vitesse nominale, sous excitation réduite :  $0 = -r_s I_{cc} - jX_S I_{cc} + E_{V_{cc}}$

On pose  $\underline{Z}_S = r_s + jX_S$ , d'où  $Z_S = \frac{E_{V_{cc}}}{I_{cc}} = \sqrt{r_s^2 + X_S^2}$  et  $X_S = \sqrt{Z_S^2 - r_s^2}$

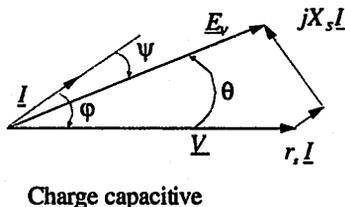
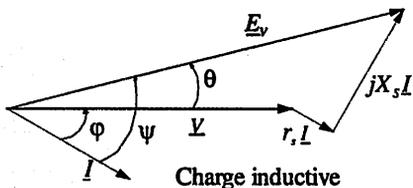
• **Diagramme synchrone**

$\psi$  : déphasage de  $i(t)$  par rapport à  $e_V(t)$ ,

$\theta$ , angle interne, déphasage de la tension en sortie  $v(t)$  par rapport à  $e_V(t)$ ,

$\varphi$  : déphasage de  $i(t)$  par rapport à  $v(t)$ , imposé par la charge de l'alternateur.

On constate que dans les deux cas  $e_V(t)$  est avancé sur  $v(t)$ .



**Remarque :** lorsqu'on néglige la résistance statorique le diagramme synchrone prend le nom de diagramme bipolaire.

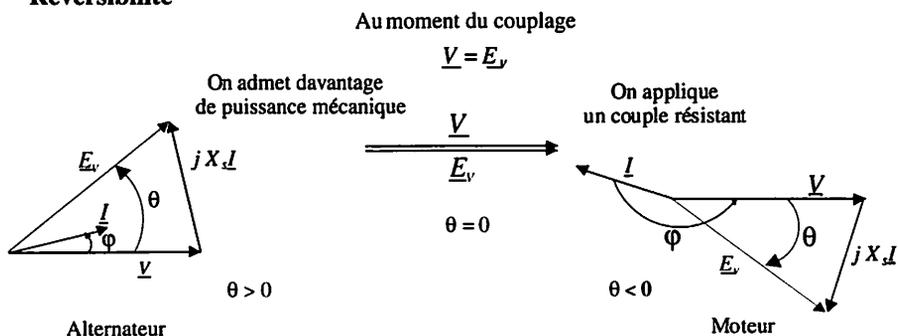


**Remarque :** si la machine est fortement magnétisée ( $I_e$  important), on dispose d'un « excédent » d'énergie magnétique qui permet de produire de la puissance réactive.

Le réglage de  $I_e$  permet de gérer les échanges de puissance réactive de manière indépendante de la puissance active :

- si l'alternateur est sur-excité, il fournit de la puissance réactive à la charge :  $Q > 0$ ,
- s'il est sous-excité  $Q < 0$ , il consomme la puissance réactive fournie par la charge.

### • Réversibilité



Si l'on admet **davantage de puissance mécanique** sur l'arbre,  $\underline{E}_V$  prend de l'avance sur  $\underline{V}$ ,  $\theta > 0$ . L'excédent de puissance mécanique est converti en puissance électrique : **la machine fonctionne en alternateur.**

Si l'on **applique couple résistant** sur l'arbre le rotor ralentit,  $\underline{E}_V$  prend du retard sur  $\underline{V}$ . Le stator appelle de la puissance électrique pour compenser ce couple résistant : **la machine fonctionne en moteur.**

En projetant  $X_S I$  et  $\underline{E}_V$  sur la direction verticale, on observe que :

$$X_S I \cos \varphi = E_V \sin \theta$$

d'où

$$P = 3V \frac{E_V}{X_S} \sin \theta \quad \text{la puissance active fournie par la machine est du signe de } \theta.$$

Fonctionnement en alternateur :  $\underline{E}_V$  est en avance par rapport à  $\underline{V}$ ,  $\theta \geq 0$ ,  $P > 0$ .

Fonctionnement en moteur :  $\underline{E}_V$  est en retard par rapport à  $\underline{V}$ ,  $\theta \leq 0$ ,  $P < 0$ .

# Étude d'un turboalternateur triphasé non saturé

Le constructeur donne : stator couplé en étoile  $R_S = 36 \text{ m}\Omega$ .

$U_n = 6300 \text{ V}$   $S_n = 6250 \text{ kVA}$   $f = 50 \text{ Hz}$   $n_n = 1500 \text{ tr/min}$   $\cos \varphi = 0,48 \text{ AR}$

On a effectué deux essais à vitesse nominale constante :

**Essai en génératrice à vide :** la caractéristique à vide  $E_V(I_e)$  est la droite d'équation  $E_V = 50I_e$ .

**Essai en court circuit :** dans le domaine utile, la caractéristique de court circuit est la droite d'équation  $I_{cc} = 2,91 I_e$

1. Calculer le nombre de paires de pôles de la machine.

2. Calculer la réactance synchrone de l'alternateur  $X_S = \mathcal{L} \omega$ .

**Pour la suite, on néglige l'influence de  $r_S$  et, on travaille à  $V = V_n$ .**

3. Déterminer l'intensité  $I_{e0}$  du courant inducteur pour un fonctionnement à vide.

4. L'alternateur débite sur une charge triphasée équilibrée de  $\cos \varphi = 0,8$ . Tracer les diagrammes vectoriels pour un fonctionnement à  $V = V_n$  et  $I = I_n/2$ .

En déduire les valeurs du courant d'excitation correspondant à ces fonctionnements.

5. Calculer les puissances actives et réactives pour les cas précédents.

## Solution

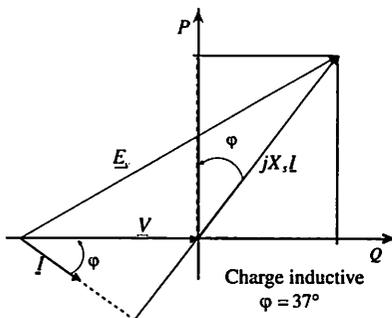
1.  $\Omega_S = \omega/p = 2\pi f/p$  mais aussi  $\Omega_S = 2\pi n/60$  d'où  $p = 60f/\pi = 2$ .

2. Si l'essai en court-circuit est réalisé pour  $I_e = 40 \text{ A}$ , on a  $E_{cc} = 50I_e = 2000 \text{ V}$  et  $I_{cc} = 2,9I_e = 116 \text{ A}$ . On en déduit que  $Z_S = \frac{E_{V_{cc}}}{I_{cc}} = \frac{2000}{116} = 17,24 \Omega$  soit

$X_S = \sqrt{Z_S^2 - r_S^2} = 17,20 \Omega$ . On constate que la résistance est négligeable.

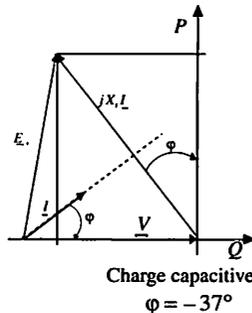
3. À vide  $I = 0$  donc  $E_{V_0} = V_n = U_n/\sqrt{3} = 3637 \text{ V}$ ;  $I_{e0} = E_{V_0}/50 = 72,7 \text{ A}$ .

4.  $S_n = \sqrt{3} U_n I_n$  donc  $I_n = 573 \text{ A}$ ,  $V_n = 3637 \text{ V}$ ,  $X_S I_n/2 = 4930 \text{ V}$ ,  $\varphi = \pm 37^\circ$



$E_s = 7600 \text{ V}$   
 $I = 152 \text{ A}$

$P = 2500 \text{ kW}$   
 $Q = 3750 \text{ kVAR}$



$E_s = 4000 \text{ V}$   
 $I = 80 \text{ A}$

$P = 2500 \text{ kW}$   
 $Q = -3750 \text{ kVAR}$

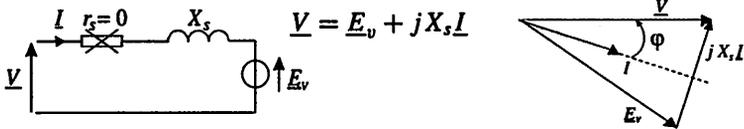
# Le moteur synchrone

## I Étude à vitesse constante

- Convention, diagramme bipolaire

La machine synchrone est orientée en convention récepteur.  
Elle absorbe de la puissance électrique et fournit de la puissance mécanique.

Les éléments du schéma équivalent sont les mêmes que pour l'alternateur.  
On néglige les résistances statoriques : la machine travaille à flux forcé.

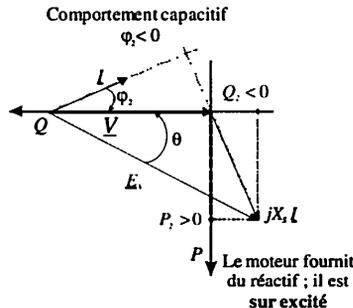
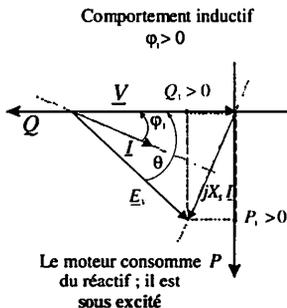


- Puissances

Toutes les relations géométriques sont conservées :  $X_S I \cos \varphi = E_V \sin \theta$ , d'où

$$P = 3V \frac{E_V}{X_S} \sin \theta : \text{la puissance active reçue par la machine est du signe de } \theta.$$

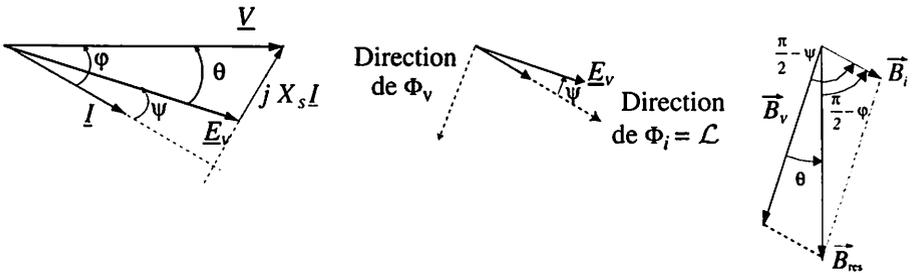
En fonctionnement moteur  $E_V$  est en retard par rapport à  $V$  et  $P$  est positive (convention récepteur). Pour conserver la cohérence des signes, on est donc amené à inverser l'orientation des axes des puissances active et réactive ainsi que l'orientation de l'angle interne de la machine :  $\theta$  est orienté de  $E_V$  vers  $V$ .



La particularité de ce moteur qui est de pouvoir faire varier le courant  $I$  et la puissance réactive par le courant d'excitation  $I_e$ . Il est parfois utilisé à vide et uniquement destiné à créer ou consommer de la puissance réactive : c'est un fonctionnement en compensateur synchrone.

- **Couple, zone de fonctionnement stable**

Le couple développé par un moteur électrique résulte de l'interaction de deux champs magnétiques. Plus on demande de couple sur le rotor, plus les deux champs se décalent. La machine synchrone est le siège de trois champs magnétiques tournants :  $\vec{B}_i$  champ magnétique statorique (induit) et  $\vec{B}_{res}$  champ magnétique résultant, tournent à la vitesse  $\Omega_S = \omega/p$  imposée par la fréquence d'alimentation,  $\vec{B}_V$  champ magnétique à vide, porté par le rotor, « accroché » au champ du stator dans le mode de fonctionnement classique.



**Expression du couple en fonction de  $\theta$**

La puissance électrique absorbée par la machine est :  $P_{abs} = 3V \frac{E_v}{X_S} \sin \theta$ .

Si nous négligeons toutes les pertes, cette puissance absorbée arrive au niveau de l'entrefer et est intégralement transformée en puissance mécanique :  $P_{em} = P_{abs} = P_m$ .

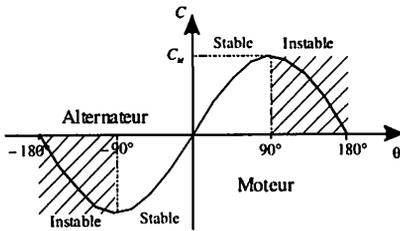
$$3V \frac{E_v}{X_S} \sin \theta = C_{em} \Omega_S = C_m \Omega_S \text{ d'où } C_{em} = \frac{3V E_v}{X_S \Omega_S} \sin \theta = \frac{3p}{\mathcal{L}} \frac{V}{\omega} \frac{E_v}{\omega} \sin \theta.$$

Or  $\frac{E_v}{\omega} = K n_S \Phi_v$ , de même  $\frac{V}{\omega} = K n_S \Phi_{res}$  donc  $C_{em} = \frac{3p}{\mathcal{L}} \frac{V}{\omega} \frac{E_v}{\omega} \sin \theta$ .

$$\boxed{C_{em} = A \Phi_{res} \Phi_v \sin \theta} \text{ avec } A = \frac{3p}{\mathcal{L}} (K n_S)^2$$

Si l'on travaille à  $\frac{V}{\omega} = \text{cte}$  et à courant d'excitation donné (soit  $\Phi_{res}$  et  $\Phi_v$  donnés), le couple est proportionnel à  $\sin \theta$  : contrôler le couple c'est contrôler  $\theta$ .

**Domaine de stabilité :** en régime transitoire on a  $J \frac{d\Omega_S}{dt} = C_{em} + C'$  (cf. fiche 1).



Tant que  $|\theta| \leq \frac{\pi}{2}$ , si  $\Omega_S$  diminue accidentellement  $\theta$  augmente,  $C_{em}$  augmente et le rotor accélère,  $\theta$  diminue : le fonctionnement est stable.

Lorsque l'on refait le même raisonnement pour  $|\theta| > \frac{\pi}{2}$ , on aboutit à la conclusion opposée : le fonctionnement est instable, la machine décroche.

## II Variation de vitesse

Le moteur synchrone tourne à la vitesse  $\Omega_S = \omega/p$ . Pour faire varier sa vitesse, il faut donc faire varier  $\omega$ , la pulsation du réseau d'alimentation.

### • Nécessité de l'autopilotage

Les dynamiques des champs statorique  $\vec{B}_i$  et  $\vec{B}_{res}$  dépendent des performances de la source à fréquence variable : les constantes de temps sont de nature électrique, donc faibles. Une variation brusque de la pulsation d'alimentation entraînera une variation rapide de la vitesse de ces champs.

Le rotor est soumis à l'inertie du banc, la vitesse de rotation de  $\vec{B}_v$  n'augmentera donc pas aussi vite. Ceci aura pour effet de générer un décalage trop important entre les champs et donc de faire décrocher la machine.

Pour résoudre ce problème l'idée essentielle est d'asservir la position de  $\vec{B}_v$  par rapport à celle de  $\vec{B}_i$  ou de  $\vec{B}_{res}$ .

On choisit un angle d'autopilotage que l'on va maintenir constant ( $\Psi$  si la machine est alimentée par un onduleur de courant,  $\theta$  si c'est un onduleur de tension).

### • Contrôle du couple

On écrit la transformation de la puissance électromagnétique en puissance mécanique :

$$P_{em} = 3E_v I \cos \Psi = C_{em} \Omega_S \text{ or } E_v = \frac{K}{\sqrt{2}} n_S \omega \hat{\Phi}_v \text{ (Boucherot) d'où}$$

$$C_{em} = A' \Phi_v I \cos \Psi \text{ avec } A' = 3pKn_S$$

Cette expression fait apparaître trois grandeurs de réglage indépendantes :  
 –  $I$  valeur efficace du courant de phase (alimentation à courant imposé),

- $\Phi_V$  valeur efficace du flux à vide par phase réglable par l'intermédiaire de  $I_e$ ,
- $\Psi$  déphasage entre  $I$  et  $\underline{E}_V$  (réglable par autopilotage).

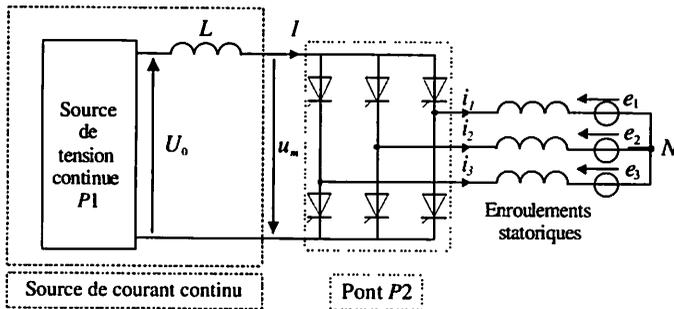
Cette expression est adaptée à l'étude de la machine associée à un onduleur de courant.

**Remarque :** L'expression déjà établie  $C_{em} = A \Phi_{res} \Phi_V \sin \theta$  fait apparaître trois grandeurs de réglage adaptées à l'association machine-onduleur de tension :

- $V/\omega = K n_S \Phi_{res}$  (alimentation à tension imposée) ;
- $\Phi_V$  flux à vide (grâce à  $I_e$ ) ;
- $\theta$  angle interne (par autopilotage).

Pour une MCC,  $C = K \Phi I$  : contrôler le couple revient à contrôler le flux inducteur  $\Phi$  et le courant dans l'induit  $I$ . Pour une machine synchrone, il faudra contrôler un flux et un courant (ou deux flux), et un angle.

- Principe de l'autopilotage à courant imposé  $C_{em} = A \Phi_V I \cos \Psi$



Un capteur de position solidaire du rotor, assure l'autopilotage en commandant la fermeture des composants de l'onduleur aux moments convenables. **La position du rotor détermine donc l'alimentation des phases du stator** (c'est-à-dire la position du champ  $\vec{B}_i$ ).  $\Psi$  étant fixé grâce à l'autopilotage le moteur ne peut pas décrocher.

La puissance fournie à la machine s'écrit :  $P = U_0 I = C_{em} \Omega_S$  :  $C_{em} = A \Phi_V I \cos \Psi$  avec  $\Phi_V$  et  $\Psi$  constants grâce au courant d'excitation et à l'autopilotage, le couple est proportionnel à  $I$  d'où  $\Omega_S = K U_0$ .

On règle donc la vitesse par  $U_0$  et le couple par  $I$ , deux variables **indépendantes** comme dans la MCC à excitation séparée. L'ensemble capteur de position + onduleur de courant joue le rôle de l'ensemble balais + collecteur.

Le système est réversible à condition que la source continue le soit.

## Motorisation d'un véhicule hybride (d'après sujet d'examen)

La propulsion électrique est assurée par une machine synchrone triphasée à aimants permanents, stator en étoile. Toutes ses pertes sont négligées.

Données constructeur  $S_n = 30$  kVA,  $n = 750$  tr min<sup>-1</sup> pour  $f = 50$  Hz et  $V_n = 140$  V.

**1. Fonctionnement à « couple constant » :  $\Psi = 0$**

$V$  peut varier de 0 à  $V_n = 140$  V, la vitesse est comprise entre 0 et  $n = 400$  tr min<sup>-1</sup>.

Les équations du moteur synchrone sont :  $E_V = k_E n$  avec  $k_E = 0,28$  V min tr<sup>-1</sup>,

$X_S = k_X n$  avec  $k_X = 3,0$  mΩ min tr<sup>-1</sup>,  $T = k_T I \cos \Psi$  avec  $k_T = 8,0$  N m A<sup>-1</sup>.

On cherche la valeur de la tension permettant d'atteindre le point de fonctionnement  $n = 400$  tr min<sup>-1</sup>,  $T_n = 570$  N m.

**1.1.** Calculer l'intensité du courant  $I$  par phase, le produit  $X_S I$  et la f.e.m.  $E_V$ .

**1.2.** Représenter le diagramme vectoriel, en déduire la valeur de  $V$ .

**2. Fonctionnement « en mode défluxage » :  $n$  supérieure à 400 tr min<sup>-1</sup>**

Dans ce mode la tension est constante à 140 V, le « défluxage » est obtenu en faisant varier  $\Psi$  entre 0° et -90° ce qui permet de fonctionner en survitesse.

On souhaite fonctionner à  $n = 1000$  tr min<sup>-1</sup>, le courant étant limité à  $I = I_n = 71$  A.

**2.1.** Calculer la f.e.m.  $E_V$  et le produit  $X_S I$  pour ce point de fonctionnement.

**2.2.** Représenter le diagramme vectoriel ; indiquer le sens et la direction de  $\underline{I}$ .

**2.3.** En déduire la valeur de  $\Psi$  puis le couple  $T$  disponible à  $n = 1000$  tr min<sup>-1</sup>.

### Solution

**1.1.**  $T = k_T I \cos \Psi = 571$  Nm comme  $\Psi = 0$ ,  $\cos \Psi = 1$  donc  $I = T/k_T = 71$  A ;

pour  $n = 400$  tr min<sup>-1</sup>  $X_S I = k_X n I = 82,5$  V et  $E_V = k_E n = 112$  V.

**1.2.**  $\underline{V} = \underline{E}_V + j X_S \underline{I}$ , le diagramme bipolaire est un triangle

rectangle  $V = \sqrt{E_V^2 + (X_S I)^2} = 140,7$  V.

**2.1.**  $n = 1000$  tr min<sup>-1</sup>,  $E_V = k_E n = 280$  V ;

$I = I_n = 71$  A,  $X_S I = k_X n I = 213$  V.

**2.2.** Pour tracer le diagramme on construit 3 arc de cercles de rayons correspondant à  $V$ ,  $E_V$ ,  $X_S I$ .

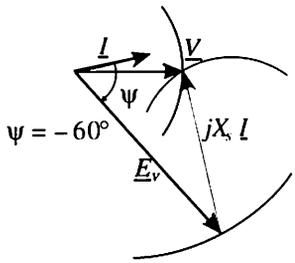
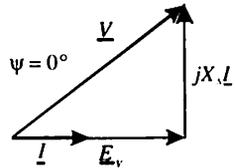
On cherche leurs intersections.

$\underline{I}$  est en retard de 90° sur  $j X_S I$ .

Sur le diagramme on mesure  $\Psi = -60^\circ$

**2.3.**  $\cos \Psi = 0,5$ ,  $k_T = 8,0$  N m A<sup>-1</sup>

$T = k_T I \cos \Psi = 284$  Nm.



## I Constitution, principe

### • Constitution

Le **stator** d'une machine asynchrone est identique à un stator d'alternateur. C'est une armature cylindrique fixe, qui porte un bobinage triphasé  $2p$  polaire, alimenté par une source triphasée équilibrée de fréquence  $f$ .

Le système de courants statoriques créé un **champ tournant** à la vitesse de synchronisme  $\Omega_s = \omega/p$  (théorème de Ferraris).

Le **rotor** est constitué d'un cylindre feuilleté portant un ensemble de conducteurs polyphasé en court-circuit (bobinage identique à celui du stator ou cage d'écureuil).

### • Principe de l'induction

Le champ tournant statorique induit dans le circuit rotorique des courants de Foucault dont l'effet doit s'opposer à la rotation du champ d'origine statorique par rapport au rotor (loi de Lenz).

Le rotor se met donc en rotation, sa vitesse tendant vers la vitesse de synchronisme sans jamais l'atteindre, d'où le nom « **asynchrone** ».

En effet, s'il tourne à la vitesse de synchronisme il ne « voit » plus de variation de champ, donc il n'y a plus de courant induit.

Un équilibre dynamique s'établit et le rotor tourne à la vitesse  $\Omega < \Omega_s$ .

De la même façon, si on l'entraîne à une vitesse supérieure à  $\Omega_s$ , le stator tend à ramener sa vitesse à la vitesse de synchronisme, le rotor est donc freiné, c'est un fonctionnement en génératrice.

### • Le glissement

Le glissement  $g$  du rotor par rapport au champ tournant, est l'écart relatif de la vitesse de rotation à la vitesse de synchronisme :

$$g = \frac{\Omega_s - \Omega}{\Omega_s} = \frac{n_s - n}{n_s}$$

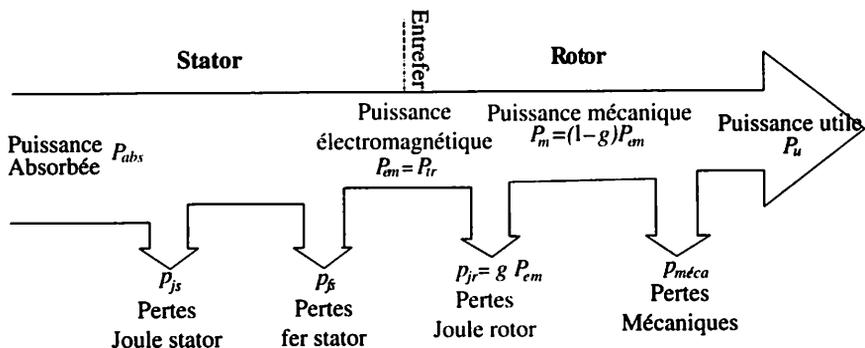
**Attention !** lorsque la machine est alimentée par un variateur  $\omega$  varie, le glissement peut être constant alors que la vitesse varie.

à l'arrêt	à vide	au synchronisme	au point nominal	en génératrice
$\Omega = 0$	$\Omega \approx \Omega_S$	$\Omega = \Omega_S$	$\Omega = (1 - g)\Omega_S$	$\Omega > \Omega_S$
$g = 1$	$g \approx 0$	$g = 0$	$ g  = \text{quelques \%}$	$g < 0$

## II Puissances, modèle équivalent

On néglige les pertes fer rotoriques.

### • Bilan des puissances, rendement



Le moteur absorbe au stator  $P_{abs} = 3V_S I_S \cos \varphi_S$ .  
 On calcule les pertes joule statoriques  $p_{js} = 3r_S I_S^2$ .  
 On peut alors calculer le rendement :

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{P_u}{P_{abs}} = \frac{P_u}{P_u + 3r_S I_S^2 + p_{fs} + p_{méca} + p_{jr}} \\ &= \frac{3V_S I_S \cos \varphi_S - (3r_S I_S^2 + p_{fs} + p_{méca} + p_{jr})}{3V_S I_S \cos \varphi_S} \end{aligned}$$

### • Puissances et couples

Il y a égalité entre les couples électromagnétique et mécanique : la machine asynchrone transmet intégralement le couple mais pas la vitesse.

$$P_{em} = C \Omega_S, \quad P_m = C \Omega$$

Si les pertes mécaniques sont prises en compte :  $p_{méca} = C_p \Omega$ , alors la puissance utile est  $P_u = P_m - p_{méca}$  soit  $P_u = C_u \Omega$ .

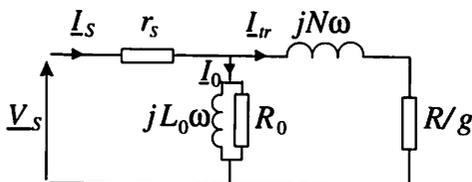
- **Modèle équivalent en régime sinusoïdal**

L'analyse de l'état magnétique de la machine asynchrone est assez complexe et ne sera pas développée ici.

Quel que soit le couplage du stator le modèle équivalent monophasé est « en étoile ».

Il est analogue à celui d'un transformateur triphasé dont :

- le secondaire est en court-circuit
- la résistance du secondaire varie avec le glissement.



$r_s$  résistance des bobinages statoriques rend compte des pertes Joule statoriques,

$R_0$  résistance fictive qui rend compte des pertes fer,

$L_0$  représente l'inductance magnétisante ; la puissance réactive qu'elle absorbe est nécessaire pour établir le champ magnétique dans la machine.

$R$  résistance rotorique ramenée au stator.

$N$  inductance de fuites globalisées ramenées au stator, consomme la puissance réactive transmise au rotor.

$R/g$  appelée « résistance motionnelle » rend compte de l'ensemble de la puissance consommée au rotor : pertes joule et puissance mécanique.

- **Détermination des éléments du modèle**

### Mesure de $r_s$

On mesure la résistance entre phases  $R_a = U/I$  (méthode volt-ampère-métrique à chaud). Quel que soit le couplage du stator :

$$r_s = R_a/2$$

### Essai à vide ou au synchronisme $g = 0$

On alimente la machine sous tension nominale  $V_{S0} = V_{Sn}$ , les pertes fer on quasiment la même valeur qu'en charge, les pertes Joule sont négli-

gées. Elle est entraînée à la vitesse de synchronisme ou fonctionne à vide :  $g = 0, P_{tr} = 0$ .

**On mesure**  $U_{S0} = \sqrt{3}V_{S0}, I_{S0}$ , et la puissance active  $P_{S0}$  absorbée par les trois phases ainsi que la puissance réactive  $Q_{S0}$  absorbée par les trois phases.

Si on ne dispose pas de la mesure de  $Q_{S0}$ , on la calcule :

$$Q_{S0} = P_{S0} \operatorname{tg} \varphi_0 \text{ avec } \cos \varphi_0 = \frac{P_{S0}}{3V_{S0}I_{S0}} \text{ ou bien à partir de la puissance apparente à vide } S_0 = 3V_{S0}I_{S0}, \text{ d'où } Q_{S0} = \sqrt{S_0^2 - P_{S0}^2}.$$

On en déduit :

la valeur de la résistance représentant les pertes fer :  $R_0 = \frac{3V_{S0}^2}{P_{S0}}$ ,

la valeur de l'inductance magnétisante  $L_0\omega = \frac{3V_{S0}^2}{Q_{S0}}$ .

**Remarque :** En tenant compte des pertes Joule au stator :  $p_{js} = 3r_s I_{S0}^2$

et  $p_{fs} = P_{S0} - p_{js}$  d'où  $R_0 = \frac{3V_{S0}^2}{p_{fs}}$ .

### Essai rotor calé $g = 1$ (sous tension réduite)

On alimente la machine sous tension réduite  $V_{Sc}$  de telle sorte que  $I_{Sc} = I_{Sn}$ . On néglige les pertes Joule stator et les pertes fer. Les puissances mesurées sont entièrement transmises au rotor :  $P_{Sc} = P_{tr}$  et  $Q_{Sc} = Q_{tr}$ .

**On mesure**  $U_{Sc} = \sqrt{3}V_{Sc}, I_{Sc}$  et  $P_{Sc}$  la puissance active absorbée par les trois phases. On peut aussi mesurer la puissance réactive  $Q_{Sc}$  absorbée par les trois phases ou la calculer.

Elle est à l'arrêt ( $g = 1$ ), on en déduit :

la résistance ramenée au secondaire  $R = \frac{P_{Sc}}{3I_{Sc}^2}$ , l'inductance de fuites  $N\omega = \frac{Q_{Sc}}{3I_{Sc}^2}$ .

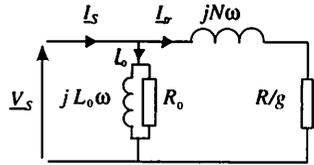
Si on ne dispose pas de l'essai rotor calé, la détermination des éléments du rotor se fait à partir d'un essai en charge : la méthode est exposée dans l'exercice.

### III Tracé des caractéristiques

- **Expression du couple**

On néglige la résistance  $r_s$  :  $V_s$  est appliquée aux bornes de  $L_0$  (flux forcé). On raisonne à partir du schéma simplifié.

Pour obtenir l'expression du couple, on procède en trois étapes :



– On exprime la puissance transmise au rotor sous sa forme électrique à partir du schéma équivalent  $P_{tr} = 3 \frac{R}{g} I_r^2$ , puis sous sa forme mécanique  $P_{tr} = C \Omega_S$  et on

identifie les deux expressions d'où  $C = 3 \frac{R}{g} \frac{I_r^2}{\Omega_S}$  (1).

– On écrit l'expression du courant transmis en fonction de l'impédance rotorique :

$$I_r^2 = \frac{V_s^2}{Z^2} = \frac{V_s^2}{(R/g)^2 + (N\omega)^2}.$$

– On remplace dans l'expression initiale du couple en utilisant  $\Omega_S = \omega/p$  :

$$C = 3p \frac{V_s^2}{\omega} \frac{R/g}{(R/g)^2 + (N\omega)^2}, \text{ en factorisant } \omega : C = 3p \left( \frac{V_s}{\omega} \right)^2 \frac{1}{\frac{R}{g\omega} + N^2 \frac{g\omega}{R}}.$$

**Remarque :** Cette expression du couple met en évidence le terme  $V_s/\omega$  qui correspond à la valeur efficace du flux dans la machine (relation de Boucherot), ainsi que  $g\omega = \omega_r$ , la pulsation des courants rotoriques. Ces variables « naturelles » de contrôle du couple sont utilisées dans les variateurs de vitesse.

- **Caractéristique mécanique :  $C = f(\Omega)$**

L'expression du couple en fonction du glissement est une fonction impaire que l'on étudie pour les glissements positifs (fonctionnement en moteur). Seul le dénominateur dépend de  $g$  : il est la somme de deux termes dont le produit est constant, il est donc minimum quand les deux termes sont égaux. Le couple moteur est alors

maximum. Pour  $g_M = R/N\omega$ , on a  $C_M = \frac{3}{2} \frac{p}{N} \left( \frac{V_s}{\omega} \right)^2$ .

Pour tracer la courbe, on considère deux domaines pour  $g$  :

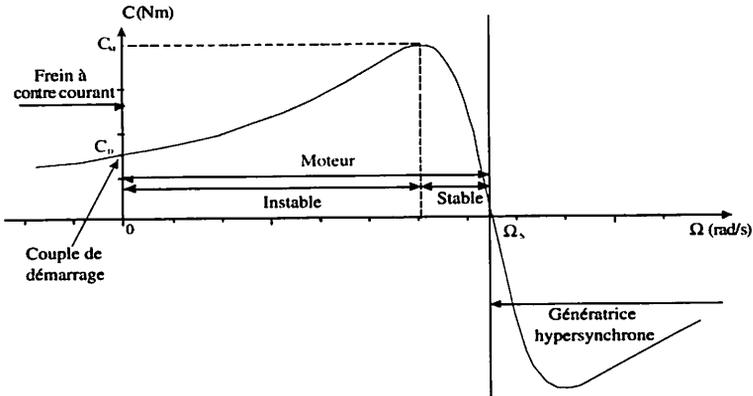
–  $g \ll g_M$ , zone des faibles glissements (quelques %), ou  $\Omega$  proche de  $\Omega_S$  : dans

ce cas  $C \simeq 3p \left( \frac{V_s}{\omega} \right)^2 \frac{g\omega}{R}$ , soit  $C \simeq 3p \left( \frac{V_s}{\omega} \right)^2 \frac{\Omega_S - \Omega}{R}$ .

La courbe est une droite décroissante passant par le point  $C = 0, \Omega \simeq \Omega_s$ .  
 Le fonctionnement est stable, c'est la plage utile de la caractéristique.

$- g \gg g_M$  alors  $C \simeq 3p \left( \frac{V_s}{\omega} \right)^2 \frac{R}{N^2} \frac{1}{g\omega}$  ou encore  $C \simeq 3p \left( \frac{V_s}{\omega} \right)^2 \frac{R}{N^2} \frac{1}{\Omega_s - \Omega}$

La courbe est une hyperbole, le fonctionnement est instable (cf. fiche 1).



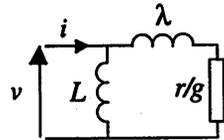
### Moteur asynchrone alimenté à fréquence fixe

Un moteur asynchrone triphasé 220 V/380 V, 50 Hz a un stator à 4 pôles couplé en étoile et un rotor à cage. Sous alimentation nominale, on a obtenu :

- à vide, un courant de ligne d'intensité 6 A ;
- à charge nominale, un courant de ligne d'intensité 19,4 A, une puissance absorbée de 11,5 kW et une vitesse de rotation de 1440 tr/min.

La machine asynchrone est alimentée sous 230 V/400 V, 50 Hz.

On néglige les pertes fer et les pertes mécaniques. Le modèle équivalent retenu est le suivant :



1. Déterminer le glissement  $g$  et la puissance réactive absorbée pour le fonctionnement à charge nominale.
2. Calculer le moment du couple nominal  $C_n$  et les pertes rotoriques par effet Joule.
3. Montrer que les éléments du schéma équivalent par phase, donné à la figure ci-contre, ont pour valeurs :  $L = 122$  mH,  $\lambda = 10$  mH,  $r = 0,52 \Omega$ .

4. On peut montrer que le moment du couple s'écrit :  $C = \frac{6V^2}{\omega} \frac{r/g}{(r/g)^2 + (\lambda\omega)^2}$

Pour quelle valeur de glissement  $g_{max}$  le moment du couple est-il maximal ?  
 Donner la valeur de ce maximum  $C_{max}$  et la vitesse de rotation correspondante.

## Solution

1. La machine est tétrapolaire et alimentée en 50 Hz, sa vitesse de synchronisme est donc  $\Omega_S = \omega/2 = 157 \text{ rad s}^{-1}$  soit  $n_S = 1500 \text{ tr min}^{-1}$ . Dans l'essai au point nominal on a mesuré  $n = 1440 \text{ tr min}^{-1}$  d'où  $g = \frac{n_S - n}{n_S} = 0,04$ .

La machine est alimentée sous une tension simple de 230V, elle absorbe 19,4 A donc  $S = 3VI = 13,4 \text{ kVA}$ .  $Q = \sqrt{S^2 - P^2} = 6,88 \text{ kvar}$ .

2. Les pertes statoriques sont négligées donc la puissance active absorbée est intégralement transmise au rotor  $P_{tr} = C\Omega_S = 11,5 \text{ kW}$  d'où  $C_n = 73,2 \text{ Nm}$ .

Les pertes joule au rotor ont pour expression :  $p_{jr} = gP_{tr} = 460 \text{ W}$ .

3. Dans l'essai à vide  $g \approx 0$  : il n'y a pas de puissance transmise au rotor qui se comporte comme un circuit ouvert. Comme on néglige les pertes fer au stator le courant absorbé  $I_0$  circule dans  $L$ . On peut écrire :  $V = L\omega I_0$  d'où on déduit  $L\omega = 38,2 \Omega$  et  $L = 122 \text{ mH}$ .

On ne dispose pas de l'essai rotor bloqué pour déterminer les impédances rotoriques. Cependant l'objectif reste le même : déterminer les puissances active et réactive consommées au rotor afin d'appliquer les relations  $P_{tr} = 3 \frac{r}{g} I_{tr}^2$  et  $Q_{tr} = 3\lambda\omega I_{tr}^2$ .

À partir de l'essai à charge nominale on peut utiliser la méthode de Boucherot et renseigner le tableau des puissances active et réactive consommées par les éléments du schéma équivalent.

La tension est la même que lors de l'essai à vide donc  $Q_L = 3L\omega I_0^2$ . La puissance réactive transmise au rotor est donc  $Q_{tr} = Q - Q_L = Q_\lambda$ .

Toute la puissance active est transmise au rotor :  $P_{tr} = P$ .

	P = 11 500 W	Q = 6 880 var
L	0	4 136
r/g	11 500	0
λ	0	2 744

La puissance apparente est  $S_{tr} = \sqrt{P_{tr}^2 + Q_{tr}^2} = 3VI_{tr}$  d'où l'on déduit  $I_{tr} = 17,1 \text{ A}$ .

Avec  $r/g = P_{tr}/3I_{tr}^2$  on obtient :  $r/g = 13,1 \Omega$  soit  $r = 0,52 \Omega$ . On a de même  $\lambda\omega = Q_{tr}/3I_{tr}^2 = 3,12 \Omega$  et  $\lambda = 10 \text{ mH}$ .

4. Le couple est maximal lorsque les deux termes du dénominateur sont égaux :  $r/g = \lambda\omega$ .

Ceci conduit à  $g_{\max} = \frac{r}{\lambda\omega} = 16,60 \%$ ,  $C_{\max} = 162 \text{ Nm}$  et  $n_{\max} = 1251 \text{ tr min}^{-1}$ .

# MAS : variation de vitesse

Le but est d'obtenir une variation de la vitesse de la machine asynchrone sans la déclasser (c'est-à-dire en conservant son couple maximum).

Les variateurs actuels maintiennent un rapport constant entre la tension statorique  $V_S$  et la pulsation d'alimentation  $\omega$ . Ils sont organisés autour d'un onduleur autonome commandé par microprocesseur. Selon les performances exigées, la commande peut être « scalaire » ou « vectorielle ».

La solution la plus courante est l'alimentation par un **onduleur** de tension.

Les tensions statoriques sont obtenues par découpage d'une tension continue : les courants dans les phases de la machine sont donc forcément non sinusoïdaux et par conséquent le couple présente une ondulation.

L'utilisation de la MLI qui repousse les harmoniques vers les rangs élevés permet d'éliminer ce problème. En contre partie les pertes joule et pertes fer augmentent ce qui diminue le rendement (de 2 à 8 %).

## I Commande scalaire

### • Principe

Le contrôle « classique » scalaire consiste à réguler l'amplitude et la fréquence de la tension  $V_S$  (donc la longueur et la vitesse de rotation du vecteur de Fresnel associé). Ces variateurs utilisent le modèle simplifié de la machine exposé dans la fiche 24.

Il conduit à l'expression du couple suivante : 
$$C = 3p \left( \frac{V_S}{\omega} \right)^2 \frac{1}{\frac{R}{g\omega} + N^2 \frac{g\omega}{R}}$$

Dans la zone de fonctionnement stable on peut considérer que  $C \simeq 3p \left( \frac{V_S}{\omega} \right)^2 \frac{\omega_r}{R}$

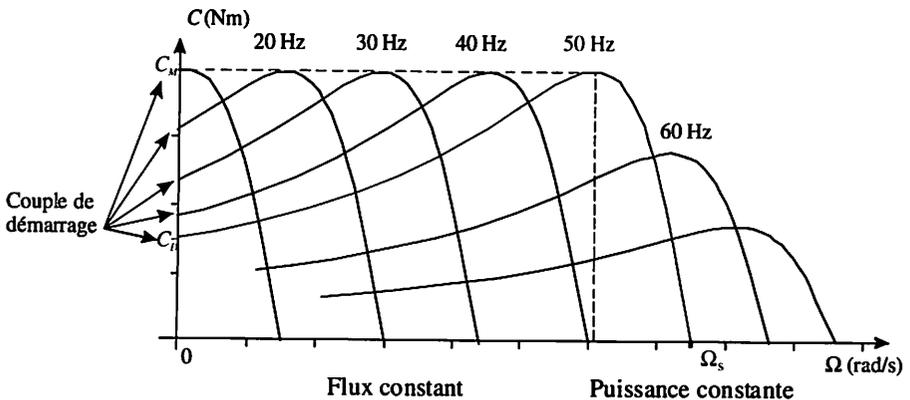
Les grandeurs  $\frac{V_S}{\omega}$  et  $\omega_r = g\omega$  sont les variables « naturelles » de contrôle du couple.

**Pour les vitesses inférieures à la vitesse nominale** on travaille à  $V_S/\omega = \text{cte}$  (flux constant). Les caractéristiques se traduisent suivant l'axe des vitesses : on a accès

à une large gamme de vitesses tout en conservant de faibles glissements (assurance d'un rendement correct). En particulier on maintient :  $C_M = \frac{3p}{2} \left( \frac{V_S}{\omega} \right)^2 \frac{1}{N}$

pour  $\omega_{rM} = R/N$  avec  $\Omega_S = \omega/p$ .

**Pour atteindre des vitesses supérieures à la vitesse nominale, on travaille à tension  $V_S$  constante tout en augmentant la fréquence d'alimentation. Le flux diminue ainsi que le couple maximum, la machine a un comportement proche de celui d'une machine à courant continu à excitation série, elle fonctionne à puissance constante. La vitesse maximale est fixée par la limite mécanique liée au rotor et la réserve de couple disponible (risque de décrochage).**



#### • Limites de la commande scalaire

Quand on étudie les propriétés d'une machine asynchrone alimentée par un variateur  $V/f$  constant, on remarque que :

- le couple en régime permanent n'est pas bien maîtrisé à basse vitesse. Pour atteindre les faibles vitesses on diminue  $f$  donc  $V$  aussi. La chute de tension aux bornes de  $r_s$  n'est plus négligeable : le flux n'est plus forcé, il diminue ainsi que le couple.
- la référence vitesse impose une fréquence à l'onduleur et ainsi la vitesse de synchronisme du moteur. La vitesse réelle de rotation s'établit en fonction de la charge ce qui limite la précision du réglage.
- le contrôle du couple n'est en aucun cas assuré en régime transitoire. Les constructeurs proposent des solutions partielles aux deux premiers défauts en modifiant la loi de commande :
- la « compensation de  $RI$  » (boost automatique) augmente  $V_S$  pour maintenir le couple aux basses vitesses,

- la « compensation de glissement » permet de rattraper le glissement en fournissant un supplément de fréquence (valable pour un point de fonctionnement ou de petites variations).

## II Commande vectorielle

### • Principe de l'autopilotage

Dans la commande autopilotée, les variables d'entrée sont  $\omega_r$  et  $V_S$  ;  $\omega$  est alors calculée à partir de  $\omega = p\Omega \pm \omega_r$  (le signe + pour un fonctionnement en moteur, le - pour un fonctionnement en génératrice).

La vitesse de la machine peut être mesurée par un capteur ou estimée à partir de la mesure des grandeurs  $I$  et  $V$  et de la connaissance des paramètres statoriques (fournies par les constructeurs ou obtenue par un autoréglage au démarrage du moteur).

### • Commande vectorielle

Le contrôle vectoriel de flux règle l'amplitude et la phase de la tension  $V_S$  (donc la longueur et la position du vecteur de Fresnel associé). Il permet de contrôler le comportement de la machine lors des régimes transitoires en faisant appel à un modèle plus complexe de la machine (transformée de Park).

Le contrôle vectoriel améliore sensiblement les performances de la machine ainsi que le montre le tableau suivant. Seul le variateur avec capteur permet d'avoir du couple à l'arrêt.

	Contrôle scalaire	Contrôle vectoriel de flux	
		Sans capteur	Avec capteur
Gamme de vitesse	$n_n$ à $n_n/10$	$n_n$ à $n_n/100$	$n_n$ à 0
Précision de vitesse	$\pm 1\%$	$\pm 1\%$	$\pm 0,01\%$

### Étude du moteur alimenté en $\frac{V}{f} = \text{cte}$

Le moteur est celui de l'exercice de la fiche 24 mais il est maintenant alimenté en fréquence variable. La tension simple  $V$  et sa fréquence  $f$  restent dans un rapport constant  $V/f = k = 4,6 \text{ V Hz}^{-1}$  jusqu'à l'alimentation nominale de la machine.

On suppose la machine non saturée : la valeur de  $L$  est indépendante de la fréquence.

1. Montrer que l'expression du couple  $C$  peut s'écrire : 
$$C = A \frac{1}{\frac{r}{g\lambda\omega} + \frac{g\lambda\omega}{r}}$$

Donner la valeur numérique de  $A$ . La valeur maximale du couple dépend-elle de la fréquence d'alimentation ?

2. En régime permanent stable, pour un moment  $C$  du couple fixé, on montre que la quantité  $g\omega$  reste constante quand la fréquence  $f$  varie.

Exprimer  $\Delta n = n_S - n$ . Quelle est la propriété de  $\Delta n$  quand  $f$  varie à couple fixé ? Préciser les valeurs de  $\Delta n$  pour les couples  $C_n$  et  $C_{\max}$ .

3. Dans un tableau, donner les valeurs numériques de  $n$  pour les trois valeurs 10 Hz, 30 Hz et 50 Hz de la fréquence et correspondant à des fonctionnements : à vide, à couple nominal  $C_n$ , à couple maximal  $C_{\max}$ .

4. Le moteur entraîne une charge mécanique qui lui oppose un couple résistant de moment constant  $C_r = 40$  Nm. Déterminer la fréquence de rotation du groupe en régime permanent pour une alimentation à fréquence 30 Hz.

5. Établir une propriété remarquable de la valeur efficace  $I$  de l'intensité du courant en ligne lorsque la fréquence d'alimentation du moteur asynchrone varie alors que le moment du couple résistant reste constant.

### Solution

1. Dans le premier exercice on a vu que  $C = \frac{6V^2}{\omega} \frac{r/g}{(r/g)^2 + (\lambda\omega)^2}$ . En factorisant

$$C = \frac{6V^2}{\omega} \frac{r/g}{(r/g)[r/g + (\lambda\omega)^2(g/r)]}$$

$$= \frac{6V^2}{\omega} \frac{1}{(\lambda\omega) \left[ \frac{r}{g\lambda\omega} + \frac{g\lambda\omega}{r} \right]} = \frac{6}{\lambda} \left( \frac{V}{\omega} \right)^2 \frac{1}{\left( \frac{r}{g\lambda\omega} + \frac{g\lambda\omega}{r} \right)}$$

En posant  $A = \frac{6}{\lambda} \left( \frac{V}{\omega} \right)^2 = 321$  Nm on retrouve l'expression proposée.

On obtient le couple maximum pour  $\lambda\omega = r/g$  soit  $r/g\lambda\omega = 1$ . Il vaut  $C_{\max} = A/2 = 160,5$  Nm quelle que soit la fréquence.

2. D'après la définition  $\Delta n = n_S - n = gn_S$  or  $n_S = \frac{30}{\pi} \Omega_S = \frac{30}{\pi} \frac{\omega}{p} = \frac{15}{\pi} \omega$ . On en

déduit  $\Delta n = \frac{15}{\pi} g\omega$ . Comme la pulsation rotorique  $\omega_r = g\omega$  est constante quand la fréquence varie à couple fixé, la chute de vitesse  $\Delta n$  est elle aussi constante quand la fréquence varie dans les mêmes conditions.

On peut calculer les valeurs de  $\Delta n$  à 50 Hz soit  $n_S = 1500$  tr min<sup>-1</sup> : pour  $C_n$ , on donne  $n_n = 1440$  tr min<sup>-1</sup> donc  $\Delta n = 60$  tr min<sup>-1</sup> ; pour  $C_{\max}$  le calcul donne  $n_{\max} = 1251$  tr min<sup>-1</sup> donc  $\Delta n = 249$  tr min<sup>-1</sup>.

3. À vide la vitesse est la vitesse de synchronisme. Pour les fonctionnements à couple nominal et maximal, les chutes de vitesse sont celles calculées à la question précédente.

	10 Hz	30 Hz	50 Hz
À vide	300 tr min <sup>-1</sup>	900 tr min <sup>-1</sup>	1500 tr min <sup>-1</sup>
C <sub>n</sub>	240 tr min <sup>-1</sup>	840 tr min <sup>-1</sup>	1440 tr min <sup>-1</sup>
C <sub>max</sub>	51 tr min <sup>-1</sup>	651 tr min <sup>-1</sup>	1251 tr min <sup>-1</sup>

4. Dans la zone de faible glissement on peut considérer  $\lambda\omega \ll \frac{r}{g}$ . L'expression du

couple se simplifie :  $C = \frac{6}{\chi} \left(\frac{V}{\omega}\right)^2 \frac{\chi g \omega}{r} = 6 \left(\frac{V}{\omega}\right)^2 \frac{g \omega}{r}$  soit en utilisant le résultat de

la question 2. :  $C = \left(\frac{6\pi}{15r}\right) \left(\frac{V}{\omega}\right)^2 (n_s - n) = 1,295 \cdot (n_s - n)$

5. En régime permanent  $C = |C_r|$  ce qui donne  $n_s - n = 40/1,295 = 31$  tr.min<sup>-1</sup>.  
Soit 869 tr.min<sup>-1</sup> si la machine est alimentée en 30 Hz.

6. Exprimons le courant en ligne en fonction des impédances du schéma équivalent :

$$\underline{I} = \frac{V}{jL\omega} + \frac{V}{\frac{r}{g} + j\lambda\omega} = \frac{V}{jL\omega} + \frac{V}{\omega} \frac{1}{\frac{r}{g\omega} + j\lambda}$$

$$\underline{I} = \left(\frac{V}{\omega}\right) \left(\frac{1}{jL} + \frac{1}{\frac{r}{g\omega} + j\lambda}\right).$$

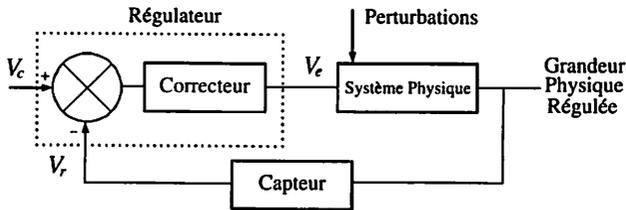
Lorsque la fréquence d'alimentation du moteur asynchrone varie alors que le moment du couple résistant reste constant, la grandeur  $\omega_r = g\omega$  reste constante donc  $\underline{I}$  est le produit de deux complexes dont les modules sont constants : son module l'est aussi. Si l'on travaille à flux constant, la valeur efficace  $I$  du courant en ligne est constante lorsque la fréquence d'alimentation du moteur varie à couple résistant constant.

# Régulation et asservissement

## Principes

Tout système bouclé qui présente une rétro-action de la sortie sur l'entrée est un système asservi. La qualité de l'asservissement de ce système dépendra du réglage de son correcteur.

- **Schéma fonctionnel d'un système bouclé**



- Le système physique comprend les actionneurs et le processus, il permet d'obtenir, à partir d'un signal  $v_e$ , la grandeur physique souhaitée (température vitesse position débit pression couple ...).
- Le capteur transforme la grandeur physique en un signal électrique.
- Le comparateur réalise la différence entre la consigne et le retour.
- Le correcteur corrige la différence entre la consigne et le retour.
- Le régulateur intègre le comparateur et le correcteur, c'est la pièce essentielle.

- **Différence entre régulation et asservissement**

Une régulation a un signal de consigne constant ou évoluant par palier.

Un asservissement a un signal de consigne qui évolue en fonction d'une grandeur physique indépendante de la grandeur régulée.

- **Critères de performance d'un système asservi**

Les trois critères de performance sont :

- La rapidité du système, quantifiée par le temps de réponse  $t_r$
- La précision, quantifiée par l'erreur statique  $\epsilon_s$
- La stabilité, quantifiée par la marge de gain  $M_g$  et la marge de phase  $M_p$

## • Réglage du correcteur d'un système asservi

Deux approches permettent de régler le correcteur en fonction des performances souhaitées :

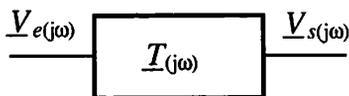
- À partir d'une étude théorique, mise en équations du système et calcul des fonctions de transfert des différents schémas blocs.
- À partir d'une étude expérimentale, réaliser des essais en boucle ouverte et/ou en boucle fermée et établir les fonctions transferts des différents schémas blocs.

## Méthode

Quelle que soit l'approche, théorique ou expérimentale, il est important de modéliser les différents éléments du système par une fonction de transfert afin de déterminer les meilleurs réglages du correcteur.

### • Rappel sur les fonctions de transfert

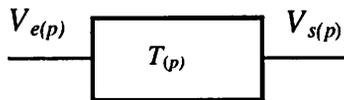
Fonction de transfert complexe



$$\underline{T}(j\omega) = \frac{\underline{V}_s(j\omega)}{\underline{V}_e(j\omega)}$$

$j$  est l'opérateur complexe

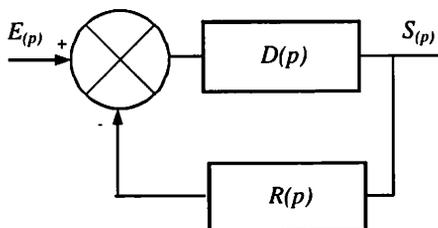
Fonction de transfert symbolique



$$T(p) = \frac{V_s(p)}{V_e(p)}$$

$p$  est l'opérateur de Laplace

### • Fonction de transfert d'un système bouclé



$$H_{(p)} = \frac{D_{(p)}}{1 + D_{(p)} R_{(p)}} = \frac{S_{(p)}}{E_{(p)}}$$

### • Système du 1<sup>er</sup> ordre (cf. fiche 11)

*Fonction de transfert en boucle ouverte (B.O.)*

$$F_{0(p)} = \frac{H_0}{1 + \tau_0 \cdot p}$$

$H_0$ , le gain en BO

$\tau_0$ , la constante de temps du système

$p$ , l'opérateur de Laplace

**Fonction de transfert en boucle fermé à retour unitaire (BFu)**

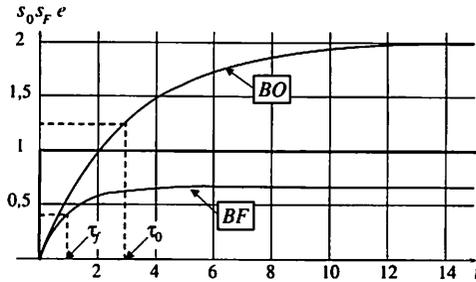
$$F_{f(p)} = \frac{H_f}{1 + \tau_f \cdot p}$$

$H_f$ , le gain en BF

$\tau_f$ , la constante de temps du système en BF

$$H_f = \frac{H_0}{1 + H_0} \text{ et } \tau_f = \frac{\tau_0}{1 + H_0}$$

**Réponse indicielle de la fonction de transfert**



**Performances d'un système du 1<sup>er</sup> ordre en BF**

Un système du 1<sup>er</sup> ordre est stable.

L'erreur statique relative en % est :  $\epsilon_s\% = 100 \cdot (1 - H_f)$

Le temps de réponse à 5% est :  $tr\ 5\% = 3\tau_f$

**Détermination expérimentale des paramètres**

D'après la réponse du système en boucle ouverte à un échelon d'entrée  $e(t) = E$  :

- Mesurer sur le graphique  $S_{final}$  et  $E$  et calculer  $H_0 = S_{final}/E$
- Déterminer graphiquement la valeur de  $\tau$  sachant  $s(\tau) = 0,63S_{final}$

- Système du 2<sup>ème</sup> ordre (cf. fiche 11)

**Fonction de transfert en boucle ouverte (B.O.)**

$$F_{0(p)} = \frac{H_0}{1 + \left(\frac{2z_0}{\omega_0}\right)p + \frac{1}{(\omega_0)^2}p^2}$$

$H_0$ , le gain en BO

$z_0$ , coefficient d'amortissement

$\omega_0$ , pulsation propre

**Fonction de transfert en boucle fermé à retour unitaire (BFu)**

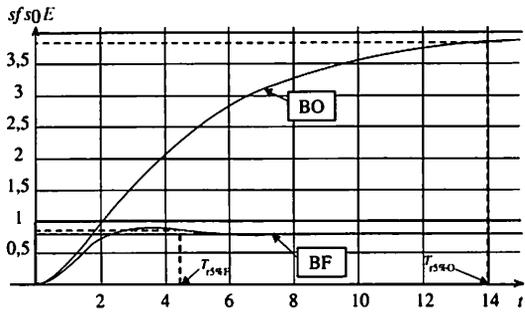
$$F_{f(p)} = \frac{H_f}{1 + \left(\frac{2z_f}{\omega_f}\right)p + \frac{1}{(\omega_f)^2}p^2}$$

$$H_f = \frac{H_0}{1 + H_0}$$

$$z_f = \frac{z_0}{\sqrt{1 + H_0}}$$

$$\text{et } \omega_f = \omega_0 \sqrt{1 + H_0}$$

**Réponse indicielle de la fonction de transfert**



**Performances d'un système du 2<sup>ème</sup> ordre, à retour unitaire, en BF**

Un système du 2<sup>ème</sup> ordre peut devenir instable.

**Détermination expérimentale des paramètres**

L'erreur statique relative en % est :  $\epsilon_{s\%} = 100 \cdot \left( \frac{E_{\text{final}} - S_{\text{final}}}{E_{\text{final}}} \right)$

D'après la réponse du système à un échelon d'entrée  $e(t) = E$  :

- Mesurer sur le graphique  $S_{\text{final}}$  et  $E$  et on calcule  $H = S_{\text{final}}/E$
- Mesurer sur le graphique les dépassements  $D_1$  et  $D_2$  et à partir des abaques des dépassements relatifs on en déduit la valeur de  $z$ .
- À partir des abaques des temps de réponse réduits et de  $z$ , en déduire le produit :  $t_{r5\%} \cdot \omega$
- Mesurer sur le graphique le temps de réponse à 5 % et calculer la fréquence propre  $\omega$ .

• **Système du n<sup>ème</sup> ordre**

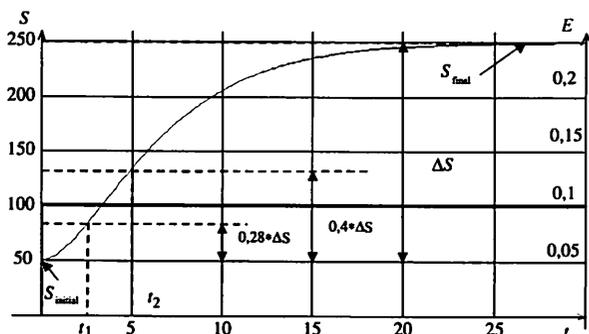
Pour les systèmes thermiques comme les fours, qui sont des systèmes stables, on peut assimiler la fonction de transfert du n<sup>ème</sup> ordre à celle d'un système du 1<sup>er</sup> ordre avec un retard pur.

**Fonction de transfert en boucle ouverte, modèle de Broïda**

$$F_{0(p)} = \frac{H_0 \cdot e^{(-\tau_1 \cdot p)}}{1 + \tau_0 \cdot p}$$

$H_0$ , le gain en BO  
 $\tau_0$ , la constante de temps du système  
 $\tau_1$ , le retard pur

## Réponse indicielle de la fonction de transfert en boucle ouverte



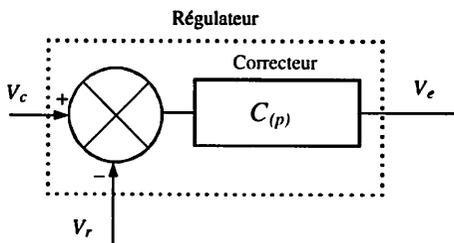
### Détermination expérimentale des paramètres

À partir de la réponse du système à un échelon  $e(t) = E$  en BO

- Mesurer sur le graphe  $S_{\text{final}}$ ,  $S_{\text{initial}}$  et  $E$  et calculer  $H_0 = \frac{S_{\text{final}} - S_{\text{initial}}}{E}$
- Mesurer sur le graphe les temps  $t_1$  et  $t_2$ .
- Calculer les constantes de temps  $\tau_0$  et  $\tau_1$  à partir des équations suivantes

$$\tau_0 = 5,5 \cdot (t_2 - t_1) \quad \tau_1 = 2,8 \cdot t_1 - 1,8 \cdot t_2$$

### • Les régulateurs PID



Un régulateur PID comporte un comparateur et un correcteur

Soit  $C(p)$  la fonction de transfert du correcteur.

C'est le correcteur qui, par le réglage de ses 3 actions, permet d'obtenir les performances statiques et dynamiques souhaitées.

#### Action du correcteur

→ Action Proportionnelle  $C(p) = g_r$

*En statique* : elle diminue l'écart statique, quand le gain augmente.

*En dynamique* : elle augmente la rapidité tant que la réponse du système n'est pas trop oscillante.

Action Intégrale  $C(p) = 1/T_i \cdot p$

*En statique* : elle élimine l'écart statique.

*En dynamique* : elle diminue la rapidité et risque d'augmenter l'instabilité.

Action Dérivée  $C(p) = T_d \cdot p$

*En statique* : elle n'a aucun effet.

*En dynamique* : elle augmente la rapidité grâce à son effet stabilisant.

### Les correcteurs PID

On rencontre 3 structures de correcteurs PID

la structure de type parallèle :  $C(p) = g_r + \frac{1}{T_i \cdot p} + T_d \cdot p$

la structure de type mixte :  $C(p) = g_r \left[ 1 + \frac{1}{T_i \cdot p} + T_d \cdot p \right]$

la structure de type série :  $C(p) = g_r \left( 1 + \frac{1}{T_i \cdot p} \right) \cdot (1 + T_d \cdot p)$

$g_r$  : gain proportionnel

$T_i$  : constante de temps d'action intégrale

$T_d$  : constante de temps d'action dérivée.

### Les régulateurs industriels

Les unités utilisées :

- **Unité de gain**, le gain est généralement exprimé sous forme de « bande proportionnelle »

$$\text{BP(en \%)} = 100/g_r$$

- **Unité d'action intégrale**, la constante de temps  $T_i$  est généralement exprimée sous la notion de « répétition par minute » ou « répétition par seconde »

$$\text{RPM} = 1/T_i \text{ (} T_i \text{ en minute)} \text{ ou } \text{RPS} = 1/T_i \text{ (} T_i \text{ en seconde)}$$

- **Unité d'action dérivée**, c'est la constante de temps  $T_d$  qui est généralement exprimée.

$$T_d \text{ (en secondes ou en minutes)}$$

## Modélisation réglage du régulateur d'un four

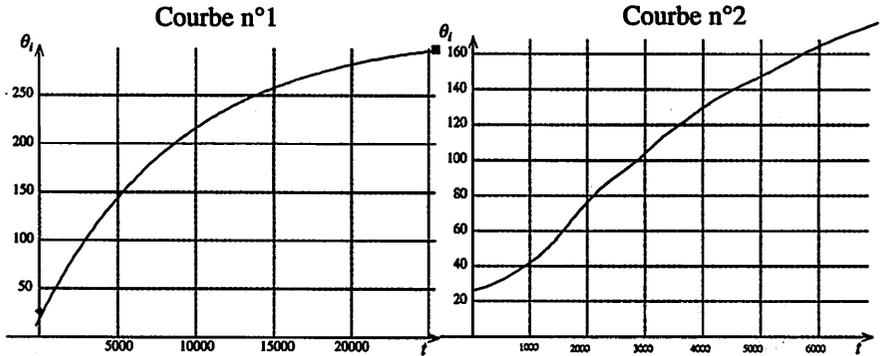
Un four de traitement thermique est équipé d'un régulateur PID. Le bloc de chauffe est constitué d'une résistance alimentée par un gradateur à trains d'ondes.



## Modélisation du système à partir d'un essai en BO

Le système est non oscillatoire, isolé et les perturbations sont supposées constantes. Le régulateur est en mode manuel et la puissance de chauffe est réglée à 180W.

1. En supposant que le système est du 1er ordre, le modéliser à partir de la courbe 1.
2. En supposant le système du nième ordre, modéliser le système d'après la courbe.



### Réglage du régulateur PID

On peut régler les régulateurs à partir des fonctions de transfert identifiées ou éventuellement directement à partir des essais expérimentaux.

Pour un régulateur PID mixte, le tableau ci-dessous permet de connaître les réglages des actions à mettre en œuvre.

Xp%	$T_i$	$T_d$
$120G_s \frac{\tau_1}{\tau_0 + 0,4\tau_1}$	$\tau_0 + 0,4\tau_1$	$\frac{\tau_0 \cdot \tau_1}{2,5\tau_0 + \tau_1}$

3. Déterminer d'après la fonction de transfert du four obtenue à la question 2, les valeurs de réglage du correcteur.

### Solution

1. Modélisation du système par une fonction de transfert du 1<sup>er</sup> ordre

$$F(p) = \frac{\theta_i(p)}{P_c(p)} = \frac{H_0}{1 + \tau_{th}p} \text{ avec } H_0 = R_{th} = 1,54 \text{ et } \tau_{th} = 8\,000 \text{ s}$$

2. Modélisation du système par une fonction de transfert du nième ordre (Broïda)

$$F(p) = \frac{\theta_i(p)}{P_c(p)} = \frac{H_0 \cdot e^{-\tau_1 p}}{1 + \tau_0 p} \text{ avec } R_{th} = 1,54 ; \tau_{th} = 7\,463 \text{ s et } \tau_1 = 557 \text{ s}$$

3. Réglage du correcteur, valeurs de réglage d'un correcteur PID à structure mixte

$$X_P = 8,7 \% ; T_i = 7\,685 \text{ s} ; T_d = 207 \text{ s}$$

• Les régulateurs industriels disposent d'un mode « auto-réglant » qui utilise la réponse en BF.

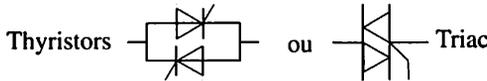
## Gradateur

C'est un convertisseur statique qui réalise le transfert d'énergie d'une source alternative vers un récepteur alternatif. Sa commande permet de régler la valeur efficace de la ou des tension(s) de sortie.



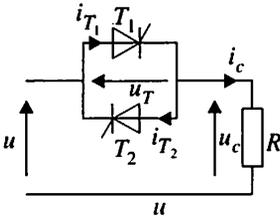
**Applications :** variateur d'intensité lumineuse, alimentation d'éléments résistifs pour un chauffage électrique, variation de vitesse pour moteurs universels, démarreurs de machines asynchrones, compensateurs de puissance réactive...

Les interrupteurs électroniques utilisés sont des triacs pour les applications de faibles puissances et des thyristors pour les applications de fortes puissances.

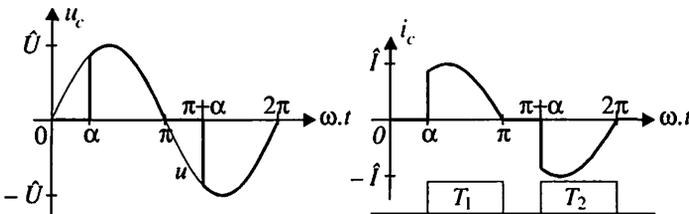


### I Gradateur monophasé à commande par angle de phase

• Sur charge résistive



Une source de tension sinusoïdale alimente une charge résistive par l'intermédiaire d'un gradateur. On notera  $U$  la valeur efficace de la tension  $u(t)$ . Le thyristor  $T_1$  reçoit des impulsions de gâchette aux angles électriques  $\omega t = \alpha + n \cdot 2\pi$ , le thyristor  $T_2$  aux angles électriques  $\omega t = \alpha + (2n + 1)\pi$ .

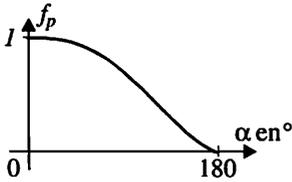


L'annulation du courant dans la charge provoque le blocage du thyristor passant.

Tension efficace aux bornes de la charge : 
$$U_c = U \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin(2\alpha)}{2\pi}}$$

Puissance dissipée dans la charge : 
$$P = \frac{U_c^2}{R} = \frac{U^2}{R} \left( 1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin(2\alpha)}{2\pi} \right).$$

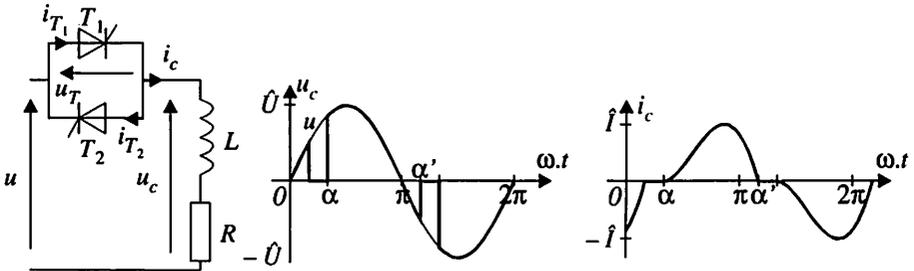
Facteur de puissance du montage : 
$$f_p = \frac{P}{S} = \frac{P}{UI_c} = \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin(2\alpha)}{2\pi}}.$$



Le facteur de puissance du montage se dégrade quand on augmente l'angle de retard à l'amorçage. C'est la conséquence de l'augmentation des puissances réactive et déformante.

La puissance déformante est due à la forte présence d'harmoniques de courant. C'est le principal défaut du gradateur.

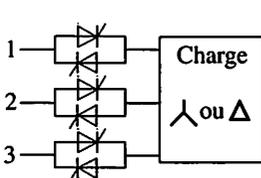
• **Sur charge inductive**



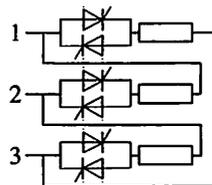
L'effet inductif prolonge la durée de conduction au-delà de  $\omega t = \pi$ . On note  $\alpha'$  l'angle d'annulation du courant. Pour amorcer les thyristors il faut respecter la condition  $\alpha > \varphi$ , où  $\varphi$  représente l'argument de la charge.

## II Gradateur triphasé

• **Structures**

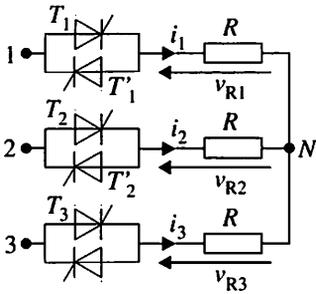


(a) : les interrupteurs sont disposés entre la source et la charge.



(b) : les interrupteurs sont disposés en série avec les éléments de la charge.

• Étude d'un gradateur triphasé sur charge résistive



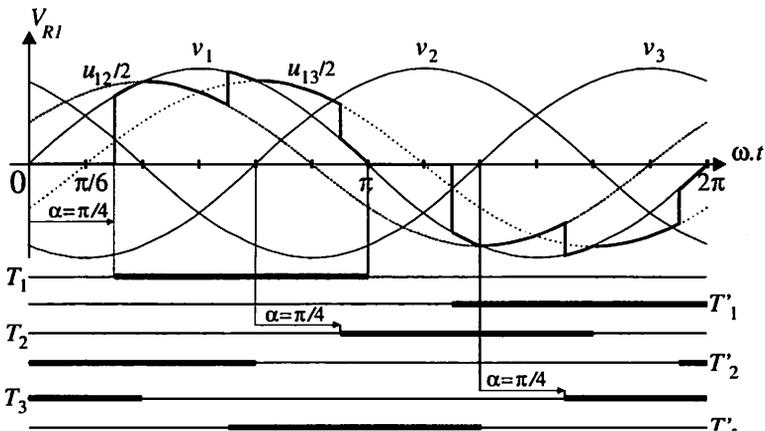
La charge est un montage étoile résistif équilibré.

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0 \Rightarrow v_{R1} + v_{R2} + v_{R3} = 0$$

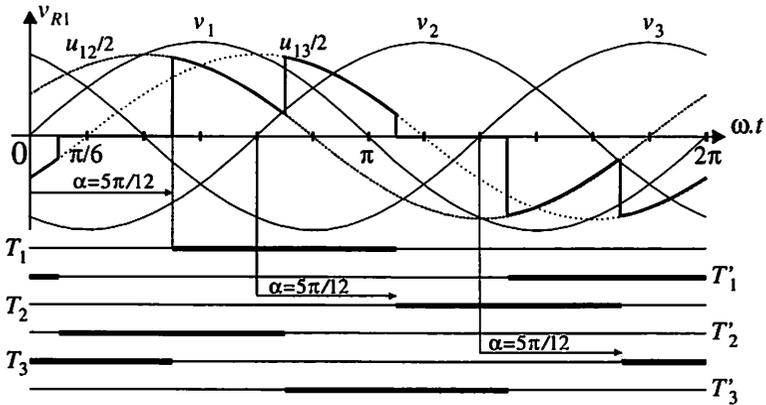
Chaque thyristor est commandé avec un angle de retard à l'amorçage  $\alpha$  pris par rapport au début de l'alternance positive de la tension simple qui lui est associée et s'éteint lorsque le courant qui le traverse est nul.

<p><math>T_1</math> et <math>T'_1</math> bloqués :  <math>i_1 = 0 \Rightarrow v_{R1} = 0</math></p>	<p>deux thyristors sont passants simultanément comme <math>T_1</math> et <math>T'_2</math> :</p>	<p>trois thyristors sont passants :  <math>i_1 + i_2 + i_3 = 0</math>  <math>v_{R1} + v_{R2} + v_{R3} = 0</math>  <math>v_{R1} = v_1, v_{R2} = v_2</math>                      et <math>v_{R3} = v_3</math>.</p>
$v_{R1} = R i_1 = R \frac{u_{12}}{2R} = \frac{u_{12}}{2}$		

Mode 1 ( $0 < \alpha < \pi/3$  rad) : traçons la tension  $v_{R1}$  pour  $\alpha = \pi/4$  rad ( $45^\circ$ ).

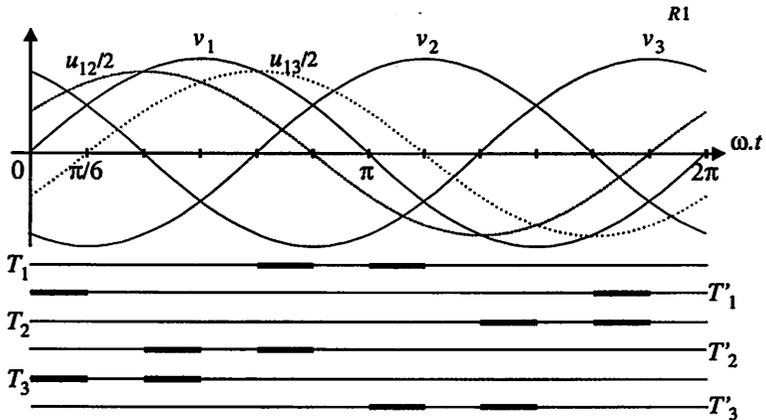


Mode 2 ( $\pi/3 < \alpha < \pi/2$  rad) : traçons la tension  $v_{R1}$  pour  $\alpha = 5\pi/12$  rad ( $75^\circ$ )

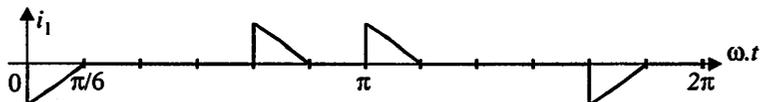


### Gradateur triphasé

On étudie le mode 3 de fonctionnement du gradateur triphasé :  $\pi/2 < \alpha < 5\pi/6$  rad.  
 Réseau d'alimentation triphasé : 230/400 V-50 Hz et charge résistive  $R = 100 \Omega$ .  
 1. À partir des intervalles de conduction donnés ci-dessous, tracer  $v_{R1}(t)$ .

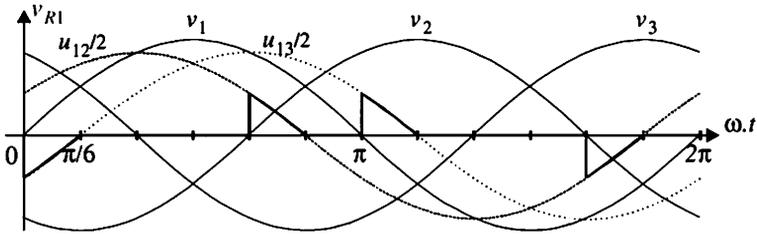


2. Les thyristors doivent être commandés par des trains longs d'impulsions de gâchettes. Justifier.
3. Calculer la valeur efficace de la tension  $v_{R1}(t)$ . En déduire la puissance active, la puissance apparente et le facteur de puissance à l'entrée du gradateur.
4. On donne l'allure du courant  $i_1(t)$ . Tracer l'allure des courants  $i_2(t)$  et  $i_3(t)$ .



### Solution

1.



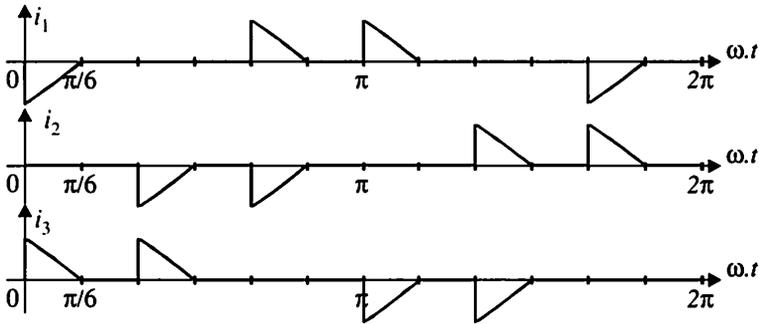
2. La conduction du thyristor 1 commence à  $\theta = 2\pi/3$  rad, cesse à  $\theta = 5\pi/6$  rad et reprend  $\theta = \pi$  rad. Cette reprise de conduction n'est possible que si le thyristor est commandé par un train long d'impulsions de gâchette.

$$3. V_{R1}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} v_{R1}^2(\theta) d\theta = \frac{1}{2\pi} 4 \int_{\frac{2\pi}{3}}^{\frac{5\pi}{6}} v_{R1}^2(\theta) d\theta = \frac{1}{2\pi} 4 \int_{\frac{2\pi}{3}}^{\frac{5\pi}{6}} \left( \frac{u_{12}(\theta)}{2} \right)^2 d\theta$$

$$V_{R1} = U \sqrt{\frac{1}{12} - \frac{\sqrt{3}}{8\pi}} = 48 \text{ V} \Rightarrow I_1 = \frac{V_{R1}}{R} = 0,48 \text{ A} ; P = 3RI_1^2 = 69,1 \text{ W}$$

$$S = \sqrt{3}UI = \sqrt{3} 400 0,48 = 332 \text{ VA} \Rightarrow f_p = \frac{P}{S} = \frac{69,1}{332} = 0,208$$

4.



Les courants  $i_2(t)$  et  $i_3(t)$  sont obtenus en décalant  $i_1(t)$  de  $2\pi/3$  et de  $4\pi/3$  rad.

## I Les grandeurs utiles

- **La température  $T$**

Les particules qui composent un système matériel (molécules ou atomes) ne sont jamais au repos. Elles sont en vibration permanente et possèdent donc une certaine énergie cinétique. **La température** mesure indirectement par contact le degré d'agitation microscopique des particules. Deux corps ayant la même température sont dits en « équilibre thermique ».

En Europe on a coutume de donner la température en degré Celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ), l'unité du système international est le kelvin (K).

Conversion des kelvins en degrés Celsius :  $\text{K} = ^{\circ}\text{C} + 273,15$

- **La chaleur  $Q$**

Lorsqu'on met deux corps en contact, ils échangent spontanément de l'énergie thermique. L'un des deux corps (le plus chaud) a des particules qui ont plus d'énergie cinétique, en les mettant en contact, les chocs entre particules font que cette énergie cinétique microscopique se transmet d'un corps à l'autre. C'est ce transfert d'énergie qui est appelé **chaleur** et s'exprime en joules (J). On parle aussi de « quantité de chaleur » au lieu de transfert thermique ou d'énergie thermique transférée.

Par convention  $Q$  est compté positivement si le corps considéré reçoit de la chaleur de l'extérieur, et négative dans le cas contraire (convention « récepteur »).

- **Le flux thermique  $\Phi$**

C'est la quantité d'énergie thermique qui traverse une surface isotherme par unité de temps. C'est donc une « puissance thermique » qui s'exprime en watts (W). Il correspond à un « débit de chaleur » :

$$\Phi_{\text{th}} = \frac{dQ}{dt}$$

**Densité de flux thermique** : c'est le flux thermique par unité de surface ( $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$ ).  
 $\varphi = d\Phi/dS$ , si la densité de flux est uniforme sur la surface considérée :  $\varphi = \Phi/S$

## II Échanges de chaleur

Il existe trois modes de transfert thermique qu'il est très difficile de dissocier.

- **Conduction**

La chaleur passe d'un corps à un autre, par contact. Les matériaux sont plus ou moins bons conducteurs de la chaleur : cette capacité à conduire la chaleur est quantifiée par la conductivité thermique  $\lambda$  (en  $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{Km}^{-1}$ )

Quelques valeurs de  $\lambda$  : 386 pour le cuivre, 0,6 pour l'eau, 0,16 pour l'huile utilisée dans les transformateurs et 0,157 pour l'amiante.

Considérons un conducteur thermique de section  $S$ , de longueur  $L$  parcouru par un flux thermique  $\Phi_{\text{th}}$ .

Les échanges **par conduction** suivent la Loi de Fourier :  $\Delta T = R_{\text{th}} \Phi_{\text{th}}$ , où  $R_{\text{th}}$  est la résistance thermique et  $\Delta T$  la différence de température entre les deux extrémités du conducteur considéré.

**Remarque** : si l'écoulement de chaleur est unidirectionnel et le transfert thermique limité à la conduction on peut montrer que :  $R_{\text{th}} = L/\lambda S$

- **Convection**

C'est le nom des transferts de chaleur qui s'accompagnent de mouvement de molécules dans un fluide (liquide ou gaz). Elle peut être naturelle (ou libre), (diffusion au-dessus d'un convecteur électrique) ou forcée si un ventilateur (ou un autre dispositif mécanique) impose le brassage. Dans ce cas l'échange est bien sûr plus efficace.

La loi qui régit ce phénomène est la loi de Newton :  $\Phi_{\text{th}} = hS\Delta T$

$S$  est la surface de convection (surface à travers laquelle s'effectue l'échange) en  $\text{m}^2$ ,  $h$  est le coefficient de convection en  $\text{W} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Km}^{-1}$  (avec un gaz  $1 < h < 10$ , avec un liquide  $10 < h < 1000$ ).

- **Rayonnement**

Le transfert se fait par rayonnement électromagnétique. Il peut se réaliser dans le vide. L'exemple caractéristique de ce type de transfert est le rayonnement du soleil dans l'espace.

Tout corps à la température  $T$  émet de l'énergie sous forme de rayonnement électromagnétique dont le spectre de fréquence dépend de la valeur de  $T$ . Seule la partie du spectre située dans les infra rouges est transformée en chaleur.

# Annexe

## I Magnétisme

### • Conventions d'orientation

L'application de la loi d'Hopkinson nécessite une convention d'orientation :

- on choisit un sens positif arbitraire pour le flux,
- on suppose que le courant  $i_k$  est positif et **en tenant compte du sens de bobinage on détermine le signe du flux** qu'il créé.

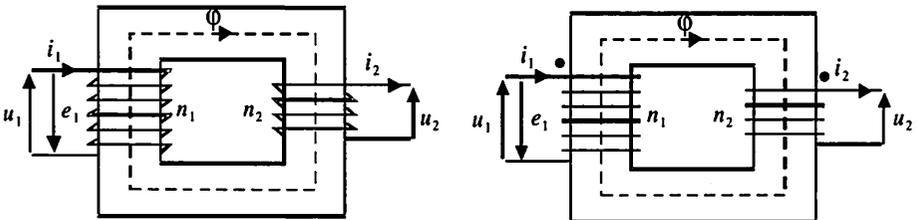
On compte positivement ( $n_k i_k$ ) si  $i_k$  crée un flux positif, négativement dans le cas contraire.

Ce raisonnement nécessite la représentation tridimensionnelle des bobinages : pour l'éviter on adopte la convention des points.

### Convention des points

- Un courant positif « entrant » par le point crée un flux positif.
- La tension fléchée en convention récepteur par rapport au courant qui entre par le point est affectée d'un signe « + ».

Les bornes « pointées » sont qualifiées de « **bornes homologues** ».



### Conséquences :

- On compte **positivement** les Ampère-tours si l'orientation du courant est dirigée vers le point (le courant « entre » par le point), négativement dans le cas contraire.

- Deux tensions fléchées de la même façon par rapport aux points sont en phase.

Loi d'Hopkinson  $\Re \varphi = n_1 i_1 - n_2 i_2$

Loi de Faraday  $u_1 = +n_1 \frac{d\varphi}{dt}$   $e_1 = -n_1 \frac{d\varphi}{dt}$   $u_2 = +n_2 \frac{d\varphi}{dt}$

## II Puissances

### • Cas des dipôles élémentaires en régime purement sinusoïdal

	Impédance complexe	$\varphi$	$P = VI \cos \varphi$	$Q = VI \sin \varphi$	$f$
R	R	0	$R I^2 = V^2/R$	0	1
L	$jL\omega$	$+\pi/2$	0	$L\omega I^2 = V^2/L\omega$	0
C	$1/jC\omega$	$-\pi/2$	0	$-C\omega V^2 = -I^2/C\omega$	0

### • Transferts de puissances dans différents cas particuliers fréquents

Les notations sont les suivantes :

Courant sinusoïdal :  $i(t) = \hat{I} \sin(\omega t - \varphi)$ , de valeur efficace  $I$ .

Courant alternatif :

$i(t) = \hat{I}_1 \sin(\omega t - \varphi_1) + \hat{I}_3 \sin(3\omega t - \varphi_3) + \dots + \hat{I}_n \sin(n\omega t - \varphi_n) + \dots$

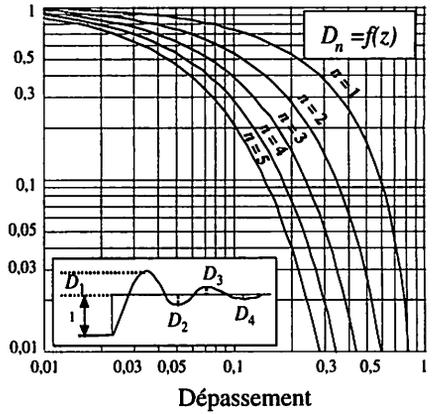
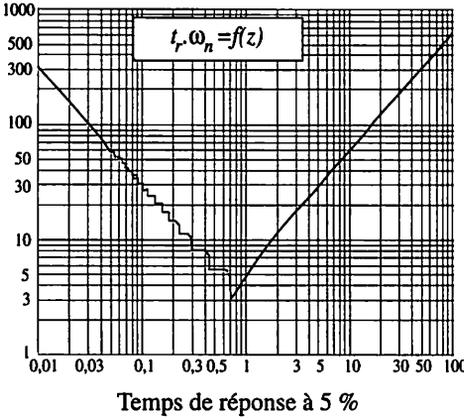
de valeur efficace  $I$ , de fondamental  $i_1(t) = \hat{I}_1 \sin(\omega t - \varphi_1)$  ; valeur efficace du fondamental  $I_1$ , déphasage du fondamental par rapport à la tension  $\varphi_1$ .

**Cas d'un dipôle monophasé :** tension  $v(t)$ , courant  $i(t)$ .

**Cas d'un dipôle triphasé :**  $v(t)$  tension simple,  $i(t)$  courant de ligne,  $U$  valeur efficace de la tension composée.

	Il y a du continu		Sinusoïdal pur	Semi sinusoïdal
	$v(t) = V$ $i(t) = I$	$V(t) = V$ $i(t) \neq \text{cte}$	$v(t) = \hat{V} \sin(\omega t)$ $i(t) = \hat{I} \sin(\omega t - \varphi)$	$v(t) = \hat{V} \sin(\omega t)$ $i(t) = \hat{I}_1 \sin(\omega t - \varphi_1) \dots + \hat{I}_n \sin(n\omega t - \varphi_n) \dots$
P	$VI$	$V\bar{i}$	$VI \cos \varphi$ $3 VI \cos \varphi = \sqrt{3} UI \cos \varphi$	$V I_1 \cos \varphi_1$ $3 V I_1 \cos \varphi_1 = \sqrt{3} U I_1 \cos \varphi_1$
Q			$VI \sin \varphi$ $3 VI \sin \varphi = \sqrt{3} UI \sin \varphi$	$V I_1 \sin \varphi_1$ $3 V I_1 \sin \varphi_1 = \sqrt{3} U I_1 \sin \varphi_1$
S	$VI$	$VI$	$VI = \sqrt{P^2 + Q^2}$ $3 VI = \sqrt{3} UI = \sqrt{P^2 + Q^2}$	$VI = \sqrt{P^2 + Q^2 + D^2}$ $3 VI = \sqrt{3} UI = \sqrt{P^2 + Q^2 + D^2}$
f	1	$\bar{i}/I$	$\cos \varphi$	$I_1 \cos \varphi_1 / I$

### III Abaqués des systèmes du second ordre



### IV Analogies thermiques/électriques

Les différentes grandeurs thermiques évoquées et les lois qui les relient ont des analogues électriques :

Grandeur électrique	Grandeur thermique
Différence de potentiel $\Delta V$ (en V)	Différence de température $\Delta T$ (en K)
Courant $i$ (en A) Le courant circule dans le sens des potentiels décroissants	Flux thermique $\Phi_{th}$ (en W) Le flux thermique circule dans le sens des températures décroissantes
Résistance $R$ (en $\Omega$ ) $\Delta V = Ri$	Résistance thermique $R_{th}$ (en $K \cdot W^{-1}$ ) $\Delta T = R_{th} \Phi_{th}$
Capacité d'un condensateur $C$ (en F) $i = C \frac{dV}{dt}$	Capacité thermique $C_{th}$ (en $J \cdot K^{-1}$ ) $\Phi_{th} = \frac{dQ}{dt} = C_{th} \frac{dT}{dt}$

**Remarque :** dans le cas d'une paroi constituée

- de la superposition de  $N$  matériaux homogènes, la résistance thermique équivalente est la somme des résistances thermiques dues à chaque matériau (mise en série des résistances thermiques).
- de la juxtaposition de  $N$  matériaux homogènes, la résistance thermique équivalente est la somme des inverses des résistances thermiques dues à chaque matériau (mise en parallèle des résistances thermiques).